UNIVERSAL LIBRARY
OU_224655
UNIVERSAL LIBRARY

# Elements of Practical Geometry Trigonometry and Conic Sections with Trigonometrical Tables

Translated by Pundit Ajoodhya Pershad

1844

رساله

# مساحت مستعمل و علم مثلث

و علم اشکال مخروط و نقشه جیب مستوی وغیره کا

ترجمه پنڈت اجودھیا پرشاد نے کیا

دہلی اُردو اخبار پریس مین بیچ مکان مولوی محمد باقر صاحب واقع
گذر اعتقاد خان کے باہتمام پنڈت موتی لعل پرنٹر اور پبلشر کے چھاپہ ہوا
بسنه ۱۸۴۴ع

# فہرست مطالب کتاب


| | صفحہ |
|---|---|
| دیباچہ | |
| حدود | ۱ |
| باب اول سطوح کے بیان میں | ۵ |
| باب دوم مثلثوں کے خواص کے بیان میں | ۱۱ |
| باب تیسرا پیمایش سطوح کے بیان میں | ۲۰ |
| ہموار کرنے کی ترکیب | ۳۱ |
| باب چوتھا اشکال مجسم کے بیان میں | ۳۴ |
| باب پانچواں علم مثلث میں | ۴۲ |
| باب چھٹا در باب علم مثلث سطوح مستوی کی | ۵۰ |
| باب ساتواں تراش مخروط کے بیان میں | ۵۸ |
| تتمہ ترکیب دریافت کرنی خط نصف النہار کے معیار کی اور ترکیب تقسیم کو طول و عرض میں اور نقشہ جیب مستوی وغیرہ | |

# دیباچہ

مطلب اس کتاب سے یہ ہے کہ وہ اشخاص جنھوں نے علم ریاضی تحصیل نہیں کیا ہے اوسکے چند فوائد سے مطلع ہو جاویں ۔ اس کتاب مین اثبات دعوے چند اشکال کا درج نہین کیا گیا ہے اور اون کو بطریق نفس الامریات کے بیان کیا ہے کیونکہ اگر اثبات دعوے اونکا اسمین درج کرتے تو یہ کتاب اون شخصون کے لئے جو کہ اس علم سے نہ تو بالکل بہرہ رکھتے ہین اور نہ استعداد و شوق اوسکے تحصیل کا بہت مطول ہو جاتی اور جن شخصون نے کہ ہنوز اس علم ریاضی تحصیل کیا ہے یا انکے بعد بھی نے اس کتاب کے اوسکو تحصیل کیا چاہتے ہین اونکے لئے یہی اثبات دعوی اون اشکال کا درج کرنا کچھ ضرورت نہین رکھتا تھا ۔ صرف چند فوائد علم ریاضی اور نقشہ ملحقہ کے بتانے کے لئے یہ کتاب لکھی گئی ہے ۔ باوجود کہ نقشہ جیب مستوی وغیرہ کا جو اس کتاب کے آخر مین لگایا گیا ہے ناتمام ہے لیکن اوسمین جیب مستوی دس دس دقیقہ چھوڑ کر لکھی گئی ہے بہر حال یہ نقشہ طریق استعمال مین لانے نقشہ جیب مستوی وغیرہ بتلانے کے لئے کافی ہے

بسم اللہ الرحمن الرحیم

## حدود

قبل ازسیکھنے اس رسالہ علم مساحت کارآمدنی کے سمجھنا کسور اعشاریہ اور علامات کا جوکہ جبر ومقابلہ مین کام آتی ہین ضرور ہی

— منہائی کی علامت ہے

+ ایزادی کی علامت ہے

× ضرب کی علامت ہے

= مساوی کی علامت ہے

۱۲ — ۲ = ۴ × ۲ + ۲ اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ بارہ مین سے منہا دو یعنی ۱۰ اوس عدد کی برابر ہی جوکہ چار کو دو مین ضرب دیکر حاصل ضرب پر دو ایزاد کرنی سے حاصل ہوتا ہے

: اور :: علامات نسبت ہین مثلاً ۵ : ۱۰ :: ۱۵ : ۳۰ اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ پانچ کو دس سے وہی نسبت ہی جوکہ پندرہ کو ۳۰ سے ہی یعنی ۵ نصف ہی دس کا جیسا کہ ۱۵ نصف ہی ۳۰ کا — انکو ۵/۱۰ = ۱۵/۳۰ اسطرح بھی لکھتے ہین ۵/۱۰ ۱۵/۳۰

اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ ۵ تقسیم کی گئے دس سے برابر ہین ۱۵ کے تقسیم کی گئے ۳۰ سے یعنی اگر ۵ کو ۱۰ سے تقسیم کرین اور ۱۵ کو ۳۰ سے تو خارج قسمت دونو کے باہم برابر ہونگے

اگر داہنی طرف کسی اعداد کی علامت ( و ) لکھی ہو اور اوس علامت کی داہنی طرف اور بہی عدد یا اعداد لکھے ہون تو علامت ( و ) کی داہنی طرف جو اعداد لکھی ہین اون سے مراد اعداد کسور ہین یعنے وہ بموجب اپنی اپنی درجی کے حصہ دہم یا صدم یا ہزارم اور علی ہذا القیاس ہین یعنے درجہ اول داہنی طرف علامت ( و ) کی ایک واحد کا حصہ دہم ہی اور درجہ دوم حصہ صدم اور درجہ سوم حصہ ہزارم ہین وعلی ہذا القیاس مثلاً ۳ و ۲ تین سے جو کہ علامت ( و ) کے باہنی طرف ہی مراد تین صحیح ہی یعنے سہ چند ایک کا اور ۲ سی دو دسوین حصے ایک کے مراد ہی مثال دوم ۳ و ۲۵ تین سے اس جگہ مفہوم ہوتا ہی سہ چند ایک کا اور ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ یعنی $\frac{25}{100}$ کیونکہ $\frac{2}{10}$ برابر $\frac{20}{100}$ کی ہی مثال سوم ۳ و ۷۵۲ مراد تین سے تین صحیح ہی ۲ سے $\frac{2}{10}$ اور ۵ سے $\frac{5}{100}$ اور ۷ سی $\frac{7}{1000}$ یعنی تین صحیح اور $\frac{752}{1000}$ اگر کسی رقم مین اعداد صحیح نہون مگر اعداد کسور ہوین تو باہنی طرف اوس کسور اعشاریہ کے ( و ) لکھنا چاہیئے اور داہنی طرف کچھہ نہین مثلاً و ۲۵ اسکی معنی یہہ ہین کہ ۲۵ صحیح نہین ہین بلکہ وہ ۱۰۰ سے تقسیم کی گی ہین یعنے وہ کل رقم ایک صحیح کے چوتہائی ہی

عمل اعداد صحیح اور اعداد کسور اعشاریہ یا اعداد صحیح معہ کسور اعشاریہ کی ایک ہی قاعدہ پر ہوتے ہین اسکی عمل جمع اور تفریق مین صرف یہہ چاہیئے کہ اعداد کسور کے حاصل جمع اور حاصل تفریق کے باہنی طرف علامت ( و ) لکھہ کے اونکو اعداد صحیح سی جدا کرتے تاکہ اونمین امتیاز ہو سکی

| عمل جمع | عمل تفریق |
| --- | --- |
| ۲و۹۷ | ۱۰و۸۶ |
| ۷و۸۹ | ۲و۹۷ |
| ۱۰و۸۶ | ۷و۸۹ |

ضرب اعداد کسور اعشاریہ موافق ضرب اعداد صحیح کے ہوتی ہی لیکن درجے اعداد کسور مضروب اور مضروب فیہ ملاکر اوسکی حاصل ضرب مین سی علامت (و) داہنی طرف سے لکھکر جدا کر لینا چاہئے

| مثلاً | مثال دوسری |
| --- | --- |
| ۲و۸۴ | ۶و۷۸ |
| ۳و۲۲ | و۳۳ |
| ۵۶۸ | ۲۰۳۴ |
| ۵۶۸ | ۱۳۵۶ |
| ۸۵۲ | |
| ۹و۱۴۴۸ | ۱و۵۵۹۴ |

عمل تقسیم مین درجے اعداد کسور مقسوم اور مقسوم علیہ برابر چاہئیں اور اگر اونمین درجہ اعداد کسور برابر نہوں تو ہم اونکو برابر کر سکتے ہین بدین طریق کہ جسمین جتنے درجے اعداد کسور کے کم ہوں اوسمین اوتنی ہی سفر زیادہ کرین تاکہ اون دونو کے درجے برابر ہو جاوین ۔۔ اعداد کسور اعشاریہ مین داہنی طرف نقط زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت مین کچھ فرق نہین ہوجاتا ہی جیساکہ مثال آئندہ مین ظاہر ہی ۱و = ۱۰و = ۱۰۰و یعنے $\frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{۱۰۰}{۱۰۰۰}$

جسوقت کہ مقسوم و مقسوم علیہ کے درجہ اعداد کسور برابر ہوجاتے ہین عمل تقسیم کسور اعشاریہ موافق عمل تقسیم صحیح کے ہوتا ہی $\frac{۲۱۵۰}{۲۳۲۵}$

۱۰۲۳ ) ۹و۳۰۰ ۳ ۲ ( ۲و۵ ۳ ۳ ۳ ۳

۲ ۳ ۲۵

۶۸۰۰

۴۶۵۰

۱۱۵۰

اس سے یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ ۵ تقسیم کی گے دس سے برابر ہین ۱۵ کے تقسیم کی گے ۳۰ سے یعنی اگر ۵ کو ۱۰ سی تقسیم کرین اور ۱۵ کو ۳۰ سے تو خارج قسمت دونو سے باہم برابر ہونگے

اگر داہین طرف کسی اعداد کی علامت ( و ) لکھی ہو اور اوس علامت کی داہین طرف اور بہی عدد یا اعداد سے لکھے ہون تو علامت ( و ) کی داہنی طرف جو اعداد لکھی ہین اون سے مراد اعداد کسور ہی یعنی وہ بموجب اپنی اپنی درجی کے حصہ دہم یا صدم یا ہزارم اور علی ہذا القیاس ہین یعنی درجہ اول داہین طرف علامت ( و ) کی ایک واحد کا حصہ دہم ہی اور درجہ دوم حصہ صدم اور درجہ سوم حصہ ہزارم ہین وعلی ہذا القیاس مثلاً ۲ و ۳ تین سے جو کہ علامت ( و ) کے باہین طرف ہی مراد تین صحیح ہی یعنی ۳ چند ایک کا اور ۲ سی دو دسوین حصے ایک کے مراد ہی مثال دوم ۲۵ و ۳ تین سے اس جگہ مفہوم ہوتا ہی ۳ چند ایک کا اور ۲ سے $\frac{۲}{۱۰}$ اور ۵ سے $\frac{۵}{۱۰۰}$ یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}$ کیونکہ $\frac{۲}{۱۰}$ برابر $\frac{۲۰}{۱۰۰}$ کے ہی مثال سوم ۷۵۲ و ۳ مراد تین سے تین صحیح ہی ۲ سے $\frac{۲}{۱۰}$ اور ۵ سے $\frac{۵}{۱۰۰}$ اور ۷ سی $\frac{۷}{۱۰۰۰}$ یعنی تین صحیح اور $\frac{۲۵۷}{۱۰۰۰}$ اگر کسی رقم مین اعداد صحیح نہون مگر اعداد کسور ہون تو باہین طرف اوس کسور اعشاریہ کے ( و ) لکھنا چاہیئے اور داہین طرف کچھ نہین مثلاً ۲۵ و اسکی معنی یہہ ہین کہ ۲۵ صحیح نہین ہین بلکہ وہ ۱۰۰ سے تقسیم کی گی ہین یعنی وہ کل رقم ایک صحیح کے چوتہائی ہی

عمل اعداد صحیح اور اعداد کسور اعشاریہ یا اعداد صحیح معہ کسور اعشاریہ کی ایک ہی قاعدہ پر ہوتے ہین سکی عمل جمع اور تفریق مین صرف یہہ چاہیئے کہ اعداد کسور کے حاصل جمع اور حاصل تفریق کے باہین طرف علامت ( و ) لکھہ کے اونکو اعداد صحیح سی جدا کرے تاکہ اونمین امتیاز ہو سکی

**عمل جمع**

۲و۹۷
۷و۸۹
———
۱۰و۸۶

**عمل تفریق**

۱۰و۸۶
۲و۹۷
———
۷و۸۹

ضرب اعداد کسور اعشاریہ موافق ضرب اعداد صحیح کے ہوتی ہی لیکن درجی اعداد کسور مضروب اور مضروب فیہ ملا کر اوسکی حاصل ضرب مین سی علامت (و) داہین طرف سے لکھ کر جدا کر لینا چاہئے

مثلا
۲و۸۴
۳و۲۲
———
۵۶۸
۵۶۸
۸۵۲
———
۹و۱۴۴۸

مثال دوسرے
۶و۷۸
۲و۳
———
۲۰۳۴
۱۳۵۶
———
۱۵و۵۹۴

عمل تقسیم مین درجی اعداد کسور مقسوم اور مقسوم علیہ برابر چاہین اور اگر اونمین درجہ اعداد کسور برابر نہون تو ہم اونکو برابر کر سکتی ہین بدین طریق کہ جسمین جتنے درجی اعداد کسور کم ہون اوسمین اوتنی ہی صفر زیادہ کرین تاکہ اون دونوکے درجے برابر ہو جاوین۔ اعداد کسور اعشاریہ مین داہین طرف نقطہ زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت مین کچھ فرق نہین ہوجاتا ہی۔ جیساکہ مثال آئندہ مین ظاہر ہی ۱و = ۱۰و = ۱۰۰و یعنی ۱/۱۰ = ۱۰/۱۰۰ = ۱۰۰/۱۰۰۰

جسوقت کہ مقسوم و مقسوم علیہ کے درجہ اعداد کسور برابر ہو جاتے ہین عمل تقسیم کسور اعشاریہ موافق عمل تقسیم صحیح کے ہوتا ہی ۱۰۲ ۲۱۵۰/۲۳۲۵

۲۳۲۵ ) ۲۳۹و۳۰۰ ( ۴و۲۵۴۵۴
۲۳۲۵
———
۶۸۰۰
۴۶۵۰
———
۲۱۵۰

۴ اگر خارج قسمت اس عمل تقسیم کا ۱۰۲ سے زیادہ دریافت کرنا منظور ہو تو باقی مقسوم سے کے داہین طرف ایک سفر زیادہ کرنا چاہیے - ایک سفر کی زیادہ کرنیسے اوسکی قیمت دس گنی ہوجاوگی یعنے ۲۱۵۰۰ ہوجائینگی - اگر اوسکو ۲۳۲۵ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت صحیح نہوگا بلکہ ہر ایک واحد خارج قسمت کا دسوان حصہ ایک صحیح کا ہوگا اور خارج قسمت کا درجہ دوم سوان حصہ ہوگا اور علی ہذا القیاس اور اسی سبب سے اعداد کسور داہین طرف (و) کی برابر لکھی جاہین جیسا کہ سابق ذکر کیا گیا ہی اور اسی طریق سے سفر زیادہ کرکے جتنا چاہین اس تقسیم کو طویل کرسکتے ہین

۲۳۲۵ ) ۲۳۹و۳۰۰۰۰۰ ( ۱۰۲و۹۲۴ $\frac{۱۷۰۰}{۲۳۲۵}$

```
۲۳۲۵
-----
 ۶۸۰۰
 ۴۶۵۰
-----
 ۲۱۵۰۰
 ۲۰۹۲۵
-----
   ۵۷۵۰
   ۴۶۵۰
-----
   ۱۱۰۰۰
    ۹۳۰۰
-----
    ۱۷۰۰
```

اعداد صحیح خارج قسمت مین ۱۰۲ تہی اگر اون پر اعداد کسور خارج قسمت زیادہ کرین تو تمام اعداد خارج قسمت ۱۰۲و۹۲۴ $\frac{۱۷۰۰}{۲۳۲۵}$ ہونگے عمل جذر اور کعب مین اعداد کسور اختیار سے کے درجے پورے کرنے چاہئین یعنے اگر جذر نکالنی منظور ہو تو ۲ سے تقسیم ہوسکین اور اگر نہو سکی تو ایک سفر زیادہ کیا جاہئے اور درصورتیکہ کعب نکالنا چاہتے ہین تو تین سے تقسیم ہوسکی اور اگر نہو وے تو ایک یا دو نقطی زیادہ کرنے چاہئین یعنے اگر بعد تقسیم کی ۱ درجہ بچی تو ۲ سفر اور اگر ۲ بچین تو ۱ سفر زیادہ کریے — اعداد کسور مین نقطے زیادہ کرنیکا باعث وہ شخص بخوبی سمجھین گے جو کہ

باب اول سطوح کے بیان مین

عمل جذر و کعب سے کما حقہ ماہر ہین اور چونکہ سمجھنا اس رسالہ کا اسکے جاننے پر موقوف نہین ہی تو در باب اوسکے ہم کچھہ ذکر نہ کرینگے

# رسالہ علم مساحت کار آمدنی

## باب اول سطوح کی بیان مین

علم مساحت کار آمدنی ایک ترکیب مرتسم کرنے اشکال علم ریاضی کے رول یا پرکار یا کسی اور آلہ سے جو کہ اس مطلب کے واسطے اور تشخیص کرنے ابعاد ثلاثہ کے نئے کام آتی ہین ہی یہہ ترکیب مبنی اوپر خواص اور مقادیر اشکال کے خطوط وغیرہ کے جو کہ تحریر اقلیدس اور اور ایسی ہی کتابونمین مندرج ہین ہی

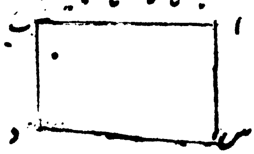
### بیان حدود کا

۱ـ نقطہ اسکے تئین کہتے جس کا جزو نہو اور نہ قابل حس کے ہو

۲ـ خط طول ہی بے عرض وہ نقطہ پر منتہی ہوتا ہی

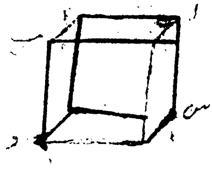
۳ـ خط مستقیم وہ ہی کہ اپنے دونو انجام کے نقطون کی سیدہ پر ہو جیسا کہ ا ب

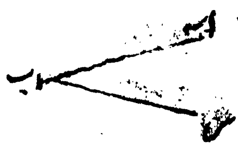
۴ـ سطح یا بسیط وہ ہی کہ فقط طول اور عرض رکھے وہ خط پر منتہی ہوتا ہی جیسی کہ ا ب س د




۵ـ سطح مستوی وہ ہی کہ ہر ایک جای ہر جگہا اور ہموار ہو یا یہہ کہ اگر کوئی خط مستقیم اوس سطح مین کھینچین جس جگہ کہ وہ گذرے سطح سے مس کرے اور ملاقی ہو

۶ـ ایک جسم مثنی وہ ہی جس کا طول اور عرض اور عمق یا مثا پایا ہو اور وہ سطح پر منتہی ہوتا ہی جیسا کہ ا ب س د




۷ـ زاویہ مسطح وہ ہی کہ واقع ہو درمیان دو خط

مستقیم کی جو کہ ایک نقطہ پر ملینے لگے دونو ملکر ایک خط ہو جاوین

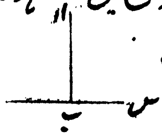
اس سے یہہ بات ظاہر ہوتی ہی کہ خطوط اب اور ب س کے چھوٹے یا بڑے ہونے

سے زاویہ اب س مین کچھہ کمی یا بیشی واقع نہین ہوتی ہی

۸ — اگر ایک خط مستقیم دوسری خط مستقیم پر قایم ہو اور اوس خط کے ایکطرف

دو زاوے برابر پیدا کرے تو خط قایم کو عمود اور اون زاویون مین سے ہر واحد

کو زاویہ قایمہ کہتے ہین جیسے خط اب س د پر عمود ہی اور دو قایمہ پیدا کرتا ہی



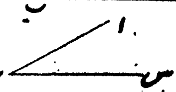

۹ — زاویہ کی تین قسمین ہین یعنے قایمہ حادہ اور منفرجہ

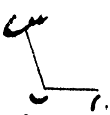
۹ — زاویہ قایمہ بابین دو خط مستقیم کے ہوتا ہی جو کہ ایک دوسری پر عمود ہین جیسے

اب س

۱۰ — زاویہ حادہ وہ ہی کہ

قایمہ سی چھوٹا ہو جیسی کہ زاویہ اب س کا



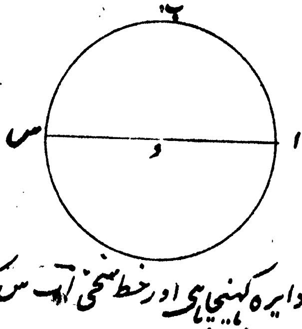

۱۱ — زاویہ منفرجہ اسکے تئین کہتے ہین کہ بزرگتر قایمہ سے ہو جیسے کہ زاویہ اب س کا

۱۲ — دایرہ ایک شکل مسطح ہی

جو کہ ایک خط مستقیم و ا کو اوسکے

انجام کے ایک نقطہ پر گردش

دینی سے پیدا ہوتا ہی




۱۳ — مرکز دایرہ نقطہ و ہی گرد جسکے کہ دایرہ کہینچا ہی اور خط منحنی ا ح س کو محیط دایرہ

کہتے ہین اور وہ اکثر ۳۶۰ درجو مین منقسم ہوتا ہی

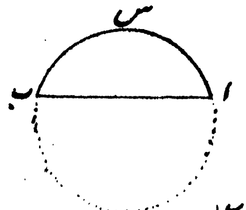
۱۴ — قطر دایرہ ایک خط مستقیم ہی جو کہ مرکز سے گذر کے دونو

طرف محیط دایرہ پر منتہی ہوتا ہی جیسے کہ خط ا و س بیچ شکل نمبر ۱۲ اسکے

# باب اول سطوح کے بیان مین

۱۵ — قوس جزو دایرہ ہے

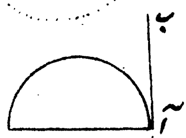
جیسا کہ اب س




۱۶ — وتر ایک خط مستقیم ہے

جو کہ قوس کے دو نو طرفون کو

واصل ہوتا ہے جیسی کہ خط اب

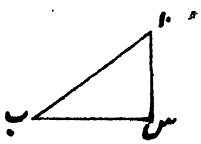



مماس ایک خط مستقیم ہے جو کہ قطر

دایرہ کے انجام پر عمود ہوتا ہے جیسا کہ آب

۱۷ — تمام اشکال مسطح جو کہ تین خطوط مستقیم سے محیط ہین مثلث کہلاتے ہین اور وہ

موافق خواص خطوط اور زاویون کے موسوم بنام مختلف ہین




۱۸ — جس مثلث مین کہ ایک زاویہ قایمہ ہے اوسکو مثلث قایمۃ الزاویہ کہتے ہین

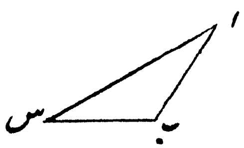
اور خط مقابل زاویہ قایمہ کو وتر قایمہ اور باقی دونو خطوط کو ساقین

کہتے ہین جیسے کہ مثلث اب س اب وتر قایمہ اور ب س اور اس ساقین ہین

۱۹ — مثلث حادۃ الزاویہ وہ ہے جسمین تمام زاویے

حادہ ہون جیسے کہ مثلث اب س

۲۰ — مثلث منفرجۃ الزاویہ وہ ہے کہ جس مین ایک زاویہ منفرجہ ہو جیسے کہ مثلث




اب س جسمین کہ زاویہ

اب س منفرجہ ہے

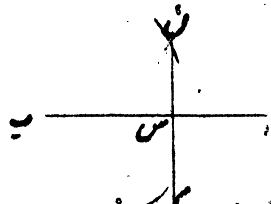
۲۱ تمام اشکال مسطح جو کہ چار خط سے محیط ہین ذوالاربعۃ الاضلاع کہلاتے ہین اور

---

نصف دایرہ مین ۱۸۰ درجے اور چہارم حصہ دایرہ مین ۹۰ درجے اور اوسکے

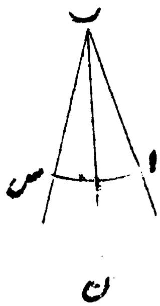
چھٹی حصہ مین ۶۰ درجے اور ہشتم حصہ مین ۴۵ درجے ہوتے ہین

## باب اول سطوح کے بیان میں




نقطہ آ اور ب کو مرکز گردان کر کسی فاصلہ پر جو کہ نصف آ ب سے بڑا ہو دو قوسین کھینچو اس طریق سے کہ وہ نقاط ن اور م پر تقاطع کریں درمیان ان نقطوں کے خط ن س م واصل کرو نقطہ س جہانکہ وہ خط خط آ ب کو کاٹتا ہے تنصیف خط آ ب کے ہوگا

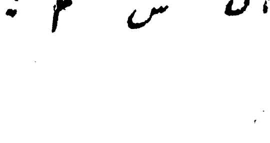
### شکل دوسری




زاویہ مفروضہ آ ب س کو دو برابر حصوں میں تقسیم کیا چاہتے ہیں نقطہ ب سے کسی بعد پر قوس آ س کھینچو اور بعد ازان نقاط آ اور س کو مرکز گردان کر دو قوسین اس طریق سے کھینچو کہ کسی ایک نقطہ پر مثلا ن پر تقاطع کریں اور نقاط ب اور ن میں ایک خط واصل کرو تو وہ زاویہ مطلوبہ آ ب س کو تنصیف کرے گا

### شکل تیسری

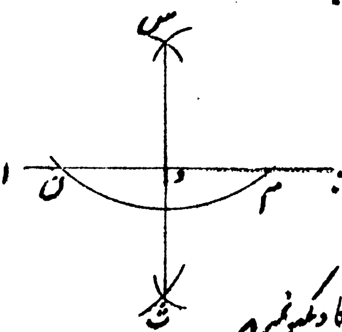
چاہتے ہیں کہ نقطہ مفروضہ س سے کسی خط مستقیم آ ب پر ایک عمود قایم کریں




نقطہ س کے دونو طرف برابر فاصلہ پر س ن اور س م فرض کرو اور نقاط ن اور م سے کسی فاصلہ پر جو کہ ن س اور م س سے بڑا ہو دو قوسین کھینچو کہ نقطہ ر پر باہم کاٹیں اور بعد ازان نقاط س اور ر میں خط ملاو تو وہ عمود مطلوبہ ہوگا

39 — شکل چوتہی

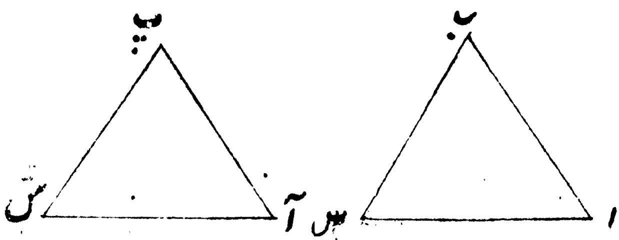
چاہتی ہین کہ نقطہ مفروضہ س سے جو کہ خط اب کے باہر ہے ایک عمود قایم کرین نقطہ س سے کسی فاصلہ پر ایک قوس ن م جو کہ اب کو نقطہ ن اور م پر کاٹین کہنچو تب نقطہ ن اور م سے کسی فاصلہ پر جو کہ ن دیم د سے زیادہ ہو دو قوسین کہنچو تو وہ ایک دوسرے کو کسی نقطہ پر شلاث پر کاٹینگے بعد ازان درمیان نقاط س اور ش کے خط س د ث واصل کرو تو یہہ خط عمود ہوگا دیکھو نمبر ۸




## باب دوم مثلثون کی خواص کے بیان مین

40 شکل اول

جبکہ ایک خط اور دو زاوے ایک مثلث کے ایک خط اور دو زاویون دوسرے مثلث کے یعنی ہر واحد اپنے نظیر کی برابر ہونگے تو باقی زاویہ اور اضلاع دونو مثلث کی اپنے اپنے نظیر کے برابر ہونگے اور مثلث مثلث کے




دونو مثلثون مرقومہ بالا مین خط آس برابر خط آش کے ہی فرض کرو کہ ایک مثلث کو دوسرے مثلث پر رکہین بہین طریق کہ اس آش پر منطبق ہو تو باقی اضلاع مثلث اول کے دوسری مثلث کے باقی اضلاع پر منطبق ہونگے کیونکہ زاویہ آ اور س زاویہ

۱۲ آ آ اور ش [illegible] سے کے برابر ہین اسی باعث سی نقطے ا اور س نقطے آ اور ش سے منطبق ہونگے

## شکل دوم

۱۳ - اگر دو خط اور ایک زاویہ بیچ ایک مثلث کا دوسرے مثلث کی دو خط اور ایک زاویہ بیچ کے برابر ہون یعنی ہر واحد اپنے نظیر کی تو دونو مثلث باہم برابر ہونگے

مثلث اب س اور آپ ش مین اگر زاویہ ب زاویہ پ کے اور ضلع اب ضلع آپ کے اور ضلع ب س ضلع پ ش کے برابر ہون تو جس وقت کہ ایک مثلث کو تو ہم دوسرے مثلث پر منطبق کرین اور زاویہ ب کو زاویہ پ پر تو نقطہ ا نقطہ آ پر منطبق ہوگا اور نقطہ س نقطہ ش پر منطبق ہونگے اور اسی سبب سے ضلع اس ضلع آش پر [illegible] دیکھو

## ۱۴ - شکل سیوم

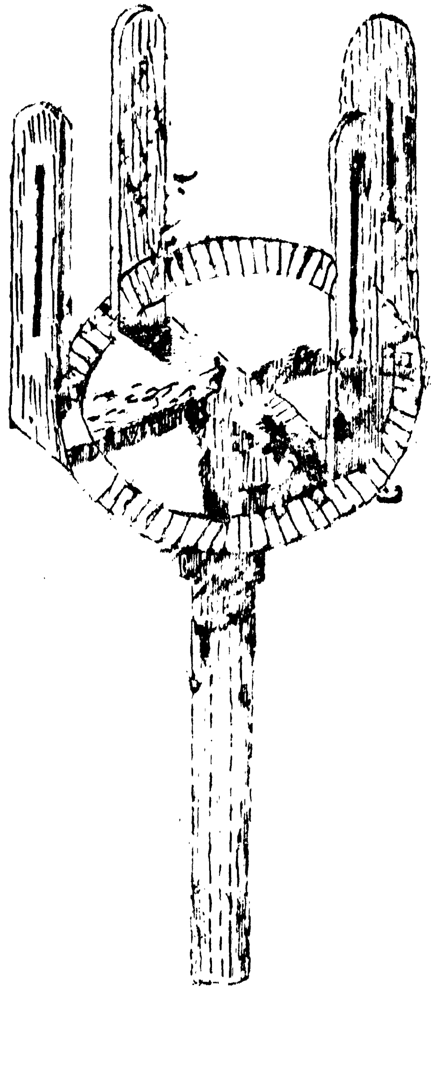
اگر دو مثلث کے زاوی متناظرہ برابر ہون مگر اضلاع نظایر مساوی نہین تو اون کے اضلاع متناسب ہونگی یعنی جو نسبت کہ ایک مثلث کا ایک ضلع دوسری مثلث کی ضلع متناظرہ کو رکھتا ہے وہی نسبت باقی اضلاع مثلث اول کے باقی اضلاع مثلث ثانی کو یعنی ہر واحد اپنے نظیر کو رکھیگا

## مثال

اگر تین زاوے مثلث اب س تینون زاویون متناظرہ مثلث آپ ش کی برابر ہون یعنی زاویہ آ زاویہ ا کی اور زاویہ ب زاویہ پ کی اور زاویہ س زاویہ ش کی برابر ہون تو چھوٹا مثلث بڑی مثلث پر آجاوی گا جیسا کہ شکل بالا مین نقطہ دار خط سی ظاہر ہی ــــ ضلع اب ضلع آپ کو وہی نسبت رکھتا ہے جو کہ ضلع اس اش کو رکھتا ہی یعنی اگر ایک مثلث کا ایک ضلع دوسرے

دوسرے مثلث کی ضلع متناظرہ سے دو چند یا سہ چند یا دہ چند ہو تو باقی اضلاع مثلث ۱۳

چونکہ یہہ شکل کتاب مین بیچ قد وقامت کے کم اور بڑی
لکھی تھی اسلئے اوسکو علیحدہ ورق پر لکھہ کر چھپوایا گیا۔



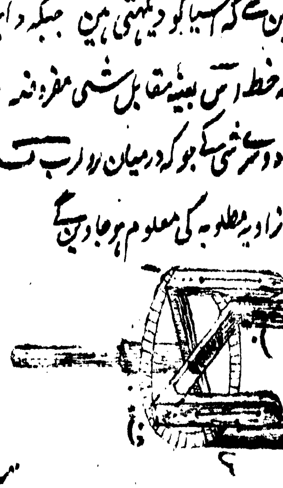
دوسرے مثلث کی ضلع متناظرہ سے دو چند یا سہ چند یا دہ چند ہو تو باقی اضلاع مثلث اول کے موافق نسبت گذشتہ کی دو چند یا سہ چند یا دہ چند ضلع متناظرہ مثلث ثانی سے ہونگے

## شکل چہارم

۴۳ — مثلث کی تینوں زاویون کا مجموعہ دو قایمون کے برابر ہے نمبر ۲۶ مین بیان کیا ہے کہ زاویہ قایمہ مین ۹۰ درجے ہوتے ہین اوس حساب سی دو قایمون مین ۱۸۰ درجے ہونگی مثلث کے تینوں زاویون کا مجموعہ ۱۸۰ درجے ہی

۴۴ — چہار اشکال مرقومہ بالا نہایت دلچسپ مسایل حل کرنیکی واسطے کام اتی ہین کیونکہ اونکی جاننے سے زاویون اور زمین پیمایش کرنیکے واسطے صرف احتیاج جریب اور آلات کی پڑتی ہی — الات مفصلہ ذیل معہ مدارج نقش کی گی گرد دایرہ کے بن سکتے ہین

۴۵ — متحرک اول ب د ف بہ نسبت رول اوس کے کچھ چھوٹا ہی اور نقطہ د پر بہتا ہے اوس فرح مین جو کہ دونوں دل کی انجام پر استادہ ہی اور سی نیچی تک ایک لمبا سوراخ ہی جسمین سے کہ اشیا کو دیکھتی ہین جبکہ دایرہ پیمایش کو کسی تپائی پر اس طرح سے رکھین کہ خط اس بعینہ مقابل شی مفروضہ س کے ہو اور دوسرا خط ب ت بعینہ مقابل دوسری شی کے جو کہ درمیان رول ب ت اور اس کی ہو تو محیط دایرہ پیمایش پر درجے زاویہ مطلوبہ کی معلوم ہو جاوینگے



## باب دوم مثلثون کے خواص کی بیان مین

۴۴ — پروٹریکٹر ایک چھوٹا الہ ہی بشکل دایرہ یا نصف دایرہ — اوسپر مدارج زاویہ ۱۴
مرسوم ہوتے ہین شکل مرقومہ بالا شبیہ پروٹریکٹر کی ہی — زاویہ پیمایش کیے ہوی کو اوپر زمین کے اس الہ سی کاغذ پر نقل کرسکتے ہین — ترکیب اوسکی یہہ ہی کہ جس جگہ زاویہ کھینچنا منظور ہو اوس جگہ کاغذ پر مرکز الہ کو رکھو تب ایک خط مرکز سی طرف س کے کھینچو اور بعد ازان جتنے درجون کا کہ زاویہ بنانا منظور ہو اوتنی درجی محیط دایرہ پر دیکھو اور اوس مقام پر نشان کرلو اور تب درمیان مرکز الہ ف اور اوس نشان کے ایک خط کھینچو تو زاویہ مطلوبہ بنجاویگا — اگر طریق استعمال ان الات کا بخوبی سمجھہ مین اجاوی تو حل کرنا اگی انے والے اشکال کا بہت اسان ہے

### مسئلہ اول

۴۷
ایک شخص دریای تیز رو کے کناری پر کھڑا ہی اور دریا ایسا عمیق ہی کہ وہ اوسکو عبور نہین کرسکتا مگر چاہتا ہی کہ اوسکی عرض کو پیمایش کرے پس کیونکر اوسکا عرض ملیگا

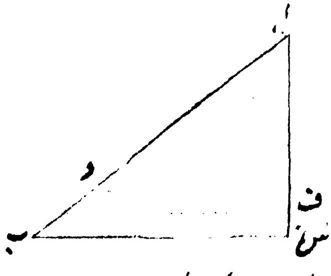
فرض کرو کہ اف دریا ہی — عرض دریا کی پیمایش کی ترکیب یہہ ہی کہ دریا کے جسطرف وہ کھڑا ہی اوسی طرف خط ب س پیمایش کرے اور تب دایرہ کو نقطہ ب پر رکھکر ایک قطر کو یعنہ مقابل س کے اور دوسرے قطر کو طرف کسی اونچی چیز د کی مقابل ب کی دوسری طرف دریا کی لاوے بعد ازان زاویہ کو درمیان پیمایش کی ہوئی خط ب س اور خط ب د کی ماپنے اوسکے بعد نقطہ س پر جاکر [illegible] خط س د اور س ب کے بیچ زاویہ گذشتہ پیمایش کرے

## باب دوم مثلثوں کے خواص کے بیان میں

مثلاً اگر زاویہ س ۵۴ درجوں کا ہو اور زاویہ ب ۸۵ درجوں کا اور خط پیمایش کیا ہوا 15
۴۰۰ ہات کا تو ایسی جگہ پر جہاں کہ اتنا بڑا مثلث بن سکتا ہی جا کی ایک خط ۲۰۰
ہات کا اور دو زاوی انجام خط سی ب آ اور س کی برابر بنا دی اور تب خط ب د اور
س د کو اخراج کرے جب تک کہ وہ باہم ملین ـــ بموجب نمبر ۴ کے یہ مثلث اوس
مثلث کی برابر ہوگا جو کہ بسبب حایل ہونے دریا کے تمام نہین بن سکتا تہا اوس مثلث
کا ضلع س د جسکو پیمایش کر سکتے ہو دوسرے مثلث کی ضلع ب د کی یعنی عرض
دریا کی برابر ہوگا فہو المراد

48 مسئلہ دوم

چاہتی ہین کہ ایک اونچی مینار کی بلندی زمین پر سے پیمایش کرین مثلاً مینار ا س کا




ترکیب اسکی پیمایش کی یہہ ہی کہ خط س ب کو پیمایش کرو اور جہکہ ایک قطعہ دایرہ کا
یعنی مقابل س کے ہی نقطہ ب سے دوسری قطر کو اوکی سیدہ پر اسطرح تی
سے کہ زاویہ ب پیمایش ہو سکے لاو چونکہ اس زمین پر عمود ہے تو زاویہ س
قایمہ ہوگا اس صورت مین بعد پیمایش زاویہ ب کے ایک خط اور دو زاوی

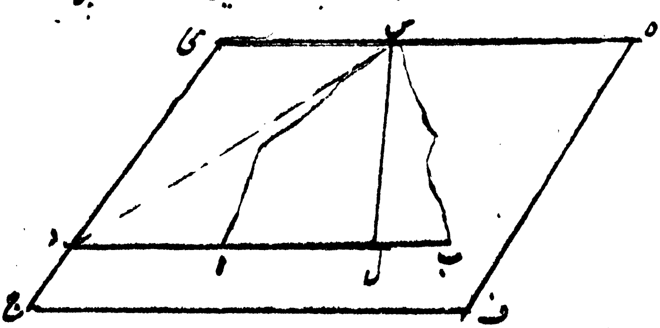
دایرہ کو زمین پر رکہنے کی تکلیف رفع کرنیکی واسطے ہم اسی دو یا تین فیٹ زمین سے
اونچا رکہتی ہین مثلاً د پر جیسا کہ ارتفاع مثلث کا پیمایش ہوگا اوس پر ۵
دو یا تین فیٹ زیادہ کے چاہین تا کہ مینار کی بلندی معلوم ہو جاوے

دو زاوے ب اور س متصل اوسکے معلوم ہووے بموجب نمبر ۴۰ کے ایسی جگہ مثلث بنا سکتے ہین جہانکہ ضلع ا س یا ب آسانی پیمایش ہو سکےگا

۴۹ — بلندی ایک سیدہی مینار کی ایک اور ترکیب سے یعنی اوس کا سایہ ناپنی سے دریافت ہو سکتی ہی ایک بانس منیا ہوا لیکر سیدہا کہڑا کرد اور اوس کا سایہ ناپو اگر بانس کا سایہ بانس سے دو چند یا سہ چند ہو گا تو سایہ مینار کا بہی اوسی وقت مینار سے اوتنا ہی بڑا ہو گا جتنا کہ سایہ بانس کا بانس سے بڑا ہی — فرض کرو کہ سایہ بانس کا تین ہات ہی اور بانس خود ایک ہات کا تو اگر اوس وقت سایہ مینار کا ١٥٠ ہات ہو تو ہم بشک ولا ریب جانینگی کہ مینار ٥٠ ہات کا ہو گا

٥٠ مسئلہ سیوم

فرض کرو کہ بلندی ایک پہاڑ کے جسکی گرد میدان واقع ہی پیمایش کیا چاہتی ہین چونکہ وہ پہاڑ مثل ستون سیدہا نہین ہے تو وہ مانند شکل مرقومہ بالا کے پیمایش نہین ہو سکتا ہی — ایک اور ترکیب اوسکے پیمایش کرنیکی واسطے چاہیے وہ ترکیب یہہ ہے




فرض کرو کہ ا ب س ایک پہاڑ ہے اور ی ف ج ہ ایک میدان گرد نواح اوسکے واقع ہی — پہاڑ سے تہوڑے فاصلہ پر خط د ی پیمایش کرو اور اوس خط کی انجام سے دو زاوے جو کہ خطوط موسومہ ی س اور د س سے بنتی ہین ناپو

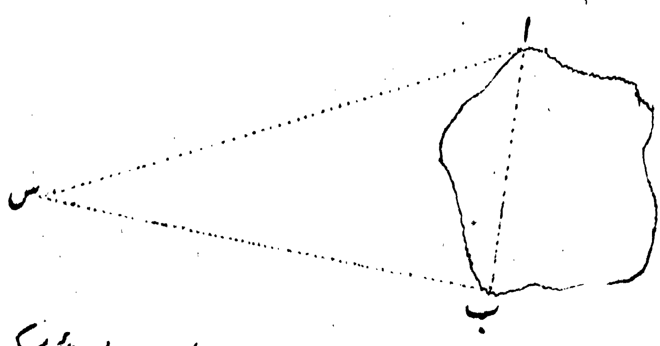
زاویہ س ی د
زاویہ ی د س

مانو جبکہ ایک خط اور دو زاویے متصل اوسکے معلوم ہو گئے تو بطریق گذشتہ کسی اچھی جگہہ پر ایک مثلث بنا سکتی ہین اور خط د س کو ناپ سکتی ہین بعد اسکے نقطہ د سے زاویہ د کو جو کہ مابین خطوط د س اور س خط موہوم کے جو کہ زمین پر طرف دامن پہاڑ کی جاتا ہے پیمایش کرو — چونکہ بلندی پہاڑ کی پیمایش کیا چاہتے ہو تو زاویہ د ل س قایمہ ہوگا پس ہمکو دو زاویے اور ایک خط مثلث د ل س کی معلوم ہو گئی ہین — چونکہ ہر مثلث کی تینو زاویون کا مجموعہ دو قایمون کے برابر ہی تو دونو زاویون کا مجموعہ اگر دو قایمون میں سے منہا کرین تو باقی بیشک مثلث کا تیسرا زاویہ ہوگا ایک خط اور دو زاویے د اور س اوپر اوس خط کے جسکا کہ طول پیشتر پیمایش کیا تھا معلوم ہو گئے ہین تو اب ایک مثلث بنا کر خط س ل یعنی بلندی پہاڑ کی پیمایش کر سکتے ہین

زاویہ س د ل

۵۱ — مسئلہ چہارم

فرض کرو کہ فاصلہ درمیان آ اور ب کے معلوم کیا چاہتے ہین اوس صورت مین کہ ہم آ سی ب تک نہین جا سکتی ہین مگر س سے ب اور آ تک جا سکتی ہین




اس صورت مین خطوط آ س اور ب س اور زاویہ س کو پیمایش کیا چاہیے بعد اسکے بموجب نمبر ۴۱ کی جس جگہہ کہ دو زاویے تھا چاہین ایک مثلث بنا کر خط آ ب کو

پیمایش کرین

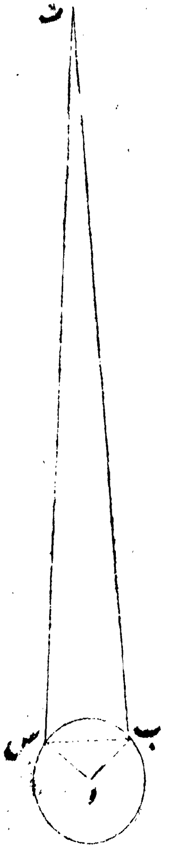
۵۲ — ہمنے اوپر بیان کیا ہی کہ تمام مسایل مرقومہ بالا زمین پر مثلث بنانے سے حل ہو سکتے ہین مگر یہہ دقت کرنے کچھہ ضرور نہین کیونکہ بموجب نمبر ۴۹ کی مثلث متناسب بنانے سے وہی مطلب بر آتا ہی جو کہ مثلث برابر بنانے سے مثلث متناسب کے خطوط بجای برابر ہونیکے متناسب ہونگے

مثال

نمبر ۴۷ مین ہمنے خط ب س کا طول دریافت کیا تہا فرض کرو کہ وہ ایک ہزار گز کا تہا اگر بجای ہزار گز کے تختہ کاغذ پر ۱۰ انگل کا ایک خط کہینچین تو ہر ایک انگل اوس خط جو کہ کاغذ پر کہینچا ہے بجای اوسکے سو گز کی ہوگا — خط ب س کی انجام سے دو زاویئے ب اور س اون زاویون کے برابر جو کہ زمین پر پیمایش کئے تہے بناو اور اون خطوط کو خارج کرتے جاو جب تک کہ وہ ملین اور بعد ازان ہوشیاری تمام نقطہ ب د کو پیمایش کرو ہر ایک انگل بہر خط ب د کا اوس خط کی سو گز کی برابر ہوگا جو کہ پار دریا کے گذرتا ہے

۵۳ — ایک مثلث دوسری مثلث کے متناسب بنا سکتی ہین بغیر ازالہ پیمایش زاویہ کی مثال مرقومہ بالا نمبر ۴۷ مین فرض کرو کہ ایک چٹھی میز ہے نقطہ ب سے بمدد ایک رول کی ایک خط بہوم عینہ س کی سیدہ پر اور دوسرا بعینہ د کی سیدہ پر کہینچو اور بعد ازان خط ب س کو پیمایش کرکے کاغذ پر ایک خط کہینچو جس کا ایک ایک انچ یا دو دو انچ زمین کے سو سو گز کے بجای ہو جس جگہہ کہ کہڑا ہی ہو اوس جگہہ سے میز کو نقطہ س پر لیجاو اور خط ب س کو کاغذ پر بسمت ب اور متحرک کرو لیکر ب سی ڈیر رکھو خطوط ب د اور د س کا سمت اس طریق سے تحقیق ہوا اب اگر ان خطوط کو کہینچین تو وہ

تو وہ نقطہ د پر ملین گے اب خط ب د کو منبر پر پیمایش کیا چاہیے اور جتنے انچ کا کہ وہ خط
ہی اونچے ہے سو گز کا خط زمین پر ہوگا ۴ ہ چونکہ زمین کے جسامت معلوم ہے تو




بموجب مرقومہ بالا کے زمین اور افتاب کے فاصلے کے ترکیب
پیمایش قیاس کر سکتے ہین فرض کرو کہ دو شخص بڑے
فاصلے پر ایک دوسرے سے ایک ہی نصف النہار پر آفتاب
کو وقت دوپہر کے دیکھتے ہین اور زاویہ جو کہ مابین
دو خطون کے ایک درمیان افتاب اور اوس شخص کے دوسرا
درمیان اوس شخص کے اور مرکز زمین کے ہے پیمایش
کرتے ہین اگر فاصلہ درمیان دونون شخصون کے معلوم ہے
تو وہ مثلث اب س کو پیمایش کر سکتے ہین — اس
فاصلہ کو اگر درجون مین بیان کرین تو زاویہ آ معلوم
ہو جاویگا اور ازبسکہ اس مثلث کے دونون خطون
مین سے ہر واحد زمین کے نصف قطر برابر ہے اور زمین
کے نصف قطر ہمکو معلوم ہے پس اگر از روے
نمبر ۱۷ کے اس مثلث کو پیمایش کرین کے تو زاویہ اب س اور اس ب معلوم ہو جاوین گے
ہر واحد کو اوس زاویہ مین سے منہا کرین جو کہ اوسی نقطہ پر درمیان دو خطون کے ایک
درمیان افتاب اور اوس شخص کے اور دوسرا درمیان مرکز زمین اور اوس شخص کے واقع ہے
باقی ہر واحد ہر واحد کے جداگانہ زاویہ ت ب س اور ت س ب کے برابر ہوسکے چونکہ خط
یعنی مثلث اب س کا اس طریق سے معلوم ہو گیا اور پیشتر دونون زاویہ متصل اس خط کے در ... تو اب
بموجب نمبر ۱۷ اور ۲۰ کے مثلث [illegible]

اوسی اتنا معلوم ہوا ہی کہ فاصلہ درمیان زمین اور افتاب کے پیمایش کرنا ممکن ہے اور حقیقت مین فاصلہ درمیان زمین اور افتاب کے بہت صحیح دریافت کیا ہی ۔ ٥ وسیلہ تحقیق کرنے کے واسطے تہوڑے سے ترکیبات اوپر بیان کئی ہین لیکن پیمایش کرنا بعضی خطوط کا زمین پر اور کہینچنا خطوط کا جو کہ مناسب ہو خطوط زمین سے کبہی بہت صحیح نہین ہوسکتا ہی اور اس سبب سے ترکیبات مذکور کا نتیجے نہین ۔ علم مثلثات مین بدون مثلث بنانے کے خواہ کاغذ پر خواہ زمین پر فاصلہ دریافت ہوسکتا ہی



پیمایش کسی سطح کے جو کہ درمیان خطوط محدود کے ہے مساحت کہلاتے ہے ۔ سطح انچ مربع یا گز مربع یا فیٹ مربع سے پیمایش ہوتا ہے

## مسلہ اول

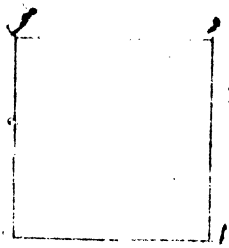
مساحت ایک مستطیل کے خواہ مربع ہو خواہ قایم الزاویہ کیونکر دریافت کرین

## قاعدہ

اوسکے طول کو عرض سے ضرب دو حاصل ضرب اوسکے مساحت ہوگے ۔ چونکہ مربع کا طول اور عرض برابر ہوتا ہی تو اوسکے مساحت دریافت کرنیکی واسطے اوسکے ایک ضلع کو فی نفسہ ضرب دیا جاتا ہے

## تیسرا باب پیمایش سطوح کے بیان مین

### مثال

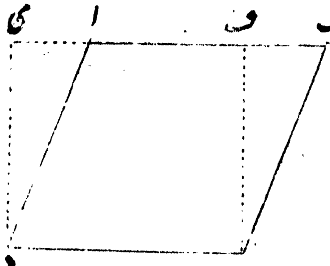



مساحت مربع اب س د کی جبکہ ہر ایک ضلع ۵ فٹ کا ہے دریافت کیا چاہتی ہین - اگر ۵ کو ۵ سے ضرب دین تو حاصل ضرب ۲۵ ہوگی پس معلوم ہوا کہ مربع اب س د مین ۲۵ فیٹ مربع ہین جیسا کہ اس شکل کے دیکھنے سے صاف ظاہر ہے

اگر شکل قایم الزوایہ کا ایک ضلع ۶ یا ۷ یا ۱۰ فیٹ کا ہو اور دوسرا ضلع ۵ فیٹ کا تو بموجب قاعدہ مرقومہ بالا کے دونون ضلعون کو باہم ضرب دینے سے اوسکی مساحت معلوم ہو جاوے گی - علاوہ مربع یا قایم الزوایا کے اگر سیپے اور مستطیل کے پیمایش کرنے منظور ہو تو دونو ضلعون کو باہم ضرب نہ دیا چاہیے بلکہ ایک ضلع کو اوس عمود مین جو کہ ضلع مقابل سے اوس خط پر قایم ہے ضرب دینا چاہیے

### مثال

مساحت اب س د کے دریافت کری چاہتی ہین - ضلع د س کو عمود ف س کی ضرب کرو حاصل ضرب مساحت مستطیل کے ہوگے



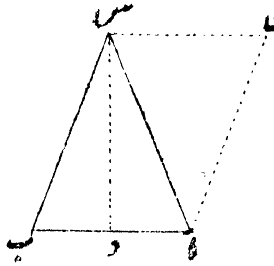

یہ مستطیل برابر شکل قایم الزاویہ ی ف س د کے ہے کیونکہ مثلث ا د ی جو کہ شکل قایم الزاویہ کے اندر ہے اور مثلث س ف ب جو کہ اوسکے باہر ہے باہم برابر ہین تو اس صورت مین صاف ظاہر ہے کہ سطح شکل ذو الاربعہ الاضلاع سطح شکل قایم الزوایا کے برابر ہے

## تیسرا باب پیمائش سطوح کے بیان مین

### مسئلہ دوم

سطح مثلث ا ب س کا کیونکر دریافت کرین

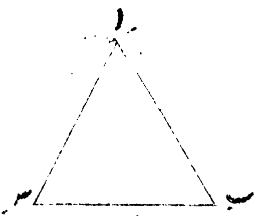
### مثال




اگر مثلث ا ب س کا قاعدہ ۱۰ فیٹ کا ہی اور ارتفاع د س ۷ فیٹ کا تو اوسکے مساحت کیا ہوگے مثلث ا ب س نصف مستطیل ا ب ی س ہے

اور چونکہ پیمائش مستطیل ا ب ی س کے خط ا ب کو عمود د س مین ضرب دینے سی ہوتی ہے جیسا کہ اوپر بیان کیا ہی تو مساحت مثلث کے اوسکی حاصل ضرب کے نصف کے برابر ہوگے یعنی نصف ۱۰ کو ۷ سی ضرب کرو حاصل مساحت مثلث کے ہوگے

۵۹ مسئلہ سوم




جس مثلث کے کہ تینو اضلاع معلوم ہین اوسکی مساحت کیونکر دریافت کرین ظاہر ہی کہ اس شکل کو کاغذ پر مثلث متناسب بنانے سے ماپ سکتے ہین ترکیب یہ ہی کہ کاغذ پر ایک خط متناسب کسی خط معلوم کے کھینچو اور بعد ازان پرکار کو اوس خط کے ایک انجام سی دونون باقی خطون مین سے ایک کے متناسب فاصلہ پر دایرہ کھینچو اور بعد ازان دوسرے انجام سی دوسرے خط کے متناسب فاصلہ پر دایرہ مرتسم کرو تو نقطہ جہانکہ وہ دونو قوسین باہم کاٹتے ہین ارتفاع مثلث کے انتہا ہوگے اور اگر درمیان ہر ایک انجام خط مفروضہ اور نقطہ تقاطع کے

تقاطع کے خطوط واصل کرین تو مثلث بن جاوے گا — مثلاً فرض کرو کہ مثلث مفروضہ کا ایک ضلع ۱۰۰ گز کا دوسرا ۱۵۰ کا اور تیسرا ۲۰۰ گز کا ہی — ہم ۲۰ گز کو ایک انچ فرض کرتے ہین اور اس حساب سے بجای ۲۰۰ گز کے ۱۰ انچ کا ایک خط کاغذ پر کہینچتے ہین بعدازان اوس خط کے ایک انجام کو مرکز گردان کے ۷½ انچ کے فاصلہ پر جو کہ بجای ۱۵۰ گز کے ہی قوس کہینچتے ہین اور پھر دوسرے انجام خط کو مرکز گردان کے ۵ انچ کے فاصلہ پر جو کہ بجای ۱۰۰ گز کی ہی ایک قوس کہینچتے ہین ایسے طور سے کہ قوس اول کو کاٹے نقطہ تقاطع اور دونو مرکزون مین خطوط کہینچے اور بعدازان بلندی اور مساحت اس مثلث کے دریافت کرتے ہین اسی مساحت بڑی مثلث کی بھی دریافت ہو جاویگی جبکہ ہر ایک انچ کو چارسو گز تصور کرو کے مثلث کی مساحت پانیکی ترکیب ایک اور بھی ہے

قاعدہ

نصف مجموعہ اضلاع مثلث سے تینون ہر ایک ضلع مثلث کو فرداً فرداً نقصان کرو تب نصف مجموعہ اضلاع مثلث کو تینو باقیون مین تنواتر ضرب کرو حاصل کا جذر مساحت مثلث ہوگے مثلاً مثلث اب س کا ضلع ب س ۱۳ اور ضلع س ا ۱۴ اور ضلع اب ۱۵ ہے تو اوسکے مساحت کتنی ہوگے —

$$\frac{۱۳+۱۴+۱۵}{۲} = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

۲۱ − ۱۵ = ۶ ، ۲۱ − ۱۴ = ۷ ، ۲۱ − ۱۳ = ۸

۲۱ × ۶ = ۱۲۶
۱۲۶ × ۸ = ۱۰۰۸
۱۰۰۸ × ۷ = ۷۰۵۶ ، جذر = ۸۴

## مسئلہ چہارم

اگر مثلث قایم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہون تو اوس کا تیسرا ضلع کیونکر پاوین

اول جبکہ دو ضلعے مثلث کے معلوم ہون تو وتر قایمہ کسطرح دریافت کرین

### قاعدہ

مربع دونو خطون کا جمع کرو حاصل جمع کا جذر وتر قایمہ ہوگا

دوم اگر وتر قایمہ اور ایک خط مثلث کا معلوم ہو تو دوسرا خط کیونکر دریافت کرین

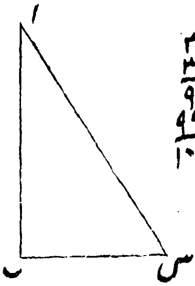
### قاعدہ

مربع وتر قایمہ مین سے مربع خط معلومہ منہا کرو اور باقی کا جذر لو تو وہ دوسرے خط کے برابر ہوگا

### مثال قاعدہ اول

مثلث قایم الزاویہ ا ب س مین قاعدہ ا ب ۵۶ ہی اور عمود ب س ۳۳ تو وتر قایمہ کتنا ہوگا

ا ب = ۵۶     عمود ب س = ۳۳




۵۶ × ۵۶ = ۳۳۶ + ۲۸۰ = ۳۱۳۶

۳۳ × ۳۳ = ۹۹ + ۹۹ = ۱۰۸۹

۳۱۳۶ + ۱۰۸۹ = ۴۲۲۵ (۶۵

۳۶ — ۱۲۵ — ۶۲۵ — ۶۲۵ — ۰

جواب ۶۵

### مثال قاعدہ دوم

اگر وتر قایمہ ا س ۵۳ ہو اور قاعدہ ا ب ۴۵ تو عمود ب س کتنا

سکتا ہوگا

اس = ۵۳ ، ۵۳ ، ۱۵۹ ، ۲۶۵ ، ۲۸۰۹

اب = ۴۵ ، ۴۵ ، ۲۲۵ ، ۱۸۰ ، ۲۰۲۵

۲۸۰۹
۲۰۲۵
۷۸۴ (۲۸
۴
۴۸) ۳۸۴
۳۸۴
×

جواب عمود ب س ۲۸ ہوگا

سوال

اگر فصیل ۲۸ فیٹ بلند ہو اور ایک خندق اوس فصیل کے نیچی ۴۵ فیٹ چوڑی ہو تو کتنا بڑا ایک چوبی زینہ بنادین کہ انتہای بلندے فصیل تک پہونچے

جواب ۵۳ فیٹ

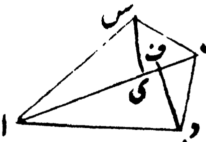
شکل پنجم

۶۱

سطح شکل منحرف کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

اوسکے دو مقابل کے زاویون مین ایک خط واصل کرو تاکہ وہ دو مثلثون مین منقسم ہو بعدازان مساحت دونو مثلثون کے جداگانہ پیمایش کرو اور دونو کو جمع کرو حاصل جمع مساحت منحرف ہوگی




مثال

شکل اس ب د کا قطر اب ۸۴ فیٹ ہے اور عمود س ی ۲۸ فیٹ اور عمود د ف ۲۲ فیٹ تو اوسکے

اوسکے مساحت کتنے ہونگے

$\overline{\text{اب}} = ۸۴$
۱۴
۳۳۶
۸۴
۱۱۷۶ = مساحت $\overline{\text{اب س}}$ کی ہی

اب ۸۴
عمود ۲۱
۸۴
۱۶۸
۱۷۶۴ = مساحت مثلث $\overline{\text{اب د}}$ کی ہی

۱۱۷۶ + ۱۷۶۴ = ۲۹۴۰ = مساحت $\overline{\text{اس ب د}}$ کی ہی

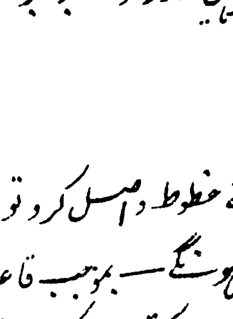
۹۲

## شکل ششم

جس شکل کثیر الاضلاع کے کہ اضلاع متساوی ہین اور زاوے برابر اوسکے مساحت کیونکر پاوین

### قاعدہ

درمیان مرکز شکل اور اوسکی تمام زاویون کے خطوط واصل کرو تو جتنے کہ اوس شکل مین اضلاع ہین اوتنی ہی مثلث پیدا ہونگے بموجب قاعدہ [نوسہ] الصدر کی مساحت ہر ایک مثلث کی علحدہ علحدہ دریافت ہوسکتی ہی جبکہ مساحت ہر مثلث کی جداگانہ معلوم ہوگے تو اونکو جمع کرلینا چاہیئے حاصل جمع مساحت شکل کثیر الاضلاع ہوگے مساحت اسکی ایک اور ترکیب سی بھی دریافت ہوتی ہی



### قاعدہ

مجموعہ اعداد اضلاع شکل کو اوس خط سے جو کہ مرکز سے کسی ضلع پر عمود ہے

ہی ضرب دو نصف یا حاصل اسکے ہا ہوگے

مثال

شکل مخمس اب س د ی کا ہر ضلع ۲۵ فٹ کا ہے اور عمود مرکز سے
۱۷ تو اوسکے مساحت کتنی ہو گے

اب = ۲۵
۵

۱۲۵
۱۷

۸۷۵
۱۲۵

۲ / ۲۱۲۵

۱۰۶۲½ جواب

شکل مسدس کا ہر ضلع ۱۴ فیٹ کا ہے اور عمود ایک خط پر ۱۲ فیٹ کا
تو اوسکی مساحت کتنی ہو گے

۱۴
۱۲

۲۸
۱۴

۱۶۸
۶

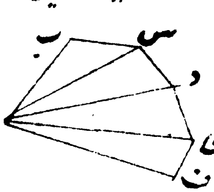
۲ / ۱۰۰۸

۵۰۴ مساحت مسدس

۶۳ —

شکل ہفتم

مساحت شکل منتظم کثیر الاضلاع مثلا اس شکل کے کیونکر دریافت کرین




قاعده

تقسیم کرو شکل کو درمیان مثلثوں کے تب ہر ایک
مثلث کو علحده علحده پیمایش کرو

اور من بعد اونکو جمع کرو مجموعہ کل کا مساحت شکل مطلوبہ کے ہونگے

## شکل ششم ۴۴

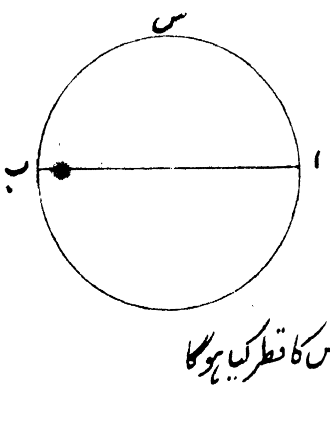
جس دایرہ کا کہ قطر معلوم ہے اوس کا محیط اور جس کا محیط معلوم ہے اوس کا قطر کیونکر پاوین

### قاعدہ

قطر دایرہ محیط دایرہ سے تقریباً وہی نسبت رکہتا ہے جو کہ سات بائیس سے رکہتا ہے محیط دایرہ اپنی قطر سے ۳۰۱۴ دفعہ بڑا ہوتا ہے اسی سبب اگر قطر معلوم ہے تو اوسکو ۱۴ و ۳ سے ضرب دو تاکہ محیط دایرہ معلوم ہو اور اگر اوسکے قطر کو دریافت کیا چاہو تو محیط دایرہ کو ۱۴ و ۳ سے تقسیم کرو خارج قسمت قطر دایرہ ہوگا

### مثال

اگر دایرہ اب س کا قطر اب ۲۶ ہو تو محیط دایرہ کتنا ہوگا




۲۶
۲۲
۵۲
۵۲
۷ ) ۵۷۲ ( جواب ۸۱
۵۶
۱۲
۷
۵

جس دایرہ کا کہ محیط ۵۰ ہے اوس کا قطر کیا ہوگا

جواب ۳ ۹ و ۱۵

فرض کرو کہ محیط دایرہ زمین تخمیناً ۲۵۰۰۰ میل ہے اور فی الحقیقت زمین

زمین کا محیط اسی قدر ہے تو اوسکا قطر کتنا ہوگا

جواب ۳/۴ ۷۹۶۱

۶۵ — شکل ۵۰

* چاہتے ہین کہ سطح دایرہ دریافت کرین

قاعدہ

نصف محیط دایرہ کو اوسکے نصف قطر سے ضرب کرو حاصل ضرب اوسکا سطح ہوگا

جس دایرہ کا قطر سو فیٹ ہے اوسکا سطح کتنا ہوگا

چونکہ قطر دایرہ ۱۰۰ فیٹ ہے تو اوسکا محیط بموجب نمبر ۴۲ کے ۳۱۴ ہوگا — اوسکے نصف کو یعنی ۱۵۷ کو ۵۰ سے جو کہ نصف قطر ہے ضرب دو حاصل ضرب ۷۸۵۰ ہوگا پس معلوم ہوا کہ سطح دایرہ ۷۸۵۰ فیٹ مربع ہوگا

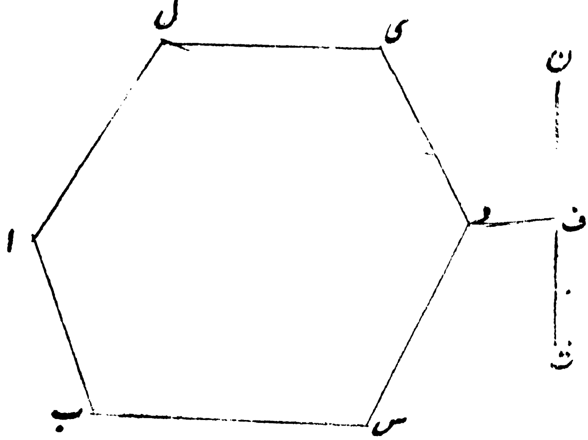
۶۶ — پیمایش

علم پیمایش مین بعضی اصول علم ریاضی نقشہ بنانی اور زمین ناپنی کے واسطی کام آتی ہین اون آلہ مین سے جو کہ پیمایش زاویون مین کام آتی ہے قطب نما ہے

مقناطیسی سوئی جو کہ اس آلہ مین ہوتی ہے شمال بتاتی ہے اور اوسکی ذریعہ سے ہر ایک خط کا سمت یعنی زاویہ درمیان خط پیمایش کی ہوئی اور خط شمالی یا جنوب کی پیمایش مین دریافت کرتے ہین — اس زاویہ کا جاننا بہت ضرور ہے کیونکہ اوسکے معلوم ہونے سے

یہہ بات کہنی ضرور ہے کہ یہہ وہی قاعدہ ہے جیسے کہ نمبر ۴۲ مین جیسے شکل کثیر الاضلاع منتظم سے دریافت کئے ہین اور حقیقت مین دایرہ اور وہ شکل جسمین کہ اضلاع

سب محدود و لا انتہا ہین ایک ہی ہین



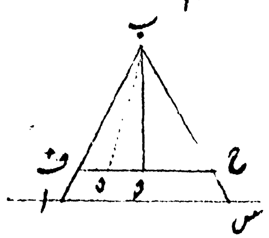

وہ جگہ بہ آسانی تمام [illegible] سکتے ہین — فرض کرو کہ زمین جسکو پیمایش کیا چاہتے
ہین یہہ ہے اور فرض کرو کہ ایک بڑا درخت یا پہاڑ ف ہے کے پاس سے صاحب
پیمایش اوس درخت یا پہاڑ کو جو کچھہ کہ وہان ہو حد اوس زمین سے کے بلحاظ پہاڑ یا درخت
کی مقرر کرلیتا ہی — وہ تب نقطہ ف پر آنکر زاویہ د ف ن کو جو کہ مابین خطوط
ف د اور خط سامنے یا جھوٹے خط ن ش کی ہی پیمایش کرتا ہے بعد ازان خط
د ف کو پیمایش کرکر خط اور زاویہ پیمایش کئے ہوئے کو قلم بند کرلیتا ہے اس طور سے
نقطہ د معین ہو جاتا ہے اور اگر کیسے ہی تبدیلے وہان واقع ہو تو جب تک کہ پہاڑ
یا درخت اوس جگہ قایم ہے نقطہ د کا پانا مشکل نہو گا جس وقت کہ نقطہ د معین
ہو جاتا ہے صاحب پیمایش زاویہ مابین خطوط س د اور خط متوازی ن ش
کی ناپتا ہے اور زاویہ اور خط س د کو قلم بند کرلیتا ہے اور نقطہ س معین
ہو جاتا ہے اس طریق سے ہر ایک زاویہ میدان مین زمین پر تعین کیا ہوا
چلا جاتا ہے بعد پیمایش زاویون اور خطوط کی کیسی ہی تبدیلی اوس

وار کرنیکی ترکیب

اوس جا می پر واقع ہو ہزار دیہ اور جھٹا میدان اب س دیر ہمیشہ معلوم ہو
جاوین گے بشرطیکہ پہاڑ یا درخت اوس جای پر قایم رہیگا

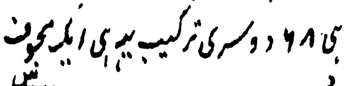
۴۲ ہموار کرنے کی ترکیب

مطلب علم ہمواری سے دریافت کرنا اسبات کا ہی کہ آیا کوی خط یا سطح جسکو کہ ہموار دریافت کیا چاہتے ہین افق کے متوازی ہے یا نہین یا کس قدر اوسکے متوازی ہونے مین فرق ہے ہندوستانی کاریگر اکثر دو ترکیبون مروجہ سے ہمواری و ناہمواری فرش مکان کے دریافت کرتے ہین ترکیب اول سوول اور مثلث متساوی الساقین سے ہی چونکہ اوسکے ساقین آب اور ب س باہم برابر ہین تو جس وقت کہ اسکو



فرش زمین پر رکہین گے سول کے ڈوری قاعدہ ف ح کے وسط مین پڑی کے دیسو رنکہ فرش مکان ہموار ہی اور اگر فرش مکان اونچا نیچا ہوا تو سول کے ڈوری نچان کیطرف جہک گئے

مثلاً فرض کرو کہ فرش مکان مقام آ پر بنسبت س کے نیچا ہی تو سول کے ڈوری نچان کیطرف جہک گی جیسا کہ اس شکل مین خط ب ہ سے ظاہر ہی ۶۸ دوسری ترکیب یہ ہی ایک مجوف



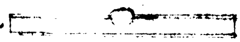
انبوبیا دس ہات کی یا بانس آب کو دو پہانک کرتے ہین اور دہ نو سرون کو بند کرکے اسمین پانی بہرتے ہین اور ایک رسی سے س د کو دو سیر تانتے ہین

اور دو برابر اور متوازی لکڑیون دم اور ہی ف رسی س د پر لٹکاتے ہین اور چونکہ خواص پانیکا یہ ہی کہ وہ ہمیشہ ہموار رہتا ہی تو اس صورت مین اگر جگہ ہموار ہی تو فاصلہ جگہ سے درمیان ڈوری اور اوپر کے سطح پانی کی برابر ہوگا اور جو نہین تو نہین اور جس مقام پر کہ پانی ڈوری کے نزدیک ہے اوس مقام پر

## ہموار کرنیکی ترکیب

مکان اونچا ہوگا ۶۹ — ترکیبیں مرقومہ بالا تھوری سطح کے ہمواری دریافت کرنیکی لیکا
آتی ہیں لیکن اگر کئی کوس کے خط کے ہمواری دریافت کیا چاہیں تو اس ترکیب سے
نہیں ہو گے

## ۷۰ سپرٹ لیول

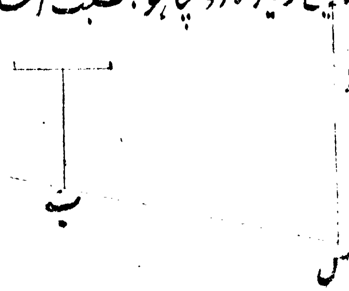
سپرٹ لیول ایک شیشہ کے نلی ہے وہ آب رنگین یا سرت شراب سی بہر ہوتی ہی اوسکی
شکل یہ ہے  یہ اس نلی میں صرف ایک چھوٹا سا
ہوا کا بلبلہ رہنے دیتی ہیں اور تب اسکو بہت ہیاری تمام بند کرتے ہیں چونکہ ہوا
بنسبت رنگین پانی کی ہلکی ہی تو وہ ہمیشہ نلی میں بلند سی بلند مقام پر رہوی گے
اسی سبب سے جبکہ نلی کی نیچیکا رخ ہموار مقام پر ہے تو پانی کا سطح اوسکے
ہموار ہوگا اور اوسوقت ہوا کا بلبلہ وسط نلی میں ہوگا

۷۱ — یہ آلہ چھوٹے سطوح مثل میز وغیرہ کے ہمواری دریافت کرنے کے
واسطی بہت مفید ہی اگر جگہ ذرا بھی ناہموار ہوگی بلبلہ سطح میں سے ہٹ جاویگا

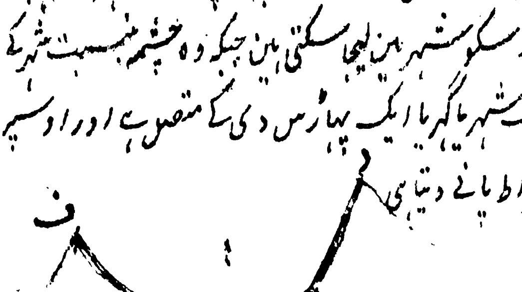
۷۲ دراز خطوط کے ہموار کرنے کی لئی اس آلہ کو تہ پایے پر رکھتے ہیں اور
اوسمیں بازو مثل اوس آلہ کے جو کہ واسطی پیمایش زاویہ کے کام آتا ہی
اور جسکا ذکر کہ نمبرہ ۵۴ میں کیا ہی ہوتے ہیں — بازو کے سوراخ میں سے
نگاہ متوازی افق کے ہوتی ہے نہ کہ مثل عمود جبکہ اس آلہ کو سمت
مطلوبہ کے سیدہ پر رکھتی ہیں اور پیچ کے ذریعہ سے اوسکو متوازی افق
کے کرتے ہیں اوسکی سوراخ میں سے تب ایک جھنڈی کیطرف جہانتک
کہ نگاہ پہونچ سکتی ہے دیکھتے ہیں اور جھنڈی کے جس مقام تک کہ نگاہ متوازی
افق کے جاتی ہی اوس مقام کو نشان کرلیتے ہیں آلہ کے بلندی زمین سے اور

## ہموار کرنیکی ترکیب

اور جھنڈیکی مقام نشان کے بلندی زمین سے دریافت کرکے اونمین باہم تفریق
کرنیسی بہ آسانی معلوم ہو جاویگا کہ کتنا زمین کے دو مقاموں کے ہموار
ہونیمین فرق ہے مثلاً اب س زمین ہی اور اگر نقطہ و جھنڈی مین جو کہ مقام
س پر ہی اله کے سوراخ کی ہموار لیسے زیادہ اونچا ہو بنسبت اسکلیکہ
اله مقام ب سی ہی تو ظاہر ہی د
کہ اون دونو کے فرق سے معلوم
ہو جاویگا کہ س کتنا نیچا ب سی ہے

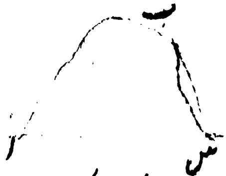



۳۷ — جبکہ پانی کو کسی جگہ سی دوسری جگہ لیجایا چاہتے ہین ترکیبات مرقومہ
بالا کے ضرورت پڑتی ہی کیونکہ وہ جگہ جہانتک پانیکو لیجانا منظور ہی اور جس
جس مقام سے کہ وہ گذریگا چشمہ د سی نیچا ہو تو بدون حکمت سے عمل
کے پانی اوس مقام پر نہ جاسکیگا ہم ہے — چونکہ پانی ہمیشہ ہموار رہتا ہی
تو بہ آسانی تمام اوسکو شہر مین لیجا سکتی ہین جبکہ وہ چشمہ بنسبت شہر کے
بلند ہی فرض کرو کہ ایک شہر یا گھر یا ایک پہاڑ س دی کے متصل ہے اور اوسپر
ایک چشمہ د ہی جو بافراط پانی دیتا ہی




ایک دھات یا مٹی کی نل چشمہ د سے مقام ا ب ف پر جو کہ چشمہ پانیکی سطح
سے اونچا نہین ہے لگادی تو پانی چشمہ مین سے خود اپنی وزن کے زور سے
چڑھیگا اگرچہ جہانکہ پانی کو لیجانا ہی منظور ہی اوس مقام سے جہان کہ پانی

پانی ہوکر وہان پونچیگا پہنچا ہی — سیرگاہ مین اسی اصول پر فوارہ بناتے ہین

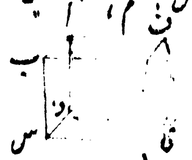



مثلاً ایک پہاڑ پر چشمہ ب ہی اور ایک نل چشمہ سے د تک لگی ہو اور اوس مین ایک سیدہے نلی گہری ہو تو پانی اوسمین سے بہکر بسبب اپنی زور کے اوپر چہڑیگا

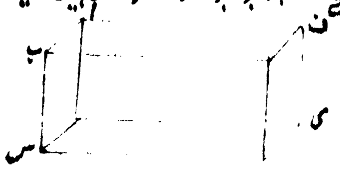
## چوتھا باب اشکال مجسم کے بیان مین

تعداد وسعت شے مجسم کے اوسکی طول اور عرض اور عمق سے معلوم ہوتی ہی مکعب فوٹ گز وغیرہ سے وسعت شئی مجسم کے پیمایش ہوتے ہی اور اوسکا شمار بموجب حساب مرقومہ الذیل ہوتا ہی

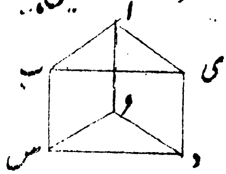
ایک مکعب فوٹ ۱۷۲۸ مکعب انچ کا ہوتا ہی ۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہی مکعب ایک شکل مجسم ہے جسمین کہ چہ سطحے برابر ہوتے ہین جیسے کہ او

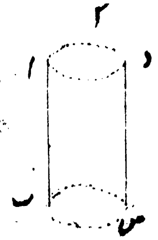



چہرپہلو و پایہ ایک شکل مجسم ہے جسمین کہ چہ مستطیل قایمۃ الزوایا ہوتے ہین اور اوسکی ہر دو سطحے متقابلہ برابر اور متوازی ہین جیسا کہ او



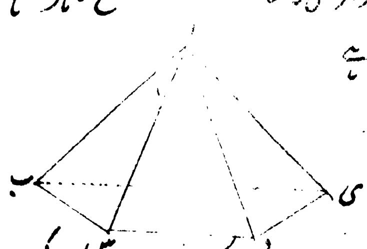
۷۶ — منشور ایک شکل مجسم ہے جو کہ دو برابر اور متوازی سطوح پر مبنی ہوتا ہے اور اسکے اطراف مستطیل ہیں جیسے کہ شکل ا ب س د مین ظاہر ہے۔



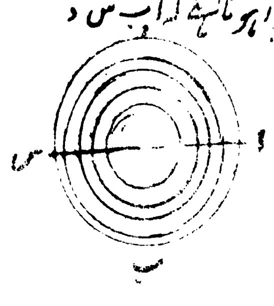




۷۷ — اگر مستطیل قایمہ الزوایا ایک خط ثابت کریں اور اسکو ادس پر گردش دیوین تو اسطوانہ پیدا ہوگا جیسے کہ اب دس شکل ۲ مرقومہ بالا مین

۷۸ — مخروط مضلع ایک شکل مخروطی ہے جسکی اطراف مثلث ہین جو ایک نقطہ پر ملتے ہین اور اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع کا ہوتا ہے شکل ا ب س دی مخروط مضلع مخمس ہے




۷۹ — کرہ ایک شکل مجسم ہے جو کہ نصف دایرہ کو قطر پر جو کہ ثابت رہتا ہے گردش دینے سے پیدا ہوتا ہے جیسے اب س د



جو سا باب اشکال مجسم کے بیان مین

۸۳ — کرہ کا مرکز اوسکے اندر ہوتا ہے اگر اوس مرکز سے خطوط سطح تک کھینچین تو وہ باہم برابر ہونگے

۸۴ — قطر کرہ ایک خط مستقیم ہے جو مرکز سے گذر کر اوپر دونو طرفون سطح بیرونی کے منتہی ہوتا ہے اگر نصف دایرہ قطر کے گرد گردش کرے تو اوس قطر کو محور کرہ یا سہم کہتے ہین

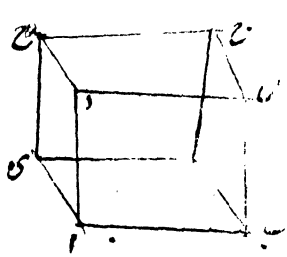
۸۵ شکل اول

حسب مکعب کا کہ ایک ضلع معلوم ہے اوسکی مساحت کیونکر دریافت کرین

ضلع معلومہ کو بنفسہ ضرب دو حاصل ضرب کو پہر اوسی ضلع سے ضرب کرو حاصل مساحت تکسیر مکعب کے ہونگے

مثال

مکعب ا ب س ج ح ی کا ضلع ا ب یا ب س ۲۵ گز کا ہے تو اوسکی مساحت کتنی ہوگی



```
   ۲۵
   ۲۵
  ----
  ۱۲۵
  ۵۰
  ----
  ۶۲۵
   ۲۵
  ----
 ۳۱۲۵
۱۲۵۰
-----
۱۵۶۲۵ گز
```

۸۶ مسئلہ دوم

حساب پیرلل و پایپڈ کے کیونکر دریافت کرین

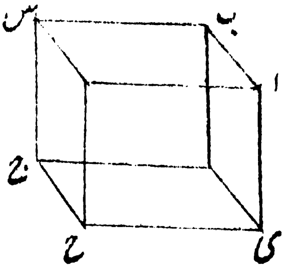
## چوتھا باب اشکال مجسم کے بیان مین

### قاعدہ

طول کو عرض سے ضرب دو اور حاصل کو پھر عمق یا ارتفاع سے ضرب کرو حاصل جسامت شکل مطلوبہ ہوگی

### مثال

جسامت پیرلل و پایپد اب س ج ح ی کی کیا ہوگی جبکہ طول اب ۸ فیٹ کا ہے اور عرض ا ی ۴ فیٹ کا اور عمق یا ارتفاع ا د ۶ فیٹ کا



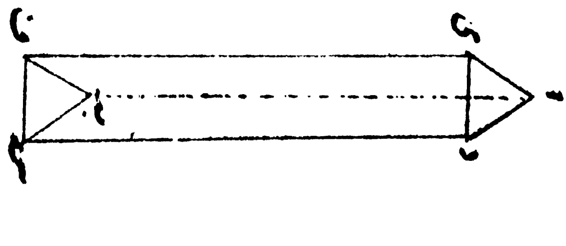

۸
۴
---
۳۲
۶
---
۱۹۲ جواب

۸۵ مسئلہ

اسطوانہ مضلع یا منشور کے جسامت کیونکر دریافت کرین

### قاعدہ

اعداد سطح قاعدہ کو اعداد عمق منشور مین ضرب دو حاصل ضرب اوسکی جسامت ہوگی



مثال

جسامت منشور اب س د ف ق کی جس کا کہ ضلع اب ۱۰۰ فیٹ کا ہے اور ضلع ب س یا س ف یا ف ب ۲۰ فیٹ کا کیا ہوگی

نمبر ۵۸ مین بیان ہی کہ جس مثلث کے کہ تینو اضلاع معلوم ہین اوسکی مساحت دریافت ہو سکتی ہی اس قاعدہ کی رو سے یہان دریافت کیا ہے کہ مساحت قاعدہ کی ۱۷۳ ایا قریب قریب اسکے ہی

اسکو ۱۰۰ مین ضرب دیوین تو ۱۷۳۰۰ ہوتے ہین پس معلوم ہوا کہ منشور مذکور کی جسامت ۱۷۳۰۰ ہے

۸۸ مسئلہ چہارم

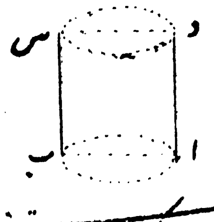
اسطوانہ کے سطح بیرونی کے دریافت کرنیکی ترکیب کیا ہے

قاعدہ

اوسکا طول کو عرض مین ضرب دو اور حاصلضرب کو عمق یا ارتفاع سے ضرب کرو حاصل اوسکی جسامت ہوگی

مثال

اسطوانہ اب س د کا خط ب س اگر ۲ فیٹ کا ہو اور قطر اب ۵ فیٹ کا تو اوسکا سطح بیرونی کتنا ہوگا




۳.۱۴
۲۵
۱۵۷۰
۶۲۸
۷۸۵۰
۲۵
۳۹۲۵۰
۱۵۷۰
جواب ۱۹۶۲۵۰

اگر ایک مجوف اسطوانہ کو دو بھانک کرکے پہلا دیوین تو ظاہر ہے کہ اوس سے مستطیل قائمہ الزاویہ پیدا ہوگا جس کا کہ قاعدہ اسطوانہ کے محیط قاعدہ کے برابر ہوگا اور اوس کا اور اسطوانہ کا ارتفاع ایک رہیگا

[illegible]

## مسئلہ پنجم

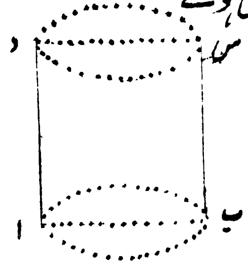
جسامت اسطوانہ کی کیونکر دریافت کرین

### قاعدہ

اعداد ساحت قاعدہ کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دو حاصل ضرب اوسکے جسامت ہوگے +

### مثال

اسطوانہ اب س د کی قاعدہ کا قطر اب ۳۰ فیٹ کا ہی اور ارتفاع ب س ۵۰ فیٹ کا تو اوسکی جسامت کتنی ہوگے




۳،۱۴
۳۰
۹۴۲۰
۱۵
۴۷۱۰۰
۹۴۲۰
۱۴۱۳۰۰ ۲۵
۳۵۳۲۵۰۰

× یہہ ہی قاعدہ اشکال اسطوانہ مضلع پیرلل پایپڈ اور اسطوانہ مین ظاہر ہوسکتا ہے اگر ان اشکال کو فکر کرین کہ وہ بی محدود ٹکڑون سے کہ جو کہ قاعدہ سے کے متوازی ہین بنی ہین — چونکہ مجموعہ ان اجزای سے نے محدود کا برابر ارتفاع شکل کے ہی تو صاف ظاہر ہے کہ اگر قاعدہ کو جو کہ ایک اون اجزا مین سے ہے ارتفاع مین اسطوانہ یا اسطوانہ مضلع کی ضرب کرین تو حاصل ضرب اوسکے جسامت کی برابر ہوگا

## مسئلہ ششم

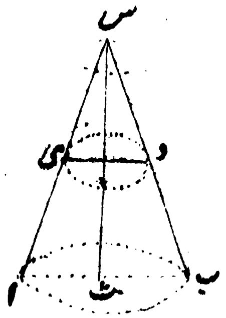
— حبامت مخروط یا مخروط مضلع کے کیونکر پاوین

### قاعدہ

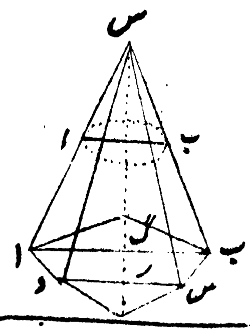
سطح قاعدہ کو ارتفاع شکل مین ضرب کر و حاصلضرب کا تیسرا حصہ حبامت مخروط ہوگی *

### مثال

مخروط ا ب س کے قطر کا قاعدہ ا ب ۲۰ ہے اور ارتفاع س ٹ ۲۴ تو اسکے حبامت کتنی ہوگی




۳۱۴
۲۰
۶۲۸۰
۱۰
خارج قسمت ۴) ۶۲۸۰۰ (۳۱۴۰۰
۲۴
۱۲۵۶۰۰
۶۲۸۰۰
۳) ۷۵۳۶۰۰ (۲۵۱۲۰۰ جواب




* مخروط مضلع اور مخروط تہائی ہیرلل و پایپد یا اسطوانہ کی برابر ہے درصورتیکہ وہ ایک سے قاعدہ پر ہیں

## چوتھا باب اشکال مجسم کے بیان مین

چھ گوشہ مخروط مضلع ب س اس کے حجامت کیا ہوگی جبکہ اوسکے قاعدہ کے مساوی اضلاع ہین اور ارتفاع س ر ۶۰

### قاعدہ

قاعدہ کا سطح پیمایش کر کر ارتفاع شکل مین ضرب دو اور حاصلضرب کو تین سے تقسیم کرو خارج قسمت حجامت چھ گوشہ مخروط مضلع کے ہوگے

### ۹۱ مسلہ مقیم

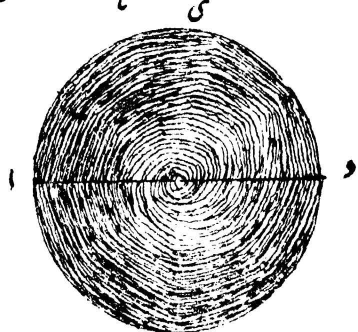
کرہ کا سطح برونی کیونکر دریافت کرین

### قاعدہ

کرہ کے قطر کو اوسکے محیط مین ضرب دو حاصلضرب اوس کا سطح برونی ہوگا

### مثال

کرہ ادی ب کا قطر ا د ۱۰۰ فیٹ کا ہے تو اوس کا سطح برونی کتنا ہوگا




۳.۱۴
۱۰۰
جواب ۳۱۴۰۰

---

اگر شکل کثیر الاضلاع منتظم کا ایک ضلع معلوم ہو تو اوسکی حجامت علم ریاضی سے معلوم ہو سکتی ہی لیکن اس جگہ اوس کا بیان کرنا ضرور نہین ہے کہ کرہ کا سطح برونی دایرہ کے سطح سے جس کا قطر کرہ کے قطر کے برابر ہو چوگنا ہوتا ہے

۹۱ اگر قطر یا محور زمین ۷۹۶۱ میل ہو تو اوس کا تمام سطح کتنا ہوگا درصورتیکہ اوسکو بالکل گول فرض کرین

جواب ۱۹۹۰۰۵۴۱۵د۹۴

مسئلہ ہشتم

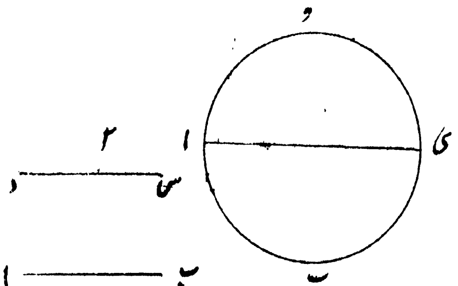
۹۲
حجامت کرہ کے کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

سطح بیرونی کرہ کو اوسکے قطر سے ضرب کرو اور حاصل ضرب کو چھہ سے تقسیم خارج قسمت حجامت شکل مطلوبہ ہوگی

مثال

کرہ ا د ی ب کا قطر ا ی ۱۰۰ فیٹ کا ہے تو اوسکے حجامت کتنی ہوگی



۳۱۴
۱۰۰
۳۱۴۰۰
۱۰۰
۶) ۳۱۴۰۰۰۰
جواب ۵۲۳۳۳۳

۹۳ — قواعد مرقومہ بالا کے جاننے سے طبع نہایت محظوظ ہوتے ہیں اور بر اوسکا ر اوسی اکثر منصوبے مثلا دریافت کیا چاہتی ہین کہ ایک منٹ مین کسی جگہہ گنگا مین کتنے کعب فیٹ پانی مثلا آ پریتھا ہی (دیکھو مسئلہ ۳۷) ایک پرکاری ڈور ہلکے سی دریا مین آپر ڈالو اور اپنی گھڑی دیکھکر دریافت کرو کہ پانی اوسکو ایک منٹ مین کہان تک بہا لیجاتا ہے فرض کرو کہ ایک منٹ مین پانی اوسی

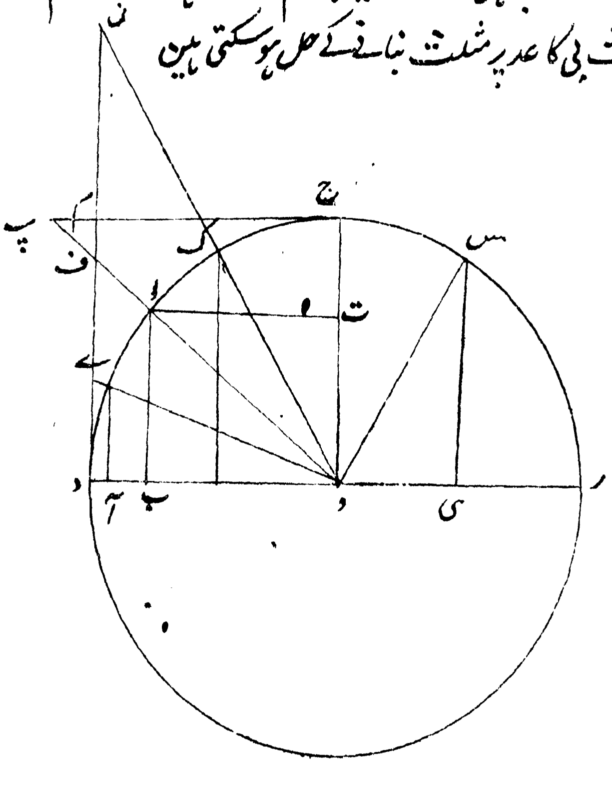
## باب پنجم علم مثلث مین

اوسے تخمینہ لیا جاتا ہے تب فاصلہ درمیان آ اور ب کی پیمایش کرو اور عرض اور ۴۲
عمق دریا کا تحقیق تب جتنی فیٹ مکعب کہ درمیان ا ب س د اور مہ
دریا کے ہین شمار کرکے بموجب ترتیب یا سیدہی ہونے کنارہ دریا کے
نشو ریا پیرلل دیا ہیڈ سمجھہ کر حساب کرو اور اوسمین سے کچھہ بسبب ترچہاپن
کنارون کے منہا کرو تو پانے سے معلوم ہوجاوے گا کہ کتنی مکعب فیٹ پانے
جای مقررہ سے ایک میٹ مین بہتا ہی

## باب پنجم علم مثلث مین

۹۴ مسایل مثلث کی حل کرنیکی ترکیبات جو کہ اس رسالہ کی حصہ اول مین بیان کے
گی ہین بہت صحیح نہین ہین یعنی اونمین تہوری بہت کسر رہ جاتی ہی باعث
کسر رہ جانے کا یہہ ہے کہ اگر ایک ضلع ایک مثلث کا زمین پر ہزار گز پیمایش
کرین اور اوسکے متناسب ایک مثلث کاغذ پر بناوین اور اس مثلث
کا ہر ایک انچ دوسرے مثلث کے سو گز کے برابر فرض کرین تو ظاہر ہے
کہ اگر اسمین انچ کے دسوین حصہ کی کسر رہ جاگی تو وہ دوسرے مثلث
کی ۱۰ گز کی برابر ہوگی — چونکہ ایک گز مین ۳۶ انچ ہوتے ہین تو سو گز
مین ۳۶۰۰ انچ ہونگی پس صاف ظاہر ہے کہ جتنی انچ کی کسر مثلث
جو زمین جسکا کہ ہر ایک انچ سو گز کے بجای ہے ہوگی اور اوسی ۳۶
دفعہ زیادہ اوسی بڑی مثلث مین جو کہ زمین پر پیمایش کیا گیا
تہا کسر رہوگی — علی ہذا القیاس زاویہ کے پیمایش مین بہی
اغلباً بہت کسر رہ سکتی ہی اور حقیقتاً کاغذ پر مثلث متناسب
بنانی سے مثلث کی خطوط و زاویہ بخوبی و بصحت تمام دریافت

نہین ہوسکتے ہین اس صورت مین ایک اور ترکیب اسکے دریافت کرنیکے
لئے مقرر کیجاہی اور وہ ترکیب علم مثلث ہی - اس علم سی مسایل
مثلث ہی کا عدد پر مثلث بنانے کے حل ہوسکتی ہین




بشکل مرقومہ بالا مین خط اب کو جو کہ خط ود پر عمود ہے جیب مستوی
زاویہ اود کا کہتے ہین - خط تب جیب التمام اوسی زاویہ کا ہے
دف مماس وف سیکنٹ بد جیب معکوس کہلاتے
ہین - اگر زاویہ اود کو ۹۰ مین سے منہا کرین تو باقی اوج کو
تمامی زاویہ اود کہونگے اور زاویہ اوو جو کہ حاصل تفریق درمیان زاویہ
۱۸۰ اور جون اوج اود کی ہی تتمہ کہلاتا ہے خط تا جو کہ زاویہ
اوج کی ایک ساق کے انجام سے دوسری خط پر عمود ہے جیب مستوی

جیب مستوی کہلاتا ہے دت اوس کا جیب التمام ہے پ ج مماس
اور دپ سیکنٹ - جیب مستوی اب زاویہ اود کا صاف ظاہر ہے
کہ تمامی زاویہ کی جیب التمام ہے برابر ہے جیب التمام زاویہ
اود کا تمامی زاویہ کی جیب مستوی کی برابر مماس پ ج کو تمامی زاویہ کا
مماس التمام اور سیکنٹ پ د کو تمامی زاویہ اود کا کوسیکنٹ کہتے ہیں

۹۵ ـــ شکل مرقومہ بالا کی دیکھنے سے صاف ظاہر ہے کہ زاویہ ناقص
کا جیب مستوی اور مماس اور سیکنٹ ہمیشہ زیادہ ہوتا جاتا ہے اور اوس
کا جیب التمام مماس التمام اور کوسیکنٹ گھٹتا جاتا ہے جتنا کہ
زاویہ بڑہتا جاتا ہے ظاہراور قیاسا ہے اسکی برخلاف نہیں ہونا
چاہیے کیونکہ جتنا کہ زاویہ ناقص بڑہتے بڑہتے ۹۰ درجوں سے
نزدیک آوے گا اوتنا ہی تمامی زاویہ یعنی فرق درمیان ۹۰ درجوں اور
اوس زاویہ کے ہمیشہ کم ہوتا جاوے گا جس وقت کہ وہ زاویہ ناقص
بڑہتی بڑہتی ۹۰ درجوں کا ہوتا ہے اوسکے جیب مستوی نصف قطر کے
برابر ہو جاتی ہے اوس کا جیب التمام صفر ہو جاتا ہے اور اوس کا
مماس بے محدود ولا انتہا اور بعینہ اوس کا مماس التمام اور کوسیکنٹ
بہی صفر ہو جاتی ہیں

۹۶ اب فرض کرو کہ زاویہ ۹۰ درجوں سے
زیادہ ہوتے ہوتے اگر زاویہ س ہجاوے تو جیب مستوی اور جیب التمام
وغیرہ اوس زاویہ کے یا کسی اور زاویہ کے جو کہ ۹۰ درجوں سے
بڑا ہے بموجب قاعدہ کے جیب مستوی اور جیب التمام وغیرہ کی برابر ہونگی اور
نزدیک جتنا زاویہ ۹۰ درجوں سے بڑا ہو گا اوتنا ہے اوس کا

تمہ کم ہوگا تو صاف اسی سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جسقدر زاویہ ۹۰ درجون
سے زیادہ ہوتا جاوے گا اوتنا ہی جیب مستوی مماس اور سیکنٹ
اوس زاویہ کا کم ہوتا جاوے گا اور جیب التمام اور مماس التمام
اور کوسیکنٹ زیادہ ۴۷ اگر نقطہ زاویہ مرکز دایرہ پر ہووے اور
اوسکی ساقین محیط دایرہ سے ملی ہون تو اوس زاویہ کو اوس قوس سے
جو کہ درمیان ساقین کے ہی پیمایش کرتے ہین دیکھو نمبرہ ۴ اور جسقدر کہ زاویہ
بڑا ہوتا جاتا ہے اوتنی ہی قوس لمبی ہوتی جاتی ہی لیکن یہہ صورت
جیب مستوی کی نہین ہی یعنی اگرچہ زاویہ کی زیادہ ہونے سے
جیب مستوی بھی زیادہ ہوتی ہی پر دونو ایک سے اندازہ پر زیادہ نہین ہوتے
ہین یعنی جیب مستوی کسی زاویہ کی اوسکے دو چند زاویہ کی جیب مستوی
سی نصف نہین ہوتے ہی - یہہ بات ظاہر ہے کہ اگر کسی طریق سی تمام
زاویون کے درجون دقیقون اور ثانیہ کی جیب مستوی دریافت کرکر ایک
نقشہ بناوین تو زاویہ کے معلوم ہونے سی ہمیشہ اوسکی جیب مستوی
معلوم ہوجاویگی اور اگر جیب مستوی کسی زاویہ کی معلوم ہوگی تو وہ
زاویہ خود تحقیق ہوجاوے گا - فرض کرو کہ ایک نقشہ ایک دقیقہ کے
زاویہ سی شروع ہی اور ایک ایک دقیقہ زیادہ زیادہ ہوتا
جاتا ہے ساٹھ ۶۰ دقیقون یا ایک درجہ تک اور اوسی
طرح ۲ ۳ ۴ درجی علی ہذا القیاس ۴۵ درجون تک
نقشہ مین لکھی ہین اور ہر ایک زاویہ کے سامنے اوسکی جیب مستوی
لکھی ہے جیسا کہ

جیب کہ

| | دقیقہ |
|---|---|
| ۳۰ د | ۱ |
| ۳۶ د | ۲ |
| ۵۷ د | ۳ |

بیان صاف ظاہر ہی کہ اگر کوئی شخص سوال کری کہ ۲ دقیقون سے کی جیب مستوی
کیا ہی تو ہم نقشہ کو دیکھکر کہوینگے کہ ۳۶ د ہی اور اگر برعکس اسکی
یہہ سوال ہو کہ ۳۶ د کس زاویہ کی جیب مستوی ہی تو نقشہ دیکھنی سے
معلوم ہو جاوی گا کہ ۲ دقیقون سے کی ہی ۹۸ موافق مرقومہ بالا کے
جیب مستوی اور جیب التمام اور مماس اور مماس التمام کا نقشہ
بنایا ہی ـ ۹۹ ـ ۴۵ ـ ۴۵ درجون سی زیادہ کا جیب مستوی وغیرہ
لکھنا ظاہر آنا ضرور ہی کیونکہ جیب مستوی کسی زاویہ کا اوسکی تمامی زاویہ
کی جیب التمام کی برابر ہے اور اگر کوئی جیب مستوی ۵۰ درجون کا پوچھی
تو جیب التمام ۴۰ درجون کا دیکھنا چاہئے کیونکہ وہ باہم برابر ہین
۱۰۰ ـ نقشہ مفصلہ ذیل مین ہر دس دس دقیقون کی جیب مستوی
جیب التمام مماس مماس التمام کا لوگارثم ۹۰ درجون تک لکھا ہے
اور مسایل مثلث کی حل کرنیکے واسطے اتنا کافی ہی ـ ۹۰ درجون
کی جیب مستوی کا لوگارثم یعنی نصف قطر کا لوگارثم ۱۰،۰۰۰۰۰ ہی
ـ نقشہ مین زاویون کے درجی حاشیہ پر لکھے ہین اور اونکے دقیقی
متصل درجون کے نگر نقشہ کی متن کی اندر ـ اگر جیب مستوی
۴۵ درجے ۴۰ دقیقے کا دریافت کیا چاہو تو تمکو وہ صفحہ دیکھنا چاہئے

جسکی کنارے پہ ۵° لکھی ہین اور اوسکی باہین طرف کی خانہ مین ۳۰ کا
ہندسہ دیکھو اور اوسکی سامنی ۱۳۴۲ ۶۳ و ۹۵ لکھی ہوئی پاوگے
اور یہہ مقدار جیب مستوی زاویہ مطلوبہ کا ہوگا ۱۰۱ جس خانہ کے اوپر
کہ لفظ جیب مستوی کا لکھا ہے اوسکے نیچے لفظ جیب التمام کا مندرج ہی
اور جن خانونکے اوپر کہ لفظ مماس التمام اور جیب التمام لکھا ہے
اونکی نیچے لفظ مماس اور جیب مستوی لکھا ہے اسکی لکھنے کا موجب یہہ
ہی کہ جیب مستوی اور جیب التمام وغیرہ ۴۵ درجون سے زاویہ
سی زیادہ کا معلوم ہوسکے مثلا فرض کرو کہ ۵°-۳۰ کی زاویہ کے
جیب مستوی دریافت کیا چاہتے ہین تو بجای اسکیکہ ۹۰ مین سی ۷°-
۳۰ نقصان کرکے تمامی زاویہ دریافت کرین چاہی کہ اوس خانہ مین
جسکے نیچے لفظ جیب مستوی لکھا ہے دیکھین اور ایک مین اون خانون مین سے
بدون حساب کرنیکے جیب مستوی زاویہ مطلوبہ برابر ۲۳۵۲۹۹۰۹ کے
پاوینگی ۱۰۲ یہہ یاد رکھا چاہیے کہ نمبر درجون اور منٹ کا جو کہ داہنی طرف
ہی بتاتا ہی جیب مستوی و جیب التمام و مماس و مماس التمام اون زاویون
کا جو کہ ۴۵ درجون سی زیادہ ہین اور جو کہ باہین طرف ہین وہ بتاتی ہین
جیب مستوی وغیرہ اون زاویون کے جو کہ ۴۵ درجون سی کم ہین مثلا
باہین خانہ مین تم پاوگے کہ جیب مستوی ۹ درجی اور ۳۰ منٹ کے
زاویہ کا ۹۹۹۳۰۹ و ۹ ہی اوسکا مماس ۸۷۵۱۲ و ۹ ہے
اوسکا مماس التمام ۳۳۴۸۷۰ ہی اوسکا جیب التمام
۱۲۴۹۹ و ۹ ہی لیکن اگر تم داہنا خانہ کے نمبر درجون اور

درجون اور زاویون کو ڈہونڈہینگے تو ہم پاوینگے کہ جیب مستوی وغیرہ جو کہ اوپر
بیان کئے گئے ہین وہ ۸۰ درجے اور ۴۰ منٹ کے زاویہ سے جو کہ ۹ درجے اور ۲۰ منٹ
کا بقیہ ہی متعلق ہین اوسکی جیب مستوی ۹د۹۹۴۲۱ ہی اوسکا ظل
۰د۷۸۴۳۳ ہی ظل التمام ۹د۲۱۵۷۸ اور جیب التمام
۹د۲۰۹۹۹ ہی — یہہ تمام بالعکس ہوگئے ہین یعنی جو کہ جیب التمام
زاویہ ۹ درجے اور ۲۰ منٹ کا تہا وہ جیب مستوی اوسکی تمام کا ہوگیا ہی اور جیب مستوی
اوسکی جیب التمام اوسکے تمام کی ہوگئی ہی اور ہر ایک نقشہ ہذا الباب مین خانہ مین کہ لفظ فرق
لکہا ہی اوسسے فرق درمیان ہر دو متصل سکنڈ لوکارثم کے معلوم ہوتا ہی غرض
مطلب اوسسے یہہ ہی کہ جب کبہی فرق دریافت کرنا منظور ہو تو تفریق کرنے
نہ پڑے اور وقت ضایع نہو — ۱۰۳ تمام سوالات درباب نقشہ
ذیل کے دو قانونون مین مشتمل ہین اول جیب مستوی اور جیب التمام اور ظل کا
اور ظل التمام کا لوکارثم نکالنا دوم دریافت کرنا زاویہ کا جبکہ
جیب مستوی اور جیب التمام اور ظل التمام کا لوکارثم معلوم ہے
سیکنٹ اور کوسیکنٹ اسی نقشہ سے معلوم ہوسکتے ہین لیکن اس
جگہ اون کا ذکر کرنا کچہہ ضرور نہین ہے — اگر ہم ۴۵ درجون سے کم کے
زاویہ کی جیب مستوی دریافت کرنی منظور ہو تو چاہیے کہ جس خانہ کے
اوپر لفظ جیب مستوی لکہا ہے اوس خانہ مین اوس مقام پر جہانکہ
حاشیہ پر دقیقہ زاویہ مطلوبہ لکہی ہین دیکہی تو اوسکی سامنے جیب مستوی
اوس زاویہ کے لکہی ہوئی پاوینگے اگر زاویہ ۴۵ درجون سے
بڑا ہو تو اوسکی جیب مستوی کا لوکارثم تمامی زاویہ کے جیب التمام

دیکھنے سی اُس خانہ مین جسپر کہ لفظ جیب مستوی لکھا ہے معلوم ہو جاوے گا — ۴۵ درجی یا ۴۴ درجی ۶۰ دقیقون سے کے زاویہ تک نقشہ بنایا ہی اور ہم بیان کر چکی ہین کہ ہر زاویہ کا جیب مستوی اوسکی تمامی سے کے جیب التمام کی برابر ہے — اگر زاویہ ۹۰ درجون سی زیادہ ہی تو اوس کا جیب مستوی تتمہ زاویہ کی جیب مستوی کی برابر ہوگا جیسا کہ اوپر بیان کیا ہی

۱۰۴ مثلاً فرض کرو کہ کسی نی ۲۷ درجی ۲۰ دقیقون سے کے اور ۴۳ درجی ۵۰ دقیقون سے کے جیب مستوی پوچھی — ہم جیب مستوی کی خانہ مین دیکھکر ۲۷ درجی ۲۰ دقیقون سے کے جیب مستوی کا لوگارثم ۹،۸۲۸۰ پاتے ہین اور چونکہ تمامی ۴۳ درجی ۵۰ دقیقون سے کے ۴۶ درجی ۱۰ دقیقی ہی تو جیب التمام ۴۶ درجی ۱۰ دقیقون کا یعنی جیب مستوی ۴۳ درجے ۵۰ دقیقون کا ۹،۹۸۴۴۸۰ ہی — قاعدہ مرقومہ بالا مماس اور مماس التمام سے بھی تعلق رکھتا ہے

۱۰۵ چونکہ اس نقشہ مین ہر دس دس دقیقون کی جیب مستوی وغیرہ لکھی ہین اور باقیون سے کے نہین تو اوس مین ہر ایک زاویہ نہین مل سکتا ہی مثلاً ۲۷ درجی ۲۵ دقیقون سے کے زاویہ سے کے جیب مستوی دریافت کیا چاہتی ہین — نقشہ مین صرف ۲۷ درجی ۲۰ دقیقون کی اور ۲۷ درجی ۳۰ دقیقون سے کے جیب مستوی ملی سے گے اور ظاہر ہی کہ ۲۷ درجی ۲۵ دقیقون سے کے جیب مستوی اون دونو سے کے بیچ مین ہو سے گے یعنی ۲۷ درجی ۲۰ دقیقون سے کے جیب مستوی سے زیادہ اور ۲۷ درجی ۳۰ دقیقون سے کے جیب مستوی سی کم ہوگے

ہوگی — جس خانہ مین کہ لفظ فرق لکھا ہی اوسکی وسیلہ سی ۳۷ درجے
۲۵ دقیقون کے جیب مستوی معلوم ہوجاوینگے یہان ظاہر ہے کہ دونو
زاویون مرقومہ بالا مین ۱۰ دقیقون کا فرق ہے اور اونکی جیب مستوی
مین ۰۰۰۱۶۵ د کا فرق ہے اگر انمین ۵ دقیقون کا فرق ہوگا تو اونکے
جیب مستوی کی لوکارثم مین فرق ۰۰۰۱۶۵ د کا نصف ہوگا۔ اس
صورت مین ۳۷ درجی ۲۵ دقیقون کا زاویہ کا جیب مستوی ۹٫۷۸۳۴۶۲ ہوگا
۱۰۶ بموجب قاعدہ مرقومہ بالا کے ۳۷ درجی ۲۵ دقیقون سے کے زاویہ
کا لوکارثم حقیقا ۰۰۰۰۵ د عدد مرقومہ بالا سی بڑا ہی لیکن از بسکہ
یہہ فرق جزوی سا ہی تو اسکو اگر شمار نکرین تو حساب مین بڑا فرق
نہ پڑیگا — لوکارثم کے نقشہ سی کبہی حساب پورا نہین نکلتا ہے
لیکن فرق اتنا کم ہی کہ وہ ارادے مین بڑا نہین کیونکہ اوس
مین جزوی سی کسر رہ جاتی ہی عموما قاعدہ یہہ ہے کہ اگر زاویہ مطلوبہ
نقشہ مین نہ ملے تو وہ دو زاوے درمیان جنکے کہ زاویہ مطلوبہ ہے
نقشہ مین پائی جاہین اور بموجب زیادتی زاویہ مطلوبہ سے کے چہوٹی
زاویہ سی ایک عدد چہوٹی زاویہ کی جیب مستوی پر زیادہ کیا جاتا ہے
یہہ زاویہ مطلوبہ کے جیب مستوی ہوگے اگر فرق درمیان زاویہ مطلوبہ
اور چہوٹی زاویہ سے کے چہوٹی زاویہ اور بڑی زاویہ کی فرق سے نصف
ہو تو نصف فرق بڑی اور چہوٹی زاویہ کا چہوٹی زاویہ کی جیب مستوی پر
زیادہ کیا جاتا ہے اور اگر تہائی ہی تو تہائی اور علی ہذا القیاس
زیادہ کیا جاتا ہے حاصل جمع جیب مستوی زاویہ مطلوبہ ہوگا حقیقت

پس اس حساب سے یہہ تناسب ذیل ادنمین ہوگا ۱۰ دو نو زاویونکے
لوکارثم کو وہی نسبت رکھتا ہی جو کہ فرق درمیان چھوٹے زاویہ
اور زاویہ مطلوبہ کے شی مجہول کو رکھتا ہی مثال مرقومہ بالا
مین نسبت مفصلہ ذیل ہے ۱۰ : ۱۲۵۰۰۰۰ : : ۵ : شی
مجہول = ۸۲

۱۰۷ اس طریق سے ہر ایک زاویہ دقیقون تک صحیح معلوم ہو سکتا ہے
لیکن اگر زاویہ معلومہ مین ثانیہ بہی ہون تو اوسکو ایک ترکیب سے
موافق ترکیب گذشتہ کی نکال سکتی ہین وہ یہہ ہی اول جیب مستوی
زاویہ کی درجون اور دقیقون کا پایا جاے اور بعد ازان جیب مستوی
اوس زاویہ کا جو کہ اوسی ایک دقیقہ بڑا ہی پایا جاے اور تب
دو نو مین تفریق کیا جاے اور پہر تناسب بطریق ذیل کیا جاے
اگر دو زاویون مین ایک دقیقہ کا فرق ہو تو اوس مین اتنا اختلاف
ہوتا ہی اگر اتنی ثانیہ کا ادنمین فرق ہو تو کتنا اختلاف ہوگا مثلا
۶۰ ثانیہ : لوکارثم معلومہ کے فرق کو : : فرق درمیان چھوٹے
زاویہ اور زاویہ مطلوبہ کے : شی مجہول کو

۱۰۸ ترکیبات درباب حل کرنے مسایل مثلث کے — اگر درباب مثلث کی تینو اشکال مفصلہ ذیل مین
جو کہ انکی ایک ایک مین لکھی ہین ملین تو ہم مثلث کو شمار کر سکتی ہین
اول ایک خط اور دو زاوے متصل اوسکے دوم دو خط اور [illegible]
بینہما سوم تینو خطوط چونکہ مثلث کی تینو زاویون کا مجموعہ دو قایمہ
یا ۱۸۰ درجے ہوتا ہی (دیکھو نمبر ۳۴) اور ایک زاویہ قایمہ اوس

قایمہ اوس مثلث مین ۹۰ درجون کا ہے تو صاف ظاہر ہی کہ مجموعہ دونو
باقی زاویون کا ۹۰ درجی ہوگا — اگر ان دونو زاویون حادہ مین سے
ایک ہی معلوم ہو تو باقی دوسرا بآسانی حساب سی دریافت ہوجاوے
گا بدین طریق کہ زاویہ مطلوبہ کو ۹۰ درجی مین سی منہا کرو باقی زاویہ
نامعلومہ سے برابر ہویگا مثلا اگر ایک ان دونو زاویون مین سے
۷۰ درجون کا ہو تو دوسرا ٹھیک ۲۰ درجون کا ہوگا ۹۰ درجون
کی زاویہ کا جیب مستوی دایرہ سے نصف قطر کی برابر ہوتا ہی اور اوسکو
۱۰۰۰۰۰ فرض کیا ہے جیسی کہ ہمنی پہلے بیان کیا ہے

۱۰۹ تینو قاعدے مرقومہ ذیل تینو مسایل مثلث سے کے حل کرنیکے
واسطے کام آتے ہین قاعدہ اول ہر مثلث مین تینو زاویون کا
جیب مستوی خطوط متناظرہ سے متناسب ہوتی ہین — اگر مثلث
کا ایک خط اور دو زاوی متصلہ معلوم ہون تو قاعدہ مرقومہ بالا سے
باقی اضلاع اور زاویہ دریافت ہوجاوین گے — جس مثلث
کا کہ ایک خط اور دو زاوی متصلہ معلوم ہین اوس کا تیسرا زاویہ
ہی تحقیق ہوسکتا ہے بدین طریق کہ دونو زاویہ معلومہ کی مجموعہ کو
۱۸۰ مین سی نقصان کرین تو حاصل تفریق زاویہ مطلوبہ ہوگا
کیونکہ مثلث کے تینو زاویون کا مجموعہ دو قایمون کی برابر ہے
— باقی دو اضلاع مثلث کے ہی بآسانی بموجب قاعدہ
مرقومہ بالا کی معلوم ہوسکتی ہین لیکن چونکہ نقشہ مین بجای جیب مستوی کے
اون کا لوگارثم لکھا ہوتا ہے تو قاعدہ ۱ اوسکے دریافت کرنیکا

۵۴ کرنی کا یہہ ہی کہ ایک زاویہ معلومہ کی جیب مستوی کی لوگارثم کو خط معلومہ کے لوگارثم کی ساتھہ جمع کرو اور حاصل جمع مین سی خط معلومہ کے مقابل کی زاویہ کے لوگارثم کو نقصان کرو تو باقی زاویہ مذکورہ ہی ـــــ مثلث کی اور خطوط دریافت کرنیکی واسطے بہی یہی قاعدہ کام مین لاوگے تو اوسکی تمام اضلاع مثلث معلوم ہو جاوینگے

۱۱۰ مثال فرض کرو کہ مثلث کا ایک خط ساٹھہ گز کا ہے اور دو زاویے جو کہ اس خط کی انجام پر بنے ہین اون مین سی ایک ۵۰ درجون کا اور دوسرا ۵۵ کا ہے تو تیسرا زاویہ بیشک ۷۵ درجون کا ہوگا کیونکہ ۵۰ + ۵۵ + ۷۵ = ۱۸۰ اور دو نو خطوط نامعلومہ کے دریافت کرنیکی واسطے دو اربعہ متناسبہ مفصلہ ذیل کیے جاتے ہین

جیب مستوی ۷۵ : ۶۰ :: جیب مستوی ۵۰ :

جیب مستوی ۷۵ : ۶۰ :: جیب مستوی ۵۵ :

۵۰ کی جیب مستوی کی لوگارثم ہے ۹٫۸۸۴۲۵

لوگارثم ۶۰ کا زیادہ کرو ۱٫۷۷۸۱۵

۱۱٫۶۶۲۴۰

نقصان کرو ۷۵ کی جیب مستوی کا لوگارثم ۹٫۹۸۴۹۴

۴۷٫۵۸۶ کا لوگارثم = ۱٫۶۷۷۴۶

۱۱۱ ـــ اربعہ متناسبہ اول سے ۵۰ درجون کے زاویہ کے مقابل کا خط ۴۷٫۵۸۶ معلوم ہوا اور دوسری اربعہ متناسبہ سے ۵۵ درجون کے زاویے کے مقابل کا خط ۵۰٫۸۸۴ فٹ دریافت ہوا ۰۰۵ سے کے سات جو کہ کسور عشاریہ ہے بیشک کسور درعہ ہی

## قاعدہ دوم

مثلث کی دو نو خطون کا مجموعہ اونکے فرق کو وہی نسبت

مجموعہ اونکے فرق کو وہی نسبت رکھتا ہی جو کہ مماس نصف مجموعہ زاویہ
متناظرہ خطوط معلومہ کا اون دونو زاویون کے فرق کے نصف کو رکھتا ہی

ا + ب : ا - ب : : مماس نصف ا + ب : مماس نصف ا - ب

جس مثلث کی کہ دو خط اور زاویہ بینہما معلوم ہو اوسکی باقی زاویہ
اور ضلع اس قاعدہ سے تحقیق ہوتے ہین صاف ظاہر ہے کہ زاویہ
تس عبس کا ذکر کہ اربع متناسبہ مرقومہ بالا مین نہین کیا ہے معلوم
ہو تو اوسی اگر ۱۸۰ مین سے منہا کرین گے حاصل تفریق مثلث
کی دونو باقی زاویون کے برابر ہوگے کیونکہ مثلث کی تینو زاویون
کا مجموعہ ۱۸۰ ہوتا ہے دونو خطوط معلومہ کے لوکارتم کو ۱۸۰ اس (حاصل تفریق کی)
کے نصف کی مماس کی لوکارتم پر زیادہ کرو حاصل مین سے
دونو خطوط معلومہ کی لوکارتم کو نقصان کرو باقی دونو زاویہ نامعلومہ
کی نصف فرق کے مماس کے لوکارتم کے برابر ہوگی — تم نقشہ مین
دیکھکر دریافت کروگے کہ کس زاویے مماس کا لوکارتم وہ ہے جبکہ
دونو زاویون نامعلومہ کا نصف مجموعہ اور اونکے فرق کا نصف
معلوم ہو گیا تو تمکو چاہیئے کہ اون دونو کو جمع کرو حاصل جمع بڑے
زاویہ کی برابر ہوگی یا اون دونوین تفریق کرو باقی چھوٹا زاویہ ہوگا

۱۱۲ مثال فرض کرو کہ مثلث کا ایک زاویہ ۷۵ درجون کا ہی
اور وہ دونو خطوط مابین جنکے کہ وہ زاویہ ہو معلوم ہو تو اربعہ متناسبہ
مرقومہ ذیل ہوگا

۹۸۴۷۰ : ۳۴۹۸ : : مماس ۵۲ درجے ۳۰ دقیقہ : مماس نصف

حاصل تفریق دونو زاویون نامعلومہ

۵۵ کیونکہ ۵۰د۸۸۴ + ۴۷د۵۸۶ = ۹۸د۴۷۰

۵۰د۸۸۴ — ۴۷ر۵۸۶ = ۳۲۹۸

نقشہ جیب مستوی وغیرہ کے لوکارثم مین ہم پاتے ہین کہ مماس زاویہ ۳۰ درجہ دقیقہ = ۱۰٫۱۱۵۰۴

نقشہ حساب مین دیکھکر زیادہ کرو لوکارثم ۳ د ۲ ۹ ۸ ‏ ۰د۵۱۸۱۲ = ‏ ۱۰٫۶۳۳۱۴

نقصان کرو لوکارثم ۹۸ر۴۷۰ ‏ ۱ر۹۹۳۳۰ ‏ ۸ر۶۳۹۹۴

۸ر۶۳۸۹۱ اربعہ متناسبہ مرقومہ بالا کے چوتہی رقم مجہول ہے

یعنی وہ دونو زاویون نامعلومہ کے نصف فرق کا مماس ہے ۔ نقشہ مین دیکھکر پاتے ہین کہ یہہ ½۹۱ ۳ د ۴ کے زاویہ کا مماس ہے اسکا دگنا ۵۹ دقیقہ ۴۰ درجہ ہوتا ہے ۔ بطریق مرقومہ بالا ۔ زاویون نامعلومہ کے مجموعہ کا نصف مجموعہ ۵۴ درجہ ۳۰ دقیقہ دریافت ہوا اور اونکی فرق کا نصف ۲ درجہ ½۹۱ دقیقے ہوا اگر ان دونو کو جمع کروگے تو حاصل ۵۴ درجے ½۵۹ دقیقہ

برابر بڑے زاویہ کے ہوگا اور اگر اون مین سے تفریق کرو تو باقی ۵۰ درجی اور ½ دقیقہ برابر چھوٹے زاویہ کے ہوگا

جواب ... نہین ... غلطی کی گئی ہے کیونکہ بجای ۴۰ درجے ۵۹ دقیقون کے اون مین ۵ درجون کا فرق چاہیے تھا اور اس سبب سے نصف دقیقہ کی غلطی ہر ایک زاویہ مین واقع ہوتی ہے ۔ اس غلطی کا باعث علم ریاضی پڑہنے ہی سے معلوم ہوجاویگا اور وہ یہہ کہ نقشہ جیب مستوی وغیرہ کا صحیح نہین ہے بلکہ قریب قریب صحیح کے ہوتا ہے نہ کہ ازروی علم ریاضی کے درست ۔ اوسکو صحیح کے قریب قریب لا سکتے ہین مگر بالکل صحیح کبھی نہین ہو سکتا ہے

قاعدہ سوم

جس مثلث کے کہ تینو اضلاع معلوم ہین اوسکی زاویہ

اوسکی زاویہ کیونکر دریافت کرین — تینوا ضلاع کے نصف مجموعہ
مین سی اون دونو ضلعون کو جنکے بیچ مین کہ زاویہ مطلوبہ ہے جدا جدا نقصان
کرو اور دونو باقیون کو باہم ضرب دو اور اونکے حاصل ضرب
کو تینوا ضلاع مذکورہ کے حاصل ضرب پر تقسیم کرو اور خارج قسمت
کا جذر لو وہ جیب مستوی اوس زاویہ کے نصف کی ہوگی جو کہ
اضلاع مذکورہ کے مابین ہے اور اگر اوسکو دوچند کروگے تو جیب مستوی
زاویہ مطلوبہ کے معلوم ہوجاویگی — دوسرا قاعدہ یہہ ہے
کہ تینوا ضلاع کے نصف مجموعہ مین سی اون دونو اضلاع کو مابین
جنکی کہ زاویہ مطلوبہ ہے جدا جدا نقصان کرو نصف باقی نصف
زاویہ مطلوبہ کی لوکارتم کے برابر ہوگے
نقشہ مین دیکھکر معلوم ہوجاوےگا کہ کس زاویہ کا وہ جیب مستوی ہے
اور اوسکو دوچند کرنے سی زاویہ مطلوبہ معلوم ہوجاوے گا
۱۱۳ مثال فرض کرو اوس مثلث کی جس کا کہ ذکر اوپر کیا ہے
تینوا ضلاع معلوم مین اور زاویہ س دریافت کیا چاہتی مین

۵۰۰۸۸۴
۴۷۵۸۶
۶۰۶
۱۵۸۴۷۰ مجموعہ تینوا ضلاع کا
۷۹۲۳۵ نصف مجموعہ تینوا ضلاع کا

۷۹۰۲۳۵ . ۷۹٫۲۳۵ لوکارتم ۳۱٫۷۴۹ = ۱٫۵۰۰۲۹
ہ ۴۸۵۷۱ ۴۴ ۵۰۰٫۸۸ لوکارتم ۲۵٫۳۱ = ۱٫۴۰۵۲۴۹
ن ۹۲۴۶۱ ۳ باقی ۳۲۹۲

مجموعہ دو بقایا کے لوگارثم کا ٹکڑا ٢ ٩ ٥ ٥ ٣ ٩ ٨

١٠٠٠٠٠٠
١٦٧٧٤٦ نقصان کرو
٨٣٢٢٥٤ لوگارثم مرقومہ بالا

١٠٠٠٠٠٠
١٧٠٦٥٧ نقصان کرو
٩٢٩٣٤٣ ........ تتمہ ٨٨٠٠٥ کے لوگارثم کا

٢٩٥٥٣٩٨ — دونو بقایا کا مجموعہ
٨٣٢٢٥٤٨ ١٦٦١٥٩٧
٩٢٩٣٤٣ ١٩٥٠٦٨٩٥

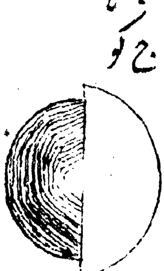
تتمہ کا مجموعہ ١٦٦١٥٩٧ مجموعہ دونو بقایا کا ہی

نصف ٧٦٨٤٤٨٩٧ کا برابر جیب ستونی ٣٠ دقیقے ٣٧ درجے کے ہی اور اسکا دوچند ٧٥ درجے ہین

ہم اسطرح دونو باقی زاویوں کو اون خطوط سے جو کہ زاویہ مطلوبہ کو محیط ہین حساب کرسکتے ہین

## باب چهارم درباب علم مثلث خطوط منحنی کے

١١٤ کرہ ایک شکل مجسم ہی جو کہ احتمام پاتا ہی اوپر سطح منحنی کے اور اسمین ایسا ایک نقطہ ہوتا ہے کہ اگر اوسکی خطوط سطح بیرونی کرہ تک کھینچین تو وہ باہم برابر ہونگے — ہم خیال کرسکتے ہین کہ اگر نصف دایرہ اب ج کو



گرد اوسکی قطر کی گردش دیوین تو کرہ پیدا ہوگا کیونکہ ہر نقطہ اوس سطح کا جو کہ بسبب گردش دی نصف دایرہ اب ج سے ہوئے اوپر اسکا

اوپر اسکے قطر کے پیدا ہوگا مرکز سی برابر فاصلہ پر ہوگا

١١٥ اگر کرہ کو کسی سطح سے کاٹین تو دایرہ پیدا ہوگا

دایرہ کلان وہ ہی جس کا کہ سطح مرکز کرہ مین سی گذرتا ہے

— دایرہ خورد وہ ہے جسکا کہ سطح مرکز کرہ مین سے نہین گذرتا ہے —

قطب دایرہ کرہ ایک نقطہ اوپر سطح کرہ کے ہی جو کہ ہر نقطہ سطح سی برابر فاصلہ پر ہی — تمام دوایر کی خواہ خورد خواہ کلان ہون دو قطب ہوتے ہین — مثلث خطوط منحنی ایک جزو سطح کرہ کا ہی اور وہ مشتمل ہوتا ہے تین قوسون تین دوایر کلان سے — ہر ایک کو ان مین سی ضلع مثلث خطوط منحنی کہتے ہین

اور وہ نصف دایرہ سی کم ہوتا ہے

زاوی مثلث خطوط منحنی کے وہ ہین جو کہ واقع ہین درمیان سطوح اضلاع مثلث کے

ایک سطح مماس ہے کرہ کو جبکہ وہ اسکو ایک ہی نقطہ پر چھوتا ہے

١١٦ مثلث خطوط منحنی کا ہر ایک خط چھوٹا ہوتا ہے مجموعہ دو باقی اضلاع مثلث کے سی مثلث خطوط منحنی کے تینو زاوی دو قایمون سی زیادہ ہوتے ہین

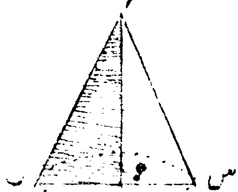
١١٧ علم مثلث خطوط منحنی کے وسیلہ سی مسایل مثلث خطوط منحنی حل ہوتے ہین جیسا کہ علم مثلث مستقیم الخطوط سی مسایل مثلث مستقیم الاضلاع حل ہوتے ہین

## ستاوان باب تراش مخروط کے بیان مین

١١٨ مخروط کو تراشنی سے بعضی اشکال مسطح پیدا ہوتے ہین

وہ علم ریاضی میں بہت کام آتی ہیں ۵۹

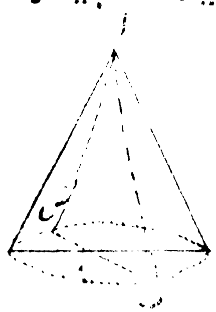
۱۱۹ مخروط ایک شکل مجسم ہے جو کہ مثلث قائم الزاویہ کے ایک خط کو ثابت کر کر گردش دینے سے بنتا ہے جیسے کہ اب س



۱۲۰ وہ خط جسکی گرد مثلث قائم الزاویہ گردش کہاتی مخروط پیدا کرتا ہے سہم کہلاتا ہے

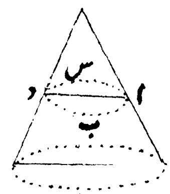
۱۲۱ قاعدہ مخروط کا دایرہ ہے جو کہ خط متحرک متصل سہم کی گہومنی سے پیدا ہوتا ہے اور وہ جو کہ مخروط کے سر سے قاعدہ پر عمود ہے ارتفاع کہلاتا ہے

۱۲۲ اگر مخروط کو سر سے قاعدہ تک خواہ ترچھا خواہ سیدھا تراشیں تو مثلث اوسمیں سے پیدا ہوگا جیسی کہ اب س

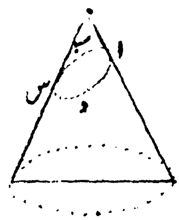


۱۲۳ اگر مخروط قاعدہ سے متوازی تراشیں تو اوسما

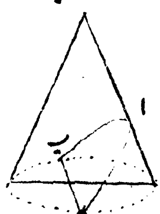
تو اوسمین سے دایرہ پیدا ہوگا جیسی کہ ا س د ب




۱۲۴ اگر مخروط کو ایسا ترچھا تراشین کہ اوسکی دونو پہلو کٹین تو ایک شکل بیضہ اوسمین سی پیدا ہو لے جیسی کہ ا س د ب




۱۲۵ اگر مخروط کو دونو طرفون مین سی ایک کے متوازی تراشین تو پیری بولا پیدا ہوگا جیسی کہ ا ب س



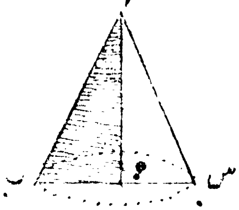

۱۲۶ اگر ایک سطح ایک مخروط کو کاٹ کر دوسری مخروط جو کہ مقابل ویسکے ہی تو اوس تراش سے ہایپر بولا پیدا ہوگا جیسی کہ ا ب س +

---

+ یہہ بات اس جگہہ کہنی ضرور ہے کہ تمام اشکال جو کہ مخروط کو تراشنی سے پیدا ہوتے ہین اوپر بیان کیے ہین اور وہ پانچ ہین یعنی مثلث دایرہ شکل بیضہ پیری بولا ہایپر بولا لیکن پانچ مین سی تین اشکال اخیر کو اکثر علم تراش مخروط کہتے ہین

 وہ علم ریاضی میں بہت کام آتی ہیں

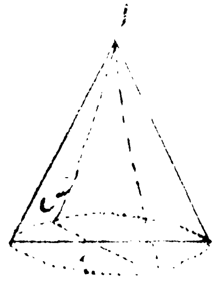
۱۱۹ مخروط ایک شکل مجسم ہے جو کہ مثلث قایم الزاویہ کے
ایک خط کو ثابت کر کر گردش دینے سے بنتا ہے جیسے کہ ا ب س




۱۲۰ وہ خط جسکی گرد مثلث قایم الزاویہ گردش کہاتی
مخروط پیدا کرتا ہے سہم کہلاتا ہے

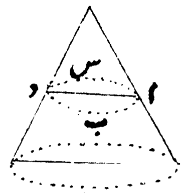
۱۲۱ قاعدہ مخروط کا دایرہ ہے جو کہ خط متحرک متصل سہم
کی گہومنے سے پیدا ہوتا ہے اور وہ جو کہ مخروط کے سر سے قاعدہ
پر عمود ہے ارتفاع کہلاتا ہے

۱۲۲ اگر مخروط کو سر سے قاعدہ تک خواہ ترچہا خواہ سیدہا
تراشیں تو مثلث اوس میں سے پیدا ہوگا جیسے کہ ا ب س

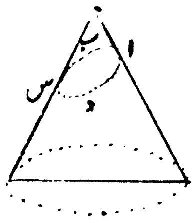


۱۲۳ اگر مخروط قاعدہ کے متوازی تراشیں تو اوس

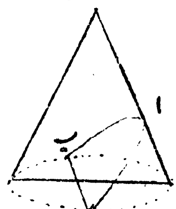
ـس مین سے دایرہ پیدا ہوگا جیسی کہ اس د ب




اگر مخروط کو ایسا ترچھا تراشیں کہ اوسکی دونو پہلو کٹین تو ایک
ـشکل بیضہ اوس مین سی پیدا ہوے جیسی کہ اس د ب

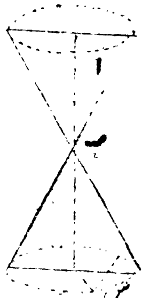



ا اگر مخروط کو دونو طرفون مین سی ایک کے متوازی تراشین
ـری بولا پیدا ہوگا جیسی کہ ا ب س

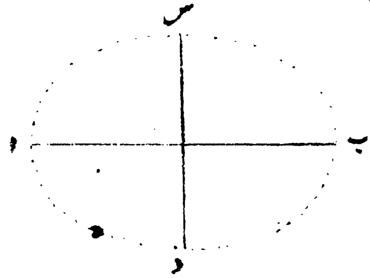



ا اگر ایک سطح ایک مخروط کو کاٹ کر دوسری مخروط
ـر کہ مقابل بڑھے ہے تو اوس تراش سے ہیپربولا پیدا ہوگا
ـکہ ا ب س +

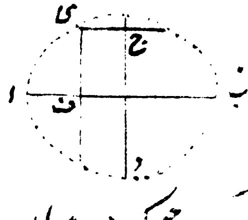
ـت اس جگہ یعنی ضرور ہے کہ تمام اشکال جو کہ مخروط کو تراشنی سے
ـوتے ہین اوپر بیان کین ہین اور وہ پانچ ہین یعنی مثلث دایرہ
ـضیہ پیری بولا ہیپربولا لیکن پانچ مین سی تین اشکال اخیر کو اکثر علم تراش
ـکہتے ہین




۱۲۷ اگر دو خط مرکز شکل بیضیہ سی گذر کی محیط دایرہ پر منتہی ہوویں اور وہ دونو باہم ایک دوسری پر عمود ہوں تو بڑی خط اب کو جو کہ ماسکے من سی گذرتا ہی بڑا قطر اور چھوٹی خط س د کو چھوٹا قطر کہتی ہین




۱۲۸ خط ی ف یا ی ج جو کہ شکل بیضیہ کی محیط سی چھوٹی یا بڑی قطر پر عمود ہے اور وڈی نیٹ کہلاتا ہے




۱۲۹ نقطہ ا ف یا س ج جو کہ درمیان اور وڈی نیٹ اور

گذشتہ شکل دیکہو ہے یا ہلاتا ہے ایسا ہوتا ہے سکی اور انجام

جونکہ یہہ شکل کتاب مین غلط کہی تہی

اسلئی اسکو ایک علیحدہ کاغذ پہ چہاپا گیا

ہی جو کہ

ہ گذشتہ

نقطہ سے

ر اور دٹے

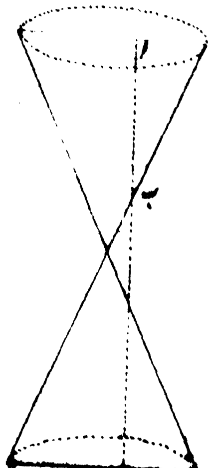
سے کے

سکو جہوتا

نقطہ محیط

ان انجام

ہتی ہین




قطر اور ... ہا ہے

۱۴۲ — علم ریاضی سی خطوط پیری بولا ہا پر بولا اور شکل

بیضیہ بوسیلہ ایک دوسرے کی تحقیق کر سکتی ہین لیکن اس

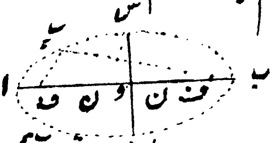
جگہ ہم چند اشکال درباب شکل بیضیہ کے لکہین سگے اور چونکہ

٦٣ چونکہ ستارون کا مدار بشکل بیضیہ ہے تو ان اشکال کا جاننا ضرور
ہی اس رسالہ مین دو چار مسایل درباب شکل بیضیہ کے ہمنے
لکھی ہین اور اون کا جاننا بہت ضرور ہے کیونکہ مدار تمام ستارون
کا بشکل بیضیہ ہے

١٣٧ — ہاپربولا کی ایک عجایب صفت ہم بیان کرتے
ہین وہ یہہ ہی کہ ہاپربولا ہمیشہ ایک خط کے نزدیک آتا جاتا ہے
مگر کبھی نہین اوسسی ملتا ہے

١٣٨ شکل اول

شکل بیضیہ کا اگر چھوٹا اور بڑا قطر معلوم ہو تو تمام شکل کو کیونکر
کاغذ پر کھینچین



ترکیب

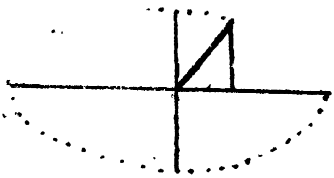
چھوٹا قطر س د اور بڑا قطر ا ب مرکز شکل پر تقاطع کرتے ہوئے
کھینچو س کو مرکز گردان کر ا و کے فاصلہ پر ایک قوس ا ب
کو ف ف مین کاٹتے ہوئے کھینچو تو نقطے ف ف اوسکے
دونو ماسک ہونگے — فرض کرو کہ بیشمار نقطے ن ن وغیرہ
بڑی قطر ا ب مین ہین اور ا ن اور ن ب کے فاصلہ پر مرکز ف
اور ف سے قوسین کھینچو کہ نقطہ ث ث وغیرہ پر تقاطع کرین
درمیان نقطون ث ث وغیرہ کے ا ث س ث اور
ب د کھینچو تو یہہ محیطہ شکل بیضیہ ہوگا

١٣٩ — شکل دوم

شکل بیضیہ کو اگر کوے تین چیزین چار چیزون مفصلہ ذیل مین سی معلوم ہو تو چوتہی چیز معلوم ہوجاویگی لیکن اوس کا اس جگہ بیان کرنا کچہہ ضرور نہین ہی وہ چار چیزین یہہ ہین چہوٹا اور بڑا قطر اور ڈی نیٹ اور ابسیسا

شکل سیوم

۱۴۰ جبکہ چہوٹا اور بڑا محور شکل بیضیہ کا معلوم ہے تو اوس کا محیط کیونکر دریافت کرین جذر نصف مجموعہ دونو خطون کو ۳ د ۱ ۴ سی ضرب کرو جبکہ قطر اوس کا ایک ہی ہا حصل اوس کا محیط ہوگا



مثلا اگر بڑا محور ۴۲ ہو اور چہوٹا محور ۳۰ تو محیط اوس شکل کا کتنا ہوگا

۲ ۲ ، ۰ ۹

۳ د ۱ ۴
۸ ۵ ۳۶

۲ ۲ ۰ ۹

۶ ۶ ۲ ۷
۶ ۹ ۳ ۶ ۲ ۶

شکل چہارم

۱۴۱ اگر چہوٹا اور بڑا قطر کسی شکل بیضیہ کا معلوم ہو تو اوس کا سطح کیونکر دریافت کرین

قاعدہ

۶۵ بڑی محور کو چھوٹے محور سے ضرب دو اور حاصل ضرب کو پہر
۷۸۵ء سے جو کہ چوتہائی ۴ اور ۳ کا ہے جبکہ قطر ایک ہی ضرب کرو
تا حصل اوس کا سطح ہوگا یا یہہ کہ ایک قطر کو ۷۸۵ء سے ضرب دو
اور حاصل کو دوسری سے

## مثال

۱۴۲
جس شکل کا کہ بڑا محور اب ۲۴ ہی اور چھوٹا محور س د ۱۸ تو
اوس کا سطح کتنا ہوگا ۱۲ × ۱۸ × ۷۸۵ء = ۳۳۸٫۱۲۰
شکل مذکور کا ہوگا

۱۴۳ — علم پیرائش مخروط علم ریاضی کی تحصیل کرنے مین مفید ہوگا
اور اوسکی جاننے سے طالب علم دریافت کریگا کہ کس
طریق سے مدار ستارون کا تحقیق ہوا ہی اور اون کا مدار کتنا کتنا
لنبا ہے

۱۴۴ جن شخصون کو کہ فرصت تحصیل کرنے علم ریاضی کی نہین ہے اور
نہ اونکی طبع اسکی تحصیل کی طرف راغب اونکے واسطے ایک رسالہ مین
خیالات مشہور درباب علم مساحت کار آمدنی کی اور علم پیمائش
اور علم ہمواری کی لکھی ہین اگر حساب نہایت صحیح دریافت کیا جاتا ہے
تو بعضی ترکیبات اس رسالہ مین ایسی ہین کہ اون سے وہ ٹھیک نہین
نکل سکینگے جو اشخاص کہ خاص تحصیل علم مساحت و پیمائش کے
کیا چاہتے ہین اونکو لازم ہے کہ پلی فیر صاحب کی اور ریو فی گیسل صاحب
کی کتاب کو درماس اون علوم کے تحصیل کرین

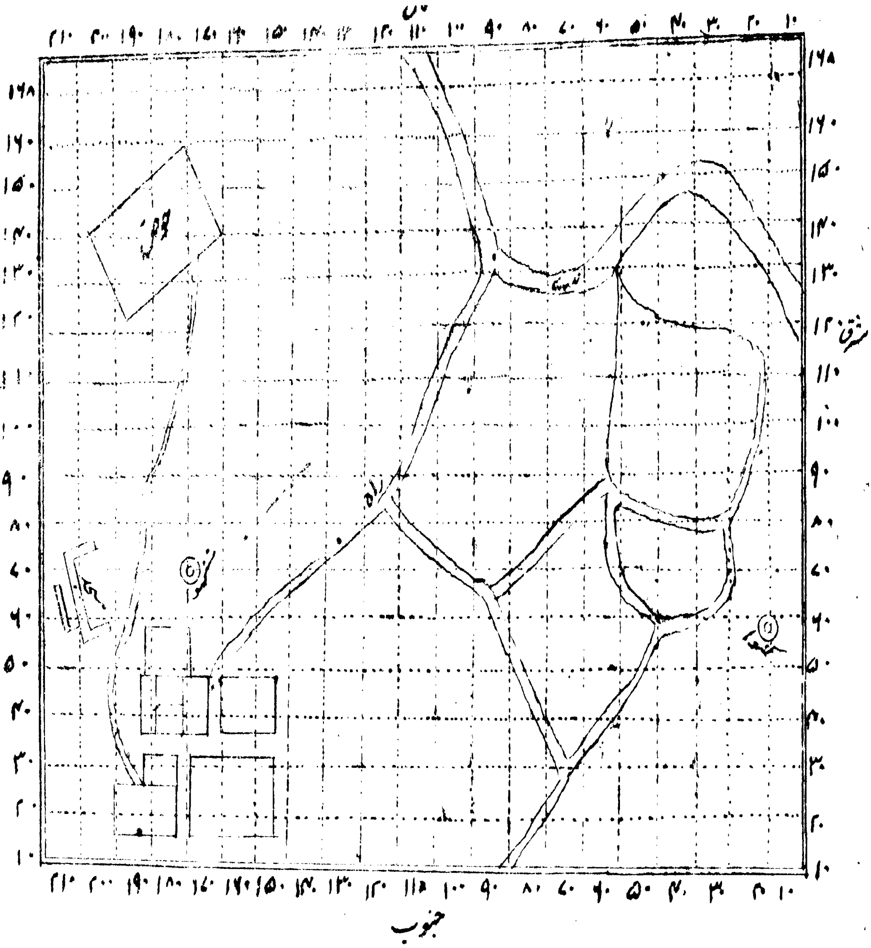
## تتمہ

### ترکیب دریافت کرنی خط نصف النہار کسی مقام کی بیچ

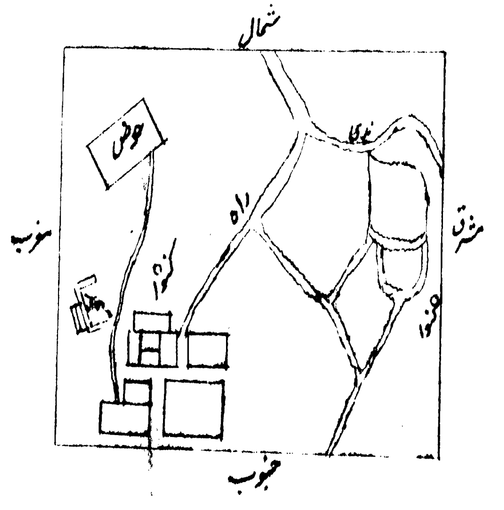
اول تہوری سی قطع زمین کو ہموار کرو اس طرح کہ اوس پر پانی ڈالین تو وہ تمام اطراف مین اوس زمین بعد اسکی اوس مقام پر ایک دایرہ کہینچو اور اس دایرہ کے مرکز پر ایک نوکدار سوئی بقدر ربع قطر دایرہ کے مثل عمود کہڑی کرو اور واسطے ثبوت اس امر کی کہ زیادہ سوی مثل عمود ہی کہ ہمین تین نقطے محیط دایرہ مین فرض کرو اور اون سی فاصلہ سوئی کی نوک کا پیمایش کرو اگر فاصلہ اُن کا باہم برابر ہی تو سوی مثل عمود قایم ہے اس مین شک نہین کہ اوایل بہار مین وقت طلوع آفتاب کے سایہ سوئی کا باہر دایرہ کے پڑی گا اور جون جون آفتاب اونچا اوٹہتا جاوے گا کم ہوتا دیکہتی رہو کہ کب قبل از دوپہر کے انجام سایہ کا محیط دایرہ سی چہوی گا اور جس مقام پر کہ سایہ سوئی کا محیط دایرہ سی چہودی اوس مقام پر نشان سوی سے کرلو اور تب بعد دوپہر کے دیکہتی رہو کہ کب سایہ دراز ہوتے ہوے محیط دایرہ سی چہودی گا اور جہانکہ وہ چہودی اوس مقام پر نشان کرلو اور جو قوس کہ درمیان نشانہای مذکور کی واقع ہی اسکو تنصیف کرو اور تب درمیان نقطہ تقاطع اور مرکز دایرہ کے خط ملاو اور اسکو کہینچتی جاو تو وہ خط خط نصف النہار رہو گا

# تتمہ دوم

اگر نقشہ کسی قدر طول اور عرض کا دیا ہو تو ہم اوسکو اس طرح کم یا زیادہ
طول اور عرض مین کر سکتی ہین کہ تمام اجزا اوسکی نقشہ اصلی سے متناسب
رہین اسس نقشہ کو باسانی کہینچی کی لئی اصل نقشہ کو چند مربعون مین
تقسیم کرتے ہین اور جس قدر کہ ہم نقشہ کو چہوٹا یا بڑا کیا چاہتی ہین اوسی
قدر اوسکی مربع کو کم یا زیادہ کرکی اوسکی ایک خط کو کاغذ پر کہینچتی
ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک نقشہ کاغذ پر ایک بڑی مربع کی اندر کہینچا
ہوا ہی اوس مربع کو بہی چند مربعون مین تقسیم کرنا چاہیئی اگر تم اپنی نقشہ
کو اصل نقشہ کا چہارم کہینچا چاہتی ہو تو تمہین چاہیئی کہ ایک مربع چہارم
حصہ اصل مربع کا بناو اور اوسکو اوتنی ہی مربعون مین تقسیم کرو جتنی
مربعون مین کہ اصل نقشہ منقسم ہی اوس صورت مین چیزون کو مطابق
مربعون مین کہینچی گی یعنی اگر مربع داہین ہات کونی کی طرف ایک مین
ہی تو دوسری مین بہی داہین ہات کونی کی طرف ہو دی اور جو
باہین ہات کو اوپر کی طرف ہی تو دوسری مین باہین ہات کو اوپر کی طرف ہووے
ایک نقشہ اسی قاعدہ پر اسکی آگی لگایا گیا ہی اور جس قاعدہ پر کہ ہمنی چہوٹا
نقشہ کہینچا ہی اوسی قاعدہ پر نقشہ زمین کاغذ پر کہینچ سکتی ہین



حوض
کنوا
راه
جنوب
مشرق

شمال
حوض
راه
کنوا
مشرق
جنوب

| دقیقه | جیب | تفریق | مماس | تفریق | مماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۰ | ۰٫۰۰۰۰۰۰ | | ۰٫۰۰۰۰۰۰ | | لا انتها | ۱۰٫۰۰۰۰۰۰ | ۶۰ |
| | | ۷٫۴۶۳۷۳ | | ۷٫۴۶۳۷۳ | | | |
| ۱۰ | ۷٫۴۶۳۷۲۶ | ۰٫۳۰۱۰۳ | ۷٫۴۶۳۷۲۸ | ۰٫۳۰۱۰۳ | ۱۲٫۵۳۶۲۷۲ | ۱۰٫۰۰۰۰۰۰ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۷٫۷۶۴۷۵ | ۰٫۱۷۶۰۹ | ۷٫۷۶۴۷۶ | ۰٫۱۷۶۱۰ | ۱۲٫۲۳۵۲۴ | ۹٫۹۹۹۹۹ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۷٫۹۴۰۸۴ | ۰٫۱۲۴۹۴ | ۷٫۹۴۰۸۶ | ۰٫۱۲۴۹۵ | ۱۲٫۰۵۹۱۴ | ۹٫۹۹۹۹۸ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۰۶۵۷۸ | ۰٫۰۹۶۹۰ | ۸٫۰۶۵۸۱ | ۰٫۰۹۶۹۱ | ۱۱٫۹۳۴۱۹ | ۹٫۹۹۹۹۷ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۸٫۱۶۲۶۸ | ۰٫۰۷۹۱۸ | ۸٫۱۶۲۷۳ | ۰٫۰۷۹۱۹ | ۱۱٫۸۳۷۲۷ | ۹٫۹۹۹۹۵ | ۱۰ |
| ۰ | ۸٫۲۴۱۸۶ | ۰٫۰۶۶۹۳ | ۸٫۲۴۱۹۲ | ۰٫۰۶۶۹۴ | ۱۱٫۷۵۸۰۸ | ۹٫۹۹۹۹۳ | ۰ |
| ۱۰ | ۸٫۳۰۸۷۹ | ۰٫۰۵۷۹۹ | ۸٫۳۰۸۸۸ | ۰٫۰۵۸۰۱ | ۱۱٫۶۹۱۱۲ | ۹٫۹۹۹۹۱ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۸٫۳۶۶۷۸ | ۰٫۰۵۱۱۴ | ۸٫۳۶۶۸۹ | [illegible] | ۱۱٫۶۳۳۱۱ | ۹٫۹۹۹۸۸ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۸٫۴۱۷۹۲ | ۰٫۰۴۵۷۴ | ۸٫۴۱۸۰۷ | [illegible] | ۱۱٫۵۸۱۹۳ | ۹٫۹۹۹۸۵ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۴۶۳۶۶ | ۰٫۰۴۱۳۸ | ۸٫۴۶۳۸۵ | [illegible] | ۱۱٫۵۳۶۱۵ | ۹٫۹۹۹۸۲ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۸٫۵۰۵۰۴ | ۰٫۰۳۷۷۸ | ۸٫۵۰۵۲۶ | ۰٫۰۳۷۸۱ | ۱۱٫۴۹۴۷۳ | ۹٫۹۹۹۷۸ | ۱۰ |
| ۰ | ۸٫۵۴۲۸۲ | ۰٫۰۳۴۷۵ | ۸٫۵۴۳۰۸ | ۰٫۰۳۴۸۰ | ۱۱٫۴۵۶۹۲ | ۹٫۹۹۹۷۳ | ۰ |
| ۱۰ | ۸٫۵۷۷۵۶ | ۰٫۰۳۲۱۶ | ۸٫۵۷۷۸۸ | ۰٫۰۳۲۲۱ | ۱۱٫۴۲۲۱۲ | ۹٫۹۹۹۶۹ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۸٫۶۰۹۷۳ | ۰٫۰۲۹۹۵ | ۸٫۶۱۰۰۹ | ۰٫۰۳۰۰۰ | ۱۱٫۳۸۹۹۱ | ۹٫۹۹۹۶۴ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۸٫۶۳۹۶۸ | ۰٫۰۲۸۰۱ | ۸٫۶۴۰۰۹ | ۰٫۰۲۸۰۷ | ۱۱٫۳۵۹۹۱ | ۹٫۹۹۹۵۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۶۶۷۶۹ | ۰٫۰۲۶۳۱ | ۸٫۶۶۸۱۶ | ۰٫۰۲۶۳۷ | ۱۱٫۳۳۱۸۴ | ۹٫۹۹۹۵۳ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۸٫۶۹۴۰۰ | ۰٫۰۲۴۸۰ | ۸٫۶۹۴۵۳ | ۰٫۰۲۴۸۷ | ۱۱٫۳۰۵۴۷ | ۹٫۹۹۹۴۷ | ۱۰ |
| ۰ | ۸٫۷۱۸۸۰ | | ۸٫۷۱۹۴۰ | | ۱۱٫۲۸۰۶۰ | ۹٫۹۹۹۴۰ | ۰ |
| | جیب التمام | تفریق | مماس التمام | تفریق | مماس | جیب | دقیقه |

| دقیقه | جیب مستوی | تفریق | ماس ۲ | تفریق | ماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۸٫۷۴۲۲۶ | ۰۰۲۲۲۵ | ۸٫۷۴۲۹۲ | ۰۰۲۲۳۳ | ۱۱٫۲۵۷۰۸ | ۹٫۹۹۹۳۴ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۸٫۷۶۴۵۱ | ۰۰۲۱۱۷ | ۸٫۷۶۵۲۵ | ۰۰۲۱۲۴ | ۱۱٫۲۳۴۷۵ | ۹٫۹۹۹۲۶ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۸٫۷۸۵۶۸ | ۰۰۲۰۱۷ | ۸٫۷۸۶۴۹ | ۰۰۲۰۲۵ | ۱۱٫۲۱۳۵۱ | ۹٫۹۹۹۱۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۸۰۵۸۵ | ۰۰۱۹۲۸ | ۸٫۸۰۶۷۴ | ۰۰۱۹۳۶ | ۱۱٫۱۹۳۲۶ | ۹٫۹۹۹۱۱ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۸٫۸۲۵۱۳ | ۰۰۱۸۴۵ | ۸٫۸۲۶۱۰ | ۰۰۱۸۵۴ | ۱۱٫۱۷۳۹۰ | ۹٫۹۹۹۰۳ | ۱۰ |
| ۰ | ۸٫۸۴۳۵۸ | ۰۱۷۷۰ | ۸٫۸۴۴۶۴ | ۰۰۱۷۷۹ | ۱۱٫۱۵۵۳۶ | ۹٫۹۹۸۹۴ | ۰ |
| ۱۰ | ۸٫۸۶۱۲۸ | ۰۰۱۷۰۱ | ۸٫۸۶۲۴۳ | ۰۰۱۷۱۰ | ۱۱٫۱۳۷۵۷ | ۹٫۹۹۸۸۵ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۸٫۸۷۸۲۹ | ۰۰۱۶۳۵ | ۸٫۸۷۹۵۳ | ۰۰۱۶۴۵ | ۱۱٫۱۲۰۴۷ | ۹٫۹۹۸۷۶ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۸٫۸۹۴۶۴ | ۰۰۱۵۷۶ | ۸٫۸۹۵۹۸ | ۰۰۱۵۸۷ | ۱۱٫۱۰۴۰۲ | ۹٫۹۹۸۶۶ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۹۱۰۴۰ | ۰۰۱۵۲۱ | ۸٫۹۱۱۸۵ | ۰۰۱۵۳۱ | ۱۱٫۰۸۸۱۵ | ۹٫۹۹۸۵۶ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۸٫۹۲۵۶۱ | ۰۰۱۴۶۹ | ۸٫۹۲۷۱۶ | ۰۰۱۴۷۹ | ۱۱٫۰۷۲۸۴ | ۹٫۹۹۸۴۵ | ۱۰ |
| ۰ | ۸٫۹۴۰۳۰ | ۰۰۱۴۲۰ | ۸٫۹۴۱۹۵ | ۰۰۱۴۳۲ | ۱۱٫۰۵۸۰۵ | ۹٫۹۹۸۳۴ | ۰ |
| ۱۰ | ۸٫۹۵۴۵۰ | ۰۰۱۳۷۵ | ۸٫۹۵۶۲۷ | ۰۰۱۳۸۶ | ۱۱٫۰۴۳۷۳ | ۹۹۸۲۳ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۸٫۹۶۸۲۵ | ۰۰۱۳۳۲ | ۸٫۹۷۰۱۳ | ۰۰۱۳۴۵ | ۱۱٫۰۲۹۸۷ | ۹٫۹۹۸۱۲ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۸٫۹۸۱۵۷ | ۰۰۱۳۰۷ | ۸٫۹۹۳۵۸ | ۰۰۱۳۰۴ | ۱۱٫۰۰۶۴۲ | ۹٫۹۹۸۰۰ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۸٫۹۹۴۵۰ | ۰۰۱۲۵۴ | ۸٫۹۹۶۶۲ | ۰۰۱۲۶۸ | ۱۱٫۰۰۳۳۸ | ۹٫۹۹۷۸۷ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۰۰۷۰۴ | ۰۰۱۲۱۹ | ۹٫۰۰۹۳۰ | ۰۰۱۲۳۲ | ۱۰٫۹۹۰۷۰ | ۹٫۹۹۷۷۵ | ۱۰ |
| | ۹٫۰۱۹۲۳ | | ۹٫۰۲۱۶۲ | | ۱۰٫۹۷۸۳۸ | ۹٫۹۹۷۶۱ | |
| | جیب التمام | تفریق | ماس التمام | تفریق | ماس | جیب مستوی | |

| دقیقه | جیب مستوی | تزاید | مماس | تزاید | مماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۰۳۱۰۹ | ۰۰۱۱۵۳ | ۹٫۰۳۳۶۱ | ۰۰۱۱۶۷ | ۱۰٫۹۶۶۳۹ | ۹٫۹۹۷۴۸ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۰۴۲۶۲ | ۰۰۱۱۲۴ | ۹٫۰۴۵۲۸ | ۰۰۱۱۳۸ | ۱۰٫۹۵۴۷۲ | ۹٫۹۹۷۳۳ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۰۵۳۸۶ | ۰۰۱۰۹۵ | ۹٫۰۵۶۶۶ | ۰۰۱۱۰۹ | ۱۰٫۹۴۳۳۴ | ۹٫۹۹۷۲۰ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۰۶۴۸۱ | ۰۰۱۰۶۷ | ۹٫۰۶۷۷۵ | ۰۰۱۰۸۳ | ۱۰٫۹۳۲۲۵ | ۹٫۹۹۷۰۵ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۰۷۵۴۸ | ۰۰۱۰۴۱ | ۹٫۰۷۸۵۸ | ۰۰۱۰۵۶ | ۱۰٫۹۲۱۴۲ | ۹٫۹۹۶۹۰ | ۱۰ |
| ۰ | ۹٫۰۸۵۸۹ | ۰۰۱۰۱۷ | ۹٫۰۸۹۱۴ | ۰۰۱۰۳۳ | ۱۰٫۹۱۰۸۶ | ۹٫۹۹۶۷۵ | |
| ۱۰ | ۹٫۰۹۶۰۶ | ۰۰۰۹۹۳ | ۹٫۰۹۹۴۷ | ۰۰۱۰۰۹ | ۱۰٫۹۰۰۵۳ | ۹٫۹۹۶۵۹ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۱۰۵۹۹ | ۰۰۰۹۷۱ | ۹٫۱۰۹۵۶ | ۰۰۰۹۸۷ | ۱۰٫۸۹۰۴۴ | ۹٫۹۹۶۴۳ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۱۱۵۷۰ | ۰۰۰۹۴۹ | ۹٫۱۱۹۴۳ | ۰۰۰۹۶۶ | ۱۰٫۸۸۰۵۷ | ۹٫۹۹۶۲۷ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۱۲۵۱۹ | ۰۰۰۹۲۸ | ۹٫۱۲۹۰۹ | ۰۰۰۹۴۵ | ۱۰٫۸۷۰۹۱ | ۹٫۹۹۶۱۰ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۱۳۴۴۷ | ۰۰۰۹۰۹ | ۹٫۱۳۸۵۴ | ۰۰۰۹۲۶ | ۱۰٫۸۶۱۴۶ | ۹٫۱۱۵۱۳ | ۱۰ |
| ۰ | ۹٫۱۴۳۵۶ | ۰۰۰۸۸۹ | ۹٫۱۴۷۸۰ | ۰۰۰۹۰۸ | ۱۰٫۸۵۲۲۰ | ۹٫۹۹۵۷۵ | ۰ |
| ۱۰ | ۹٫۱۵۲۴۵ | ۰۰۰۸۷۱ | ۹٫۱۵۶۸۸ | ۰۰۰۸۸۹ | ۱۰٫۸۴۳۱۲ | ۹٫۹۹۵۵۷ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۱۶۱۱۶ | ۰۰۰۸۶۶ | ۹٫۱۶۵۷۷ | ۰۰۰۸۷۳ | ۱۰٫۸۳۴۲۳ | ۹٫۹۹۵۳۹ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۱۶۹۷۰ | [illegible] | ۹٫۱۷۴۵۰ | ۰۰۰۸۵۶ | ۱۰٫۸۲۵۵۰ | ۹٫۹۹۵۲۰ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۱۷۸۰۷ | ۰۰۰۸۲۱ | ۹٫۱۸۳۰۶ | ۰۰۰۸۴۰ | ۱۰٫۸۱۶۹۴ | ۹٫۹۹۵۰۱ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۱۸۶۲۸ | ۰۰۰۸۰۵ | ۹٫۱۹۱۴۶ | ۰۰۰۸۲۵ | ۱۰٫۸۰۸۵۴ | ۹٫۹۹۴۸۲ | ۱۰ |
| | ۹٫۱۹۴۳۳ | | ۹٫۱۹۹۷۱ | | ۱۰٫۸۰۰۲۹ | ۹٫۹۹۴۶۲ | |
| | جیب التمام | تزاید | مماس التمام | تزاید | مماس | جیب مستوی | |

| دقائق | جيب مستوي | تورية | مماس | تورية | مماس التمام | جيب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ٩٫٢٠٢٢٣ | ٠٠٠٧٧٦ | ٩٫٢٠٧٨٢ | ٠٠٠٧٩٦ | ١٠٫٧٩٢١٨ | ٩٫٩٩٤٤٢ | ٥٠ |
| ٢٠ | ٩٫٢٠٩٩٩ | ٠٠٠٧٦٢ | ٩٫٢١٥٧٨ | ٠٠٠٧٨٣ | ١٠٫٧٨٤٢٢ | ٩٫٩٩٤٢١ | ٤٠ |
| ٣٠ | ٩٫٢١٧٦١ | ٠٠٠٧٤٨ | ٩٫٢٢٣٦١ | ٠٠٠٧٦٩ | ١٠٫٧٧٦٣٩ | ٩٫٩٩٤٠٠ | ٣٠ |
| ٤٠ | ٩٫٢٢٥٠٩ | ٠٠٠٧٣٥ | ٩٫٢٣١٣٠ | ٠٠٠٧٥٧ | ١٠٫٧٦٨٧٠ | ٩٫٩٩٣٧٩ | ٢٠ |
| ٥٠ | ٩٫٢٣٢٤٤ | ٠٠٠٧٢٣ | ٩٫٢٣٨٨٧ | ٠٠٠٧٤٥ | ١٠٫٧٦١١٣ | ٩٫٩٩٣٥٧ | ١٠ |
| ٠ | ٩٫٢٣٩٦٧ | ٠٠٠٧١٠ | ٩٫٢٤٦٣٢ | ٠٠٠٧٣٣ | ١٠٫٧٥٣٦٨ | ٩٫٩٩٣٣٥ | ٠ |
| ١٠ | ٩٫٢٤٦٧٧ | ٠٠٠٦٩٩ | ٩٫٢٥٣٦٥ | ٠٠٠٧٢١ | ١٠٫٧٤٦٣٥ | ٩٫٩٩٣١٣ | ٥٠ |
| ٢٠ | ٩٫٢٥٣٧٦ | ٠٠٠٦٨٧ | ٩٫٢٦٠٨٦ | ٠٠٠٧١١ | ١٠٫٧٣٩١٤ | ٩٫٩٩٢٩٠ | ٤٠ |
| ٣٠ | ٩٫٢٦٠٦٣ | ٠٠٠٦٧٦ | ٩٫٢٦٧٩٧ | ٠٠٠٦٩٩ | ١٠٫٧٣٢٠٣ | ٩٫٩٩٢٦٧ | ٣٠ |
| ٤٠ | ٩٫٢٦٧٣٩ | ٠٠٠٦٦٦ | ٩٫٢٧٤٩٦ | ٠٠٠٦٩٠ | ١٠٫٧٢٥٠٤ | ٩٫٩٩٢٤٣ | ٢٠ |
| ٥٠ | ٩٫٢٧٤٠٥ | ٠٠٠٦٥٥ | ٩٫٢٨١٨٦ | ٠٠٠٦٧٩ | ١٠٫٧١٨١٤ | ٩٫٩٩٢١٩ | ١٠ |
| ٠ | ٩٫٢٨٠٦٠ | ٠٠٠٦٤٥ | ٩٫٢٨٨٦٥ | ٠٠٠٦٧٠ | ١٠٫٧١١٣٥ | ٩٫٩٩١٩٥ | ٠ |
| ١٠ | ٩٫٢٨٧٠٥ | ٠٠٠٦٣٥ | ٩٫٢٩٥٣٥ | ٠٠٠٦٦٠ | ١٠٫٧٠٤٦٥ | ٩٫٩٩١٧٠ | ٥٠ |
| ٢٠ | ٩٫٢٩٣٤٠ | ٠٠٠٦٢٦ | ٩٫٣٠١٩٥ | ٠٠٠٦٥١ | ١٠٫٦٩٨٠٥ | ٩٫٩٩١٤٥ | ٤٠ |
| ٣٠ | ٩٫٢٩٩٦٦ | ٠٠٠٦١٦ | ٩٫٣٠٨٤٦ | ٠٠٠٦٤٣ | ١٠٫٦٩١٥٤ | ٩٫٩٩١١٩ | ٣٠ |
| ٤٠ | ٩٫٣٠٥٨٢ | ٠٠٠٦٠٧ | ٩٫٣١٤٨٩ | ٠٠٠٦٣٣ | ١٠٫٦٨٥١١ | ٩٫٩٩٠٩٣ | ٢٠ |
| ٥٠ | ٩٫٣١١٨٩ | ٠٠٠٥٩٩ | ٩٫٣٢١٢٢ | ٠٠٠٦٢٥ | ١٠٫٦٧٨٧٨ | ٩٫٩٩٠٦٧ | ١٠ |
| | ٩٫٣١٧٨٨ | | ٩٫٣٢٧٤٧ | | ١٠٫٦٧٢٥٣ | ٩٫٩٩٠٤٠ | |
| | جيب التمام | تورية | مماس التمام | | مماس | جيب مستوي | |

| درجه دقیقه | جیب مستوی | تفریق | ماس | تفریق | ماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۳۲۳۷۸ | | ۹٫۳۳۳۶۵ | | ۱۰٫۶۶۶۳۵ | ۹٫۹۹۰۱۳ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۵۸۲ | | ۰۰۰۶۰۹ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۳۲۹۶۰ | | ۹٫۳۳۹۷۴ | | ۱۰٫۶۶۰۲۶ | ۹٫۹۸۹۸۶ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۵۷۴ | | ۰۰۰۶۰۲ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۳۳۵۳۴ | | ۹٫۳۴۵۷۶ | | ۱۰٫۶۵۴۲۴ | ۹٫۹۸۹۵۸ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۵۶۶ | | ۰۰۰۵۹۴ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۳۴۱۰۰ | | ۹٫۳۵۱۷۰ | | ۱۰٫۶۴۸۳۰ | ۹٫۹۸۹۳۰ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۵۵۸ | | ۰۰۰۵۸۷ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۳۴۶۵۸ | | ۹٫۳۵۷۵۷ | | ۱۰٫۶۴۲۴۳ | ۹٫۹۸۹۰۱ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۵۵۱ | | ۰۰۰۵۷۹ | | | |
| ۰ | ۹٫۳۵۲۰۹ | | ۹٫۳۶۳۳۶ | | ۱۰٫۶۳۶۶۴ | ۹٫۹۸۸۷۲ | ۰ |
| | | ۰۰۰۵۴۳ | | ۰۰۰۵۷۳ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۳۵۷۵۲ | | ۹٫۳۶۹۰۹ | | ۱۰٫۶۳۰۹۱ | ۹٫۹۸۸۴۳ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۵۳۷ | | ۰۰۰۵۶۷ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۳۶۲۸۹ | | ۹٫۳۷۴۷۶ | | ۱۰٫۶۲۵۲۴ | ۹٫۹۸۸۱۳ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۵۳۰ | | ۰۰۰۵۵۹ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۳۶۸۱۹ | | ۹٫۳۸۰۳۵ | | ۱۰٫۶۱۹۶۵ | ۹٫۹۸۷۸۳ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۵۲۲ | | ۰۰۰۵۵۴ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۳۷۳۴۱ | | ۹٫۳۸۵۸۹ | | ۱۰٫۶۱۴۱۱ | ۹٫۹۸۷۵۳ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۵۱۷ | | ۰۰۰۵۴۷ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۳۷۸۵۸ | | ۹٫۳۹۱۳۶ | | ۱۰٫۶۰۸۶۴ | ۹٫۹۸۷۲۲ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۵۱۰ | | ۰۰۰۵۴۱ | | | |
| ۰ | ۹٫۳۸۳۶۸ | | ۹٫۳۹۶۷۷ | | ۱۰٫۶۰۳۲۳ | ۹٫۹۸۶۹۰ | ۰ |
| | | ۰۰۰۵۰۳ | | ۰۰۰۵۳۵ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۳۸۸۷۱ | | ۹٫۴۰۲۱۲ | | ۱۰٫۵۹۷۸۸ | ۹٫۹۸۶۵۹ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۴۹۸ | | ۰۰۰۵۳۰ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۳۹۳۶۹ | | ۹٫۴۰۷۴۲ | | ۱۰٫۵۹۲۵۸ | ۹٫۹۸۶۲۷ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۴۹۱ | | ۰۰۰۵۲۴ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۳۹۸۶۰ | | ۹٫۴۱۲۶۶ | | ۱۰٫۵۸۷۳۴ | ۹٫۹۸۵۹۴ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۴۸۶ | | ۰۰۰۵۱۸ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۴۰۳۴۶ | | ۹٫۴۱۷۸۴ | | ۱۰٫۵۸۲۱۶ | ۹٫۹۸۵۶۱ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۴۷۹ | | ۰۰۰۵۱۳ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۴۰۸۲۵ | | ۹٫۴۲۲۹۷ | | ۱۰٫۵۷۷۰۳ | ۹٫۹۸۵۲۸ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۴۷۵ | | ۰۰۰۵۰۸ | | | |
| | ۹٫۴۱۳۰۰ | | ۹٫۴۲۸۰۵ | | ۱۰٫۵۷۱۹۵ | ۹٫۹۸۴۹۴ | |
| | جیب التمام | تفریق | ماس التمام | تفریق | ماس | | |

| دقیقه | جیب مستوی | تفریق | مماس | تفریق | مماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ٩٫٣١٧٩٨ | | ٩٫٣٣٣٠٨ | | ١٫٥٦٦٩٢ | ٩٫٩٨٤٦٠ | ٥٠ |
| | | ٠٠٠٤٦٤ | | ٠٠٠٣٩٨ | | | |
| ٢٠ | ٩٫٣٢٢٣٢ | | ٩٫٣٣٨٠٦ | | ١٫٥٦١٩٤ | ٩٫٩٨٤٤٦ | ٤٠ |
| | | ٠٠٠٤٥٨ | | ٠٠٠٣٩٣ | | | |
| ٣٠ | ٩٫٣٢٦٩٠ | | ٩٫٣٤٢٩٩ | | ١٫٥٥٧٠١ | ٩٫٩٨٣٩١ | ٣٠ |
| | | ٠٠٠٤٥٣ | | ٠٠٠٤٤٨ | | | |
| ٤٠ | ٩٫٣٣١٤٣ | | ٩٫٣٤٧٨٧ | | ١٫٥٥٢١٣ | ٩٫٩٨٣٥٦ | ٢٠ |
| | | ٠٠٠٤٤٨ | | ٠٠٠٤٨٤ | | | |
| ٥٠ | ٩٫٣٣٥٩١ | | ٩٫٣٥٢٧١ | | ١٫٥٤٧٢٩ | ٩٫٩٨٣٢٠ | ١٠ |
| | | ٠٠٠٤٤٣ | | ٠٠٠٤٧٩ | | | |
| ٠ | ٩٫٣٤٠٣٤ | | ٩٫٣٥٧٥٠ | | ١٫٥٤٢٥٠ | ٩٫٩٨٢٨٤ | |
| | | ٠٠٠٤٣٨ | | ٠٠٠٤٧٤ | | | |
| ١٠ | ٩٫٣٤٤٧٢ | | ٩٫٣٦٢٢٤ | | ١٫٥٣٧٧٦ | ٩٫٩٨٢٤٨ | ٥٠ |
| | | ٠٠٠٤٣٣ | | ٠٠٠٤٧٠ | | | |
| ٢٠ | ٩٫٣٤٩٠٥ | | ٩٫٣٦٦٩٤ | | ١٫٥٣٣٠٦ | ٩٫٩٨٢١١ | ٤٠ |
| | | ٠٠٠٤٢٩ | | ٠٠٠٤٦٦ | | | |
| ٣٠ | ٩٫٣٥٣٣٤ | | ٩٫٣٧١٦٠ | | ١٫٥٢٨٤٠ | ٩٫٩٨١٧٤ | ٣٠ |
| | | ٠٠٠٤٢٤ | | ٠٠٠٤٦٢ | | | |
| ٤٠ | ٩٫٣٥٧٥٨ | | ٩٫٣٧٦٢٢ | | ١٫٥٢٣٧٨ | ٩٫٩٨١٣٦ | ٢٠ |
| | | ٠٠٠٤٢٠ | | ٠٠٠٤٥٨ | | | |
| ٥٠ | ٩٫٣٦١٧٨ | | ٩٫٣٨٠٨٠ | | ١٫٥١٩٢٠ | ٩٫٩٨٠٩٨ | ١٠ |
| | | ٠٠٠٤١٦ | | ٠٠٠٤٥٤ | | | |
| ٠ | ٩٫٣٦٥٩٤ | | ٩٫٣٨٥٣٤ | | ١٫٥١٤٦٦ | ٩٫٩٨٠٦٠ | ٠ |
| | | ٠٠٠٤١١ | | ٠٠٠٤٥٠ | | | |
| ١٠ | ٩٫٣٧٠٠٥ | | ٩٫٣٨٩٨٤ | | ١٫٥١٠١٦ | ٩٫٩٨٠٢١ | ٥٠ |
| | | ٠٠٠٤٠٦ | | ٠٠٠٤٤٦ | | | |
| ٢٠ | ٩٫٣٧٤١١ | | ٩٫٣٩٤٣٠ | | ١٫٥٠٥٧٠ | ٩٫٩٧٩٨٢ | ٤٠ |
| | | ٠٠٠٤٠٣ | | ٠٠٠٤٤٢ | | | |
| ٣٠ | ٩٫٣٧٨١٤ | | ٩٫٣٩٨٧٢ | | ١٫٥٠١٢٨ | ٩٫٩٧٩٤٢ | ٣٠ |
| | | ٠٠٠٣٩٩ | | ٠٠٠٤٣٩ | | | |
| ٤٠ | ٩٫٣٨٢١٣ | | ٩٫٥٠٣١١ | | ١٫٣٩٦٨٩ | ٩٫٩٧٩٠٢ | ٢٠ |
| | | ٠٠٠٣٩٤ | | ٠٠٠٤٣٥ | | | |
| ٥٠ | ٩٫٣٨٦٠٧ | | ٩٫٥٠٧٤٦ | | ١٫٤٩٢٥٤ | ٩٫٩٧٨٦١ | ١٠ |
| | | ٠٠٠٣٩١ | | ٠٠٠٤٣٣ | | | |
| | ٩٫٣٨٩٩٨ | | ٩٫٥١١٧٨ | | ١٫٤٨٨٢٢ | ٩٫٩٧٨٢١ | |
| | جیب التمام | تفریق | مماس التمام | تفریق | مماس | جیب مستوی | |

| دقيقه | جيب مستوي | تفريق | مماس | تفريق | مماس التمام | جيب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۴۹۳۸۵ | | ۹٫۵۱۶۰۶ | | ۱۰٫۴۸۳۹۴ | ۹٫۹۷۷۷۹ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۳۸۳ | | ۰۰۰۴۲۵ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۴۹۷۶۸ | | ۹٫۵۲۰۳۱ | | ۱۰٫۴۷۹۶۹ | ۹٫۹۷۷۳۸ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۳۸۰ | | ۰۰۰۴۲۱ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۵۰۱۴۸ | | ۹٫۵۲۴۵۲ | | ۱۰٫۴۷۵۴۸ | ۹٫۹۷۶۹۶ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۳۷۵ | | ۰۰۰۴۱۸ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۵۰۵۲۳ | | ۹٫۵۲۸۷۰ | | ۱۰٫۴۷۱۳۰ | ۹٫۹۷۶۵۳ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۳۷۳ | | ۰۰۰۴۱۵ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۵۰۸۹۶ | | ۹٫۵۳۲۸۵ | | ۱۰٫۴۶۷۱۵ | ۹٫۹۷۶۱۰ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۳۶۸ | | ۰۰۰۴۱۲ | | | |
| ۰ | ۹٫۵۱۲۶۴ | | ۹٫۵۳۶۹۷ | | ۱۰٫۴۶۳۰۳ | ۹٫۹۷۵۶۷ | |
| | | ۰۰۰۳۶۵ | | ۰۰۰۴۰۹ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۵۱۶۲۹ | | ۹٫۵۴۱۰۶ | | ۱۰٫۴۵۸۹۴ | ۹٫۹۷۵۲۳ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۳۶۲ | | ۰۰۰۴۰۶ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۵۱۹۹۱ | | ۹٫۵۴۵۱۲ | | ۱۰٫۴۵۴۸۸ | ۹٫۹۷۴۷۹ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۳۵۹ | | ۰۰۰۴۰۳ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۵۲۳۵۰ | | ۹٫۵۴۹۱۵ | | ۱۰٫۴۵۰۸۵ | ۹٫۹۷۴۳۵ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۳۵۵ | | ۰۰۰۴۰۰ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۵۲۷۰۵ | | ۹٫۵۵۳۱۵ | | ۱۰٫۴۴۶۸۵ | ۹٫۹۷۳۹۰ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۳۵۱ | | ۰۰۰۳۹۷ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۵۳۰۵۶ | | ۹٫۵۵۷۱۲ | | ۱۰٫۴۴۲۸۸ | ۹٫۹۷۳۴۴ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۳۴۹ | | ۰۰۰۳۹۵ | | | |
| ۰ | ۹٫۵۳۴۰۵ | | ۹٫۵۶۱۰۷ | | ۱۰٫۴۳۸۹۳ | ۹٫۹۷۲۹۹ | ۰ |
| | | ۰۰۰۳۴۶ | | ۰۰۰۳۹۱ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۵۳۷۵۱ | | ۹٫۵۶۴۹۸ | | ۱۰٫۴۳۵۰۲ | ۹٫۹۷۲۵۲ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۳۴۲ | | ۰۰۰۳۸۹ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۵۴۰۹۳ | | ۹٫۵۶۸۸۷ | | ۱۰٫۴۳۱۱۳ | ۹٫۹۷۲۰۶ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۳۴۰ | | ۰۰۰۳۸۷ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۵۴۴۳۳ | | ۹٫۵۷۲۷۴ | | ۱۰٫۴۲۷۲۶ | ۹٫۹۷۱۵۹ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۳۳۶ | | ۰۰۰۳۸۴ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۵۴۷۶۹ | | ۹٫۵۷۶۵۸ | | ۱۰٫۴۲۳۴۲ | ۹٫۹۷۱۱۱ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۳۳۳ | | ۰۰۰۳۸۱ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۵۵۱۰۲ | | ۹٫۵۸۰۳۹ | | ۱۰٫۴۱۹۶۱ | ۹٫۹۷۰۶۳ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۳۳۱ | | ۰۰۰۳۷۹ | | | |
| | ۹٫۵۵۴۳۳ | | ۹٫۵۸۴۱۸ | | ۱۰٫۴۱۵۸۲ | ۹٫۹۷۰۱۵ | ۰ |
| | جيب التمام | تفريق | مماس التمام | تفريق | مماس | جيب مستوي | |

| دقیقه | جیب مستوی | تزیید | ماس | تزیید | ماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۵۰۵۷۶۱ | | ۹٫۵۰۸۷۹۴ | | ۱۰٫۴۹۱۲۰۶ | ۹٫۹۶۹۶۶ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۳۲۴ | | ۰۰۰۳۷۴ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۵۰۶۰۸۵ | | ۹٫۵۰۹۱۶۸ | | ۱۰٫۴۹۰۸۳۲ | ۹٫۹۶۹۱۷ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۳۲۳ | | ۰۰۰۳۷۲ | | | |
| ۳۰ | ٫۵۰۶۴۰۸ | | ۹٫۵۰۹۵۴۰ | | ۱۰٫۴۹۰۴۶۰ | ۹٫۹۶۸۶۸ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۳۱۹ | | ۰۰۰۳۶۹ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۵۰ ۷۲۷ | | ۹٫۵۰۹۹۰۹ | | ۱۰٫۴۹۰۰۹۱ | ۹٫۹۶۸۱۸ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۳۱۷ | | ۰۰۰۳۶۷ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۵۰۷۰۴۴ | | ۹٫۶۰۲۷۶ | | ۱۰٫۳۹۷۲۲۴ | ۹٫۳۶۷۶۷ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۳۱۴ | | ۰۰۰۳۶۵ | | | |
| ۰ | ۹٫۵۰۷۳۵۸ | | ۹٫۶۰۶۴۱ | | ۱۰٫۳۹۳۵۹ | ۹٫۹۶۷۱۷ | ۰ |
| | | ۰۰۰۳۱۱ | | ۰۰۰۳۶۳ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۵۰۷۶۶۹ | | ۹٫۶۱۰۰۴ | | ۱۰٫۳۸۹۹۶ | ۹٫۹۶۶۶۵ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۳۰۹ | | ۰۰۰۳۶۰ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۵۰۷۹۷۸ | | ۹٫۶۱۳۶۴ | | ۱۰٫۳۸۶۳۶ | ۹٫۹۶۶۱۴ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۳۰۶ | | ۰۰۰۳۵۸ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۵۰۸۲۸۴ | | ۹٫۶۱۷۲۲ | | ۱۰٫۳۸۲۷۸ | ۹٫۹۶۵۶۲ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۳۰۴ | | ۰۰۰۳۵۷ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۵۰۸۵۸۸ | | ۹٫۶۲۰۷۹ | | ۱۰٫۳۷۹۲۱ | ۹٫۹۶۵۰۹ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۳۰۱ | | ۰۰۰۳۵۴ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۵۰۸۸۸۹ | | ۹٫۶۲۴۳۳ | | ۱۰٫۳۷۵۶۷ | ۹٫۹۶۴۵۶ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۲۹۹ | | ۰۰۰۳۵۲ | | | |
| ۰ | ۹٫۵۰۹۱۸۸ | | ۹٫۶۲۷۸۵ | | ۱۰٫۳۷۲۱۵ | ۹٫۹۶۴۰۳ | ۰ |
| | | ۰۰۰۲۹۶ | | ۰۰۰۳۵۰ | | | |
| ۱۰ | ۹٫۵۰۹۴۸۴ | | ۹٫۶۳۱۳۵ | | ۱۰٫۳۶۸۶۵ | ۹٫۹۶۳۴۹ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۲۹۴ | | ۰۰۰۳۴۹ | | | |
| ۲۰ | ۹٫۵۰۹۷۷۸ | | ۹٫۶۳۴۸۴ | | ۱۰٫۳۶۵۱۶ | ۹٫۹۶۲۹۴ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۲۹۲ | | ۰۰۰۳۴۶ | | | |
| ۳۰ | ۹٫۶۰۰۷۰ | | ۹٫۶۳۸۳۰ | | ۱۰٫۳۶۱۷۰ | ۹٫۹۶۲۴۰ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۲۸۹ | | ۰۰۰۳۴۵ | | | |
| ۴۰ | ۹٫۶۰۳۵۹ | | ۹٫۶۴۱۷۵ | | ۱۰٫۳۵۸۲۵ | ۹٫۹۶۱۸۵ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰[illegible] | | ۰۰۰۳۴۲ | | | |
| ۵۰ | ۹٫۶۰۶۴۴ | | ۹٫۶۴۵۱۷ | | ۱۰٫۳۵۴۸۳ | ۹٫۹۶۱۲۹ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۲۸۵ | | ۰۰۰۳۴۱ | | | |
| | ۹٫۶۰۹۳۱ | | ۹٫۶۴۸۵۸ | | ۱۰٫۳۵۱۴۲ | ۹٫۹۶۰۷۳ | |
| | جیب التمام | تزیید | ماس التمام | تزیید | ماس | جیب مستوی | |

| درجه دقیقه | جیب ستوی | تفریق | ماس | تفریق | ماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۶۱۲۱۴ | ۰۰۰۲۸۰ | ۹٫۶۵۱۹۷ | ۰۰۰۳۳۸ | ۱۰٫۳۴۸۰۳ | ۹٫۹۶۰۱۷ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۶۱۴۹۴ | ۰۰۰۲۷۹ | ۹٫۶۵۵۳۵ | ۰۰۰۳۳۵ | ۱۰٫۳۴۴۶۵۰ | ۹٫۹۵۹۶۰ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۶۱۷۷۳ | ۰۰۰۲۷۶ | ۹٫۶۵۸۷۰ | ۰۰۰۳۳۴ | ۱۰٫۳۴۱۳۰ | ۹٫۹۵۹۰۲ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۶۲۰۴۹ | ۰۰۰۲۷۴ | ۹٫۶۶۲۰۴ | ۰۰۰۳۳۳ | ۱٫۳۳۷۹۶ | ۹٫۹۵۸۴۴ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۶۲۳۲۳ | ۰۰۰۲۷۲ | ۹٫۶۶۵۳۷ | ۰۰۰۳۳۰ | ۱۰٫۳۳۴۶۳ | ۹٫۹۵۷۸۶ | ۱۰ |
| ۲۵ ۰ | ۹٫۶۲۵۹۵ | ۰۰۰۲۷۰ | ۹٫۶۶۸۶۷ | ۰۰۰۳۲۹ | ۱۰٫۳۳۱۳۳ | ۹٫۹۵۷۲۸ | ۰ ۶۵ |
| ۱۰ | ۹٫۶۲۸۶۵ | ۰۰۰۲۶۸ | ۹٫۶۷۱۹۶ | ۰۰۰۳۲۸ | ۱۰٫۳۲۸۰۴ | ۹٫۹۵۶۶۸ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۶۳۱۳۳ | ۰۰۰۲۶۵ | ۹٫۶۷۵۲۴ | ۰۰۰۳۲۶ | ۱۰٫۳۲۴۷۶ | ۹٫۹۵۶۰۹ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۶۳۳۹۸ | ۰۰۰۲۶۴ | ۹٫۶۷۸۵۰ | ۰۰۰۳۲۴ | ۱۰٫۳۲۱۵۰ | ۹٫۹۵۵۴۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۶۳۶۶۲ | ۰۰۰۲۶۲ | ۹٫۶۸۱۷۴ | ۰۰۰۳۲۳ | ۱۰٫۳۱۸۲۶ | ۹٫۹۵۴۸۸ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۶۳۹۲۴ | ۰۰۰۲۶۰ | ۹٫۶۸۴۹۷ | ۰۰۰۳۲۱ | ۱۰٫۳۱۵۰۳ | ۹٫۹۵۴۲۷ | ۱۰ |
| ۲۶ ۰ | ۹٫۶۴۱۸۴ | ۰۰۰۲۵۸ | ۹٫۶۸۸۱۸ | ۰۰۰۳۲۰ | ۱۰٫۳۱۱۸۲ | ۹٫۹۵۳۶۶ | ۰ ۶۴ |
| ۱۰ | ۹٫۶۴۴۴۲ | ۰۰۰۲۵۶ | ۹٫۶۹۱۳۸ | ۰۰۰۳۱۹ | ۱۰٫۳۰۸۶۲ | ۹٫۹۵۳۰۴ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۶۴۶۹۸ | ۰۰۰۲۵۵ | ۹٫۶۹۴۵۷ | ۰۰۰۳۱۷ | ۱۰٫۳۰۵۴۳ | ۹٫۹۵۲۴۲ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۶۴۹۵۳ | ۰۰۰۲۵۲ | ۹٫۶۹۷۷۴ | ۰۰۰۳۱۵ | ۱۰٫۳۰۲۲۶ | ۹٫۹۵۱۷۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۶۵۲۰۵ | ۰۰۰۲۵۱ | ۹٫۷۰۰۸۹ | ۰۰۰۳۱۵ | ۱۰٫۲۹۹۱۱ | ۹٫۹۵۱۱۶ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۶۵۴۵۶ | ۰۰۰۲۴۹ | ۹٫۷۰۴۰۴ | ۰۰۰۳۱۳ | ۱٫۲۹۵۹۶ | ۹٫۹۵۰۵۲ | ۱۰ |
| ۲۷ ۰ | ۹٫۶۵۷۰۵ | | ۹٫۷۰۷۱۷ | | ۱۰٫۲۹۲۸۳ | ۹٫۹۴۹۸۸ | ۰ ۶۳ |
| جیب التمام | تفریق | ماس التمام | تفریق | ماس | جیب ستوی | | |

۱۰

| درجه | دقیقه | جیب مستوی | تفریق | مماس | تفریق | مماس التمام | جیب التمام | دقیقه | درجه |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ۱۰ | ۹٫۶۵۹۵۲ | ۰۰۰۲۴۵ | ۹٫۷۱۰۲۸ | ۰۰۰۳۱۱ | ۱۰٫۲۸۹۷۲ | ۹٫۹۴۹۲۳ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۶۶۱۹۷ | ۰۰۰۲۴۴ | ۹٫۷۱۳۳۹ | ۰۰۰۳۰۹ | ۱۰٫۲۸۶۶۱ | ۹٫۹۴۸۵۸ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۶۶۴۴۱ | ۰۰۰۲۴۱ | ۹٫۷۱۶۴۸ | ۰۰۰۳۰۷ | ۱۰٫۲۸۳۵۲ | ۹٫۹۴۷۹۳ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۶۶۶۸۲ | ۰۰۰۲۴۰ | ۹٫۷۱۹۵۵ | ۰۰۰۳۰۷ | ۱۰٫۲۸۰۴۵ | ۹٫۹۴۷۲۷ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۶۶۹۲۲ | ۰۰۰۲۳۹ | ۹٫۷۲۲۶۲ | ۰۰۰۳۰۵ | ۱۰٫۲۷۷۳۸ | ۹٫۹۴۶۶۰ | ۱۰ | |
| | ۰ | ۹٫۶۷۱۶۱ | ۰۰۰۲۳۶ | ۹٫۷۲۵۶۷ | ۰۰۰۳۰۵ | ۱۰٫۲۷۴۳۳ | ۹٫۹۴۵۹۳ | ۰ | ۶۲ |
| | ۱۰ | ۹٫۶۷۳۹۸ | ۰۰۰۲۳۵ | ۹٫۷۲۸۷۲ | ۰۰۰۳۰۳ | ۱۰٫۲۷۱۲۸ | ۹٫۹۴۵۲۴ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۶۷۶۳۳ | ۰۰۰۲۳۳ | ۹٫۷۳۱۷۵ | ۰۰۰۳۰۱ | ۱۰٫۲۶۸۲۵ | ۹٫۹۴۴۵۸ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۶۷۸۶۶ | ۰۰۰۲۳۲ | ۹٫۷۳۴۷۶ | ۰۰۰۳۰۱ | ۱۰٫۲۶۵۲۴ | ۹٫۹۴۳۹۰ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۶۸۰۹۸ | ۰۰۰۲۳۰ | ۹٫۷۳۷۷۷ | ۰۰۰۳۰۰ | ۱۰٫۲۶۲۲۳ | ۹٫۹۴۳۲۱ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۶۸۳۲۸ | ۰۰۰۲۲۹ | ۹٫۷۴۰۷۷ | ۰۰۰۲۹۸ | ۱۰٫۲۵۹۲۳ | ۹٫۹۴۲۵۲ | ۱۰ | |
| | ۰ | ۹٫۶۸۵۵۷ | ۰۰۰۹۲۷ | ۹٫۷۴۳۷۵ | ۰۰۰۲۹۸ | ۱۰٫۲۵۶۲۵ | ۹٫۹۴۱۸۲ | ۰ | ۶۱ |
| | ۱۰ | ۹٫۶۸۷۸۴ | ۰۰۰۲۲۶ | ۹٫۷۴۶۷۳ | ۰۰۰۲۹۶ | ۱۰٫۲۵۳۲۷ | ۹٫۹۴۱۱۲ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۶۹۰۱۰ | ۰۰۰۲۲۴ | ۹٫۷۴۹۶۹ | ۰۰۰۲۹۵ | ۱۰٫۲۵۰۳۱ | ۹٫۹۴۰۴۱ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۶۹۲۳۴ | ۰۰۰۲۲۲ | ۹٫۷۵۲۶۴ | ۰۰۰۲۹۴ | ۱۰٫۲۴۷۳۶ | ۹٫۹۳۹۷۰ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۶۹۴۵۶ | ۰۰۰۲۲۱ | ۹٫۷۵۵۵۸ | ۰۰۰۲۹۴ | ۱۰٫۲۴۴۴۲ | ۹٫۹۳۸۹۸ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۶۹۶۷۷ | ۰۰۰۲۲۰ | ۹٫۷۵۸۵۲ | ۰۰۰۲۹۲ | ۱۰٫۲۴۱۴۸ | ۹٫۹۳۸۲۶ | ۱۰ | |
| | ۰ | ۹٫۶۹۸۹۷ | | ۹٫۷۶۱۴۴ | | ۱۰٫۲۳۸۵۶ | ۹٫۹۳۷۵۳ | | ۶۰ |
| | | جیب التمام | تفریق | مماس التمام | تفریق | مماس | جیب مستوی | | |

| درجه | دقیقه | جیب ستوی | تفریق | مماس | تفریق | مماس التمام | جیب التمام | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ۱۰ | ۹٫۷۰۱۱۵ | ۰۰۰۲۱۷ | ۹٫۷۶۴۳۵ | ۰۰۰۲۹۰ | ۱۰٫۲۳۵۶۵ | ۹٫۹۳۶۸۰ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۷۰۳۳۲ | ۰۰۰۲۱۵ | ۹٫۷۶۷۲۵ | ۰۰۰۲۹۰ | ۱۰٫۲۳۲۷۵ | ۹٫۹۳۶۰۶ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۷۰۵۴۷ | ۰۰۰۲۱۴ | ۹٫۷۷۰۱۵ | ۰۰۰۲۸۸ | ۱۰٫۲۲۹۸۵ | ۹٫۹۳۵۳۲ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۷۰۷۶۱ | ۰۰۰۲۱۳ | ۹٫۷۷۳۰۳ | ۰۰۰۲۸۸ | ۱۰٫۲۲۶۹۷ | ۹٫۹۳۴۵۷ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۷۰۹۷۴ | ۰۰۰۲۱۱ | ۹٫۷۷۵۹۱ | ۰۰۰۲۸۶ | ۱۰٫۲۲۴۰۹ | ۹٫۹۳۳۸۲ | ۱۰ | |
| ۳۱ | ۰ | ۹٫۷۱۱۸۴ | ۰۰۰۲۰۹ | ۹٫۷۷۸۷۷ | ۰۰۰۲۸۶ | ۱۰٫۲۲۱۲۳ | ۹٫۹۳۳۰۷ | ۰ | ۵۹ |
| | ۱۰ | ۹٫۷۱۳۹۴ | ۰۰۰۲۰۹ | ۹٫۷۸۱۶۳ | ۰۰۰۲۸۵ | ۱۰٫۲۱۸۳۷ | ۹٫۹۳۲۳۰ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۷۱۶۰۲ | ۰۰۰۲۰۷ | ۹٫۷۸۴۴۸ | ۰۰۰۲۸۴ | ۱۰٫۲۱۵۵۲ | ۹٫۹۳۱۵۴ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۷۱۸۰۹ | ۰۰۰۲۰۵ | ۹٫۷۸۷۳۲ | ۰۰۰۲۸۳ | ۱۰٫۲۱۲۶۸ | ۹٫۹۳۰۷۷ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۷۲۰۱۴ | ۰۰۰۲۰۴ | ۹٫۷۹۰۱۵ | ۰۰۰۲۸۲ | ۱۰٫۲۰۹۸۵ | ۹٫۹۲۹۹۹ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۷۲۲۱۸ | ۰۰۰۲۰۳ | ۹٫۷۹۲۹۷ | ۰۰۰۲۸۲ | ۱۰٫۲۰۷۰۳ | ۹٫۹۲۹۲۱ | ۱۰ | |
| ۳۲ | ۰ | ۹٫۷۲۴۲۱ | ۰۰۰۲۰۱ | ۹٫۷۹۵۷۹ | ۰۰۰۲۸۱ | ۱۰٫۲۰۴۲۱ | ۹٫۹۲۸۴۲ | ۰ | ۵۸ |
| | ۱۰ | ۹٫۷۲۶۲۲ | ۰۰۰۲۰۱ | ۹٫۷۹۸۶۰ | ۰۰۰۲۸۰ | ۱۰٫۲۰۱۴۰ | ۹٫۹۲۷۶۳ | ۵۰ | |
| | ۲۰ | ۹٫۷۲۸۲۳ | ۰۰۰۱۹۹ | ۹٫۸۰۱۴۰ | ۰۰۰۲۷۹ | ۱۰٫۱۹۸۶۰ | ۹٫۹۲۶۸۳ | ۴۰ | |
| | ۳۰ | ۹٫۷۳۰۲۲ | ۰۰۰۱۹۷ | ۹٫۸۰۴۱۹ | ۰۰۰۲۷۸ | ۱۰٫۱۹۵۸۱ | ۹٫۹۲۶۰۳ | ۳۰ | |
| | ۴۰ | ۹٫۷۳۲۱۹ | ۰۰۰۱۹۶ | ۹٫۸۰۶۹۷ | ۰۰۰۲۷۸ | ۱۰٫۱۹۳۰۳ | ۹٫۹۲۵۲۲ | ۲۰ | |
| | ۵۰ | ۹٫۷۳۴۱۶ | ۰۰۰۱۹۵ | ۹٫۸۰۹۷۵ | ۰۰۰۲۷۷ | ۹٫ ۱۹۲۵ | ۹٫۹۲۴۴۱ | ۱۰ | |
| ۳۳ | ۰ | ۹٫۷۳۶۱۱ | | ۹٫۸۱۲۵۲ | | ۱۰٫۱۸۷۴۸ | ۹٫۹۲۳۵۹ | ۰ | ۵۷ |
| | | جیب التمام | تفریق | مماس التمام | تفریق | مماس | جیب ستوی | | |

| درجه دقیقه | جیب مستوی | تفریق | مماس | تفریق | مماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹٫۷۳۸۰۵ | ۰٫۰۰۱۹۲ | ۹٫۸۱۵۳۸ | ۰٫۰۰۲۷۵ | ۱۰٫۱۸۴۷۲ | ۹٫۹۲۲۷۷ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۷۳۹۹۷ | ۰٫۰۰۱۹۲ | ۹٫۸۱۸۰۳ | ۰٫۰۰۲۷۵ | ۱۰٫۱۸۱۹۷ | ۹٫۹۲۱۹۴ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۷۴۱۸۹ | ۰٫۰۰۱۹۰ | ۹٫۸۲۰۷۸ | ۰٫۰۰۲۷۴ | ۱۰٫۱۷۹۲۲ | ۹٫۹۲۱۱۱ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۷۴۳۷۹ | ۰٫۰۰۱۸۹ | ۹٫۸۲۳۵۲ | ۰٫۰۰۲۷۴ | ۱۰٫۱۷۶۴۸ | ۹٫۹۲۰۲۷ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۷۴۵۶۸ | ۰٫۰۰۱۸۸ | ۹٫۸۲۶۲۶ | ۰٫۰۰۲۷۳ | ۱۰٫۱۷۳۷۴ | ۹٫۹۱۹۴۲ | ۱۰ |
| ۰ | ۹٫۷۴۷۵۶ | ۰٫۰۰۱۸۷ | ۹٫۸۲۸۹۹ | ۰٫۰۰۲۷۲ | ۱۰٫۱۷۱۰۱ | ۹٫۹۱۸۵۷ | ۰ ۵۶ |
| ۱۰ | ۹٫۷۴۹۴۳ | ۰٫۰۰۱۸۵ | ۹٫۸۳۱۷۱ | ۰٫۰۰۲۷۱ | ۱۰٫۱۶۸۲۹ | ۹٫۹۱۷۷۲ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۷۵۱۲۸ | ۰٫۰۰۱۸۵ | ۹٫۸۳۴۴۲ | ۰٫۰۰۲۷۱ | ۱۰٫۱۶۵۵۸ | ۹٫۹۱۶۸۶ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۷۵۳۱۳ | ۰٫۰۰۱۸۳ | ۹٫۸۳۷۱۳ | ۰٫۰۰۲۷۱ | ۱۰٫۱۶۲۸۷ | ۹٫۹۱۵۹۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۷۵۴۹۶ | ۰٫۰۰۱۸۲ | ۹٫۸۳۹۸۴ | ۰٫۰۰۲۷۰ | ۱۰٫۱۶۰۱۶ | ۹٫۹۱۵۱۲ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۷۵۶۷۸ | ۰٫۰۰۱۸۱ | ۹٫۸۴۲۵۴ | ۰٫۰۰۲۶۹ | ۱۰٫۱۵۷۴۶ | ۹٫۹۱۴۲۵ | ۱۰ |
| ۰ | ۹٫۷۵۸۵۹ | ۰٫۰۰۱۸۰ | ۹٫۸۴۵۲۳ | ۰٫۰۰۲۶۸ | ۱۰٫۱۵۴۷۷ | ۹٫۹۱۳۳۶ | ۰ ۵۵ |
| ۱۰ | ۹٫۷۶۰۳۹ | ۰٫۰۰۱۷۹ | ۹٫۸۴۷۹۱ | ۰٫۰۰۲۶۸ | ۱۰٫۱۵۲۰۹ | ۹٫۹۱۲۴۸ | ۵۰ |
| ۲۰ | ۹٫۷۶۲۱۸ | ۰٫۰۰۱۷۷ | ۹٫۸۵۰۵۹ | ۰٫۰۰۲۶۸ | ۱۰٫۱۴۹۴۱ | ۹٫۹۱۱۵۸ | ۴۰ |
| ۳۰ | ۹٫۷۶۳۹۵ | ۰٫۰۰۱۷۷ | ۹٫۸۵۳۲۷ | ۰٫۰۰۲۶۷ | ۱۰٫۱۴۶۷۳ | ۹٫۹۱۰۶۹ | ۳۰ |
| ۴۰ | ۹٫۷۶۵۷۲ | ۰٫۰۰۱۷۵ | ۹٫۸۵۵۹۴ | ۰٫۰۰۲۶۶ | ۱۰٫۱۴۴۰۶ | ۹٫۹۰۹۷۸ | ۲۰ |
| ۵۰ | ۹٫۷۶۷۴۷ | ۰٫۰۰۱۷۵ | ۹٫۸۵۸۶۰ | ۰٫۰۰۲۶۶ | ۱۰٫۱۴۱۴۰ | ۹٫۹۰۸۸۷ | ۱۰ |
| | ۹٫۷۶۹۲۲ | | ۹٫۸۶۱۲۶ | | ۱۰٫۱۳۸۷۴ | ۹٫۹۰۷۹۶ | ۰ ۵۴ |
| | جیب التمام | تفریق | مماس التمام | تفریق | مماس | جیب مستوی | |

| دقیقه | جیب مستوی | تزل | ماس | تزل | ماس التمام | جیب التمام | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | ۹ر۷۷۰۹۵ | | ۹ر۸۶۳۹۱ | | ۱۰ر۱۳۶۰۸ | ۹ر۹۰۷۰۴ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۱۷۳ | | ۰۰۰۲۶۵ | | | |
| ۲۰ | ۹ر۷۷۲۶۸ | | ۹ر۸۶۶۵۶ | | ۱۰ر۱۳۳۴۴ | ۹ر۹۰۶۱۱ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۱۷۱ | | ۰۰۰۲۶۵ | | | |
| ۳۰ | ۹ر۷۷۴۳۹ | | ۹ر۸۶۹۲۱ | | ۱۰ر۱۳۰۷۹ | ۹ر۹۰۵۱۸ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۱۷۰ | | ۰۰۰۲۶۴ | | | |
| ۴۰ | ۹ر۷۷۶۰۹ | | ۹ر۸۷۱۸۵ | | ۱۰ر۱۲۸۱۵ | ۹ر۹۰۴۲۴ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۹ | | ۰۰۰۲۶۳ | | | |
| ۰ | ۹ر۷۷۷۷۸ | | ۹ر۸۷۴۴۸ | | ۱۰ر۱۲۵۵۲ | ۹ر۹۰۳۳۰ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۸ | | ۰۰۰۲۶۳ | | | |
| ۰ | ۹ر۷۷۹۴۶ | | ۹ر۸۷۷۱۱ | | ۱۰ر۱۲۲۸۹ | ۹ر۹۰۲۳۵ | ۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۷ | | ۰۰۰۲۶۳ | | | |
| ۱۰ | ۹ر۷۸۱۱۳ | | ۹ر۸۷۹۷۴ | | ۱۰ر۱۲۰۲۶ | ۹ر۹۰۱۳۹ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۷ | | ۰۰۰۲۶۲ | | | |
| ۲۰ | ۹ر۷۸۲۸۰ | | ۹ر۸۸۲۳۶ | | ۱۰ر۱۱۷۶۴ | ۹ر۹۰۰۴۴ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۵ | | ۰۰۰۲۶۲ | | | |
| ۳۰ | ۹ر۷۸۴۴۵ | | ۹ر۸۸۴۹۸ | | ۱۰ر۱۱۵۰۲ | ۹ر۸۹۹۴۷ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۴ | | ۰۰۰۲۶۱ | | | |
| ۴۰ | ۹ر۷۸۶۰۹ | | ۹ر۸۸۷۵۹ | | ۱۰ر۱۱۲۴۱ | ۹ر۸۹۸۴۹ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۳ | | ۰۰۰۲۶۱ | | | |
| ۵۰ | ۹ر۷۸۷۷۲ | | ۹ر۸۹۰۲۰ | | ۱۰ر۱۰۹۸۰ | ۹ر۸۹۷۵۲ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۲ | | ۰۰۰۲۶۱ | | | |
| ۰ | ۹ر۷۸۹۳۴ | | ۹ر۸۹۲۸۱ | | ۱۰ر۱۰۷۱۹ | ۹ر۸۹۶۵۳ | ۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۱ | | ۰۰۰۲۶۰ | | | |
| ۱۰ | ۹ر۷۹۰۹۵ | | ۹ر۸۹۵۴۱ | | ۱۰ر۱۰۴۵۹ | ۹ر۸۹۵۵۴ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۱۶۱ | | ۰۰۰۲۶۰ | | | |
| ۲۰ | ۹ر۷۹۲۵۶ | | ۹ر۸۹۸۰۱ | | ۱۰ر۱۰۱۹۹ | ۹ر۸۹۴۵۵ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۱۵۹ | | ۰۰۰۲۶۰ | | | |
| ۳۰ | ۹ر۷۹۴۱۵ | | ۹ر۹۰۰۶۱ | | ۱۰ر۰۹۹۳۹ | ۹ر۸۹۳۵۴ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۱۵۸ | | ۰۰۰۲۵۹ | | | |
| ۴۰ | ۹ر۷۹۵۷۳ | | ۹ر۹۰۳۲۰ | | ۱۰ر۰۹۶۸۰ | ۹ر۸۹۲۵۴ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۱۵۸ | | ۰۰۰۲۵۸ | | | |
| | ۹ر۷۹۷۳۱ | | ۹ر۹۰۵۷۸ | | ۱۰ر۰۹۴۲۲ | ۹ر۸۹۱۵۲ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۱۵۶ | | ۰۰۰۲۶۹ | | | |
| | ۹ر۷۹۸۸۷ | | ۹ر۹۰۸۳۶ | | ۱۰ر۰۹۱۶۴ | ۹ر۸۹۰۵۰ | |
| | جیب التمام | تزل | ماس التمام | تزل | ماس | جیب مستوی | |

| جیب التمام | ماس التمام | تفاضل | ماس | تفاضل | جیب مستوی | دقیقه |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۵۰ ۹٫۸۸۹۴۸ | ۱۰٫۰۸۹۰۵ | | ۹٫۹۱۰۹۵ | | ۹٫۸۰۰۴۳ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۸ | | ۰۰۰۱۵۴ | | |
| ۴۰ ۹٫۸۸۸۴۴ | ۱۰٫۰۸۶۴۷ | | ۹٫۹۱۳۵۳ | | ۹٫۸۰۱۹۷ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۷ | | ۰۰۰۱۵۴ | | |
| ۳۰ ۹٫۸۸۷۴۱ | ۱۰٫۰۸۳۹۰ | | ۹٫۹۱۶۱۰ | | ۹٫۸۰۳۵۱ | ۳۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۸ | | ۰۰۰۱۵۳ | | |
| ۲۰ ۹٫۸۸۶۳۶ | ۱۰٫۰۸۱۳۲ | | ۹٫۹۱۸۶۸ | | ۹٫۸۰۵۰۴ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۷ | | ۰۰۰۱۵۲ | | |
| ۱۰ ۹٫۸۸۵۳۱ | ۱۰٫۰۷۸۷۵ | | ۹٫۹۲۱۲۵ | | ۹٫۸۰۶۵۶ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۶ | | ۰۰۰۱۵۱ | | |
| ۰ ۹٫۸۸۴۲۵ | ۱۰٫۰۷۶۱۹ | | ۹٫۹۲۳۸۱ | | ۹٫۸۰۸۰۷ | ۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۷ | | ۰۰۰۱۵۰ | | |
| ۵۰ ۹٫۸۸۳۱۹ | ۱۰٫۰۷۳۶۲ | | ۹٫۹۲۶۳۸ | | ۹٫۸۰۹۵۷ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۶ | | ۰۰۰۱۴۹ | | |
| ۴۰ ۹٫۸۸۲۱۲ | ۱۰٫۰۷۱۰۶ | | ۹٫۹۲۸۹۴ | | ۹٫۸۱۱۰۶ | ۲۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۶ | | ۰۰۱۴۸ | | |
| ۳۰ ۹٫۸۸۱۰۵ | ۱۰٫۰۶۸۵۰ | | ۹٫۹۳۱۵۰ | | ۹٫۸۱۲۵۴ | ۳۰ |
| | | ۰۰۲۵۶ | | ۰۰۱۴۸ | | |
| ۲۰ ۹٫۸۷۹۹۶ | ۱۰٫۰۶۵۹۴ | | ۹٫۹۳۴۰۶ | | ۹٫۸۱۴۰۲ | ۴۰ |
| | | ۰۲۵۵ | | ۰۰۰۱۴۷ | | |
| ۱۰ ۹٫۸۷۸۸۷ | ۱۰٫۰۶۳۳۹ | | ۹٫۹۳۶۶۱ | | ۹٫۸۱۵۴۹ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۵ | | ۰۰۰۱۴۵ | | |
| ۰ ۹٫۸۷۷۷۸ | ۱۰٫۰۶۰۸۴ | | ۹٫۹۳۹۱۶ | | ۹٫۸۱۶۹۴ | ۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۵ | | ۰۰۰۱۴۵ | | |
| ۵۰ ۹٫۸۷۶۶۸ | ۱۰٫۰۵۸۲۹ | | ۹٫۹۴۱۷۱ | | ۹٫۸۱۸۳۹ | ۱۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۵ | | ۰۰۱۴۴ | | |
| ۳۰ ۹٫۸۷۵۵۷ | ۱۰٫۰۵۵۷۴ | | ۹٫۹۴۴۲۶ | | ۹٫۸۱۹۸۳ | ۲۰ |
| | | ۲۵ | | ۰۰۱۴۳ | | |
| ۲۰ ۹٫۸۷۴۴۶ | ۱۰٫۰۵۳۱۹ | | ۹٫۹۴۶۸۱ | | ۹٫۸۲۱۲۶ | ۳۰ |
| | | ۰۰۲۵۴ | | ۰۰۰۱۴۳ | | |
| ۲۰ ۹٫۸۷۳۳۴ | ۱۰٫۰۵۰۶۵ | | ۹٫۹۴۹۳۵ | | ۹٫۸۲۲۶۹ | ۴۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۵ | | ۰۰۰۱۴۱ | | |
| ۱۰ ۹٫۸۷۲۲۱ | ۱۰٫۰۴۸۱۰ | | ۹٫۹۵۱۹۰ | | ۹٫۸۲۴۱۰ | ۵۰ |
| | | ۰۰۰۲۵۴ | | ۰۰۱۴۱ | | |
| ۹٫۸۷۱۰۷ | ۱۰٫۰۴۵۵۶ | | ۹٫۹۵۴۴۴ | | ۹٫۸۲۵۵۱ | ۰ |

جیب التمام تفاضل ماس التمام تفاضل ماس جیب مستوی

| دقیقه | جیب مستوی | تزئید | مماس | تزئید | مماس التمام | جیب التمام |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ٩٫٨٢٦٩١ | | ٩٫٩٥٦٩٨ | | ١٠٫٠٤٣٠٢ | ٩٫٨٦٩٩٣ |
| | | ٠٠٠١٣٩ | | ٠٠٠٢٥٤ | | |
| ٢٠ | ٩٫٨٢٨٣٠ | | ٩٫٩٥٩٥٢ | | ١٠٫٠٤٠٤٨ | ٩٫٨٦٨٧٩ |
| | | ٠٠٠١٣٨ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٣٠ | ٩٫٨٢٩٦٨ | | ٩٫٩٦٢٠٥ | | ١٠٫٠٣٧٩٥ | ٩٫٨٦٧٦٣ |
| | | ٠٠٠١٣٨ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٤٠ | ٩٫٨٣١٠٦ | | ٩٫٩٦٤٥٩ | | ١٠٫٠٣٥٤١ | ٩٫٨٦٦٤٧ |
| | | ٠٠٠١٣٦ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٥٠ | ٩٫٨٣٢٤٢ | | ٩٫٩٦٧١٢ | | ١٠٫٠٣٢٨٨ | ٩٫٨٦٥٣٠ |
| | | ٠٠٠١٣٦ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٠ | ٩٫٨٣٣٧٨ | | ٩٫٩٦٩٦٦ | | ١٠٫٠٣٠٣٤ | ٩٫٨٦٤١٣ |
| | | ٠٠٠١٣٥ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ١٠ | ٩٫٨٣٥١٣ | | ٩٫٩٧٢١٩ | | ١٠٫٠٢٧٨١ | ٩٫٨٦٢٩٥ |
| | | ٠٠٠١٣٥ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٢٠ | ٩٫٨٣٦٤٨ | | ٩٫٩٧٤٧٢ | | ١٠٫٠٢٥٢٨ | ٩٫٨٦١٧٦ |
| | | ٠٠٠١٣٣ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٣٠ | ٩٫٨٣٧٨١ | | ٩٫٩٧٧٢٥ | | ١٠٫٠٢٢٧٥ | ٩٫٨٦٠٥٦ |
| | | ٠٠٠١٣٣ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٤٠ | ٩٫٨٣٩١٤ | | ٩٫٩٧٩٧٨ | | ١٠٫٠٢٠٢٢ | ٩٫٨٥٩٣٦ |
| | | ٠٠٠١٣٢ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٥٠ | ٩٫٨٤٠٤٦ | | ٩٫٩٨٢٣١ | | ١٠٫٠١٧٦٩ | ٩٫٨٥٨١٥ |
| | | ٠٠٠١٣١ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٠ | ٩٫٨٤١٧٧ | | ٩٫٩٨٤٨٤ | | ١٠٫٠١٥١٦ | ٩٫٨٥٦٩٣ |
| | | ٠٠٠١٣١ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ١٠ | ٩٫٨٤٣٠٨ | | ٩٫٩٨٧٣٧ | | ١٠٫٠١٢٦٣ | ٩٫٨٥٥٧١ |
| | | ٠٠٠١٢٩ | | ٠٠٠٢٥٢ | | |
| ٢٠ | ٩٫٨٤٤٣٧ | | ٩٫٩٨٩٨٩ | | ١٠٫٠١٠١١ | ٩٫٨٥٤٤٨ |
| | | ٠٠٠١٢٩ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٣٠ | ٩٫٨٤٥٦٦ | | ٩٫٩٩٢٤٢ | | ١٠٫٠٠٧٥٨ | ٩٫٨٥٣٢٤ |
| | | ٠٠٠١٢٨ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| ٤٠ | ٩٫٨٤٦٩٤ | | ٩٫٩٩٤٩٥ | | ١٠٫٠٠٥٠٥ | ٩٫٨٥٢٠٠ |
| | | ٠٠٠١٢٨ | | ٠٠٠٢٥٢ | | |
| ٥٠ | ٩٫٨٤٨٢٢ | | ٩٫٩٩٧٤٧ | | ١٠٫٠٠٢٥٣ | ٩٫٨٥٠٧٥ |
| | | ٠٠٠١٢٧ | | ٠٠٠٢٥٣ | | |
| | ٩٫٨٤٩٤٩ | | ١٠٫٠٠٠٠٠ | | ١٠٫٠٠٠٠٠ | ٩٫٨٤٩٤٩ |
| | جیب التمام | تزئید | مماس التمام | تزئید | مماس | جیب مستوی |