UNIVERSAL
LIBRARY
OU-234425
UNIVERSAL
LIBRARY

۵۰۱۲

ص - ح

[illegible] بلہ

[illegible]

[illegible]

مطبع رضوی دہلی

۱۸۴۶ ء

جبر مقابلہ ۱۹۰

مولفہ

ٹاڈہنٹر صاحب ایم اے۔ ایف۔ آر۔ ایس

مبتدیوں کے لئے معہ بہت سی مثالوں کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر

میور کالج الہ آباد

نے

اردو میں ترجمہ کیا

چوتھی دفعہ صحیح ہوکر بمقام دہلی

مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین کے چھاپا گیا

سنہ ۱۸۷۷ عیسوی

بغیر اجازت مترجم صاحب کے کوئی چھاپ نہیں سکتا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

دیباچه

یهه جبر مقابله مبتدیون کے واسطے ولایت انگلستان مین جناب ٹوڈہنٹر صاحب نے لکھا ہے جناب ممدوح آجکل ولایت مین بڑے مہندسین مشہور ہین جب بہتسون نے بہت سی آرزو اور تمنا ایسی کتاب کے لئی ظاہر کی تو اونہون نے اس کتاب کو تالیف کیا اور درحقیقت یهه جبر مقابله دیباچه صاحب ممدوح کے بڑے جبر مقابله کا ہے اور اوسمین ابتدای اصول بیان ہوی ہین اور اس مین نہایت کوشش اور سعی کی گئی ہے کہ یهه کتاب مبتدیون کی سمجهه مین آوے اصلی زبان کی پاکی اور صفائی پر بہت توجه ہوئی ہے اصول ابتدائی کی امتحانون مین جو مضامین زیادہ پوچہے جانے مین آتے ہین اونکو بہت تفصیل اور بسط سی لکہا ہے اور جو مطالب کہ کمتر استفسار ہوتی ہین اونکو مختصر طور پر تحریر کیا ہے یهه کتاب تین حصون مین منقسم ہے حصه اول مین اٹہاره باب ہین اور اونمین سب اعمال صحاح اور کسور کے بیان کئے گئے ہین اس دوسرے حصه مین باره باب ہین اور اونمین مساوات اور سوالات کے حل کا بیان ہے ان دو حصون مین ابتدای اصول کو خوب بیان کیا ہی اور بہت سی اونکی مثالین لکہی ہین جو اکثر امتحانون مین پوچہی جاتی ہین باقی تیسرے حصه مین مضامین مختلفه مندرج ہین اور وه امتحان ابتدائی مین کم استفسار کئے جاتے ہین اسلئے اونکو مختصر طور پر لکہا ہی ترتیب مضامین کی تعلیم اصول مین اگر کسیکا دل چاہے تو بدل ڈالے مثلاً جب باب ضرب ختم ہو تو اوسکی بعد باب مساوات اور سوالات سکہائی یهه ترتیب اکثر کو پسند ہی مترجم نہایت ممنون اور مشکور اون صاحبون کا ہوگا جو اغلاط ترجمه پر خاکسار کو اطلاع دینگے یا کوئی اور اصلاح کی صلاح بتلائینگے فقط

فہرست مضامین جبر مقابلہ

صفحہ	مضمون	باب
۱	علامات کا بیان	۱
۵	اجزا ضربی و امثال اور قوت اور ارقام کے بیان مین	۲
۹	باقی علامتون کا بیان اور خطوط وحدانی	۳
۱۲	ترتیب ارقام کا بدلنا اور ارقام متماثلہ	۴
۱۶	جمع	۵
۱۹	تفریق	۶
۲۳	خطوط وحدانی	۷
۲۷	ضرب	۸
۳۶	تقسیم	۹
۴۴	ضرب کے نتائج عامہ	۱۰
۵۲	اجزا ضربی کے بیان مین	۱۱
۵۸	مقسوم علیہ اعظم	۱۲
۶۶	ذو اضعاف اقل	۱۳
۷۱	کسور کے بیان مین	۱۴
۷۵	تحویل کسور	۱۵
۷۷	کسور کی جمع و تفریق مین	۱۶
۸۲	ضرب کسور	۱۷
۸۵	تقسیم کسور	۱۸
۸۹	مساوات درجہ اول	۱۹
۹۶	ایضاً	۲۰
۱۰۳	سوالات مین	۲۱
۱۱۳	ایضاً	۲۲
۱۲۷	مساوات دو مجہول کے بیان مین	۲۳
۱۳۵	دو مجہول سے زیادہ مجہول کی مساواتین	۲۴

صفحہ	مضمون	باب
۱۳۸	ایک مجہول سے زیادہ مجہول کے سوالات	۲۵
۱۴۹	مساوات درجہ دوئم	۲۶
۱۵۸	ایسی مساواتیں جو مساوات درجہ دوم کی طرح حل ہو سکتی ہیں	۲۷
۱۶۲	سوالات مساوات درجہ دوم	۲۸
۱۶۸	مساوات درجہ دوم ایک مجہول سے زیادہ مجہولوں کی	۲۹
۱۷۵	سوالات مساوات درجہ دوم کی جنمیں ایک مجہول سے زیادہ مجہول مقداریں ہیں	۳۰
۱۷۹	صعود کا بیان	۳۱
۱۸۳	نزول کا بیان	۳۲
۱۹۹	قوت نما	۳۳
۲۰۵	مقادیر اصم غیر ناطق کے بیان میں	۳۴
۲۱۰	نسبت	۳۵
۲۱۳	تناسب	۳۶
۲۲۰	تبادل	۳۷
۲۲۵	سلسلہ حسابیہ معروف بہ سلسلہ جمع و تفریق	۳۸
۲۲۹	سلسلہ ہندسیہ معروف بہ سلسلہ ضرب و تقسیم	۳۹
۲۳۳	سلسلہ موسیقی	۴۰
۲۳۴	اختلاف ترتیب و اجتماع	۴۱
۲۳۹	مسئلہ ثنائی معروف بہ ضابطہ نیوٹن	۴۲
۲۴۶	قسطاس کتابت اعداد	۴۳
۲۵۰	سود	۴۴
۲۵۴	سوالات متفرق	۰
۲۸۰	اجوبہ	۰
	×	
	×	
	×	
	×	

پہلا باب

علامات کا بیان

(۱) جبر مقابلہ وہ علم ہی کہ جسمین اعداد سی بحث اسطرح کیجاے کہ اعداد کو حروف کی معاونت سے تعبیر کرین اور انکی باہمی تعلقات اور ارتباطات کو اور اعمال کو جو انپر کیے جائین علامات اور رموز سے تعبیر کرین

(۲) اعداد دو حال سی خالی نہین ہوتی یا ہم انکو جانتے ہوتے ہین یا نہین جنکو جانتی ہین انکو اعداد معلومہ کہتی ہین اور جنکو نہین جانتی اونکو اعداد مجہولہ عادت یون پڑگئی ہی کہ اعداد معلومہ کو اول نصف حروف تہجی سی اور اعداد مجہولہ کو نصف آخر حروف تہجی سی تعبیر کرتے ہین مگر یہہ فقط عادت کی بات ہی ورنہ یہہ کوئی قاعدہ ضرور نہین اسلئی اوسکی پابندی بہی فرض واجب نہین اعداد دو طرحکی ہوتی ہین صحیح یا کسر اکثر اعداد صحیح کو اختصار کی لئے فقط صحیح ہی کہدیا کرتے ہین اور عدد اور مقدار کی معنی ایک ہی ہین خواہ عدد کہو یا مقدار دونونکا مفہوم ایک ہی ہوتا ہے

(۳) ابتدا مین مبتدیون کو چاہی کہ اعداد کو حروف سی تعبیر کرنیکی عادت ڈالین اور علامتونکی معنی خوب سمجہین اور انکا استعمال جانین ہم اول کام کام کی علامتونکا بیان بہت توضیح سی لکہتے ہین مضامین جبریہ کی بیان کرنیمین یہہ بات ہمنی پہلے دلمین سمجہ لی ہی کہ جبر مقابلہ کا مبتدی علم حساب کا منتہی ہوتا ہی اور ایسی بدیہات کو جنکا کام سب فروع ریاضیہ مین پڑتا ہی مانتا ہی کہ برابر برابر چیزون پر برابر برابر چیزین زیادہ کرنیسی برابر چیزین حاصل ہوتی ہین اور اسی قبیل کے اور بدیہات بہی تسلیم کرتا ہی

(۴) علامت + جب کسی عدد کی اول لکہی جاے تو اوسی یہہ سمجہنا چاہی کہ وہ عدد جمع کیا جائیگا — مثلاً ا + ب سی یہہ مطلب ہے کہ عدد جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اوس عدد پر کہ ا سی تعبیر ہوتا ہی جمع کیا گیا ہے

اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرتا ہو تو ا + ب تعبیر ۱۲ کو کریگا
علامت + کو جمع یا ثبت یا مع کی نشانی کہتی ہین اور ا + ب کو اس طرح پڑہتی ہین کہ ا ثبت یا جمع ب

(۵) علامت - جس عدد کی اول لکھی جاتی ہی اوسی یہہ مطلب ہے کہ وہ عدد تفریق کیا گیا ہے مثلاً ا - ب سی یہہ مطلب ہی کہ عدد جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اوس عدد مین سی کہ ا سے تعبیر ہوتا ہی تفریق ہوا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرتا ہی تو ا - ب تعبیر ۶ کو کرتا ہے علامت - کو نفی یا تفریق یا سلب کی علامت کہتی ہین اور ا - ب کو پڑہتے اس طرح سے ہین کہ ا منفی ب یا ا نفی ب

(۶) ا + ب + ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا پر جمع کرو اور جو کچھہ حاصل ہو اوسمین سی ح کو اور ا + ب - ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا پر جمع کرو اور جو کچھہ حاصل ہو اوسمین سے ح کو تفریق کرو اور ا - ب + ح سی یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا مین سے تفریق کرو اور جو کچھہ حاصل ہو اوسپر ح کو جمع کرو اور ا - ب - ح سے یہہ مطلب ہے کہ ب کو ا مین سی تفریق کرو اور جو کچھہ حاصل ہو اوسمین سے ح کو تفریق کرو

(۷) علامت = جن اعداد کی درمیان ہین لکھی جای تو اوسی یہہ معلوم ہوتا ہی کہ وہ دو عدد مساوی ہین مثلاً ا = ب سی یہہ مفہوم ہوتا ہی کہ جو عدد ا سے تعبیر ہوتا ہی وہ مساوی ہی اوس عدد کی جو ب سی تعبیر ہوتا ہی اور ا + ب = ح سی یہہ مطلب ہے کہ مجموعہ اُن اعداد کا جو ا اور ب سی تعبیر ہوتی ہین مساوی ہی اُس عدد کی جو ح سی تعبیر ہوتا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرے تو ح تعبیر ۱۲ کو کریگا علامت = کو مساوات یا معادلہ کی علامت کہتی ہین اور ا = ب کو پڑہتے اس طرح سے ہین کہ ا مساوی ب کے

(۸) علامت × سی یہہ مطلب ہوتا ہی کہ جن اعداد کی درمیان وہ واقع ہی وہ آپسمین ضرب دئے گئے ہین مثلاً ا × ب سی یہہ مطلب ہے کہ ا سے جو عدد تعبیر ہوتا ہی وہ اوس عدد مین کہ ب سے تعبیر ہوتا ہے ضرب دیا گیا ہی اگر ا تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۳ کو کرے

تو ا×ب تعبیر ہے کو کرلیگا علامت × کو ضرب کی علامت کہتے ہین اور آ×ب کو پڑہتی اسطرح سی ہین کہ آ ضرب دیا گیا ب ہین اور ایسے ہی ا×ب×ح سے حاصلضرب اعداد کا جو آ اور ب اور ح سے تعبیر ہوتی ہین مفہوم ہوتا ہے

(۹) اختصار کے لئی علامات ضرب کی تخفیف کردیا کرتے ہین جیسی کہ اب کو بجای ا×ب کی لکہا کرتے ہین اور اُسکی وہی معنی رہتی ہین جو ا×ب کے تہے اور ایسی ہی اب ح بجاے ا×ب×ح کے لکہتے ہین اور معنی دونون کے ایک ہی ہوتی ہین یہہ علامت ضرب کی وہان پر ساقط نکی جاتی جہان اعداد ہندسونکی طور پر تحریر ہوتی ہین مثلاً ۴۵ سی یہہ مفہوم کبہی نہین ہوتا کہ وہ حاصلضرب ۴ و ۵ کا ہی کیونکہ ۴۵ کا مفہوم پینتالیس ہے پس اسلئی حاصلضرب ۴ و ۵ کو ۴×۵ سی تعبیر کرتی ہین بجای علامت ضرب کے نقطہ - کا بہی استعمال کرتی ہین مگر یہہ استعمال بہی اعداد مین ممنوع ہی کیونکہ نقطہ اعداد مین صفر سمجہا جاتا ہی اسلئی اسمین نقطہ کو بجای علامت ضرب کے استعمال کرنیمین خدشی پیدا ہوتی ہین اور کچہہ مطلب نہین نکلتا مثلاً ۴ و ۵ کی حاصلضرب کو اسطرح ۴٠۵ لکہین تو یہہ کبہی نہین سمجہا جائیگا کہ ۴ نے ۵ مین ضرب کہائی ہے بلکہ پانچ سو چار مفہوم ہونگے

بعض اوقات یہہ نقطہ بجای علامت ضرب کے حروف مین مستعمل ہوتا ہی مثلاً ا.ب بجاے ا×ب کے لکہا جاتا ہے مگر یہان نقطہ فضول ہے اسلئی کہ بغیر نقطہ کے اب سی ا×ب مفہوم ہوتا ہے نہ یہان نقطہ کی ضرورت ہی نہ اور علامت ضرب کی حاجت ہی جہان ایک عدد ہندسو مین لکہا گیا ہو اور ایک عدد مین جو کسی حرف سی تعبیر ہوا ہے ضرب دیا گیا ہو تو ایسی جگہہ پر علامت ضرب کی تخفیف ضرور چاہئے جیسے کہ ۳ا بجای ۳×ا لکہنا چاہئے اور معنی ان دونو کے ایک ہی ہین

(۱۰) یہہ علامت ÷ جن اعداد کے درمیان مین لکہی جاتی ہی اوسی یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اس علامت کا ماقبل اوسکی مابعد پر تقسیم ہوا ہی مثلاً ا÷ب سے یہہ مراد ہے کہ جو عدد

اسے تعبیر ہوا ہی وہ اوس عدد پر کہ ب سی تعبیر ہوا ہی تقسیم کیا گیا ہی اگر ا تعبیر ۸ کو اور ب تعبیر ۴ کو کری تو ا ÷ ب تعبیر ۲ کو کریگا علامت ÷ کو علامت تقسیم کہتی ہین اور ا ÷ ب کو پڑہتے اسطرح سے ہین کہ ا تقسیم کیا گیا ب پر

اتقسیم کو اسطرح سی بہی بیان کرتی ہین کہ مقسوم کو اوپر اور مقسوم علیہ کو نیچے لکھکر بیچمین ایک خط کہینچ دیتی ہین جیسے کہ ا/ب لکھا ہی اسکے معنی اور ا ÷ ب کے معنی ایک ہی ہین

(۱۱) حروف تہجی تو اعداد کے لئے بنشان ہین اور علامتین جنکا بیان کیا گیا ہی اور آگے کرینگی وہ اونکی اعمال متعلقات اور ارتباطات کی نشانیان ہین اسلئے ان سب نشانیونکو علامات جبریہ یا رموز جبریہ کہتے ہین اور مجموعہ علامات جبریہ کا نام جملہ جبریہ ہی لیکن اکثر اختصار کیواسطے فقط جملہ ہی کہا کرتے ہین

(۱۲) تاکہ اوپر کی علامتون مین طالب علمون کو خوب مشق ہوجاوی چند مثالین لکہتے ہین جنمین ہر جملہ جبریہ کی قیمت اعداد مین بیان کی گئی ہے

فرض کرو کہ ا = ۱ و ب = ۲ و ح = ۳ و د = ۵ و ر = ۶ و س = ۰ تو

۷ ا + ۳ ب − ۲ د + س = ۷ + ۶ − ۱۰ + ۰ = ۱۳ − ۱۰ = ۳

و ۲ اب + ۸ بح − ار + دس = ۴ + ۴۸ − ۶ + ۰ = ۵۲ − ۶ = ۴۶

و ۴ اح/ب + ۱۰ ابر/حد − در/ارح = ۱۲/۲ + ۱۲۰/۱۵ − ۳۰/۳ = ۶ + ۸ − ۱۰ = ۱۴ − ۱۰ = ۴

اور (۴ح + ۵ر)/(د − ب) = (۱۲ + ۳۰)/(۵ − ۲) = ۴۲/۳ = ۱۴

امثلہ نمبری ۱

اگر ا = ۱ و ب = ۲ و ح = ۳ و د = ۴ و ر = ۵ و س = ۰ تو ان جملونکی قیمتین اعداد مین دریافت کرو

(۱) ۹ ا + ۲ ب + سح − ۲ س (۲) ۴ ر − ۳ ا − ۳ ب + ۵ ح

(۳) ۷ ار + ۳ بح + ۹ د − اس (۴) ۸ ابح − بحد + ۹ حدر − درس

(۵) ابحد + ابحر + ابدر + احدر + بحدر

(۶) ۴ا/ب + ۹ب/ح + ۸ح/د − ۵د/ر (۷) ۴اح/ب + ۸بح/د − ۵حد/ر

(۸) ۱۲ا/بج + ۶ب/جد + ۳۰ج/در　(۹) جدر/اب + ۵بجد/ار − ۶ادر/بج

(۱۰) ۷ر + بجد − ۳بدر/۲اج　(۱۱) (۲ا + ۵ب)/ج + (۳ب + ۲ج)/د − (ا + ب + ج + د)/۲ر

(۱۲) (ب + ج + ۳ر)/(ر + ج − د)　(۱۳) (ا + ج)/(ج − ا) + (ب + د)/(د − ب) + (ج + ر)/(ر − ج)

(۱۴) (ا + ب + ج + د + ر)/(ر + د + ج − ب + ا)

دوسرا باب

اجزاء ضربی اور امثال یا سر اور قوت اور ارقام کے بیانمین

(۱۳) اگر ایک عدد دو یا زیادہ اعداد کا حاصلضرب ہو تو ان عددونمین سے ہر ایک کو جز ضربی اوس عدد کا کہ حاصلضرب ہے کہینگے مثلاً ۲×۳×۵ = ۳۰ تو ہر عدد ۲ و ۳ و ۵ مین سے جز ضربی ۳۰ کا کہ اونکا حاصلضرب ہے کہلائیگا سوا اسکے ہم ۳۰ کو حاصلضرب دو جز ضربی ۲ و ۱۵ کا یا حاصلضرب دو جز ضربی ۶ و ۵ کا یا حاصلضرب دو جز ضربی ۳ و ۱۰ کا بھی خیال کرسکتے ہین علی ہذا القیاس یہی کیفیت ۴اب کی ہے کہ وہ حاصلضرب دو جز ضربی ۴ اور اب کا یا حاصلضرب دو جز ضربی ۴ا اور ب کا ہے یا حاصلضرب دو جز ضربی ۴ب اور ا کا یا حاصلضرب تین اجزاء ضربی ۴ اور ا اور ب کا

غرض کسی عدد کی اجزاء ضربی وہ اعداد کہلاتے ہین جنکی ضرب دینے سے وہ عدد پیدا ہوتا ہے

(۱۴) اگر ایک عدد دو اجزاء ضربی سے مرکب ہو تو ہر جز ضربی کو امثال یا سر دوسری جز ضربی کا کہینگے مثلاً ۴اب کو حاصلضرب ۴ اور اب کا سمجھین تو ۴ کو امثال اب کا اور اب کو امثال ۴ کا کہینگے اور ۴اب کو حاصلضرب ۴ا اور ب کا سمجھین تو ۴ا کو امثال ب کا اور ب کو امثال ۴ا کا کہینگے اگرچہ تعریف امثال کی یہی ہے مگر استعمال مین کام فقط اول جز ضربی سے اکثر پڑتا ہے اسلئے اکثر اطلاق امثال کا اول جز ضربی پر ہوتا ہے اور اسکو سر بھی کہتے ہین مثال گذشتہ مین ۴ امثال اب کی ہین اور جہان امثال [illegible] کوئی ایسا عدد ہوتا ہے کہ وہ ہندسونمین لکھا ہوا ہوتا ہے اور دوسرا جز ایسا عدد ہوتا ہے

کہ حرفوں مین تو تمیز کرنیکی واسطی ان نہہ سونکی جزضربی کو امثال عددی یا سر کہتی ہین

(۱۵) جب ایک حاصلضرب کی ساری اجزاء ضربی باہم متساوی ہون تو وہ حاصلضرب اُس جزضربی کی قوت کہلاتا ہی مثلاً ے × ے کو دوسری قوت ے کی کہتی ہین ے × ے × ے کو تیسری قوت ے کی اور ے × ے × ے × ے کو چوتہی قوت ے کی اور علی ہذا القیاس اوسیطرح سے ا × ا کو ا کی دوسری قوت اور ا × ا × ا کو ا کی تیسری قوت اور ا × ا × ا × ا کو چوتہی قوت ا کی کہتی ہین اور علی ہذا القیاس اور ا کو خود بہی بعض اوقات پہلی قوت ا کی کہتی ہین

(۱۶) قوا کو اسطرح نہین لکہا کرتی کہ جزضربی کو بار بار لکہین بلکہ اوسکی لکہنی کا طور نہایت اختصار کی ساتہہ اسطرحسی اختیار کیا ہی کہ جزضربی کو ایکمرتبہ لکہا او جتنی دفعہ یہہ جزضربی ضرب دیا گیا ہو اوتنی کا عدد اوس جزضربی کی اوپر لکہدیا اسطرح سی جیساکہ ا^۲ سی مطلب ا × ا ہی اور ا^۳ سی ا × ا × ا اور ا^۴ سی ا × ا × ا × ا اور علی ہذا القیاس اور ا^۱ سی مراد ا کی پہلی قوت یعنی خود ا مراد ہی اور ا^۱ اور ا کے معنی ایک ہی ہین

(۱۷) جب ایک عدد دوسری عدد کی اوپر لکہا جاے اور یہہ تبلاے کہ یہہ دوسرا عدد کتنی دفعہ قوت مین جزضربی بنا ہی تو پہلی عدد کو قوت نما دوسری عدد کا کہتی ہین مثلاً ا^۳ مین ۳ کو قوت نما کہینگے اور ا^ن مین ن کو قوت نما

(۱۸) سر اور قوت نما کی معنے مین زمین آسمان کا فرق ہی اونکی معنی مین تمیز کرنا احتیاط اور ہوشیاری کا کام ہی طالب علم ایسا بی تمیز نہ بنجاے کہ اونکی معنی مین تمیز نکری مثلاً ۳ح اور ح^۳ ہے انمین ۳ح سی یہہ مراد ہی کہ ح سہ چند کیا گیا ہی اور ۳ سر ح کا ہی اور ح^۳ سی مراد یہہ ہی کہ ح گنا ح گنا ح یہان ۳ قوت نما ح کا ہے یعنی

۳ح = ح + ح + ح

ح^۳ = ح × ح × ح

(۱۹) ا کی دوسری قوت یعنی ا^۲ کو اکثر مجذور اور مربع کہتے ہین اور ا کی تیسری قوت کو

یعنی ا^{۳} کو مکعب اور اور قواؤں کے لئی اس قبیل کے نام جدا جدا نہین ہین بلکہ جونسی قوت ہوتی ہی اوسی قوت کی نام سی موسوم ہوتے ہے مثلاً ا^{۴} کو ا کی چوتہی قوت اور ا^{۵} کو ا کی پانچوین قوت اور علی ہذا القیاس

(۲۰) جس جملہ مین ایسی اجزا ہون کہ وہ علامات + اور − کے ساتہہ مختلط کئی گئے ہون تو اوسکو جملہ مفرد کہتے ہین اور جس جملہ مین ایسی اجزا ہون کہ وہ علامات + اور − کے ساتہہ شامل کئی گئے ہون تو اوسکو جملہ مرکب کہتے ہین جو اجزا کہ + اور − کی علامتونسی شامل کئے گئے ہین اونکو ارقام جملہ کہتے ہین مثلاً ا اور ۴ ب ح اور ۵ ا^{۲} ح مین سے ہر یک جملہ مفرد ہے اور ا^{۲} + ب^{۳} − ح^{۴} جملہ مرکب ہی اور ا^{۲} اور ب^{۳} اور ح^{۴} ارقام جملہ ہین

(۲۱) اگر ایک جملہ مین دو رقمین ہون تو اوسکو جملہ ثنائی اور اگر تین رقمین ہون تو اوسکو جملہ ثلاثی کہتے ہین اور جس جملہ مین بہت سی رقمین تین سی زیادہ ہون تو اوسکو جملہ کثیر الارقام کہتی ہین مثلاً ۲ ا + ۳ ب کو جملہ ثنائی کہتے ہین اور ا − ۲ ب + ۵ ح کو جملہ ثلاثی اور ا − ب + ح − د − ر کو جملہ کثیر الارقام کہتے ہین

(۲۲) رقم مین جتنے اجزا ضربی باستثناء امثال عددی کے ہون اوتنی درجہ کی وہ رقم کہلاتی ہی مثلاً ا^{۲} ب^{۳} ح یا ا × ا × ب × ب × ب × ح چھہ درجہ کی ایک رقم ہی امثال عددی یہان نہین شمار مین آتے مثلاً ۹ ا^{۴} ب^{۳} و ا^{۳} ب^{۴} ایک ہی درجہ کی رقمین ہین یعنی سات درجہ کے خلاصہ یہہ ہے کہ درجہ کسی رقم کا مجموعہ قوت نماؤن اجزا ضربیہ کا ہوتا ہے اور یہہ بات یاد رکہنی کی ہے کہ جہان قوت نما کوئی عدد نہ لکہا ہو وہان ا قوت نما کو بموجب دفعہ ۱۶ اسکے محسوب کرو

(۲۳) جب ایک جملہ کی سب رقمین ایک ہی درجہ کی ہون تو ایسی جملہ کو جملہ متجانسہ کہتی ہین مثلاً ۷ ا^{۳} + ۳ ا^{۲} ب + ۴ ا ب ح جملہ متجانسہ ہی کیونکہ ہر رقم تین درجہ کی ہے

اب ہم بہت سی مثالیں جملہائے جبریہ کی عددی قیمتیں دریافت کرنیکے لئے لکھتے ہیں فرض کرو کہ ا = ۱ اور ب = ۲ اور ج = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۵ اور س = ۰ تو

ب۲ = ۴ اور ب۳ = ۸ اور ب۴ = ۱۶ اور ب۵ = ۳۲

۳ب۲ = ۳ × ۴ = ۱۲ و ۵ب۳ = ۵ × ۸ = ۴۰ و ۹ب۵ = ۹ × ۳۲ = ۲۸۸

ر۲ = ۵۲ = ۲۵ اور ر۳ = ۵۳ = ۱۲۵ اور

ا ب۳ = ۱ × ۸ = ۸ اور ۳ب۲ج۲ = ۳ × ۴ × ۹ = ۱۰۸

د۳ + ج۲ − ۷اب + س۲ = ۶۴ + ۹ − ۱۴ + ۰ = ۵۹

(۳ج۲ − ۴ج − ۱۰)/(ج۳ − ۲ج۲ + ۵ج − ۲۳) = (۲۷ − ۱۲ − ۱۰)/(۲۷ − ۱۸ + ۱۵ − ۲۳) = ۵/۱ = ۵

(ر۳ + د۳)/(ر + د) − (ج۳ − ا۳)/(ج − ا) = (۶۴ + ۱۲۵)/(۴ + ۵) − (۲۷ − ۱)/(۳ − ۱) = ۱۸۹/۹ − ۲۶/۲ = ۲۱ − ۱۳ = ۸

امثلہ نمبری ۲

اگر ا = ۱ و ب = ۲ و ج = ۳ و د = ۴ و ر = ۵ و س = ۰ تو عددی قیمت جملہائے ذیل میں سے ہر ایک کی دریافت کرو

(۱) ا۲ + ب۲ + ج۲ + د۲ + س۲ + ر۲ (۲) ر۳ − د۳ + ج۳ − ب۳ + ا۳

(۳) اب ج + ب ج د − د ر ا + س۲ (۴) ج۳ − ۲ج۲ + ۴ج − ۱۳

(۵) ا۳ + ۳ا۲ب + ۳اب۲ + ب۳ (۶) ا۴ + ۶ا۲ب۲ + ب۴ − ۴ا۳ب − ۴اب۳

(۷) ب۲ج۲/۴ا + در/ب۲ − ۳ج۲/ب۲ (۸) (۲ر + ۲)/(ر − ۳) + (۳ر − ۹)/(ر − ۲) + (ر۲ − ۱)/(ر + ۳)

(۹) (ا۲ + ب۲)/ر + (ج۲ + ر۲)/ب + (ر۲ − د۲)/ج − (۱۰) (۱ا۲ + ۲ب۲)/(ا۲ + ب۲) + (۴ج۲ + ۴ب۲)/(ج ب ر۲) − (ج۲ + د۲)/ر۲

(۱۱) ۲۸/(ا۲ + ب۲ + ج۲) + ۱۲/(د۲ − ج۲ − ب۲) + ۴/(ا۲ + ر۲ − ج۲ − د۲)

(۱۲) (ا۴ + ۴ا۳ب + ۶ا۲ب۲ + ۴اب۳ + ب۴)/(ا۳ + ۳ا۲ب + ۳اب۲ + ب۳) (۱۳) ج۲/ب (۱۴) (ج/ب + ب/ا)/(ج/ب − ب/ج)

(۱۵) ج۲/(ب۲ + د۲ − ب د) × ج/د (۱۶) ج/(ر۲ + ر د + د۲) − ج/د

تیسرا باب

باقی علامتون کا بیان اور خطوط وحدانی

(۲۴) دو عددون کے حاصل تفریق کو بعض اوقات علامت ~ سے تعبیر کرتے ہین مثلاً ا ~ ب سے حاصل تفریق اون دو عددون کا مراد ہی کہ ا اور ب سے تعبیر ہوتے ہین اگر ا بڑا ب سے ہے تو وہ مساوی ا - ب کے ہے اور اگر ب بڑی ا سے ہی تو وہ برابر ب - ا کے ہے غرض ا ~ ب کا مفہوم یہہ ہے کہ بڑے مین سے چھوٹا تفریق کیا گیا ہی خواہ چھوٹا خواہ بڑا اول عدد ہے

(۲۵) علامت $>$ سے بڑا ہے بہ نسبت کسی کے اور علامت $<$ سے چھوٹا بہ نسبت کسی کے تعبیر ہوتا ہے مثلاً ا $>$ ب سے یہہ مراد ہے کہ ا جس عدد سے تعبیر ہوا ہے وہ بڑا ہے بہ نسبت اوس عدد کے کہ ب سے تعبیر ہوتا ہے اور ب $<$ ا سے یہہ مراد ہے کہ عدد جو ب سے تعبیر ہوا ہے چھوٹا ہے بہ نسبت اوس عدد کے جو ا سے تعبیر ہوا ہے غرض اس زاویہ کا کھلا رخ بڑے عدد کی طرف ہوتا ہے

(۲۶) علامت $\therefore$ اسواسطے اور اسلیے اور تو کی ہے اور علامت $\because$ چونکہ اور کیونکہ کی ہے

(۲۷) جذر کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مجذور یعنی دوسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور چوتھی مرتبہ کا نزول یا جذر مال المال کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اوسکی چوتھی قوت برابر اوس عدد معین کے ہو اور علی ہذا القیاس مثلاً ۴۹ = $۷^۲$ تو جذر ۴۹ کا ۷ ہے اور ایسی ہی اگر ا = $ب^۲$ تو جذر ا کا ب ہی اور اسیطرح سی ۱۲۵ = $۵^۳$ تو جذر الکعب ۱۲۵ کا ۵ ہے اور ایسی ہی اگر ا = $ح^۳$ تو ا کا جذر الکعب ح ہے

(۲۸) ا کے جذر کو اسطرح سے لکھا کرتے ہین کہ $\sqrt{ا}$ یا $\sqrt[۲]{ا}$ اور جذر الکعب ا کو اسطرح سی لکھتی ہین کہ $\sqrt[۳]{ا}$ اور ا کا چوتھی مرتبہ کا نزول اسطرح سی کہ $\sqrt[۴]{ا}$ اور علی ہذا القیاس $\sqrt{۹} = ۳$ اور $\sqrt[۳]{۸} = ۲$

(۲۹) جب دو یا زیادہ اعداد کو اسطرح سے بیان کرنا ہو کہ وہ عدد واحد سمجھے جایئں تو اونکو اسطرح کے خطوط کے درمیان لکھدو ( ) { } [ ] اور ان خطوط کو خطوط وحدانی کہتے ہیں اسلئے کہ اعداد اونمیں اگر عدد واحد کا حکم پیدا کرتے ہیں مثلاً ہمکو حاصل جمع ا اور ب کو ح میں ضرب دینا ہو تو اسطرح لکھتے ہیں کہ (ا + ب) × ح یا {ا + ب} × ح یا زیادہ سادہ وضع پر (ا + ب) ح یا [ا + ب] ح اسکی یہہ معنی ہیں کہ کل ا + ب ضرب ح میں دیا گیا ہے اگر خطوط وحدانی کو محو کردیں تو ا + ب ح کی صورت پیدا ہوگی اسکی یہہ معنی ہونگی کہ صرف ب کو ح میں ضرب دیکر حاصل ضرب کو ا پر زیادہ کیا ہے اور ایسے ہی (ا + ب − ح) د سے یہہ مطلب ہے کہ ا + ب − ح سے جو کچھہ حاصل ہو اوسکو د میں ضرب دو یعنی کل ا + ب − ح ضرب د میں دیا گیا ہے اگر خطوط وحدانی کو محو کردیں تو ا + ب − ح د پیدا ہوگا اور اوسکا مطلب یہہ ہے کہ صرف ح کو د میں ضرب دیکر ماحصل کو ا + ب میں سے تفریق کردو اور ایسے ہی (ا − ب + ح) × (د + ر) سے یہہ مطلب ہے کہ ا − ب + ح کا جو ماحصل ہے اوسکو د + ر کے ماحصل میں ضرب دو اور اوسکو اسطرح سے بھی لکھہ سکتے ہیں کہ (ا − ب + ح) (د + ر) جیسے ا × ب کو اب کے طور پر لکھا کرتے ہیں

√(ا + ب + ح) سے یہہ مطلب ہے کہ ا + ب + ح کا جو ماحصل ہوا وسکا جذر نکالو

(اب)² سے مراد اب × اب اور (اب)³ = اب × اب × اب ہے

اور (ا + ب − ح) ÷ (د + ا) سے یہہ مطلب ہے کہ ماحصل ا + ب − ح کا د + ا کے ماحصل پر تقسیم کیا گیا ہے

(۳۰) بعض اوقات خطوط وحدانی کے بجاے خطوط اون اعداد پر جنکو ایک عدد واحد کے طور پر بیان کرنا منظور ہوتا ہے کھینچدیا کرتے ہیں جیسے کہ ا − ب + ح (خط بالا) × د + ر (خط بالا) اور اسکا مطلب وہی ہے جو (ا − ب + ح) (د + ر) سے ہے ان خطوط کو خطوط عرضی کہتے ہیں اور (ا + ب − ح) ÷ (د + ر) کو (ا + ب − ح)/(د + ر) کی طرح پر لکھدیتے ہیں یہاں خط عرضی درمیان ا + ب − ح اور د + ر کے ایک خاص معنی رکھتا ہے

(۳۱) جسقدر علامتیں جبر مقابلہ میں کام آتی ہیں اون سب کا بیان ہمنے لکھدیا اور یہہ بات بھی ہم بتلاتے ہیں کہ بعض حالتوں میں لفظ علامت کا اطلاق صرف + اور − پر ہم کیا کرتے ہیں مثلاً تفریق کے قاعدہ میں تبدیل علامات میں معنی علامات کے صرف + اور − ہونگے اور ضرب اور تقسیم میں قاعدہ علامات سے ہماری مراد اوس قاعدہ سے ہوگی جو علامات + اور − سے متعلق ہے

(۳۲) اب ہم اور زیادہ مثالیں جملوں کی اعدادی قیمت دریافت کرنیکے لئے لکھتے ہیں فرض کرو ا = ۱ اور ب = ۲ و ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ اِن جملوں کی قیمت دریافت کرو

√(۲ب + ۴ح) = √(۱۲ + ۴) = √۱۶ = ۴

∛(۴ح − ۲ب) = ∛(۱۲ − ۴) = ∛۸ = ۲

ر√(۲ب + ۴ح) − (۲د − ب)√(۴ح − ۲ب) = ۸×۴ − ۸×۲ = ۳۲ − ۱۶ = ۱۶

√((ر − ب)(۲ر − ۵ب)) = √{(۸ − ۲)(۱۶ − ۱۰)} = √(۶×۶) = ۶

{(ا + ح)(ح − د) − (ب + ح)(ر − د)}(ا + د) = ۶{۴×۲ − ۵×۳} = ۶×۷ = ۴۲

∛(ح³ + ۳ح²ب + ۳ح ب² + ب³) ÷ √(ا² + ب² − ۲اب) = ∛(۲۷ + ۵۴ + ۳۶ + ۸) ÷ √(۱ + ۴ − ۴)

= ∛۱۲۵ ÷ ۱ = ۵

امثلہ نمبری ۳

اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ جملہ ہاے مفصلہ ذیل کی قیمتیں دریافت کرو

(۱) ا(ب + ح) (۲) ب(ح + د) (۳) ح(ر − د)

(۴) ب²(ا² + ر² − ح²) (۵) ح²(ر² − ب² − ح²) (۶) (ا² + ح² + د²) / (ا² + ب²)

(۷) (۱۹ا + ۳د² + ر²) / (۲ح² − ۴ح) (۸) √(۳بحر) (۹) √(۲ب + ۴د + ۵ر)

(۱۰) (ا + ۲ب + ۳ح + ۵ر – ۴د) (۶ر – ۵د – ۴ح – ۳ب + ۲ا)

(۱۱) (ا² + ب² + ح²) (ا² – د² – ح²) (۱۲) (۳د² – ۷ح²)

(۱۳) ۲√(د² – ۳ر) + د √(د² + ۳ر)

(۱۴) ر – {√((ر + ۱) + ۲)} + (ر – ۳√ر) √(ر – ۴)

(۱۵) √(ا² + ۲اب + ب²) × ۳√(ا³ + ۳ا²ب + ۳اب² + ب³)

(۱۶) ۳√(ح³ – ۳ح²ا + ۳حا² – ا³) ÷ √(ب² + ح² – ۲حب)

چوتھا باب

ترتیب ارقام کا بدلنا اور ارقام متماثلہ

(۳۳) اگر ایک جملہ ہو اور اوسکی رقموں کے ماقبل علامت + کی ہو تو ایسے جملہ کے ارقام کو جاہو جس ترتیب سے لکھو نتیجہ ایک ہی رہیگا کچھہ اوسمین فرق نہین آئیگا مثلاً ۷ + ۵ اور ۵ + ۷ کا ماحصل ایک ہی ہے یعنی ۱۲ اور علے ہذا القیاس ا + ب اور ب + ا کا ماحصل بہی ایک ہی ہے یعنی مجموعہ اعداد کا جو ا اور ب سے تعبیر ہوئے ہین اور جبر مقابلہ مین اس بات کو لکھتے اسطرح ہین کہ ا + ب = ب + ا

اور ایسے ہی ا + ب + ح = ا + ح + ب = ب + ح + ا

(۳۴) اگر ایک جملہ مین اوسکی بعض رقموں کے ماقبل علامت + کی اور بعض کی اول – کی ہو تو اول اون رقموں کو جنکی اول علامت + کی ہی جس ترتیب سے چاہو لکھہ لو اور پہر آگے اونکے اون رقموں کو جنکے اول – کی علامت ہی جس ترتیب سے چاہو لکھہ لو اسطرح لکھنے سے کچھہ ماحصل مین فرق نہین آئیگا یہہ بات علم حساب سے ظاہر ہے توضیح اوسکی مثال سے کرتی ہین

۷ + ۸ – ۲ – ۳ = ۸ + ۷ – ۲ – ۳ = ۷ + ۸ – ۳ – ۲ = ۸ + ۷ – ۳ – ۲ اور ایسی ہی

ا + ب – ح – ر = ب + ا – ح – ر = ا + ب – ر – ح = ب + ا – ر – ح

(۳۵) بعض صورتون مین سے آپ ہی زیادہ ترتیب ارقام کی اول بدل ایسی جملون مین ہوسکتی ہی جنمین رقمون کی اول علامت + اور - کی ہی ان رقمونکو مختلف ترتیب سے مختلط کرتے ہین کبھی کسیکو اول کبھی کسیکو آخر لکھدیتے ہین اور نتیجہ سب صورتون مین یکسان رہتا ہی مثلاً فرض کرو کہ ا تعبیر ۱ کو اور ب تعبیر ۴ کو اور ح تعبیر ۵ کو کرتا ہے

ا + ب - ح = ا - ح + ب = ب - ح + ا ہے

اسلیئے کہ ہر صورت مین بے تکلف نتیجہ ۱ نکلتا ہی لیکن اگر یہہ فرض کرین کہ ا تعبیر ۲ کو اور ب تعبیر ۴ کو اور ح تعبیر ۵ کو کرتا ہی تو جملہ ا - ح + ب کی حالت ایسی ہوتی ہے کہ ظاہرا بڑے عدد کو چھوٹے عدد مین سے تفریق کرنا پڑتا ہے یعنی ۵ کو ۲ مین سے اس وقت سے چھٹکارا ہو جایگا اور آسانی ہو جائیگی اگر تسلیم کرلین کہ ا - ح + ب اور ا + ب - ح کے ایک ہی معنی ہین بالفعل ہم کسی ایسی جملہ ا + ب - ح کو جسمین ح چھوٹا ا + ب سی ہو کام مین نہین لائینگے تاکہ کوئی دقت جملہ ا + ب - ح سے نہ پیدا ہو اور اسی پر ہم قیاس کرکے - ب + ا اور ا - ب کے ایک ہی معنی سمجھینگے

(۳۶) اس بات کا سبکے نزدیک مسلم ہونا کہ - ب + ا اور ا - ب یا ا - ح + ب اور ا + ب - ح کے ایک ہی معنی ہین اصطلاح جبریہ مین اتفاق یا اجماع جمہور کہتی ہین اور اس اجماع کی وہان ضرورت پڑتی ہی جہان حساب کے عمل کرنے سی دقت پیدا ہوتی ہی جیساکہ اوپر مذکور ہوا کہ ۵ کو ۲ مین سے تفریق کرنا پڑتا تھا پس اس اجماع اور تفریق اور جمع کے قاعدون سی یہہ بات صاف ظاہر ہوتی ہے کہ جملون کی عددی قیمت ایک سی رہتی ہی خواہ اونکی رقمونکو کسی ترتیب سے رکھین

(۳۷) دفعہ ۳۴ کی طرح ہمکو اکثر ضرورت ہوگی کہ اون رقمونکو جنکی اول علامت + کی ہی اون رقمون سے جنکے اول علامت - کی ہے تمیز کرین اسلیئے ان رقمونکے لیئے یہہ بات مقرر کی ہی کہ جن رقمونکے اول علامت + کی ہو اونکا نام ارقام مثبتہ یا موجبہ رکھا ہی اور جنکی اول علامت منفی کی ہو

اونکو ارقام منفیہ یا سالبہ کہتے ہین یہہ حدود یا اصطلاح فقط اختصار کے لئے مقرر کی ہے اور مثبت اور منفی کے معنی فقط وہی ہر جگہہ لئے ہین جو بیان ہوئے ہین اور سوا اسکے جو اوسکے اور معنی ہین وہ کہین نہین لئے

(۳۸) اگر جملون کے اول ایک رقم ایسی ہوتی ہے کہ اوسکی اول کوئی علامت نہین لکھی ہوئی ہوتی ایسی جگہہ علامت + کو مقدر جاننا چاہیے اور اگر ارقام جملہ کا تبدل اسطرح کیا جائے کہ یہہ رقم دوسری جگہہ لکھنی پڑے تو اوسکے اول علامت + کی لکھنی ضرور ہے

مثلاً ا + ب − ح = ب + ا − ح = ب − ح + ا

اب پہلے جملہ مین رقم ا کے اول مین کوئی علامت نہین ہے مگر جب جملے کی رقمون کی ترتیب بدل کر اوسکو دوسری جگہہ لکھتے ہین تو اوسکے اول علامت + کی لکھدیتے ہین اسلئے دفعہ ۳۷ کے مضمون کے ساتھہ ہمکو یہہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ اگر کسی رقم کے اول کوئی علامت نہ لکھی ہو تو + کی علامت اوسکے پہلے مقدر ہوتی ہے

(۳۹) جن رقمون مین مماثلت ہو اور اونمین کچھہ فرق نہو اور اگر فرق ہو تو صرف امثال عددی مین تو ایسی رقمون کو مقادیر متماثلہ کہتے ہین اور جنمین اس قسم کی مماثلت نہو اونکو کہتے ہین غیر متماثلہ مثلاً ا اور ۴ا اور ۷ا ارقام متماثلہ مین کہ سب مین ہی فقط فرق امثال عددی مین ہے اور ایسی ہی ا^2 اور ۵ا^2 اور ۹ا^2 ارقام متماثلہ ہین لیکن ا^2 اور ا ب اور ب^2 ارقام غیر متماثلہ ہین اونمین ایک کو دوسرے کے ساتھہ مماثلت نہین

(۴۰) ارقام متماثلہ جن جملون مین ہوتے ہین وہ مختصر ہو سکتی ہین اس بات کو اسطرح سمجھو کہ ایک جملہ مثلاً

۱۶ا − ا + ۳ب + ۵ح − ب + ۳ح − ۱۲ا ہو

بموجب دفعہ ۳۵ کے اس جملہ کو اسطرح لکھو کہ

۱۶ا − ا − ۱۲ا + ۳ب − ب + ۵ح + ۳ح

ظاہر ہے کہ ۱۶ا − ا − ۱۲ا = ۳ا اسواسطے کہ ا خواہ کسی عدد کو تعبیر کرتا ہو جب ۱۶ا مین سے

ا کو تفریق کرینگے ۵ا باقی رہینگے اور جب اس ۵ا مین سے ۳ا تفریق کرینگے تو ۲ا باقی رہینگے
اور علی ہذا القیاس ۳ب - ب = ۲ب اور ۵ح + ۳ح = ۸ح تو جملہ مفروضہ کے یہہ مختصر صورت
پیدا ہوگی کہ ۳ا + ۲ب + ۸ح

اور جملہ ا - ۳ب - ۴ب برابر ہے ا - ۷ب کے اسواسطے کہ حساب سے ظاہر ہے کہ ا مین سے اول ۳ب کو تفریق کرنا اور پھر باقی مین سے ۴ب کو تفریق کرنا اسکے یہہ معنی ہین کہ ا مین سے ۷ب کو تفریق کرین پس اسلیئے ا - ۳ب - ۴ب = ا - ۷ب

(۴۱) ایک بات مین مبتدی بڑے الجھتے ہین اور وہ بات یہی الجھنی کی ہے اور وہ یہہ ہے کہ جہان ایسا جملہ آن پڑتا ہے جیسا کہ اوپر کی صورت مین واقع ہوا کہ

- ۳ب - ۴ب = - ۷ب

تو اس جملہ کے معنی سمجھنے مین کچھہ دقت نہین ہے مگر جب یہہ جملہ کسیکے ساتھہ مختلط نہین ہوتا اور علیحدہ واقع ہوتا ہے تو اوسکے معنی سمجھہ مین نہین آتے اور یہہ خیال پیدا ہوتا ہے کہ ۳ب کو معدوم شے مین سے تفریق نہین کر سکتے نہ پھر باقی مین سے ۴ب کو اور اوسکے معنی طالب علمون کے فہم مین نہ آئینگے جب تک وہ اس علم کے کسی بڑی کتاب کو نہین پڑھینگے اونکو فقط اسقدر جاننا یہان کافی ہے کہ جب اثناے عمل جبریہ مین یہہ جملہ واقع ہو تو یون جانین کہ ہمکو ایک عدد مین سے ۳ب تفریق کرنے ہین اور پھر حاصل تفریق مین سے ۴ب یا ایک ہی دفعہ بجاے دو دفعہ تفریق کرنیکے ۷ب تفریق کرنے ہین

(۴۲) اعمال جمع اور تفریق جبریہ کا ذکر آگے دو بابون مین کرینگے ان دونوع عملونکی اصل یہی بات ہے جو اوپر مذکور ہوئی کہ ارقام متماثلہ کو یکجا کرکے جملونکو مختصر بنالین

یہہ ایک بات مبتدیون کے لئے بڑے کام کی ہے کہ حدود جو اوپر بیان ہوئے ہین اون سے ظاہر ہوتا ہے کہ یہہ ذیل کے جملے سب برابر کے ہین ا اور ۱×ا اور ا×۱ اور ا/۱ اور

+ا اور ا÷۱ اور ا×۱۱ اور + ا/۱

امثلہ نمبری ۴

اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۵ تو جملہاے مفصلہ ذیل کے عددی قیمت دریافت کرو

(۱) ا − ۳ب + ۴ح (۲) ا − ب^{2} + ح^{3} + د^{3}

(۳) (ا + ب) (ب + ح) − (ب + ح) (ح + د) + (ح + د) (د + ر)

(۴) (۴ا + ۳ب) / (ب + ح) − (۴ح + ۳د) / (ب + د) + (۵د + ۴ر) / (ا + د + ر)

(۵) (ا − ۲ب + ۳ح)^{2} − (ب − ۲ح + ۳د)^{2} + (ح − ۲د + ۳ر)^{2}

(۶) ا^{4} − ۴ا^{3}ب + ۶ا^{2}ب^{2} − ۴اب^{3} + ب^{4}

(۷) (ب^{2} − ۲بح + ح^{2}) / (ا^{2} − ۲اب + ب^{2}) (۸) (ا^{4} − ۴ا^{3}ح + ۶ا^{2}ح^{2} − ۴اح^{3} + ح^{4}) / (ب^{4} − ۴ب^{3}ح + ۶ب^{2}ح^{2} − ۴بح^{3} + ح^{4})

(۹) ۷ا − ۲ب − ۳ح − ۴ا + ۵ب + ۴ح + ۲ا

(۱۰) ۵ا^{2} + ۳اب − ۲ب^{2} − اب + ۹ب^{2} − ۲اب − ۷ب^{2}

(۱۱) ۲ا^{3} − ۲ا^{2} + ۵ا + ا^{3} + ا + ۹ا^{2} − ۴ا^{3} − ۱۶

(۱۲) (ا^{2} + ۲اب + ب^{2}) / (ا + ب) − (ب^{2} + ۲بح + ح^{2}) / (ب + ح) + (ح^{2} + ۲حد + د^{2}) / (ح + د)

(۱۳) $\sqrt{\ }$(۴ح^{2} + ۵د + ر) (۱۴) $\sqrt{\ }$(ر^{2} + د^{3} + ح^{3} − د^{2})

(۱۵) $\sqrt[3]{\ }$(۲ر^{2} + ۷ب) (۱۶) $\sqrt[3]{\ }$(۲ب^{2} + ح^{2} − ا)

پانچوان باب جمع کے بیان مین

(۴۳) جمع کا قاعدہ آسانی سے سمجھہ مین آجاے اسلیے اوسکی تین حالتین بنا کر لکھتے ہین اول سب ارقام متماثلہ ہون اور اوسکی علامت بھی ایک ہی ہو دوم ارقام متماثلہ ہون مگر اونکی علامتین یکسان نہون سوم سب ارقام متماثلہ نہون اب بالترتیب ان صورتون کا بیان کرتے ہین

(۴۴) حالت اول مین یعنی جسمین سب ارقام متماثلہ ہوتے ہین اور اونکی علامت بھی ایک ہی ہوتی ہے قاعدہ جمع کرنیکا یہہ ہے کہ سب امثال عددی کو جمع کرکے اوسکے اول وہ علامت

جو سب رقموں پر ہے اور اوسکے آگے وہ حروف جو سب رقمونمین مشترک ہین لکھدو

مثلاً ۶ا + ۳ا + ۷ا = ۱۶ا

−۲ب ح − ۷ب ح − ۹ب ح = −۱۸ب ح

اول مثال مین ۶ا برابر +۶ا اور ۱۶ا برابر +۱۶ا کے بموجب دفعہ ۳۸ کے ہے

(۴۵) **حالت دوم** ارقام متماثلہ ہون مگر اونکی علامتین مختلف ہون

او نکے جمع کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ جسقدر مثبت امثال عددی ہین اونکو جمع کرکے ایک مجموعہ بناؤ اور جسقدر منفی امثال عددی ہین اونکو جمع کرکے دوسرا مجموعہ بناؤ اور ان دونون مجموعون کا حاصل تفریق دریافت کرکے اوسکے اول وہ علامت جو بڑے مجموعہ پر ہو لکہدو اور آگے اوسکی حروف مشترک جو ہر مجموعہ مین ہون رقم کرو مثلاً ۴ا + ۳ا + ۱۱ا + ا − ۵ا − ۲ا = ۱۹ا − ۱۰ا = ۹ا

۲ب ح − ۷ب ح − ۳ب ح + ۴ب ح + ۵ب ح − ۶ب ح = ۱۱ب ح − ۱۶ب ح = −۵ب ح

(۴۶) **حالت سوم** سب رقمین متماثلہ نہون اونکے جمع کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ ارقام متماثلہ جو ہون اونکو موافق قاعدہ صورت دوم کے جمع کرکے لکھو اور باقی ارقام غیر متماثلہ کو مع اونکی علامتونکے لکھدو مثلاً جمع کرو ۴ا + ۵ب − ۷ح + ۳د اور ۳ا − ب + ۲ح + ۵ر اور ۹ا − ۲ب − ح − د اور −ا + ۳ب + ۴ح − ۳د + ر

یہہ آسانی کی بات ہی کہ ان رقمونکو سطرون مین اس ترتیب سے لکھین کہ ارقام متماثلہ ایک دوسرے کے ماتحت و مافوق ہون

۴ا + ۵ب − ۷ح + ۳د

۳ا − ب + ۲ح + ۵ر

۹ا − ۲ب − ح − ذ

−ا + ۳ب + ۴ح − ۳د + ر

۱۵ا + ۵ب − ۲ح + ۴د + ر

یہان ۴ا و ۳ا و ۹ا و −ا ارقام متماثلہ ہین جنمین مجموعہ امثال مثبتہ کا ۱۶ ہے اور صرف

ایک رقم ایسی ہی جسکا سر منفی ہے یعنی -ا جسکا سرا ہے اور فرق ۱۶ا و ا کا ۱۵ا ہے تو +۱۵ا حاصل جمع ان ارقام متماثلہ کا ہوا اور بموجب دفعہ ۳۸ اوسکے اول سے علامت + کی ساقط کردی اور ایسی ہی ۵ب - ب - ۲ب + ۳ب = ۵ب اور آگے کی مثالوں میں بھی ایسا ہی

(۴۷) نیچے کی مثالون مین رقمین ترتیب اور قرینہ سے لکھی ہوئی ہین

لا^3 + ۲لا^2 - ۳لا + ۱ ‎ ‎ ‎ ‎ ا^2 + اب + ب^2 - ح

۴لا^3 + ۷لا^2 + لا - ۹ ‎ ‎ ‎ ‎ ۳ا^2 - ۳اب - ۷ب^2

-۲لا^3 + لا^2 - ۹لا + ۸ ‎ ‎ ‎ ‎ ۴ا^2 + ۵اب + ۹ب^2

-۳لا^3 - لا^2 + ۱۰لا - ۱ ‎ ‎ ‎ ‎ ا^2 - ۳اب - ۳ب^2

۹لا^2 - لا - ۱ ‎ ‎ ‎ ‎ ۹ا^2 - ح

مثال اول مین مجموعہ اول رقموں لا^3 + ۴لا^3 - ۲لا^3 - ۳لا^3 کا ہی ۵لا^3 - ۵لا^3 یعنی کچھ نہین ہے اکثر اسکو اسطرح سی کہا کرتے ہین کہ رقمین جنمین لا^3 موجود ہے ایک دوسرے کو نابود یا فنا کرتے ہین اور ایسی ہی دوسری مثال مین رقمین جنمین اب موجود ہے باہم ایک دوسرے کو نابود کرتے ہین اور نیز وہ رقمین بھی جنمین ب^2 ہے باہم ایک دوسرے کو نابود کرتے ہین

۷لا^2 - ۳لای + لا

۳لا^2 - ی^2 + ۳لا - ی

-۲لا^2 + ۴لای + ۵ی^2 - لا - ۲ی

-۷لای - ی^2 + ۹لا - ۵ی

۱۴لا^2 + ۴ی^2 - ۲لا

۱۲لا^2 - ۶لای + ۷ی^2 + ۱۰لا - ۸ی

امتحان نمبر ۵

(۱) جمع کرو ۳ا - ۲ب اور ۴ا - ۵ب اور ۷ا - ۱۱ب و ا + ۹ب

(۲) ۴لا^2 - ۳ی^2 اور ۲لا^2 - ۵ی^2 اور -لا^2 + ی^2 اور -۲لا^2 + ۴ی^2

(۳) ۵ا + ۳ب + ح اور ۳ا + ۳ب + ۳ح اور ا + ۳ب + ۵ح

(۴) ۳لا + ۲ر - ی اور ۲لا - ۲ر + ۲ی اور - لا + ۲ر + ۳ی

(۵) ۷ا - ۴ب + ح اور ۱۶ا + ۳ب - ۵ح اور - ۱۲ا + ۴ح

(۶) لا - ۴ا + پ اور ۳لا + ۲ب اور ا - لا - ۵ب

(۷) ا + ب - ح اور ب + ح - ا اور ح + ا - ب اور ا + ب - ح

(۸) ا + ۲ب + ۳ح اور ۲ا - ب - ۲ح اور ب - ا - ح اور ح - ا - ب

(۹) ا - ۲ب + ۳ح - ۴د اور ۳ب - ۴ح + ۵د - ۲ا اور
۵ح - ۶د + ۳ا - ۴ب اور ۷د - ۸ا + ۵ب - ۶ح

(۱۰) لا^{۳} - ۴لا^{۲} + ۵لا - ۳ اور ۲لا^{۳} - ۷لا^{۲} - ۴لا + ۱۵ اور - لا^{۳} + ۹لا^{۲} + لا + ۸

(۱۱) لا^{۴} - ۲لا^{۳} + ۳لا^{۲} اور لا^{۳} + لا^{۲} + لا اور ۴لا^{۴} + ۵لا^{۲} اور ۲لا^{۲} + ۳لا - ۱۴ اور -۳لا^{۳} - ۲لا - ۵

(۱۲) ط^{۳} - ۳ط^{۲}ص + ۳طص^{۲} - ص^{۳} و ۲ط^{۳} + ۵ط^{۲}ص - ۶طص^{۲} - ۷ص^{۳} و ط^{۳} - طص^{۲} + ۲ص^{۳}

(۱۳) لا^{۳} - ۲الا^{۲} + ا^{۲}لا + ا^{۳} اور لا^{۳} + ۳الا^{۲} اور ۲ا^{۳} - الا^{۲} - ۲لا^{۳}

(۱۴) ۲اب - ۳الا^{۲} + ۲ا^{۲}لا اور ۱۲اب + ۱۰الا^{۲} - ۶ا^{۲}لا اور - ۸اب + الا^{۲} - ۵ا^{۲}لا

(۱۵) لا^{۴} + ر^{۴} + ی^{۳} اور - ۴لا^{۲} - ۵ی^{۳} اور ۸لا^{۲} - ۷ر^{۴} + ۱۰ی^{۳} اور ۶ر^{۴} - ۶ی^{۳}

(۱۶) ۳لا^{۲} - ۴لار + ر^{۲} + ۲لا + ۳ر - ۱۷ اور ۲لا^{۲} - ۴ر^{۲} + ۳لا - ۵ر + ۸
اور - ۱۰لار + ۸ر^{۲} + ۹ر اور ۵لا^{۲} - ۶لار + ۳ر^{۲} + ۷لا - ۷ر + ۱۱

(۱۷) لا^{۴} - ۴لا^{۳}ر + ۶لا^{۲}ر^{۲} - ۴لار^{۳} + ر^{۴} اور ۴لا^{۳}ر - ۱۲لا^{۲}ر^{۲} + ۱۲لار^{۳} - ۴ر^{۴}
اور ۶لا^{۲}ر^{۲} - ۱۲لار^{۳} + ۶ر^{۴} اور ۴لار^{۳} - ۴ر^{۴} اور ر^{۴}

(۱۸) لا^{۳} + لار^{۲} + لای^{۲} - لا^{۲}ر - لاری - لا^{۲}ی اور لا^{۲}ر + ر^{۳} + ری^{۲} - لار^{۲} - ر^{۲}ی - لاری
اور لا^{۲}ی + ر^{۲}ی + ی^{۳} - لاری - ری^{۲} - لای^{۲}

چھٹا باب تفریق کے بیان میں

(۴۸) ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ میں سے ۷ + ۳ کو کم کرنا ہوتا تو اول ۱۲ میں سے ۷ گھٹاتے

اور پہر حاصل تفریق مین سے ۳ تو ۱۲ مین سے ۷ + ۳ تفریق ہوجاتی اور نتیجہ اسطرح تعبیر ہوتا

کہ ۱۲ - ۷ - ۳ اور ۱۲ - (۷ + ۳) = ۱۲ - ۷ - ۳ خطوط وحدانی کے ما بین ۷ + ۳

بموجب دفعہ ۲۹ کے اس سبب سے لکھے گئے ہین کہ ۱۲ مین سے کل ۷ + ۳ تفریق کرنے ہین

اور علے ہذالقیاس ۲۰ - (۵ + ۴ + ...) = ۲۰ - ۵ - ۴ - ۲

اب اسی پیر قیاس کرکے فرضکرو کہ ہمکو ا مین سے ب + ح کو تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر

ا مین سے ب کو تفریق کرین اور پہر حاصل تفریق مین سے ح کو تو ا مین سے ب + ح تفریق

ہوجایگا اور نتیجہ یہہ ہوگا کہ ا - ب - ح

اور ا - (ب + ح) = ا - ب - ح یہان ب + ح کو خطوط وحدانی کے درمیان اس سبب سے

لکہا ہے کہ ا مین سے کل ب + ح کو گہٹانا تہا اور علی ہذالقیاس

ا - (ب + س + د) = ا - ب - س - د

(۴۹) اگر ۷ - ۳ کو ۱۲ مین سے تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ مین سے ۷ تفریق کرین تو

۱۲ - ۷ حاصل ہوگا لیکن یہان ہمنے ۱۲ مین سے زیادہ گہٹایا ہے اسلئے کہ ہم نے ۷ کو کم کیا ہے

اور ہمکو چاہیے یہہ تہا کہ ۷ منفی ۳ یعنی ۷ مین سے ۳ گہٹا کر جو کچھ حاصل ہوتا اوسکو ۱۲ مین

گہٹاتے اس سبب سے ۳ زیادہ کم کئے ہین اونکو زیادہ کرلینا چاہئے تو نتیجہ یہہ حاصل ہوگا

۱۲ - (۷ - ۳) = ۱۲ - ۷ + ۳ اور ایسے ہی

۱۲ - (۷ + ۳ - ۲) = ۱۲ - ۷ - ۳ + ۲

اور اسیطرح سے اگر ب - ح کو ا مین سے گہٹانا ہو تو اگر ب کو ا مین سے تفریق کرے تو ہمکو ا - ب

حاصل ہوتا لیکن یہان ہمنے زیادہ تفریق کرلیا ہے کیونکہ ب کو گہٹایا ہے لیکن ب منفی ح یعنی

ب مین سے ح گہٹا کر تفریق کرنا چاہئے تہا اسلئے ما حصل پر ح زیادہ کردو تو ہمکو یہہ حاصل ہوتا کہ

ا - (ب - ح) = ا - ب + ح اور ایسے ہی

ا - (ب + ح - د) = ا - ب - ح + د

(۵۰) اس مثال ا - (ب + ح - د) = ا - ب - ح + د کے معنی پر غور کرو کہ ا مین سے ب + ح - د تفریق کیا ہے تو حاصل تفریق ا - ب - ح + د حاصل ہوا ہی اوسمین معلوم ہوتا ہے کہ مفروق کی علامتون کو بدلکر لکھدیا ہے مثلاً مفروق مین - د ہی تو حاصل تفریق مین + د ہی اور جو مفروق مین + ح ہی تو حاصل تفریق مین - ح ہی اور مفروق مین + ب ہی تو حاصل تفریق مین - ب ہے پس اس مثال اور پہلی دو دفعات کی مثالون سے یہہ قاعدہ تفریق کا مستنبط ہوتا ہے کہ جس جملہ کو تفریق کرنا ہو اوسکی ساری رقمون کی علامتین بدل دو اور پہر سب رقمون کو موافق قاعدہ جمع کے جمع کرلو مثلاً ۴ لا - ۳ ر + ۲ ی مین سے ۳ لا - ر + ی تفریق کرنا ہے مفروق کے جملہ کی علامتین بدلین تو - ۳ لا + ر - ی حاصل ہوا اور موافق قاعدہ جمع کے اسطرح سے جمع کرلو کہ

۴ لا - ۳ ر + ۲ ی - ۳ لا + ر - ی = لا - ۲ ر + ی اور

۳ لا^۴ + ۵ لا^۳ - ۶ لا^۲ - ۷ لا + ۵ مین سے + ۲ لا^۴ - ۲ لا^۳ + ۵ لا^۲ - ۶ لا - ۷ تفریق کرو پس جملہ مفروق کی علامتین بدلو اور قاعدہ جمع کے موافق عمل کرو اسطرح سے کہ

۳ لا^۴ + ۵ لا^۳ - ۶ لا^۲ - ۷ لا + ۵

- ۲ لا^۴ + ۲ لا^۳ - ۵ لا^۲ + ۶ لا + ۷

لا^۴ + ۷ لا^۳ - ۱۱ لا^۲ - لا + ۱۲

ابتدا مین احتیاطاً بتدیون کو اول اول عمل تفریق اسطرح کرنا چاہئے جسطرح سے کہ ہمنی اوپر لکہا ہے مگر رفتہ رفتہ اونکو ایسی مشق ہوجائیگی کہ کچہہ ضرورت نہین رہیگی کہ وہ جملہ مفروق کی علامتین بدلکر لکہا کرین بلکہ وہ فقط اپنی ذہن مین علامتین بدلکر حاصل تفریق کو لکہدیا کرینگے

(۵۱) اوپر لکہہ آئے ہین کہ

ا - (ب - ح) = ا - ب + ح

یہان جملہ مفروق کی رقم - ح حاصل تفریق مین + ح ہوگئی ایسی مثالین کرتی مین جنمین ا مین سے

- ب تفریق کرنا ہوتا ہے تو حاصل تفریق ا + ب ہوتا ہی یہان بہی وہی بات ہے جو دفعہ ۱۴ مین لکہی ہے کہ اگر - ب اثناء عمل جبریہ مین اور ارقام کے ساتھہ واقع ہو تو معنی سمجھنے مین دقت نہین لیکن اگر وہ بذات واحد ہو تو اوسکے معنی سمجھنے خالی از دقت نہین

اکثر مبتدیون کے ذہن مین ان نتایج کے آجانے کے لئے اور شاید اونکی وجوہات بیان کرنیکی یہہ باتین اکثر لکھنے مین آتی ہین کہ ا = ا + ح - ح پس اگر ہم - ح تفریق ا مین سے کرین تو ا + ح باقی رہیگا یا ہم یہہ کہین کہ عمل + کا برعکس - کے عمل کے ہوتا ہے

پس - ح برعکس + ح کا ہے تو - (- ح) بالعکس کا بالعکس + ح ہوگا

یعنی - (- ح) برابر + ح کے ہے

لیکن جو بات ہم نے دفعہ ۱۴ مین لکھدی ہی طالب علم اوسپر صبر کیے بیٹھے رہین [illegible] کہ مقادیر منفیہ یعنی اون مقدارون کی جنکی حروف کے اول علامت - ہی معنی بتفصیل بیان کیے جائین

یہہ بہی معلوم رہی کہ الفاظ جمع اور تفریق کے معنی وہی بالکل جبر ومقابلہ مین نہین لیے جاتے جو علم حساب مین لیے جاتے تہی علم حساب مین جمع سی ہمیشہ زیادتی پیدا ہوتی ہی اور تفریق سی کمی لیکن جبر ومقابلہ مین ہم کہتے ہین کہ - ۳ کو + ۵ پر زیادہ کرو تو جبریہ حاصل جمع + ۲ ہوگا اور ایسے ہی - ۳ کو ۵ مین سے تفریق کرین تو جبریہ حاصل تفریق یا فرق جبریہ + ۸ ہوگا

امثلہ نمبر ۶

(۱) تفریق کرو ۷ ا + ۱۴ ب مین سے ۱۴ ا + ۱۰ ب

(۲) تفریق کرو ۶ ا - ۲ ب - ح مین سے ۱۲ ا - ۲ ب - ۳ ح

(۳) تفریق کرو ۱۳ ا - ۲ ب + ۳ ح مین سی ۱۲ ا - ۷ ب - ح - د

(۴) تفریق کرو ۷ لاٰ - ۸ لا - ۱ مین سے ۵ لاٰ - ۶ لا + ۳

(۵) تفریق کرو ۴ لا^۴ - ۳ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۷ لا + ۹ مین سے لا^۴ - ۲ لا^۳ - ۲ لا^۲ + ۷ لا - ۹

(۶) تفریق کرو ۲ لا^۲ - ۲ ا لا + ۳ ا^۲ مین سے لا^۲ - ا لا + ا^۲

(۷) تفریق کرو لا^۲ - ۳ لا ی - ی^۲ + ر ی - ۲ ی^۲ مین سے لا^۲ + ۲ لا ر + ۵ لا ی - ۳ ی^۲ - ۲ ی^۲

(۸) تفریق کرو ۵ لا^۲ + ۶ لا ر - ۱۲ لا ی - ۴ ر^۲ - ۷ ر ی - ۵ ی^۲ مین سے
۲ لا^۲ - ۷ لا ر + ۴ لا ی - ۳ ر^۲ + ۶ ر ی - ۵ ی^۲

(۹) تفریق کرو ا^۳ - ۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ - ب^۳ مین سے - ا^۳ + ۳ ا^۲ ب - ۳ ا ب^۲ + ب^۳

(۱۰) تفریق کرو ۷ لا^۳ - ۲ لا^۲ + ۲ لا + ۲ مین سے ۴ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۲ لا - ۱۴ اور
حاصل تفریق مین سے ۲ لا^۳ - ۸ لا^۲ + ۴ لا + ۱۶

باب ہفتم

خطوط وحدانی

(۵۲) جبر مقابلہ مین خطوط وحدانی سے بہت کام پڑتا ہے اونکے قواعد توضیح اور صفائی کے ساتھ لکھتے ہین طالب علمونکو چاہیے کہ اوسکو خوب غور سے مطالعہ کرین اول قاعدہ جب ایک جملہ مابین خطوط وحدانی کے ہو اور اوسکے اول علامت + کی ہو توان خطوط وحدانی کو دور کرکے اونکے درمیان کی رقمون کو جون کا تون لکھدین دوم جب ایک جملہ مابین خطوط وحدانی کے واقع ہو اور اوسکی اول علامت - کی ہو توان خطوط کے اندر کی رقمونکی علامت تبدیل کرکے لکھو اور خطوط وحدانی کو دور کردو

ا - ب + (ح - د + ر) = ا - ب + ح - د + ر

ا - ب - (ح - د + ر) = ا - ب - ح + د - ر

دوسرا قاعدہ تو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ وہی قاعدہ تفریق کا ہے جسکا ذکر دفعہ ۵۰ مین کیا گیا ہے علی ہذا القیاس پہلے قاعدہ کا بیان بھی اسیطرح ہو سکتا ہے

(۵۳) طالب علم کو چاہیے کہ صور ذیل کو خوب ذہن مین بٹھائے وہ نہایت بکار آمد ہین

+(- د) = - د | -(- د) = + د

+(+ ر) = + ر | +(- ر) = - ر

طالب علم ان قواعد کو تسلیم کرے اور جان لے کہ یہان بہی وہی بات ہی جو دفعہ ۱۴ مین مذکور ہوئی

(۵۴) اگر جملے کئے کئی خطوط وحدانی کے درمیان واقع ہون تو بموجب قواعد گذشتہ اسطرح سے اونکو دور کرو کہ جو خطوط وحدانی سب کے اندر ہون اول اونکو دور کرو اور پہر بعد اوسکے جو متصل بمرتبہ اوتے جائین اسیطرح متواتر عمل کرتے چلے جاؤ جب تک کہ سب خطوط وحدانی دور ہون مثال سے توضیح اوسکی ہوتی ہے

ا + { ب + (س - د) } = ا + { ب + س - د } = ا + ب + س - د

ا + { ب - (س - د) } = ا + { ب - س + د } = ا + ب - س + د

ا - { ب + (س - د) } = ا - { ب + س - د } = ا - ب - س + د

ا - { ب - (س - د) } = ا - { ب - س + د } = ا - ب + س - د

اور ایسی ہی

ا - [ب - { ح - (د - ر) }] = ا - [ب - { ح - د + ر }]

= ا - [ب - ح + د - ر] = ا - ب + ح - د + ر

ان مثالون مین اس سبب سے کہ انتشار عمل مین نہو خطوط وحدانی مختلف شکلون کے کام مین لائے گئے ہین اگر سب خطوط وحدانی ایک ہی شکل کے کام مین لاؤ تو اونکو چہوٹا بڑا کرکے لکہو اور خطوط بالائی بہی کبہی خطوط وحدانی کا کام دیتی ہین دفعہ ۳۰ مین اوسکا ذکر کیا گیا ہے مثال اوسکی یہہ ہے کہ

ا - [ب - {ح - (د - ر - ن)}] =

ا - [ب - {ح - (د - ر + ن)}] =

ا - [ب - {ح - د + ر - ن}] =

ا - [ب - ح + د - ر + ن] =

ا - ب + ح - د + ر - ن

(۵۵) مبتدی کو چاہیے کہ ہمیشہ خطوط وحدانی کو اسی ترتیب سے دور کیا کرے جو اوپر بندکور ہوئی کہ اول سب سے اندر جو خطوط وحدانی ہون اونکو دور کرے اور پہر بعد اسکے جو امر ہوا در علی ہذا القیاس مگر ہم اس ترتیب کو بدل سکتے ہین اسطرح سے کہ جب ایک زوج خطوط وحدانی کو دور کرین تو جو جملے اوسکے دوسرے زوج خطوط وحدانی کے اندر واقع ہون اونکی علامتین نہین تبدیل کرین اور یہہ سمجھین کہ ہر جملہ کہ خطوط وحدانی کے درمیان واقع ہے وہ ایک رقم ہے یعنی جو جملے خطوط وحدانی کے اندر درمیان خطوط وحدانی کے ہون اونکو ایک رقم سمجھکر عمل کرین مثالون سے اس بات کو خوب سمجھ لو

ا + {ب + (س - د)} = ا + ب + (س - د) = ا + ب + س - د

ا + {ب - (س - د)} = ا + ب - (س - د) = ا + ب - س + د

ا - {ب + (س - د)} = ا - ب - (س - د) = ا - ب - س + د

ا - {ب - (س - د)} = ا - ب + (س - د) = ا - ب + س - د

اور ا - {ب - (س - (د - ر))} = ا - ب + (س - (د - ر)) =

ا - ب + س - (د - ر) = ا - ب + س - د + ر اور اسیطرح سے

ا - {ب - (س - (د - ر - ن))} = ا - ب + (س - (د - ر - ن))

= ا - ب + س - (د - ر - ن) = ا - ب + س - د + ر - ن

= ا - ب + س - د + ر - ن

(۵۶) اکثر مقام پر آسانی کے لیے اس بات کی ضرورت آن پڑتی ہے کہ دو یا زیادہ رقموں کو خطوط وحدانی میں داخل کریں جن قاعدوں سے رقموں پر سے خطوط وحدانی دور ہوتے ہیں انہیں قاعدوں سے خطوط وحدانی میں رقمیں داخل کرنے کے قاعدے مرتب ہو سکتے ہیں جملہ کی جتنی رقموں کو چاہو خطوط وحدانی میں لکھ دو اور کل پر ایک علامت + کی ثبت کرو دوم جملہ کی جتنی رقموں کو چاہو ایک خطوط وحدانی میں علامتیں بدل کر لکھ دو اور خطوط وحدانی پر علامت - کی لکھ دو مثالیں دیکھو

ا - ب + ح - د + ر = ا - ب + (ح - د + ر) یا =

ا - ب + ح + (- د + ر) یا = ا - (ب - ح + د - ر) یا =

ا - ب - (ح + د - ر) اور اسی طرح سے متعدد خطوط وحدانی داخل ہو سکتی ہیں مثلاً

ا - ب + ح - د + ر = ا - (ب - ح + د - ر) = ا - (ب - (ح - د + ر)

امثلہ نمبر ۷

جملہ ہائے مفصلہ ذیل میں سے خطوط وحدانی دور کرو اور مقادیر متماثلہ کو جمع کرو اور اسی طرح جملوں کی صورت مختصر کرو

(۱) ۳ا - ب - (۲ا - ب) (۲) ا - ب + ح - (ا - ب - ح)

(۳) ا - (۱ - ا) + (۱ - ا + ا^{2}) - (۱ - ا + ا^{2} - ا^{3})

(۴) ا + ب + (۷ا - ب) - (۲ا - ۳ب) - (۵ا + ۶ب)

(۵) ا - ب + ح - (ب - ا + ح) + (ح - ا + ب) - (ا - ح + ب)

(۶) ۲لا - ۳ر - ۳ی - (لا - ر + ۲ی) + (لا + ۴ر + ۵ی) - (ی - لا - ر)

(۷) ا - {ب - ح - (د - ر)}

(۸) ۲ا - (۲ب - د) - {ا - ب - (۲ح - ۲د)}

(۹) ا - [۲ب - (۳ح + ۲ب - ا)] (۱۰) ۲ا - [ب - (ا - ۲ب)]

(۱۱) ۳ا - [ب + (۲ا - ب) - (ا - ب)]

(۱۲) ۷ا − [۳ا − (۴ا − (۵ا − ۲ا))]

(۱۳) ۳ا − [ب − (ا + (ب − ۳ا))]

(۱۴) ۶ا − [۴ب − (۴ا − (۶ا − ۴ب))]

(۱۵) ۲ا − (۳ب + ۲ح) − [۵ب − (۶ح − ۶ب) + ۵ح − (۲ا − (ح + ۲ب))]

(۱۶) ا − [۲ب + {۳ح − ۳ا − (ا + ب)} + {۲ا − (ب + ح)}]

(۱۷) ۱۶ − {۵ − ۲لا − [۱ − (۳ − لا)]}

(۱۸) ۱۵لا − {۴ − [۳ − ۵لا − (۳لا − ۷)]}

(۱۹) ۲ا − [ب.۲ا − {۲ا − (۲ا − $\overline{۲ا − ا}$)}]

(۲۰) ۱۶ − لا − [۷لا − {۸لا − (۹لا − $\overline{۳لا − ۶لا}$)}]

(۲۱) ۲لا − [۳ی − {۴لا − (۵ی − $\overline{۶لا − ۷ی}$)}]

(۲۲) ۲ا − [۳ب + (۲ب − ح) − ۴ح + {۲ا − (۳ب − $\overline{ح − ۲ب}$)}]

(۲۳) ا − [۵ب − {ا − (۵ح − ۲ح − $\overline{ب − ۴ب}$) + ۲ا − (ا − $\overline{۲ب + ح}$)}]

(۲۴) $لا^۴$ − [۴$لا^۳$ − {۶$لا^۲$ − (۴لا − ۱)}] − ($لا^۴$ + ۴$لا^۳$ + ۶$لا^۲$ + ۴لا + ۱)

آٹھواں باب

ضرب

(۵۷) طالب علمو تم اتنی بات کو تو جانتے ہی ہوگے کہ اجزائے ضربی کا حاصل ضرب خواہ انکو کسی ترتیب سے ضرب دیں ایک ہی ہوتا ہے جیسا کہ

۲ × ۳ × ۵ = ۲ × ۵ × ۳ = ۳ × ۵ × ۲

اور اسیطرح سے ا ب ح = ا ح ب = ب ح ا اور علیٰ ہذا القیاس

اور ایسی ہی ح (ا + ب) اور (ا + ب) ح برابر ہیں اسلئے کہ ہر صورت میں حاصل ضرب ایک ہی جو اجزائے ضربی ح اور ا + ب کا سمجھا جاتا ہے یہہ آسانی کی بات ہر کہ ضرب کی

تین حالتین بناکر اوسکے قاعدہ کو بیان کرین اول صورت جملہاء مفرد کو باہم ضرب دینا **دوم** ایک جملہ مفرد کو ایک جملہ مرکب مین ضرب دینا **سوم** جملہاء مرکب کو باہم ضرب دینا
اب ہم ان تینون حالتون کو بالترتیب بیان کرتے ہین

(۵۸) فرض کرو کہ ۳ ا کو ۴ ب مین ضرب دینا ہی تو پورا حاصلضرب اسطرح سی لکھا جائیگا ۳ × ا × ۴ × ب یا اسطرح سے ۳ × ۴ × ا × ب اور یہہ برابر ہے ۱۲ ا ب پس اس سے یہہ قاعدہ مفرد جملون کے ضرب کا نکلا کہ امثال عددی کو ضرب دیکر اس حاصل ضرب کے آگے جو حروف ہون لکھدو مثلاً ۷ ا × ۳ ب ح = ۲۱ ا ب ح

۴ ا × ۵ ب × ۳ ح = ۶۰ ا ب ح

(۵۹) ایک عدد کے قواء کو باہم اسطرح سی ضرب دیا کرتے ہین کہ اونکی قوت نمایون کو جمع کر کے حاصل جمع کو اوس عدد پر لکھدیتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ا^۳ کو ا^۲ مین ضرب دینا ہے تو بموجب دفعہ ۱۶

ا^۳ = ا × ا × ا

اور ا^۲ = ا × ا

اسواسطے ا^۳ × ا^۲ = ا × ا × ا × ا × ا = ا^۵ = ا^(۳+۲) ایسی ہی

ح^۴ × ح^۳ = ح × ح × ح × ح × ح × ح × ح = ح^۷ = ح^(۴+۳)

اور اسیطرح ہر صورت مین یہہ قاعدہ ثابت ہو سکتا ہے

(۶۰) حالت دوم فرض کرو کہ ا + ب کو ۳ مین ضرب دینا ہے تو

۳ (ا + ب) = ا + ب + ا + ب + ا + ب = ۳ ا + ۳ ب

ایسے ہی ۷ (ا + ب) = ۷ ا + ۷ ب

اور اسیطرح سے فرض کرو کہ ہمکو ا + ب کو ح مین ضرب دینا ہے تو

ح (ا + ب) = ح ا + ح ب

اور ایسے ہی ۳ (ا − ب) = ۳ ا − ۳ ب اور ۷ (ا − ب) = ۷ ا − ۷ ب

اور ح (ا - ب) = ح ا - ح ب

پس اسّے ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد مین ضرب دینے کا استنبط ہوا کہ جملہ مرکب کی ہر رقم کو جملہ مفرد مین ضرب دو اور حاصلضرب کے اول وہ علامت لکہدو جو جملہ مرکب مین رقم کی اول ہو اور پہر ان سب حاصلضربون کو جمع کرلو تو پورا حاصلضرب حاصل ہوجاویگا

(۷۱) حالت سوم فرض کرو کہ ا + ب کو ح + د مین ضرب دینا ہے تو بموجب صورت دوم کے ہمکو یہہ حاصل ہوگا (ا + ب) (ح + د) = ا (ح + د) + ب (ح + د) اور

ا (ح + د) = اح + اد اور ب (ح + د) = بح + بد

اسواسطے (ا + ب) (ح + د) = اح + اد + بح + بد

پہر ا + ب کو ح - د مین ضرب دو (ا + ب) (ح - د) =

(ح - د) (ا + ب) = ح (ا + ب) - د (ا + ب) =

ح ا + ح ب - (د ا + د ب) = ح ا + ح ب - د ا - د ب

اب ا - ب کو ح - د مین ضرب دو تو

(ا - ب) (ح - د) = (ح - د) ا - (ح - د) ب

اور (ح - د) ا = اح - اد اور (ح - د) ب = بح - بد

اسواسطے (ا - ب) (ح - د) = اح - اد - (بح - بد) =

اح - اد - بح + بد اب آخر نتیجہ کو ذرا غور سے دیکہو

بموجب دفعہ ۳۸ کے ہم اوسکو اسطرح سے لکہہ سکتے ہین کہ

(+ا - ب) (+ح - د) = + اح - اد - بح + بد

اب یہان صاف ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ جہان مضروب مین + ا اور مضروب فیہ + ح ہے اوسکے مقابل مین حاصلضرب کے اندر + اح ہے اور جہان مضروب مین + ا اور مضروب فیہ مین - د ہے وہان حاصلضرب کے اندر - اد ہے اور ایسی ہی ارقام

- ب اور + ح کے مقابل حاصلضرب مین - ب ح ہے اور مقابل ارقام - ب اور - ح کے حاصلضرب + ب ح ہے

اور یہی کیفیت علامتون کی اون تین حاصلضربون مین ہی ہی جو اوپر لکھی ہین علامتونکا ذکر جو کچہہ اوپر ہوا اوسکا مختصر بیان یہہ ہے کہ جو علامتین یکسان ہون اونکا حاصلضرب + اور جو یکسان نہو اونکا حاصلضرب - ہوتا ہے اس قاعدہ کو قاعدہ علامات کہتے ہین ہم آگے اونکا ذکر کرینگے

(۶۲) اب ہم ایک عام قاعدہ جملہاے جبریہ کی ضرب کا بیان کرتے ہین کہ مضروب کے ہر رقم کو مضروب فیہ کی ہر رقم مین ضرب دو اور حاصلضرب کے اول اگر علامتین مضروب و مضروب فیہ کی یکسان ہون تو علامت + کی لکہو اور اگر مختلف علامتین ہون تو حاصل ضرب کے اول علامت - کی لکہو اور اسیطرح سے جو کچہہ حاصل ہون اون سبکو جمع کرلو تو پورا حاصلضرب حاصل ہوجائیگا مثلاً ضرب دو

۲ا + ۳ب - ۴ح کو ۳ا - ۴ب مین

(۲ا + ۳ب - ۴ح) (۳ا - ۴ب) =

۳ا (۲ا + ۳ب - ۴ح) - ۴ب (۲ا + ۳ب - ۴ح)

= ۶ا² + ۹اب - ۱۲اح - (۸اب + ۱۲ب² - ۱۶ب ح)

= ۶ا² + ۹اب - ۱۲اح - ۸اب - ۱۲ب² + ۱۶ب ح

یہہ حاصلضرب بموجب قاعدہ کے حاصل ہوگا اب اوسکو مختصر کیا تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۶ا² + اب - ۱۲اح - ۱۲ب² + ۱۶ب ح

اگر ۶ - ۳ + ۲ کو + ۷ + ۲ - ۴ مین ضرب دین تو اس قاعدہ کی توضیح خوب ہوجائیگی بموجب قاعدہ کے عمل کرنیسے اور حاصلضربون کے جمع کرنیسے حاصلضرب ۳۰ یعنی ۵×۶ ہوگا اور یہی ہونا چاہیے

(۶۳) طالب علم کے سامنے بعض وقت ایسی مثالین پیش ہونگین جیسی یہہ ہین کہ ا کو -۴ب مین یا -۴ح کو ۳ا مین یا -۴ح کو -۴ب مین ضرب دو تو حاصل مطلوبہ یہہ ہین

$۲ا \times -۴ب = -۸اب$

$-۴ح \times ۳ا = -۱۲حا$

$-۴ح \times -۴ب = ۱۶حب$

یہان بہی دفعہ ۶۱ کے طرح ان عملونمین ارقام کے معنی سمجہہ لو مثلاً $-۴ح \times -۴ب = ۱۶ابح$ تو اسکے یہہ معنی سمجہو کہ اگر ایک رقم $-۴ح$ مضروب کی رقمون مین اور $-۴ب$ مضروب فیہ کی رقمون مین واقع ہون تو اونکے مقابل مین حاصلضرب کے اندر رقم ۱۶ ابح ہوگی خاص صورتمین ان مثالون کی یہہ ہین کہ

$۲ا \times -۴ = -۸ا$ اور $۲ \times -۴ = -۸$ اور $۲ \times -۱ = -۲$

(۶۴) چونکہ ایسی مثالین کہ دفعہ بالا مین مذکور ہوئین اکثر واقع ہوتی ہین اسلئے ضرور ہوا کہ ہم ضرب کا قاعدہ اسطرح بیان کرین کہ اگر مفرد ارقام کو ضرب دینا ہو تو امثال عددی کو باہم ضرب دو اور اس حاصلضرب کے مابعد حروف لکہہ دو اور ماقبل اوسکے علامت موافق قاعدہ علامات کے لکہو اور اگر جملون کو آپسمین ضرب دینا ہو تو ایک جملہ کی رقم کو دوسرے جملہ کی ہر رقم مین موافق قاعدہ ضرب ارقام مفردہ کے ضرب دیکر حاصلضربون کو جمع کرلو تو پورا حاصلضرب حاصل ہوجائیگا

(۶۵) چند مثالین نہایت آسان طور سے حل کرتے ہین

$ا + ب$
$ا + ب$
____
$ا^2 + اب$
$اب + ب^2$
____
$ا^2 + ۲اب + ب^2$

$ا + ب$
$ا - ب$
____
$ا^2 + اب$
$- اب - ب^2$
____
$ا^2 - ب^2$

$لا^2 + ۳لا$
$لا - ۱$
____
$لا^3 + ۳لا^2$
$- لا^2 - ۳لا$
____
$لا^3 + ۲لا^2 - ۳لا$

$ا^2 - اب + ب^2$
$ا + ب$
____
$ا^3 - ا^2ب + اب^2$
$+ ا^2ب - اب^2 + ب^3$
____
$ا^3 + ب^3$

$۳ا^2 - ۴اب + ۵ب^2$
$ا^2 - ۲اب + ۳ب^2$
____
$۳ا^4 - ۴ا^3ب + ۵ا^2ب^2$
$- ۶ا^3ب + ۸ا^2ب^2 - ۱۰اب^3$
$+ ۹ا^2ب^2 - ۱۲اب^3 + ۱۵ب^4$
____
$۳ا^4 - ۱۰ا^3ب + ۲۲ا^2ب^2 - ۲۲اب^3 + ۱۵ب^4$

اب اخیر مثال کو سمجھو کہ ہمنے اول رقم $ا^{۲}$ کو مضروب فیہ کے سب رقمون مین ضرب دی ہے اور قاعدہ علامات کو ذہن مین رکہا ہے تو یہ حاصل ہوا $۳ا^{۴} - ۴ا^{۳}ب + ۵ا^{۲}ب^{۲}$ پہر دوسرے رقم یعنی $-۲اب$ لی اور اوسکو مضروب فیہ کے سارے رقمون مین ضرب دیا اور قاعدہ علامات کو ملحوظ رکہا تو $-۶ا^{۳}ب + ۸ا^{۲}ب^{۲} - ۱۰اب^{۳}$ حاصل ہوا اور پہر آخر رقم یعنی $+۳ب^{۲}$ کو لیا اور مضروب فیہ کی ساری رقمون مین ضرب دیا اور قاعدہ علامات کو ملحوظ رکہا تو $۹ا^{۲}ب^{۲} - ۱۲اب^{۳} + ۱۵ب^{۴}$ حاصل ہوا پس جو رقمین اسطرح سے حاصل ہوئین اونکو اسطرح سے لکہا کہ ارقام متماثلہ محاذی ایکدوسرے کے ہون کیونکہ اسطرح لکہنے سے آسانی جمع کرنیمین ہوتی ہے اور کوئی خدشہ بہی نہین پڑتا پس آخر کو نتیجہ یہہ حاصل ہوا کہ

$$۳ا^{۴} - ۱۰ا^{۳}ب + ۲۲ا^{۲}ب^{۲} - ۲۲اب^{۳} + ۱۵ب^{۴}$$

(۶۶) طالب علم کو یہہ بہی دیکہنا چاہیے کہ ہمنے مضروب اور مضروب فیہ کے رقمون کو ایک ایسی خاص ترتیب سے لکہا ہے جسسے حاصلضرب مین ارقام متماثلہ محاذی ایکدوسرے کی واقع ہوئین ہین اور اس خاص ترتیب سے لکہنے کا قاعدہ یہہ ہے کہ اول ایک حرف جو اکثر رقمون مین آتا ہو پہلی ذہن مین مقرر کرو اور اس حرف کے قواہ کے موافق ارقام کو لکہو اب آخر مثال مین ہمنے ا کو ٹہرا کر مضروب فیہ مین اول رقم وہ لکہی ہی کہ جسمین ا کی بڑی سے بڑی قوت یعنی اوسکی دوسری قوت ہی اور بعد اوسکی ہمنے رقم $-۴اب$ لکہی ہی جسمین ا کی وہ قوت ہی کہ بعد ا کی بڑی قوت کی یعنی پہلی قوت ہی اور بعد ازان رقم $۵ب^{۲}$ لکہی ہے جسمین ا کی کوئی قوت بالکل نہین ہے جب اس ترتیب سے رقمین لکہی جاتی ہین تو کہا کرتے ہین کہ مضروب فیہ بہ ترتیب قواء ا کی جو بتدریج کم ہوتی جاتی ہین لکہا گیا ہی اور اسی ترتیب سے مضروب کو بہی لکہنا چاہئی اور ہم اس ترتیب کو الٹ بہی سکتے ہین یعنی اب تو ہمنی مضروب و مضروب فیہ مین قواء بتدریج گہٹتی لکہی ہین لیکن اب ہم دونو مضروب و مضروب فیہ کو اسطرح سے لکہین کہ اونمین قواء بڑہتے جائین

(۶۷) اب اور چند مثالین لکہتے ہین $۱ + ۲لا - ۳لا^{۲} + لا^{۳}$ کو $لا^{۳} - ۲لا - ۲$ مین ضرب دو

رقموں کو اس ترتیب سے لکھو کہ اوسمین لا کے قوتین کم ہوتی جائین

لا^{۴} − ۳ لا^{۲} + ۲ لا + ۱

لا^{۳} − ۲ لا − ۲

لا^{۷} − ۳ لا^{۵} + ۲ لا^{۴} + لا^{۳}

− ۲ لا^{۵} + ۶ لا^{۳} − ۴ لا^{۲} − ۲ لا

− ۲ لا^{۴} + ۶ لا^{۲} − ۴ لا − ۲

لا^{۷} − ۵ لا^{۵} + ۷ لا^{۳} + ۲ لا^{۲} − ۶ لا − ۲

ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} − ا ب − ب ا ح − ح ا کو ا + ب + ح مین ضرب دو

مضروب اور مضروب فیہ مین قوا ا کی اس ترتیب سے کہ بتدریج کم ہوتی جائین لکھین

ا^{۲} − ا ب − ا ح + ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}

ا + ب + ح

ا^{۳} − ا^{۲} ب − ا^{۲} ح + ا ب^{۲} − ا ب ح + ا ح^{۲}

+ ا^{۲} ب − ا ب^{۲} − ا ب ح + ب^{۳} − ب^{۲} ح + ب ح^{۲}

+ ا^{۲} ح − ا ب ح − ا ح^{۲} + ب^{۲} ح − ب ح^{۲} + ح^{۳}

ا^{۳} − ۳ ا ب ح + ب^{۳} + ح^{۳}

یہہ مثال بذریعہ خطوط وحدانی کے بہی اسطرح حل ہوسکتی ہے

ا^{۲} − ا (ب + ح) + ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}

ا + (ب + ح)

ا^{۳} − ا^{۲} (ب + ح) + ا (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲})

+ ا^{۲} (ب + ح) − ا (ب + ح) (ب + ح) + (ب + ح) (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲})

پس ا (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}) − ا (ب + ح) (ب + ح) ء

= ا [(ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}) − (ب + ح) (ب + ح)]

ا (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲} − ب^{۲} − ۲ ب ح − ح^{۲}) = −۳ ا ب ح

اور (ب + ح) (ب^{۲} − ب ح + ح^{۲}) = ب^{۳} + ح^{۳}

بس وہی حاصلضرب جو پہلے حاصل ہوا تہا حاصل ہوا کہ ا^{3} + ب^{3} + ح^{3} − ٣ ا ب ح

لا − ا اور لا − ب اور لا − ح کو آپسمین ضرب دو

لا − ا
لا − ب
―――――
لا^{2} − ا لا
− ب لا + ا ب
―――――
لا^{2} − (ا + ب) لا + ا ب
لا − ح
―――――
لا^{3} − (ا + ب) لا^{2} + ا ب لا
− ح لا^{2} + ح (ا + ب) لا − ا ب ح
―――――
لا^{3} − (ا + ب + ح) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح

طالب علم کو چاہیے کہ ہر مثال کو جسمین مضروب و مضروب فیہ مرکب جملہ ہون دو طرح سے نکالا کرے یعنی اول مضروب کو مضروب فیہ مین ضرب دے پہر مضروب فیہ کو مضروب اور مضروب کو مضروب فیہ بناکر ضرب دے اگر دونون صورتون مین نتیجہ ایک ہی نکلے تو جانے یہہ عمل دونون دفعہ صحیح کیا ہے غرض اسطرح دوہری مشق ہوگی اور صحت عمل کا بہی امتحان ساتہہ ساتہہ ہوتا جایگا اور ایک مثال کی دو مثالین مشق کے واسطے بنجائینگی

امثلہ نمبری ٨

(١) ٢ لا^{3} کو ٤ لا^{2} مین (٢) ٣ ا^{4} کو ٤ ا^{5} مین (٣) ٢ ا^{2} ب کو ٢ ا ب^{2} مین

(٤) ٣ لا^{2} ر^{2} ی کو ٥ لا^{3} ر^{3} ی^{2} مین (٥) ٧ لا^{2} ر^{2} کو ٧ ر^{2} ی^{4} (٦) ٤ ا^{2} − ٣ ب کو ٣ ا ب^{2} مین

(٧) ٨ ا^{2} − ٩ ا ب کو ٣ ا^{2} مین (٨) ٣ لا^{2} − ٤ ر^{2} + ٥ ی^{2} کو ٢ لا^{2} ر مین

(٩) لا^{2} ر^{3} − ر^{3} ی^{4} + ی^{4} لا^{2} کو لا^{2} ر^{2} ی^{2} مین

(١٠) ٢ لا^{2} ر^{2} ط^{2} + ٣ لا^{3} ر^{2} ط − ٥ لا^{2} ر ط^{3} کو ٢ لا ر^{2} ط مین

(١١) ٢ لا − ر کو ٢ ر + لا مین

(١٢) ٢ لا^{3} + ٤ لا^{2} + ٨ لا + ١٦ کو ٣ لا − ٦ مین

(١٣) لا^{3} + لا^{2} + لا − ١ کو لا − ١ مین

(۱۴) ۱ + ۴لا − ۱۰لا^2 کو ۱ − ۶لا + ۳لا^2 میں

(۱۵) لا^3 − ۴لا^2 + ۱۱لا − ۲۴ کو لا^2 + ۴لا + ۵ میں

(۱۶) لا^3 + ۴لا^2 + ۵لا − ۲۴ کو لا^2 − ۴لا + ۱۱ میں

(۱۷) لا^3 − ۷لا^2 + ۵لا + ۱ کو ۲لا^2 − ۴لا + ۱ میں

(۱۸) لا^3 + ۶لا^2 + ۲۴لا + ۶۰ کو لا^3 − ۶لا^2 + ۱۲لا + ۱۲ میں

(۱۹) لا^3 − ۲لا^2 + ۳لا − ۴ کو ۴لا^3 + ۳لا^2 + ۲لا + ۱ میں

(۲۰) لا^4 − ۲لا^3 + ۳لا^2 − ۲لا + ۱ کو لا^4 + ۲لا^3 + ۳لا^2 + ۲لا + ۱ میں

(۲۱) لا^2 − ۳الا کو لا + ۳ا میں

(۲۲) ا^2 + ۲الا − لا^2 کو ا^2 + ۲الا + لا^2 میں

(۲۳) ۲ب^2 + ۳اب − ا^2 کو ۷ا − ۵ب میں

(۲۴) ا^2 − اب + ب^2 کو ا^2 + اب − ب^2 میں

(۲۵) ا^2 − اب + ۲ب^2 کو ا^2 + اب + ۲ب^2 میں

(۲۶) ۴لا^2 − ۳لای − ی^2 کو ۳لا − ۲ی میں

(۲۷) لا^5 − لا^{4}ی + لای^4 − ی^5 کو لا + ی میں

(۲۸) ۲لا^2 + ۳لای + ۴ی^2 کو ۳لا^2 + ۴لای + ی^2 میں

(۲۹) لا^2 + ی^2 − لای + لا + ی − ۱ کو لا + ی − ۱ میں

(۳۰) لا^4 + ۲لا^{3}ی + ۴لا^{2}ی^2 + ۸لای^3 + ۱۶ی^4 کو لا − ۲ی میں

(۳۱) ۸۱لا^4 + ۲۷لا^{3}ی + ۹لا^{2}ی^2 + ۳لای^3 + ی^4 کو ۳لا − ی میں

(۳۲) لا + ۲ی − ۳ط کو لا − ۲ی + ۳ط میں

(۳۳) ا^2 − الا + ب لا + ب^2 کو ا + ب + لا میں

(۳۴) ا^2 + ب^2 + ح^2 − ب ح − ح ا − اب کو ا + ب + ح میں

(۳۵) $ا^۲ + ۴ب لا + ۴ب^۲ لا^۲$ کو $ا^۲ - ۴ب لا + ۴ب^۲ لا^۲$ مین

(۳۶) $ا^۲ - ۲اب + ب^۲ + ح^۲$ کو $ا^۲ + ۲اب + ب^۲ - ح^۲$ مین

جملہاے مفصلہ ذیل کو باہم ضرب دو

(۳۷) $لا - ا$ اور $لا + ا$ اور $لا^۲ + ا^۲$ کو

(۳۸) $لا + ا$ اور $لا + ب$ اور $لا + ح$ کو

(۳۹) $لا^۲ - ا لا + ا^۲$ اور $لا^۲ + ا لا + ا^۲$ اور $لا^۴ - لا^۲ ا^۲ + ا^۴$ کو

(۴۰) $لا - ۲ا$ اور $لا - ا$ اور $لا + ا$ اور $لا + ۲ا$

نوان باب تقسیم کے بیان مین

(۴۸) حساب کیطرح جبر مقابلہ مین بہی ضرب کا عکس تقسیم ہے ضرب مین دو اجزا ضربی معلوم ہوتے ہین اونکا حاصلضرب دریافت کرتے ہین اور تقسیم مین حاصلضرب اور ایک جز ضربی معلوم ہوتا ہے اور دوسرا جز ضربی دریافت کرتے ہین اور جس جز ضربی کو دریافت کرتے ہین اوسکو خارج قسمت کہتے ہین یہہ باب اور اسسے پہلا باب دونون باہم توام ہین پہلے باب مین عمل ضرب کا بیان تہا یہہ باب اوسکا بالعکس ہے آسانی کے لئے تقسیم کی تین حالتین بناتے ہین **اول** جملہ مفرد کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنا **دوم** ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مفرد پر تقسیم کرنا **سوم** ایک جملہ مرکب کو جملہ مرکب پر تقسیم کرنا

(۴۹) ایک جملہ کی تقسیم جو دوسرے جملہ پر ہوتی ہے اوسکا بیان دفعہ ۱۰ مین یہہ کیا گیا ہے کہ اگر ۱۵ا کو ۲ح پر تقسیم کرنا ہو تو خارج قسمت کو اسطرح سے تعبیر کرینگے کہ $۱۵ا \div ۲ح$ اور اکثر اسطرح $\frac{۱۵ا}{۲ح}$ یہہ بہی ہوتا ہے کہ بعض اجزاے ضربی مقسوم علیہ کے مقسوم مین بہی واقع ہوتے مین تو وہان اختصار جس طرح حساب مین ہوتا ہے ہو سکتا ہے مثلاً $۱۵ا^۲ب$ کو ۶ب ح پر تقسیم کرنا ہے تو خارج قسمت یہہ ہوگا کہ $\frac{۱۵ا^۲ب}{۶ب ح}$ یہان مقسوم $۱۵ا^۲ب = ۵ا^۲ \times ۳ب$ اور مقسوم علیہ $۶ب ح = ۲ح \times ۳ب$ پس جز ضربی ۳ب دونو مقسوم اور مقسوم علیہ مین واقع ہوتا ہے تو ہم حساب کیطرح اِن جز ضربی مشترک کو ساقط

کرین اور خارج قسمت کو $\frac{۵ ا^۲}{۲ ح}$ سے تعبیر کرین اسطرح کہ $\frac{۱۵ ا^۲ ب}{۶ ب ح} = \frac{۵ ا^۲}{۲ ح}$

اور یہہ بہی ہوتا ہے کہ تمام اجزاء ضربی مقسوم علیہ کے اسطرح زایل ہوجاتے ہین مثلاً ۲۴ ا ب لا کو

۸ ا لا پر تقسیم کرنا ہو تو $\frac{۲۴ ا ب لا}{۸ ا لا} = \frac{۳ ب × ۸ ا لا}{۸ ا لا} = ۳ ب$

(۷۰) قاعدہ علامات کا اون صورتون کے دیکہنے سی جو ضرب مین واقع ہوتے ہین دریافت ہوتا ہے

مثلاً $۴ ا ب × ۳ ح = ۱۲ ا ب ح$ اسواسطے $\frac{۱۲ ا ب ح}{۴ ا ب} = ۳ ح$ اور $\frac{۱۲ ا ب ح}{۳ ح} = ۴ ا ب$

اور $۴ ا ب × -۳ ح = -۱۲ ا ب ح$ اسواسطے $\frac{-۱۲ ا ب ح}{۴ ا ب} = -۳ ح$ اور $\frac{-۱۲ ا ب ح}{-۳ ح} = ۴ ا ب$

اور $-۴ ا ب × ۳ ح = -۱۲ ا ب ح$ اسواسطے $\frac{-۱۲ ا ب ح}{-۴ ا ب} = ۳ ح$ اور $\frac{-۱۲ ا ب ح}{۳ ح} = -۴ ا ب$

اور $-۴ ا ب × -۳ ح = ۱۲ ا ب ح$ اسواسطے $\frac{۱۲ ا ب ح}{-۴ ا ب} = -۳ ح$ اور $\frac{۱۲ ا ب ح}{-۳ ح} = -۴ ا ب$

اسسے یہہ معلوم ہوگیا کہ جو قاعدہ علامات کا ضرب مین ہی وہی قاعدہ تقسیم مین ہے

(۷۱) پس قاعدہ ایک جملہ مفرد کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا یہہ استخراج ہوا کہ مقسوم کو اوپر مقسوم علیہ کے لکہو اور بیچمین دونو کے ایک خط کہیچو اگر مقسوم اور مقسوم علیہ مین اجزاء ضربی مشترک ہون اونکو ساقط کرو اگر علامتین مقسوم اور مقسوم علیہ کی یکسان ہون تو علامت + کی اور اگر علامتین مختلف ہون تو علامت - کی خارج قسمت مین تجویز کرو

(۷۲) ایک عدد کی ایک قوت اوسکی دوسری قوت پر اسطرح سی تقسیم ہوتی ہے کہ مقسوم کی قوت نما مین سے مقسوم علیہ کا قوت نما تفریق کرکے حاصل تفریق کو خارج قسمت کا قوت نما بناؤ فرض کرو کہ $ا^۵$ کو $ا^۳$ پر تقسیم کرنا ہے تو بموجب دفعہ ۱۶ اسکے

$$ا^۵ = ا × ا × ا × ا × ا$$

$$ا^۳ = ا × ا × ا$$

اسواسطے $\frac{ا^۵}{ا^۳} = \frac{ا × ا × ا × ا × ا}{ا × ا × ا} = ا × ا = ا^۲ = ا^{۵-۳}$

اور ایسی ہی $\frac{ح^۷}{ح^۴} = \frac{ح × ح × ح × ح × ح × ح × ح}{ح × ح × ح × ح} = ح × ح × ح = ح^۳ = ح^{۷-۴}$

اسیطرح سی ہر مثال مین ثابت ہوسکتا ہی کہ قاعدہ درست ہی اور قاعدہ کو ہم اسطرح سی ثابت کرسکتی ہین

کہ بموجب دفعہ ۵۹ کے $ح^{۴} \times ح^{۳} = ح^{۷}$ اسواسطے $\frac{ح^{۷}}{ح^{۴}} = ح^{۳}$ و $\frac{ح^{۷}}{ح^{۳}} = ح^{۴}$

(۷۳) اگر کسی عدد کی قوت مقسوم علیہ مین بہ نسبت مقسوم کے بڑی ہو تو خارج قسمت بموجب دفعات
۷۱ و ۷۲ کے حاصل ہوگا مثلاً فرض کرو کہ $۱۴ ا ب^{۲}$ کو $۳ ح ب^{۵}$ پر تقسیم کرنا ہے تو خارج قسمت
یہہ ہوگا کہ $\frac{۱۴ ا ب^{۲}}{۳ ح ب^{۵}}$ یہان $ب^{۲}$ دونو مقسوم و مقسوم علیہ مین واقع ہوتا ہے اسلئے اوسکو ساقط کرو
تو خارج قسمت $\frac{۱۴ ا}{۳ ح ب^{۳}}$ سے تعبیر ہوگا یا اسطرح کہ $\frac{۱۴ ا ب^{۲}}{۳ ح ب^{۵}} = \frac{۱۴ ا}{۳ ح ب^{۳}}$

(۷۴) حالت دوم ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا قاعدہ ضرب کے قاعدہ صورت دوم سے
مستنبط ہو سکتا ہے مثلاً $(ا - ب) ح = ا ح - ب ح$ اسواسطے

$$\frac{ا ح - ب ح}{ح} = ا - ب$$ اور $$(ا - ب) \times - ح = - ح ا + ب ح$$

اسواسطے $$\frac{- ح ا + ب ح}{- ح} = ا - ب$$

پس اسسے یہہ قاعدہ ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کرنیکا حاصل ہوا کہ جملہ مرکب کی ہر رقم کو
مقسوم علیہ پر تقسیم کرو اور جو اسطرح سے ماحصل ہون اونکو مجتمع کرو تو پورا خارج قسمت حاصل
ہو جاویگا مثلاً $\frac{۱۴ ا^{۳} - ۳ ا ب ح + ا^{۲} ح}{ا} = ۱۴ ا^{۲} - ۳ ب ح + ا ح$

(۷۵) حالت سوم ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مرکب پر تقسیم کرنیکا ایسا ہی قاعدہ ہے جیسے کہ
علم حساب مین تقسیم طولانی کا اور وہ قاعدہ یہہ ہے کہ ارقام مقسوم و مقسوم علیہ دونو کو موافق قوائد
ایک حرف کے جو دونون مین مشترک ہو بالترتیب لکھو یعنی اسطرح سے کہ قوتین بتدریج کم
ہوتی جائین یا بتدریج بڑہتی جائین اور پہر مقسوم کی اول رقم کو مقسوم علیہ کے اول
رقم پر تقسیم کرکے جو کچھہ حاصل ہو اوسکو خارج قسمت کی اول رقم بناؤ اور اس رقم کو
مقسوم علیہ مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو مقسوم مین سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کے
ساتھہ اور رقمونکو مقسوم مین سے جسقدر کہ ضرورت ہو بالترتیب ملاؤ اور پہر وہی عمل کرو
جو اول کیا تہا اور اس عمل کو جاری رکھو جب تک کہ سب رقمین مقسوم کی اتار لیجائین
دلیل اس قاعدہ کی وہی ہے جو حساب مین تقسیم طولانی کی ہے کہ مقسوم کے حصے کرلیتے ہین

اور ہر حصہ مین سے یہہ دیکھا کہ مقسوم علیہ کے دفعہ اوسمین سے جا سکتا ہی پس اسطرح سی جو حاصل ہو
اون سبکو یکجا جمع کرکے خارج قسمت بنالیا

(۷۶) اب ہم بعض مثالین تقسیم کی نہایت آسان طور پر حل کرکے لکھتے ہین

$(ا + ب)\ ا^{2} + ۲اب + ب^{2}\ (ا + ب$

$ا^{2} + اب$

$اب + ب^{2}$

$اب + ب^{2}$

×

$(ا + ب)\ ا^{2} - ب^{2}\ (ا - ب$

$ا^{2} + اب$

$- اب - ب^{2}$

$- اب - ب^{2}$

×

$(ا - ب)\ ا^{2} - ب^{2}\ (ا + ب$

$ا^{2} - اب$

$اب - ب^{2}$

$اب - ب^{2}$

×

$(لا^{2} + ۳لا)\ لا^{3} + ۲لا^{2} - ۳لا\ (لا - ۱$

$لا^{3} + ۳لا^{2}$

$- لا^{2} - ۳لا$

$- لا^{2} - ۳لا$

×

$(ا^{2} - ۲اب + ۳ب^{2})\ ۳ا^{4} - ۱۰ا^{3}ب + ۲۲ا^{2}ب^{2} - ۲۲اب^{3} + ۱۵ب^{4}\ (۳ا^{2} - ۴اب + ۵ب^{2}$

$۳ا^{4} - ۶ا^{3}ب + ۹ا^{2}ب^{2}$

$- ۴ا^{3}ب + ۱۳ا^{2}ب^{2} - ۲۲اب^{3}$

$- ۴ا^{3}ب + ۸ا^{2}ب^{2} - ۱۲اب^{3}$

$۵ا^{2}ب^{2} - ۱۰اب^{3} + ۱۵ب^{4}$

$۵ا^{2}ب^{2} - ۱۰اب^{3} + ۱۵ب^{4}$

×

اب اخیر مثال پر متوجہ ہو کہ مقسوم و مقسوم علیہ دونو موافق قواعد کے بالترتیب لکھی گئی ہین۔ اول رقم مقسوم کی $۳ا^{4}$ ہے اوسکو مقسوم علیہ کی اول رقم $ا^{2}$ پر تقسیم کیا تو $۳ا^{2}$ حاصل ہوئے یہہ اول رقم خارج قسمت کی ہوئی پس پہر تمام مقسوم علیہ کو $۳ا^{2}$ مین ضرب دیا اور حاصل کو نیچے مقسوم کے اسطرح کہ ایک قوتین اوکی اوپر نیچے ہون لکھدیا اور تفریق کیا تو یہہ حاصل ہوا کہ $- ۴ا^{3}ب + ۱۳ا^{2}ب^{2}$ اب اوسکے آگے مقسوم کے آگے کی رقم کو بہی اتار کر لکھدیا یعنی $- ۲۲اب^{3}$ کو اب اول رقم $- ۴ا^{3}ب$ کو اول رقم مقسوم علیہ

ا^2 پر تقسیم کیا تو حاصل -4 ا ب ہوا اسکو دوسری رقم خارج قسمت کی بنایا اور پھر تمام مقسوم علیہ کو -4 ا ب مین ضرب دیکر حاصل کو اون رقموں کے نیچے جنپر ابہی ہمنے عمل کیا یہ ترتیب قوا لکھدیا اور تفریق کیا تو ۵ $\text{ا}^2\text{ب}^2$ - ۱۰ ا ب^3 حاصل ہوا اور پھر آگے کی رقم مقسوم کو اوتار لیا یعنی ۱۵ ب^4 کو اور ۵ $\text{ا}^2\text{ب}^2$ کو مقسوم علیہ کے اول رقم ا^2 پر تقسیم کیا تو ۵ ب^2 حاصل ہوئے تو اسکو آگے خارج قسمت مین لکھدیا اور تمام مقسوم علیہ کو ۵ ب^2 مین ضرب دیا اور حاصل کو بدستور سابق لکھا اور تفریق کیا تو کچھ باقی نہین بچا اور چونکہ تمام رقمین مقسوم کی اُتر چکین تو عمل تمام ہوا اور خارج قسمت ۳ ا^2 - ۴ ا ب + ۵ ب^2 حاصل ہوا یہہ ایک بڑی بات ہی کہ مقسوم و مقسوم علیہ کو موافق ترتیب قوا ایک حرف کے لکھین اور اس ترتیب کو ہمیشہ ہر مرتبہ عمل مین بدرجہ غایت ملحوظ رکھین

(۷۷) جسطرح حساب مین بعض اوقات تقسیم پوری نہین ہو سکتی اسیطرح جبر مقابلہ مین بہی تقسیم نہین ہو سکتی مثلاً ا^2 + ۲ ا ب + ۲ ب^2 کو ا + ب پر تقسیم کرین تو مثال اول کی طرح ا + ب خارج قسمت حاصل ہوگا اور ب^2 باقی رہیگا تو اس نتیجہ کو جن طریقوں سے حساب مین لکھا کرتے ہین اوسیطرح جبر مقابلہ مین مرقوم کرتے ہین یعنی $\frac{\text{ا}^2 + 2\,\text{ا ب} + 2\,\text{ب}^2}{\text{ا} + \text{ب}} = \text{ا} + \text{ب} + \frac{\text{ب}^2}{\text{ا} + \text{ب}}$

پس یہان خارج قسمت ا + ب ہی اور ایک کسری حصہ $\frac{\text{ب}^2}{\text{ا} + \text{ب}}$ اور ہے

عام طور پر فرض کرو کہ ط اور ص دو جملون کو تعبیر کرتے ہین اور یہہ بہی فرض کرو کہ جب ط کو ص پر تقسیم کرتے ہین تو ق خارج قسمت ہوتا ہے اور ف باقی رہتا ہے تو جبر مقابلہ مین نتیجہ اسطرح بیان مین آویگا کہ ط = ق ص + ف یا ط - ق ص = ف یا

$$\frac{\text{ط}}{\text{ص}} = \text{ق} - \frac{\text{ف}}{\text{ص}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{ط}}{\text{ص}} - \text{ق} = \frac{\text{ف}}{\text{ص}}$$

طالب علم کو یہہ معلوم رہے کہ ہر حرف یہان ایک جملہ مفرد یا مرکب کو تعبیر کرتا ہے اور ہمیشہ ایسے موقعون پر صفائی اور اختصار کے واسطے جملون کو ایک حرف سے تعبیر کر لیا کرتے ہین کسر کا بیان باب ۱۷ آئندہ مین مذکور ہوگا یہان تقسیم کے عمل وہی لکھی جاینگے جنمین پوری تقسیم ہوتی ہے

(۷۸) اب ہم اور مثالین لکھتے ہین لا^{6} - ۵ لا^{5} + ۷ لا^{4} + ۲ لا^{3} - ۶ لا - ۲ کو ۱ + ۲ لا - ۳ لا^{2} + لا^{3} پر تقسیم کرو مقسوم اور مقسوم علیہ کو موافق ترتیب قوا ر لا کے لکھو

لا^{3} - ۳ لا^{2} + ۲ لا + ۱) لا^{6} - ۵ لا^{5} + ۷ لا^{4} + ۲ لا^{3} - ۶ لا - ۲ (لا^{3} - ۲ لا^{2} - ۲

لا^{6} - ۳ لا^{5} + ۲ لا^{4} + لا^{3}

- ۲ لا^{5} - ۲ لا^{4} + ۶ لا^{3} + ۲ لا^{2} - ۶ لا

- ۲ لا^{5} + ۶ لا^{4} - ۴ لا^{3} - ۲ لا^{2}

- ۲ لا^{3} + ۶ لا^{2} - ۴ لا - ۲

- ۲ لا^{3} + ۶ لا^{2} - ۴ لا - ۲

ا^{3} + ب^{3} + ح^{3} - ۳ ا ب ح کو ا + ب + ح پر تقسیم کرو مقسوم کو موافق قوا ر ا کے لکھو

ا + ب + ح) ا^{3} - ۳ ا ب ح + ب^{3} + ح^{3} (ا^{2} - ا ب - ا ح + ب^{2} - ب ح + ح^{2}

ا^{3} + ا^{2} ب + ا^{2} ح

- ا^{2} ب - ا^{2} ح - ۳ ا ب ح

- ا^{2} ب - ا ب^{2} - ا ب ح

- ا^{2} ح + ا ب^{2} - ۲ ا ب ح

- ا^{2} ح - ا ب ح - ا ح^{2}

+ ا ب^{2} - ا ب ح + ا ح^{2} + ب^{3}

ا ب^{2} + ب^{3} + ب^{2} ح

- ا ب ح + ا ح^{2} - ب^{2} ح

- ا ب ح - ب^{2} ح - ب ح^{2}

ا ح^{2} + ب ح^{2} + ح^{3}

ا ح^{2} + ب ح^{2} + ح^{3}

واضح ہو کہ یہان ارقام کو بہ ترتیب قوا ر ا کے جو بتدریج کم ہوتی جاتی ہین لکھا تہا لیکن دو رقمین ا^{2} ب و ا^{2} ح ایسی آگئین کہ دونو مین قوتین یکسان تہین اسلئے ایک اور حرف ب کو ٹہرا لیا اور اون رقمون کو جنمین ب ہو پہلے اون رقمون سے جسمین ب نہو لکھنا شروع کیا ارقام ا ب^{2} اور ا ب ح مین اول ا ب^{2} کو لکھا اسلئے کہ اوسمین بڑی قوت ب کی ہے اور یہہ مثال تو سات خطوط دو حرفی

کے بھی آسانی سے حل ہوسکتی ہے

ا + ب + ح) ا^{3} − ۳ ا ب ح + ب^{3} + ح^{3} (ا^{2} − ا (ب + ح) + ب^{2} − ب ح + ح^{2})

ا^{3} + ا^{2} (ب + ح)

− ا^{2} (ب + ح) − ۳ ا ب ح + ب^{3} + ح^{3}

− ا^{2} (ب + ح) − ا (ب^{2} + ۲ ب ح + ح^{2})

ا (ب^{2} − ب ح + ح^{2}) + ب^{3} + ح^{3}

ا (ب^{2} − ب ح + ح^{2}) + ب^{3} + ح^{3}

×

تقسیم کرو لا^{3} − (ا + ب + ح) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح کو لا − ح پر

لا − ح) لا^{3} − (ا + ب + ح) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح (لا^{2} − (ا + ب) لا + ا ب

لا^{3} − ح لا^{2}

− (ا + ب) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا − ا ب ح

− (ا + ب) لا^{2} + (ا + ب) ح لا

ا ب لا − ا ب ح

ا ب لا − ا ب ح

×

ضرب کی ہر مثال جسمین مضروب و مضروب فیہ مختلف ہون تقسیم کی دو مثالین ہین اسطرح سے کہ حاصل ضرب کو جب مضروب پر تقسیم کرینگے تو مضروب فیہ حاصل ہوگا اور جب مضروب فیہ پر تقسیم کرینگے تو مضروب حاصل ہوگا طالب علم کو چاہیے کہ وہ مثالین جو فصل ضرب مین لکھدی ہین اون سے مشق تقسیم کرے اور انکے صحت عمل کو بھی جانچ پڑتال لے اور ہر مثال جسمین مقسوم علیہ و خارج قسمت مختلف جملے ہین ایک اور مثال تقسیم کی ہوسکتی ہے اسطرح کہ خارج قسمت کو مقسوم علیہ اور مقسوم کا بنا کر تقسیم کرین تو نیا خارج قسمت اصل مقسوم علیہ ہوگا

امثلہ نمبری ۹

تقسیم کرو

(۱) ۱۵ لا^{5} کو ۳ لا^{2} پر (۲) ۲۴ ا^{3} کو −۸ ا^{2} پر (۳) ۱۸ لا^{3} ی^{2} کو ۶ لا^{2} ی پر

(۴) ۲۴ ا^{4} ب^{5} ح^{6} کو −۳ ا^{2} ب^{3} ح^{4} پر (۵) ۲۰ ا^{4} ب^{6} لا^{2} ی^{3} کو ۵ ب^{2} لا ی پر

(۶) ۲۴ لا^{3} − ۸ لا^{2} + ۱۶ لا کو ۴ لا (۷) ۳ ا^{4} − ۱۲ ا^{3} + ۱۵ ا^{2} کو −۳ ا^{2} پر

(۸) $لا^{۳}ی - ۳لا^{۲}ی^{۲} + ۴لای^{۳}$ کو لای (۹) $-۱۵ا^{۳}ب^{۳} - ۳ا^{۲}ب^{۲} + ۱۲اب$ کو $-۳اب$

(۱۰) $۶۰ا^{۳}ب^{۳}ح^{۲} - ۴۸ا^{۲}ب^{۴}ح^{۲} + ۳۶ا^{۲}ب^{۲}ح^{۴} - ۲۰اب ح^{۶}$ کو $۴اب ح^{۲}$ پر

(۱۱) $لا^{۲} - ۷لا + ۱۲$ کو لا − ۳ پر (۱۲) $لا^{۲} + لا - ۷۲$ کو لا − ۹ پر

(۱۳) $۲لا^{۳} - لا^{۲} + ۳لا - ۹$ کو ۲لا − ۳ (۱۴) $۶لا^{۳} + ۱۴لا^{۲} - ۴لا + ۲۴$ کو ۲لا + ۶

(۱۵) $۹لا^{۳} + ۳لا^{۲} + لا - ۱$ کو ۳لا − ۱ (۱۶) $۷لا^{۳} - ۲۴لا^{۲} + ۵۸لا - ۲۱$ کو ۷لا − ۳

(۱۷) $لا^{۷} - ۱$ کو لا − ۱ (۱۸) $ا^{۳} - ۲اب^{۲} + ب^{۳}$ کو ا − ب پر

(۱۹) $لا^{۴} - ۸۱ی^{۴}$ کو لا − ۳ی پر (۲۰) $لا^{۴} - ۲لا^{۳}ی + ۲لا^{۲}ی^{۲} - لای^{۳}$ کو لا − ی

(۲۱) $لا^{۵} - ی^{۵}$ کو لا − ی پر (۲۲) $ا^{۵} + ۳۲ب^{۵}$ کو ا + ۲ب

(۲۳) $۲ا^{۴} + ۲۷اب^{۳} - ۸۱ب^{۴}$ کو ا + ۳ب پر

(۲۴) $لا^{۵} + لا^{۴}ی + لا^{۳}ی^{۲} + لا^{۲}ی^{۳} + لای^{۴} + ی^{۵}$ کو $لا^{۳} + ی^{۳}$ پر

(۲۵) $لا^{۵} + ۲لا^{۴}ی + ۳لا^{۳}ی^{۲} - لا^{۲}ی^{۳} - ۲لای^{۴} - ۳ی^{۵}$ کو $لا^{۳} - ی^{۳}$ پر

(۲۶) $لا^{۴} - ۵لا^{۳} + ۱۱لا^{۲} - ۱۲لا + ۶$ کو $لا^{۲} - ۳لا + ۳$ پر

(۲۷) $لا^{۴} + لا^{۳} - ۹لا^{۲} - ۱۶لا - ۴$ کو $لا^{۲} + ۴لا + ۴$ پر

(۲۸) $لا^{۴} - ۱۳لا^{۲} + ۳۶$ کو $لا^{۲} + ۵لا + ۶$ پر

(۲۹) $لا^{۴} + ۶۴$ کو $لا^{۲} + ۴لا + ۸$ پر

(۳۰) $لا^{۴} + ۱۰لا^{۳} + ۳۵لا^{۲} + ۵۰لا + ۲۴$ کو $لا^{۲} + ۵لا + ۴$

(۳۱) $لا^{۴} + لا^{۳} - ۲۴لا^{۲} - ۳۵لا + ۵۷$ کو $لا^{۲} + ۲لا - ۳$

(۳۲) $۱ - لا - ۳لا^{۲} - لا^{۵}$ کو $۱ + ۲لا + لا^{۲}$ پر تقسیم کرو

(۳۳) $لا^{۴} - ۲لا^{۳} + ۱$ کو $لا^{۲} - ۲لا + ۱$ (۳۴) $ا^{۴} + ۲ا^{۲}ب^{۲} + ۹ب^{۴}$ کو $ا^{۲} - ۲اب + ۳ب^{۲}$

(۳۵) $ا^{۴} - ب^{۴}$ کو $ا^{۳} - ۲ا^{۲}ب + ۲اب^{۲} - ب^{۳}$

(۳۶) $لا^{۶} + ۲لا^{۵} - ۴لا^{۴} - ۶لا^{۳} + ۱۲لا^{۲} - ۲لا - ۱$ کو $لا^{۲} + ۲لا - ۱$ پر

(۸۱) اب بعض دفعات مین قوانین جبریہ دفعہ ۷۹ کی بالتفصیل لکہی ہین اب ہم قوانین کو مکرر لکہتے ہین اور اونپر نمبر لگا دیتے ہین تاکہ حوالہ دینے مین آسانی ہو اور تمیز ہو جاے

$$(ا + ب)^{۲} = ا^{۲} + ۲اب + ب^{۲} \qquad (۱)$$

$$(ا - ب)^{۲} = ا^{۲} - ۲اب + ب^{۲} \qquad (۲)$$

$$(ا + ب)(ا - ب) = ا^{۲} - ب^{۲} \qquad (۳)$$

(۸۳) یہہ قوانین جبریہ بعض اوقات حساب مین بہی بکار آمد ہین مثلاً حاصل تفریق ۱۲۷ و ۱۲۳ کے مجذوروں کا دریافت کرنا ہو تو

$$(۱۲۷)^{۲} - (۱۲۳)^{۲} = (۱۲۷ + ۱۲۳)(۱۲۷ - ۱۲۳) = ۲۵۰ \times ۴ = ۱۰۰۰$$

پس عدد مطلوبہ نہایت آسانی سے حاصل ہو گیا اگر ۱۲۷ اور ۱۲۳ کا مجذور علیحدہ علیحدہ کرتے اور پہلے مجذور مین سے دوسرے مجذور کو تفریق کرتے تو ذرا بہیلاو ہوتا اور بموجب قانون (۲) کے

$$(۲۹)^{۲} = (۳۰ - ۱)^{۲} = ۹۰۰ - ۶۰ + ۱ = ۸۴۱$$

مجذور ۲۹ کا اسطرح آسانی سے حاصل ہو گیا پہلے ۲۹ کو ۲۹ مین ضرب دیتے تو حاصل ہوتا اگر ہمکو ۵۳ اور ۴۷ کا حاصل ضرب دریافت کرنا ہو تو بموجب قانون ۳ کے

$$۵۳ \times ۴۷ = (۵۰ + ۳)(۵۰ - ۳) = (۵۰)^{۲} - (۳)^{۲} = ۲۵۰۰ - ۹ = ۲۴۹۱$$

(۸۴) فرضکرو کہ مربع ۳لا + ۲ی کا دریافت کرنا ہے تو ایک طریقہ تو اوسکی معلوم کرنیکا معمولی ہی کہ ۳لا + ۲ی کو ۳لا + ۲ی مین ضرب دین حاصل ضرب ۳لا + ۲ی کا مربع حاصل ہوگا مگر ہم اوسکو دوسرے طریقہ سے نکالتے ہین اور قانون شکل (۱) کو کام مین لاتے ہین وہ سب اعداد کے واسطے عموماً ثابت ہی خواہ ا کوئی عدد ہو اور ب کوئی عدد ہو پس ا کی جگہہ ۳لا اور ب کی جگہہ ۲ی رکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(۳لا + ۲ی)^{۲} = (۳لا)^{۲} + ۲(۳لا \times ۲ی) + (۲ی)^{۲} = ۹لا^{۲} + ۱۲لای + ۴ی^{۲}$$

بتدی کے دل مین یہہ خیال آویگا کہ اس طریقہ مین آسانی کیا ہی بلکہ یہہ تو اوسی مشکل معلوم

ہوتا ہے کہ ضرب کے قاعدہ سے نکالا جاتا اان قوانین جبریہ نے تو اور دشواری مین ڈالدیا
یہہ خیال اوسکا درست ہی مگر یہہ بات کو یاد رکہے کہ اس خاص مثال مین یہہ امر پیش ہوا
مگر یہہ شکل بہت کام کے ہے اور بہت سی مثالون مین کام آتی ہے

(٨٥) لا + ی + ط کا مجذور دریافت کیا چاہتے ہین لا + ی کو ا سے تعبیر کرو تو لا + ی + ط = ا + ط اور بموجب قانون (١) کے ہمکو یہہ حاصل ہوگا

(ا + ط)^٢ = ا^٢ + ٢ ا ط + ط^٢ = (لا + ی)^٢ + ٢ (لا + ی) ط + ط^٢ = لا^٢ + ٢ لا ی + ی^٢ + ٢ لا ط + ٢ ی ط + ط^٢

پس (لا + ی + ط)^٢ = لا^٢ + ی^٢ + ط^٢ + ٢ لا ی + ٢ ی ط + ٢ لا ط

اب فرض کرو کہ ہم مجذور ع - ق + ک - ص کا دریافت کیا چاہتے ہین تعبیر کرو ع - ق کو ا سے اور ک - ص کو ب سے تو ع - ق + ک - ص = ا + ب تو بموجب قانون (١) کے

(ا + ب)^٢ = ا^٢ + ٢ ا ب + ب^٢ = (ع - ق)^٢ - ٢ (ع - ق) (ک - ص) + (ک - ص)^٢

بموجب قانون (٢) کے (ع - ق)^٢ و (ک - ص)^٢ کو مبسوط کرکے لکہو تو

(ع - ق + ک - ص)^٢

= ع^٢ - ٢ ع ق + ق^٢ + ٢ (ع ک - ع ص - ق ک + ق ص) + ک^٢ - ٢ ک ص + ص^٢

= ع^٢ + ق^٢ + ک^٢ + ص^٢ + ٢ ع ک + ٢ ق ص - ٢ ع ق - ٢ ع ص - ٢ ق ک - ٢ ک ص

فرض کرو کہ حاصل ضرب ع - ق + ک - ص اور ع - ق - ک + ص کا دریافت کرنا ہے
فرض کرو کہ ع - ق = ا اور ک - ص = ب تو ع - ق + ک - ص = ا + ب
اور ع - ق - ک + ص = ا - ب اور بموجب قانون (٣) کے

(ا + ب) (ا - ب) = ا^٢ - ب^٢ = (ع - ق)^٢ - (ک - ص)^٢ اور بموجب قانون (٢) کے

(ع - ق + ک - ص) (ع - ق - ک + ص) = ع^٢ - ٢ ع ق + ق^٢ - (ک^٢ - ٢ ک ص + ص^٢)

= ع^٢ + ق^٢ - ک^٢ - ص^٢ - ٢ ع ق + ٢ ک ص

(٨٦) اوپر کی ترکیب جو بیان ہوئی وہ غلطی سے محفوظ ہی اور اسواسطے جسقدر واقفیت اسکی

مطلب سے بتدریج حاصل کریگا اوسیقدر طول عمل سے بچیگا مثلاً آخر مثال مین اسکی کچہہ ضرورت نہین کہ ا د ب سے تعبیر کرکے عمل کرے بلکہ وہ آسانی سے اسطرح عمل کرسکتا ہے کہ

(ع - ق + ک - ص) (ع - ق - ک + ص)

= [(ع - ق) + (ک - ص)] × [(ع - ق) - (ک - ص)]

= (ع - ق)^{2} - (ک - ص)^{2} = ع^{2} - ٢ع ق + ق^{2} - (ک^{2} - ٢ک ص + ص^{2})

= ع^{2} - ٢ع ق + ق^{2} - ک^{2} + ٢ک ص - ص^{2} بلکہ اسسے بہی زیادہ مختصر طور پر اسطرح سے کہ

(ع - ق + ک - ص) (ع - ق - ک + ص)

= (ع - ق)^{2} - (ک - ص)^{2} = ع^{2} - ٢ع ق + ق^{2} - ک^{2} + ٢ک ص - ص^{2}

مگر ابتدا مین طالب علم احتیاطاً ہمیشہ اوسی طرح عمل کیا کرین جس طرح دفعہ بالا مین لکہا گیا ہے

(٨٧) مثالہاے آیندہ مین تینون قوانین جبریہ کا کام پڑتا ہے کہ حاصلضرب ا + ب + ح اور ا + ب - ح اور ا - ب + ح اور ب + ح - ا کا دریافت کرو اول دو جز ضربی سے تو موافق (٣) (٢) کے یہہ حاصل ہوگا کہ (ا + ب + ح) (ا + ب - ح) = (ا + ب)^{2} - ح^{2}

= ا^{2} + ٢ا ب + ب^{2} - ح^{2} پس آخر کے دو جز ضربی لو تو بموجب شکل (٣) (٢) کے یہہ حاصل ہوگا کہ

(ا - ب + ح) (ب + ح - ا) = [ح + (ا - ب)] [ح - (ا - ب)] =

ح^{2} - (ا - ب)^{2} = ح^{2} - ا^{2} + ٢ا ب - ب^{2} اب ا^{2} + ٢ا ب + ب^{2} - ح^{2}

اور ح^{2} - ا^{2} + ٢ا ب - ب^{2} کو باہم ضرب دیتے ہین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

(ا^{2} + ٢ا ب + ب^{2} - ح^{2}) (ح^{2} - ا^{2} + ٢ا ب - ب^{2}) =

[٢ا ب + (ا^{2} + ب^{2} - ح^{2})] × [٢ا ب - (ا^{2} + ب^{2} - ح^{2})]

= (٢ا ب)^{2} - (ا^{2} + ب^{2} - ح^{2})^{2} = ٤ا^{2} ب^{2} - {(ا^{2} + ب^{2})^{2} - ٢(ا^{2} + ب^{2}) ح^{2} + ح^{4}}

= ٤ا^{2} ب^{2} - (ا^{2} + ب^{2})^{2} + ٢(ا^{2} + ب^{2}) ح^{2} - ح^{4}

= ٤ا^{2} ب^{2} - ا^{4} - ٢ا^{2} ب^{2} - ب^{4} + ٢ا^{2} ح^{2} + ٢ب^{2} ح^{2} - ح^{4}

= ۲ ا^{2} ب^{2} + ۲ ب^{2} ح^{2} + ۲ ا^{2} ح^{2} − ا^{4} − ب^{4} − ح^{4}

(۸۸) اگرچہ بعض اور نتائج بکار آمد ہین مگر قوانین جبریہ دفعہ (۸۲) کی نتائج کو وہ نہین پہونچتی مگر اونکا لکھنا سود مندی سی خالی نہین اونکو بالترتیب لکھتی ہین طالب علم کو جب اونکی ضرورت ہووے اونکو کام مین لاوے اور وہ عمل ضرب سے باسانی ثابت ہو جاتے ہین

(ا + ب) (ا^{2} − ا ب + ب^{2}) = ا^{3} + ب^{3}

(ا − ب) (ا^{2} + ا ب + ب^{2}) = ا^{3} − ب^{3}

(ا + ب)^{3} = (ا + ب) (ا^{2} + ۲ ا ب + ب^{2}) = ا^{3} + ۳ ا^{2} ب + ۳ ا ب^{2} + ب^{3}

(ا − ب)^{3} = (ا − ب) (ا^{2} − ۲ ا ب + ب^{2}) = ا^{3} − ۳ ا^{2} ب + ۳ ا ب^{2} − ب^{3}

(ا + ب + ح)^{3} = ا^{3} + ۳ ا^{2} (ب + ح) + ۳ ا (ب + ح)^{2} + (ب + ح)^{3}

= ا^{3} + ۳ ا^{2} (ب + ح) + ۳ ا (ب^{2} + ۲ ب ح + ح^{2}) + ب^{3} + ۳ ب^{2} ح + ۳ ب ح^{2} + ح^{3}

= ا^{3} + ب^{3} + ح^{3} + ۳ ا^{2} (ب + ح) + ۳ ب^{2} (ا + ح) + ۳ ح^{2} (ا + ب) + ۶ ا ب ح

(۸۹) ضرب مین طالب علمون کو مشق اسطرح کرانے سے بہت فائدہ ہوتا ہی کہ اونکو دو جملہ دیدین اور کہدین کہ ان دونون کو باہم برابر ثابت کرو مثلاً ثابت کرو کہ

(ا − ب) (ب − ح) (ح − ا) = ا^{2} (ح − ب) + ب^{2} (ا − ح) + ح^{2} (ب − ا)

اگر ا − ب کو ب − ح مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ ا ب − ب^{2} − ا ح + ب ح

اب اس حاصل کو ح − ا مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

ح ا ب − ح ب^{2} − ا ح^{2} + ب ح^{2} − ا^{2} ب + ا ب^{2} + ا^{2} ح − ا ب ح

یعنی ا^{2} (ح − ب) + ب^{2} (ا − ح) + ح^{2} (ب − ا)

اب ثابت کرو کہ (ا − ب)^{2} + (ب − ح)^{2} + (ح − ا)^{2} =

۲ (ح − ب) (ح − ا) + ۲ (ب − ا) (ب − ح) + ۲ (ا − ب) (ا − ح) بموجب قانون ۲ دفعہ ۸۲

(ا − ب)^{2} + (ب − ح)^{2} + (ح − ا)^{2}

= ا^2 - ۲ اب + ب^2 + ب^2 - ۲ بح + ح^2 + ح^2 - ۲ اح + ا^2

= ۲ (ا^2 + ب^2 + ح^2 - اب - اح - بح) اور

(ح - ب) (ح - ا) = ح^2 - ح ا - بح + اب

(ب - ا) (ب - ح) = ب^2 - ب ا - بح + اح

(ا - ب) (ا - ح) = ا^2 - اب - اح + بح

اسواسطے (ح - ب) (ح - ا) + (ب - ا) (ب - ح) + (ا - ب) (ا - ح)

= ا^2 + ب^2 + ح^2 - اب - اح - بح

اسواسطے (ا - ب)^2 + (ب - ح)^2 + (ح - ا)^2

= ۲ (ح - ب) (ح - ا) + ۲ (ب - ا) (ب - ح) + ۲ (ا - ب) (ا - ح)

امثلہ نمبری ۱۰

دفعہ ۸۲ کے قوانین کے موافق ان سولہ مثالوں کو حل کرو

(۱) (۱۵ لا + ۱۴ ی)^2 (۲) (۷ لا^2 - ۵ ی^2)^2 (۳) (لا^2 + ۲ لا - ۲)^2

(۴) (لا^2 - ۵ لا + ۷)^2 (۵) (۲ لا^2 - ۳ لا - ۴)^2 (۶) (لا + ۲ ی + ۳ ط)^2

(۷) (لا^2 + لا ی + ی^2) (لا^2 + لا ی - ی^2) (۸) (لا^2 + لا ی + ی^2) (لا^2 - لا ی + ی^2)

(۹) (لا^2 + لا ی + ی^2) (لا^2 - لا ی - ی^2) (۱۰) (لا^2 + لا ی - ی^2) (لا^2 - لا ی + ی^2)

(۱۱) (لا^3 + ۲ لا^2 + ۳ لا + ۱) (لا^3 - ۲ لا^2 + ۳ لا - ۱) (۱۲) (لا - ۳)^2 (لا^2 + ۶ لا + ۹)

(۱۳) (ا + ب)^2 (ا^2 - ۲ اب - ب^2) (۱۴) (۲ لا + ۳ ی)^2 (۴ لا^2 + ۱۲ لا ی - ۹ ی^2)

(۱۵) (ا لا + ب ی) (ا لا - ب ی) (ا^2 لا^2 + ب^2 ی^2) (۱۶) (ا لا + ب ی)^2 (ا لا - ب ی)^2

نتائج مفصلہ ذیل کو ثابت کرو کہ صحیح ہیں

(۱۷) (ا^2 + ب^2) (ح^2 + د^2) = (اح + بد)^2 + (اد - بح)^2

(۱۸) (ا + ب + ح)^2 + ا^2 + ب^2 + ح^2 = (ا + ب)^2 + (ب + ح)^2 + (ح + ا)^2

(۱۹) (ا - ب) (ب - ح) (ح - ا) = ب ح (ح - ب) + ح ا (ا - ح) + ا ب (ب - ا)

(۲۰) (ا - ب)^{3} + ب^{3} - ا^{3} = ۳ ا ب (ب - ا)

(۲۱) (ا + ب + ح)^{2} - ا (ب + ح - ا) - ب (ا + ح - ب) - ح (ا + ب - ح) = ۲ (ا^{2} + ب^{2} + ح^{2})

(۲۲) (ا^{2} + ا ب + ب^{2})^{2} - (ا^{2} - ا ب + ب^{2})^{2} = ۴ ا ب (ا^{2} + ب^{2})

(۲۳) (ا + ب + ح)^{3} - ا^{3} - ب^{3} - ح^{3} = ۳ (ا + ب) (ب + ح) (ح + ا)

(۲۴) (ا + ب + ح) (ا ب + ب ح + ح ا) = (ا + ب) (ب + ح) (ح + ا) + ا ب ح

(۲۵) (ا + ب) (ب + ح - ا) (ح + ا - ب) = ا (ب^{2} + ح^{2} - ا^{2}) + ب (ح^{2} + ا^{2} - ب^{2})

(۲۶) (ا + ب + ح)^{3} - (ب + ح - ا)^{3} - (ا - ب + ح)^{3} - (ا + ب - ح)^{3} = ۲۴ ا ب ح

(۲۷) (ا + ب + ح)^{2} + (ا + ب - ح)^{2} + (ا - ب + ح)^{2} + (ب + ح - ا)^{2}

= ۴ (ا^{2} + ب^{2} + ح^{2})

(۲۸) (ا + ب)^{2} + ۲ (ا^{2} - ب^{2}) + (ا - ب)^{2} = (۲ ا)^{2}

(۲۹) (ا - ب)^{3} + (ب - ح)^{3} + (ح - ا)^{3} = ۳ (ا - ب) (ب - ح) (ح - ا)

(۳۰) (ا - ب)^{3} + (ا + ب)^{3} + ۳ (ا - ب)^{2} (ا + ب) + ۳ (ا + ب)^{2} (ا - ب) = (۲ ا)^{3}

(۳۱) (ا + ب)^{2} (ب + ح - ا) (ح + ا - ب) + (ا - ب)^{2} (ا + ب + ح) (ا + ب - ح) = ۴ ا ب ح^{2}

(۳۲) ا (ب + ح) (ب^{2} + ح^{2} - ا^{2}) + ب (ح + ا) (ح^{2} + ا^{2} - ب^{2}) +

ح (ا + ب) (ا^{2} + ب^{2} - ح^{2}) = ۲ ا ب ح (ا + ب + ح)

(۳۳) (ا - ب) (لا - ا) (لا - ب) + (ب - ح) (لا - ب) (لا - ح) + (ح - ا) (لا - ح) (لا - ا)

= (ا - ب) (ب - ح) (ا - ح)

(۳۴) (ا + ب)^{2} + (ا + ح)^{2} + (ا + د)^{2} + (ب + ح)^{2} + (ب + د)^{2} + (ح + د)^{2} =

(ا + ب + ح + د)^{2} + ۲ (ا^{2} + ب^{2} + ح^{2} + د^{2})

(۳۵) [(ا لا + ب ی)^{2} + (ا ی - ب لا)^{2}] [(ا لا + ب ی)^{2} - (ا ی + ب لا)^{2}] = (ا^{4} - ب^{4}) (لا^{4} - ی^{4})

(۳۶) $(\text{ح د} - \text{ب ی})^2 + (\text{ا ی} - \text{ح لا})^2 + (\text{ب لا} - \text{ا د})^2 + (\text{ا لا} + \text{ب د} + \text{ح ی})^2 =$
$(\text{ا}^2 + \text{ب}^2 + \text{ح}^2)(\text{لا}^2 + \text{د}^2 + \text{ی}^2)$

گیارہواں باب اجزاء ضربی کے بیان مین

(۹۰) فصل سابق مین ضرب کے نتائج عامہ کا بیان کیا ہے اور چونکہ ضرب کی ہر مثال ایک مثال کئی مثالیں تقسیم کی ہوتی ہین اسلیے اون نتائج کا ذکر تقسیم کے ساتھہ بھی ضرور ہوا اون نتائج کو اسطرح کام مین لاتی ہین جیسے معلوم ہو کہ ایک جملہ معلوم کو کتنی جملون مین تقسیم کر سکتے ہین یعنی جملہ کے اجزاء ضربی مین تجزی کس طرح ہوتی ہے

(۹۱) مثلاً بموجب دفعہ ۸۲ کے قانون ۳ کے $\text{ا}^4 - \text{ب}^4 = (\text{ا}^2 + \text{ب}^2)(\text{ا}^2 - \text{ب}^2) =$
$(\text{ا}^2 + \text{ب}^2)(\text{ا} + \text{ب})(\text{ا} - \text{ب})$ اور $\text{ا}^8 - \text{ب}^8 = (\text{ا}^4 + \text{ب}^4)(\text{ا}^4 - \text{ب}^4) =$
$(\text{ا}^4 + \text{ب}^4)(\text{ا}^2 + \text{ب}^2)(\text{ا} + \text{ب})(\text{ا} - \text{ب})$ پس معلوم ہوا کہ $\text{ا}^8 - \text{ب}^8$ حاصلضرب چار اجزاء ضربی $\text{ا}^4 + \text{ب}^4$ و $\text{ا}^2 + \text{ب}^2$ و $\text{ا} + \text{ب}$ و $\text{ا} - \text{ب}$ کا ہے اور انہین سے ضرور ہے کہ $\text{ا}^8 - \text{ب}^8$ کسی ایک جزضربی پر یا دو جزضربی یا تین جزضربی کے حاصلضرب پر پوری تقسیم ہو جاوے اور
$(\text{ا}^2 + \text{ا ب} + \text{ب}^2)(\text{ا}^2 - \text{ا ب} + \text{ب}^2) = (\text{ا}^2 + \text{ب}^2 + \text{ا ب})(\text{ا}^2 + \text{ب}^2 - \text{ا ب}) =$
$(\text{ا}^2 + \text{ب}^2)^2 - (\text{ا ب})^2 = \text{ا}^4 + 2\,\text{ا}^2\text{ب}^2 + \text{ب}^4 - \text{ا}^2\text{ب}^2 = \text{ا}^4 + \text{ا}^2\text{ب}^2 + \text{ب}^4$

پس $\text{ا}^4 + \text{ا}^2\text{ب}^2 + \text{ب}^4$ حاصل ضرب دو اجزاء ضربی $(\text{ا}^2 + \text{ا ب} + \text{ب}^2)$ و $(\text{ا}^2 - \text{ا ب} + \text{ب}^2)$ کا ہے اور اسیواسطے وہ ان دونون مین سے ہر یک پر تقسیم ہو سکتا ہے اور علاوہ ان نتائج کے جو اوپر مذکور ہوئے طالب علم کے لیے اور نتائج بھی مرقوم کرتے ہین

(۹۲) مثالین مفصلہ ذیل نہایت آسانی سے ثابت ہو سکتی ہین

$\frac{\text{لا} - \text{د}}{\text{لا} - \text{د}} = 1$

$\frac{\text{لا}^2 - \text{د}^2}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا} + \text{د}$

$\frac{\text{لا}^3 - \text{د}^3}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا}^2 + \text{لا د} + \text{د}^2$

$\frac{\text{لا}^4 - \text{د}^4}{\text{لا} - \text{د}} = \text{لا}^3 + \text{لا}^2\text{د} + \text{لا د}^2 + \text{د}^3$ اور علی ہذا القیاس

اور نیز $\frac{\text{لا}^{2} - \text{ی}^{2}}{\text{لا} + \text{ی}} = \text{لا} - \text{ی}$

$$\frac{\text{لا}^{4} - \text{ی}^{4}}{\text{لا} + \text{ی}} = \text{لا}^{3} - \text{لا}^{2}\text{ی} + \text{لا}\,\text{ی}^{2} - \text{ی}^{3}$$

$$\frac{\text{لا}^{6} - \text{ی}^{6}}{\text{لا} + \text{ی}} = \text{لا}^{5} - \text{لا}^{4}\text{ی} + \text{لا}^{3}\text{ی}^{2} - \text{لا}^{2}\text{ی}^{3} + \text{لا}\,\text{ی}^{4} - \text{ی}^{5}$$

اور علی ہذا القیاس

اور $\frac{\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}} = ۱$

$$\frac{\text{لا}^{3} + \text{ی}^{3}}{\text{لا} + \text{ی}} = \text{لا}^{2} - \text{لا}\,\text{ی} + \text{ی}^{2}$$

$$\frac{\text{لا}^{5} + \text{ی}^{5}}{\text{لا} + \text{ی}} = \text{لا}^{4} - \text{لا}^{3}\text{ی} + \text{لا}^{2}\text{ی}^{2} - \text{لا}\,\text{ی}^{3} + \text{ی}^{4}$$

اور علی ہذا القیاس اسی عمل جہان تک طالب علمون کا دل چاہے کئے جایئن تو اونکی دلیل مین بیانات منفصلہ ذیل کا یقین ہو جائگا اونکا اثبات بڑی بڑی کتابون مین لکہا ہی اور وہ بیانات یہہ ہین کہ

اگر ن کوئی صحیح عدد ہو تو $\text{لا}^{\text{ن}} - \text{ی}^{\text{ن}}$ کو لا − ی پورا تقسیم کریگا

اگر ن کوئی جفت صحیح عدد ہو تو $\text{لا}^{\text{ن}} - \text{ی}^{\text{ن}}$ کو لا + ی پورا تقسیم کریگا

اگر ن کوئی طاق صحیح عدد ہو تو $\text{لا}^{\text{ن}} + \text{ی}^{\text{ن}}$ کو لا + ی پورا تقسیم کریگا

ہم تینون صورتون مین جو خارج قسمت نکلی ہین اونکو عبارت مین بیان کرتے لیکن طالب علم اون کی مثالونکو دیکہکر مطلب خود ہی سمجہہ جائیگا اور اگر سمجہنے کیلئے زیادہ مثالون کی ضرورت ہو گی تو وہ اور اسطرحکی مثالین لکہہ کر سمجہہ لیگا اور یہہ بات اور بہی قابل یاد رکہنی کے ہی کہ اگر ن کوئی جفت عدد ہو تو

$\text{لا}^{\text{ن}} + \text{ی}^{\text{ن}}$ کو کبہی لا + ی پورا تقسیم نہین کریگا

(۹۳) اوپر کی دفعہ مین جو چار نتیجے بیان ہوئے ہین وہ نہایت آسانی سے یاد رہ سکتے ہین اگر طالب علم اونمین سے ہر ایک کی ایک آسان سی صورت کو خیال مین رکہے اور اور صورتونکو اوسی پر قیاس کر لیا کرے مثلاً جہان ہم یہہ دریافت کرنا چاہتے ہین کہ $\text{لا}^{5} - \text{ی}^{5}$ کو لا − ی یا لا + ی پورا تقسیم کریگا یا نہین اب قوت نما ۵ ہے اور یہہ طاق صحیح عدد ہے اور اس قسم کی صورت کی نہایت آسان شکل لا − ی ہے اور وہ لا − ی پر پوری تقسیم ہوتی ہی لیکن

لا + ی پر نہین پس آئے ہم قیاس کرتی ہین کہ لا^۳ - ی^۳ تقسیم لا - ی پر پوری ہوتی ہے اور لا + ی پر نہین اور اسیطرح کا قیاس لا^ن - ی^ن پر کرو قوت تمام ۸ ہے اور وہ جفت صحیح عدد ہے اور نہایت آسان صورت اس قسم کی صورت کی لا^۲ - ی^۲ ہے اور وہ دونو لا + ی اور لا - ی پر تقسیم ہوتی ہین اسیسے یہہ نتیجہ نکلا کہ لا^ن - ی^ن دونو لا + ی اور لا - ی پر تقسیم ہوتی ہین

(۹۴) جملون کے تجزی اجزاء ضربی مین کیجاتی ہے

(لا^۶ - ی^۶) = (لا^۳ + ی^۳) (لا^۳ - ی^۳) = (لا + ی) (لا^۲ - لا ی + ی^۲) (لا - ی) (لا^۲ + لا ی + ی^۲)

اور ۸ ب^۳ - ۲۷ ح^۳ = (۲ ب)^۳ - (۳ ح)^۳ = (۲ ب - ۳ ح) [(۲ ب)^۲ + ۲ ب × ۳ ح + (۳ ح)^۲]

= (۲ ب - ۳ ح) (۴ ب^۲ + ۶ ب ح + ۹ ح^۲)

۴ (ا ب + ح د)^۲ - (ا^۲ + ب^۲ - ح^۲ - د^۲)^۲ =

[۲ (ا ب + ح د) + (ا^۲ + ب^۲ - ح^۲ - د^۲)] [۲ (ا ب + ح د) - (ا^۲ + ب^۲ - ح^۲ - د^۲)]

= (۲ ا ب + ۲ ح د + ا^۲ + ب^۲ - ح^۲ - د^۲) (۲ ا ب + ۲ ح د - ا^۲ - ب^۲ + ح^۲ + د^۲)

= [(ا + ب)^۲ - (ح - د)^۲] [(ح + د)^۲ - (ا - ب)^۲] =

(ا + ب + ح - د) (ا + ب - ح + د) (ا - ب + ح + د) (ب + ح + د - ا)

(۹۵) فرض کرو کہ (لا^۲ - ۵ لا ی + ۶ ی^۲) (لا - ۴ ی) کو لا^۲ - ۷ لا ی + ۱۲ ی^۲ پر تقسیم کرنا ہے تو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ تقسیم اسطرح سے ہو سکتی ہے کہ (لا^۲ - ۵ لا ی + ۶ ی^۲) کو لا - ۴ ی مین ضرب دین اور حاصلضرب کو لا^۲ - ۷ لا ی + ۱۲ ی^۲ پر تقسیم کرین لیکن یہہ دیکھنا ہے کہ لا^۲ - ۷ لا ی + ۱۲ ی^۲ مین جزضربی لا - ۴ ی ہے یا نہین غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لا^۲ - ۷ لا ی + ۱۲ ی^۲ = (لا - ۳ ی) (لا - ۴ ی) تو

(لا^۲ - ۵ لا ی + ۶ ی^۲) (لا - ۴ ی) / (لا - ۳ ی) (لا - ۴ ی) = (لا^۲ - ۵ لا ی + ۶ ی^۲) / (لا - ۳ ی)

اور تقسیم سے ہمکو یہہ معلوم ہوتا ہے کہ (لا^۲ - ۵ لا ی + ۶ ی^۲) / (لا - ۳ ی) = لا - ۲ ی

(۹۶) طالب علم تھوڑی سی مشق کرنے سے خاص ثلاثی جملون کی ایسی اجزاء ضربی مین جنمین سے ہر ایک جملہ ثنائی ہو تجزی کر لیگا اسواسطے کہ عموماً

(لا+ا) (لا+ب) = لا۲ + (ا+ب) لا + اب

فرض کرو کہ ہم بہ شرط امکان یہہ چاہتے ہین کہ لا۲ + ۷لا + ۱۲ کو دو اجزا ضربی مین تقسیم کرین اب ہم یہان بشرط امکان ایسی دو عدد دریافت کرین کہ مجموعہ اونکا ۷ اور حاصلضرب ۱۲ ہو تو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ ایسی دو عدد ۴ و ۳ ہین تو معلوم ہوا کہ لا۲ + ۷لا + ۱۲ = (لا + ۳) (لا + ۴) اور ایسی ہی اس شکل جبریہ کے موافق کہ (لا - ا) (لا - ب) = لا۲ - (ا + ب) لا + اب ہم لا۲ - ۷ لا + ۱۲ کی دو اجزا ضربی (لا - ۳) اور (لا - ۴) مین تجزی کر سکتے ہین اور باستعانت اس شکل جبریہ کہ (لا + ا) (لا - ب) = لا۲ + (ا - ب) لا - اب ہم لا۲ + لا - ۱۲ کی تجزی اجزا ضربی (لا+۴) اور (لا-۳) کر سکتے ہین اب ہم مشق کے واسطے امثلہ مختلف قسمون کے خلط ملط کرکے لکھتے ہین

امثلہ نمبر ۱۱

جملہہار مفصلہ ذیل کو جمع کرو

(۱) ا (ا + ب - ح) اور ب (ب + ح - ا) اور ح (ا + ح - ب)

(۲) ا (ا - ب + ح) اور ب (ب - ح + ا) اور ح (ح - ا + ب)

(۳) ا (ا - ب + ح + د) اور ب (ا + ب - ح + د) اور ح (ا + ب + ح - د)
اور د (- ا + ب + ح + د)

(۴) ۳ا - (۴ ب - ۷ح) اور ۳ب - (۴ح - ۷ ا) اور ۳ح - (۴ا - ۷ ب)

(۵) ۹ا - (۵ ب + ۲ح) اور ۹ب - (۵ح + ۲ ا) اور ۹ح - (۵ا + ۲ب)

(۶) (ا + ب) لا + (ا + ح) ی اور (ب - ح) لا + (ب - ح) ی اور
(ح - ا) لا + (ب - ا) ی

(۷) (ی - لا) (ا + ب) + (ی - ی) (ا - ب) اور (لا + ی) ا + (لا + ی) ب
اور (ی - ی) ا + (لا - ی) ب

(۸) (ا - ب) لا + (ب - ح) ء + (ح - ا) ی اور
ا (ء + ی) + ب (ی + لا) + ح (لا + ء) اور ا لا + ب ء + ح ی

(۹) ۲ (ا + ب - ح) لا + (ا + ب) ء + ۲ ا ی اور ۲ (ا + ح - ب) لا +
(ا + ح) ء + ۲ ب ی اور ۲ (ب + ح - ا) لا + (ب + ح) ء + ۲ ح ی

(۱۰) ا² - (ا - ب + ح) (ا + ب - ح) اور ب² - (ب - ا + ح) (ب + ا - ح)
و ح² - (ح - ا + ب) (ح + ا - ب)

مختصر کرو جملہ ہاء مفصلہ ذیل کو

(۱۱) ا - ۲ (ب + ۳ ا) - ۳ [ب + ۲ (ا - ب)]

(۱۲) (ا + ب) (ب + ح) - (ح + د) (د + ا) - (ا + ح) (ب - د)

(۱۳) ۱۴ ا - [۲ ا - [۲ ب (لا + ی) - ۲ ب (لا - ی)]]

(۱۴) (لا + ب) (لا + ح) - (ا + ب + ح) (لا + ب) + ا² + ا ب + ب² + ۳ ا لا

(۱۵) ا - [۵ ب - {ا - ۳ (ح - ب) + ۲ ح - (ا - ۲ ب - ح)}]

(۱۶) ۵ ا - ۷ (ب - ح) - {۱۶ ا - (۳ ب + ۲ ح) + ۴ ح - [۲ ا - (ب + ح - ا)]}

(۱۷) (لا + ۳)³ - ۳ (لا + ۲)³ + ۳ (لا + ۱)³ - لا³

(۱۸) (لا + ی)³ + (لا + ی)² ی + (لا + ی) ی² - (۳ لا² ی + ۵ ی² لا + ۲ ی³)

(۱۹) (۱ + لا)³ + (۱ + لا)² ی + (۱ + لا) ی² + ی³
- {۳ لا (لا + ۱) + ی (ی + ۱) + ۲ لا ی + ۱}

(۲۰) ا (ب + ح)² + ب (ا + ح)² + ح (ا + ب)² + (ا - ب) (ا + ح) (ب - ح)
- (ا + ب) (ا - ح) (ب - ح) - (ا - ب) (ا - ح) (ب + ح)

(۲۱) [(ا + ب) (ا + ح) - (ب + د) (د + ح)] ÷ (ا - د)

(۲۲) (ا² - ۳ ا ب + ۲ ب²) ÷ (ا - ۲ ب) - (ا² - ۷ ا ب + ۱۲ ب²) ÷ (ا - ۳ ب)

(۲۳) (۳ا^۳ − ۷ا^۲ب − ۱۵اب^۲ + ۵ب^۳) / (ا + ب) + (۶ا^۳ − ۳۶ا^۲ب + ۴۰اب^۲ − ۲۰ب^۳) / (ا − ب)

(۲۴) (۱۸(بح^۲ + حا^۲ + اب^۲) − ۱۲(ب^۲ح + ح^۲ا + ا^۲ب) − ۱۹ابح) / (۲ا − ۳ب)

(۲۵) تقسیم کرو لا^۵ + ی^۵ − ۲لا^۳ی^۲ کو (لا − ی)^۲ پر

(۲۶) لا^۵ + ی^۵ + ۲لا^۳ی^۲ کو (لا + ی)^۲ پر

(۲۷) (ا^۳ − ۳ا^۲ب + ۵اب^۲ − ۳ب^۳)(ا − ۲ب) کو ا^۲ − ۳اب + ۲ب^۲

(۲۸) (لا^۳ − ۹لا^۲ی + ۲۳لای^۲ − ۱۵ی^۳)(لا − ۷ی) کو لا^۲ − ۸لای + ۷ی^۲ پر

(۲۹) ا^۴ + ا^۲ب^۲ + ب^۴ کو (ا^۲ − اب + ب^۲)(ا^۲ + اب + ب^۲) پر

(۳۰) ا^۶ − ب^۶ + ا^۲ب^۲(ا^۲ − ب^۲) کو (ا^۲ − اب + ب^۲)(ا^۲ + اب + ب^۲) پر

(۳۱) ۴ا^۲ب^۲ + ۲(۳ا^۲ − ۲ب^۲) − اب(۵ا^۲ − ۱۱ب^۲) کو (۳ا − ب)(ا + ب) پر

(۳۲) (لا^۲ − ۳لا + ۲)(لا − ۳) کو لا^۲ − ۵لا + ۶ پر

(۳۳) (لا^۲ − ۳لا + ۲)(لا + ۴) کو لا^۲ + لا − ۲

(۳۴) (ا^۲ + الا + لا^۲)(ا^۳ + لا^۳) کو ا^۴ + ا^۲لا^۲ + لا^۴ پر

(۳۵) (ا^۳ + ا^۲ب^۲ + ب^۳)(ا + ب) کو ا^۲ + اب + ب^۲ پر

(۳۶) ب(لا^۲ + ا^۲) + الا(لا − ا^۲) + ا^۲(لا + ا) کو (ا + ب)(لا + ا)

جملہای مفصلہ ذیل کی تجزی اجزاء ضربی بین کرو

(۳۷) لا^۲ + ۹لا + ۲۰ (۳۸) لا^۲ + ۱۱لا + ۳۰

(۳۹) لا^۲ − ۱۵لا + ۵۰ (۴۰) لا^۲ − ۲۰لا + ۱۰۰

(۴۱) لا^۲ + لا − ۱۳۲ (۴۲) لا^۲ − ۷لا − ۴۴

(۴۳) لا^۲ − ۸۱ (۴۴) لا^۳ + ۱۲۵

(۴۵) لا^۴ − ۲۵۶ (۴۶) لا^۶ − ۶۴

(۴۷) ا۲ + ۹ اب + ۲۰ ب۲ (۴۸) لا۲ - ۱۳ لا ی + ۴۲ ی۲

(۴۹) (ا + ب)۲ - ۱۱ح (ا + ب) + ۳۰ ح۲ (۵۰) ۲ (لا + ی)۲ - ۷ (لا + ی) (ا + ب) + ۳ (ا + ب)۲

(۵۱) ثابت کرو کہ یہہ نتائج درست ہین کہ (ا + ۲ب) ا۳ - (ب + ۲ا) ب۳ = (ا - ب) (ا + ب)۳

(۵۲) ا (ا - ۲ب)۳ - ب (ب - ۲ا)۳ = (ا - ب) (ا + ب)۳

بارہوان باب مقسوم علیہ اعظم کے بیان مین

(۹۷) حساب مین جب ایک عدد دوسرے عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہی تو اوسکو وفق یا عاد یا مقسوم علیہ کامل اوس عدد کا کہتے ہین اور جب دو یا زیادہ اعداد کو ایک عدد پورا پورا تقسیم کرتا ہو تو اوسکو وفق مشترک کہتے ہین جبر مقابلہ مین جب ایک جملہ دوسرے جملہ کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے تو اول جملہ کو وفق دوسرے جملہ کا کہتے ہین اور جب ایک جملہ دو یا زیادہ جملون کو پورا پورا تقسیم کرے تو اوسکو وفق مشترک اون جملون کا کہتے ہین

(۹۸) حساب مین مقسوم علیہ اعظم یا عاد اعظم یا وفق اعظم دو یا زیادہ اعداد کا وہ بڑے سے بڑا صحیح عدد ہوتا ہے جو اون اعداد کو پورا پورا تقسیم کردے گو لفظ تو یہی جبر مقابلہ مین بھی استعمال مین آیا ہے مگر اوسپر معنی اعظم کے بالکل صادق نہین آتے اسواسطے کہ جملہا جبریہ کے لئے قیمت عددی جبتک نہ مقرر کیجائے الفاظ اعظم و اصغر کا استعمال اوسپر درست نہین اسلئے اوسکی یہہ تعریف کیجائے تو مناسب ہے کہ وہ وفق مشترک جملون کا جسمین بڑی سی بڑی قوت ہو وفق اعظم اون جملون کا ہوتا ہے لیکن اب اصطلاع جو پڑگئی سو پڑگئی اوسکی بدلنے سے کچھہ فائدہ نہین ہے ہم الفاظ مقسوم علیہ اعظم کام مین لاوینگے اور اختصار کے لئے ان الفاظ کی جگہہ حروف معا استعمال کرینگے اور اوسے مقسوم علیہ اعظم سمجھینگے اوسکے معنی جبر مقابلہ مین بیان کرتے ہین

(۹۹) اکثر یون بیان کیا جاتا ہے کہ دو یا زیادہ مفرد جملون کا مقسوم علیہ اعظم وہ بڑے سے بڑا جملہ ہے جو اون سبکو پورا پورا تقسیم کردے مگر یہہ تعریف مقسوم علیہ کی سمجھہ مین طالب علم کے جبتک بخوبی نہین آئیگی جب تک ہم جملہا مفردہ کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ

مع مثالون کے نہ لکھینگے اسلیے اول جملہ‌ہاے مفردہ کی مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ لکھتے ہین کہ اول موافق قاعدہ حساب کے اعداد کا مقسوم علیہ اعظم جو جملون کی امثال ہون دریافت کرکے لکھو اور پہر اونکے سب حروف جو جملون مین مشترک ہون لکھو اور پہر ان حرفون پر وہ قوت نما ان حرفون کی جو جملون کے اندر نہایت کم ہون لکھدو پس اسطرح سے جو جملہ حاصل ہوگا وہ مقسوم علیہ اعظم ہوگا

(۱۰۰) مثلاً معا ۱۶ $ا^{۴}$ $ب^{۲}$ ج اور ۲۰ $ا^{۳}$ $ب^{۳}$ د کا دریافت کرو اب یہان امثال عددی ۱۶ او ۲۰ ہین جنکا معا ۴ ہے اور حروف جو دونو جملون مین مشترک ہین وہ ا اور ب ہین اور کم سے کم قوت نما ا کا ۳ اور ب کا ۲ ہے تو ۴ $ا^{۳}$ $ب^{۲}$ معا مطلوبہ ہے

مقسوم علیہ اعظم ۸ $ا^{۲}$ $ب^{۳}$ $ج^{۲}$ $لا^{۵}$ $ی^{۳}$ و ۱۲ $ا^{۳}$ ب ج $لا^{۳}$ $ی^{۲}$ و ۱۶ $ا^{۳}$ $ج^{۳}$ $لا^{۲}$ $ی^{۴}$ کا اب یہان امثال عددی ۸ و ۱۲ و ۱۶ ہین جنکا معا ۴ ہے اور سب جملون مین حروف مشترک ا و ج و لا و ی ہین اور اونکی قوت نما کم از کم ۲ اور ۱ اور ۲ اور ۱ ہین پس معا مطلوب ۴ $ا^{۲}$ ج $لا^{۲}$ ی ہے

(۱۰۱) مقسوم علیہ اعظم کے معنی جبر مقابلہ مین یہہ ہین کہ وہ دو یا زیادہ جملون کا وفق مشترک ایسا ہو کہ اوسپر اون جملون کو تقسیم کرین تو خارج قسمت ایسی نکلین کہ اونکا کوئی وفق مشترک نہو مثلاً جیسے دفعہ ۱۰۰ مین مذکور ہے کہ اگر اون جملون کو معا پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۴ ا ج و ۵ ب د ہونگے جو وفق مشترک نہین رکھتے

اب دوسری مثال دفعہ ۱۰۰ کی لو اور جملون کو معا پر اونکی تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲ $ب^{۳}$ ج $لا^{۳}$ $ی^{۲}$ و ۳ $ا^{۲}$ ب $ی^{۲}$ و ۴ ا $ج^{۲}$ $ی^{۳}$ ہوئے اور انکا کوئی وفق مشترک نہین ہے پس اب اعظم کے معنی سمجہہ مین آگئے کہ اگر وہ وفق مشترک اعظم نہوتا تو خارج قسمت ایسے پیدا نہین ہوتے

(۱۰۲) تینون دفعہ بالا کو خیال مین رکہین اور باب اجزا ضربی سے استمداد لین تو بہت صورتونمین مرکب جملون کا بہی معا دریافت کرنا طالب علم کو آسان ہوگا مثلاً معا ۴ $ا^{۲}$ (ا + $ب^{۲}$) و ۶ ا ب ($ا^{۲}$ - $ب^{۲}$) کا دریافت کرنا ہو یہان ۲ ا معا ۴ $ا^{۲}$ و ۶ ا ب کا ہے

اور ا + ب ایک جز ضربی دونون مین مشترک ہی اور فقط یہی جز ضربی مشترک ہی اسلئی حاصل ضرب ۲ ا (ا + ب) معاً مطلوب ہوا اگر یہہ قاعدہ پیچیدہ مثالونمین نہین مستعمل کر سکتے اسلئے کہ جملون کی عموماً تجزیہ اجزا ضربی مین کر لینی بالفعل طالب علم کی استعداد سی برے ہے اسلئے ہم ایک اور قاعدہ اور تعریف مقسوم علیہ اعظم کی لکھتے ہین

(۱۰۳) تعریف جملہا مرکب کی مقسوم علیہ اعظم کی یون بیان ہوتی ہی کہ فرض کرو کہ دو یا زیادہ جملون مین قوتین کسی حرف مشترک کی واقع ہون تو وہ جز ضربی جوان جملون کو پورا تقسیم کرے اور اوسمین اوس حرف کے بڑے سے بڑے درجہ کی قوت واقع ہو تو اوسی مقسوم علیہ اعظم اون جملون کا کہینگے

(۱۰۴) دو مرکب جملون کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ فرض کرو کہ ط اور ص جملے مین اونکو حرف مشترک کی قوا کی ترتیب سے اسطرح لکھو کہ قوتین بتدریج کم ہوتی جاوین اور یہہ بہی فرض کرو کہ جملہ ط مین حرف مشترک کا قوت نما اعظم چہوٹا نہین ہے جملہ ص کی قوت نما اعظم کے حرف مشترک سی تو ط کو ص پر تقسیم کرو اور جو کچہہ باقی رہے اوسکو مقسوم علیہ بناکر اور پہلی مقسوم علیہ کو مقسوم بناکر تقسیم کرو اور اب پہر اس طرح سی باقی کو مقسوم علیہ بناؤ اور مقسوم علیہ آخر کو مقسوم اور تقسیم کرو اور یہی عمل کیے جاؤ جب تک آخر مین کچہہ باقی نہ رہے تو آخر مقسوم علیہ مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہوگا

(۱۰۵) مثلاً مقسوم علیہ اعظم لا^{2} - ۴ لا + ۳ اور ۴ لا^{3} - ۹ لا^{2} - ۱۵ لا + ۱۸ کا دریافت کرنا ہی تو

لا^{2} - ۴ لا + ۳) ۴ لا^{3} - ۹ لا^{2} - ۱۵ لا + ۱۸ (۴ لا + ۷
۴ لا^{3} - ۱۶ لا^{2} + ۱۲ لا
۷ لا^{2} - ۲۷ لا + ۱۸
۷ لا^{2} - ۲۸ لا + ۲۱
لا - ۳

لا - ۳) لا^{2} - ۴ لا + ۳ (لا - ۱
لا^{2} - ۳ لا
- لا + ۳
- لا + ۳

یس لا-۳ مقسوم علیہ اعظم ہے

(۱۰۶) دفعہ ۱۰۴ مین قاعدہ بیان کیا گیا ہے وہ موقوف ان دو باتون پر ہے اول اگر ع تقسیم ا کو پورا کرے تو م ا کو بہی ضرور پورا تقسیم کریگا اسواسطے کہ فرض کرو ا کو ع پر تقسیم کرنے سے ط خارج قسمت ہی تو ا = ط ع اسواسطے م ا = م ط ع اسواسطے ع پورا تقسیم م ا کو کرتا ہے

دوم اگر ع پورا پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہے تو وہ م ط ± ن ص کو پورا تقسیم کریگا اسواسطے کہ اگر ع پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہی تو ہم فرض کرتے ہین کہ ط = ر ع اور ص = د ع اسواسطے (م ط ± ن ص) = (م ر ± ن د) ع اسواسطے ع پورا تقسیم م ط ± ن ص کو کرتا ہے

(۱۰۷) اب مقسوم علیہ اعظم کا قاعدہ جو دفعہ ۱۰۴ مین مرقوم ہے ثابت کرتے ہین

فرض کرو کہ ا و ب دو جملون کو تعبیر کرتے ہین ا کو ب پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ع خارج قسمت نکلتا ہے اور س باقی رہتا ہے اور ب کو س پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ق خارج قسمت نکلتا ہی اور د باقی رہتا ہی اور پہر س کو د پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ر خارج قسمت نکلتا ہے اور کچہہ باقی نہین رہتا تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

ب) ا (ع
ع ص
س) ص (ق
ق س
د) س (ر
ر د

ا = ع ب + س اور ب = ق س + د اور س = ر د

اب ہم اول یہہ ثابت کرتے ہین کہ د دفق مشترک ا اور ب کا ہے اسلیے کہ س = ر د اسواسطے د پورا تقسیم س کو کرتا ہے تو بموجب دفعہ ۱۰۶ کے د پورا تقسیم ق س کو کریگا اور ق س + د کو بہی یعنی د پورا ب کو تقسیم کرتا ہی اور چونکہ د پورا ب کو تقسیم کرتا ہے اور س کو بہی تو وہ ضرور پورا ع ب + س کو تقسیم کریگا یعنی

د پورا تقسیم ا کو کرتا ہے پس د کا وفق مشترک ا اور ب کا ہونا تو ثابت ہوا اب یہہ ثابت کرتے ہین کہ وہ اونکا مقسوم علیہ اعظم ہے بموجب دفعہ ۱۰۶ کے وفق مشترک ا اور ب کا وفق ا ـ ع ب یعنی س کا ہوگا پس وفق مشترک ا اور ب کا وفق مشترک ب اور س کا ہے اور اسیطرح وفق مشترک ب اور س کا وفق مشترک س اور د کا ہے پس اسلئے ہر وفق مشترک ا اور ب کا وفق د کا ہے لیکن کوئی جملہ بڑے درجہ کا بہ نسبت د کے درجہ کے د کو پورا تقسیم نہیں کر سکتا اسواسطے د وفق اعظم یعنی مقسوم علیہ اعظم ا اور ب کا ہوا

(۱۰۸) یہہ بات ظاہر ہے کہ کسی دو یا زیادہ جملوں کے وفق مشترک کا وفق اون جملوں کا ضرور وفق ہوگا

(۱۰۹) دفعہ ۱۰۷ مین ثابت ہوا کہ وفق مشترک ا اور ب کا وفق د کا ہے یعنی ہر وفق مشترک دو جملوں کا اونکے مقسوم علیہ اعظم کا وفق ہے

(۱۱۰) اب ہم ایک قاعدہ بیان کرتے ہین جسپر عمل کرنے سے خارج قسمتون مین کسر نہیں واقع ہوگی اور اس قاعدہ سے عمل مین آسانی ہوگی اور اس قاعدہ کا ثبوت بڑی جبر مقابلہ مین لکھا گیا ہے پہلے اسکے کہ ہم کوئی رقم تجویز کرکے خارج قسمت مین لکھین ہم مقسوم علیہ کو ہر جملہ پر تقسیم کر سکتے ہین بشرطیکہ اوسمین کوئی جزضربی ایسا نہو کہ وہ مشترک اون جملون مین ہو جنکا مقسوم علیہ اعظم نکال رہے ہین اور مقسوم کو ہم ہر جملہ مین ضرب دے سکتے ہین بشرطیکہ اوسمین جزضربی ایسا نہو جو مقسوم علیہ مین واقع ہو

(۱۱۱) مثلاً مقسوم علیہ اعظم ۲ لا^2 ـ ۷ لا + ۵ و ۳ لا^2 ـ ۷ لا + ۴ کا دریافت کرنا ہے یہان ۲ لا^2 ـ ۷ لا + ۵ کو مقسوم علیہ بناؤ ا ظاہر ہے کہ اگر ۳ لا^2 کو ۲ لا^2 پر تقسیم کرین تو خارج قسمت کسر ہوگا اس کسر کے جھمیلے سے بچنے کی لئے مقسوم کو ۲ مین ضرب دیکر اسطرح سے تقسیم کرو

۲ لا^2 ـ ۷ لا + ۵) ۶ لا^2 ـ ۱۴ لا + ۸ (۳
۶ لا^2 ـ ۲۱ لا + ۱۵
۷ لا ـ ۷

اب اگر ۷لا - ۷ کو مقسوم علیہ اور ۲لا۲ - ۷لا + ۵ کو مقسوم بناوین تو اول رقم خارج قسمت کی کسر ہوگی اسلئے جز ضربی ۷ کو جو مقسوم علیہ جدید کے ہر جز مین ہے ساقط کرکے تقسیم کرو

لا - ۱) ۲لا۲ - ۷لا + ۵ (۲لا - ۵
۲لا۲ - ۲لا
- ۵لا + ۵
- ۵لا + ۵

پس لا - ۱ مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہوا

یہان اول مرتبہ ابتداء عمل مین دفعہ ۱۱ کے قاعدہ کے دوسرے جز کو کام مین لائے ہین اور پہر دوسرے مرتبہ قاعدہ کے اول جز کو جہان ممکن ہو قاعدہ کے جز اول کو کام مین لاؤ اور اگر نہو تو قاعدہ کے دوسرے جز کو عمل مین لاؤ قاعدہ کے بیان مین تو ہم نے لفظ جملہ کا لکہدیا ہے لیکن مثالون کے حل کرنے مین طالب علم دیکہینگے کہ اجزاء ضربی داخل خارج کرنے پڑینگے وہ اکثر عددی اجزاء ضربی ہونگے جیسے کہ مثال گذشتہ مین

اب ایک اور مثال لکہتے ہین کہ دریافت کرو معا ۲لا۴ - ۷لا۳ - ۴لا۲ + لا - ۴ اور ۳لا۴ - ۱۱لا۳ - ۲لا۲ - ۴لا - ۱۴ دوسرے جملہ کو ۲ مین ضرب دو اور مقسوم بناؤ

۲لا۴ - ۷لا۳ - ۴لا۲ + لا - ۴) ۶لا۴ - ۲۲لا۳ - ۴لا۲ - ۸لا - ۳۲ (۳
۶لا۴ - ۲۱لا۳ - ۱۲لا۲ + ۳لا - ۱۲
- لا۳ + ۸لا۲ - ۱۱لا - ۲۰

اب اس باقی کو مقسوم علیہ بنانے سے پہلے -۱ مین ضرب دین یعنی علامتین بدل دین تو

لا۳ - ۸لا۲ + ۱۱لا + ۲۰) ۲لا۴ - ۷لا۳ - ۴لا۲ + لا - ۴ (۲لا + ۹
۲لا۴ - ۱۶لا۳ + ۲۲لا۲ + ۴۰لا
+ ۹لا۳ - ۲۶لا۲ - ۳۹لا - ۴
۹لا۳ - ۷۲لا۲ + ۹۹لا + ۱۸۰
۴۶لا۲ - ۱۳۸لا - ۱۸۴

یہان ۴۶ باقی کی ہر رقم کا جز ضربی ہے اوسے خارج کرکے باقی کو مقسوم علیہ بناؤ تو

لا^{۲} - ۳ لا - ۴) لا^{۳} - ۸ لا^{۲} + ۱۱ لا + ۲۰ (لا - ۵
لا^{۳} - ۳ لا^{۲} - ۴ لا
- ۵ لا^{۲} + ۱۵ لا + ۲۰
- ۵ لا^{۲} + ۱۵ لا + ۲۰

لا^{۲} - ۳ لا - ۴ معا مطلوبہ ہے

(۱۱۲) فرض کرو کہ فقط دیکھنے ہی سے یہہ معلوم ہوجاے کہ اصل جملون مین جز ضربی مشترک ف ہے، اور فرضکرو کہ ا = ط ف اور ب = ص ف اور بموجب دفعہ ۱۰۹ کے ف جز ضربی معا کا ہوگا تو ط اور ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اوسکو ف مین ضرب دے لو تو حاصل ضرب معا ا اور ب کا ہوگا

(۱۱۳) دو سے زیادہ جملون کے مقسوم علیہ اعظم نکالنے کا قاعدہ بیان ہوتا ہے، فرضکرو دو سے زیادہ مثلاً تین جملون ط و ص و س کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنا ہے اُنمین سے کسی دو مثلاً ط و ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اوسکو د سے تعبیر کرو تو مقسوم علیہ اعظم د اور س کا مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہوگا اسواسطے کہ بموجب دفعہ (۱۰۸) کے وفق مشترک د و س کا وفق مشترک ط و ص و س کا ہے اور بموجب دفعہ ۱۰۹ کے ہر وفق مشترک ط و ص و س کا وفق مشترک د اور س کا ہے اسواسطے مقسوم علیہ اعظم د اور س کا مقسوم علیہ اعظم ط و ص و س کا ہوا

(۱۱۴) اور اسیطرح سے چار جملون کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرسکتے ہین اور یہہ ایک اور طرح سے بہی دریافت ہوجایگا کہ اول مقسوم علیہ اعظم دو جملون کا دریافت کرین اور پہر باقی دو جملون کا اور اسیطرح جو دو مقسوم علیہ اعظم دریافت ہون اونکا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرین تو یہہ مقسوم علیہ اعظم اون چارون جملون کا مقسوم علیہ اعظم ہوگا

امثلہ نمبری ۱۲

امثلہ مفصلہ ذیل کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) ۱۵لا^{4} و ۱۸ لا^{2} (۲) ۱۴ ا^{2} ب^{3} و ۲۰ ا^{3} ب

(۳) ۳۶لا^{4} ی^{5} ی^{2} و ۴۸لا^{6} ی^{5} ی^{4} (۴) ۳۵ ا^{2} ب^{3} لا^{4} ی^{3} و ۴۹ ا^{4} ب^{2} لا^{2} ی^{3}

(۵) ۴(لا+۱)^{2} و ۶(لا^{2}−۱) (۶) ۶(لا+۱)^{3} و ۹(لا^{2}−۱)

(۷) ۱۲(ا^{2}+ب^{2})^{2} و ۸(ا^{4}−ب^{4}) (۸) لا^{6} − ی^{6} و لا^{4} − ی^{4}

(۹) لا^{2} + ۸لا + ۱۵ و لا^{2} + ۹لا + ۲۰

(۱۰) لا^{2} − ۹لا + ۱۴ و لا^{2} − ۱۱لا + ۲۸

(۱۱) لا^{2} + ۲لا − ۱۲۰ و لا^{2} − ۲لا − ۸۰

(۱۲) لا^{2} − ۱۵لا + ۳۶ و لا^{2} − ۹لا − ۳۶

(۱۳) لا^{3} + ۶لا^{2} + ۱۳لا + ۱۲ و لا^{3} + ۷لا^{2} + ۱۶لا + ۱۶

(۱۴) لا^{3} − ۹لا^{2} + ۲۳لا − ۱۲ و لا^{3} − ۱۰لا^{2} + ۲۸لا − ۱۵

(۱۵) لا^{3} − ۲۹لا + ۴۲ و لا^{3} + لا^{2} − ۳۵لا + ۴۹

(۱۶) لا^{3} − ۱۹لا − ۳۰ و لا^{3} − ۱۱لا^{2} + ۲۵لا + ۲۵

(۱۷) لا^{3} + ۷لا^{2} + ۱۷لا + ۱۵ و لا^{3} + ۸لا^{2} + ۱۹لا + ۱۲

(۱۸) لا^{3} − ۱۰لا^{2} + ۲۶لا − ۸ و لا^{3} − ۹لا^{2} + ۲۳لا − ۱۲

(۱۹) ۴(لا^{2}−لا+۱) و ۳(لا^{4} + لا^{2}+۱)

(۲۰) ۵(لا^{2}−لا+۱) و ۴(لا^{6}−۱)

(۲۱) ۶لا^{2}+لا−۲ و ۹لا^{3} + ۴۸لا^{2} + ۵۲لا + ۱۶

(۲۲) لا^{3} − ۴لا^{2} + ۲لا + ۳ و ۲لا^{3} − ۹لا^{2} + ۱۲لا − ۷

(۲۳) لا^{4} + لا^{2} − ۶ و لا^{4} − ۳لا^{2} + ۲

(۲۴) لا^{3} − ۲لا^{2} + ۳لا − ۶ و لا^{4} − لا^{3} − لا^{2} − ۲لا

(۲۵) لا^{4} − ۱ و ۳لا^{5} + ۲لا^{4} + ۴لا^{3} + ۲لا^{2} + لا

(۲۶) لا^۴ - ۹ لا^۲ - ۳۰ لا - ۲۵ و لا^۵ + لا^۴ - ۷ لا^۲ + ۵ لا

(۲۷) ۳۵ لا^۳ + ۴۷ لا^۲ + ۱۳ لا + ۱ و ۴۲ لا^۴ + ۴۱ لا^۳ - ۹ لا^۲ - ۹ لا - ۱

(۲۸) لا^۶ - ۳ لا^۵ + ۴ لا^۴ - ۷ لا^۳ + ۶ لا^۲ - ۳ لا + ۱ و لا^۶ - لا^۵ + ۲ لا^۴ - لا^۳ + ۲ لا^۲ - لا + ۱

(۲۹) ۲ لا^۴ - ۶ لا^۳ + لا^۲ - ۳ لا + ۱ و لا^۶ - ۳ لا^۴ + لا^۵ - ۴ لا^۲ + ۱۲ لا - ۴

(۳۰) لا^۸ - ۱ و لا^۹ + لا^۸ + ۲ لا^۷ + ۲ لا^۴ + ۲ لا^۳ + لا^۲ + لا + ۱

(۳۱) لا^۲ - ۳ لا - ۷۰ و لا^۳ - ۳۹ لا + ۷۰ و لا^۳ - ۴۸ لا + ۷

(۳۲) لا^۲ - لا ر - ۱۲ ر^۲ و لا^۲ + ۵ لا ر + ۶ ر^۲

(۳۳) ۲ لا^۲ + ۳ لا ر + ر^۲ و ۳ لا^۲ + ۲ لا ر - ر^۲

(۳۴) لا^۳ - ۳ ر^۲ لا - ۲ ر^۳ و لا^۳ - لا ر^۲ - ۴ ر^۳

(۳۵) ۳ لا^۳ - ۳ لا^۲ ر + لا ر^۲ - ر^۳ و ۴ لا^۲ ر - ۵ لا ر^۲ + ر^۳

تیرہوان باب ذو ضعاف اقل کے بیان مین

(۱۱۵) حساب مین جب ایک صحیح عدد دوسرے صحیح عدد پر پورا تقسیم ہوتا ہی تو پہلے عدد کو ذو ضعاف دوسرے عدد کا کہتے ہین اور جب ایک عدد صحیح دو یا زیادہ اعداد صحیح پر تقسیم ہوجاتا ہے تو اوسکو ذو ضعاف مشترک اون اعداد کا کہتے ہین

(۱۱۶) علم حساب مین اقل ذو ضعاف مشترک دو یا زیادہ اعداد کا وہ عدد چھوٹے سے چھوٹا کہلاتا ہے جو اون سب عددون پر پورا پورا تقسیم ہوتا ہے اس اصطلاح اقل ذو ضعاف مشترک کا جبر مقابلہ مین بھی استعمال ہوتا ہی مگر لفظ اقل جبر مقابلہ مین غیر مناسب معلوم ہوتا ہے وجہ اسکی یہی ہے جو دفعہ ۹۶ مین مذکور ہوئی الفاظ اقل ذو ضعاف مشترک کی جگہہ فقط ذو ضعاف اقل اور اوسکی جگہہ حروف ضیق اختصاراً لکہا کرینگے اب یہہ بیان کرتے ہین کہ اس اصطلاح کے معنی جبر مقابلہ مین کیا ہین

(۱۱۷) اکثر اصطلاح سے بیان کیا کرتے ہین کہ ذو ضعاف اقل دو یا زیادہ مقدارون کا وہ کم سے کم

جملہ ہے جو اون پر پورا پورا تقسیم ہو جاوے مگر یہہ معنی طالب علم کے سمجھہ مین تمام و کمال نہین آئیگی جب تک ہم قاعدہ اور مثال ذو اضعاف اقل مفرد جملونکی نہ لکھین

قاعدہ مفرد جملون کی ذو اضعاف اقل نکالنے کا یہہ ہے کہ جو امثال عددی جملون مین ہون اونکو سی عدد ذو اضعاف اقل موافق قاعدہ حساب کے نکال کر لکھو اور اوس عدد کے آگے جسقدر حروف جملون مین ہون اونکو لکھو اور ہر حرف پر قوت نما جو جملون مین بڑی سی بڑی ہو لکھدو تو ذو اضعاف اقل حاصل ہو جایگا

(۱۱۸) مثلاً ذو اضعاف اقل ۱۶ اٰ ب ح و ۲۰ اٰ بٰ د کا دریافت کرنا ہے اب یہان امثال عددی ۱۶ و ۲۰ ہین جنکا ذو اضعاف اقل ۸۰ ہے اور حروف جو جملون مین آتے ہین وہ ا اور ب اور ح اور د ہین اور اونکے بڑے سے بڑی قوت نما بالترتیب ۴ و ۳ و ا و ا ہین پس اسطرح سے ۸۰ اٰ بٰ ح د ذو اضعاف اقل حاصل ہوا

دریافت کرو ضیق ۸ اٰ بٰ حٰ لٰ رٰ اور ۱۲ اٰ ب ح لٰ ی و ۱۶ اٰ حٰ لٰ یٰ اب یہان ضیق امثال عددی کا ۴۸ ہے اور حروف جو جملونمین آتے ہین وہ ا اور ب اور ح اور ل اور ر اور ی ہین اور بالترتیب ہر کے سے بڑی قوت نما ۴ و ۳ و ۳ و ۵ و ۴ و ۳ ہین پس ضیق مطلوبہ ۴۸ اٰ بٰ حٰ لٰ رٰ یٰ ہوا

(۱۱۹) ذو اضعاف اقل سے جبر مقابلہ مین یہہ مراد ہوتی ہے کہ وہ ایسا جملہ ہو کہ جسکو سب جملے جنکا وہ ذو اضعاف اقل ہے پورا پورا تقسیم کردین اور خارج قسمت ایسے حاصل ہون کہ اونکا کوئی وفق مشترک نہو مثلاً دفعہ ۱۱۸ کے پہلی مثال مین ذو اضعاف اقل کو جملون پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۵ بٰ د اور ۴ اح ہونگے جو کوئی وفق مشترک نہین رکھتے اور ایسے ہی دوسری مین ضیق کو جملون پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۶ اٰ ح رٰ یٰ و ۴ بٰ لٰ رٰ یٰ و ۳ اٰ بٰ لٰ رٰ ی ہین اور ان سب خارج قسمتون کا کوئی وفق مشترک نہین ہے پس یہہ بات جب ہی ہوگی کہ ذو اضعاف مشترک اقل ہو پس یہان تشریح اقل کے معنی ہوگئے

(۱۲۰) مضمون دفعہ بالا کو دلمین رکھین اور قوانین اجزاء ضربی کی استعانت لین تو اکثر صورتون مین طالب علم مرکب جملون کا بھی ذو اضعاف اقل نکال لیگا مثلاً ضیق ۴ا^2 (ا+ب)^2 و ۶ا ب (ا^2 - ب^2) کا دریافت کرنا ہے اب ذو اضعاف اقل ۴ا^2 و ۶ا ب کا ۱۲ا^2 ب ہے اور (ا+ب)^2 و (ا^2 - ب^2) مین جزضربی ا+ب مشترک ہے تو (ا+ب) (ا+ب) (ا-ب) ذو اضعاف (ا+ب)^2 و (ا^2 - ب^2) کا ہوا اور جب اسکو (ا+ب)^2 و ا^2 - ب^2 پر تقسیم کرتے ہین تو خارج قسمت ا - ب اور ا + ب حاصل ہوتے ہین جنمین کا کوئی وفق مشترک نہین ہے تو ۱۲ا^2 ب (ا+ب)^2 (ا-ب) ضیق مطلوبہ ہے

(۱۲۱) دو یا زیادہ مرکب جملون کے ذو اضعاف اقل کی تعریف یہہ ہے کہ اونمین فرض کرو ایک حرف کی قوتین مشترک ہین تو وہ جملہ جسمین اس حرف کی قوت کم از کم درجہ کی ہو اور ان سب جملون پر پورا پورا تقسیم ہوجائے تو ذو اضعاف اقل اون جملون کا کہلاتا ہے

(۱۲۲) اب مرکب جملون کے ذو اضعاف اقل نکالنے کی ترکیب بیان کرتے ہین قاعدہ کا ثبوت بخوبی سمجھنا بالفعل طالب علم کی استعداد سے پرے ہی فرضکرو کہ ا اور ب دو جملے ہین اور د اونکا مقسوم علیہ اعظم ہے اور فرض کرو ا = ط د اور ب = ص د تو بموجب خاصیت مقسوم علیہ اعظم کے ط و ص کا کوئی وفق مشترک نہین ہے اسواسطے اونکا ذو اضعاف اقل ط ص ہوگا اور اسواسطے ادنی درجہ کا جملہ جو ط د و ص د پر تقسیم ہووے ط ص د ہے اور ط ص د = ا ص = ب ط = $\frac{\text{اب}}{\text{د}}$ پس اسسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ جملون کی حاصلضرب کو اونکے مقسوم علیہ اعظم پر تقسیم کرو تو ذو اضعاف اقل حاصل ہوگا یا اسطرح بیان کرو کہ جملون کے مقسوم علیہ اعظم پر ایک جملہ کو تقسیم کرو اور جو خارج قسمت نکلے اوسکو دوسرے جملہ مین ضرب دو حاصلضرب ذو اضعاف اقل ہوگا

(۱۲۳) مثلاً لا^2 - ۴لا + ۳ و ۴لا^3 - ۹لا^2 - ۱۵لا + ۱۸ کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو معا اونکا لا - ۳ ہے بموجب دفعہ ۱۰۵ اسکے تقسیم کرو لا^2 - ۴لا + ۳ کو لا - ۳ پر تو خارج قسمت

لا-۱ ہوا اسواسطی ذو اضعاف اقل (لا-۱) (۴ لا۲ - ۹ لا - ۱۵ الا + ۱۸) ہوا اور جب انکو ضرب دین تو حاصل ضرب ۴ لا۴ - ۱۳ الا۳ - ۶ لا۲ + ۳۳ لا - ۱۸ ہوا

اسمین اکثر آسانی ہوتی ہے کہ ذو اضعاف اقل کو اجزا ضربی مین لکھتے ہین ضرب کا عمل کر کے نہین لکھتے مثلاً لا-۳ مقسوم علیہ اعظم ہی تو ضرور وہ جملہ ۴ لا۳ - ۹ لا۲ - ۱۵ الا + ۱۸ کو تقسیم کریگا اور تقسیم سے جو خارج قسمت حاصل ہوگا اوسکو اسطرح سے لکھو کہ

(لا-۳) (لا-۱) (۴ لا۲ - ۳ لا - ۶) یہہ ذو اضعاف اقل ہے

دوسری مثال فرض کرو کہ ذو اضعاف اقل ہمکو ۲ لا۲ - ۷ لا + ۵ اور ۳ لا۲ - ۷ لا + ۴ کا دریافت کرنا ہے بموجب دفعہ ۱۱۱ کے معا لا - ۱ ہے اور

(۲ لا۲ - ۷ لا + ۵) ÷ (لا-۱) = ۲ لا - ۵

اور (۳ لا۲ - ۷ لا + ۴) ÷ (لا-۱) = ۳ لا - ۴

پس ذو اضعاف اقل (لا-۱) (۲ لا - ۵) (۳ لا - ۴) ہوا

اب ضیق ۲ لا۴ - ۷ لا۳ - ۴ لا۲ + لا - ۴ اور ۳ لا۴ - ۱۱ لا۳ - ۲ لا۲ - ۴ لا - ۱۶ کا دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۱۱ کے معا لا۲ - ۳ لا - ۴ ہے اور نیز

(۲ لا۴ - ۷ لا۳ - ۴ لا۲ + لا - ۴) ÷ (لا۲ - ۳ لا - ۴) = ۲ لا۲ - لا + ۱ اور

(۳ لا۴ - ۱۱ لا۳ - ۲ لا۲ - ۴ لا - ۱۶) ÷ (لا۲ - ۳ لا - ۴) = ۳ لا۲ - ۲ لا + ۴

پس ذو اضعاف اقل (لا۲ - ۳ لا - ۴) (۲ لا۲ - لا + ۱) (۳ لا۲ - ۲ لا + ۴)

(۱۲۴) ظاہر ہے کہ دو یا زیادہ جملون کے ذو اضعاف مشترک کا ذو اضعاف اون جملون کا ذو اضعاف مشترک ہوگا

(۱۲۵) دو یا زیادہ جملون کا ذو اضعاف مشترک اونکی ذو اضعاف اقل کا ذو اضعاف ہوتا ہے

مثلاً فرض کرو کہ ا اور ب دو جملہ ہین اور م اونکا ذو اضعاف اقل ہی اور ن کوئی اور ذو اضعاف مشترک ہے اگر ممکن ہو تو ن کو م پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ ر باقی رہتی ہی اور ق خارج قسمت

نکلتا ہے تو ر = ن - ق م اور ب اور ن کو ا اور ب پورا تقسیم کرتے ہین تو بموجب
دفعہ ۱۰۶ کے وہ ر کو بہی پورا تقسیم کرتے ہین لیکن بموجب خاصیت تقسیم باقی رکم
درجون کا جملہ بہ نسبت م کے ہونا چاہیئے تو اسے ثابت ہوا کہ ذو اضعاف مشترک
ا و ب کا بہ نسبت ذو اضعاف اقل کے کم درجہ کا ہے اور ذو اضعاف اقل سے کم درجہ کا
ذو اضعاف مشترک ہونا ناممکن ہے اسے معلوم ہوا کہ باقی ر کا رہنا ناممکن ہے یعنی
ن ذو اضعاف م کا ہے

(۱۲۶) فرض کرو کہ ذو اضعاف اقل تین جملون ا اور ب اور س کا دریافت کرنا ہے تو ذو اضعاف
اقل اونمین سے کسی دو مثلاً ا و ب کا دریافت کرو اور فرض کرو کہ وہ م سے تعبیر ہوتا ہے، تو م
اور س کا ذو اضعاف اقل ا و ب و س کا ذو اضعاف اقل مطلوبہ ہوگا اسواسطے کہ ذو اضعاف
مشترک م و س بموجب دفعہ ۱۲۴ کے ذو اضعاف مشترک ا اور ب اور س کا ہے
اور ہر ایک ذو اضعاف مشترک ا اور ب کا بموجب دفعہ ۱۲۵ کے ذو اضعاف م کا ہے
پس ہر ایک ذو اضعاف مشترک م و س کا ذو اضعاف مشترک ا اور ب اور س کا ہوا
اسواسطے ذو اضعاف اقل م و س کا ذو اضعاف اقل ا اور ب اور س کا ہے

(۱۲۷) اسیطرح سے چار جملون کا ذو اضعاف اقل دریافت ہو سکتا ہے

(۱۲۸) مقسوم علیہ اعظم اور ذو اضعاف اقل کے قاعدے جو ثابت کئے ہوئے ہین اگر مبتدی
اونکو نہ سمجھ سکے تو بالفعل چھوڑ دے جب مساوات پر نوبت پہنچے جب سمجھے بالفعل اونکی کچھ
ضرورت بہی نہین پڑیگی مگر مثالین جو ان بابون مین لکھی ہین وہ ضرور حل کرلے بغیر اونکے
جبر مقابلہ کا آگے چلنا مشکل ہے وہ اعمال مین بہت جگہہ کام آتے ہین

امثلہ نمبری ۱۳

جملہا ء مفصلہ ذیل کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو

(۱) $۲۴ ا^۲ ب و ۶ ا ب^۲$ (۲) $۱۲ ا^۳ ب^۲ ح و ۱۸ ا ب^۲ ح^۳$

(۳) ۸ ا^۳ لا^۲ و ۱۲ ب^۲ لا^۲ (۴) (ا - ب)^۲ اور ا^۲ - ب^۲

(۵) ۴ ا (ا + ب) اور ۶ ب (ا^۲ + ب^۲) (۶) ا^۲ - ب^۲ و ا^۳ - ب^۳

(۷) لا^۲ - ۳ لا - ۴ و لا^۲ - لا - ۱۲ (۸) لا^۳ + ۵ لا^۲ + ۷ لا + ۲ و لا^۲ + ۶ لا + ۸

(۹) ۱۲ لا^۲ + ۵ لا - ۳ و ۶ لا^۳ + لا^۲ - لا (۱۰) لا^۳ - ۶ لا^۲ + ۱۱ لا - ۶ و لا^۳ - ۹ لا^۲ + ۲۶ لا - ۲۴

(۱۱) لا^۳ - ۷ لا - ۶ و لا^۳ + ۸ لا^۲ + ۱۷ لا + ۱۰ (۱۲) لا^۴ + لا^۳ + ۲ لا^۲ + لا + ۱ و لا^۴ - ۱

(۱۳) لا^۴ - ۲ لا^۳ - ۳ لا^۲ + ۸ لا - ۴ و لا^۴ - ۵ لا^۳ + ۲۰ لا - ۱۶

(۱۴) لا^۴ + ا^۲ لا^۲ + ا^۴ و لا^۴ - ا لا^۳ - ا^۳ لا + ا^۴ (۱۵) ۴ ا^۲ ب^۲ ج و ۶ ا ب^۲ ج^۲ و ۱۸ ا^۲ ب ج^۲

(۱۶) ۸ (ا^۲ - ب^۲) و ۱۲ (ا + ب)^۲ و ۲۰ (ا - ب)^۲

(۱۷) ۴ (ا + ب) و ۶ (ا^۲ - ب^۲) و ۱۰ (ا^۳ + ب^۳)

(۱۸) ۱۵ (ا^۲ ب - ا ب^۲) و ۲۱ (ا^۳ - ا ب^۲) و ۳۵ (ا ب^۲ + ب^۳)

(۱۹) لا^۲ - ۱ و لا^۳ + ۱ و لا^۳ - ۱

(۲۰) لا^۲ - ۱ و لا^۲ + ۱ و لا^۴ - ۱

(۲۱) لا^۲ - ۱ و لا^۳ + ۱ و لا^۳ - ۱ و لا^۶ + ۱

(۲۲) لا^۲ + ۳ لا + ۲ و لا^۲ + ۴ لا + ۳ و لا^۲ + ۵ لا + ۶

(۲۳) لا^۲ + ۲ لا - ۳ و لا^۳ + ۳ لا^۲ - لا - ۳ و لا^۳ + ۴ لا^۲ + لا - ۶

(۲۴) لا^۲ + ۵ لا + ۱۰ و لا^۳ - ۱۹ لا - ۳۰ و لا^۳ - ۱۵ لا - ۵۰

چودہوان باب کسور کی بیان مین

(۱۲۹) اس باب مین اور آگے کے چار بابون مین کسور ہی کا ذکر ہوگا اونکو پڑہ کر طالب علم کو دریافت ہوجائیگا کہ کسور کے لئے جبر مقابلہ مین بہی وہی قاعدے اور ثبوت قاعدون کے ہین جو علم حساب مین کسور کے اوسنے سمجھے تہے

(۱۳۰) جملہ $\frac{ا}{ب}$ یہہ بتلاتا ہے کہ واحد ب برابر حصون مین تقسیم کیا گیا ہے اور اون حصون مین سے [illegible]

ا حصہ لئی گئی ہین اسی لئے $\frac{ا}{ب}$ کو کسر کہتے ہین اور ا کو شمار کنندہ اور ب کو نسب نما پس
نسب نما سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ واحد کتنے برابر حصون مین تقسیم کیا گیا ہی اور شمار کنندہ
سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ اونمین سے کتنے حصے لئے گئے ہین

ہر صحیح اور صحیح جملہ ایک کسر ہے جسکا نسب نما واحد ہو تعبیر ہو سکتا ہے مثلاً

$$ا = \frac{ا}{۱} \quad و \quad ب + ح = \frac{ب + ح}{۱}$$

(۱۳۱) حساب کی طرح جبر مقابلہ مین بہی کسر کو مقدار مختلط کی صورت مین لکھا کرتے ہین اور
اوسکا قاعدہ یہہ ہے کہ شمار کنندہ کو نسب نما پر حتی الامکان تقسیم کرو اور خارج قسمت کے
ساتھہ ایک کسر جسکا شمار کنندہ باقی ہو اور نسب نما مقسوم علیہ ہو شامل کرو مثالین

$$\frac{۲۷}{۲} = ۱۳ + \frac{۱}{۲} \quad و \quad \frac{ا^۲ + ۳ا ب}{ا + ب} = ا + \frac{۲ا ب}{ا + ب}$$

اور $\frac{لا^۳ - ۶لا + ۱۴}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = لا + ۳ + \frac{-لا + ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$ یعنی $لا + ۳ - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$

طالب علم کو آخر مثال کے ہر جزو پر توجہ خاص چاہئے وہ ایک مثال خطوط وحدانی کی ہے
یعنی $+(-لا + ۲) = -(لا - ۲)$

(۱۳۲) کسر کو ایک صحیح مین ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ صحیح کو کیا تو شمار کنندہ مین ضرب دے لو
یا نسب نما پر تقسیم کرو مثلاً فرض کرو کہ $\frac{ا}{ب}$ ایک کسر کو تعبیر کرتا ہو اور ح ایک صحیح ہو
تو $\frac{ا}{ب} \times ح = \frac{اح}{ب}$ اسواسطے دونون کسرون $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{اح}{ب}$ مین واحد ب برابر حصون مین
تقسیم ہوا ہے اور $\frac{اح}{ب}$ مین بہ نسبت $\frac{ا}{ب}$ کے ح گنے حصہ لئے گئے ہین
اسلئے $\frac{اح}{ب}$ کا ح گنا ہونا $\frac{ا}{ب}$ سے ثابت ہوا

پس قاعدہ کی صورت اول ثابت ہوئی فرض کرو $\frac{ا}{ب ح}$ ایک کسر کو تعبیر کرتی ہے اور ح
ایک صحیح ہے تو $\frac{ا}{ب ح} \times ح = \frac{ا}{ب}$ اسواسطے کہ ہر کسر $\frac{ا}{ب ح}$ و $\frac{ا}{ب}$ مین تعداد حصونکی
جو لئے گئے ہین ایک ہی ہے اور ہر یک حصہ $\frac{ا}{ب}$ مین ح گنا ہر ایک حصہ $\frac{ا}{ب ح}$ سے ہے
اسلئے کہ واحد $\frac{ا}{ب ح}$ مین بہ نسبت $\frac{ا}{ب}$ کے ح گنے حصون مین زیادہ تقسیم ہوا ہے پس اسکے

ثابت ہوا کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب ح}}$ کا ح گنا $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ ہے

اسسے دوسری صورت قاعدہ کی ثابت ہوئی

(۱۳۳) کسر کو صحیح پر تقسیم کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ کیا تو نسب نما کو اوس صحیح مین ضرب دے لو یا شمار کنندہ کو اوسپر تقسیم کر لو فرض کرو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کسر کو تعبیر کرتا ہے اور ح کوئی صحیح عدد ہے تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \div \text{ح} = \frac{\text{ا}}{\text{ب ح}}$ اسواسطی کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ بموجب دفعہ ۱۳۲ کے ح گنا $\frac{\text{ا}}{\text{ح ب}}$ سے ہے اور اسواسطے $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کا $\frac{۱}{\text{ح}}$ وان حصہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب ح}}$ ہے

پس صورت اول قاعدہ کی ثابت ہوئی

فرض کرو کہ $\frac{\text{ا ح}}{\text{ب}}$ ایک کسر کو تعبیر کرتا ہے اور ح کسی صحیح کو تو $\frac{\text{ا ح}}{\text{ب}} \div \text{ح} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اسواسطی کہ $\frac{\text{ا ح}}{\text{ب}}$ بموجب دفعہ ۱۳۲ کے ح گنا $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ سے اور اس وجہ سے $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ یعنی $\frac{۱}{\text{ح}}$ وان حصہ $\frac{\text{ا ح}}{\text{ب}}$ کا ہے

اسی قاعدہ کی دوسری صورت ثابت ہوئی

(۱۳۴) اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد مین ضرب دین تو کسر کی قدر نہین بدلیگی سو اسطی کہ جب کسی کسر کے شمار کنندہ کو کسی صحیح مین ضرب دیجئے تو کسر کی ضرب صحیح مین ہوگی اور جب نسب نما کو صحیح مین ضرب دیجئے تو تقسیم اوس صحیح پر ہوگی پس کسر کی شمار کنندہ اور نسب نما کو صحیح عدد مین ضرب دینے کے معنی یہہ ہوئے کہ ایک عدد کو ایک عدد مین ضرب دو اور اسی عدد پر تقسیم کرو تو بدیہی بات ہے کہ ایسی صورت مین کچھہ تبدیلی عدد مین نہین ہوتی اسلئے کسر مین بھی نہین تبدیلی ہوتی اور اس نتیجہ کو اسطرح سے بھی بیان کرسکتے ہین کہ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی صحیح عدد پر تقسیم کرین تو کسر کی قدر نہین بدلنے کی یہہ دونو باتین جو اوپر عبارت مین بیان ہوئی ہین اونکا خلاصہ جبر مقابلہ مین اسطرح سے ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ا ح}}{\text{ب ح}}$

یہہ ایک نتیجہ عظیم ہے کسور کے عمل اوسپر موقوف ہین آگے کے بابون مین دیکھو گے

(۱۳۵) جب ہر حرف ایک مثبت صحیح عدد کو تعبیر کرتا ہو تو اُس صورت مین جو ثبوت اسباب مین لکھے گئے ہین وہ یقینی ہین مگر جب ہر حرف ایک مثبت صحیح عدد تعبیر نکرتا ہو تو ثبوت فرضی ہین اور ان اثبات فرضی کی کیفیت بڑے جبر و مقابلہ مین لکھی ہوئی ہے ۔

نتیجہ عظیم جو دفعہ ۱۳۴ مین مذکور ہوا ہے اُسکو طالبعلم مان لین کہ وہ جبر مقابلہ مین ہر طرح سے درست اور صحیح ہے یعنی $\frac{ا}{ب} = \frac{اح}{بح}$ خواہ ا و ب و ح کچھہ ہی ہون مثلاً اگر ہم ح کی جگہہ -۱ لکھین تو $\frac{ا}{ب} = \frac{-ا}{-ب}$ اور ایسے ہی

$\frac{-ا}{ب} = \frac{ا}{-ب}$ اور $+\frac{-ا}{-ب} = \frac{ا}{ب} = -\frac{-ا}{ب}$ اور $-\frac{-ا}{ب} = -\frac{ا}{-ب} = \frac{ا}{ب}$

اور اسیطرح فرض کرنے سے کہ $\frac{ا}{ب} \times ح$ ہمیشہ مساوی $\frac{اح}{ب}$ کے ہے نتائج ذیل نکلتے ہین کہ

$\frac{ا}{ب} \times -1 = \frac{ا}{-ب} = \frac{-ا}{ب}$ و $\frac{ا}{ب} \times -2 = \frac{-2ا}{ب} = -\frac{2ا}{ب}$

امثلہ نمبری ۱۴

کسور مفصلۂ ذیل کو مقادیر مختلفہ مین تعبیر کرو ٭

(۱) $\frac{25لا}{7}$ (۲) $\frac{36اح + 4ح}{9}$ (۳) $\frac{8ا^2 + 3ب}{4ا}$ (۴) $\frac{12لا^2 - 5ا}{6لا}$

(۵) $\frac{لا^2 + 3لا + 2}{لا + 3}$ (۶) $\frac{2لا^2 - 6لا - 1}{لا - 3}$ (۷) $\frac{لا^3 + الا^2 - 3ا^2لا - 3ا^3}{لا - 2ا}$

(۸) $\frac{لا^2 - 2لا}{لا^2 - لا + 1}$ (۹) $\frac{لا^2 + 1}{لا - 1}$ (۱۰) $\frac{لا^3 - 1}{لا + 1}$

(۱۱) ضرب دو $\frac{4ا^2}{9ب^2}$ کو ۳ ب مین (۱۲) $\frac{8(ا^2 + ب^2)}{9(ا^2 - ب^2)}$ کو ۳ (ا - ب) مین

(۱۳) $\frac{3(ا^3 - ب^3)}{8(ا^2 + ب^2)}$ کو ۴ $(ا^2 - اب + ب^2)$ (۱۴) $\frac{لا^4}{(لا^2 - 1)^2}$ کو لا + ۱ مین

تقسیم کرو ٭

(۱۵) $\frac{8لا^2}{3ا}$ کو ۲ لا پر (۱۶) $\frac{9ا^2 - 4ب^2}{ا + ب}$ کو ۳ ا - ۲ ب پر

(۱۷) $\frac{10(ا^3 - ب^3)}{3(ا + ب)}$ کو ۵ $(ا^2 + اب + ب^2)$ پر

(۱۸) $\frac{لا^6 - 1}{لا^2 + 1}$ کو $لا^2 - لا + 1$ پر

پندرہوان باب تحویل کسور مین

(۱۳۶) کسر کی ایک تحویل تو یہ ہے کہ اُسکی رقمین ادنیٰ درجہ کی یعنی اقل الفواظ ہو جائین - دوم یہ ہے کہ کسور کو ایسی کسرونکی طرف تحویل کرین کہ اُن سب کا نسب نما متحد یعنی یکسان ہو جائے ان دونون باتونکے لئے دفعہ (۱۳۴) کا نتیجہ بڑے کام آتا ہے ۞

(۱۳۷) کسر کی ادنیٰ درجہ کی رقمونکی طرف تحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما کو اُنکے مقسوم علیہ اعظم پر تقسیم کرو مثلاً تحویل کرو $\frac{\text{۱۶ ا}^{\text{۲}}\text{ ب}^{\text{۳}}\text{ ج}}{\text{۲۰ ا}^{\text{۲}}\text{ ب}^{\text{۴}}\text{ د}}$ کو ادنیٰ درجہ کی طرف مقسوم علیہ اعظم نسب نما اور شمار کنندہ کا ۴ ا² ب³ ہے اسپر اُن دونونکو تقسیم کرو تو $\frac{\text{۴ ا ج}}{\text{۵ ب د}}$ حاصل ہوئے پس $\frac{\text{۴ ا ج}}{\text{۵ ب د}}$ برابر ہے $\frac{\text{۱۶ ا}^{\text{۲}}\text{ ب}^{\text{۳}}\text{ ج}}{\text{۲۰ ا}^{\text{۲}}\text{ ب}^{\text{۴}}\text{ د}}$ کے یہ اُسکی صورت نہایت مختصر ہے اور اسیکو کہتے ہین کہ کسر کی تحویل ادنیٰ درجہ کی طرف کی گئی ہے اور اس سے زیادہ ادنیٰ درجہ کی قیمون کی طرف تحویل نہین ہو سکتی ہے اسلئے کہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے نسب نما اور شمار کنندہ زیادہ ادنیٰ درجہ کا نہین ہو سکتا اور

$\frac{\text{لا}^{\text{۲}}-\text{۴لا}+\text{۳}}{\text{۴لا}^{\text{۳}}-\text{۹لا}^{\text{۲}}-\text{۱۵لا}+\text{۱۸}}$ کو ایسی کسر کی طرف تحویل کرو کہ اُسکی رقمین ادنی درجہ کی ہون شمار کنندہ اور نسب نما کا مقسوم علیہ اعظم لا − ۳ ہے پس شمار کنندہ و نسب نما دونون کو لا − ۳ پر تقسیم کرو تو نتیجہ مطلوبہ یہ حاصل ہوگا کہ $\frac{\text{لا}-\text{۱}}{\text{۴لا}^{\text{۲}}+\text{۳لا}-\text{۶}}$

بعض مثالونمین بغیر مقسوم علیہ اعظم نکالنے کے معلوم ہو جایا کرتا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما مین جزو ضربی مشترک ہے مثلاً $\frac{(\text{ا}-\text{ب})^{\text{۲}}-\text{ج}^{\text{۲}}}{\text{ا}^{\text{۲}}-(\text{ب}+\text{ج})^{\text{۲}}} = \frac{(\text{ا}-\text{ب}+\text{ج})(\text{ا}-\text{ب}-\text{ج})}{(\text{ا}+\text{ب}+\text{ج})(\text{ا}-\text{ب}-\text{ج})} =$ $\frac{\text{ا}-\text{ب}+\text{ج}}{\text{ا}+\text{ب}+\text{ج}}$ پس مشترک جزو ضربی کے ساقط کرنیسے مطلب حاصل ہو جاتا ہے ۞

(۱۳۸) کسور کو یکسان نسب نما کی کسرونکی طرف تحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ ہر شمار کنندہ کو سوا اپنے نسب نما کے سب نسب نمایون مین ضرب دیکر شمار کنندے بناؤ اور سب نسب نمایون کو باہم ضرب دیکر اُن شمار کنندونکا نسب نما بناؤ مثلاً $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ و $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ و $\frac{\text{ر}}{\text{س}}$ کا نسب نما متحد کرو تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ا د س}}{\text{ب د س}}$ اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ج ب س}}{\text{ب د س}}$ و $\frac{\text{ر}}{\text{س}} = \frac{\text{ر ب د}}{\text{ب د س}}$ پس کسور $\frac{\text{ا د س}}{\text{ب د س}}$ اور

$\frac{ح ب س}{ب د س}$ ، $\frac{د ب}{د ب س}$ ایسے کسور ہیں جنکا نسب نما متحد ہے اور قیمتیں اونکی برابر ہیں $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{ج}{د}$ و $\frac{س}{س}$ کے قاعدہ جو اوپر مذکور ہوا اوسی کسور کا نسب نما متحد ہوجاویگا لیکن نسب نما متحد اقل القواء نہیں ہوگا اسلئے اکثر تسہیل کے لئے ایک قاعدہ لکھا جاتا ہے کہ جسسے کسور کی تحویل ایسی کسور کیطرف ہوجاتی ہے کہ اوسکا متحد نسب نما اقل القواء ہوجاتا ہے

(۱۳۹) وہ قاعدہ یہہ ہے کہ ذو اضعاف اقل سب نسب نما یوں کا دریافت کرو اور اسکو متحد نسب نما بناؤ اور کے شمار کنندہ کو اوس خارج قسمت میں کہ اوسکے نسب نما پر ذو اضعاف اقل کو تقسیم کرنیسے پیدا ہو ضرب دو اور حاصل ضرب کو شمار کنندہ بناؤ اور اوسکے نیچے ذو اضعاف اقل لکھدو پس اسطرح سب کسروں کا نسب نما متحد اور اقل القواء ہوجاتا ہے مثلاً $\frac{ا}{ری}$ و $\frac{ب}{ی لا}$ و $\frac{ح}{لا ر}$ کا اقل القواء نسب نما متحد بناؤ ذو اضعاف اقل نسب نما یوں کا لا ر ی ہے

پس $\frac{ا}{ری} = \frac{ا لا}{لا ر ی}$ و $\frac{ب}{ی لا} = \frac{ب ر}{لا ر ی}$ و $\frac{ح}{لا ر} = \frac{ح ی}{لا ر ی}$

امثلہ نمبری ۱۵

کسور مفصلۂ ذیل کو ایسے کسور کی طرف تحویل کرو کہ اونکی رقمیں اقل القواء ہوجائیں

(۱) $\frac{۱۲ ا^2 ب^3 لا}{۱۸ ا^3 ب^2 ر}$　(۲) $\frac{ا^2 + ا ب}{۲ ا ب}$　(۳) $\frac{ا^2 + ا ب}{ا^2 - ا ب}$

(۴) $\frac{۱۰ ا^2 لا}{۵ ا^2 لا - ۱۵ ا ر^2}$　(۵) $\frac{۴ (ا + ب)^2}{۵ (ا^2 - ب^2)}$　(۶) $\frac{ا^3 + ب^3}{ا^2 - ب^2}$

(۷) $\frac{لا^2 + ۳ لا + ۲}{لا^2 + ۶ لا + ۵}$　(۸) $\frac{لا^2 + ۱۰ لا + ۲۱}{لا^2 - ۲ لا - ۱۵}$　(۹) $\frac{۲ لا^2 + لا - ۱۵}{۲ لا^2 - ۱۹ لا + ۳۵}$

(۱۰) $\frac{لا^2 + (ا + ب) لا + ا ب}{لا^2 + (ا + ح) لا + ا ح}$　(۱۱) $\frac{لا^2 - (ا + ب) لا + ا ب}{لا^2 + (ح - ا) لا - ا ح}$　(۱۲) $\frac{۳ لا^2 + ۲۳ لا - ۳۶}{۴ لا^2 + ۳۳ لا - ۲۷}$

(۱۳) $\frac{(لا + ا)^2 - (ب + ح)^2}{(لا + ب)^2 - (ا + ح)^2}$　(۱۴) $\frac{لا^2 + ۵ لا + ۶}{لا^3 + لا + ۱۰}$　(۱۵) $\frac{لا^2 - ۱۰ لا + ۲۱}{لا^3 - ۴۶ لا - ۲۱}$

(۱۶) $\frac{لا^2 + ۹ لا + ۲۰}{لا^3 + ۷ لا^2 + ۱۴ لا + ۸}$　(۱۷) $\frac{لا^2 + لا - ۴۲}{لا^3 - ۱۰ لا^2 + ۲۱ لا + ۱۸}$　(۱۸) $\frac{۶ لا^2 - ۱۱ لا + ۵}{۳ لا^3 - ۲ لا^2 - ۱}$

(۱۹) $\frac{۲۰ لا^2 + لا - ۱۲}{۱۲ لا^3 - ۵ لا^2 + ۵ لا - ۶}$　(۲۰) $\frac{لا^2 - ۲ ا لا + ا^2}{لا^3 - ۲ ا لا^2 + ۲ ا^2 لا - ا^3}$　(۲۱) $\frac{۲ لا^3 - ۵ لا^2 - ۸ لا - ۱۶}{۲ لا^3 + ۱۱ لا^2 + ۱۶ لا + ۱۶}$

(۲۲) $\frac{لا^{۳}-۳ا^{۲}لا+۲ا^{۳}}{لا^{۳}+ا\,لا^{۲}+ا^{۲}لا-۳ا^{۳}}$ (۲۳) $\frac{لا^{۳}-۸لا-۳}{لا^{۴}-۷لا^{۲}+۱}$ (۲۴) $\frac{لا^{۳}+ا^{۳}}{لا^{۴}+ا^{۲}لا^{۲}+ا^{۴}}$

(۲۵) $\frac{لا^{۳}-لا^{۲}-۷لا+۳}{لا^{۴}+۲لا^{۳}+۲لا-۱}$ (۲۶) $\frac{۳لا^{۳}-۱۴لا^{۲}-۹لا+۲}{۲لا^{۳}-۹لا^{۲}-۱۴لا+۳}$ (۲۷) $\frac{۳لا^{۵}-۷۵ا^{۴}لا}{۲لا^{۴}+۱۳ا^{۲}لا^{۲}+۱۵ا^{۴}}$

(۲۸) $\frac{لا^{۴}-۱}{لا^{۶}-۱}$ (۲۹) $\frac{لا^{۴}+لا^{۳}+لا^{۲}+لا+۱}{لا^{۵}-۱}$ (۳۰) $\frac{لا^{۶}+ا^{۳}لا^{۳}}{لا^{۶}-ا^{۶}}$

(۳۱) $\frac{لا^{۴}+ا^{۲}لا^{۲}+ا^{۴}}{لا^{۶}-ا^{۶}}$ (۳۲) $\frac{لا^{م-۱}\,ی^{۲ن}}{لا^{۲م}\,ی^{ن+۱}}$

کسور مفصلہ ذیل کا نسب نما اقل القواء بناؤ

(۳۳) $\frac{۳}{۴لا}$ و $\frac{۴}{۶لا^{۲}}$ و $\frac{۵}{۱۲لا^{۳}}$ (۳۴) $\frac{۱}{لا+۱}$ و $\frac{۳}{۴لا+۴}$ و $\frac{لا}{لا^{۲}-۱}$

(۳۵) $\frac{ا}{لا-ا}$ و $\frac{لا}{ا-لا}$ و $\frac{ا^{۲}}{لا^{۲}-ا^{۲}}$ و $\frac{ا\,لا}{ا^{۲}-لا^{۲}}$ (۳۶) $\frac{ا}{ا-ب}$ و $\frac{ب}{ا+ب}$ و $\frac{ا\,ب}{ا^{۲}-ب^{۲}}$ و $\frac{ب^{۲}}{ا^{۲}+ب^{۲}}$

(۳۷) $\frac{۱}{لا-۱}$ و $\frac{لا}{(لا-۱)^{۲}}$ و $\frac{۳}{لا+۱}$ و $\frac{۴}{(لا+۱)^{۲}}$ و $\frac{۵}{لا^{۲}-۱}$

(۳۸) $\frac{ا}{لا-ا}$ و $\frac{ا+لا}{لا^{۲}+ا\,لا+ا^{۲}}$ و $\frac{ا\,لا}{لا^{۳}-ا^{۳}}$

(۳۹) $\frac{۱}{لا^{۲}-ا\,لا+ا^{۲}}$ و $\frac{۱}{لا^{۲}+ا\,لا+ا^{۲}}$ و $\frac{ا^{۲}}{لا^{۴}+ا^{۲}لا^{۲}+ا^{۴}}$

(۴۰) $\frac{۱}{لا^{۲}-(ا+ب)لا+اب}$ و $\frac{۱}{لا^{۲}-(ا+ح)لا+اح}$ و $\frac{۱}{لا^{۲}-(ب+ح)لا+بح}$

سولہواں باب کسور کی جمع و تفریق میں

(۱۴۰) قاعدہ کسور کے جمع یا تفریق کا یہہ ہے کہ کسور کا پہلے نسب نما متحد بناؤ اور شمار کنندوں کو جمع یا تفریق کر کے حاصل کو شمار کنندہ بناؤ اور متحد نسب نما اوسکے نیچے لکھدو پس ماحصل حاصل جمع یا حاصل تفریق ہوگا مثالیں جمع کرو $\frac{ا+ح}{ب}$ کو $\frac{ا-ح}{ب}$ کے ساتھ چونکہ یہاں کسرین نسب نما متحد رکھتے ہین اسلئے تحویل کی ضرورت نہین

$$\frac{ا+ح}{ب}+\frac{ا-ح}{ب}=\frac{ا+ح+ا-ح}{ب}=\frac{۲ا}{ب}$$

تفریق کرو $\frac{۴ا-۳ب}{ح}$ مین سے $\frac{۳ا-۴ب}{ح}$ کو

تو $\frac{۴ا-۳ب}{ح}-\frac{۳ا-۴ب}{ح}=\frac{۴ا-۳ب-(۳ا-۴ب)}{ح}=$

$$\frac{4\text{ا} - 3\text{ب} - 3\text{ا} + \text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ج}}$$

طالبعلم کو چاہئے کہ وہ عمل پورا اسیطرح جسطرح اوپر کی مثال مین لکھاہے کیا کرے تاکہ غلطی کا احتمال نرہے

جمع کرو $\frac{\text{ج}}{\text{ا}+\text{ب}}$ کو $\frac{\text{ج}}{\text{ا}-\text{ب}}$ کے ساتھ

یہان نسب نما متحد حاصل ضرب $\text{ا}+\text{ب}$ و $\text{ا}-\text{ب}$ یعنے $\text{ا}^2-\text{ب}^2$ ہوگا

$$\frac{\text{ج}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ج}(\text{ا}-\text{ب})}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ج}}{\text{ا}-\text{ب}} = \frac{\text{ج}(\text{ا}+\text{ب})}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$$

اسواسطے $\frac{\text{ج}}{\text{ا}+\text{ب}} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}-\text{ب}} = \frac{\text{ج}(\text{ا}-\text{ب})+\text{ج}(\text{ا}+\text{ب})}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} =$

$\frac{\text{ج}\,\text{ا}-\text{ج}\,\text{ب}+\text{ج}\,\text{ا}+\text{ج}\,\text{ب}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} = \frac{2\text{ج}\,\text{ا}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ تفریق کرو $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}$ کو $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}}$ مین سے نسب نما متحد

$\text{ا}^2-\text{ب}^2$ ہی تو $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} = \frac{(\text{ا}+\text{ب})^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ و $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{(\text{ا}-\text{ب})^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ اسواسطے $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} - \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}} =$

$$\frac{(\text{ا}+\text{ب})^2-(\text{ا}-\text{ب})^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} = \frac{\text{ا}^2+2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2-(\text{ا}^2-2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2)}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} = \frac{4\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$$

تفریق کرو $\frac{4\text{لا}^2-3\text{لا}+2}{4\text{لا}^3-9\text{لا}^2-15\text{لا}+18}$ کو $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}^2-4\text{لا}+3}$ مین سے

بموجب دفعہ ۱۳۳ کے ذو اضعاف اقل نسب نما یونکا

$(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)$ ہے

تو $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}^2-4\text{لا}+3} = \frac{(\text{لا}+1)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)}{(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)}$ و

$$\frac{4\text{لا}^2-3\text{لا}+2}{4\text{لا}^3-9\text{لا}^2-15\text{لا}+18} = \frac{(4\text{لا}^2-3\text{لا}+2)(\text{لا}-1)}{(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)}$$

اسواسطے $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}^2-4\text{لا}+3} - \frac{4\text{لا}^2-3\text{لا}+2}{4\text{لا}^3-9\text{لا}^2-15\text{لا}+18}$

$$= \frac{(\text{لا}+1)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)-(4\text{لا}^2-3\text{لا}+2)(\text{لا}-1)}{(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)}$$

$$\frac{4\text{لا}^3+7\text{لا}^2-3\text{لا}-6-(4\text{لا}^3-7\text{لا}^2+5\text{لا}-2)}{(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)} = \frac{14\text{لا}^2-8\text{لا}-4}{(\text{لا}-1)(\text{لا}-3)(4\text{لا}^2+3\text{لا}-6)}$$

(۱۴۱) جب کسی ایک مقدار مخلوط کی تحویل ایک کسر کی طرف کرنی ہو تو ایک آسان صورت جمع یا تفریق کی خیال کر کے عمل کر لو:

مثالیں $ا + \frac{ب}{ح} = \frac{ا}{۱} + \frac{ب}{ح} = \frac{اح}{ح} + \frac{ب}{ح} = \frac{اح + ب}{ح}$

$$ا + \frac{۲اب}{ا+ب} = \frac{ا}{۱} + \frac{۲اب}{ا+ب} = \frac{ا(ا+ب)}{ا+ب} + \frac{۲اب}{ا+ب} = \frac{ا^۲ + ۳اب}{ا+ب}$$

و $لا + ۳ - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{لا + ۳}{۱} - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{(لا + ۳)(لا^۲ - ۳لا + ۴)}{لا^۲ - ۳لا + ۴} - \frac{لا - ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$

$$= \frac{لا^۳ - ۵لا + ۱۲ - (لا - ۲)}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{لا^۳ - ۵لا + ۱۲ - لا + ۲}{لا^۲ - ۳لا + ۴} = \frac{لا^۳ - ۶لا + ۱۴}{لا^۲ - ۳لا + ۴}$$

(۱۴۲) جملے اکثر ایسے بھی آ جاتے ہیں کہ جنمیں جمع اور تفریق دونوں شامل ہوتے ہیں مثلاً

مختصر کرو $\frac{ا}{ا+ب} + \frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} - \frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲}$

ذو اضعاف اقل نسبنما یونکا $(ا^۲ - ب^۲)(ا^۲ + ب^۲)$ یعنے $ا^۴ - ب^۴$ ہے

تو $\frac{ا}{ا+ب} = \frac{ا(ا-ب)(ا^۲+ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳}{ا^۴ - ب^۴}$

و $\frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} = \frac{اب(ا^۲ + ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۳ب + اب^۳}{ا^۴ - ب^۴}$ و $\frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲} = \frac{ا^۲(ا^۲ - ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{ا^۴ - ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴}$

اسواسطے $\frac{ا}{ا+ب} + \frac{اب}{ا^۲ - ب^۲} - \frac{ا^۲}{ا^۲ + ب^۲} = \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳ + ا^۳ب + اب^۳ - (ا^۴ - ا^۲ب^۲)}{ا^۴ - ب^۴}$

$$= \frac{ا^۴ - ا^۳ب + ا^۲ب^۲ - اب^۳ + ا^۳ب + اب^۳ - ا^۴ + ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴} = \frac{۲ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴}$$

مختصر کرو $\frac{ا}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{ب}{(ب-ح)(ب-ا)} + \frac{ح}{(ح-ا)(ح-ب)}$

مبتدی کو چاہیے کہ اس خاص مثال پر بہت توجہ کرے غالباً وہ سب نسبنما یونکا حاصلضرب متحد نسبنما بنائیگا اور اسطرح سے اس مثال کا حل کرنا ایک محنت کا کام ہو جائیگا دوسری کسر کے نسبنما میں ایک جز ضربی ب − ا ہے اور یہہ جز ضربی پہلی کسر کے نسبنما کے جز ضربی (ا − ب) سے فقط علامت کا فرق رکھتاہے اور بموجب دفعہ ۲ اکے $\frac{ب}{(ب-ح)(ب-ا)} = -\frac{ب}{(ب-ح)(ا-ب)}$ اور تیسری کسر کا نسبنما ہے

(ح - ا)(ح - ب) = (ا - ح)(ب - ح)

پس جملہ مذکورہ اسطرح سے لکہا جا سکتا ہے کہ

ا / ((ا - ب)(ا - ح)) - ب / ((ا - ب)(ب - ح)) + ح / ((ا - ح)(ب - ح))

اب یہان صاف عیان ہے کہ ذو اضعاف اقل نسب نماؤن کا (ا - ب)(ا - ح)(ب - ح) ہے تو کسور کی تحویل اونکے نسب نماء متحد کی طرف کرنے سے یہہ حاصل ہوگا

(ا(ب - ح) - ب(ا - ح) + ح(ا - ب)) / ((ا - ب)(ا - ح)(ب - ح))

یعنی (اب - اح - اب + بح + ح ا - ح ب) / ((ا - ب)(ا - ح)(ب - ح)) یعنی صفر

(۱۴۳) اس فصل مین ہمنے دو یا زیادہ کسردن کو مرکب کرکے ایک مختصر صورت مین ایک کسر بنانے کا تذکرہ کیا ہے لیکن ایک کسر کو دو یا زیادہ کسرون مین حصے کرکے لکھنے کا بیان نہین کیا (۳بح - ۴اح + ۵اب) / ابح = ۳بح / ابح - ۴اح / ابح + ۵اب / ابح = ۳/ا - ۴/ب + ۵/ح پس اسطرح سے اگر ہم چاہین تو ایک کسر کی کئی کسرین بنا سکتے ہین

امثلہ نمبری ۱۶

دریافت کرو قیمت

(۱) (۳ا - ۵ب)/۴ + (۲ا - ب - ح)/۳ + (ا + ب + ح)/۱۲ (۲) ۱/(ا - ب) + ۱/(ا + ب)

(۳) ا/(ا - ب) + ب/(ا + ب) (۴) ح/(ا - ب) - ح/(ا + ب) (۵) ۱/بح + ۱/اح + ۱/اب

(۶) ۱/(لا + ی) + ۲ی/(لا۲ - ی۲) (۷) (۱ + ۳لا)/(۱ - ۳لا) - (۱ - ۳لا)/(۱ + ۳لا) (۸) ا/(لا(ا - لا)) - لا/(ا(ا - لا))

(۹) ا/(ا۲ - ب۲) - ب/(ا۲ - ب۲) (۱۰) ا/(ا - لا) + ۳ا/(ا + لا) - ۲الا/(ا۲ - لا۲)

(۱۱) (ا - ۲ب)/۳ح - (ب - ۳ح)/۲ا + (۴اب + ۳بح)/۶اح

(۱۲) (ا - ب)/ب + ۲ا/(ا - ب) - (ا۲ + اب)/(اب - ب۲) (۱۳) (۲ب - ا)/(لا - ب) + (ب - ۲ا)/(لا + ب) + ۳لا(ا - ب)/(لا۲ - ب۲)

(۱۳) $\frac{۲ب - ا}{لب} + \frac{ب - ۲ا}{ب + ل} + \frac{۳ل(ا - ب)}{ل^۲ - ب^۲}$

(۱۴) $\frac{۳}{ل} - \frac{۵}{۲ل - ۱} - \frac{۲ل - ۷}{۴ل^۲ - ۱}$ (۱۵) $\frac{۱}{ل - ۲} - \frac{۳}{ل + ۲} + \frac{۲ل}{(ل + ۲)^۲}$

(۱۶) $\frac{۱}{ا - ب} + \frac{۱}{ا + ب} - \frac{۲ا}{ا^۲ - ب^۲}$ (۱۷) $\frac{ا + ل}{ا - ل} + \frac{ا - ل}{ا + ل} - \frac{ا^۲ - ل^۲}{ا^۲ + ل^۲}$

(۱۸) $\frac{۱}{ل + ۱} - \frac{۲}{ل + ۲} + \frac{۱}{ل + ۳}$ (۱۹) $\frac{ل}{ل - ۱} - \frac{۲ل}{ل + ۱} + \frac{ل}{ل - ۲}$

(۲۰) $\frac{۴ل}{د} - \frac{ل - د}{ل + د} + \frac{ل + د}{ل - د}$ (۲۱) $ل - \frac{ل^۲}{ل - ۱} - \frac{ل}{ل + ۱}$

(۲۲) $ل - \frac{ل^۲}{ل + ۱} + \frac{ل}{ل - ۱}$ (۲۳) $\frac{۱}{ل - ا} + \frac{۱}{ل + ا} - \frac{۲}{ل}$

(۲۴) $\frac{ا}{ا - ب} + \frac{۳ا}{ا + ب} + \frac{۴ا^۲ب^۲}{ا^۴ - ب^۴}$ (۲۵) $\frac{ل^۲}{ل^۲ - ۱} + \frac{ل}{ل - ۱} + \frac{ل}{ل + ۱}$

(۲۶) $\frac{ا}{ا - ل} + \frac{۳ا}{ا + ل} - \frac{۲ال}{ا^۲ + ل^۲}$ (۲۷) $\frac{۳}{۲ل - ۴} - \frac{۱}{ل + ۲} - \frac{ل + ۱۰}{۲ل^۲ + ۸}$

(۲۸) $\frac{۲}{ل + ۴} - \frac{ل - ۳}{ل^۲ - ۴ل + ۱۶} + \frac{ل^۲}{ل^۳ + ۶۴}$ (۲۹) $\frac{۱}{ل^۲ - ا^۲} + \frac{۱}{۲ا(ل + ا)} - \frac{۱}{۲ا(ل - ا)}$

(۳۰) $\frac{ل^۲ + ال + ا^۲}{ل^۳ - ا^۳} - \frac{ل^۲ - ال + ا^۲}{ل^۳ + ا^۳}$ (۳۱) $\frac{ل^۲ + د^۲}{لد} - \frac{ل^۲}{لد + د^۲} - \frac{د^۲}{ل^۲ + لد}$

(۳۲) $\frac{ل^۲ - ۲ل + ۳}{ل^۳ + ۱} + \frac{ل - ۲}{ل^۲ - ل + ۱} - \frac{۱}{ل + ۱}$

(۳۳) $\frac{۱}{(ل - ۳)(ل - ۴)} - \frac{۲ل\ ۳}{(ل - ۲)(ل - ۴)} + \frac{۱}{(ل - ۲)(ل - ۳)}$

(۳۴) $\frac{۱}{ل(ل + ۱)} - \frac{۲ل - ۳}{ل(ل + ۱)(ل + ۲)} + \frac{۱}{ل(ل + ۲)}$

(۳۵) $\frac{۱ - ۲ل}{۲(ل^۲ - ل + ۱)} + \frac{ل + ۱}{۲(ل^۲ + ۱)} + \frac{۱}{۶(ل + ۱)}$

(۳۶) $\frac{ل - د}{ل^۲ - لد + د^۲} + \frac{۱}{ل + د} + \frac{لد}{ل^۳ + د^۳}$

(۳۷) $\frac{۱}{ل - د} + \frac{ل - د}{ل^۲ + لد + د^۲} + \frac{لد - ۲ل^۲}{ل^۳ - د^۳}$

(۳۸) $\frac{ل + ۱}{ل^۲ + ل + ۱} + \frac{ل - ۱}{ل^۲ - ل + ۱} + \frac{۲}{ل^۴ + ل^۲ + ۱}$

(۳۹) $\frac{ا + ب}{ال + بد} + \frac{ا - ب}{ال - بد} + \frac{۲(ا^۲ل^۲ + ب^۲د)}{ا^۲ل^۲ + ب^۲\ د^۲}$

(۴۰) $\frac{۲ل}{ل^۴ - ل^۲ + ۱} - \frac{۱}{ل^۲ - ل + ۱} + \frac{۱}{ل^۲ + ل + ۱}$

(۴۱) $\frac{۱}{ل^۲ - ۷ل + ۱۲} + \frac{۲}{ل^۲ - ۴ل + ۳} - \frac{۳}{ل^۲ - ۵ل + ۴}$

(۴۲) $\frac{۱}{ل + ا} - \frac{۱}{ل - ا} + \frac{۴ا}{ل^۲ - ا^۲} - \frac{۲ا}{ل^۲ + ا^۲}$

(٤٣) $\frac{1}{ا-ب} - \frac{1}{ا+ب} - \frac{2ب}{ا^2+ب^2} - \frac{4ب^3}{ا^4+ب^4}$

(٤٤) $\frac{1}{لا-3ا} - \frac{1}{لا+3ا} + \frac{3}{لا+ا} - \frac{3}{لا-ا}$

(٤٥) $\frac{1}{ا-2ب} - \frac{4}{ا-ب} + \frac{6}{ا} - \frac{4}{ا+ب} + \frac{1}{ا+2ب}$

(٤٦) $\frac{ح}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ح}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(٤٧) $\frac{ا}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ب}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(٤٨) $\frac{ا^2}{(لا-ا)(ا-ب)} + \frac{ب^2}{(لا-ب)(ب-ا)}$

(٤٩) $\frac{1}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{(ب-ا)(ب-ح)}$

(٥٠) $\frac{ب}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{ا}{(ب-ا)(ب-ح)}$

(٥١) $\frac{1}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{(ب-ا)(ب-ح)} + \frac{1}{(ح-ا)(ح-ب)}$

(٥٢) $\frac{1}{ا(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{1}{ب(ب-ا)(ب-ح)} - \frac{1}{ابح}$

(٥٣) $\frac{ا^2}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{ب^2}{(ب-ا)(ب-ح)} + \frac{ح^2}{(ح-ا)(ح-ب)}$

(٥٤) $\frac{1}{لا^2-(ا+ب)لا+اب} + \frac{1}{لا^2-(ا+ح)لا+اح} + \frac{1}{لا^2-(ب+ح)لا+بح}$

(٥٥) $\frac{لا+ح}{لا^2-(ا+ب)لا+اب} + \frac{لا+ب}{لا^2-(ا+ح)لا+اح} + \frac{لا+ا}{لا^2-(ب+ح)لا+بح}$

(٥٦) $\frac{1}{(ا-ب)(ا-ح)(لا-ا)} + \frac{1}{(ب-ا)(ب-ح)(لا-ب)} + \frac{1}{(ح-ا)(ح-ب)(لا-ح)}$

سترہوان باب ضرب کسور مین

(١٤٤) ضرب کسور کا قاعدہ یہہ ہی کہ سب شمار کنندون کو ضرب دیکر نیا شمار کنندہ بناؤ اور سب نسب نماؤن کو ضرب دیکر نیا نسب نما بناؤ تو یہہ نئی کسر حاصل ضرب ہوگی

(١٤٥) اکثر اس ضرب کی قاعدہ کو اسطرح سے ثابت کیا کرتے ہین کہ فرضکرو $\frac{ا}{ب}$ و $\frac{ح}{د}$ دو کسرین ہین جنکو ضرب دینا ہی $\frac{ا}{ب}$ = لا اور $\frac{ح}{د}$ = ی کے فرض کرو

$\text{ا} = \text{ب لا}$ اور $\text{ح} = \text{د ی}$

اسواسطی $\text{اح} = \text{ب د لا ی}$

ب د پر تقسیم کرو تو $\frac{\text{اح}}{\text{ب د}} = \text{لا ی}$

لیکن $\text{لا ی} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{د}}$

اسواسطی $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ح}}{\text{د}} = \frac{\text{اح}}{\text{ب د}}$

اور اح حاصلضرب شمار کنندون کا ہے اور ب د حاصلضرب نسب نمایونکا پس اسی قاعده ثابت ہوا اور اسیطرح سے اگر کسرین زیاده ہون تو بہی قاعده ثابت ہوسکتا ہے

(۱۴۶) ہم بعض مثالین لکہتے ہین نئے شمار کننده اور نئے نسب نما کے اجزاء ضربی کو پہلی ضرب دینے سی پہلے دیکہہ لینا چاہئے کہ کوئی جز ضربی ایسا تو نہین ہے کہ دونو شمار کننده اور نسب نما مین مشترک ہو اگر ایسا ہو تو اوسکو بموجب دفعہ ۱۲۷ ساقط کرو اس طرح ماحصل کا اختصار بہی ہو جائیگا ا کو $\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ مین ضرب دو

$\text{ا} = \frac{\text{ا}}{۱}$ و $\frac{\text{ا}}{۱} \times \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{اب}}{\text{ح}}$

پس اسی معلوم ہوا کہ $\text{ا}\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ و $\frac{\text{اب}}{\text{ح}}$ مساوی ہین ایسی ہی $۴\frac{\text{لا}}{۵} = \frac{۴\text{لا}}{۵}$ و $\frac{۱}{۴}(۲\text{لا} - ۳) = \frac{۲\text{لا} - ۳}{۴}$

ضرب دو $\frac{\text{لا}}{\text{ی}}$ کو $\frac{\text{لا}}{\text{ی}}$ مین

$\frac{\text{لا}}{\text{ی}} \times \frac{\text{لا}}{\text{ی}} = \frac{\text{لا} \times \text{لا}}{\text{ی} \times \text{ی}} = \frac{\text{لا}^۲}{\text{ی}^۲}$

پس $\left(\frac{\text{لا}}{\text{ی}}\right)^۲ = \frac{\text{لا}^۲}{\text{ی}^۲}$

ضرب دو $\frac{۳\text{ا}}{۴\text{ب}}$ کو $\frac{۸\text{ح}}{۹\text{د}}$ مین

$\frac{۳\text{ا}}{۴\text{ب}} \times \frac{۸\text{ح}}{۹\text{د}} = \frac{۳\text{ا} \times ۸\text{ح}}{۴\text{ب} \times ۹\text{د}} = \frac{۲\text{ح} \times ۱۲\text{ا}}{۳\text{ب} \times ۱۲\text{د}} = \frac{۲\text{اح}}{۳\text{ب د}}$ اور $\frac{۳\text{ا}^۲}{۲(\text{ا} + \text{ب})}$ کو $\frac{۴(\text{ا}^۲ - \text{ب}^۲)}{۳\text{ا ب}}$ مین ضرب دو

$\frac{۳\text{ا}^۲}{۲(\text{ا} + \text{ب})} \times \frac{۴(\text{ا}^۲ - \text{ب}^۲)}{۳\text{ا ب}} = \frac{۴\text{ا}(\text{ا} - \text{ب})}{\text{ب}(\text{ا} + \text{ب})} \cdot \frac{۳\text{ا}(\text{ا} + \text{ب})}{۳\text{ا}(\text{ا} + \text{ب})} = \frac{۴\text{ا}}{\text{ب}} \cdot \frac{(\text{ا} - \text{ب})}{(\text{ا} + \text{ب})}$

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} + ۱$ کو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} - ۱$ ضرب دو

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} + ۱ = \frac{\text{ا}^۲}{\text{ا ب}} + \frac{\text{ب}^۲}{\text{ا ب}} + \frac{\text{ا ب}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ا}^۲ + \text{ب}^۲ + \text{ا ب}}{\text{ا ب}}$

و $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ا}}-1=\frac{\text{ا}^2}{\text{ا}\text{ب}}+\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}\text{ب}}-\frac{\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}=\frac{\text{ا}^2+\text{ب}^2-\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}$

تو $\frac{\text{ا}^2+\text{ب}^2+\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}\times\frac{\text{ا}^2+\text{ب}^2-\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}=\frac{(\text{ا}^2+\text{ب}^2+\text{ا}\text{ب})(\text{ا}^2+\text{ب}^2-\text{ا}\text{ب})}{\text{ا}^2\text{ب}^2}$

$=\frac{(\text{ا}^2+\text{ب}^2)^2-\text{ا}^2\text{ب}^2}{\text{ا}^2\text{ب}^2}=\frac{\text{ا}^4+\text{ب}^4+\text{ا}^2\text{ب}^2}{\text{ا}^2\text{ب}^2}$ یا اسکو اسطرح حل کرو

$\left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ا}}\right)^2=\left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\right)^2+2\,\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\,\frac{\text{ب}}{\text{ا}}+\left(\frac{\text{ب}}{\text{ا}}\right)^2=\frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2}+2+\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}$ اسواسطی

$\left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ا}}+1\right)\left(\frac{\text{ا}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ا}}-1\right)=\frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2}+2+\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}-1=\frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2}+\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}+1$

دونوطرح عمل کرنیسے ماحصل ایک ہی ہوا اسلیے کہ $\frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2}+\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}+1=\frac{\text{ا}^4+\text{ب}^4+\text{ا}^2\text{ب}^2}{\text{ا}^2\text{ب}^2}$

$\frac{1-\text{ا}^2}{\text{ب}+\text{ب}^2}$ اور $\frac{1-\text{ب}^2}{\text{ا}+\text{ا}^2}$ و $\text{ب}+\frac{\text{ا}\text{ب}}{1-\text{ا}}$ کو آپسمین ضرب دو

اب دوطرح ضرب دی سکتے ہین اول دو اجزاؤن ضربی کو باہم ضرب دین اور حاصل ضربکو ب مین ضرب دین اور پہر $\frac{\text{ا}\text{ب}}{1-\text{ا}}$ مین اور حاصل ضربونکو جوڑلین لیکن یہہ ترکیب نہایت آسان ہے کہ مقدار مرکب $\text{ب}+\frac{\text{ا}\text{ب}}{1-\text{ا}}$ کو کسر مفرد بنالین اسطرحسے کہ

$\text{ب}+\frac{\text{ا}\text{ب}}{1-\text{ا}}=\frac{\text{ب}(1-\text{ا})+\text{ا}\text{ب}}{1-\text{ا}}=\frac{\text{ب}}{1-\text{ا}}$ تو $\frac{1-\text{ا}^2}{\text{ب}+\text{ب}^2}\times\frac{1-\text{ب}^2}{\text{ا}+\text{ا}^2}\times\frac{\text{ب}}{1-\text{ا}}=$

$\frac{(1-\text{ا}^2)(1-\text{ب}^2)\,\text{ب}}{\text{ب}(1+\text{ب})\,\text{ا}(1+\text{ا})(1-\text{ا})}=\frac{1-\text{ب}}{\text{ا}}$

(۱۴۷) جسطرح باب گذشتہ مین ہمنے لکھا ہے اسیطرح یہان بہی چند مثالین لکہتے ہین جنکو طالبعلم بطور قاعدہ بالا مثالون کے حل کرنیمین کام مین لاوین اونکا ثبوت بڑے جبر مقابلون مین ہوتا ہے بالفعل طالب علم اوسکو صحیح فرض کرلے ضرب دو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کو $-\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ مین

$\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\times-\frac{\text{ج}}{\text{د}}=\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\times\frac{-\text{ج}}{\text{د}}=\frac{-\text{ا}\text{ج}}{\text{ب}\text{د}}=-\frac{\text{ا}\text{ج}}{\text{ب}\text{د}}$

ضرب دو $-\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کو $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ مین

تو $-\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\times\frac{\text{ج}}{\text{د}}=\frac{-\text{ا}}{\text{ب}}\times\frac{\text{ج}}{\text{د}}=\frac{-\text{ا}\text{ج}}{\text{ب}\text{د}}=-\frac{\text{ا}\text{ج}}{\text{ب}\text{د}}$

ضرب دو $-\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کو $-\frac{\text{ج}}{\text{ا}}$ مین

$-\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\times-\frac{\text{ج}}{\text{د}}=\frac{-\text{ا}}{\text{ب}}\times\frac{-\text{ج}}{\text{د}}=\frac{\text{ا}\text{ج}}{\text{ب}\text{د}}$

امثلۂ نمبری ۱۷

ذیل کے جملون کی قیمت دریافت کرو

(۱) $\frac{\text{۲ا}}{\text{۳ب}}\times\frac{\text{۶بح}}{\text{۵ا}^2}$ (۲) $\frac{\text{ا}^2}{\text{بح}}\times\frac{\text{ب}^2}{\text{اح}}\times\frac{\text{ح}^2}{\text{اب}}$

(۳) $\frac{\text{ا}^2\text{ب}}{\text{لا}^2\text{د}}\times\frac{\text{ب}^2\text{ح}}{\text{د}^2\text{ی}}\times\frac{\text{ح}^2\text{ا}}{\text{ی}^2\text{لا}}$ (۴) $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}-1}\times\frac{\text{لا}+2}{\text{لا}-1}\times\frac{\text{لا}-1}{(\text{لا}+2)^2}$

(۵) $\frac{\text{لاا}}{\text{ا}+\text{لا}}\times\left(\frac{\text{لا}}{\text{ا}}-\frac{\text{ا}}{\text{لا}}\right)$ (۶) $\left(\text{ب}+\frac{\text{ا}^2}{\text{ب}}\right)\left(\text{ا}-\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}}\right)$

(۷) $\left(\text{ا}+\frac{\text{اب}}{\text{ا}-\text{ب}}\right)\left(\text{ب}-\frac{\text{اب}}{\text{ا}+\text{ب}}\right)$ (۸) $\frac{\text{لا}(\text{ا}-\text{لا})}{\text{ا}^2+2\text{الا}+\text{لا}^2}\times\frac{\text{ا}(\text{ا}+\text{لا})}{\text{ا}^2-2\text{الا}+\text{لا}^2}$

(۹) $\frac{\text{لا}^6-\text{ی}^6}{\text{لا}^4+2\text{لا}^2\text{ی}^2+\text{ی}^4}\times\frac{\text{لا}^2+\text{ی}^2}{\text{لا}^2-\text{لای}+\text{ی}^2}\times\frac{\text{لا}+\text{ی}}{\text{لا}^3-\text{ی}^3}$

(۱۰) $\frac{\text{لا}^2-(\text{ا}+\text{ب})\text{لا}+\text{اب}}{\text{لا}^2-(\text{ا}+\text{ح})\text{لا}+\text{اح}}\times\frac{\text{لا}^2-\text{ح}^2}{\text{لا}^2-\text{ب}^2}$ (۱۱) $\frac{\text{لا}^2+\text{لای}}{\text{لا}^2+\text{ی}^2}\times\left(\frac{\text{لا}}{\text{لا}-\text{ی}}-\frac{\text{ی}}{\text{لا}+\text{ی}}\right)$

(۱۲) $\left(\frac{\text{ا}}{\text{بح}}-\frac{\text{ب}}{\text{اح}}-\frac{\text{ح}}{\text{اب}}-\frac{2}{\text{ا}}\right)\left(1-\frac{2\text{ح}}{\text{ا}+\text{ب}+\text{ح}}\right)$

(۱۳) $\left(\frac{\text{لا}^2}{\text{ا}^2}+\frac{\text{ا}^2}{\text{لا}^2}-\frac{\text{لا}}{\text{ا}}-\frac{\text{ا}}{\text{لا}}+1\right)\times\left(\frac{\text{لا}}{\text{ا}}-\frac{\text{ا}}{\text{لا}}\right)$

(۱۴) $\left(\frac{\text{لا}}{\text{ا}}-\frac{\text{ا}}{\text{لا}}+\frac{\text{ی}}{\text{ب}}-\frac{\text{ب}}{\text{ی}}\right)\times\left(\frac{\text{لا}}{\text{ا}}-\frac{\text{ا}}{\text{لا}}-\frac{\text{ی}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ی}}\right)$

(۱۵) $\frac{\text{لا}^2-2\text{لا}+1}{\text{لا}^2-5\text{لا}+6}\times\frac{\text{لا}^2-4\text{لا}+4}{\text{لا}^2-4\text{لا}+3}\times\frac{\text{لا}^2-6\text{لا}+9}{\text{لا}^2-3\text{لا}+2}$

اٹھارہوان باب تقسیم کسور مین

(۱۴۸) ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ مقسوم علیہ کو اولٹا یعنے شمار کنندہ کو نسب نما اور نسب نما کو شمار کنندہ بنا کر عمل ضرب کا کرو تو تقسیم ہو جاویگی

(۱۴۹) اکثر تقسیم کے قاعدہ کو ثابت اسطرح سے کیا کرتے ہین کہ فرض کرو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کو $\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ پر تقسیم کرنا ہے تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\text{لا}$ اور $\frac{\text{ح}}{\text{د}}=\text{ی}$ کے فرض کرو تو

$$\text{ا}=\text{ب لا}\ \text{اور}\ \text{ح}=\text{د ی}$$

اسواسطی $\text{اد}=\text{ب د لا}$ اور $\text{ب ح}=\text{ب د ی}$

اسواسطی $\frac{\text{اد}}{\text{بح}}=\frac{\text{ب د لا}}{\text{ب د ی}}=\frac{\text{لا}}{\text{ی}}$

لیکن $\frac{\text{لا}}{\text{ی}}=\text{لا}\div\text{ی}=\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\div\frac{\text{ح}}{\text{د}}$

اسیواسطی $\frac{ا}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{اد}{بج} = \frac{ا}{ب} \times \frac{د}{ج}$

(۱۵۰) مثالین تقسیم کرو ا کو $\frac{ب}{ج}$ پر تو $ا = \frac{ا}{۱}$ و $\frac{ا}{۱} \div \frac{ب}{ج} = \frac{ا}{۱} \times \frac{ج}{ب} = \frac{اج}{ب}$

تقسیم کرو $\frac{۳ا}{۴ب}$ کو $\frac{۹ا}{۸ج}$ پر

$\frac{۳ا}{۴ب} \div \frac{۹ا}{۸ج} = \frac{۳ا}{۴ب} \times \frac{۸ج}{۹ا} = \frac{۲ج \times ۱۲ \times ا}{۳ب \times ۱۲ \times ا} = \frac{۲ج}{۳ب}$ تقسیم کرو $\frac{اب - ب^۲}{(ا+ب)^۲}$ کو $\frac{ب^۲}{ا^۲ - ب^۲}$ پر

$\frac{اب - ب^۲}{(ا+ب)^۲} \div \frac{ب^۲}{(ا-ب)} = \frac{اب-ب^۲}{(ا+ب)^۲} \times \frac{ا^۲-ب^۲}{ب^۲}$

$= \frac{ب(ا-ب)(ا+ب)(ا-ب)}{ب^۲(ا+ب)^۲} = \frac{(ا-ب)^۲}{ب(ا+ب)}$

(۱۵۱) بعض یا کل قاعدون کی استعانت سی جو اوپر مذکور ہوئی ہین پیچیدہ جملے کسرونکی مختصر و سادے بن سکتے ہین اونکی مثالین ذیل مین درج ہین

$\left\{\frac{ا+ب}{ا-ب} + \frac{ا-ب}{ا+ب}\right\} \div \left\{\frac{ا+ب}{ا-ب} - \frac{ا-ب}{ا+ب}\right\}$ کو مختصر اور سادہ بناؤ

$\frac{ا+ب}{ا-ب} + \frac{ا-ب}{ا+ب} = \frac{(ا+ب)^۲ + (ا-ب)^۲}{(ا-ب)(ا+ب)} = \frac{۲ا^۲ + ۲ب^۲}{ا^۲ - ب^۲}$

$\frac{ا+ب}{ا-ب} - \frac{ا-ب}{ا+ب} = \frac{(ا+ب)^۲ - (ا-ب)^۲}{(ا-ب)(ا+ب)} = \frac{۴اب}{ا^۲ - ب^۲}$

$\frac{۲ا^۲ + ۲ب^۲}{ا^۲ - ب^۲} \div \frac{۴اب}{ا^۲ - ب^۲} = \frac{۲ا^۲ + ۲ب^۲}{ا^۲ - ب^۲} \times \frac{ا^۲ - ب^۲}{۴اب} = \frac{ا^۲ + ب^۲}{۲اب}$

اس مثال مین اجزاء ضربی ا-ب و ا+ب کو ضرب دیلیا ہی اور بجای (ا+ب) (ا-ب) $ا^۲ - ب^۲$ لکھا ہی مگر طالب علم کو چاہیی کہ اجزاء ضربی کو باہم اثناء عمل مین ضرب نہ دے اسلئے کہ کوئی جز ضربی مشترک نسب نما و شمار کنندہ مین نکل آئے اور اوسی عمل مین آسانی ہوجائے

مختصر اور سادہ بناؤ $\cfrac{۱}{ا + \cfrac{۱}{۱ + \cfrac{۱+ا}{۳-ا}}}$

اب $۱ + \frac{۱+ا}{۳-ا} = \frac{۳-ا}{۳-ا} + \frac{۱+ا}{۳-ا} = \frac{۳-ا+۱+ا}{۳-ا} = \frac{۴}{۳-ا}$

اور $۱ \div \frac{۴}{۳-ا} = \frac{۱}{۱} \times \frac{۳-ا}{۴} = \frac{۳-ا}{۴}$

اور $ا + \frac{۳-ا}{۴} = \frac{۴ا}{۴} + \frac{۳-ا}{۴} = \frac{۳ا+۳}{۴}$ اور $۱ \div \frac{۳ا+۳}{۴} = \frac{۱}{۱} \times \frac{۴}{۳ا+۳} = \frac{۴}{۳ا+۳}$

دریافت کرو قیمت $\left(\frac{لا-ا}{لا-ب}\right)^۲ - \frac{ا-لا}{ب-لا}$ کی جب $لا = \frac{اب}{ا+ب}$

اب $۲لا - ا = \frac{۲اب}{ا+ب} - \frac{ا}{۱} = \frac{۲اب - ا(ا+ب)}{ا+ب} = \frac{اب - ا^۲}{ا+ب}$

$۲لا - ب = \frac{۲اب}{ا+ب} - \frac{ب}{۱} = \frac{۲اب - ب(ا+ب)}{ا+ب} = \frac{اب - ب^۲}{ا+ب}$

اسواسطے $\frac{۲لا - ا}{۲لا - ب} = \frac{اب - ا^۲}{ا+ب} \div \frac{اب - ب^۲}{ا+ب} = \frac{اب - ا^۲}{ا+ب} \times \frac{ا+ب}{اب - ب^۲}$

$= \frac{اب - ا^۲}{اب - ب^۲} = \frac{ا(ب - ا)}{ب(ا - ب)} = -\frac{ا}{ب}$

اسواسطے $\left(\frac{۲لا - ا}{۲لا - ب}\right)^۲ = \left(-\frac{ا}{ب}\right)^۲ = \frac{ا^۲}{ب^۲}$

اور $ا - لا = \frac{ا}{۱} - \frac{اب}{ا+ب} = \frac{ا(ا+ب) - اب}{ا+ب} = \frac{ا^۲}{ا+ب}$

$ب - لا = \frac{ب}{۱} - \frac{اب}{ا+ب} = \frac{ب(ا+ب) - اب}{ا+ب} = \frac{ب^۲}{ا+ب}$ اسواسطے

$\frac{ا - لا}{ب - لا} = \frac{ا^۲}{ا+ب} \div \frac{ب^۲}{ا+ب} = \frac{ا^۲}{ا+ب} \times \frac{ا+ب}{ب^۲} = \frac{ا^۲}{ب^۲}$

اسواسطے $\left(\frac{۲لا - ا}{۲لا - ب}\right)^۲ - \frac{ا - لا}{ب - لا} = \frac{ا^۲}{ب^۲} - \frac{ا^۲}{ب^۲} = ۰$

(۱۵۲) نتائج جو دفعہ ۱۴۷ مین لکھے ہین او نہین یہان تقسیم کسور سے متعلق کرکے پھر لکھتے ہین چونکہ

$\frac{ا}{ب} \times -\frac{ح}{د} = -\frac{اح}{بد}$ اور $-\frac{ا}{ب} \times \frac{ح}{د} = -\frac{اح}{بد}$ تو $-\frac{اح}{بد} \div -\frac{ح}{د} = \frac{ا}{ب}$

اور $-\frac{اح}{بد} \div \frac{ح}{د} = -\frac{ا}{ب}$ اور

چونکہ $-\frac{ا}{ب} \times -\frac{ح}{د} = \frac{اح}{بد}$ تو $\frac{اح}{بد} \div -\frac{ح}{د} = -\frac{ا}{ب}$

مثالین نمبری ۱۸

تقسیم کرو

(۱) $\frac{۴ا^۲ب}{۵لا^۲ی}$ کو $\frac{۲اب^۲}{۱۵لای^۲}$ پر (۲) $\frac{۳ا^۲ب^۳ح^۴}{۴لا^۲ی^۳ز^۴}$ کو $\frac{۴ا^۲ب^۳ح^۲}{۳لا^۴ی^۳ز^۲}$ پر

(۳) $\frac{۱}{لا^۲ - ی^۲}$ کو $\frac{۱}{لا - ی}$ پر (۴) $\frac{۶(اب - ب^۲)}{ا^۲(ا+ب)^۲}$ کو $\frac{۲ب^۲}{ا(ا^۲ - ب^۲)}$ پر

(۵) $\frac{ا^۲ - ۴لا^۲}{ا^۲ + ۴الا}$ کو $\frac{ا^۲ - ۲الا}{الا + ۴لا^۲}$ پر (۶) $\frac{۸لا^۲}{لا^۳ - ی^۳}$ کو $\frac{۴لا^۲}{لا^۲ + لای + ی^۲}$ پر

(۷) $\frac{ا^۳ + ۳ا^۲لا + ۳الا^۲ + لا^۳}{لا^۳ + ی^۳}$ کو $\frac{(ا+لا)^۲}{لا^۲ - لای + ی^۲}$

(۸) $\frac{لا^۲ + (ا+ح)لا + اح}{لا^۲ + (ب+ح)لا + بح}$ کو $\frac{لا^۲ - ا^۲}{لا^۲ - ب^۲}$ پر

(۹) $\frac{ا^۲ + ب^۲ + ۲اب - ح^۲}{ح^۲ - ا^۲ - ب^۲ + ۲اب}$ کو $\frac{ا + ب + ح}{ب + ح - ا}$ پر

(۱۰) $\frac{ل^۲ + لی + ی^۲}{ل^۳ + ی^۳}$ کو $\frac{ل^۳ - ی^۳}{ل^۲ - لی + ی^۲}$ پر　　(۱۱) $\frac{ل^۲ - ۳ل + ۲}{ل^۲ - ۶ل + ۹}$ کو $\frac{ل^۲ - ۵ل + ۶}{ل^۲ - ۲ل + ۱}$ پر

(۱۲) $(۱ + \frac{ل}{ی})(۱ - \frac{ل}{ی})$ کو $\frac{ی}{ل^۲ + ی^۲}$ پر　　(۱۳) $۵ل^۲ - \frac{۱}{۵}$ کو $ل + \frac{۱}{۵}$ پر

(۱۴) $ا^۲ - \frac{۱}{ا^۲}$ کو $ا - \frac{۱}{ا}$ پر　　(۱۵) $\frac{ل^۲}{ا^۲} - \frac{ا^۲}{ل^۲}$ کو $\frac{ل}{ا} - \frac{ا}{ل}$ پر

(۱۶) $\frac{ل^۲}{ا} - ۸ا + \frac{۱۲ا^۲}{ل}$ کو $ل - \frac{۲ا^۲}{ل}$　　(۱۷) $\frac{ل^۲}{ی^۳} - \frac{۱}{ل}$ کو $\frac{ل}{ی^۲} + \frac{۱}{ی} + \frac{۱}{ل}$ پر

(۱۸) $\frac{ل^۲}{ا^۲} + ۱ + \frac{ا^۲}{ل^۲}$ کو $\frac{ل}{ا} - ۱ + \frac{ا}{ل}$ پر　　(۱۹) $۱ + (\frac{ا - ل}{ل + ا})^۲$ کو $۱ - (\frac{ا - ل}{ل + ا})^۲$ پر

(۲۰) $\frac{ل^۳}{ا^۳} + \frac{ا^۳}{ل^۳} - ۳(\frac{ل^۲}{ا^۲} - \frac{ا^۲}{ل^۲}) + \frac{ل}{ا} + \frac{ا}{ل}$ کو $\frac{ل}{ا} + \frac{ا}{ل}$ پر

جملہ ہاء مفصلۂ ذیل کو مختصر اور سادہ بناؤ

(۲۱) $\frac{\frac{۳ل}{۲} + \frac{ل - ۱}{۳}}{\frac{۱۳}{۶}(ل + ۱) - \frac{ل}{۳} - ۲ - \frac{۱}{۲}}$　　(۲۲) $\frac{ل - ۱ + \frac{۶}{ل - ۶}}{ل - ۲ + \frac{۳}{ل - ۶}}$

(۲۳) $\frac{۳}{ل + ۱} - \frac{۲ل - ۱}{ل^۲ + \frac{ل}{۲} - \frac{۱}{۲}}$　　(۲۴) $\frac{ل - ا}{ل - \frac{(ل - ب)(ل - ج)}{ل + ا}}$

(۲۵) $۱ - \frac{۱}{۱ + \frac{۱}{ل}}$　　(۲۶) $۱ + \frac{ل}{۱ + ل + \frac{۲ل^۲}{ل - ۱}}$　　(۲۷) $\frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۱ + \frac{۱}{ل}}}$　　(۲۸) $\frac{۱}{۱ + \frac{ل}{۱ + ل + \frac{۲ل^۲}{ل - ۱}}}$

(۲۹) $(\frac{ل}{ل - ی} - \frac{ی}{ل - ی} - \frac{ی^۲}{ل^۲ - ی^۲}) \div (\frac{ل^۲}{ل^۲ + ی^۲} + \frac{ی^۲}{ل^۲ - ی^۲})$

(۳۰) $(\frac{۲ل}{ل + ی} + \frac{ی}{ل - ی} - \frac{ی^۲}{ل^۲ - ی^۲}) \div (\frac{۱}{ل + ی} + \frac{ل}{ل^۲ - ی^۲})$

(۳۱) $\frac{ل + \frac{۱}{ی}}{ل + \frac{۱}{ی + \frac{۱}{ی}}} - \frac{۱}{ی(لی + ل + ی)}$

(۳۲) $(\frac{ا - ب}{ا + ب} + \frac{ا + ب}{ا - ب}) \div (\frac{ا^۲ + ب^۲}{ا^۲ - ب^۲} + \frac{ا^۲ - ب^۲}{ا^۲ + ب^۲})$

دریافت کرو قیمت جملہاء مفصلۂ ذیل کی

(۳۳) $\frac{ا - ل}{ب - ل}$ جبکہ $ل = \frac{اب}{ا + ب}$　　(۳۴) $\frac{ل - ا}{ب} - \frac{ل - ب}{ا}$ جبکہ $ل = \frac{ا^۲}{ا - ب}$

(۳۵) $\frac{ل}{ا} + \frac{ل}{ب - ا} - \frac{ا}{ا + ب}$ کی جب $ل = \frac{ا^۲}{ب} \frac{(ب - ا)}{(ب + ا)}$

(۳۶) $\frac{ا^۲ل + ب^۲ی}{ل + ی}$ جب $ا = \frac{۲}{۳}$ و $ب = \frac{۲}{۳}$

(۳۷) $\frac{ل}{ل + ی} + \frac{ی}{ل - ی} - \frac{۲ی^۲}{ل^۲ - ی^۲}$ کی جب $ی = \frac{۳ل}{۴}$

(۳۸) (لا+۲ا)/(۲ب−لا) + (لا−۲ا)/(۲ب+لا) − ۴اب/(۴ب۲−لا۲) جب لا = اب/(ا+ب)

(۳۹) ((لا−ا)/(لا−ب))۲ − (لا−۲ا+ب)/(لا+ا−۲ب) جب لا = (ا+ب)/۲

(۴۰) (لا+د−۱)/(لا−د+۱) جب لا = (ا−۱)/(اب+۱) و د = (اب+ا)/(اب+۱)

اونیسوان باب مساوات درجہ اول

(۱۵۳) جب دو جملے جبریہ کو علامت مساوات وصل کرتی ہو تو کل کو ایک مساوات یا معادلہ کہینگے اور جو جملے اسطرح وصل ہوتے ہین اونکو طرفین مساوات یا ارکان مساوات اور جو جملہ دا ہنی طرف ہوتا ہے اوسکو طرف اول اور جو بائین طرف ہوتا ہے اوسکو طرف ثانی کہتے ہین

(۱۵۴) مساوات مترادفہ یا معادلہ متشابہ یا متطابقہ اوس مساوات کو کہتے ہین جسکی طرفین ایسی ہون کہ جنکے حروف خواہ کچھہ ہی اعداد کو تعبیر کرین بسبب وضع صورتو نکے قیمتین برابر رہین مثلاً یہہ مساواتین متطابقہ یا مترادفہ ہین

(لا+ا) (لا−ا) = لا۲ − ا۲

(لا+ا)۲ = لا۲ + ۲ لا ا + ا۲

(لا+ا) (لا۲−ا لا+ا۲) = لا۳ − ا۳

یہہ بیانات جبریہ خواہ لا اور ا کوئی سے عدد ہون درست اور صحیح ہین یہہ بات طالبعلم تو آپ سمجھہ گیا ہوگا کہ ابتک جو کچھہ بیان ہوا وہین نتائج سی متعلق تہا جنکو مساوات مترادفہ یا متطابقہ کہتے ہین ۔ مساوات مترادفہ کو اختصاراً فقط مترادف اکثر لکہتے ہین

(۱۵۵) ایک مساوات شرطیہ ہوتی ہی اوسمین یہہ نہین ہوتا کہ حروف خواہ کیسے ہی اعداد کو تعبیر کرین تو وہ مساوات درست رہی بلکہ اوسمین حروف خاص عدد یا اعداد کو تعبیر کرتے ہین جلسے مساوات ٹہیک رہتی ہے مثلاً لا + ۱ = ۷ کبہی نہین ہوسکتا اگر لا = ۶ کے نہو اس مساوات کو مساوات شرطیہ کہتے ہین اور فقط مساوات اختصاراً کہتے ہین

(۱۵۶) ایک حرف جسکی ایک خاص قیمت یا کئی خاص قیمتین مقرر کرنے سی بیان مساوات درست ہوتا ہے اوسکو مقدار مجہول کہتے ہین اور اس مقدار مجہول کی قیمت یا کئی قیمتین جو ہوتی ہین

اُنہین کو مساوات کی قیمت یا قیمتین کہتے ہین اور جس ترکیب سے قیمت اس مجہول کی دریافت کرتے ہین اُسکو حل مساوات کہتے ہین ÷

(۱۵۷) مساوات مین حرف مجہول کی بڑی سے بڑی قوت کا جو قوت نما ہو اوسیکے موافق اُس درجہ کی مساوات وہ کہلاتی ہے مثلاً لا اگر مقدار مجہول کو تعبیر کرے اور اُسکی ایک ہی قوت مساوات مین واقع ہو تو اوس مساوات کو مساوات درجہ اول کی کہینگے اور اگر لا² واقع ہو اور کوئی اوس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اُسکو مساوات درجہ دوم یا مقرنات اور اگر لا³ واقع ہو اور کوئی اوس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اوسکو مساوات درجہ سوم یا مکعبی مساوات کہینگے اور علیٰ ہذا القیاس ـ اور یہہ بھی معلوم رہے کہ اِن حدود مین فرض کیا گیا ہے کہ طرفین مساوات باعتبار لا کے ناطق اور صحیح جملے ہین ÷

(۱۵۸) اس فصل مین مساوات درجہ اول کے حل کرنے کے طریقے بتلائین گے لیکن پہلے اُس سے ہم چند عمل ایسے لکھتے ہین جو مساوات پر ہونے سے مساوات کی معادلت کو نہین کہوتے ÷

(۱۵۹) اگر طرفین مساوات کی ہر رقم کو ایک ہی عدد مین ضرب دین تو مساوات کی معادلت مین کچھہ فرق نہوگا ـ اس بیان کی صداقت اس علم متعارفہ پر موقوف ہے کہ مقادیر متساویہ کو ایک عدد مین ضرب دین تو ماحصل مین بہی مساوات ہوگی اور یہ ایک بدیہی بات ہے اور فائدہ اس اصول کا آگے دیکھوگے اور اسیطرح سے اگر طرفین مساوات کی ہر ایک رقم کو ایک ہی عدد پر تقسیم کرلین تو مساوات مین کچھہ فرق نہ آئیگا ÷

(۱۶۰) دفعہ ۱۵۵ کا بڑا فائدہ مساوات کی کسر کا دور ہونا ہے اور دور کرنے کی ترکیب یہہ ہے کہ کسور کے سب نمایون کی حاصل ضرب کو یا اگر دل چاہے تو سب نمایون کے ذو اضعاف اقل کو مساوات کی ہر رقم مین ضرب دو مثلاً فرض کرو کہ

لا/۳ + لا/۴ + لا/۶ = ۹ اب ہر رقم کو ۳ × ۴ × ۶ مین ضرب دین تو

۴ × ۶ × لا + ۳ × ۶ × لا + ۳ × ۴ × لا = ۳ × ۴ × ۶ × ۹

یعنے ۲۴ لا + ۱۸ لا + ۱۲ لا = ۶۴۸ ہر رقم کو ۶ پر تقسیم کرو تو

۴ لا + ۳ لا + ۲ لا = ۱۰۸ بجائے ضرب دینے کے ہر رقم کو ۳×۴×۶ مین ہم

۱۲ مین جو ذو اضعاف اقل ۳ و ۴ و ۶ کا ہے ضرب دین تو ہم کو ایک ہی دفعہ مین یہ حاصل

ہوگا کہ ۴ لا + ۳ لا + ۲ لا = ۱۰۸

یعنے ۹ لا = ۱۰۸

طرفین مساوات کو ۹ پر تقسیم کرو تو لا = ۱۰۸/۹ = ۱۲

پس ۱۲ قیمت مساوات کی ہے اور اگر ۱۲ کو بجائے لا کے مساوات مین رکھین تو صداقت مساوات کی ثابت ہوجاوے گی اور اول طرف یہ ہوگی کہ ۱۲/۳ + ۱۲/۴ + ۱۲/۶

یعنے ۴ + ۳ + ۲ یعنے ۹ جو مطابق دوسری طرف کے ہے ؛

(۱۶۱) اگر مساوات مین ایک طرف سے دوسری طرف کسی رقم کو علامت بدلکر لیجائین تو مساوات مین کچھہ فرق نہین آتا مثلاً فرض کرو کہ لا - ا = ب - د

طرفین مساوات پر ا زیادہ کرو

تو لا - ا + ا = ب - د + ا

یعنے لا = ب - د + ا

اب طرفین مساوات سے ب کو تفریق کرو تو

لا - ب = ب + ا - د - ب = ا - د

اب دیکھہ لو کہ اول طرف سے - ا منتقل ہوکر دوسری طرف + ا ہوگیا اور ب دوسری طرف سے منتقل ہوکر اول طرف - ب اس عمل کو عمل انتقال یا تقلیب یا جبر و مقابلہ کہتے ہین ؛

(۱۶۲) اگر مساوات کی ہر رقم کی علامت تبدیل کیجاوے تو مساوات مین کچھہ فرق نہین عائد ہوگا۔ یہہ بموجب دفعہ ۱۶۱ کے تقلیب مساوات سے ظاہر ہے مثلاً لا - ا = ب - د موافق عمل انتقال کے

د - ب = ا - لا

یعنی ا - لا = د - ب اور یہہ وہ نتیجہ ہے جو اصل مساوات کی ہر رقم کی علامت بدلنے سے حاصل ہوتا ہے اس عمل کا نام تبدیل علامات ہے

(۱۶۳) اب ہم یہہ لکھتے ہین کہ مساوات درجہ اول ایک مقدار مجہول کی کسطرح حل ہوتی ہے، قاعدہ اوسکا یہہ ہے کہ مساوات مین سے کسور کو دور کرو اور اگر ضرورت ہو تو تبدیل علامات کرکے مقادیر مجہول کو ایک طرف لاؤ اور مقادیر معلوم کو دوسری طرف لیجاؤ اور مقدار مجہول کی امثال کو جمع کرکے حاصل جمع پر طرفین مساوات کو تقسیم کرو تو قیمت مطلوبہ ہمکو حاصل ہوجائیگی

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین لکھتے ہین مساوات ۷ لا + ۲۵ = ۳۵ + ۵ لا کو حل کرو

یہان کسر نہین ہی موافق عمل انتقال کے ۷ لا - ۵ لا = ۳۵ - ۲۵

یعنی ۲ لا = ۱۰

۲ پر تقسیم کرو لا = $\frac{۱۰}{۲}$ = ۵

اب ہم اس قیمت کا صحیح ہونا اسطرح سے ثابت کرسکتے ہین کہ بجای لا کے ۵ اصل مساوات مین رکھین تو ہر یک طرف مساوات کے برابر ۶۰ کے ہوگی

(۱۶۵) حل کرو ۴ (۳ لا - ۲) - ۲ (۴ لا - ۳) - ۳ (۴ - لا) = ۰

ضربین لگاکر اسطرح سے مساوات کو لکھو کہ

۱۲ لا - ۸ - (۸ لا - ۶) - (۱۲ - ۳ لا) = ۰

اب خطوط وحدانی ساقط کرو تو

۱۲ لا - ۸ - ۸ لا + ۶ - ۱۲ + ۳ لا = ۰ اب رقموںکو جمع کرو تو

۷ لا - ۱۴ = ۰ انتقال سے

۷ لا = ۱۴ تقسیم کرو ۷ پر تو

لا = $\frac{۱۴}{۷}$ = ۲

طالبعلمون کے لئے یہہ عمدہ مشق ہے کہ وہ صحت حل کا امتحان کر لیا کرین مثلاً مثال گذشتہ مین ۲ بجائے لا کے اصل مساوات مین رکھین تو یہہ حاصل ہوگا کہ ۱۶ − ۱۰ − ۶ یعنی صفر ہونا چاہیئے

(۱۶۶) حل کرو $\text{لا} - 2 - (2\text{لا} - 3) = \frac{3\text{لا} + 1}{2}$ اب خطوط وحدانی دور کرو تو

$$\text{لا} - 2 - 2\text{لا} + 3 = \frac{3\text{لا} + 1}{2}$$

یعنی $1 - \text{لا} = \frac{3\text{لا} + 1}{2}$

ضرب دو ۲ مین تو $2 - 2\text{لا} = 3\text{لا} + 1$

انتقال سے $2 - 1 = 3\text{لا} + 2\text{لا}$

$$1 = 5\text{لا}$$

اسواسطے $\text{لا} = \frac{1}{5}$

(۱۶۷) حل کرو مساوات $\frac{5\text{لا} + 4}{2} - \frac{7\text{لا} + 5}{10} = 5\frac{3}{5} - \frac{\text{لا} - 1}{2}$ ، $5\frac{3}{5}$ کو $= \frac{28}{5}$ ذو اضعاف اقل کل نسب نمایونکا ۱۰ ہے پس ۱۰ مین ضرب دو تو $5(5\text{لا} + 4) - (7\text{لا} + 5) = 28 \times 2 - 5(\text{لا} - 1)$ یعنی

$$25\text{لا} + 20 - 7\text{لا} - 5 = 56 - 5\text{لا} + 5$$

تقلیب سے $25\text{لا} - 7\text{لا} + 5\text{لا} = 56 + 5 - 20 + 5$

یعنی $23\text{لا} = 46$

اسواسطے $\text{لا} = \frac{46}{23} = 2$

مبتدی کو چاہیئے کہ وہ کامل عمل کیا کرے جسطرح سے اوپر کی مثال مین ہمنے کیا ہے تاکہ غلطی کا احتمال نہ رہے علامات مین غلطیان اکثر مساوات کی کسر دور کرنے مین ہوجاتی ہین اوپر کی مساوات مین کسر $-\frac{7\text{لا} + 5}{10}$ کو ۱۰ مین ضرب دیکر مناسب ہے کہ حاصل کو اول اس صورت مین لکھین − $(7\text{لا} + 5)$ اور بعد ازان اس صورت مین $-7\text{لا} - 5$ یہہ بہتر ہے کہ پہلی ضرب کی طرف خیال رکھین پھر دوسری دفعہ فقط علامات کی طرف اسطرح ایک ایک بات کو جدا جدا خیال کرین غلطی کے واقع ہونیکا احتمال نہین ہے

(۱۶۸) حل کرو ⅓(۵لا+۳) − ⅐(۱۶−۱۵لا) = ۳۷ − ۴لا بموجب دفعہ ۱۴۶ کے

مساوات کو اس صورت سے لکھا (۵لا+۳)/۳ − (۱۶−۵لا)/۷ = ۳۷ − ۴لا ۲۱ میں ضرب دو تو

۷(۵لا−۳) − ۳(۱۶−۵لا) = ۲۱(۳۷−۴لا) یعنی

۳۵لا − ۲۱ − ۴۸ + ۱۵لا = ۷۷۷ − ۸۴لا تقلیب سے

۳۵لا + ۱۵لا + ۸۴لا = ۷۷۷ + ۴۸ − ۲۱ یعنی

۱۳۴لا = ۸۰۴

اسواسطے لا = ۸۰۴/۱۳۴ = ۶

(۱۶۹) حل کرو (۶لا+۱۵)/۱۱ − (۸لا−۱۰)/۷ = (۴لا−۷)/۵ ضرب دو ۱۱ و ۷ و ۵ کے حاصل ضرب میں

تو ۳۵(۶لا+۱۵) − ۵۵(۸لا−۱۰) = ۷۷(۴لا−۷) یعنی

۲۱۰لا + ۵۲۵ − ۴۴۰لا + ۵۵۰ = ۳۰۸لا − ۵۳۹

تقلیب سے ۲۱۰لا − ۴۴۰لا − ۳۰۸لا = −۵۳۹ − ۵۲۵ − ۵۵۰ علامتیں بدل ڈالو

تو ۴۴۰لا + ۳۰۸لا − ۲۱۰لا = ۵۳۹ + ۵۲۵ + ۵۵۰

یعنی ۵۳۸لا = ۱۶۱۴

اسواسطے لا = ۱۶۱۴/۵۳۸ = ۳

امثلہ نمبری ۱۹

(۱) ۵لا + ۵۰ = ۴لا + ۵۶ (۲) ۱۶لا − ۱۱ = ۷لا + ۷۰

(۳) ۲۴لا − ۴۹ = ۱۹لا − ۱۴ (۴) ۳لا + ۲۳ = ۷۸ − ۲لا

(۵) ۷(لا−۱۸) = ۳(لا−۱۴) (۶) ۱۶لا = ۳۸ − ۳(۴−لا)

(۷) ۷(لا−۳) = ۹(لا+۱) − ۳۸ (۸) ۵(لا−۷) + ۶۳ = ۹لا

(۹) ۵۹(لا−۷) = ۴۱(۹−لا) − ۲ (۱۰) ۷۲(لا−۵) = ۶۳(۵−لا)

(۱۱) ۲۸(لا+۹) = ۲۷(۴۶−لا) (۱۲) لا + لا/۲ + لا/۳ = ۱۱

(۱۳) لا/۳ − لا/۴ + ۱/۶ = لا/۸ + ۱/۱۲ (۱۴) ۴لا/۳ + ۱۴ = ۲لا + ۶

(۱۵) لا/۵ + لا/۳ = لا − ۷ (۱۶) ۳۶ − ۴لا/۹ = ۸

(۱۷) ۲لا/۳ + ۴ = ۷لا/۱۲ + ۹ (۱۸) ۳لا/۴ + ۵ = ۵لا/۶ + ۲

(۱۹) ۵۶ − ۳لا/۴ = ۴۸ − ۵لا/۸

(۲۰) لا/۹ − ۴ = ۲۴ − لا/۸

(۲۱) ۲لا/۳ + ۱۲ = ۴لا/۵ + ۶

(۲۲) ۲لا/۳ = (۴لا − ۱۷۶)/۵

(۲۳) ۷لا/۸ − ۵ = ۹لا/۱۰ − ۸

(۲۴) − ۵لا/۹ − ۰ ۴۷ − ۷لا/۱۲

(۲۵) ۳لا/۴ + (۵لا − ۱۸۰)/۶ = ۲۹

(۲۶) لا/۲ + (۱ + لا)/۷ = لا − ۲

(۲۷) ۴ (لا − ۳) − ۷ (لا − ۴) = ۶ − لا

(۲۸) لا/۳ − ۱/۳ − لا/۴ + ۱/۴ = لا/۵ − ۱/۵ − لا/۶ + ۱/۶

(۲۹) ۱ + لا/۲ − ۲لا/۳ = ۳لا/۴ − ۴ ۱/۲

(۳۰) ۲لا − (۲لا − ۱۹)/۲ = (۱۱ − ۲لا)/۲

(۳۱) (۱ + لا)/۳ − (۳لا − ۱)/۵ = لا − ۲

(۳۲) لا + (۳لا − ۹)/۵ = ۴ − (۵لا − ۱۲)/۳

(۳۳) (۱۰لا + ۳)/۳ − (۲لا − ۷)/۲ = ۱۰لا − ۱۰

(۳۴) (۵لا − ۷)/۲ − (۲لا + ۷)/۳ = ۳لا − ۱۴

(۳۵) لا − ۱ − (لا − ۲)/۲ + (لا − ۳)/۳ = ۰

(۳۶) (لا + ۳)/۲ + (لا + ۴)/۳ + (لا + ۵)/۴ = ۱۶

(۳۷) (۷لا + ۹)/۴ = ۷ + لا − (۲لا − ۱۰)/۹

(۳۸) (۳لا − ۴)/۲ − (۶لا − ۵)/۸ = (۳لا − ۱)/۱۴

(۳۹) (۲لا − ۵)/۳ − (۵لا − ۳)/۴ + ۲ ۲/۳ = ۰

(۴۰) (لا − ۳)/۴ = (لا − ۵)/۶ + (لا − ۱)/۹

(۴۱) (لا − ۱)/۲ − (لا − ۳)/۴ + (لا − ۵)/۶ = ۴

(۴۲) لا/۳ − لا/۴ + (لا − ۲)/۵ = ۳

(۴۳) (۷لا + ۵)/۹ − (۵لا + ۶)/۴ = (۵لا − ۸)/۱۲

(۴۴) (لا + ۴)/۳ − (لا − ۴)/۵ = ۲ + (۳لا − ۱)/۱۵

(۴۵) (لا − ۱)/۲ + (۲لا + ۷)/۳ − (لا + ۲)/۹ = ۹

(۴۶) (لا − ۱)/۲ − (لا − ۲)/۳ + (لا − ۳)/۴ = ۲/۳

(۴۷) (۲لا − ۵)/۶ + (۶لا + ۳)/۴ = ۵لا − ۱۷ ۱/۲

(۴۸) لا/۴ − (۵لا + ۸)/۶ = (۲لا − ۹)/۳

(۴۹) (۳لا + ۵)/۷ − (۲لا + ۷)/۳ + ۱۰ − ۳لا/۵ =

(۵۰) ۱/۷ (۳لا − ۴) + ۱/۳ (۵لا + ۳) = ۴۳ − ۵لا

(۵۱) لا/۲ + لا/۳ − لا/۴ + لا/۵ = ۷ ۵/۶

(۵۲) لا/۲ − (لا − ۲)/۳ = (لا + ۳)/۴ − ۲/۳

(۵۳) (۳لا − ۵)/۴ + ۵لا/۳ = ۴/۳ − (۵لا − ۳)/۳

(۵۴) ۱/۲ (۲۷ − ۲لا) = ۹/۴ − ۱/۱۰ (۷لا − ۵۴)

(۵۵) ۵لا − {۸لا − ۳(۱۶ − ۶لا − (۴ − ۵لا))} = ۶

(۵۶) (۱ − ۲لا)/۳ − (۴ − ۵لا)/۶ + ۱۳/۴۲ = ۰

(۵۷) (لا + ۱)/۳ − (لا − ۱)/۴ + ۴لا = ۱۲ + (۲لا − ۱)/۶

(۵۸) (۴لا − ۷)/۸ + ۲ ۲/۳ + (۷ − ۴لا)/۴ = لا + ۱۳/۲۴

(۵۹) (۵لا − ۱)/۷ + (۹لا − ۵)/۱۱ = (۹لا − ۷)/۵

(۶۰) (لا + ۳)/۲ − (لا − ۲)/۳ = (۳لا − ۵)/۱۲ + ۱/۴

(۶۱) ۱/۶ (۸ − لا) + لا − ۱ ۲/۳ = ۱/۲ (لا + ۶) − لا/۳

(۶۲) (۳لا − ۱)/۵ − (۱۳ − لا)/۲ = ۷لا/۳ − ۱۱/۶ (لا + ۳)

(۶۳) (۲لا − ۱)/۵ + (۶لا − ۴)/۷ = (۷لا + ۱۲)/۱۱

(۶۴) (۷لا − ۴)/۸ + ۲ ۲/۳ + (۴ − ۷لا)/۴ = لا − ۷/۱۲

(۶۵) (۲ − لا)/۳ + (۳ − لا)/۴ + (۴ − لا)/۵ + (۵ − لا)/۶ + ۳/۴ = ۰

(۶۶) (۵لا − ۳)/۷ − (۹ − لا)/۳ = ۵لا/۲ + ۱۹/۶ (لا − ۴)

بیسوان باب مساوات درجۂ اول کا بیان

(۷۰) پہلے باب سے ذرا مشکل مثالین اب ہم لکہینگے طالب علم کو یہہ بات معلوم ہو جائیگی کہ بعض اوقات مساوات کے حل کرنے مین آسانی اسطرح ہو جاتی ہے کہ کل کسرون کو ایک ہی دفعہ دور نہ کرین بلکہ ایک دفعہ کچہہ کسرین دور کرکے اختصار کرین اور بعد اختصار کے پہر باقی کسرین دور کرین مثالون سے یہہ بات خوب عیان ہوگی

(۱۷۱) مساوات (لا + ۶)/۱۱ − (۲لا − ۱۸)/۳ + (۲لا + ۳)/۴ = ۵ ۱/۴ + (۳لا + ۴)/۱۲ کو حل کرو

آسانی کے لئے ۱۲ مین ضرب دو

تو (۱۲(لا + ۶))/۱۱ − ۴(۲لا − ۱۸) + ۳(۲لا + ۳) = ۱۶/۳ × ۱۲ + ۳لا + ۴

یعنی (۱۲(لا + ۶))/۱۱ − ۸لا + ۷۲ + ۶لا + ۹ = ۶۴ + ۳لا + ۴

تقلیب اور اختصار مساوات سے حاصل ہوگا کہ

(۱۲(لا + ۶))/۱۱ = ۵لا − ۱۳

ضرب ۱۱ مین دو تو ۱۲(لا + ۶) = ۱۱(۵لا − ۱۳)

یعنی ۱۲لا + ۷۲ = ۵۵لا − ۱۴۳

تقلیب سے ۷۲ + ۱۴۳ = ۵۵لا − ۱۲لا

یعنی ۴۳لا = ۲۱۵

اسواسطے لا = ۲۱۵/۴۳ = ۵

(۱۷۲) حل کرو (۶لا − ۱۳ ۱/۳)/(۱۵ − ۲لا) + ۲لا + (۶لا − ۱۵)/۲۴ = ۶ ۵/۱۲ − (۲۰ ۵/۸ − ۸لا)/۳

اب یہان آسانی کے لئے ۲۴ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

(۲۴(۶لا − ۴۰/۳))/(۱۵ − ۲لا) + ۴۸لا + ۶لا − ۱۵ = ۲۴ × ۷۷/۱۲ − ۸(۱۶۵/۸ − ۸لا)

یعنی (۱۴۴لا − ۳۲۰)/(۱۵ − ۲لا) + ۴۸لا + ۶لا − ۱۵ = ۱۵۴ − ۱۶۵ + ۶۴لا

اور تقلیب و اختصار سے (۱۴۴لا − ۳۲۰)/(۱۵ − ۲لا) = ۴

ضرب دو ۱۵ − ۲لا مین تو ۱۴۴لا − ۳۲۰ = ۶۰ − ۸لا

اسواسطے ۱۴۴لا + ۸لا = ۶۰ + ۳۲۰

یعنی ۱۵۲لا = ۳۸۰

اسواسطے لا = ۳۸۰/۱۵۲ = ۲ ۷۶/۱۵۲ = ۲ ۱/۲

(۱۷۳) حل کرو (لا − ۵)/(لا − ۷) = (لا + ۳)/(لا + ۹)

(لا − ۷)(لا + ۹) مین ضرب دو

تو (لا + ۹) (لا − ۵) = (لا + ۳) (لا − ۷)

یعنی لاٛ + ۴ لا − ۴۵ = لاٛ − ۴ لا − ۲۱

لاٛ کو دونو طرف مساوات سے تفریق کرو

تو ۴ لا − ۴۵ = − ۴ لا − ۲۱

تقلیب مساوات سے ۴ لا + ۴ لا = ۴۵ − ۲۱

یعنی ۸ لا = ۲۴

اسواسطے لا = ۲۴/۸ = ۳

اس مساوات مین کسور دور کرنیسے دونو طرف مساوات مین لاٛ آیا اسلئے اوسکو طرفین سے ساقط کردیا

تو مساوات درجۂ اول نکلی

(۱۷۴) (۲ لا + ۳)/(لا + ۱) = (۴ لا + ۵)/(۴ لا + ۴) + (۳ لا + ۳)/(۳ لا + ۱)

اب یہان آسانی کے لئے مساوات کو ۴ لا + ۴ یعنی ۴ (لا + ۱) مین ضرب دو

تو ۴ (۲ لا + ۳) = ۴ لا + ۵ + ۴ (لا + ۱) ۳ (لا + ۱)/(۳ لا + ۱)

اسواسطے ۸ لا + ۱۲ − ۴ لا − ۵ = ۱۲ (لا + ۱)²/(۳ لا + ۱)

یعنی ۴ لا + ۷ = ۱۲ (لا + ۱)²/(۳ لا + ۱)

ضرب دو ۳ لا + ۱ مین

تو (۴ لا + ۷) (۳ لا + ۱) = ۱۲ (لا + ۱)²

یعنی ۱۲ لاٛ + ۲۵ لا + ۷ = ۱۲ لاٛ + ۲۴ لا + ۱۲

طرفین سے ۱۲ لاٛ کو ساقط کرو

تو ۲۵ لا − ۲۴ لا = ۱۲ − ۷ یعنی لا = ۵

(۱۷۵) حل کرو (لا − ۱)/(لا − ۲) − (لا − ۲)/(لا − ۳) = (لا − ۴)/(لا − ۵) − (لا − ۵)/(لا − ۶) اب ظاہر ہے کہ

(لا − ۱)/(لا − ۲) − (لا − ۲)/(لا − ۳) = [(لا − ۱) (لا − ۳) − (لا − ۲)²] / [(لا − ۲) (لا − ۳)] = [لاٛ − ۴ لا + ۳ − (لاٛ − ۴ لا + ۴)] / [(لا − ۲) (لا − ۳)]

= − ۱ / [(لا − ۲) (لا − ۳)]

اور (لا − ۴)/(لا − ۵) − (لا − ۵)/(لا − ۶) = [(لا − ۴) (لا − ۶) − (لا − ۵)²] / [(لا − ۵) (لا − ۶)] = [لاٛ − ۱۰ لا + ۲۴ − (لاٛ − ۱۰ لا + ۲۵)] / [(لا − ۵) (لا − ۶)]

= − ۱ / [(لا − ۵) (لا − ۶)]

پس مساوات مفروضہ یہہ ہوگی

− ۱ / (لا − ۲)(لا − ۳) = − ۱ / (لا − ۵)(لا − ۶)

تبدیل علامات سے
۱ / (لا − ۲)(لا − ۳) = ۱ / (لا − ۵)(لا − ۶)

کسور کو دور کرنیسے (لا − ۵)(لا − ۶) = (لا − ۲)(لا − ۳)

یعنی لا^۲ − ۱۱ لا + ۳۰ = لا^۲ − ۵ لا + ۶

اسواسطے − ۱۱ لا + ۵ لا = ۶ − ۳۰

پس − ۶ لا = − ۲۴

اسواسطے ۶ لا = ۲۴ اور لا = ۴

(۱۷۶) حل کرو ۰۵ لا + (۰۴۵ لا − ۰۷۵)/۶ = ۰۲/۳ − (۰۱۳ لا − ۰۶)/۹

یہان اعداد کے اوپر نقطہ علامت عشاریہ ہے صحت کے لئے کسور عشاریہ کو کسور عامہ مین تحویل کر کے لکھو تو یہہ صورت حاصل ہوگی کہ

۵ لا/۱۰ + ۱/۶ (۴۵ لا/۱۰۰ − ۷۵/۱۰۰) = ۲/۳ × ۱۰/۱۰ − ۱/۹ (۱۳ لا/۱۰ − ۶/۱۰)

مختصر کرو تو لا/۲ + ۱/۶ (۹ لا/۲۰ − ۳/۴) = ۶ − (۱۳ لا/۹۰ − ۲/۱۵)

یعنی لا/۲ + ۳ لا/۴۰ − ۱/۸ = ۶ − ۱۳ لا/۹۰ + ۲/۱۵

۱۲۰ مین ضرب دینیسے ۶۰ لا + ۹ لا − ۱۵ = ۷۲۰ − ... لا + ۸

تقلیب سے ۱۱۹ لا = ۷۲ + ۸ + ۱۵ = ۹۵

اسواسطے لا = ۹۵/۱۹ = ۵

(۱۷۷) ایسی مساواتین بہی ہوتی ہین کہ اونمین مقادیر معلومہ کو حروف سے تعبیر کرتے ہین اور مقدار مجہول اونمین بہی لا سے تعبیر ہوتی ہے اور مقادیر معلومہ اور حروف سے تعبیر ہوتی ہین اب ہم تین مساواتین اس قسم کی حل کرتے ہین

(۱۷۸) حل کرو　لا/ا + لا/ب = ح

اب مین ضرب دو تو ب لا + ا لا = ا ب ح

یعنی (ا + ب) لا = ا ب ح

تقسیم ا + ب پر کرو تو لا = ا ب ح / (ا + ب)

(۱۷۹) حل کرو (ا + لا)(ب + لا) − ا(ب + ح) + ا²ح/ب + لا²

یہان اب + الا + ب لا + لا² = اب + اح + ا²ح/ب + لا²

اسواسطے الا + ب لا = اح + ا²ح/ب .

یعنی (ا + ب) لا = اح (۱ + ا/ب) = اح(ا + ب)/ب

تقسیم کرو ا + ب پر تو لا = اح/ب

(۱۸۰) حل کرو (لا − ا)/(لا − ب) = (۲لا − ا)²/(۲لا − ب)² کسور کو دور کرو تو

(لا − ا)(۲لا − ب)² = (لا − ب)(۲لا − ا)²

یعنی (لا − ا)(۴لا² − ۴ب لا + ب²) = (لا − ب)(۴لا² − ۴الا + ا²) ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوا کہ

۴لا³ − ۴لا²(ا + ب) + لا(۴اب + ب²) − اب² = ۴لا³ − ۴لا²(ا + ب) + لا(۴اب + ا²) − ا²ب

اسواسطے لا(ا² − ب²) = ا²ب − اب² = اب(ا − ب)

اسواسطے لا = اب(ا − ب)/(ا² − ب²) = اب/(ا + ب)

(۱۸۱) مساوات ذیل کو صحیح صحیح اس باب سے تعلق نہین کہتی مگر اوسکو یہان اس سبب سے لکہتے ہین کہ اوسکے حل ہونیمین کوئی دقت نہین ہے اور وہ ایک نمونہ اس قسم کی مساواتونکے حل کرنیکے لیے ہے اوسپر قیاس کرکے اور اسیطرحکی مساواتین حل کرسکتے ہین فقط اوسکو مساوات درجہ اول سے اسبات مین بہت مشابہت ہے کہ قیمت مقدار مجہول کی ایک ہی ہوتی ہے

حل کرو √لا + √(لا − ۱۶) = ۸

انتقال سے √(لا − ۱۶) = ۸ − √لا

طرفین مساوات کے مجذور کرنیسے لا − ۱۶ = ۶۴ − ۱۶√لا + لا

اسواسطے −۱۶ = ۶۴ − ۱۶√لا

انتقال سے ۱۶√لا = ۶۴ + ۱۶ = ۸۰

اسواسطے √لا = ۵

اسواسطے لا = ۲۵

امثلہ نمبری ۲۰

(۱) ۳/لا + ۱/۱۲لا = ۲۹/۲۴ (۲) ۴۲/(لا − ۲) = ۳۵/(لا − ۳)

(۳) ۱۳۸/(۳لا − ۴) = ۲۱۶/(۵لا − ۶) (۴) ۴۵/(۲لا + ۳) = ۵۷/(۴لا − ۵)

(۵) (۳لا − ۱)/۲ − (۲لا − ۵)/۳ + (لا − ۳)/۴ − لا/۶ = لا + ۱

(۶) ۱/۲ (۳لا − ۳)/۵ + (۱۰ − ۳/۲لا)/۲ + (لا − ۴)/۴ = (۱۰ − لا)/۶

(۷) ۵/۶ (لا − ۱/۳) + ۷/۶ (لا/۵ − ۱/۷) = ۴ ۸/۹

(۸) لا + (۵لا − ۸)/۴ = ۶ − (۳لا − ۸)/۵ (۹) (لا − ۲)/۴ + ۱/۳ = لا − (۲لا − ۱)/۳

(۱۰) لا + ۱ − (لا² + ۳)/(لا + ۲) = ۲ (۱۱) (لا − ۱)/(لا − ۲) = (۷لا − ۲۱)/(۷لا − ۲۶)

(۱۲) (۷لا − ۴)/(لا − ۱) = (۷لا − ۲۶)/(لا − ۳) (۱۳) لا/۷ − ۳لا/۲ + ۱۷/۷ = (۳لا + ۱)/۲ + ۱/۱۴

(۱۴) (۲لا − ۶)/(۳لا − ۸) = (۲لا − ۵)/(۳لا − ۷)

(۱۵) لا − ۳ − (۳ − لا)(لا + ۱) = لا(لا − ۳) + ۸

(۱۶) ۳ − لا − ۲(لا − ۱)(لا + ۲) = (لا − ۳)(۵ − ۲لا)

(۱۷) (۷ + ۹لا)/۴ − ۱ + (۲ − لا)/۹ = ۷لا (۱۸) (لا + ۷)(لا + ۱) = (لا + ۳)²

(۱۹) ۱/۳ (۲لا − ۱۰) − ۱/۱۱ (۳لا − ۴۰) = ۱۵ − ۱/۵ (۵۷ − لا)

(۲۰) (۶لا + ۸)/(۲لا + ۱) − (۲لا + ۳۸)/(لا + ۱۲) = ۱ (۲۱) (لا − ۱)/۴ − (لا − ۵)/۳۲ + (۱۵ − ۲لا)/۴۰ = (۹ − لا)/۲ − ۷/۸

(۲۲) (۴لا + ۱۷)/(لا + ۳) + (۳لا − ۱۰)/(لا − ۴) = ۷ (۲۳) (لا + ۱)/۷ + لا(لا − ۲) = (لا − ۱)²

(۲۴) (لا − ۴)/۳ + (لا − ۱)(لا − ۲) = لا² − ۲لا − ۴

(۲۵) ۳لا² − (۲لا − ۸)/۵ = (۷لا − ۲)(۳لا − ۶)/۳۵

(۲۶) (لا + ۱۰)/۳ − ۲/۵ (۳لا − ۴) + (۳لا − ۲)(۲لا − ۳)/۶ = لا² − ۲/۱۵

(۲۷) (۳لا − ۱)/(۲لا − ۱) − (۴لا − ۲)/(۳لا − ۲) = ۱/۶ (۲۸) ۲/(۲لا − ۳) + ۱/(لا − ۲) = ۶/(۳لا + ۲)

(۲۹) (لا − ۴)/(لا − ۵) − (لا − ۵)/(لا − ۶) = (لا − ۷)/(لا − ۸) − (لا − ۸)/(لا − ۹)

(۳۰) لا/(لا − ۲) + (لا − ۹)/(لا − ۷) = (لا + ۱)/(لا − ۱) + (لا − ۸)/(لا − ۶)

(۳۱) (۳ − ۲لا)/(۱ − ۲لا) − لا/(لا − ۲) − (۲لا − ۵)/(۲لا − ۷) = ۱ − (۴لا² − ۱)/(۷ − ۱۶لا + ۴لا²)

(۳۲) (۳ + لا)/(۳ − لا) − (۲ + لا)/(۲ − لا) − (۱ + لا)/(۱ − لا) = ۱

(۳۳) (لا − ۵)/۷ + (لا² + ۶)/۳ − (لا² − ۲)/۲ − (لا² − لا + ۱)/۶ + ۳

(۳۴) (لا + ۱)(لا + ۲)(لا + ۳) = (لا − ۱)(لا − ۲)(لا − ۳) + ۳(۴لا − ۲)(لا + ۱)

(۳۵) (لا − ۹)(لا − ۷)(لا − ۵)(لا − ۱) = (لا − ۲)(لا − ۴)(لا − ۶)(لا − ۱۰)

(۳۶) (۸لا − ۳)²(لا − ۱) = (۴لا − ۱)²(۴لا − ۵)

(۳۷) (لا² − لا + ۱)/(لا − ۱) + (لا² + لا + ۱)/(لا + ۱) = ۲لا (۳۸) ۵لا − ۲ = ۵م لا + م لا − ۱

(۳۹) ۵لا + ۶لا − ۸ = ۵ ۷لا + ۵م (۴۰) ۵ا لا + (۳۵لا − ۲۲۵م)/۶ = ۳۶/م − (۹لا − ۱۸)/۹

(۴۱) (ا − لا)/ب − (ب + لا)/ا = لا (۴۲) ا (لا − ا)/ب + ب (لا − ب)/ا = لا

(۴۳) (لا² − ا)/(ب لا) − (ا − لا)/ب = ۲لا/ب − ا/لا

(۴۴) لا(لا − ا) + (لا − ب)لا = ۲(لا − ا)(لا − ب)

(۴۵) (لا − ا)(لا − ب)(لا + ۲ا + ۲ب) = (لا + ۲ا)(لا + ۲ب)(لا − ا − ب)

(۴۶) (لا − ا)(لا − ب) = (لا − ا − ب)²

(۴۷) ا/(لا − ا) − ب/(لا − ب) = (ا − ب)/(لا − ج) (۴۸) ا/(ا + لا) + ب/(ب + لا) = (ا + ب)/(لا + ج)

(۴۹) ۱/(لا − ا) − ۱/(لا − ب) = (ا − ب)/(لا² − اب)

(۵۰) ۱/(لا − ا) − ۱/(لا − ا + ج) = ۱/(لا − ب − ج) − ۱/(لا − ب)

(۵۱) (م لا − ا − ب)/(ن لا − ج − د) = (م لا − ا − ج)/(ن لا − ب − د)

(۵۲) (ا − ب)(لا − ج) − (ب − ج)(لا − ا) − (ج − ا)(لا − ب) = ۰

(۵۳) (لا − ا)/(ا − ب) − (لا + ا)/(ا + ب) = ۲ا لا/(ا² − ب²)

(۵۴) (ا − لا)(ب − لا) = (ع + لا)(ق + لا)

(۵۵) (لا − ا)/(لا − ا − ۱) − (لا − ا − ۱)/(لا − ا − ۲) = (لا − ب)/(لا − ب − ۱) − (لا − ب − ۱)/(لا − ب − ۱)

(۵۶) (لا + ا) (۲ لا + ب + ح)۲ = (لا + ب) (۲ لا + ا + ح)۲

(۵۷) (لا + ۲ ا) (لا − ا)۲ = (لا + ۲ ب) (لا − ب)۲

(۵۸) (لا − ا)۳ (لا + ا − ۲ ب) = (لا − ب)۳ (لا − ۲ ا + ب)

(۵۹) √۴ لا + √(۴ لا − ۷) = ۷   (۶۰) √(۱۴ + لا) + √(لا − ۱۴) = ۱۴

(۶۱) √(لا + ۶۱) + √(لا − ۹) = ۱۰   (۶۲) √(۹ لا + ۴) + √(۹ لا − ۱) = ۳

(۶۳) √(لا + ۴ ا ب) = ۲ ا − √لا   (۶۴) √(لا − ا) + √(لا − ب) = √(ا − ب)

اکیسوان باب سوالات مین

(۱۸۲) اوپر کی دو بابون مین جو مذکور ہوا اوسکو بعض سوالات کی حل کرنیکی اندر کام مین لاتے ہین اوس مین طالب علم کو فوائد جبریہ بطور مشتی متواتر خرداری دکہائی دیتی ہین ان سوالات مین خاص مقداریں معلوم ہوتی ہین اور ایک مقدار جوان مقدارون سی تعلق و ارتباط خاص رکہتی ہی دریافت کرنی ہوتی ہی اور یہہ مقدار جو دریافت کرنی ہوتی ہے اوسی مقدار مجہول کہتی ہین اور یہہ تعلقات جوان مقدار معلوم اور مجہول مین ہوتی ہین وہ روزمرہ کی بول چال مین سوال کی اندر بیان کئی جاتی ہین عام ترکیب سوالات کی حل کرنیکی اسطرح سی ہی کہ مقدار مجہول کو حرف لا سی تعبیر کرو اور جو اس مقدار مجہول کو مقادیر معلومہ سی ارتباط ہون اونکو جبر مقابلہ کی زبان مین بیان کرو اس ترکیب سے ایک مساوات پیدا ہوگی اور اوسی قیمت مقدار مجہول کی دریافت ہو جائیگی جبر مقابلہ کی زبان سی ہمارا مطلب یہہ ہی کہ اوس بیان کو رموز یعنی علامات جبریہ مین اسطرح بیان کرو کہ وہ تعلقات جو روزمرہ کی بول چال مین بیان کی گئی ہین وہ اون رموز سے مفہوم ہون

(۱۸۳) وہ کونسی دو عدد ہین کہ جنکا حاصل جمع ۸۵ ہی اور حاصل تفریق ۲۷ ہے

فرض کرو کہ لا چھوٹے عدد کو تعبیر کرتا ہے   چونکہ حاصل تفریق اعداد کا ۲۷ مانا ہے تو دوسرا عدد لا + ۲۷ ہوگا اور مجموعہ اعداد کا ۸۵ ہے

تو ہمکو یہہ مساوات حاصل ہوگی کہ لا + لا + ۲۷ = ۸۵

یعنی ۲ لا + ۲۷ = ۸۵

اسواسطے ۲ لا = ۸۵-۲۷ = ۵۸

اسواسطے لا = ۵۸/۲ = ۲۹

پس چہوٹا عدد ۲۹ ہے تو بڑا عدد ۲۷ + ۲۹ یعنی ۵۶ ہے

(۱۸۴) زید اور بکر اور عمر مین تین روپیہ دو آنہ اسطرح تقسیم کرو کہ بکر کو زید سی ۵ آنہ زیادہ ملین اور عمر کو اتنا ملے جتنا کہ دونو زید اور بکر کو ملا ہے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اون آنون کو جو زید کے حصہ مین آوین تو لا + ۵ اُن آنونکو تعبیر کریگا جو بکر کے حصہ مین آوینگے اور ۲ لا + ۵ تعبیر کریگا اُن آنونکو جو عمر کے حصے مین آوینگے اور تمام آنون کا مجموعہ ۵۰ آنہ ہے

تو لا + لا + ۵ + ۲ لا + ۵ = ۵۰

یعنی ۴ لا + ۱۰ = ۵۰

اور ۴ لا = ۵۰ − ۱۰ = ۴۰

اسواسطے لا = ۴۰/۴ = ۱۰

پس زید کے حصہ کے ۱۰ آنہ ہین اور بکر کے حصہ کے ۱۵ آنہ اور عمر کے حصہ کے ۲۵ آنہ یعنی ۱ روپیہ ۹ آنہ

(۱۸۵) زید و بکر و عمر مین کچہہ روپیہ تقسیم ہوا اسطرح سی کہ زید و بکر نے ملکر ۱۷ روپیہ ۱۲ آنہ پائی اور زید و عمر نے ملکر ۱۵ روپیہ ۱۲ آنہ اور بکر و عمر نے ملکر ۱۲ روپیہ ۸ آنہ تو تبلاؤ ہر ایک کے حصہ مین کیا کیا آیا - فرض کرو کہ لا اوس روپیہ کو تعبیر کرتا ہی جو زید نے پایا تو ۱۷ ۳/۴ روپیہ - لا وہ روپیہ ہی کہ جو بکر نے پایا ہی اسواسطے کہ زید و بکر نے ملکر ۱۷ ۳/۴ روپیہ پائی ہین اور ۱۵ ۳/۴ - لا وہ روپیہ ہوگا جو عمر نے پایا ہی اسلئے کہ عمر و زید نے ملکر ۱۵ ۳/۴ روپیہ پائی ہین اور بکر و عمر نے ملکر ۱۲ ۱/۲ روپیہ پائے ہین

تو ۱۲ ۱/۲ = ۱۷ ۳/۴ - لا + ۱۵ ۳/۴ - لا

یعنی ۱۲ ۱/۲ = ۳۳ ۱/۲ - ۲ لا

اسواسطے ۲ لا = ۳۳ ۱/۲ - ۱۲ ۱/۲ = ۱۱

اسواسطے لا = ۲۱/۲ = ۱۰½ روپیہ کے

پس زید کو عہ۵/۸ اور بکر کو ۱۴ہہ اور عمر کو ۱۴ہہ ملے

(۱۸۶) ایک پنساری کے پاس کچھہ مرچین ۲ر سیر کی اور کچھہ ۳۰ر سیر کی تھین تو بتاؤ ہر ایک قسم کی مرچون مین سے کس کس قدر ملائی کہ ڈہائی من مرچین ۲۰ر سیر کی بنجاوین

فرض کرو کہ لا پہلی قسم کی مرچون کی سیرون کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا دوسری قسم کی مرچون کی سیرون کو تعبیر کرتا ہے اور لا سیر کے قیمت ۲ لا آنہ ہوگے

اور ۱۰۰ - لا کی قیمت ۷/۴ (۱۰۰ - لا) آنہ ہوگی اور کل قیمت ۵/۴ × ۱۰۰ آنہ ہوگی

اسواسطے ۵/۴ × ۱۰۰ = ۲ لا + ۷/۴ (۱۰۰ - لا) ضرب دو ۴ مین

تو ۵۰۰ = ۴ لا + ۷۰۰ - ۷ لا

اسواسطے ۷ لا - ۴ لا = ۷۰۰ - ۵۰۰

یعنی ۳ لا = ۲۰۰

اسواسطے لا = ۲۰۰/۳ = ۶۶ ۲/۳ سیر

پس ۶۶ ۲/۳ سیر اول قسم کی مرچین اور ۳۳ ۱/۳ دوسری قسم کی مرچین ملانی چاہئین

(۱۸۷) ایک خط ۲ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اوسکو سطرح سے تقسیم کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ کی تین چوتہائی ہو

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہی انچون کو جو بڑے حصہ مین ہون تو ۳/۴ لا تعبیر اون انچون کو کریگا جو دوسرے حصہ مین ہون اور تعداد انچون کی کل خط مین ۲۸ ہے

تو لا + ۳/۴ لا = ۲۸

اسواسطے ۴ لا + ۳ لا = ۱۱۲

یعنی ۷ لا = ۱۱۲

اسواسطے لا = ۱۶

تو ایک حصہ ۱۶ انچ اور دوسرا ۱۲ انچہ ہوا

(۱۸۸) ایک شخص کے پاس ایک ہزار روپیہ تہے اوسمین سے کچھہ روپیہ تو ۴ روپیہ سیکڑہ سود پر دیا

اور باقی روپیہ ۵ روپیہ سیکڑہ پر اور کل آمدنی سود کی ۴۴ روپیہ ہے تو بتاؤ کسقدر روپیہ ۴ روپیہ سیکڑہ پر دیا گیا اور کسقدر پانچ روپیہ پر

فرض کرو کہ لا وہ روپیہ ہے جو چار روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا ہے

تو ۱۰۰۰ - لا وہ روپیہ ہوگا جو پانچ روپیہ سیکڑہ پر روپیہ دیا گیا ہی تو سود جو پہلے روپیہ سے حاصل ہوگا وہ $\frac{۴\,\text{لا}}{۱۰۰}$ اور جو دوسرے سے وہ $\frac{۵(۱۰۰۰-\text{لا})}{۱۰۰}$ ہوگا اسواسطے

$$۴۴ = \frac{۴\,\text{لا}}{۱۰۰} + \frac{۵(۱۰۰۰-\text{لا})}{۱۰۰}$$

اسواسطے $۴۴۰۰ = ۴\,\text{لا} + ۵(۱۰۰۰ - \text{لا})$

یعنی $۴۴۰۰ = ۴\,\text{لا} + ۵۰۰۰ - ۵\,\text{لا}$

اسواسطے $\text{لا} = ۵۰۰۰ - ۴۴۰۰ = ۶۰۰$

پس چھہ سو روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر دئے تھے

(۱۸۹) ان سوالون کے دیکھنے سے طالبعلم کو معلوم ہوگا کہ فقط دشواری سوالات کی حل کرنے مین یہی ہے کہ سوال کی عبارت کو رموز جبریہ یعنی جبر ومقابلہ کی علامتون مین ٹھیک ٹھیک بیان کرین اس دشواری سے طالبعلم کو ہمت ہارنی نہ چاہیئے تہوڑی مشق اس مشکل کو آسان کردیگی یہہ بات قابل لکھنے کی ہے مبتدیونکو اوسپر خوب متوجہ ہونا چاہیئے کہ جسکو مقدار مجہول کہتے ہین وہ درحقیقت ایک عدد مجہول ہے مساوات کے بنانے مین اوسپر خوب لحاظ رکھنا چاہیئے کہ وہ کیا ہی سوال دوم مین ہمنے لکھا ہے کہ لا تعبیر کرتا ہے اون آنونکی تعداد کو جو زید کے حصہ مین آئے مگر مبتدی اکثر لکھینگے کہ لا = زید کے حصہ کے اب اسی یہہ نہین معلوم ہوتا کہ زید کے حصہ مین روپیہ ہین آنے ہین پیسے ہین غرض ایسی قیدون کے نہ لگانے سی غلطیان ہوجاتی ہین اور سوال پنجم مین ہمنے فرض کیا کہ لا تعبیر کرتا ہے اون انچونکی تعداد کو جو بڑی حصہ مین ہون مبتدی اکثر یہہ لکھتے ہین کہ فرض کرو لا = بڑے حصہ کے یا لا = ایک حصہ کے اسطرح مبتدیون کے لکھنے سی غلطیان واقع ہوجاتی ہین

(۱۹۰) مبتدی اکثر سوال کی عبارت کو خوب نہین سمجھتے اس سبب سے اونکو مشکل ہوتا ہے کہ اس روزمرہ کی بول چال کو جبر مقابلہ کی زبان مین ترجمہ کرین پس اگر عبارت سوال ونکی سمجھہ مین نہ آتی ہو تو پہر سوال کا حل ہونا ممکن ہی مگر اکثر ایسا ہوتا ہے کہ اونکو سوال کی عبارت مین اشتباہ عاید ہوتا ہے اونکی سمجھہ مین کئی کئی معنی اوس عبارت کے آتے ہین ایسی جگہہ طالب علم کو چاہیے کہ وہ ایک معنی ذہن مین ٹہراکر اوسکے موافق ترجمہ عبارت کا جبر مقابلہ مین کرے اگر کوئی نتیجہ بیہودہ نکلے تو جان لے کہ مین معنی بالکل غلط سمجھا پس دوسرے معنی کی موافق عمل کرے اور اگر نتیجہ ٹھیک اطمینان کے قابل ہو تو جان لے کہ غالباً مین معنی درست سمجھا لیکن اگر کوئی اور معنی بہی اوسکے سمجھہ مین آتے ہون تو اوسکا بہی آزمانا خالی از منفعت نہین ہے کیونکہ اوس سے معلوم ہو جائیگا کہ عبارت سوال کی دوسرے معنی دیتی ہے یا نہین

(۱۹۱) سوالات کی حل کرنیمین طالب علم کے آگے سوال ایسے آجاتے ہین کہ جنکا حل حساب سے یا ذہن سے آسان ہوتا ہے اسلیئے طالب العلم کی نظر مین جبر مقابلہ کی قدر و منزلت کم ہو جاتی ہے اور وہ یہہ جاننے لگتا ہے کہ جبر مقابلہ کی کیا ضرورت ہی لیکن ہم کہتے ہین کہ جبر مقابلہ سے ان سوالات کو خوب بتحقیق کے ساتھہ طالب علم حل کرسکتا ہے اور جب آگے بڑہیگا تو اوسکو ایسے سوالات معلوم ہونگے کہ وہ نہایت مشکل ہے بلکہ بعض بالکل علم حساب سے حل نہ ہونگے

سوالات نمبری ۲۱

(۱) ایک عدد دریافت کرو جو اپنے پانچوین حصہ سے بقدر ۲۴ کے زیادہ ہو

(۲) باپ کی عمر ۴۰ برس کی ہے اور بیٹے کی عمر ۲ برس کی تو بتاؤ کتنے برسون مین باپ کی عمر آٹھہ گنی بیٹے کی عمر سے ہوگی

(۳) دو عددون مین فرق ۷ کا ہی اور حاصل جمع اونکا ۳۳ ہے اون عددونکو دریافت کرو

(۴) زید و بکر و عمر نے ۱۵۵ روپیہ کا چندہ ملا کر کیا بکر نے بہ نسبت زید کی ۱۵ روپیہ زیادہ دیئے اور عمر نے بہ نسبت بکر کے ۲۰ روپیہ زیادہ دیئے تو بتاؤ ہر ایک نے کیا کیا دیا

(۵) حاصلتفریق دو عددون کا ۴ ہے اور حاصلجمع ۸ ۴ ہے اونکو دریافت کرو

(۶) زید کی عمر بکر سے دو چند ہے اور سات برس پہلے ان دونون کی عمرین ملکر برابر تہین زید کی عمر کی جو اوسکی اب ہی

(۷) اوس عدد کو بتاؤ کہ جسپر ۵۶ زیادہ کرین تو سہ چند ہو جائے

(۸) ایک لڑکا نومبر کے مہینہ مین پیدا ہوا اور دسوین دسمبر کو اوسکی عمر اتنے دنون کی تہی جتنی تاریخین نومبر کی اوسکی روز ولادت سے پہلے گذر چکی تہین تو بتاؤ کس تاریخ ماہ نومبر کی لڑکا پیدا ہوا تہا

(۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسکے دو چند پر ۲۴ زیادہ کرین تو وہ اتنی ہی سو قدر اسے بڑا ہو جسقدر وہ خود عدد ۱۰۰ اسے چہوٹا ہے

(۱۰) ایک مچہلی ہے جسکا سر ۹ انچہ لنبا ہے اور دم اوسکی اسقدر لنبی ہے جسقدر کہ سر اور نصف پشت اور پشت اوسکی اسقدر لنبی ہے جسقدر کہ دم اور سر دونو ملکر تو بتاؤ کہ دم اور پشت کا طول کیا ہے

(۱۱) ۸۴ کو ایسی دو حصون مین تقسیم کرو کہ سہ چند ایک حصہ کا برابر دوسرے حصہ کی چہار چند کے ہو

(۱۲) زید و بکر و عمر نے ملکر ۶۷ روپیہ کا چندہ کیا بکر نے زید کے برابر روپیہ دیا اور دس روپیہ اور زیادہ اور عمر نے اسقدر روپیہ دیا جسقدر کہ زید اور بکر نے تو بتلاؤ ہر ایک نے کیا دیا

(۱۳) ۶۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا ساتوان حصہ برابر دوسرے حصہ کے آٹہوین حصہ کے ہو

(۱۴) دو برابر بہرے ہوئے پیپے شراب کی تہے جب ایک مین سے ۳۴ بوتلین اور دوسرے مین سے ۸۰ بوتلین نکال لین تو ایک پیپہ کی شراب دوسرے پیپہ کی شراب سے سہ چند ہوگئی تو بتاؤ جب وہ پیپہ بہرے ہوئے تہے تو کسقدر شراب تہی

(۱۵) ۵۶ کو ایسی دو حصون مین تقسیم کرو کہ بڑے حصہ کا سچند چہوٹے حصہ کے ست گنے سے

بقدر ۵ اکے زیادہ ہو

(۱۶) ایک شخص نے ۲۰ آنہ ۲۰ آدمیونمین تقسیم کئی اسطرح سے کہ بعض کو تو آدہ آنہ دیا اور باقی کو ا ر ۴ پائی تو بتاؤ کتنے کو آدہ آنہ دیا

(۱۷) ۳۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا سہ چند اور دوسرے حصہ کا پچگنا ملکر برابر ۸۴ کے ہون

(۱۸) ایک کتاب کے حصے علیحدہ علیحدہ خریدے گئی تو وہ ۸/ ر ۸ پائی کو آئے لیکن اگر قیمت ہر حصہ کی ۱۳ پائی زیادہ ہوتی تو اوسکی قیمت للعہ/ ۳ ر ۲ پائی ہوجاتے تو بتاؤ کسقدر اونکے حصہ ہین

(۱۹) ۵۴ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کو ۲ پر تقسیم کرین اور دوسرے کو ۲ مین ضرب دین تو نتیجہ ایک ہی ہو

(۲۰) باپ اپنے لڑکے سے سہ چند عمر کا ہے اور چار برس پہلے باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوچند تھی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۲۱) ۸۸ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ چوتھائی ایک حصہ کی دوسرے حصہ کے آٹھوین حصہ سے بقدر ۴ اکے زیادہ ہو

(۲۲) فقیرون کی جماعت سے ایک شخص ملا اور ہر ایک فقیر کو ۸ پائی اوسنے دین تو ۲ ا پائی اوس پاس باقی رہین اگر اوس پاس ایک آنہ اور ہوتا تو وہ ہر ایک فقیر کو چہہ پائی دے سکتا تو بتاؤ کسقدر فقیر ہین

(۲۳) ۱۰۰ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تہائی دوسرے حصہ کی چوتھائی سے کم کیجائے تو ۱۱ باقی رہین

(۲۴) زید اور بکر جوا کھیلنے بیٹھے تو زید پاس ۲۷ روپیہ تھے اور بکر پاس ۵۲ روپیہ لیکن کچھہ بازیون کی ہار جیت کے بعد زید پاس سہ چند روپیہ بکر سے ہوگئے تو بتاؤ کہ زید نے

کسقدر روپیہ جیتا

(۲۵) ۷۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ بڑے حصہ اور ۲۴ کا حاصل فرق برابر ہو دو چند حاصلتفریق چہوٹے حصہ اور ۲۸ کے

(۲۶) زید و بکر و عمر نے ۲۷۶ روپیہ کا چندہ اسطرح سے کیا کہ بکر نے بہ نسبت زید کی دو چند روپئے دئے اور بارہ روپئے اور زیادہ اور عمر نے سہ چند روپیہ بکر سے دئے اور ۱۲ روپیہ اور زیادہ تو ہر ایک نے کیا کیا دیا

(۲۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اوسکے پانچوین اور ساتوین حصہ کا مجموعہ اوسکے آٹھوین اور بارہوین حصہ کے مجموعہ سے بقدر ۱۱۳ کے زیادہ ہو

(۲۸) شکست مین سپاہ کا چہٹا حصہ زخمی اور قتل ہوا اور چار ہزار قید ہوئے بعد ازان تین ہزار سپاہ ہیونچی اونکو کمک اور پہونچگئی لیکن مراجعت کرنیمین جو تہائی فوج بہ غارت ہوگئی اور کل اٹہارہ ہزار آدمی باقی سلامت رہے تو بتاؤ کسقدر سپاہ مین درصل آدمی تہے

(۲۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اوسکی پانچوین اور ساتوین حصہ کا مجموعہ اوسکی چوتہی اور ساتوین حصہ کے فرق سے بقدر ۹۹ کے زیادہ ہو

(۳۰) خاص آدمیون مین ۲ روپیہ ۱۲ اسطرح تقسیم ہوئے کہ آدہون کو ڈیڑہ ڈیڑہ آنہ اور تہائی کو ڈہائی ڈہائی آنہ تو بتاؤ کتنے آدمی تہے

(۳۱) ایک آدمی پاس نوسو ۹۰۰ روپیہ تہے اوسمین کچہہ روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر سودی دئے اور باقی پانچ روپیہ سیکڑہ پر اور ان دونون صورتون مین آمدنی سود کی برابر تہی تو بتاؤ کتنا روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر قرض دیا تہا

(۳۲) ایک شخص کے چہہ بیٹے اوپر تلے چار چار برس کے فرق سے پیدا ہوئے اور سب سے بڑے کی عمر تگنی سب سے چہوٹے کی عمر سے ہے تو بتاؤ ہر ایک کی عمر کیا ہے

(۳۳) ۹۲ کو ایسے چار حصون مین تقسیم کرو کہ پہلا حصہ دوسرے سے بقدر ۱۰ کی دوسرے سے

بقدر ۱۸ کے اور چوتہے سے بقدر ۲۴ کے زیادہ ہو

(۳۴) ایک شخص نے ۵۵۰ روپیہ اپنے چار خدمتگارون زید و بکر و عمر و خالد مین اسطرح تقسیم کئے کہ بکر کو دوچند زید سے اور عمر کو اوسقدر جسقدر کہ زید و بکر کو اور خالد کو اسقدر جسقدر بکر و عمر کو ملکر تو بتاؤ ہر ایک کو کیا دیا

(۳۵) دو عدد اوپر تلے کے ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدہا اور پانچوان حصہ ملکر برابر دوسرے عدد کے تہائی اور چوتہائی حصون کے مجموعہ کے ہو

(۳۶) زید و بکر و عمر مین کچھہ روپیہ اسطرح سے تقسیم ہوا کہ زید و بکر کو ملکر ۶ روپیہ اور زید و عمر کو ملکر ۸ روپیہ اور بکر و عمر کو ملکر ۹ روپیہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ملا

(۳۷) زید و بکر ساتہہ چلے زید پاس سو روپیہ تہے اور بکر پاس ۴۸ روپیہ چورون نے راہ مین اونکی اسطرح سے خبر لی کہ زید سے بہ نسبت بکر کے دوچند روپیہ چہینا اور زید پاس بہ نسبت بکر کے سہ چند روپیہ چہوڑا تو بتاؤ ہر ایک سے چور کیا لیگئے

(۳۸) پانچ سو روپیہ چار آدمیون مین اسطرح سے تقسیم ہوئے کہ پہلے اور دوسرے کو ملا کر ۲۸۰ روپیہ ملے اور پہلے اور تیسرے کو ۲۶۰ روپیہ اور پہلے اور چوتہے کے ۲۲۰ روپیہ تو ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۹) زید اور بکر پاس چالیس روپیہ تہے اور جب زید نے بکر سے ۱۰ روپیہ لئے تو اوسپاس بکر کے روپیون سے چہہ روپیہ زیادہ ہوگئے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ پہلے تہا

(۴۰) ایک بنئے پاس دو قسم کی شکر تہی ایک ۲ سیر کی اور دوسری ۲ سیر ۴ پائی سیر کی ان دونون شکرون کو ملاکر سوا سیر ایسی شکر بنانی چاہتا ہے کہ ۲ سیر ۴ پائی سیر کی شکر بچا دے تو ہر ایک قسم کی شکر کتنی کتنی لیکر ملائے

(۴۱) عرق گاؤزبان اور بادیان کو ملاکر اسطرح عرق مرکب بنایا کہ گاؤزبان کا عرق

نصف عرق مرکب سے اور ۲۰ بوتلین اور زیادہ اور عرق بادیان ایک تہائی عرق مرکب سے مگر ۵ بوتلین کم تو بتاؤ ہر ایک عرق کی کتنی کتنی بوتلین تہین

(۴۲) دس ہزار چٹھیان ایک کوٹہی کی بیچنے کی لئے تجویز کی گئین اونین سے کچھہ چٹھیان پڑین اور کچھہ باقی رہین جو چٹھیان پڑین تہین اونکی آدہی تعداد اور جو باقی رہین اونکی تہائی تعداد ملکر ۳۵۰۰ تہی تو بتاؤ کتنی چٹھیان پڑین

(۴۳) کچھہ وزن کی بارود ہے اور اوسمین شورہ اوسے آدہا اور ۶ سیر اور زائد اور گندک ایک تہائی مگر ۵ سیر کم اور کوئلہ چوتہائی مگر ۳ سیر کم تو بتاؤ یہہ اجزا کتنے کتنے سیر ہین

(۴۴) ایک سپہ سالار نے شکست کہا کر اپنی فوج کا حساب کیا تو معلوم ہوا کہ آدہی سپاہ اور ۳۶۰۰ آدمی اور بہی لڑنے کے قابل ہین اور ایک آٹہوان حصہ سپاہ کا اور ۶۰۰ آدمی زخمی ہوئے ہین اور باقی ایک پانچوان حصہ سپاہ کا رہا سہا مارا گیا یا قید ہوا تو بتاؤ سپاہ مین کتنے آدمی تہے

(۴۵) کتنی بہیڑین فی بہیڑ ۸ روپیہ ۱۲ ار کے حساب سے خریدین کہ ایک کوٹہڑی ایک رات کی رکہوائی دیکر دس روپیہ فی بہیڑ کے بیچنے سی ۱۲ روپیہ فائدہ کے حاصل ہون

(۴۶) کچھہ روپیہ زید بکر عمر خالد و حامد مین تقسیم ہوا اسطرح سے کہ بکر کو ۱۰ روپیہ کم بہ نسبت زید کے ملے اور عمر نے ۱۲ روپیہ بکر سے زیادہ پائے اور خالد نے ۵ روپیہ کم بہ نسبت عمر کے پائی اور حامد نے ۵ روپیہ زائد بہ نسبت خالد کے پائے اور حامد کا حصہ برابر زید اور بکر کے حصوں کے تہا تو بتاؤ ہر ایک نے کیا پایا

(۴۷) ایک سوداگر نے کچھہ سرمایہ سی تجارت شروع کی پہلے سال کے آخر مین اصل سرمایہ دو چند ہوگیا مگر اونمین سی سو روپیہ دو چند نہین ہوئے اور دوسرے سال کے آخر مین جو شروع دوسرے سال مین سرمایہ تہا دو چند ہوگیا مگر سو روپیہ اونمین بہی دو چند نہین ہوئے اور یہی حال تیسرے سال مین ہوا اور اس سال کے آخر مین اوسکے پاس سرمایہ سہ چند ہوگیا تو بتاؤ کتنے روپیہ کے سرمایہ سے تجارت شروع کی تہی

(۴۸) ایک شرابی روپیہ لیکر شراب خانہ مین گیا اوسنے وہان اوسیقدر روپیہ قرض لیا جسقدر اوس پاس تہا اور ایک روپیہ مصرف مین لایا اور پہر دوسرے شراب خانہ مین گیا وہان اوسیقدر روپیہ قرض لیا جسقدر اوس پاس تہا اور ایک روپیہ صرف کیا اور علے ہذ القیاس تیسرے شرابخانہ مین بہی یہی کیفیت قرض اور خرچ کی ہوئی اور آخر کو اوس پاس کچہہ نہین رہا تو بتاؤ گہر سے لیکر کیا چلا تہا

بائیسوان باب سوالات مین

(۱۹۲) اب ذرا پہلے سی مشکل عبارتی سوالات لکہتے ہین اونہین عبارت کے مضمون کو جبر و مقابلہ مین ادا کرنا مشکل ہوگا

(۱۹۳) ۸۰ کو ایسی چار حصّون مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ پر ۳ زیادہ کرین اور دوسرے مین سے ۳ تفریق کرین اور تیسرے کو ۳ مین ضرب دین اور چوتہے کو ۳ پر تقسیم کرین تو سب صورتون مین حاصل ایک ہی عدد ہو فرض کرو کہ لا پہلے حصہ کو تعبیر کرتا ہے جب اوسپر ۳ زیادہ کئی تو لا + ۳ ہوئے اور یہی حاصل ہوتا ہے جب دوسرے حصہ مین سے ۳ تفریق کرین تو دوسرا حصہ لا + ۶ ہوا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دین تو تیسرا حصہ (لا+۳)/۳ ہوا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر چوتہے حصہ کو ۳ پر تقسیم کرین تو چوتہا ۳ (لا + ۳) ہوگا اور مجموعہ سب حصون کا ۸۰ ہے تو لا + لا + ۶ + (لا+۳)/۳ + ۳ (لا + ۳) = ۸۰

یعنی ۲ لا + ۶ + (لا+۳)/۳ + ۳ لا + ۹ = ۸۰

یعنی ۵ لا + (لا+۳)/۳ = ۸۰ − ۱۵ = ۶۵

ضرب ۳ مین دو تو ۱۵ لا + لا + ۳ = ۱۹۵

یعنے ۱۶ لا = ۱۹۲

اسواسطی لا = ۱۹۲/۱۶ = ۱۲

تو حصے ۱۲ و ۱۸ و ۵ و ۴۵ ہوئے

(۱۹۴) زید ایک کام کو ۹ دنمین بالکل تیار کر لیتا ہے اور بکر ۱۲ دنمین تو دونو ملکر اوس کام کو

کتنے دنون مین بنائینگے ۔

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اُن دنون کو جنمین دونو ملکر کام کرینگے ایک دن مین زید ۱/۹ کام کرتا ہے تو لا دنمین لا/۹ کام کرے گا اور ایک دن مین بکر ۱/۱۲ کام کرتا ہے تو لا دنمین لا/۱۲ کام کریگا اور چونکہ لا دن مین زید اور بکر ملکر کام کرلیتے ہین تو یہہ کسرین کام کی ملکر واحد کی برابر ہونگین یعنی لا/۹ + لا/۱۲ = ۱

ضرب ۳۶ مین دو تو ۴ لا + ۳ لا = ۳۶

یعنے ۷ لا = ۳۶ اور

اسواسطے لا = ۳۶/۷ = ۵ ۱/۷

(۱۹۵) ایک حوض مین تین موریان ہین ایک ایسی ہے کہ اگر کہولدیجائے تو ۶ گہنٹہ مین سارا حوض بہر جائے اور دوسری ایسی ہے کہ اگر اُسکو کہولدین تو آٹہہ گہنٹہ مین حوض بہر جائے لیکن تیسری موری ایسی ہے کہ اگر دونون موریونکو بند کرکے کہولدین تو بہرا ہوا حوض ۱۲ گہنٹہ مین بالکل خالی ہوجائے تو بتاؤ اگر سب موریان کہولدیجائین تو کتنی دیر مین حوض بہر جائے گا۔ فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد گہنٹونکو جنمین حوض پر ہوگا ایک گہنٹہ مین پہلی موری سے ۱/۶ حصہ حوض کا پر ہوتا ہے تو لا گہنٹہ مین لا/۶ حصہ پُر ہوگا اور دوسری موری ایک گہنٹہ مین ۱/۸ حصہ حوض کا پُر کرتی ہے تو لا گہنٹہ مین لا/۸ حصہ پر کریگی اور تیسری موری ۱/۱۲ حصہ حوض کا ایک گہنٹہ مین خالی کرتی ہے تو لا/۱۲ حصہ لا گہنٹہ مین خالی کریگی اور چونکہ لا گہنٹہ مین کل حوض پُر ہوتا ہے

اسواسطے لا/۶ + لا/۸ − لا/۱۲ = ۱

پس ۲۴ مین ضرب دو تو ۴ لا + ۳ لا − ۲ لا = ۲۴

یعنے ۵ لا = ۲۴

اسواسطے لا = ۲۴/۵ = ۴ ۴/۵

(۱۹۶) بعض اوقات اسمین آسانی ہوتی ہے کہ لا سے مقدار مجہول کو نہ تعبیر کرین بلکہ کسی اور ایسی مقدار سے تعبیر کرتے ہین کہ جسکے معلوم ہونے سے مجہول نہایت آسانی سے معلوم ہوجائے سوالات مفصلۂ سے توضیح اس مضمون کی ہوجائیگی*

(۱۹۷) ایک کرنیل نے ایک رجمنٹ کو بصورت مربع کہڑا کیا تو ۳۱ آدمی بیچ رہے اور اگر اس مربع کے ضلع مین ایک آدمی اور زیادہ کہڑا کرتا تو ۲۴ آدمی اور درکار ہوتے تو بتاؤ کہ رجمنٹ مین کتنے آدمی تہے فرض کرو کہ لا تعبیر اس مربع کی ایک ضلع کو کرتا ہے تو $لا^2$ تعداد اُن آدمیونکی تعبیر کرتا ہے کہ مربع مین کہڑے ہین اور $لا^2$ + ۳۱ رجمنٹ کے آدمیونکو اور اگر لا + ۱ آدمی ہر ایک ضلع مین ہوتی تو $(لا+۱)^2$ اُن آدمیونکو تعبیر کرتا جو مربع مین کہڑے ہوتے اور $(لا+۱)^2$ - ۲۴ رجمنٹ کے کُل سپاہی ہوتے

$$اسواسطے\ (لا+۱)^2 - ۲۴ = لا^2 + ۳۱$$

$$یعنے\ لا^2 + ۲لا + ۱ - ۲۴ = لا^2 + ۳۱$$

ان دو مساوی جملون مین سے $لا^2$ کو ساقط کرو

$$تو\ ۲لا + ۱ - ۲۴ = ۳۱$$

$$اسواسطے\ ۲لا = ۳۱ - ۱ + ۲۴ = ۵۴$$

$$اسواسطے\ لا = \frac{۵۴}{۲} = ۲۷$$

پس اس سے معلوم ہوا کہ رجمنٹ مین سپاہیونکی تعداد $(۲۷)^2$ + ۳۱ یعنے ۷۲۹ + ۳۱ یعنے ۷۶۰ ہے

(۱۹۸) زید ایک مقام سے چلا اور ۷ میل ۵ گہنٹہ مین چلتا ہے اور بکر ۸ گہنٹہ کے بعد زید سے اُسی مقام سے اُسی طرف چلا اور ۵ میل ۳ گہنٹہ مین چلتا ہے تو بتاؤ زید کس قدر مسافت طے کر چکیگا جب اُس سے ملاقات کریگا*

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اُن گہنٹون کو جنمین زید اُسوقت تک چلا کہ بکر سے ملاپ ہوا تو لا - ۸ وہ گہنٹے ہونگے جنمین بکر چلا اور چونکہ زید ۵ میل ۷ گہنٹہ مین چلتا ہے تو ایک گہنٹہ مین $\frac{۷}{۵}$ میل چلتا ہے اور اسواسطے لا گہنٹہ مین $\frac{۷لا}{۵}$ میل چلیگا*

اور ایسے ہی بکر $\frac{۵}{۳}$ میل فی گھنٹہ چلتا ہے تو لا - ۸ گھنٹہ مین $\frac{۵}{۳}$ (لا - ۸) میل چلے گا اور جب زید و بکر کی ملاقات ہوگی تو دونو کی طے کی ہوئی مسافت مساوی ہوگی

اسواسطے $\frac{۵}{۳}$ (لا - ۸) = $\frac{۷}{۵}$ لا

ضرب ۱۵ مین دونو ۲۵ (لا - ۸) = ۲۱ لا

یعنی ۲۵ لا - ۲۰۰ = ۲۱ لا

اسواسطے ۲۵ لا - ۲۱ لا = ۲۰۰

یعنے ۴ لا = ۲۰۰

اسواسطے لا = $\frac{۲۰۰}{۴}$ = ۵۰

اسواسطے $\frac{۷}{۵}$ لا = $\frac{۷}{۵}$ × ۵۰ = ۷۰

پس زید ستر میل چل چکیگا تب بکر اوس سے ملیگا

(۱۹۹) طالب علم تناسب کے معنی حسابین سمجھ گئے ہونگے دو سوال ایسی بہی لکھتے ہین جنمین نسبت کا کام ہوتا ہے بعض اوقات ایسی سوالات بہی آجاتے ہین

(۲۰۰) ۵۶ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کو دوسرے حصہ سے وہ نسبت ہو جو ۳ کو ۴ سے فرض کرو لا تعبیر کرتا ہے پہلے حصہ کو تو ۵۶ - لا تعبیر کرے گا دوسرے حصہ کو تو ہم کو یہہ حاصل ہوگا کہ $\frac{لا}{۵۶ - لا} = \frac{۳}{۴}$

کسر سے مساوات کو صاف کرو تو ۴ لا = ۳ (۵۶ - لا)

یعنے ۴ لا = ۱۶۸ - ۳ لا

اسواسطے ۷ لا = ۱۶۸

اور لا = $\frac{۱۶۸}{۷}$ = ۲۴

پس ایک حصہ ۲۴ تو دوسرا حصہ ۵۶ - ۲۴ یعنی ۳۲ ہوا یہہ ترکیب حل کی مبتدیون کی استعداد کے موافق ہے اور اصل اوسکے حل کی مختصر ترکیب یہہ ہے کہ فرض کرو ۳ لا

ایک حصہ کو تعبیر کرتا ہے تو ۴ لا ضرور دوسرے حصہ کو تعبیر کریگا اسلئے کہ پہلا حصہ دوسرے حصہ سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسے ۳ و ۴ اور مجموعہ دونون حصون کا ۵۶ ہے اسلئے

۳ لا + ۴ لا = ۵۶

یعنی ۷ لا = ۵۶ اسواسطے لا = ۸

تو پہلا حصہ ۳×۸ یعنی ۲۴ اور دوسرا حصہ ۴×۸ یعنی ۳۲ ہوا

(۲۰۱) شراب کی ۱۲ بوتلون سے اور پانی کی ۱۸ بوتلون سے ایک چینی کا برتن بھرا ہوا ہے شراب کی ۹ بوتلون سے اور پانی کی ۳ بوتلون سے دوسرا کانچ کا برتن معمور ہے تو ہر ایک برتن مین سے کتنی کتنی بوتلین لیکر ملادین کہ عرق مرکب شراب اور آب کا ایسا ہو کہ اوسمین سات سات بوتلین شراب کی ہون

فرض کرو کہ لا بوتلین چینی کے برتن مین سے نکالین اور چونکہ عرق مرکب ۱۴ بوتل ہے تو ۱۴ - لا بوتل دوسرے برتن مین سے لیجاینگی اور چینی کے برتن مین ۳۰ بوتل ہین جسمین ۱۲ بوتل شراب کی ہین یعنی شراب ۱۲/۳۰ حصہ کل کے ہین

اسواسطے لا بوتل جو چینی کے برتن سے نکالی گئی ہین اوسمین ۱۲لا/۳۰ حصے بوتل شراب کی ہونگی اور ایسی ہی ۱۴ - لا بوتل جو کانچ کے برتن مین سے نکالی گئی ہین اوسمین ۹(۱۴ - لا)/۱۲ بوتل شراب ہونگی اور مرکب مین ۷ بوتل شراب ہے

تو ۱۲لا/۳۰ + ۹(۱۴ - لا)/۱۲ = ۷

یعنی ۲لا/۵ + ۳(۱۴ - لا)/۴ = ۷

اسواسطے ۸ لا + ۱۵ (۱۴ - لا) = ۱۴۰

یعنی ۸ لا + ۲۱۰ - ۱۵ لا = ۱۴۰

اسواسطے ۷ لا = ۷۰ اور لا = ۱۰

پس ۱۰ بوتل چینی کے برتن مین سے اور ۴ بوتل کانچ کے برتن مین سے لینی چاہیے

(۲۰۲) بتاؤ کسوقت دو اور تین بجے کے بیچمین گھڑیکی دو سوئیان منطبق ایک دوسرے پر ہونگی - فرض کرو کہ لا تعداد منٹ مطلوبہ کی بعد ۲ بجے کے ہے تو بڑی سوئی لا حصے گھڑیکی اُپر طے کریگی اور بڑی سوئی بہ نسبت چھوٹی سوئی کے بارہ گُنی چلتی ہے تو چھوٹی سوئی لا/۱۲ حصے لا منٹ مین چلیگی لیکن چھوٹی سوئی ۲ بجے پر دس حصہ پہلے طے کر چکی ہے تو اس لئے بڑی سوئی کو دس حصے بہ نسبت چھوٹی سوئی کے زیادہ طے کرنی چاہیئے ۔

اسلئے لا = لا/۱۲ + ۱۰

اسلئے ۱۲لا = لا + ۱۲۰

اسلئے ۱۱لا = ۱۲۰

اسلئے لا = ۱۲۰/۱۱ = ۱۰ ۱۰/۱۱

(۲۰۳) ایک خرگوش جتنی دیر مین چار ذقند لگاتا ہے اُتنی دیر مین شکاری کتا تین ذقند مارتا ہے لیکن شکاری کتے کی دو ذقند برابر خرگوش کی ۳ ذقندونکے ہین اگر خرگوش پچاس ذقند آگے شکاری کتے سے ہے تو بتاؤ شکاری کتا کتنی ذقندونمین خرگوش کو پکڑیگا فرض کرو کہ ۳ لا تعبیر کرتا ہے تعداد ذقندونکو جنمین کتا خرگوش کو پکڑیگا تو ۴ لا تعبیر کریگا خرگوش کی ذقندونکو جو ایک ہی وقت دونون لگائینگے اور فرض کرو کہ ا تعبیر کرتا ہے تعداد انچونکو جو ذقند مین خرگوش کی ہون تو ۳ ا تعبیر کریگا اُن انچونکو جو ۳ ذقندونمین خرگوش کی ہون اور اسیواسطے وہ تعبیر کریگا اُن انچونکو جو شکاری کتہ کی دو ذقندونمین ہو اسیواسطے شکاری کتہ کی ذقند مین تعداد انچونکی ۳ا/۲ ہوگی تو شکاری کتہ کی ۳ لا ذقندونمین ۳ لا × ۳ا/۲ انچ ہونگے اور ۵۰ + ۴ لا ذقندونمین خرگوش کی (۵۰ + ۴ لا) ا انچ

اسیواسطے ۹ لاا/۲ = (۵۰ + ۴ لا) ا

طرفین کو ا پر تقسیم کرو

تو ۹لا/۲ = ۵۰ + ۴ لا

اسواسطے ۹ لا = ۱۰۰ + ۸ لا

اسواسطے لا = ۱۰۰

تو شکاری کُتّا ۔۔۔ ۳ ذ قندین مارے تو خرگوش کو پکڑ یگا ۔ ہم نے یہان ایک علامت لا کی داخل کی ہے تا کہ مُسَات آسانی سے حل ہو جاوے پہر اُسکو مساوات مین سے تقسیم کے ذریعے ساقط کر دیا ہے طالبعلم اس بات کو خیال مین رکہے ؁

(۲۰۴) ۳ جُواری موہن سوہن راد ہا کشن ۔ ملکر جوا کہیلنے بیٹہے ہر ایک پاس روپیہ تہا کسی کا کسیکے پاس کچہہ ۔ موہن بیٹہتے ہی سوہن کا آدہا روپیہ جیت گیا اور سوہن ایک تہائی روپیہ رادہا کا جیت گیا اور رادہا چوتہا حصہ کشن کے روپیہ کا جیت گیا اور کشن پانچوان حصہ موہن کے روپیہ کا جیت گیا اب ہر ایک پاس تیئیس تیئیس ۲۳ روپیہ ہو گئے تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا روپیہ تہا فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد روپیہ کو جو کشن موہن سے جیتا تو ۵ لا موہن کا روپیہ ہو گا جو اُسکے پاس اول تہا تو ۴ لا مع اُس روپیہ کے جو سوہن کے موہن نے جیتے برابر ۲۳ روپیہ کے ہوا تو ۲۳ - ۴ لا وہ روپیہ ہوا جو موہن نے سوہن سے جیتا تہا اور چونکہ موہن نے سوہن سے آدہا روپیہ جیتا ہے تو سوہن پاس ۲۳ - ۴ لا روپیہ بعد ہارنیکے باقی رہا اور ۲۳ - ۴ لا اور وہ روپیہ جو سوہن نے رادہا سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ کے ہوتا ہے اسواسطے ۴ لا روپیہ ہو گا جو موہن رادہا سے جیتا اور چونکہ رادہا تہائی روپیہ ہارا ہے اسلئے ۱۲ لا وہ روپیہ ہو گا جو اُس پاس اول تہا اسلئے ۸ لا وہ روپیہ ہو گا جو بعد ہارنے کے رادہا پاس رہا اور ۸ لا اور وہ روپیہ جو رادہا نے کشن سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ کے ہے اس لئے ۲۳ - ۸ لا وہ روپیہ ہو گا جو رادہا کشن سے جیتا اور رادہا ۔ کشن سے اُسکی ایک چوتہائی روپیہ کی جیتا ہے تو ۴ (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہو گا جو کشن پاس اول تہا اور اسیواسطے ۳ (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہوا جو کشن پاس بعد ہارنے کے رہا اور ۳ (۲۳ - ۸ لا) روپیہ اور لا روپیہ جو کشن موہن سے جیتا ہے ملکر برابر ۲۳ کے ہین ۔

تو ۳ (۳۴ - ۸ لا) + لا = ۴۲

اسواسطے ۲۳ لا = ۴۶

اسواسطے لا = ۲

پس روپیہ ہرایک پاس ۱۰ و ۳۰ و ۲۴ و ۲۸ تہا

سوالات نمبری ۴۲

(۱) ایک جنگی جہاز ۱۰ میل ہرایک گہنٹہ مین چلنے والا ایک اور جہاز ۸ میل فی گہنٹہ کے چلنے والی سے ۱۸ میل کے فاصلہ پر تہا تو بتاؤ دوسرا جہاز کتنے میل چلیگا کہ دوسرا جہاز آنکر اوسکو گرفتار کرلیگا

(۲) ۵۰ کو ایسی دو حصوں مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تین چوتہائی کو دوسرے حصہ کے پانچ چھٹے حصہ پر زیادہ کرین تو ۴۰ حاصل ہون

(۳) فرض کرو کہ لندن اور ایڈن برا مین ۳۶۰ میل کا فاصلہ ہے اور ایک مسافر ایڈن برا سے چلا اور ۱۰ میل ایک گہنٹہ مین چلتا ہے اور دوسرا مسافر لندن سے چلا اور ۸ میل فی گہنٹہ چلتا ہے تو بتاؤ وہ کہان ملینگے

(۴) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اونکا حاصل تفریق ۴ ہو اور اونکے مربعوں کا حاصل تفریق ۱۱۲ ہو

(۵) ۲۴ آنے ۲۴ آدمیون سے وصول ہوئے اور ان آدمیون مین کچہہ تو ۹ پائی دینے والے ۱۰ کچہہ ۱۳½ پائی دینے والے تہے تو بتاؤ ہرایک قسم کے کتنے کتنے آدمی تہے

(۶) ۸۴ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ جسقدر ۲۰ سے کم ہو اوسے سہ چند دوسرے حصے کی افزونی ۲۰ سے ہو

(۷) ایک شخص کے پاس ۹۸ روپئے تہے اوسنے کچہہ روپیہ اسمین سے پانچ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر دیدیا اور باقی چھہ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر اور سب کا سود ۱۵ برس مین ۸۱ روپیہ حاصل ہوئے تو بتاؤ کسقدر روپیہ پانچ روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا

(۸) ایک شخص نے کچہہ روپیہ ۴ روپیہ سیکڑہ سالانہ سود پر ایک شخص کو دیدیا دس برس سود اس روپیہ کا اصل سے ۱۲ روپیہ کم حاصل ہوا تو بتاؤ کتنا روپیہ قرض دیا تہا

(۹) ایک شخص نے ۲۵ بیگہہ زمین ۹ روپیہ ۸ ر کو دی زمین دو قسم کی تہی جو اچہی تہی وہ ۸ ر بیگہہ کی تہی اور جو بری تہی وہ ۵ ر بیگہہ کی تو بتاؤ ہر ایک قسم کی کتنی کتنی بیگہہ تہی

(۱۰) ایک حوض مین دو موریان ایسی ہین کہ اگر دونون سے پانی آوے تو ۱۲ گہنٹہ مین وہ بہر جاوے اور اگر ایک موری سے پانی آئے تو ۲۰ گہنٹہ مین پُر ہو جائے تو بتاؤ فقط دوسری موری سے کتنی دیر مین بہر یگا

(۱۱) ۹۰ کو ایسے چار حصونمین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ پر ۲ زیادہ کرین اور دوسرے حصہ مین سے ۲ تفریق کرین اور تیسرے حصہ مین ۲ کو ضرب دین اور چوتہے حصہ کو ۲ سے تقسیم کرین تو سب صورتون مین ایک ہی حاصل ہو

(۱۲) ایک شخص نے ۴۰ سیر چاول دو قسم کے عہ ۲ ر کو خریدے جو اونمین اچہی قسم کے تہے وہ ۱۰ پائی کے سیر تہے اور جو اوسسے گہٹیا چاول تہے وہ ۷ پائی سیر کے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے کتنے کتنے چاول تہے

(۱۳) ۸۸ کو ایسے چار حصونمین تقسیم کرو کہ اگر اول پر ۲ زیادہ کرین اور دوسرے سے ۲ تفریق کرین اور تیسرے کو ۴ مین ضرب دین اور چوتہے کو ۵ پر تقسیم کرین تو سب صورتونمین ایک ہی عدد حاصل ہو

(۱۴) اگر ۲۰ مرد اور ۴۰ عورتون اور ۵۰ بچون کو ۵۰ روپیہ ایک ہفتہ کی مزدوری کے دئے جائین اور دو مرد کی مزدوری برابر ہو تین عورتونکی اجرت کے یا پانچ بچونکی محنت کے تو بتاؤ ہر ایک عورت کو فی ہفتہ کیا ملتا ہے

(۱۵) ۱۰۰ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اونکے مجذورون کا حاصل تفریق ۱۰۰۰ ہو

(۱۶) دو مقامون مین ۱۵۴ میل کا فاصلہ ہے دو شخص دونو مقامون سے ملاقات کے ارادہ سے ایک ہی وقت چلے ایک شخص ۲ گہنٹہ مین ۳ میل اور دوسرا ۴ گہنٹہ مین ۵ میل چلتا ہے تو بتاؤ وہ کب ملینگے

(۱۷) ۴۴ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اگر بڑے حصہ پر ۵ زیادہ کرین اور چہوٹے پر تو اونمین

نسبت ۴ و ۳ کو ہو جاوے

(۱۸) زید آدہا کام بکر سے بناتا ہے اور بکر آدہا کام عمر سے اور سب ملکر ایک کام کو ۴۲ دنمین بنالیتے ہین تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے دنون مین اُس کام کو پورا کرین گے۔

(۱۹) ۹۰ کو ایسے چار حصوںمین تقسیم کرو کہ اگر پہلے حصہ پر پانچ زیادہ کرین اور دوسرے حصہ سے چار کم کردین اور تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دین اور چوتھے کو ۲ پر تقسیم کرین تو سب ماحصل برابر ہون ؛

(۲۰) ۳ آدمی ملکر ایک کام کو ۶۰ دنمین بنالیتے ہین اور پہلا آدمی اُنمین سے دوسرے آدمی کے کام کی تین چوتہائی بناتا ہے اور دوسرا آدمی تیسرے آدمی کے کام کی چار پانچوین حصہ بناتا ہے تو بتاؤ علیحدہ علیحدہ کتنے دنومین ہر یک کام کریگا ؛

(۲۱) ۶۳ کو ایسے دو حصوںمین تقسیم کرو کہ اُنمین سے ایک حصہ پانچ ساتوان حصہ دوسرے کا ہو ؛

(۲۲) ایک جرنیل نے سپاہ کو بشکل مربع کہڑا کیا تو ساٹہہ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع مین ایک آدمی اور زیادہ کردیا تو ۱۳ آدمیونکی اور مانگ پڑی تو بتاؤ کتنے آدمی سپاہ مین تہے ؛

(۲۳) ۹۰ کو ایسے دو حصوںمین تقسیم کرو کہ اُنمین سے ایک حصہ دوسرے حصہ کے دو تہائی ہو

(۲۴) ایک آدمی کے پاس کچہہ انڈے تہے اُنمین سے آدہے تو پیسے کے دو دو خریدے تہے اور آدہے پیسے کے تین تین اور جب اُسنے ٹکے کے پانچ پانچ بیچڈالے تو ایک پیسے کا نقصان ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے تہے ؛

(۲۵) زید اور بکر برابر کے ہین اگر زید کی عمر پر ۳۶ سال زیادہ کرین اور بکر کی عمر پر ۵۲ برس بڑہائین تو اُنمین نسبت ایسی ہوگی جیسے ۳ اور ۴ مین ہے تو بتاؤ اُنکی عمر بالفعل کیا ہے ؛

(۲۶) ایک سیر چاول اور ۹ سیر گڑ کے دام ۸ر ۶ پائی ہین اور ایک سیر چاول اور ۱۵ سیر گڑ کے دام ۱۲ر ۶ پائی ہین تو بتاؤ ایک سیر گڑ کی کیا قیمت ہے ؛

(۲۷) انعام کے ۲۰۰۰ روپئے زید و بکر مین ۷ اور ۹ کی نسبت سے ہوئے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ملا ؛

(۲۸) ایک مزدور چالیس دن کے واسطے لگایا گیا اور یہ شرط ٹھہری کہ جس روز کام کریگا تو ۳ ر ۴ پائی پائے گا اور جس روز بیٹھا رہے گا ا ر ۴ پائی جرمانہ دیگا اب اُسکو کل مزدوری کے ۳ روپیہ ۵ ا ر ۴ پائی ملے تو بتاؤ اُس نے ۴۰ دنمین کتنے دنون کام کیا ٭

(۲۹) موہن پانچ روپیئے سوہن سے جیت کر سوہن کی برابر روپیہ مین ہوگیا لیکن جب سوہن نے اپنا روپیہ اور پانچ روپیئے اور زیادہ جیت لئے تو اُس پاس بچگنا روپیہ موہن کے روپیہ سے ہوگیا تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ تہا ٭

(۳۰) ۱۰۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اُنکی حاصل تفریق کا مربع دوچند حصۂ خورد کے مربع سے بقدر ۲۰۰۰ کے زیادہ ہو ٭

(۳۱) ایک ظرف مین ایسے دو دہانے ہین کہ اگر اُنسے پانی بہرا جائے تو ایک سے ۴½ گہنٹہ مین اور دوسرے سے ۶ گہنٹہ مین وہ بہر جائے لیکن اُس ظرف مین ایک چہید ایسا ہے کہ اُس سے پانی نکلے تو ۵ گہنٹہ مین برتن خالی ہو جائے تو بتاؤ اگر دہانون سے پانی بہر جائے اور سوراخ سے نکلے تو کتنی دیر مین برتن بہرے گا ٭

(۳۲) ایک بنجارا چار آنہ سیر کے اور ڈہائی آنے سیر کے چاول ملانے چاہتا ہے اسطرح سے کہ نوے سیر چاول ۳ ر ۲ پائی سیر کے بیچاوین تو بتاؤ ہر قسم کے چاولونمین سے کتنے کتنے سیر چاول ملائین ٭

(۳۳) ایک بل ۳ پونڈ ا شلنگ ۶ پنس کا ایک شخص نے بہنایا اور اُسکی عوض مین ہاف کرون اور فلورینس پائے اور اُنکی تعداد ۲۸ تہی تو بتاؤ کتنے سکے ہر قسم کے تہے ٭

(۳۴) ایک پنساری پاس ۵۶ سیر مرچین ۵ ر فی سیر والی ہین اُسمین ساڑہے تین آنہ سیر والی مرچین کسقدر ملاوے کہ ۴ ر سیر والی مرچین ساری بیچاوین ٭

(۳۵) ایک شخص نے مزدور کو اس شرط پر لگایا کہ جس روز کام کریگا ۲ ر پاویگا اور جس روز غیر حاضر ہوگا پون آنہ جرمانہ دیگا اوس نے دوچند روز ایام غیر حاضری سے کام کیا اور کل اپنی مزدوری دو روپیئے سات آنہ پائے تو بتاؤ کتنے دنون اُسنے کام کیا ٭

(۳۶) ایک پلٹن مربع کی شکل پر صف بہ صف کھڑی ہوئی اور پہر تہوڑی دیر بعد ایک اور طرح مربع کی شکل پر صف بہ صف کھڑی ہوئی تو معلوم ہوا کہ اس مربع کے ضلع مین ۵ آدمی بہ نسبت پہلے مربع کے کم ہے اور اس اثنا مین ۲۹۵ آدمی اوس سپاہ مین سے اپنی اپنی کامون پر بہی چلے گئے تہے تو بتاؤ کسقدر سپاہی اوس پلٹن مین تھے

(۳۷) زید و بکر مین کچھ روپیہ تقسیم ہوا اسطرح سے کہ زید کا حصہ بکر کے حصہ سے وہ نسبت رکھتا تہا جو ۵ رکھتا ہی ۳ سے اور نیز زید کا حصہ کل روپیہ کے پانچ نوین حصہ سے بقدر ۵۰ روپیہ کے زیادہ تہا تو بتاؤ ہر ایک کا کیا حصہ تہا

(۳۸) چار بیٹو مین ایک شخص نے اپنی کل جائداد تقسیم کی بڑے بیٹے کا حصہ کل جائداد کی نصف سے بقدر آٹھہ سو روپیہ کے کم تہا اور دوسرے بیٹے کا حصہ جو تہائی جائداد سے بقدر ۱۲۰ روپیہ کے زیادہ تہا اور تیسرے بیٹے کی حصہ سی نصف جائداد تہی اور سب سے چہوٹے پاس دوسرے بیٹے کی جائداد کی دو تہائی تو بتاؤ ہر ایک بیٹے کو کسقدر جائداد ملی

(۳۹) موہن و سوہن برابر برابر روپیہ لیکر جوا کہیلنے بیٹھے موہن نے ۲۰ روپیہ اول جیتے لیکن جسقدر روپیہ اب اوس پاس ہو گیا اوسکا آدہا ہار گیا تب اوس پاس روپیہ نصف سوہن کے روپیہ سے ہو گیا بتاؤ ہر ایک کتنے روپئے سے جوا کہیلنے بیٹھا تہا

(۴۰) ایک عورت نے ۲ آنہ غریب فقیرو مین جنمین مرد اور عورت اور بچے سب ہی تہی تقسیم کئے ہر مرد کو ا اور عورت کو آدہ آنہ اور ہر بچے کو پاؤ آنہ دیا اور تعداد عورتونکی دو چند مردونکی تعداد سی بقدر ۲ کے کم تہی اور تعداد لڑکونکی عورتونکی سہ چند تعداد سی بقدر ۴ کم تہی تو بتاؤ فقیر کتنے تہے

(۴۱) ایک بزاز نے ۳ ۲ پائی گز کپڑا خریدا اور اوسمین سی ایک تہائی چار آنہ گز بیچڈالا اور ایک چوتہائی ۳ ۱ پائی گز اور باقی ۳ ۲ پائی گز اور کل اوسکو فائدہ ۴ ۱ ۲ پائی حاصل ہوا تو بتاؤ کپڑا کتنے گز تہا

(۴۲) ایک چرواہے نے بہیڑین طرح طرح کی ۱۴۰ روپیہ ۱۱ ۶ پائی کی خریدین ایک تہائی بہیڑین ۹ فی بہیڑ کے حساب سے خریدین اور چوتہائی بہیڑین فی بہیڑ ۱۱ کے حساب سے مول لین

اور باقی بحساب فی بہٹیر ۱۲ ر کے حساب سے تو کتنی بہٹیرین خریدین

(۴۳) ایک عورت نے کچہہ انڈے ٹکے کے پانچ پانچ مول لئے اور آدہے اون سے پیسے کی دو دو اور آدہے پیسے کی تین تین بیچڈالے تو ۴ پیسے اوسکو فائدہ ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے تہے

(۴۴) ۳ پائی سیر جوار کا آٹا اور ۶ پائی سیر اوڑد کا آٹا اور ۸ پائی سیر گیہون کا آٹا تہا ان سب آٹونکو اسطرح سے کہ ۲ حصے جوار کا آٹا اور ۳ حصے اوڑد کا آٹا اور چار حصے گیہون کا آٹا ملاکر گوندہا اور روٹیان پکائین تو ۲ ر ۹ پائی لاگت بیٹہی تو بتاؤ ہر ایک قسم کا آٹا کتنے کا صرف ہوا

(۴۵) پچاس دن کیلئے دو مزدور موہن و سوہن پانچ پانچ آنہ روزینہ پر کام پر لگائی گئے تہے اندنون مین موہن نے بہ نسبت سوہن کے ۶ پائی روز خرچ کم کیا اور اس کم خرچی سے موہن نے سوہن سے دو چند روپیہ بچایا اور سوا اسکے دو روز کا خرچ بہی اوسکا بچ رہا تو بتاؤ موہن ہر روز کیا خرچ کرتا تہا

(۴۶) زید و بکر کی آمدنی برابر ہے زید پانچوان حصہ آمدنی کا جمع کرتا ہے اور بکر ۸ ر آٹہہ روپیہ سالانہ زید سے زیادہ خرچ کر نیسے تین سال بعد سو روپیہ کا قرضدار ہوتا ہی تو بتاؤ زید کی آمدنی کیا ہی

(۴۷) ایک چاندماری پر زید و بکر نشانی گولیو نسے لگاتے ہین زید کی ۱۲ گولیون مین ۸ نشانہ پر لگتے ہین اور بکر کی ۱۲ گولیون مین سے ۹ اور کل نشانہ پر دونون کی گولیان ۴۲ بتیس لگین تو بتاؤ کتنی گولیان ہر ایک نے چلائین

(۴۸) دو پیپون مین شراب اور پانی ملا ہوا ہے ایک پیپہ مین شراب و پانی مقدارون مین بنسبت ۴ و ۳ کی ہے اور دوسرے مین ۲ اور ۳ کی اگر پہلے پیپہ مین ۴۸ گیلن ہون تو دوسرے مین کسقدر ہون کہ دونون پیپونکو ملاوین تو اس مرکب شراب اور آب مین آدہی شراب و آدہا پانی ہو

(۴۹) ایک زمیندار نے وصیت کی کہ اوسکے مال کا نوان حصہ مسجد کی تعمیر مین صرف ہو اور راوس سے ۲۰۰ روپیہ کم مدرسہ مین دیئجاوین اور اوس سے دو سو روپیہ کم دار الشفا مین بعد ان سب اخراجات کے ۹ بٹہ ۴۳ حصہ جائداد ورثا کے حصہ مین آئے تو بتاؤ جائداد کی قیمت کیا تھی

(۵۰) ایک شخص نے پوچھا کیا بجاہے دوسرے جواب پایا کہ چار بجنے مین اتنی منٹونکی دیر ہے کہ وہ دو چند ہے اُن منٹوں سے کہ بعد ۲ گہنٹہ بجنے کے پون گہنٹہ پہلے گذری تہے ٭

(۵۱) دو پیپے ا و ب دو طرح کی شراب سے بہرے ہوئے تہے آ مین نسبت اُن دونون شرابون ۲ : ۷ کی اور ب مین ۲ : ۵ کی تو بتاؤ کتنی کتنی شراب دونون مین سے نکالکر ملاوین کہ اس مرکب مین ۲ گیلن پہلی قسم کی شراب کی ہون اور ۴ گیلن دوسری قسم کی ٭

(۵۲) ایک افسر نے اپنی سپاہ کو مربع کی شکل پر کہڑا کیا اور اُس مربع مین ایک مربع سپاہیونکو استادہ کرکے بنایا اور علی ہذا القیاس ایسے مربع کے اندر مربع بارہ بنائے اور اونکا بیچ خالی رہا اور کل آدمی ۱۲۹۶ تہے تو بتاؤ اُس ساہنی کی صف مین کتنے آدمی تہے ٭

(۵۳) ایک شخص نے ایک قطعہ زمین ۳۰ روپیہ بیگہہ کے حساب سے مول لیا اور اُسمین سے ایک قطعہ کو سہ چند قیمت پر بیچڈالا تو ۱۵۰ روپیہ نقد ہاتہہ لگے اور ۲۵ بیگہہ زمین علاوہ اُسکے نفع مین بچ رہی تو بتاؤ کتنی زمین تہی ٭

(۵۴) ایک لڑائی کے ہنگامہ سے ایک سلطنت کا قرض سوایا ہوگیا ۔ لڑائی کے بعد ایک مدت تک امن رہا اور امن کے زمانہ مین ۲۵۰۰۰۰۰ روپیہ قرض کا ادا کیا گیا جب یہہ روپیہ ادا ہوا تو سود بہی ۴½ روپیہ سیکڑہ سے چار روپیہ سیکڑہ قرض پر مقرر کیا گیا لیکن اب بہی اُسیقدر روپیہ سود کا دیا جاتا ہے جسقدر پہلے لڑائی سے دیا جاتا تہا تو بتاؤ پہلے کتنے روپیہ کا قرض سلطنت پر تہا

(۵۵) موہن اور سوہن برابر برابر روپیہ لیکر جوا کہیلنے بیٹھے اور یہہ بات ٹہری کہ جو بازی ہارے وہ اپنا آدہا روپیہ دے لیکن ایک روپیہ پہیر لے موہن ایک بازی ہارا اگر دوسری بازی جیتا تو اُس پاس دو روپیہ بہ نسبت سوہن کے زیادہ ہوگئے اب بتاؤ ہر ایک کتنا روپیہ لیکر بازی کہیلنے بیٹھا تہا

(۵۶) ایک گہڑی مین دو سوئیان ہین ایک تیز چلتی ہے اور ۱۲ گہنٹہ مین پورا دورہ کرلیتی ہے اور دوسری سُست چلتی ہے اور ۱۶ گہنٹہ مین چکر پورا کرلیتی ہے تو بتاؤ تیز سوئی کتنے گہنٹون مین ایک پورا چکر زیادہ بہ نسبت سُست سوئی کے کریگی ٭

(۵۷) بتاؤ ۳ و ۴ بجے کے درمیان کسوقت سوئیان گھڑی کی مقابل ایک دوسرے کے ہونگی +

(۵۸) ۳ بجے سوئیان گھنٹہ کی عموداً ایک دوسرے پر ہین تو بتاؤ پھر کسوقت وہ عموداً ایک دوسرے پر ہونگی +

(۵۹) کچھہ روپیہ سود پر دیا تھا آٹھہ مہینہ مین اصل مع سود کے ۲۹۷ ⅛ روپیہ ہوگیا اور جب اور سات مہینہ گزرے تو اصل مع سود کا روپیہ ۳۰۶ ہوگیا تو کتنا روپیہ اصل کا تھا +

(۶۰) ایک گھڑی جتنی منٹ تیز چلتی ہے اتنا ہی گھنٹہ سست چلتا ہے اور گھنٹہ کے ۷۹۹ گھنٹہ برابر گھڑی کے ۸۰۱ گھنٹہ کے ہین تو بتاؤ ایک گھنٹہ مین کتنی گھڑی تیز اور گھنٹہ کم چلتا ہے +

(۶۱) ۱۱ و ۱۲ بجے کے درمیان گھنٹہ اور منٹ کی سوئیونکا فاصلہ برابر ہے دو تہائی اُس فاصلہ کے جو اُنکے درمیان دس منٹ پیشتر تھا تو بتاؤ کیا وقت ہے +

(۶۲) ۵۰۰ روپیہ ملا کر زید اور بکر نے تجارت شروع کی اور ۱۶۰ روپیہ نفع ہوا اور اس نفع مین زید کے حصہ مین ۳۲ روپیہ زیادہ آئے تو بتاؤ ہر ایک کا کتنا کتنا روپیہ اصل سرمایہ کا تھا +

(۶۳) ایک شراب فروش پاس ۱۰ گیلن فرانسیسی برانڈی کے ہین جو آٹھہ شلنگ فی گیلن اوسط خریدے ہین وہ یہ چاہتا ہے کہ انگریزی برانڈی جو فی گیلن ۳ شلنگ کو آتی ہے اُسمین ملاکر ۹ شلنگ فی گیلن بیچے تو بتاؤ کتنے گیلن انگریزی برانڈی کے ملاوے کہ ۳۰ فیصدی فائدہ اُس سرمایہ پر حاصل ہو جو دونون شرابونکے خریدنے مین لگایا ہے +

(۶۴) ایک افسر اپنی سپاہ کو ایک خالی مربع مین اسطرح سے کھڑا کر سکتا ہے کہ چار مربع کے اندر مربع بنین اور اسطرح سے بھی کھڑا کر سکتا ہے کہ آٹھہ مربع اندر مربع بنین سامنی کی صف مین ۱۶ آدمی بہ نسبت پہلے مربع کے کم کھڑے ہونگے تو بتاؤ تعداد آدمیونکی کیا ہوگی +

تیئیسوان باب مساوات دو مجہول کے بیان مین

(۲۰۵) فرض کرو کہ ایک مساوات ہے کہ جسمین لا اور ری دو مقدارین مجہول ہین مثلاً ۳لا - ۷ری = ۸ اب جو چاہین ایک مقدار مجہول کی قیمت فرض کرین اُسکے مطابق دوسرے مجہول کی قیمت

معلوم ہوجائیگی اور اسیطرح سے جتنی چاہین زوج قیمتین دریافت کرین جنسے شرائط مساوات پوری ہوجائین مثلاً فرض کرو کہ ی = ا تو ۳ لا = ۱۵ اور اسواسطے

لا = ۵ اور اگر ی = ۲ تو ۳ لا = ۲۲ اسواسطے لا = ۷ ½ اور علےٰ ہذالقیاس

فرضکرو کہ ایک اور اسی قسم کی مساوات ہے مثلاً ۲ لا + ۵ ی = ۴۴ اسلئے اسکی بہی قیمتین جتنی چاہین دریافت کرسکتے ہین لیکن اگر ہمکو یہہ دریافت کرنا ہو کہ لا اور ی کی ایسی قیمتین ہون کہ دونون مساوات کی شرائط کو پورا کرین تو فقط ایک ہی قیمت لا اور ی کی ایسی ہوگی جو ان دونون مساواتون کی شرائط کو پورا کریگی اس بیان کا اثبات یہہ ہے کہ اول مساوات کو دو مین ضرب دو

تو ۱۵ لا - ۳۵ ی = ۴۰

اور دوسری مساوات کو ۷ مین ضرب دو

تو ۱۴ لا + ۳۵ ی = ۳۰۸

اسیواسطے جمع کرنے سے ۱۵ لا - ۳۵ ی + ۱۴ لا + ۳۵ ی = ۴۰ + ۳۰۸

یعنی ۲۹ لا = ۳۴۸

اسواسطے لا = $\frac{۳۴۸}{۲۹}$ = ۱۲

پس دونون مساواتون کی شرطون کو پورا کرنیکے لئے ضرور ہے کہ لا برابر ۱۲ کے ہو قیمت لا کی دونو مساواتون مین سے کسی مساوات مین رکھو مثلاً دوسری مین

تو ۲۴ + ۵ ی = ۴۴

اسواسطے ۵ ی = ۲۰

اسواسطے ی = ۴

پس ۱۲ اور ۴ قیمتین ایسی ہین کہ دونو مساواتون کی شرطون کو پورا کرتی ہین

(۲۰۶) دو یا زیادہ مساواتین جنکی شرطین مقادیر مجہول کی ایک ہی قیمتون سے پوری ہون اونکو ہمساز کہتے ہین اس باب مین ایسی ہی مساواتون کا ذکر کرینگے جنمین دو مقدارین مجہول آتی ہین اور اونکی قوت بہی ایک ہی ہوتی ہے اور حاصلضرب بہی دو مجہول مقدارون کا نہین آتا

(۲۰۷) تین ترکیبین ان مساواتون کے حل کرنیکی ہین مگر اصل سبکی ایک ہی ہے یعنی دونو مساواتون سے جنمین دو مجہول ہین ایک ایسی مساوات حاصل کرتے ہین کہ جسمین ایک مقدار مجہول اون مقادیر مجہول مین سے ہوتی ہے اور اس ترکیب کو ارتفاع مقادیر مجہول کہتے ہین بس اسطرح ایک مجہول کی مساوات حاصل ہوتی ہے اور اوسکو موافق باب نوزدہم حل کرکے ایک مقدار مجہول کی قیمت معلوم کرتے ہین اور جب ایک مقدار مجہول کی قیمت معلوم ہوئی تو اس قیمت کو بجای مجہول کے ایک مساوات مین اون دونو مساواتون مین سے رکھتے ہین اور پہر مساوات سے دوسری مجہول کی قیمت معلوم کرتے ہین

(۲۰۸) پہلی ترکیب یہ ہے کہ مساواتونکو ایسی اعداد مین ضرب دو کہ مثال کسی ایک مقدار مجہول کے دونو مساواتون مین جو ضرب دینے سے حاصل ہون یکسان ہوجائین تو پہر جمع یا تفریق کرنے سے ایک مساوات پیدا ہوگی جسمین فقط دوسری مقدار مجہول ہوگی اس ترکیب کو ہم دفعہ ۲۰۵ مین عمل مین لائے ہین اور ایک اور مثال لکہتے ہین

فرض کرو ۸ لا + ۷ ی = ۱۰۰

۱۲ لا − ۵ ی = ۸۸

اگر مقدار مجہول ی کو دور کرنا چاہتے ہین تو مساوات اول کو ۵ مین جو مثال ی کی دوسری مساوات مین ضرب دو اور مساوات دوم کو ۷ مین جو مثال ی کی پہلی مساوات مین ہین ضرب دو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

۴۰ لا + ۳۵ ی = ۵۰۰

۸۴ لا − ۳۵ ی = ۶۱۶

اسواسطے جمع کرنے سے ۴۰ لا + ۸۴ لا = ۶۱۶ + ۵۰۰

یعنے ۱۲۴ لا = ۱۱۱۶

اسواسطے لا = ۹ اب اس قیمت لا کو مساوات معلومہ مین سے کسی مساوات مثلاً دوم مین رکہو

۱۰۸ − ۵ ی = ۸۸

اسواسطے ۲۰ = ۵ ی

اسواسطے ی = ۴

اب فرض کرو کہ ہم ان مساواتونکو حل کرنا مقدار مجہول لا کو دور کرکے چاہتے ہین تو اول مساوات کو ۱۲ مین اور دوسری مساوات کو ۸ مین ضرب دین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۹۶ لا + ۸۴ ی = ۱۲۰۰

۹۶ لا − ۴۰ ی = ۸۰۴

اسواسطی تفریق کرنے سے ۸۴ ی + ۴۰ ی = ۱۲۰۰ − ۷۰۴

اسواسطی ۱۲۴ ی = ۴۹۶

اسواسطے ی = ۴

(۲۰۹) دوسری ترکیب یہہ ہی کہ کسی ایک مساوات سی قیمت کسی ایک مجہول کی دوسری مجہول کے رقمون مین دریافت کرو اور اس قیمت کو دوسرے مساوات مین رکہو مثال دفعہ گذشتہ مین ہمکو مساوات اول سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

۸ لا = ۱۰۰ − ۷ ی

اسواسطی لا = (۱۰۰ − ۷ ی)/۸

اس قیمت لا کو مساوات دوم مین رکہا تو یہہ حاصل ہوا کہ

۱۲(۱۰۰ − ۷ ی)/۸ − ۵ ی = ۸۸

اسلئے ۳(۱۰۰ − ۷ ی) − ۱۰ ی = ۱۷۶

یعنی ۳۰۰ − ۲۱ ی − ۱۰ ی = ۱۷۶

اسواسطی ۳۰۰ − ۱۷۶ = ۲۱ ی + ۱۰ ی

یعنی ۳۱ ی = ۱۲۴

اسواسطی ی = ۴

اور اس قیمت کو خواہ کسی مساوات مین رکہین تو لا = ۹ کی حاصل ہوگا

یا اسطرح سے حل کرو کہ پہلے مساوات سی

۷ ی = ۱۰۰ − ۸ لا

اسواسطی ی = (۱۰۰ − ۸ لا)/۷

اس قیمت ی کو دوسری مساوات مین رکہین تو

۱۲ لا − ۵(۱۰۰ − ۸ لا)/۷ = ۸۸

اسواسطی ۸۴ لا − ۵(۱۰۰ − ۸ لا) = ۶۱۶

یعنی ۸۴ لا − ۵۰۰ + ۴۰ لا = ۶۱۶

اسواسطی ۱۲۴ لا = ۵۰۰ + ۶۱۶ = ۱۱۱۶

اسواسطی لا = ۹

(۲۱۰) تیسری ترکیب یہہ ہے کہ ایک ہی مقدار مجہول کی قیمت دوسری مقدار مجہول کی رقمون مین ہر مساوات سی نکالو اور ان دونو جملو کو برابر لکہدو مثال دفعہ بالا مین مساوات اول سے

لا = (۱۰۰ − ۷ ی)/۸ اور مساوات دوم سے لا = (۸۸ + ۵ ی)/۱۲

اسواسطی (١٠٠-٧ى)/٨ = (٨٨+٥ى)/١٢

٢٤ مین ضرب دیکر کسر سے مساوات کو صاف کرو

٣(١٠٠-٧ى) = ٢(٨٨+٥ى)

یعنی ٣٠٠-٢١ى = ١٧٦+١٠ى

اسواسطی ٣٠٠-١٧٦ = ٢١ى+١٠ى

یعنے ٣١ى = ١٢٤

اسواسطی ى = ٤

اور پہلی طرح سے لا = ٩

یا اسطرح سی حل کرو کہ مساوات اول سے ى = (١٠٠-٨لا)/٧ اور مساوات دوم سے ى = (١٢لا-٨٨)/٥

اسواسطی (١٠٠-٨لا)/٧ = (١٢لا-٨٨)/٥

اس مساوات سی ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ٩ اور موافق سابق کی ى = بہی ہم نکالینگے

(٢١١) ١٩لا-٢١ى = ١٠٠ و ٢١لا-١٩ى = ١٤٠ کو حل کرو

(یہہ مساوات اون ترکیبون سے جو اوپر بیان ہوئین ہین حل ہو سکتی ہی لیکن ہم اوسکو اسطرح سی حل کرینگے جسّے معلوم ہو کہ مساوات کی ترکیبین حل کرنیکے بعض اوقات مختصر بہی ہو جاتی ہین)

ان دونو مساواتون کے جمع کرنیسے ہمکو یہہ حاصل ہو گا کہ

١٩لا-٢١ى+٢١لا-١٩ى = ١٠٠+١٤٠

یعنی ٤٠لا-٤٠ى = ٢٤٠

اسواسطی لا-ى = ٦

اور پہر اصل مساواتون کے تفریق کرنے سے

٢١لا-١٩ى-١٩لا+٢١ى = ١٤٠-١٠٠

یعنی ٢لا+٢ى = ٤٠

اسواسطی لا+ى = ٢٠

چونکہ لا-ى = ٦ اور لا+ى = ٢٠ تو ہمکو تفریق کرنے سے معلوم ہوگا کہ ٢لا = ٢٦ اور تفریق کرنے سے ٢ى = ١٤

اسواسطی لا = ١٣ و ى = ٧

(٢١٢) آگے جبر ومقابلہ مین طالبعلم کو معلوم ہوگا کہ بعض مثالین خاص ترکیبون سے مختصر طور پر بہ نسبت قواعد عامہ کے حل ہو جاتی ہین لیکن ان مختصر ترکیبون کا ذہن مین آنا مشق اور تجربہ پر

موقوف ہے اسلئے مبتدی اپنا وقت اون ترکیبون کی تلاش مین ضائع نکرین

(۲۱۳) حل کرو کہ $\frac{۱۲}{\text{لا}} + \frac{۸}{\text{ی}} = ۸$ و $\frac{۲۷}{\text{لا}} - \frac{۱۲}{\text{ی}} = ۳$

اگران مساواتون سے کسر دور کرین تو اونمین حاصلضرب لا اور ی کا آئیگا اسلئے وہ اس باب سے متعلق نہین رہینگے لیکن وہ ترکیب مذکورہ صدر سے حل ہوسکتی ہین آگے حل اوسکا دیکھو مساوات اول کو ۳ مین ضرب دو اور مساوات دوم کو ۲ مین اور جمع کردو

$$\frac{۳۶}{\text{لا}} + \frac{۲۴}{\text{ی}} + \frac{۵۴}{\text{لا}} - \frac{۲۴}{\text{ی}} = ۲۴ + ۶$$

یعنے $\frac{۳۶}{\text{لا}} + \frac{۵۴}{\text{لا}} = ۳۰$

یعنے $\frac{۹۰}{\text{لا}} = ۳۰$

اسواسطے $۳۰\ \text{لا} = ۹۰$

اسواسطے $\text{لا} = ۳$

قیمت لا کی مساوات اول مین رکھو

تو $\frac{۱۲}{۳} + \frac{۸}{\text{ی}} = ۸$

اسواسطے $\frac{۸}{\text{ی}} = ۸ - ۴ = ۴$

اسواسطے $۴\ \text{ی} = ۸$ اسواسطے $\text{ی} = ۲$

(۲۱۴) حل کرو $\text{ا}^۲\ \text{لا} + \text{ب}^۲\ \text{ی} = \text{ح}^۲$ اور $\text{ا}\ \text{لا} + \text{ب}\ \text{ی} = \text{ح}$

اس مساوات مین لا اور ی مقادیر مجہول کو تعبیر کرتے ہین اور باقی حروف مقادیر معلومہ کو

دوسری مساوات کو ب مین ضرب دیکر پہلی مساوات مین سے تفریق کرو

تو $\text{ا}^۲\ \text{لا} + \text{ب}^۲\ \text{ی} - \text{ا ب}\ \text{لا} - \text{ب}^۲\ \text{ی} = \text{ح}^۲ - \text{ب ح}$

یعنے $\text{ا}\ (\text{ا} - \text{ب})\ \text{لا} = \text{ح}\ (\text{ح} - \text{ب})$

اسواسطے $\text{لا} = \frac{\text{ح}\ (\text{ح} - \text{ب})}{\text{ا}\ (\text{ا} - \text{ب})}$ اس قیمت لا کو مساوات دوم مین رکھو تو

$$\frac{\text{ا ح}\ (\text{ح} - \text{ب})}{\text{ا}\ (\text{ا} - \text{ب})} + \text{ب ی} = \text{ح}$$

اسواسطے $\text{ب ی} = \text{ح} - \frac{\text{ح}\ (\text{ح} - \text{ب})}{\text{ا} - \text{ب}} = \frac{\text{ح}\ (\text{ا} - \text{ب}) - \text{ح}\ (\text{ح} - \text{ب})}{\text{ا} - \text{ب}} = \frac{\text{ح}\ (\text{ا} - \text{ح})}{\text{ا} - \text{ب}}$

اسواسطے $\text{ی} = \frac{\text{ح}\ (\text{ا} - \text{ح})}{\text{ب}\ (\text{ا} - \text{ب})} = \frac{\text{ح}\ (\text{ح} - \text{ا})}{\text{ب}\ (\text{ب} - \text{ا})}$

جس طرح قیمت لا کی دریافت کی ہے اوسیطرح قیمت ی کی بہی دریافت کرلو

امثلہ نمبری ۲۳

(۱) $۳\ \text{لا} - ۴\ \text{ی} = ۲$ و $۷\ \text{لا} - ۹\ \text{ی} = ۷$

(۲) ۷لا − ۵ی = ۲۴ ؛ ۴لا − ۳ی = ۱۱

(۳) ۳لا + ۲ی = ۳۲ ؛ ۲۰لا − ۳ی = ۱

(۴) ۱۱لا − ۷ی = ۳۷ ؛ ۸لا + ۹ی = ۴۱

(۵) ۷لا + ۵ی = ۶۰ ؛ ۱۳لا − ۱۱ی = ۱۰

(۶) ۶لا − ۷ی = ۴۲ ؛ ۷لا − ۶ی = ۷۵

(۷) ۱۰لا + ۹ی = ۲۹۰ ؛ ۱۲لا − ۱۱ی = ۱۳۰

(۸) ۳لا − ۴ی = ۱۸ ؛ ۳لا + ۲ی = ۰

(۹) ۴لا − ی/۲ = ۱۱ ؛ ۲لا − ۳ی = ۰

(۱۰) لا/۳ + ۳ی = ۷ ؛ (۴لا − ۲)/۵ = ۳ی − ۴

(۱۱) ۶لا − ۵ی = ۱ ؛ ۷لا − ۴ی = ۸½

(۱۲) ۲لا + (ی − ۲)/۵ = ۲۱ ؛ ۴ی + (لا − ۴)/۶ = ۲۱

(۱۳) ۳لا/۱۹ + ۵ی = ۱۳ ؛ ۲لا + (۴ − ۷ی)/۲ = ۳۳

(۱۴) لا/۷ + ی/۱۴ = ۱۰½ ؛ ۲لا − ی = ۷

(۱۵) (لا + ی)/۳ + (لا − ی)/۲ = ۹ ؛ لا/۲ + (لا + ی)/۹ = ۵

(۱۶) ۳لا/۴ − ۲ی/۳ = ۱ ؛ ۷لا/۳ + ۵ی/۶ = ۶

(۱۷) (لا + ی)/۳ + لا = ۱۵ ؛ (لا − ی)/۵ + ی = ۶

(۱۸) ۷لا/۶ + ۵ی/۳ = ۳۴ ؛ ۷لا/۸ + ۳ی/۴ = ۵ی/۸ + ۱۲

(۱۹) (لا + ی)/۸ + (لا − ی)/۶ = ۵ ؛ (لا + ی)/۴ − (لا − ی)/۳ = ۱۰

(۲۰) ۲لا/۳ + ۳ی/۲ = ۱۶¼ ؛ ۳لا/۲ − (لا ی)/۳ = ۱۶¼

(۲۱) (لا − ۱)/۸ + (ی − ۲)/۵ = ۲ ؛ ۲لا + (۲ی − ۵)/۳ = ۲۱

(۲۲) ۷لا/۴ + ۵ی/۸ = ۲۰ ؛ ۳لا/۵ + ۷ی/۴ = ۲لا − ۷

ان مساواتوں میں لا اور ی کی قیمتیں دریافت کرو

(۲۳) (۲لا + ۳ی)/۵ = ۱۰ − ی/۳ و (۴ی − ۳لا)/۶ = ۳لا/۴ + ۱

(۲۴) (۱ − ۳لا)/۷ + (۳ی − ۱)/۵ = ۲ و (۳لا + ی)/۱۱ + ی = ۹

(۲۵) ۲(۲لا + ۳ی) = ۳(۲لا − ۳ی) + ۱۰

۴لا − ۳ی = ۴(۶ی − ۲لا) + ۳

(۲۶) ۳لا + ۹ی = ۲٫۴ و ۱٫۲لا − ۶ : ی = ۳ :

(۲۷) ٫۳لا + ۱۲۵ی = لا − ۶ و ۳لا − ٫۵ی = ۲۸ − ٫۲۵ی

(۲۸) ٫۸لا − ۱٫۶ی = ۳٫۳ و ۱٫۲لا + ٫۷ی = ۳٫۵۴

(۲۹) ۹/لا − ۴/ی = ۱ و ۱۸/لا + ۲۰/ی = ۱۶

(۳۰) لا − ۴ی = ۷ و لا/۲ی + ۱۱/۱۰ = (۴لا − ۵ی)/۵ی

(۳۱) (لا + ۱)/(ی − ۱) − (لا − ۱)/ی = ۶/ی و لا − ی = ۱

(۳۲) ۴لا + ی = ۱۱ و ی/۵لا = (۷لا − ی)/۳لا − ۲۳/۱۵

(۳۳) (لا + ی/۲ − ۳)/(لا − ۵) + ۷ = ۰ و (۳ی − ۱۰(لا − ۱))/۶ + (لا − ی)/۴ + ۱ = ۰

(۳۴) لا/ا + ی/ب = ۲ و ب لا − ا ی = ۰

(۳۵) لا + ی = ا + ب و ب لا + ا ی = ۲ اب

(۳۶) لا/ا + ی/ب = ۱ و لا/ب + ی/ا = ۱

(۳۷) (ا + ح) لا − ب ی = ب ح و ا لا + ی = ا + ب

(۳۸) لا/ا + ی/ب = ح و لا/ب − ی/ا = ۰

(۳۹) لا + ی = ح و ا لا − ب ی = ح (ا − ب)

(۴۰) ا (لا + ی) + ب (لا − ی) = ۱ و ا (لا − ی) + ب (لا + ی) = ۱

(۴۱) (لا − ا)/ب + (ی − ب)/ا = ۰ و (لا + ی − ب)/ا + (لا − ی − ا)/ب = ۰

(۴۲) (ا + ب) لا − (ا − ب) ی = ۴ اب و (ا − ب) لا + (ا + ب) ی = ۲ ا² − ۲ ب²

(۴۳) لا/(ا + ب) + ی/(ا − ب) = ۲ ا و (لا − ی)/۲ اب = (لا + ی)/(ا² + ب²)

(۴۴) (ا + ک) لا + (ب − ک) ی = ح و (ب + ق) لا + (ا − ق) ی = ق

چوبیسوان باب دو مجہول سے زیادہ مجہول کی مساواتین

(۲۱۵) اگر تین مساواتین درجہ اول کی ہون اور اونمین تین مقدارین مجہول ہون تو اونمین دو مساواتین کوئی سی لیلو اور اون سے ایک مساوات موافق ترکیب باب گذشتہ کی ایسی حاصل کرو کہ اوسمین دو مجہول مقدارین ہون اور پہر تیسری مساوات اور ان دو اصل مساواتون مین سے ایک مساوات لیکر اونسے ایسی مساوات حاصل کرو کہ اوسمین وہی دو مقدارین مجہول ہون جو پہلی مساوات حاصل شدہ مین تہی پس اسیطرح دو مساواتین دو مجہول کی حاصل ہوگئی جنسے قیمت دو مجہول کی موافق باب گذشتہ کی حاصل ہوسکینگے اور جب دو مقدارون مجہول کی قیمت معلوم ہوگئی تو اونکو کسی ایک مساوات مین رکہہ کر تیسرے مجہول کی قیمت دریافت کرلو

(۲۱۶) حل کرو　　۷ لا + ۳ + ۲ ی = ۱۶　　(۱)

۲ لا + ۵ ر + ۳ ی = ۳۹　　(۲)

۵ لا − ر + ۵ ی = ۳۱　　(۳)

حوالہ دینے کی آسانی کے لئے (۱) (۲) (۳) مساواتون پر نمبر ڈال لئے ہین ان نمبرون کے حوالے اسکے حل مین لکھے جائینگے

(۱) کو ۳ مین اور (۲) کو ۲ مین ضرب دو تو

۲۱ لا + ۹ ر − ۶ ی = ۴۸

۴ لا + ۱۰ ر + ۶ ی = ۷۸

اسواسطے جمع کرنیسے ۲۵ لا + ۱۹ ر = ۱۲۶ ... (۴)

(۱) کو ۵ مین اور (۳) کو ۲ مین ضرب دو تو

۳۵ لا + ۱۵ ر − ۱۰ ی = ۸۰

۱۰ لا − ۲ ر + ۱۰ ی = ۶۲

اسواسطے جمع کرنیسے ۴۵ لا + ۱۳ ر = ۱۴۲ ... (۵)

اب ہمکو قیمت لا اور ر کی (۴) اور (۵) سے دریافت کرنی باقی ہے

(۴) کو ۹ مین اور (۵) کو ۵ مین ضرب دو تو

۲۲۵ لا + ۱۷۱ ر = ۱۱۳۴

۲۲۵ لا + ۶۵ ر = ۷۱۰

اسواسطے تفریق کرنیسے ۱۰۶ ر = ۴۲۴

اسواسطی ء = ۴

قیمت ء کو (۴) مین رکھو تو ۲۵ لا + ۷۶ = ۱۲۶

اسواسطی ۲۵ لا = ۱۲۶ − ۷۶ = ۵۰

اسواسطے لا = ۲

لا اور ء کی ان قیمتون کو مساوات (۱) مین رکھو تو

۱۴ + ۱۲ − ۲ ی = ۱۶

اسواسطی ۲ ی = ۱۰

اسواسطے ی = ۵

(۲۱۷) حل کرو ۱/لا + ۲/ء − ۳/ی = ۱ ... (۱)

۵/لا + ۴/ء + ۶/ی = ۲۴ ... (۲)

۷/لا − ۸/ء + ۹/ی = ۱۴ ... (۳)

(۱) کو ۲ مین ضرب دیکر ماحصل کو (۲) کے ساتہہ جمع کرو تو

۲/لا + ۴/ء − ۶/ی + ۵/لا + ۴/ء + ۶/ی = ۲ + ۲۴

یعنی ۷/لا + ۸/ء = ۲۶ ... (۴)

(۱) کو ۳ مین ضرب دو اور ماحصل کو (۳) کے ساتہہ جمع کرو تو

۳/لا + ۶/ء − ۹/ی + ۷/لا − ۸/ء + ۹/ی = ۳ + ۱۴

یعنی ۱۰/لا − ۲/ء = ۱۷ ... (۵)

(۵) کو ۴ مین ضرب دیکر ماحصل کو (۴) پر زیادہ کرو تو

۴۰/لا − ۸/ء + ۷/لا + ۸/ء = ۶۸ + ۲۶

یعنی ۴۷/لا = ۹۴

اسواسطی ۴۷ = ۹۴ لا

اسواسطی لا = ۴۷/۹۴ = ۱/۲

اس قیمت لا کو (۵) مین رکھو تو ۲۰ − ۲/ء = ۱۷

اسواسطے ۲/ء = ۲۰ − ۱۷ = ۳

اسواسطی ء = ۲/۳

ان لا اور ی کی قیمتون کو (۱) مین رکھو تو ۲ + ۳ - ۳/ی = ۱

اسواسطی ۳/ی = ۴

اسواسطے ی = ۳/۴

(۲۱۸) لا/ا + ء/ب = ۴ . . . (۱)

ء/ب + ی/ح = ۵ (۲)

لا/ا + ی/ح = ۴ (۳)

مساوات (۱) مین سے (۲) کو تفریق کرو ء/ب + ی/ح - لا/ا - ء/ب = ۵ - ۳

یعنی ی/ح - لا/ا = ۲ (۴) اب (۴) کو (۳) مین سے تفریق کرو تو ۲لا/ا = ۲

اسواسطی لا/ا = ۱ اسواسطے لا = ا

اور (۴) اور (۳) کے جمع کرلینے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۲ی/ح = ۶

اسواسطی ی/ح = ۳ اسواسطی ی = ۳ح

اور (۱) مین لا کی قیمت رکھنے سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ء = ۲ب

(۲۱۹) اگر تعداد مساواتون کی اور مجہول کی مقدارون کی تین سے زیادہ ہو تو اونکے حل کرنے کی بہی یہی ترکیب ہے

امثلہ نمبری ۲۴

(۱) لا + ۳ء + ۲ی = ۱۱ ، ۲لا + ء + ۳ی = ۱۴ ، ۳لا + ۲ء + ی = ۱۱

(۲) ۵لا - ۶ء + ۴ی = ۱۵ ، ۷لا + ۴ء - ۳ی = ۱۹ ، ۲لا + ء + ۶ی = ۴۶

(۳) ۴لا - ۵ء + ی = ۶ ، ۷لا - ۱۱ء + ۲ی = ۹ ، لا + ء + ۳ی = ۱۲

(۴) ۷لا - ۳ء = ۳۰ ، ۹ء - ۵ی = ۳۴ ، لا + ء + ی = ۳۳

(۵) ۳لا - ء + ی = ۱۷ ، ۵لا + ۳ء - ۲ی = ۱۰ ، ۷لا + ۴ء - ۵ی = ۳

(۶) لا + ء + ی = ۵ ، ۳لا - ۵ء + ۷ی = ۷۵ ، ۹لا - ۱۱ی + ۱۰ = ۰

(۷) لا + ۲ء + ۳ی = ۶ ، ۲لا + ۴ء + ۲ی = ۸ ، ۳لا + ۲ء + ۸ی = ۱۰۱

(۸) (۶ء - ۴لا)/(۳ی - ۷) = ۱ ، (۵ی - لا)/(۲ء - ۳ی) = ۱ و (ء - ۲ی)/(۳ء - ۲لا) = ۱

(۹) لا/۲ + ء/۳ = (۳ء + ۴ی)/۸ = (۵لا + ۶ی)/۹ و لا + ء - ی = ۱۲۶

(۱۰) ۱/لا - ۱/ء = ۱/۴ و ۱/ء + ۱/ی = ۳ ۵/۶ و ۴/لا + ۳/ء = ۴/ی

(۱۱) ء + ی = ا و ی + لا = ب و لا + ء = ح

(۱۲) لا + ء + ی = ا + ب + ح و لا + ا = ب + ء = ی + ح

(۱۳) ء + ی - لا = ا و ی + لا - ء = ب و لا + ء - ی = ح

(۱۴) لا/ا + ء/ب + ی/ح = ا و لا/ا + ء/ح + ی/ب = ا و لا/ب + ء/ا + ی/ح = ا

(۱۵) ا/لا + ب/ء + ح/ی = ۳ و ا/لا + ب/ء - ح/ی = ا و ۲ا/لا - ب/ء - ح/ی = ۰

(۱۶) و + لا + ء + ی = ۱۰ و و + لا = ۲ء + ی - ا و ۳و - لا + ۲ء + ۲ی = ۱۹

و/۲ + لا/۳ + ء/۵ + ی/۴ = ۴

پچیسواں باب ایک مجہول سے زیادہ مجہول کے سوالات

(۲۲۰) اب ہم چند سوال لکھتے ہیں جن سے کہ مساوات ہمراز درجہ اول کی ایک مجہول سے زیادہ مجہولوں کی پیدا ہوتی ہے

سوالات

ایسی کسر دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ۲ زیادہ کریں تو کسر برابر ۲/۳ کی ہو جائے اور نسب نما پر ۴ زیادہ کریں تو وہ کسر برابر ۲/۷ کے ہو جائے

فرض کرو کہ شمار کنندہ کو لا اور نسب نما کو ء تعبیر کرتا ہے تو موافق شرائط سوال کے

(لا + ۲)/ء = ۲/۳ اور لا/(ء + ۴) = ۲/۷

مساواتوں سے کسریں دور کرو تو

۳ لا - ۲ ء = - ۶ (۱)

۷ لا - ۴ ء = ۱۶ (۲)

(۱) کو ۲ میں ضرب دیکر (۲) سے تفریق کرو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۷ لا - ۴ ی - ۶ لا + ۴،۴ ی = ۱۶ + ۱۲

یعنے لا = ۲۸

اس قیمت لا کو (۱) مین رکھو تو ۸۴ - ۲ ی = -۶

اسواسطی ۲ ی = ۹۰ اسواسطی ی = ۴۵

پس اسنے معلوم ہوا کہ کسر مطلوب ۲۸/۴۵ ہے

(۲۲۱) اسنے آدمیو نمین اتنا روپیہ برابر برابر تقسیم ہوا کہ چہہ آدمی اور ہوتے تو ہر آدمی کے حصہ مین دو روپیہ کم آتے اور اگر ۳ آدمی نہ ہوتے تو ہر آدمی کے حصہ مین دو روپیہ زیادہ آتے اب بتاؤ کتنے آدمی تھے اور ہر ایک کے حصہ مین کیا آیا تہا

فرض کرو کہ آدمیوں کی تعداد کو لا تعبیر کرتا ہے ور ی روپیہ کی تعداد کو جو ہر ایک کے حصہ مین آیا تو لا ی تعداد کل روپیہ کی ہوگی جو تقسیم ہوا اور بموجب شرائط سوال کے

(لا + ۶)(ی - ۲) = لا ی (۱)

(لا - ۳)(ی + ۲) = لا ی (۲)

اول مساوات سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے

لا ی + ۶ ی - ۲ لا - ۱۲ = لا ی

اسواسطے ۶ ی - ۲ لا = ۱۲ (۳)

مساوات (۲) سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

لا ی + ۲ لا - ۳ ی - ۶ = لا ی

اسواسطی ۲ لا - ۳ ی = ۶ (۴)

(۴) اور (۳) کو جمع کرنیسے ۳ ی = ۱۸ اسواسطی ی = ۶

قیمت ی کو (۴) مین رکھو تو

۲ لا - ۱۸ = ۶

اسواسطے ۲ لا = ۲۴ اسواسطی لا = ۱۲

اسنے معلوم ہوا کہ وہان ۱۲ آدمی تھے اور ہر ایک کے حصہ مین ۶ روپیہ آئے تھے

(۲۲۲) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور چگنہ اپنے ہندسوں کے مجموعہ سے ہے اور اگر ۹ اوس سے زیادہ کئی جائین تو اوس کے ہندسے معکوس ہوجاتے ہین اس عدد کو دریافت کرو

فرضکرو کہ لا دہائی کے مرتبہ کو اور ی اکائی کے مرتبون کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰ لا + ی وہ عدد ہوگا اور بموجب شرط سوال کے عدد پچگنہ اپنے ہندسون سے ہے تو یہہ حاصل ہوگا کہ

۱۰ لا + ی = ۵ (لا + ی) (۱)

اور جب ۹ اوس سے زیادہ کرتے ہین تو صورت مراتب بدل جاتی ہین یعنی ۱۰ ی + لا وہ عدد ہوجاتا ہے اسواسطے

۱۰ لا + ی + ۹ = ۱۰ ی + لا (۲)

(۱) مساوات سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۵ لا = ۴ ی (۳)

اور مساوات (۲) سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۹ لا + ۹ = ۹ ی اسواسطے لا + ۱ = ی

اس قیمت ی کو (۳) مین رکھو کہ ۵ لا = ۴ لا + ۴

اسواسطے لا = ۴

تو (۳) سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ی = ۵

اسسے معلوم ہوا کہ عدد مطلوب ۴۵ ہے

(۲۲۳) ایک مسافر گاڑی ریل پر ایک گھنٹہ چلکر ۲ منٹ ٹھہر گئی اور پھر اپنی پہلی چال کے چہہ پانچوین حصہ کی برابر چال سے تیز چلنی شروع ہوئی تو ۱ منٹ دیر کر منزل مقصود پر پہونچی اب جہان ٹہری تہی اگر اوس سے ۵ میل آگے چلکر ٹہرتی تو ۲ منٹ اور دیر کر پہونچتی تو بتاؤ مسافر گاڑی کی رفتار کیا ہے اور فاصلہ جو اوسنے طے کیا کتنا ہے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے گاڑی کی اصل رفتار فی گھنٹہ کو اور ی تعبیر کرتا ہے تمام فاصلہ کو جو وہ طے کرتی ہے تو ی - ۵ لا اوس فاصلہ کو تعبیر کریگا جو ٹہرنے کے

بعد طے کرنا پڑیگا اور یہہ فاصلہ اصلی رفتار سے $\frac{ء - ۵لا}{۵لا}$ گھنٹہ مین طے ہوتا اور جب اوس نے اپنی رفتار زیادہ کی ہے تو $\frac{ء - ۵لا}{۶لا}$ گھنٹہ مین طے ہوگا اور چونکہ گاڑی ۲۴ منٹ ٹھہری ہے اور ۱۵ منٹ دیر کرکے پہنچی ہے تو جو فاصلہ باقی طے کرنا رہا تھا اوسکو اپنی اصلی رفتار کی لنسبت رفتار زیادہ کرکے ۹ منٹ کم مین طے کرلیا ہے اور ۹ منٹ $\frac{۹}{۶۰}$ گھنٹہ کے برابر ہین اسلئے

$$\frac{ء - ۵لا}{۶لا} = \frac{ء - ۵لا}{۵لا} - \frac{۹}{۶۰} \qquad (۱)$$

اور اگر پانچ میل اور آگے چلکر وہ ٹھہرتی تو ء - ۵لا - ۵ مسافت طے کرنی باقی رہتی تو ہمکو یہہ مساوات حاصل ہوتی کہ

$$\frac{ء - ۵لا - ۵}{۶لا} = \frac{ء - ۵لا - ۵}{۵لا} - \frac{۷}{۶۰} \qquad (۲)$$

مساوات (۲) کو مساوات (۱) مین تفریق کرو تو

$$\frac{۵}{۶لا} = \frac{۵}{۵لا} - \frac{۲}{۶۰}$$

اسواسطی $۵۰ = ۶۰ - ۲لا$

اسواسطے $۲لا = ۱۰$

اور $لا = ۵$

اب قیمت لا کی مساوات (۱) مین رکھو تو مساوات حل کرنیسے دریافت ہوگا کہ $ء = ۴۷\frac{۱}{۲}$

(۲۲۴) زید و بکر و عمر ملکر ایک کام کو ۳۰ دنمین اور زید و بکر ملکر اوس کام کو ۳۲ دن مین اور بکر و عمر ملکر ۱۲۰ دنمین پورا بنا لیتے ہین تو بتاؤ ہر ایک علحدہ علحدہ کتنے کتنے دنونمین اوس کام کو پورا کریگا

فرضکرو کہ لا تعبیر کرتا ہی دنون کو جنمین زید اکیلا کام کو پورا کرتا ہے اور ء تعبیر کرتا ہی دنونکو جنمین اکیلا بکر پورا کرتا ہی اور ی تعبیر کرتا ہی دنونکو جنمین عمر پورا کام اکیلا بناتا ہی تو ہمکو یہہ مساواتین حاصل ہونگی

$$\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ء} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۳۰} \qquad (۱)$$

$$\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ء} = \frac{۱}{۳۲} \qquad (۲)$$

$$\frac{۱}{ء} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۱۲۰} \qquad (۳)$$

مساوات (۲) مساوات (۱) مین سے تفریق کرو تو

$$\frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۳۰} - \frac{۱}{۳۲} = \frac{۱}{۴۸۰}$$

اور (۳) کو (۱) سے تفریق کرو تو

$$\frac{۱}{لا} = \frac{۱}{۳۰} - \frac{۱}{۱۲۰} = \frac{۱}{۴۰}$$

اسواسطے لا = ۴۰ اور ی = ۸۰ ان قیمتوں کو کسی مساوات میں رکھنے سے دریافت ہوگا کہ ہ = ۱۶۰

(۲۲۵) سوالات ایسی بھی ہوتے ہیں کہ اونمیں مقادیر مجہولہ کو کم و بیش حروف سے تعبیر کر کی کئی کئی طرح سے حل کرتے ہیں مثلاً ایک سیدھا سا سوال ہے کہ دو عدد ایسی دریافت کرو کہ ایک عدد دوسرے عدد کی دو تہائی ہو اور مجموعہ اونکا ۱۰۰ ہو اب اوسکے حل کرنیکی کئی ترکیبیں ہیں اول ترکیب فرض کرو کہ لا بڑے عدد کو تعبیر کرتا ہے اور ی چھوٹے عدد کو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$ی = \frac{۲}{۳} لا \quad اور \quad لا + ی = ۱۰۰$$

دوسری ترکیب فرض کرو لا بڑی عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا چھوٹے عدد کو تعبیر کریگا اسواسطے

$$۱۰۰ - لا = \frac{۲ لا}{۳}$$

تیسری ترکیب فرض کرو کہ بڑا عدد ۳ لا ہے تو چھوٹا عدد ۲ لا ہوگا

$$تو \quad ۲ لا + ۳ لا = ۱۰۰$$

ان سب عملوں میں سے جس عمل کو تکمیل کے ساتھ کرینگے تو دریافت ہوگا کہ اعداد مطلوبہ ۶۰ و ۴۰ ہیں پس اسی طالب العلم کو معلوم ہوگا کہ اس باب کی آخر میں بعض سوال ایسے ہیں کہ مقدار مجہول کو صرف ایک حرف سی تعبیر کرکے حل کرتے ہیں علے ہذالقیاس باب بست و دوم کے آخر میں ایسی سوالات ہیں کہ وہ بذریعہ دو حروف کی حل ہوتے ہیں غرض عام قاعدہ یہہ ہے کہ جب بہت سی حروف مقادیر مجہول کی تعبیر کرنیکے لئے فرض کئے جاتے ہیں تو تطویل عمل میں ہوتی ہے مگر بتدریج اونمیں عمل خوب صحت اور آسانی سے ہوتا ہے اسلئے مبتدی کی لئے یہی مناسب ہے کہ وہ بہت حروف سی مقادیر مجہولہ کو تعبیر کرکے سوالات کو حل کیا کرے مبتدی کی لئے یہہ اچھی مشق ہے کہ وہ دفعہ ۲۰۴ میں چار حروف سے چاروں مقادیر مجہولہ کو تعبیر کرکے سوال کو حل کرے

امثلہ نمبری ۲۵

(۱) اگر زید کے روپیہ مین ۲۶ روپیہ ملا دین تو اوس پاس بکر کے روپیہ سے سہ چند روپیہ ہوجاتے ہین اور اگر بکر کے روپیہ مین سے پانچ روپیہ نکالڈالین تو اوس پاس آدہا زائد زید کے روپیہ سے رہ جاتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کیا ہے

(۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ ایک و تین سے پورا اور دوسرا آدہا ملکر ۲۰ کی برابر ہو اور دوسرا پورا اور پہلے کی تہائی ملکر بہی ۲۰ ہی کے برابر ہو

(۳) اگر بکر زید کو ۲ روپیہ دیدے تو دونون پاس برابر برابر روپیہ ہوجائین اور اگر زید بکر کو ۲۲ روپیہ دیدے تو بکر پاس روپئے زید سے دوچند ہوجائین تو بتاؤ ہر ایک پاس حقیقت مین زر وپیہ کتنا تہا

(۴) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدہا اور دوسرے کی تہائی ملکر ۳۲ ہو اور پہلے کی چوتہائی اور دوسرے کا پانچوان حصہ ملکر برابر ۱۸ کے ہو

(۵) ایک شخص نے ۸ سیر چاول اور ۳ سیر مونگ عہم کو خریدے اور پہر اوسی بہاؤ سے پانچ سیر چاول اور ۴ سیر مونگ ۱۵ار۲ پائی کو خریدے تو بتاؤ مونگ اور چاول کی فی سیر کیا قیمت ہے

(۶) سات برس پہلے زید کی عمر بکر کی عمر سے سہ چند تہی اور سات برس بعد زید کی عمر بکر کی عمر سے دوچند ہوگی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۷) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر ایک زیادہ کرین تو $\frac{1}{3}$ ہوجاوے اور نسب نما پر ایک زیادہ کرین تو $\frac{1}{4}$ ہوجاوے

(۸) ایک بلی ہے ایک حصہ اوسکا زمین مین نیچے گڑا ہے اور دوسرا اوپر ہے اور اوپر کے حصہ کی لنبائی کو نیچے کے حصہ کی لنبائی سے ایسی نسبت ہی جیسے کہ ۵ کو ۲ سے اور نوگنا اوپر کا حصہ اور تیرہ گنا نیچے کا حصہ ملکر کل بلی کے طول کے گیارہ گنے سے بقدر ۳۶ انچہ کے زیادہ ہے تو دونون حصون کا طول دریافت کرو

(۹) ایک شخص نے سوا آٹھہ آنہ کے آنب اور پہوٹین مول لین آنب پیسہ کے چار چار اور پہوٹین پیسے کی پانچ پانچ خریدین اور اونمین سے آدہے آنب اور تہائی پہوٹین اوسی قیمت سی کہ مول لئے تہے ۳۶ کو بیچڈالین تو بتاؤ کتنے آنب تہی اور کتنی پہوٹین

(۱۰) ایک بنئے کے پاس دو قسم کے گیہون تہے ایک کہرے اور دوسرے بُرے جب وہ دو سیر کہرے گیہون مین تین سیر بُرے گیہون ملاتا تو ۱ رکے سیر گیہون بنجاتے اور جب سات سیر کہری اور آٹھہ سیر بُرے گیہون ملاتا تو ۱۰ پائی کے سیر گیہون بنجاتے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے گیہون کی فی سیر کی کیا قیمت تہی

(۱۱) ایک شخص نے ۳۰ من گیہون اور ۴۰ من جوار ۱۲ روپیہ ۱۴ کو ایک شخص کے ہاتہہ بیچے اور دوسرے کے ہاتہہ ۵۰ من گیہون اور ۳۰ من جوار ۱۲ روپیہ ۴ آنہ کو تو قیمت فی من گیہون اور جوار کی دریافت کرو

(۱۲) ایک شخص پاس ۲۸ سیر چاول ۲ ۳ پائی کے سیر بہاؤ کے ہین اُنین وہ دو اور قسم کے چاول ایک ۳ ر سیر دوسرے ۴ کے سیر ملا کر یہہ چاہتا ہے کہ ۱۰۰ سیر چاول ۳ ۴ پائی کے سیر بنجاوین تو بتاؤ دو اور قسم کے چاول کتنے کتنے سیر ملاوین

(۱۳) موہن اور سوہن نے دس روپیہ کی بازی بدی اب اگر موہن ہاریگا تو تو دونو پاس برابر روپیہ ہوجائیگا اور اگر سوہن ہاریگا تو سوہن کا روپیہ موہن کے روپیہ سے آدہا ہوجائیگا تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۱۴) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ایک زیادہ کرین اور نسب نما مین سے ایک تفریق تو وہ برابر ا کے ہوجائے اور اگر شمار کنندہ پر نسب نما زیادہ کرین اور نسب نما مین سے شمار کنندہ تفریق تو برابر ۴ کے ہوجائے

(۱۵) ایک سیدہ مین چوبین برابر برابر فاصلہ پر کہڑی ہوئی ہین اگر ان چوبون کی دو چند تعداد اور پر فاصلہ جو مابین دو متصل کے چوبون کے ہے فٹون سے تعبیر کرکے زیادہ کرین

تو حاصل جمع ۶۸ ہوتا ہے اور اگر دو متصل کی چوبون کی چوچند فاصلہ کو فٹوں مین تعبیر کرکے
اوسمین سے نصف تعداد چوبون کی کم کردین تو باقی ہی ۴۸ ہوتے ہین تو بتاؤ دونو سرون پر
جو چوبین لگی ہوئین اونمین کیا فاصلہ ہے

(۱۶) ایک شخص روپیہ کچھہ لیکر فقیرونمین تقسیم کرنے لگا اوسنے سوچا کہ اگر پانچ پانچ روپیہ ہر فقیر کو دیتا ہون
تو ۱۰ روپیہ کی اور ضرورت پڑیگی اسلئے چار چار روپیہ ہریک فقیر کو دئے تو پانچ روپیہ بچ رہے
تو بتاؤ کتنے فقیر تہے اور کتنے روپیہ

(۱۷) یار لوگ شرابخانہ مین شراب پینے گئے جب دام شراب کے دینے لگے تو اونہین یہہ خیال آیا
کہ اگر تین یارون کو اور لاتے تو ہم مین سے ہر ایک کو ایک ایک روپیہ کم دینا پڑتا اور اگر دو
یار نہوتے تو ایک ایک روپیہ ہر ایک کو زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ کتنے آدمی تہے اور ہر ایک
نے کتنے روپیہ دئے

(۱۸) ایک مستطیل کی شکل کا فرش ہے اگر وہ اور زیادہ دو گز چوڑا اور ۳ گز لمبا ہوتا تو چوبیس
گز اور بڑا ہوتا لیکن ۳ گز چوڑا اور ۲ گز لمبا اور زیادہ ہوتا تو اٹھہ سٹھہ گز اور زیادہ بڑا ہوتا
تو اوس فرش کا طول اور عرض دریافت کرو

(۱۹) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور اپنے ہندسون کے مجموعہ سے چوچند ہے اور اگر اوسپر ۱۸ زیادہ کرتے
تو تعداد مراتب معکوس ہوتی تو اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۰) دو ہندسون سے ایسا عدد بنتا ہے کہ ۹ زیادہ کرنیسے اوسکے مراتب معکوس ہوجاتی ہین اور
مجموعہ ان دو عددون کا جو اسطرح سے پیدا ہوگئے ہین ۳۳ ہے تو بتاؤ وہ ہندسے کیا ہین

(۲۱) ایک عدد دو مرتبہ کا ایسا ہے کہ اگر اوسکی دوچند پر ۳۶ زیادہ کرین تو وہی حاصل ہوتا ہے
کہ اوسکو معکوس کرکے دوچند کرتے اور اوسمین سے ۳۶ تفریق کرتے اور عدد اپنے ہندسون کے
مجموعہ کی چوچند سے بقدر ۳ کے زیادہ ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۲) دو مسافر ریل پر سوار ہوئے اونکے پاس سفر کا اسباب ٹکڑے مین تہا علحدہ علحدہ ہریک نے

بعد منہائی وزن معمولی کے جو بے محصول ہر مسافر کو ساتھہ لیجانیکی اجازت ہے محصول دیا
ایک نے ۵ر ۲ پائی دوسرے نے ۹ر ۱۰ آنا دیئے لیکن اگر یہہ سب اسباب ایک شخص پاس ہوتا تو اوسکو عہ۳ر
۲ پائی دینے پڑتے تو بتاؤ ریل پر کسقدر وزن بے محصول لیجانیکی ہر ایک مسافر کو اجازت ہے

(۲۳) زید و بکر مین ۵ منٹ تک آپس مین دوڑ ہوئی بکر ۲۰ گز آگے تھا کہ زید اوسکے پیچھے لپکا اور
زید بکر سے ۳۰ گز آگے نکل گیا اور جتنی دیر مین زید ۳ گز چلتا ہے بکر ۲ گز چلتا ہے تو
بتاؤ کتنے فاصلہ پر دوڑ ہوئی اور ہر ایک کی رفتار کیا تھی

(۲۴) زید و بکر پاس کچھہ کچھہ روپیہ تھا زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر پاس تھا پھر بکر نے
زید کو اتنا روپیہ دیا جتنا زید پاس باقی رہا تھا اور پھر زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر
پاس باقی رہا اور بعد ازان بکر نے زید کو اوتنا روپیہ دیا جتنا کہ بکر پاس باقی تھا اب
ہر ایک پاس ۱۶ روپیہ ہین تو بتاؤ ہر ایک پاس کیا تھا

(۲۵) زید و بکر نے ملکر ایک کام بنانا شروع کیا وہ دونو ملکر اوسکو ۳۰ دن مین پورا کرسکتے ہین
لیکن زید ۱۸ روز بعد چلا گیا اور اکیلے بکر نے باقی کام ۲۰ دن مین پورا کیا تو بتاؤ کہ ہر ایک
اکیلا اوس کام کو کتنے دنون مین بناتا

(۲۶) طامس و جان اور جوزف ایک پیپہ کی شراب کو ۱۵ دن مین پیجاتے ہین لیکن طامس
اور جان ملکر جوزف سے چار تہائی شراب پیتے ہین اور جوزف دوچند شراب طامس سے پیتا ہے
تو بتاؤ ہر ایک اکیلا اوس شراب کو کتنے کتنے دنون مین پیئے گا

(۲۷) ایک حوض ہے جسمین ۱۲۰۰ ڈول پانی ہے اور اوسمین تین موریان ا و ب او ح ہین
اگر تینون سے پانی بہرجاوے تو ۲۴ منٹ مین بہر جاتا ہے اور ا کی موری بہ نسبت ح کی
موری کے ۳۰ منٹ زیادہ مین وہ بہرتا ہے اور جتنا پانی ا او ب کی راہ سے جاتا ہے ۱۰ ڈول کم
ح کی موری سے نکلتا ہے تو بتاؤ ہر ایک موری کتنی دیر مین پانی بہرلیگا

(۲۸) زید و بکر ایک میل پر دوڑے اول دفعہ زید نے بکر کو ۲۰ گز آگے کرکے دوڑ کی تو وہ ۳۰ سکنڈ

پہلے پہنچا اور دوسری دفعہ اوسنے بکر کو ۲۴ سکنڈ پہلے چلنے دیا اور ۹ ۵/۱۱ گز آگے نکل گیا تو بتاؤ رفتار فی گھنٹہ زید کی کیا ہے

(۲۹) دریا کے ایک ہی کنارہ پر دو شہر ا اور ب بفاصلہ ۲۴ میل کے واقع ہین ایک شخص ا سے ب تک ۴ گھنٹہ مین اسطرح پہنچا کہ آدہی دور اول کشتی مین چلا اور پہر آدہی دور پیدل اور وہانسے اولٹا ۶ گھنٹہ مین اسطرح سے آیا کہ اول پیدل چلا اور اوس چال دور رکھی جو پہلی دفعہ چال کی تین چوتہائی تہی اور آدہی دور کشتی مین آیا کشتی بہاؤ پر چلنے سے پہلی سے دو چند چلتی ہے تو بتاؤ رفتار آدمی کی اور کشتی کی کیا کیا ہے

(۳۰) ریل کی مسافر گاڑی ایک گھنٹہ چلکر پندرہ منٹ ٹہری اور پہر چلی تو اوس چال سے کہ تین چوتہائی پہلی چال کی تہی اسطرح اوسکو ۲۴ منٹ کی دیر لگی اگر پانچ میل اور آگے چلکر اسیقدر ٹہرتی تو بہ نسبت سابق کے ۳ منٹ کم دیر مین پہنچتی تو بتاؤ رفتار گاڑی کی کیا ہے اور فاصلہ جو اوسنے طے کیا کیا ہے

(۳۱) مال اور مسافر گاڑی نے ۱۲۰ میل کا سفر کیا جن وقتون مین اونہون نے یہہ مسافت طے کی اونمین نسبت ۹ اور ۴ کی ہے اور مال گاڑی اتنی دیر ٹہرتی ہے کہ اگر اوسوقت مین چلے تو ۴۰ میل چلے اور مسافر گاڑی اسّے آدہی دیر ٹہرتی ہے اور ایک گھنٹہ ۱۵ میل زیادہ بہی چلتی ہے تو ہر ایک گاڑی کی رفتار بتاؤ

(۳۲) ریل کی گاڑیون مین ایک ٹرین ۹۲ فیٹ لنبی اور دوسری ۸۴ فیٹ لنبی ہے دونو یکسان رفتار سے متوازی سڑکون پر چلتی ہین جب وہ مقابل طرفونسے آتی ہین تو ۱ ۱/۲ سکنڈ مین ایک کے پاس سے دوسری نکلجاتی ہے اور جب وہ ایک سمت مین چلتی ہین تو ۶ سکنڈ مین تیز چلنے والی گاڑی دوسری گاڑی کے پاس سے ہوکر نکلجاتی ہے تو دریافت کرو کہ ہر ایک گاڑی کی رفتار کیا ہے

(۳۳) دو مقامون ا اور س کے درمیان آہنی سڑک بنی ہوئی ہے ایک مال گاڑی ۱۲ بجے اور مسافر گاڑی ایک بجے چلی دو تہائی فاصلہ کو طے کرکے مال گاڑی ٹوٹ گئی اور ایک

چوتھائی رفتار کم ہوگئی ۲ بجے ۲۰ منٹ بعد شہر سے ۱۰ میل ورے دونو گاڑیاں ٹھہرگئیں اور مسافر گاڑی کی رفتار مال گاڑی کی رفتار سے جو اوسکے بعد ٹوٹنے کے ہوئی دوچند تھی تو گاڑیون کی رفتار بتاؤ

(۳۴) کچھہ روپیہ زید و بکر و عمر مین تقسیم ہوا زید کا حصہ بکر اور عمر کے حصوں کی چار ساتوین سے بقدر ۳۰ کی زیادہ اور بکر کا حصہ زید و عمر کے حصوں کی تین آٹھوین حصہ سے بقدر ۳۰ روپیہ کے زیادہ تھا اور عمر کا حصہ زید و بکر کے دونو کے حصوں کی نسبی بقدر ۳۰ کے زیادہ تھا ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۵) زید و بکر مزدوری ۶ دن کرکے ۴۰ روپیہ پیدا کرتے ہین اور زید اور عمر ۹ دن مزدوری کرکے ۵۴ روپیہ پیدا کرتے تھے اور بکر و عمر ملکر ۱۰ دنین ۸۰ روپیہ پیدا کرتے تھے تو بتاؤ ہر ایک ایک ایک دن مین کتنا پیدا کرتا ہے

(۳۶) کچھہ سورن اور کچھہ شلنگ اور کچھہ سکس پنس سب ملکر ۸ پونڈ ۶ شلنگ ۶ پنس کے تھے اور شلنگ بقدر ایک گنی کی سورن سے کم تھی اور بقدر ڈیڑہ گنی کے سکس پنس سے زیادہ تو ہر ایک سکہ کی تعداد بتاؤ

(۳۷) زید و بکر دونون ملکر ۴۸ دنین ایک کام کو پورا کرتے ہین اور زید و عمر ملکر ۳۰ دنین اور بکر و عمر ملکر ۲۶ ۲/۳ روز مین تو بتاؤ ہر ایک کتنے دنون مین علیحدہ علیحدہ کام کریگا

(۳۸) ایک عدد تین مرتبہ کا ہی اور اڑتالیس گنا اپنی ہندسون کے مجموعہ سے ہی اور اگر ۱۹۸ اوس مین سے کم کیے جائین تو مراتب معکوس ہو جاتے ہین اور اول اور آخر ہندسون کا مجموعہ وسط کے ہندسہ سے دوچند ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۳۹) ایک آدمی نے ۱۰ بیل اور ۱۲۰ بھیڑین اور ۴۶ بھیڑ کے بچے خریدے ۳ بھیڑون کی قیمت برابر پانچ بھیڑ کے بچون کی قیمت کی ہی اور ایک بیل اور بھیڑ اور بھیڑ کے بچہ کی قیمت مین تعداد شلنگون کی بہ نسبت کل مویشی خرید شدہ کی بقدر ۳۰ کے زیادہ ہے اور کل نقدی جو اونکی خریدنے مین صرف ہوئی ۴۶۸ پونڈ ۶ شلنگ ہی تو ہر ایک جانور کی قیمت بتاؤ

(۴۰) ایک سوداگر ...

فی راس ۲ پونڈ، ۸ شلنگ ۸ تہہ لگی اور قیمت بیچنے کی بہ تفصیل ذیل تہی کہ ایک گہوڑا ۲۲ پونڈ گو اور ایک بیل ۲ پونڈ ۱۰ شلنگ کو اور ایک بہیڑ ایک پونڈ ۱۰ شلنگ کو بیچی تہی اور بیل جتنے ہین اگر اونکی چوتہائی بیچتا مگر ۲۵ بہیڑین زیادہ فروخت کرتا تو بہی اوسکو یہی حساب پڑتا بیلون اور گہوڑون اور بہیڑون کی تعداد دریافت کرو

چہبیسوان باب مساوات درجہ دوم

(۲۲۶) مساوات درجہ دوم اوس مساوات کو کہتے ہین جسمین مقدار مجہول کا مجذور پایا جائے اور اوس سے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہو

(۲۲۷) جس مساوات مین فقط مجذور ہے مقدار مجہول کا ہو تو اوسکو خالص مساوات درجہ دوم کہتے ہین اور اگر اوس مساوات مین مقدار مجہول کی اول قوت بہی آجائی تو اوسکو مساوات مخلوط کہتے ہین مثلاً ۲ $لا^{۲}$ = ۵۰ خالص مساوات درجہ دوم ہے اور

۲ $لا^{۲}$ − ۷ لا + ۳ = ۰ مخلوط مساوات درجہ دوم ہے

(۲۲۸) خالص مساوات درجہ دوم کی حل کا قاعدہ یہہ ہے کہ بموجب قاعدہ حل مساوات درجہ اول کی قیمت مجذور مقدار مجہول کی دریافت کرو پہر جذر لیلو تو مقدار مجہول کی قیمت دریافت ہوگی

مثلاً حل کرو کہ $\frac{لا^{۲} - ۱۳}{۳} + \frac{لا^{۲} - ۵}{۱۰} = ۶$

۳۰ مین ضرب دیکر مساوات کو کسر سے خالص کرو

تو ۱۰ ($لا^{۲}$ − ۱۳) + ۳ ($لا^{۲}$ − ۵) = ۱۸۰

سو اسطے ۱۳ $لا^{۲}$ = ۱۸۰ + ۱۳۰ + ۱۵ = ۳۲۵

سو اسطے $لا^{۲} = \frac{۳۲۵}{۱۳}$ = ۲۵

جذر نکالو تو لا = ± ۵

اس مساوات مین بموجب قاعدہ مساوات درجہ اول کے $لا^{۲}$ برابر ۲۵ کے دریافت کیا ہو اسطے

... ضرب ۵ ... ضرب ۲۵ ہو یعنی لا برابر ۲۵ کے

جذر کے ہو حساب مین ۲۵ کا جذر ۵ ہے اور جبر مقابلہ مین ۵ یا ـ۵ اسواسطے کہ موجب قاعدہ علامات کی $-5 \times -5 = 5 \times 5$ اسواسطے لا برابر کسی قیمت ۵ یا ـ۵ کے ہو وشرط مساوات پوری ہوگی اور اس بیان کو اس طرح لکھا کرتے ہین کہ

$$\text{لا} = \pm 5$$

(۲۲۹) اب ہم مساوات درجۂ دوم مخلوط کی حل کا قاعدہ بیان کرتے ہین

ظاہر ہے کہ اگر $\text{لا} + \frac{\text{ا}}{2}$ کو فی نفسہٖ ضرب دین تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(\text{لا} + \frac{\text{ا}}{2})(\text{لا} + \frac{\text{ا}}{2}) = \text{لا}^2 + 2\frac{\text{ا لا}}{2} + \frac{\text{ا}^2}{4} = \text{لا}^2 + \text{ا لا} + \frac{\text{ا}^2}{4}$$

پس $\text{لا}^2 + \text{ا لا} + \frac{\text{ا}^2}{4}$ ایک مجذور کامل ہے اسواسطے کہ وہ مجذور $\text{لا} + \frac{\text{ا}}{2}$ کا ہے

پس اگر $\text{لا}^2 + \text{ا لا}$ کا مجذور کامل بنانا ہو تو $\frac{\text{ا}^2}{4}$ یعنی لا کی نصف مثال کا مجذور کرکے جمع کردین یہہ بات مساوات درجۂ دوم کی حل کرنیکا جزاعظم ہے اب ہم اوسکی مثالین کچھہ لکھتے ہین

$\text{لا}^2 + 6\,\text{لا}$ مین نصف مثال لا کی ۳ ہین پس 3^2 کو جمع کرو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$\text{لا}^2 + 6\,\text{لا} + (3)^2$ یعنی $(\text{لا} + 3)^2$

اور $\text{لا}^2 - 5\,\text{لا}$ مین نصف مثال لا کی $-\frac{5}{2}$ ہین اوسکی مجذور $(-\frac{5}{2})^2$ یعنی $(\frac{5}{2})^2$ کو جمع کرو تو $\text{لا}^2 - 5\,\text{لا} + (\frac{5}{2})^2$ یعنی $(\text{لا} - \frac{5}{2})^2$ حاصل ہوگا

اور $\text{لا}^2 + \frac{4\,\text{لا}}{5}$ مین نصف مثال لا کی $\frac{2}{5}$ ہین جمع کرو $(\frac{2}{5})^2$ کو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$\text{لا}^2 + \frac{4\,\text{لا}}{5} + (\frac{2}{5})^2$ یعنی $(\text{لا} + \frac{2}{5})^2$

اور $\text{لا}^2 - \frac{3\,\text{لا}}{4}$ مین نصف مثال لا کی $-\frac{3}{8}$ ہین جمع کرو $(-\frac{3}{8})^2$ یعنی $(\frac{3}{8})^2$ کو

$\text{لا}^2 - \frac{3\,\text{لا}}{4} + (\frac{3}{8})^2$ یعنی $(\text{لا} - \frac{3}{8})^2$ حاصل ہوگا

اس عمل کو تکمیل مجذور کہتے ہین

(۲۳۰) مساوات درجۂ دوم مخلوط کے حل کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ تقلیب اور اختصار کرکے مساوات کی صورت ایسی بنالو کہ سب رقمین جنمین مقدار مجہول ہو مساوات کی ایک طرف ہون اور

سر $\text{لا}^{۲}$ کا +۱ ہو اور پہر طرفین مساوات پر لا کے نصف امثال کا مجذور زیادہ کر کے ہر یک طرف مساوات کا جذر لو

مثالون سے یہہ بات ظاہر ہوجاویگی کہ اسطرحپر عمل کرنے سے وہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جتنے مقدار مجہول کی قیمتین آسانی سے فوراً معلوم ہوجاتی ہین

(۲۳۱) حل کرو $\text{لا}^{۲} - ۱۰\text{لا} + ۲۴ = ۰$

تقلیب سے $\text{لا}^{۲} - ۱۰\text{لا} = -۲۴$

زیادہ کرو $(\frac{۱۰}{۲})^{۲}$ تو $\text{لا}^{۲} - ۱۰\text{لا} + ۵^{۲} = -۲۴ + ۲۵ = ۱$

جذر طرفین مساوات کا لو تو $\text{لا} - ۵ = \pm ۱$

تقلیب مساوات سے $\text{لا} = ۵ \pm ۱ = ۵ + ۱$ یا $۵ - ۱$

اسنے معلوم ہوا کہ $\text{لا} = ۶$ یا ۴

اور یہہ بات بہت آسان ہے کہ ان قیمتون مین ہر ایک کو مساوات مین رکہہ کر آزمالین کہ وہ شرائط مساوات کو پورا کرتی ہین یہہ طالبعلمون کے لئے سودمند مشق ہے کہ وہ قیمتین مساوات مین رکہہ کر اونکا امتحان صحت کیا کرین

(۲۳۲) حل کرو $۳\text{لا}^{۲} - ۴\text{لا} - ۵۵ = ۰$

تقلیب مساوات $۳\text{لا}^{۲} - ۴\text{لا} = ۵۵$

پس ۳ پر تقسیم کرو تو $\text{لا}^{۲} - \frac{۴}{۳}\text{لا} = \frac{۵۵}{۳}$

زیادہ کرو $(\frac{۲}{۳})^{۲}$ تو $\text{لا}^{۲} - \frac{۴\text{لا}}{۳} + (\frac{۲}{۳})^{۲} = \frac{۵۵}{۳} + \frac{۴}{۹} = \frac{۱۶۹}{۹}$

جذر طرفین مساوات کا لیا تو $\text{لا} - \frac{۲}{۳} = \pm \frac{۱۳}{۳}$

تقلیب سے $\text{لا} = \frac{۲}{۳} \pm \frac{۱۳}{۳} = ۵$ یا $-\frac{۱۱}{۳}$

(۲۳۳) حل کرو $۲\text{لا}^{۲} + ۳\text{لا} - ۳۵ = ۰$

تقلیب سے $۲\text{لا}^{۲} + ۳\text{لا} = ۳۵$

تقسیم ۲ پر کرو تو $\text{لا}^{۲} + \frac{۳\text{لا}}{۲} = \frac{۳۵}{۲}$

جمع کرو $(\frac{۳}{۴})^{۲}$ کو تو $\text{لا}^{۲} + \frac{۳\text{لا}}{۲} + (\frac{۳}{۴})^{۲} = \frac{۳۵}{۲} + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۸۹}{۱۶}$

جذر نکالو تو $\text{لا} + \frac{۳}{۴} = \pm \frac{۱۷}{۴}$

تقلیب مساوات سے $\text{لا} = -\frac{۳}{۴} \pm \frac{۱۷}{۴} = \frac{۷}{۲}$ یا -۵

(۲۳۴) حل کرو کہ لا^2 - ۴ لا - ۱ =

تقلیب مساوات سے لا^2 - ۴ لا = ۱

زیادہ کرو ۲^2 تو لا^2 - ۴ لا + ۲^2 = ۱ + ۴ = ۵

جذر نکالو تو لا - ۲ = $\pm\sqrt{۵}$

تقلیب مساوات سے لا = ۲ $\pm\sqrt{۵}$

اب یہان ۵ کا پورا جذر نہین نکل سکتا لیکن حساب مین جذرہ کا جتنا چاہین قریب قریب حقیقی جذر کے نکال سکتے ہین اسلئے قیمت لا کی جہان تک چاہین اصل قیمت کی قریب قریب نکال سکتے ہین

(۲۳۵) ابتک جو مثالین حل کی ہین اونمین دو مختلف قیمتین مساوات درجہ دوم کی دریافت ہوئین لیکن بعض صورتین ایسی ہوتی ہین کہ حقیقت مین ایک ہی قیمت معلوم ہوتی ہے جیسے مساوات لا^2 - ۱۴ لا + ۴۹ = ۰ جذر لیا تو لا - ۷ = ۰ اسواسطے لا = ۷ اسسے معلوم ہوا کہ ایسی صورت مین یہہ کہنا کہ مساوات کی دو برابر قیمتین ہین نہایت مناسب ہے

(۲۳۶) حل کرو لا^2 - ۶ لا + ۱۳ = ۰

تقلیب مساوات سے لا^2 - ۶ لا = -۱۳

زیادہ کرو ۳^2 تو لا^2 - ۶ لا + ۳^2 = -۱۳ + ۹ = -۴

اب جذر نکالو

تو لا - ۳ = $\pm\sqrt{-۴}$

لیکن -۴ کا جذر نہ حقیقی ہے نہ تقریبی اسلئے کہ ہر ایک عدد خواہ منفی ہو یا مثبت جب وہ فی نفسہ ضرب دیجئے تو مثبت حاصل ہوگا پس اس صورت مین مساوات درجہ دوم کوئی اصلی قیمت نہین رکھتی ایسی قیمتون کو بعض اوقات غیر ممکن قیمتین یا موہوم قیمتین کہتے ہین اور اس جذر کو جذر تخیلی

(۲۳۷) حل کرو $\frac{۱}{۲(لا-۱)} + \frac{۳}{لا^2-۱} = \frac{۱}{۴}$

یہان نسب نمایون کی ذو اضعاف اقل ۴ (لا^2 - ۱) مین مساوات کو ضرب دیکر کسر سے خالص کرو

تو ۲ (لا + ۱) + ۱۲ = لا^2 - ۱

تقلیب مساوات سی لا^۲ - ۲ لا = ۱۵

اور زیادہ کرو ۱ کو تو لا^۲ - ۲ لا + ۱ = ۱۶

جذر نکالو تو لا - ۱ = ± ۴

اسواسطے لا = ± ۴ + ۱ = ۵ یا - ۳

(۲۳۸) حل کرو ۲ لا / ۱۵ + (۳ لا - ۵۰) / ۳ (۱۰ + لا) = (۱۲ لا + ۷۰) / ۱۹۰

پس ۵۷۰ مین جو ذو اضعاف اقل ۱۵ و ۱۹۰ کا ہے مساوات کو ضرب دو تو

۷۶ لا + ۱۹۰ (۳ لا - ۵۰) / (۱۰ + لا) = ۳ (۱۲ لا + ۷۰)

اسواسطی ۱۹۰ (۳ لا - ۵۰) / (۱۰ + لا) = ۲۱۰ - ۴۰ لا

اسواسطی ۱۹۰ (۳ لا - ۵۰) = (۲۱۰ - ۴۰ لا) (۱۰ + لا)

یعنی ۵۷۰ لا - ۹۵۰۰ = ۲۱۰۰ - ۱۹۰ لا - ۴۰ لا^۲

اسواسطی ۴۰ لا^۲ + ۷۶۰ لا = ۱۱۶۰۰

اسواسطی لا^۲ + ۱۹ لا = ۲۹۰

زیادہ کرو (۱۹/۲)^۲

تو لا^۲ + ۱۹ لا + (۱۹/۲)^۲ = ۲۹۰ + ۳۶۱/۴ = ۱۵۲۱/۴

جذر لیا تو لا + ۱۹/۲ = ± ۳۹/۲

اسواسطی لا = - ۱۹/۲ ± ۳۹/۲ = ۱۰ یا - ۲۹

(۲۳۹) حل کرو (لا + ۳) / (لا + ۲) + (لا - ۳) / (لا - ۲) = (۲ لا - ۳) / (لا - ۱)

کسرون سے مساوات کو خالص کرو تو

(لا + ۳) (لا - ۲) (لا - ۱) + (لا - ۳) (لا + ۲) (لا - ۱) = (۲ لا - ۳) (لا + ۲) (لا - ۲)

یعنی لا^۳ - ۷ لا + ۶ + لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۵ لا + ۶ = ۲ لا^۳ - ۳ لا^۲ - ۸ لا + ۱۲

یعنی ۲ لا^۳ - ۲ لا^۲ - ۱۲ لا + ۱۲ = ۲ لا^۳ - ۳ لا^۲ - ۸ لا + ۱۲

اسواسطی لا^۲ - ۴ لا = ۰

زیادہ کرو تو ۲^۲ تو لا^۲ - ۴ لا + ۲^۲ = ۴

جذر لو تو لا - ۲ = ± ۲

اسواسطی لا = ۲ ± ۲ = ۴ یا ۰

ہمنے جو یہہ عمل اوپر کی سطرین لکھا ہی وہ قاعدہ کی موافق کیا ہی ورنہ اوسکی کچھہ ضرورت نہین

نتیجہ جو اوس سے حاصل ہوا آسانی سی اسطرح نکل آتا ہے کہ لا^{۲} - ۴ لا = ۰ اوسکو اسطرح سے لکھہ سکتے ہین کہ (لا - ۴) لا = ۰ اور اسصورت مین یہہ بات ظاہر ہے کہ کیا تو لا - ۴ = ۰ یا لا = ۰ یعنی لا = ۴ یا ۰ ۔ کے طالبعلم نے اس مثال مین دیکھا ہوگا کہ جب مساوات مین کسر دور ہوئی تو ۲ لا^{۲} دونو طرف مساوات کی پائی گئی اس سبب سے وہ دونو طرف سے ساقط ہوئی اور مساوات مساوات درجہ دوم کی ہوگئی

(۲۴۰) ہر مساوات درجہ دوم کی اسصورت مین ڈہل سکتی ہے اسلئے صورت عامہ مساوات درجہ دوم یہہ ہے کہ لا^{۲} + ف لا + ق = ۰ جسمین ف اور ق اعداد معلومہ کو خواہ وہ صحیح ہون کسر ہون خواہ مثبت یا منفی ہون تعبیر کرتی ہین

اسواسطے کہ درجہ دوم مین بموجب حدود کے مجذور سے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہین ہوسکتی اور تینون ایکطرف مساوات کی آسکتی ہین اور اگر ضرورت ہو تو مساوات کی علامات تبدیل ہوسکتی ہین جس سے مجذور کی امثال مثبت ہوجاوین اور پہر مثال لا^{۲} پر مساوات کو تقسیم کرسکتے ہین

مثلاً فرض کرو کہ ۷ لا - ۴ لا^{۲} = ۵

یہان ۷ لا - ۴ لا^{۲} - ۵ = ۰

اسواسطی ۴ لا^{۲} - ۷ لا + ۵ = ۰

اسواسطی لا^{۲} - $\frac{۷}{۴}$ لا + $\frac{۵}{۴}$ = ۰

پس اس مثال مین ف = - $\frac{۷}{۴}$ اور ق = $\frac{۵}{۴}$

(۲۴۱) حل کرو لا^{۲} + ف لا + ق = ۰

تقلیب مساوات سے لا^{۲} + ف لا = - ق

زیادہ کرو ($\frac{ف}{۲}$)^{۲} تو لا^{۲} + ف لا + ($\frac{ف}{۲}$)^{۲} = - ق + $\frac{ف^{۲}}{۴}$ = $\frac{ف^{۲} - ۴ ق}{۴}$

جذر نکالو لا + $\frac{ف}{۲}$ = ± $\frac{\sqrt{ف^{۲} - ۴ ق}}{۲}$

اسواسطی لا = - $\frac{ف}{۲}$ ± $\frac{\sqrt{ف^{۲} - ۴ ق}}{۲}$ = $\frac{- ف ± \sqrt{ف^{۲} - ۴ ق}}{۲}$

(۲۴۲) مساوات درجه دوم $\text{لا}^2 + \text{ف لا} + \text{ق} = 0$ کی قیمتونکی قوانین عامه جبریه معلوم ہوگئی یعنی لا برابر

$$\frac{-\text{ف} + \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{-\text{ف} - \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2}$$ کے ہوگا

اب ان قوانین عامہ سے نتائج عظیمہ نکال کر بتلاتے ہین وہ ہر ایک مساوات درجہ دوم کے لئے درست اور صحیح ہونگی اسلئے کہ بموجب دفعہ ۲۴۰ کے وہ نتائج صورت عامہ مساوات درجہ دوم کی ہین گویا ہر نتیجہ جو اس مساوات کے لئے ثابت ہوتا ہے وہ ہر مساوات کے واسطے ثابت ہے

(۲۴۳) مساوات درجه دوم کی دو قیمتین ہوتی ہین اوسی زیادہ نہین اسواسطے کہ ہم اوپر ثابت کر آئے ہین کہ مساوات عامہ کی جو قیمتین نکلین وہ دو مقرری جملے ہین اونمین سے ایک یا دوسرا جملہ قیمت ہوتا ہے

(۲۴۴) کسی مساوات درجه دوم مین جسکی رقمین سب ایکطرف مساوات کی ہون اور سر مجذور مقدار مجہول کا ایک ہو تو مجموعہ قیمتون کا برابر ہوگا دوسری رقم کی امثال کی جسکی علامت بدل دیجاوے اور حاصلضرب اون قیمتون کا برابر آخر جز کے ہوگا

اسواسطے کہ مساوات $\text{لا}^2 + \text{ف لا} + \text{ق} = 0$ مین

مجموعہ قیمتون کا $\frac{-\text{ف} + \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2} + \frac{-\text{ف} - \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2}$ یعنی $-\text{ف}$ ہے

اور حاصلضرب قیمتون کا

$$\frac{-\text{ف} + \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2} \times \frac{-\text{ف} - \sqrt{(\text{ف}^2 - 4\text{ق})}}{2} = \frac{\text{ف}^2 - (\text{ف}^2 - 4\text{ق})}{4}$$ یعنی ق ہے

(۲۴۵) دفعہ بالا نہایت توجہ اور غور کے قابل ہے وہ ایک مثال ایسی ہے کہ جس سے دو باتین معلوم ہوتی ہین کہ جبر مقابلہ کے نتائج عامہ کی کیا خاصیت ہوتی ہے دوسرے یہہ کہ نتائج عامہ کے نکالنے کی کیسی ترکیب ہوتی ہے مساواتین جو ابھی ہمنے حل کی ہین اونمین طالب علمونکو چاہیے کہ ان نتائج کا استعمال کر کے اونکی صحت کو جانچین مثلاً دفعہ ۲۳۲ کے مساوات کی یہہ صورت بناؤ کہ

$$\text{لا}^2 - \frac{4\text{لا}}{3} - \frac{55}{3} = 0$$

قیمتین مساوات کی ۵ اور $-\frac{11}{3}$ ہین مجموعہ قیمتون کا $\frac{4}{3}$ ہی اور حاصلضرب اون کا $-\frac{55}{3}$ ہے

(۲۴۶) $\text{ا}\,\text{لا}^2 + \text{ب}\,\text{لا} + \text{ح} = 0$ کو حل کرو

تقلیب سے $\text{ا}\,\text{لا}^2 + \text{ب}\,\text{لا} = -\text{ح}$

پس ا پر تقسیم کرو تو $\text{لا}^2 + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\text{لا} = -\frac{\text{ح}}{\text{ا}}$

زیادہ کرو $\left(\frac{\text{ب}}{2\text{ا}}\right)^2$

تو $\text{لا}^2 + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\text{لا} + \left(\frac{\text{ب}}{2\text{ا}}\right)^2 = -\frac{\text{ح}}{\text{ا}} + \frac{\text{ب}^2}{4\text{ا}^2} = \frac{\text{ب}^2 - 4\,\text{ا}\text{ح}}{4\text{ا}^2}$

جذر لو تو $\text{لا} + \frac{\text{ب}}{2\text{ا}} = \pm\frac{\sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ا}\text{ح}}}{2\text{ا}}$

اسواسطے $\text{لا} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ا}\text{ح}}}{2\text{ا}}$

(۲۴۷) قوانین عامہ جبریہ جو دفعات ۲۴۱ و ۲۴۶ مین مذکور ہوئی وہ ہر ایک مساوات درجہ دوم کے حل کرنے مین مستعمل ہوسکتی ہین مثلاً مساوات $3\,\text{لا}^2 - 4\,\text{لا} - 55 = 0$ ۔ تقسیم ۳ پر کرو تو

$\text{لا}^2 - \frac{4}{3}\text{لا} - \frac{55}{3} = 0$

اب قوانین عامہ جبریہ دفعہ ۲۴۱ کو جنسے قیمتین مساوات $\text{لا}^2 + \text{ف}\,\text{لا} + \text{ق} = 0$ کی حاصل ہوتی ہین خیال کرو تو $\text{ف} = -\frac{4}{3}$ و $\text{ق} = -\frac{55}{3}$ پس اسی مساوات مفروضہ کی قیمتین ہمکو معلوم ہوجائینگی مگر دفعہ ۲۴۶ کی قوانین عامہ کو کام مین لاوین تو اور بھی آسانی ہوگی اور کسرونکا بکھیڑا نہ پڑیگا مثلاً مساوات $3\,\text{لا}^2 - 4\,\text{لا} - 55 = 0$ ہے تو اسمین

$\text{ا} = 3$ و $\text{ب} = -4$ و $\text{ح} = -55$ پس اون قوانین عامہ جبریہ مین جنسے قیمتین مساوات $\text{ا}\,\text{لا}^2 + \text{ب}\,\text{لا} + \text{ح} = 0$ کی دریافت ہوئی ہین

یعنی $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ا}\text{ح}}}{2\text{ا}}$ مین ا ب وغیرہ کی قیمتین رکھو

$\frac{4 \pm \sqrt{16 + 660}}{6}$ یعنی $\frac{4 \pm \sqrt{676}}{6}$

یعنی $\frac{4 \pm 26}{6}$ یعنی ۵ یا $-\frac{11}{3}$ حاصل ہونگی

امثلہ نمبری ۲۶

(۱) $2(\text{لا}^2 - 7) + 3(\text{لا}^2 - 11) = 33$ (۲) $(\text{لا} - 15)(\text{لا} + 15) = 400$

(۳) $\frac{\text{لا}^۲-۲۴}{۵}+\frac{\text{لا}^۲-۳۷}{۴}=۸$

(۴) $\frac{۳(\text{لا}^۲-۱۱)}{۵}-\frac{۲(\text{لا}^۲-۶۰)}{۷}=۳۶$

(۵) $\frac{۴}{۳-\text{لا}}-\frac{۴}{\text{لا}+۳}=\frac{۱}{۳}$

(۶) $\frac{\text{لا}}{۴}+\frac{۴}{\text{لا}}=\frac{\text{لا}}{۹}+\frac{۹}{\text{لا}}$

(۷) $\text{لا}^۲-۳\text{لا}+۲=۰$

(۸) $\text{لا}^۲-۵\text{لا}+۶=۰$

(۹) $\text{لا}^۲+۱۰\text{لا}=۲۴$

(۱۰) $۲\text{لا}^۲-۱=۵\text{لا}+۲$

(۱۱) $۳\text{لا}^۲-۴\text{لا}=۳۹$

(۱۲) $\text{لا}^۲+۱۰\text{لا}+۳=۲\text{لا}^۲-۵\text{لا}+۵۳$

(۱۳) $(\text{لا}+۱)(۲\text{لا}+۳)=۴\text{لا}^۲-۲۲$

(۱۴) $(\text{لا}-۱)(\text{لا}-۲)=۲۰$

(۱۵) $۴(\text{لا}^۲-۱)=۴\text{لا}-۱$

(۱۶) $(۲\text{لا}-۳)^۲=۸\text{لا}$

(۱۷) $۳\text{لا}^۲-۱۷\text{لا}+۱۰=۰$

(۱۸) $\frac{۹}{\text{لا}}-\frac{\text{لا}}{۴}=۲$

(۱۹) $\text{لا}=۲+\frac{۵}{۴\text{لا}}$

(۲۰) $\text{لا}^۲-۳=\frac{\text{لا}-۳}{۶}$

(۲۱) $\frac{۲+\text{لا}^۲}{۳}-\frac{\text{لا}-\text{لا}^۲}{۲}=۱-\text{لا}+\text{لا}^۲$

(۲۲) $\text{لا}+\frac{۱}{\text{لا}-۳}=۵$

(۲۳) $۴\text{لا}-\frac{۱۲-\text{لا}}{\text{لا}-۳}=۲۲$

(۲۴) $\frac{۲\text{لا}+۱۱}{\text{لا}}=۵-\frac{\text{لا}-۵}{۳}$

(۲۵) $\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۳}+۲\text{لا}=۱۲$

(۲۶) $\frac{\text{لا}}{۷}+\frac{۲۱}{\text{لا}+۵}=۶\frac{۵}{۷}$

(۲۷) $۸\text{لا}+۱۱+\frac{۷}{\text{لا}}=\frac{۶۸\text{لا}}{۷}$

(۲۸) $\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}-۲}+\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۱۳}{۶}$

(۲۹) $\frac{۲}{\text{لا}+۳}+\frac{\text{لا}+۳}{۲}=\frac{۱۰}{۳}$

(۳۰) $\frac{۳(\text{لا}-۱)}{\text{لا}+۱}-\frac{۲(\text{لا}+۱)}{\text{لا}-۱}=۵$

(۳۱) $\frac{۲\text{لا}}{\text{لا}+۲}+\frac{\text{لا}+۲}{۲\text{لا}}=۲$

(۳۲) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}}=\frac{۱۳}{۶}$

(۳۳) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}}{\text{لا}+۴}=۱$

(۳۴) $\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}+۱}+\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}+۲}=\frac{۱۳}{۶}$

(۳۵) $\frac{\text{لا}+۱}{\text{لا}-۱}-\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۹}{۵}$

(۳۶) $\frac{\text{لا}+۴}{\text{لا}-۴}+\frac{\text{لا}+۲}{\text{لا}-۲}=۷$

(۳۷) $\frac{\text{لا}-۲}{\text{لا}-۳}-\frac{\text{لا}-۴}{\text{لا}-۱}=\frac{۱۴}{۱۵}$

(۳۸) $\frac{\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}-\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۴}=-\frac{۹}{۵}$

(۳۹) $\frac{\text{لا}-۱}{\text{لا}-۴}-\frac{\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}=\frac{۱۴}{۱۵}$

(۴۰) $\frac{۱}{\text{لا}-۲}-\frac{۲}{\text{لا}+۲}=\frac{۳}{۵}$

(۴۱) $\frac{۳}{۲(\text{لا}^۲-۱)}-\frac{۱}{۴(\text{لا}+۱)}=\frac{۱}{۸}$

(۴۲) $\frac{\text{لا}}{\text{لا}^۲-۱}=\frac{۱۵-۷\text{لا}}{۸(۱-\text{لا})}$

(۴۳) $\frac{۲\text{لا}+۱}{\text{لا}-۱}+\frac{۳\text{لا}-۲}{۳\text{لا}+۲}=\frac{۱۱}{۲}$

(۴۴) $\frac{۲\text{لا}-۱}{\text{لا}-۱}-\frac{۲\text{لا}-۳}{\text{لا}-۲}+\frac{۱}{۶}=۰$

(۴۵) $\frac{۳ل+۱}{۳(ل-۵)} - \frac{۲ل-۷}{۲ل-۸} - \frac{۵}{۲} = ۰$ (۴۶) $\frac{۲ل-۳}{۳ل-۵} + \frac{۳ل-۵}{۲ل-۳} = \frac{۵}{۲}$

(۴۷) $\frac{۳ل-۲}{۲ل-۵} + \frac{۲ل-۵}{۳ل-۲} = \frac{۱۰}{۳}$ (۴۸) $\frac{ل+۲}{ل-۱} - \frac{۴-ل}{۲ل} = \frac{۷}{۴}$

(۴۹) $(ل-۳)^۲ = ۴(ل^۲-۹)$ (۵۰) $(ل+۱۰)^۲ = ۱۴۴(۱۰۰-ل^۲)$

(۵۱) $\frac{۵}{ل+۲} + \frac{۳}{ل} = \frac{۱۴}{ل+۴}$ (۵۲) $\frac{۴}{۱+ل} + \frac{۵}{ل+۲} = \frac{۱۲}{ل+۳}$

(۵۳) $\frac{ل+۱}{ل+۲} + \frac{ل-۱}{ل-۲} = \frac{۲ل-۱}{ل-۱}$ (۵۴) $\frac{ل-۲}{ل+۲} + \frac{ل+۲}{ل-۲} = ۲\frac{ل+۳}{ل-۳}$

(۵۵) $\frac{ل-۱}{ل+۱} - \frac{۵}{۶} = \frac{۲}{۷(ل-۱)}$ (۵۶) $\frac{۴}{ل+۲} + \frac{۵}{ل+۴} = \frac{۱۲}{ل+۶}$

(۵۷) $\frac{ل-۱}{ل+۱} + \frac{ل-۲}{ل+۲} = \frac{۲ل+۱۳}{ل+۱۶}$ (۵۸) $\frac{ل+۱}{ل-۱} + \frac{ل+۲}{ل-۲} = \frac{۲ل+۱۳}{ل+۱}$

(۵۹) $\frac{۲ل-۱}{ل+۱} + \frac{۳ل-۱}{ل+۲} = \frac{۵ل-۱۱}{ل-۱}$ (۶۰) $ل - \frac{۱۴ل-۹}{۸ل-۳} = \frac{ل^۲-۳}{ل+۱}$

(۶۱) $ا^۲ل^۲ - ۲ا^۳ل + ا^۴ - ۱ = ۰$ (۶۲) $۴ا^۲ل = (ا^۲ - ب^۲ + ل)^۲$

(۶۳) $\frac{ل}{ا} + \frac{ا}{ل} = \frac{ل}{ب} + \frac{ب}{ل}$ (۶۴) $\frac{۱}{ل} + \frac{۱}{ل+ب} = \frac{۱}{ا} + \frac{۱}{ا+ب}$

ستائیسوان باب ایسی مساواتین جو مساوات درجہ دوم کی طرح حل ہو سکتی ہین

(۲۴۸) بہت سی مساواتین ایسی ہوتی ہین کہ وہ ٹہیک ٹہیک مساوات درجہ دوم تو نہین ہوتین مگر تکمیل مجذور سی حل ہوتی ہین اب ہم اوسکی دو مثالین لکہتے ہین

(۲۴۹) حل کرو $ل^۶ - ۷ل^۳ = ۸$

زیادہ کرو $(\frac{۷}{۲})^۲$ تو $ل^۶ - ۷ل^۳ + (\frac{۷}{۲})^۲ = ۸ + \frac{۴۹}{۴} = \frac{۸۱}{۴}$

جذر لو تو $ل^۳ - \frac{۷}{۲} = \pm \frac{۹}{۲}$

اسواسطی $ل^۳ = \frac{۷}{۲} \pm \frac{۹}{۲} = ۸$ یا -۱

اب کعب نکالو تو $ل = ۲$ یا -۱ کے

(۲۵۰) حل کرو $ل^۲ + ۳ل + ۳\sqrt{ل^۲ + ۳ل - ۲} = ۶$

طرفین مساوات سے ۲ تفریق کرو تو $ل^۲ + ۳ل - ۲ + ۳\sqrt{ل^۲ + ۳ل - ۲} = ۴$

اب دائین طرف مساوات کے دو جملہ ہین ایک $\sqrt{ل^۲ + ۳ل - ۲}$ اور دوسرا $ل^۲ + ۳ل - ۲$

اور پہلا جملہ مجذور اور دوسرے جملہ کا ہے تو اب ہم تکمیل مجذور کر سکتے ہین

زیادہ کرو (۳/۲)^۲ تو

لا۲ + ۳ لا − ۲ + ۳ √(لا۲ + ۳ لا − ۲) + (۳/۲)^۲ = ۴ + ۹/۴ = ۲۵/۴

جذر لیا تو √(لا۲ + ۳ لا − ۲) + ۳/۲ = ± ۵/۲

اسواسطے √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = − ۳/۲ ± ۵/۲ = ۱ یا − ۴

اول فرض کرو کہ √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = ۱

طرفین مساوات مجذور کرو تو لا۲ + ۳ لا − ۱ = ۱

یہہ معمولی مساوات درجہ دوم کی ہے اوسکے حل کرنے سے لا = (−۳ ± √۲۱)/۲ حاصل ہوگا

دوم فرض کرو √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = − ۴

مجذور دونو طرف مساوات کا لو تو لا۲ + ۳ لا − ۲ = ۱۶

یہہ معمولی مساوات درجۂ دوم کی ہے اسکے حل کرنے سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۳ یا − ۶

پس کل قیمتین لا کی ۳ یا − ۶ یا (−۳ ± √۲۱)/۲ دریافت ہونگی

ایک بڑی غور کی بات ان قیمتوں مین یہہ ہے کہ اگر ان قیمتوں کی صحت کا امتحان کرین مثلاً لا = ۳ کی رکھین تو لا۲ + ۳ لا − ۲ = ۱۶ حاصل ہوگا اور √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = ± ۴ یعنی دو قیمتین ہین + ۴ اور − ۴ اور جب + ۴ اصل مساوات مین رکھین تو وہ مساوات مین ٹھیک نہین ٹھہیگی لیکن اگر قیمت − ۴ لین تو مساوات درست رہتی ہے اگر ہم لا = − ۶ کی مساوات مین رکھین تو ہمکو وہی نتیجہ سابق حاصل ہوگا اس نتیجہ کا پیدا ہونا پہلے ہی سے سمجھہ مین آتا تہا اسلئے کہ مساوات √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = − ۴ اصل مساوات سے نکالی تہی اور پہر اوسے قیمتین لا = ۳ یا − ۶ کی حاصل کی تہین اور اگر ہم لا = (−۳ ± √۲۱)/۲ رکھین تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ لا۲ + ۳ لا − ۲ = ۱ اور اگر ہم √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = + ۱ کی لین تو اصل مساوات ٹہیک رہیگی اور یہہ نتیجہ پہلے ہی سے خیال مین آتا تہا درحقیقت ان مساواتون مین سے

لا۲ + ۳ لا − ۳ √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = ۶

لا۲ + ۳ لا + ۳ √(لا۲ + ۳ لا − ۲) = ۶

خواه کسی مساوات کو حل کرین اونکی چار قیمتین دونو مین یکسان حاصل ہونگی لیکن قیمتین ۲ یا -۶ ٹہیک ٹہیک مساوات اول سے تعلق رکہتی ہین اور قیمتین $\frac{-۳ \pm \sqrt{۲۱}}{۲}$ ٹہیک ٹہیک مساوات دوم سی تعلق رکہتی ہین

(۲۵۱) مساواتین ایسی بہی ہوتی ہین کہ تکمیل مجذور اور تقلیب مساوات اونمین ایک دفعہ یا کئی دفعہ کیجائی تو مساوات درجه دوم کی صورت پیدا ہوتی ہے دو مثالین اسطرح کی بہی لکہتے ہین

(۲۵۲) حل کرو $۲\,\text{لا} - \sqrt{\text{لا}^{۲} - ۳\,\text{لا} - ۳} = ۹$

تقلیب سی $۲\,\text{لا} - ۹ = \sqrt{\text{لا}^{۲} - ۳\,\text{لا} - ۳}$

مجذور کرو تو $۴\,\text{لا}^{۲} - ۳۶\,\text{لا} + ۸۱ = \text{لا}^{۲} - ۳\,\text{لا} - ۳$

تقلیب کرو تو $۳\,\text{لا}^{۲} - ۳۳\,\text{لا} + ۸۴ = ۰$

تقسیم کرو ۳ پر تو $\text{لا}^{۲} - ۱۱\,\text{لا} + ۲۸ = ۰$

اس مساوات درجه دوم کو حل کرکے ہمکو معلوم ہوگا کہ لا = ۷ یا ۴ کی مساوات اصلی مین قیمت ۷ ٹہیک بیٹہی ہے لیکن قیمت ۴ مساوات $۲\,\text{لا} + \sqrt{\text{لا}^{۲} - ۳\,\text{لا} - ۳} = ۹$ سے تعلق ہے

(۲۵۳) حل کرو $\sqrt{(\text{لا} + ۴)} + \sqrt{(۲\,\text{لا} + ۶)} = \sqrt{(۸\,\text{لا} + ۹)}$

مجذور کرو تو $\text{لا} + ۴ + ۲\,\text{لا} + ۶ + ۲\sqrt{(\text{لا} + ۴)(۲\,\text{لا} + ۶)} = ۸\,\text{لا} + ۹$

تقلیب مساوات سے $۲\sqrt{(\text{لا} + ۴)(۲\,\text{لا} + ۶)} = ۵\,\text{لا} - ۱$

مجذور کرو $۴(\text{لا} + ۴)(۲\,\text{لا} + ۶) = ۲۵\,\text{لا}^{۲} - ۱۰\,\text{لا} + ۱$

یعنی $۸\,\text{لا}^{۲} + ۵۶\,\text{لا} + ۹۶ = ۲۵\,\text{لا}^{۲} - ۱۰\,\text{لا} + ۱$

تقلیب مساوات سے $۱۷\,\text{لا}^{۲} - ۶۶\,\text{لا} - ۹۵ = ۰$

مساوات درجه دوم کے حل کرنے سے ہمکو حاصل ہوگا کہ لا = ۵ یا $-\frac{۱۹}{۱۷}$ اصلی مساوات مین قیمت ۵ کی تو ٹہیک بیٹہتی ہے مگر $-\frac{۱۹}{۱۷}$ مساوات

$\sqrt{(۲\,\text{لا} + ۶)} - \sqrt{(\text{لا} + ۴)} = \sqrt{۸\,\text{لا} + ۹}$ سے متعلق ہے

(۲۵۴) طالبعلم کو مثلہ بالا سے معلوم ہوا ہوگا کہ اون صورتونمین کہ معمولی مساوات درجه دوم کی حاصل کرنیکے لئے ہمکو مجذور کرنا پڑتا ہے تو یہہ تحقیق نہین معلوم ہوتا کہ آخر کو جو قیمتین

حاصل ہوئین وہ اصل مساوات کے لئے درست ہین یا نہین جب تک اونکا امتحان نکرین

(۲۵۵) بعض مساواتین ایسی ہوتی ہین کہ کچھہ تو وہ تراکیب مذکورہ بالا کی استعمال سے حل ہوتی ہین اور کچھہ عقل کے زور سے ایسی ہی دو مثالین لکھتے ہین

(۲۵۶) حل کرو $\frac{لا+۴}{لا-۴} - \frac{لا-۴}{لا+۴} = \frac{۹+لا}{۹-لا} - \frac{۹-لا}{۹+لا}$

ہر یک طرف مساوات کا نسب نما متحد بناؤ تو

$$\frac{(لا+۴)^2-(لا-۴)^2}{لا^2-۱۶} = \frac{(۹+لا)^2-(۹-لا)^2}{۸۱-لا^2}$$

یعنی $\frac{۱۶لا}{لا^2-۱۶} = \frac{۳۶لا}{۸۱-لا^2}$

یہان ظاہر ہے کہ ایک قیمت تو لا = ۰ کی ہی اور ایک قیمت دریافت کرنے کی لئے طرفین مساوات کو ۴ لا پر تقسیم کرو تو $\frac{۴}{لا^2-۱۶} = \frac{۹}{۸۱-لا^2}$

اسواسطی $۴(۸۱-لا^2) = ۹(لا^2-۱۶)$

اسواسطی $۱۳لا^2 = ۳۲۴+۱۴۴ = ۴۶۸$

اسواسطی $لا^2 = ۳۶$ اور $لا = \pm ۶$

پس قیمتین مساوات کی ۰ اور ۶ اور -۶ ہین

(۲۵۷) حل کرو $لا^3 - ۷لا ا^2 + ۶ا^3 = ۰$ یہان ظاہر ہے کہ ایک قیمت لا = ا ہی تو ہم مساوات کو اسطرح لکھہ سکتے ہین کہ $لا^3 - ا^3 = ۷ا^2(لا-ا)$ اور قیمتونکی دریافت کرنیکے لئے اول لا - ا پر تقسیم کرو تو $لا^2 + الا + ا^2 = ۷ا^2$

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرکے ہمکو حاصل ہوتا ہی کہ لا = ۲ا یا -۳ا پس تین قیمتین مساوات مفروضہ کی ا اور ۲ا اور ۳ا ہین

امثلہ نمبری ۲۷

(۱) $لا^4 - ۱۳لا^2 + ۳۶ = ۰$ (۲) $لا - ۵\sqrt{لا} - ۱۴ = ۰$

(۳) $لا + \sqrt{لا+۵} = ۷$ (۴) $لا^2 + \sqrt{لا^2+۹} = ۲۱$

(۵) $۲\sqrt{لا^2-۲لا+۱} + لا^2 = ۲۳ + ۲لا$ (۶) $لا^4 - ۲لا^3 + لا^2 = ۳۶$

(۷) $\sqrt{لا^2-۶لا+۱۶} + (لا-۳)^2 = ۱۲$

(۸) ۹م(لا² − ۹لا + ۲۸) + ۹لا = لا² + ۳۶ (۹) ۲لا² + ۶لا = ۲۶۶ − م(لا² + ۳لا − ۸)

(۱۰) لا² − ۴لا − ۲م(لا² − ۴لا + ۴) = ۳۱

(۱۱) لا + ۲م(لا² + ۵لا + ۲) = ۱۰ (۱۲) ۳لا + م(لا² + ۷لا + ۵) = ۱۹

(۱۳) لا = ۷م(۲ − لا²) (۱۴) م(لا + ۹) = ۲م لا − ۳

(۱۵) م(لا + ۸) − م(لا + ۳) = م لا (۱۶) ۵م(۱ − لا²) + ۵لا = ۷

(۱۷) م(۳لا − ۳) + م(۵لا − ۱۹) = م(۲لا + ۸)

(۱۸) م(۲لا + ۱) + م(۷لا − ۲۶) = م۳لا + ۴

(۱۹) م ب + ا لا − م(ا² + ب لا) = ا + ب

(۲۰) ۲لا م(ا + لا²) + ۲لا² = ا² − ا

(۲۱) (لا + م(۱۲ − لا²)) / (لا − م(۱۲ − لا²)) = (ا + ۱) / (ا − ۱) (۲۲) ۱/(لا − ۱) − ۱/(لا + ۱) = ۳لا/(لا² + ۱)

(۲۳) ۱/(لا + ۷) + ۱/(لا − ۱) + ۱/(لا + ۱) + ۱/(لا − ۷) = ۰

(۲۴) ۱/(لا + م(۲ − لا²)) + ۱/(لا − م(۲ − لا²)) = لا (۲۵) (لا + م(لا² − ۱))/(لا − م(لا² − ۱)) − (لا − م(لا² − ۱))/(لا + م(لا² − ۱)) = ۸م(لا² − ۱)

(۲۶) (ا + لا)/(ا − لا) − (ا − لا)/(ا + لا) = (ب + لا)/(ب − لا) − (ب − لا)/(ب + لا)

(۲۷) لا² + ۳ ا لا = ۴ ا² (۲۸) ۵لا²(ا − لا) = (ا² − لا²)(لا + ۳ ا)

اٹھائیسواں باب سوالات مساوات درجۂ دوم

(۲۵۸) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۱۵ اور حاصل ضرب ۵۴ ہو۔ فرض کرو کہ لا ایک عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۵ − لا دوسرے عدد کو تعبیر کرے گا اور بموجب فرض کے

لا (۱۵ − لا) = ۵۴

تقلیب سے لا² − ۱۵لا = −۵۴

اسواسطے لا² − ۱۵لا + (۱۵/۲)² = −۵۴ + ۲۲۵/۴ = ۹/۴

اسواسطے لا − ۱۵/۲ = ± ۳/۲

اسواسطے لا = ۱۵/۲ ± ۳/۲ = ۹ یا ۶

اگر ہم $\text{لا} = ۹$ کے لین تو دوسرا عدد $۱۵ - \text{لا} = ۶$ اور اگر ہم $\text{لا} = ۶$ کی لیلین تو $۱۵ - \text{لا} = ۹$ پس دو عدد مطلوبہ ۹ و ۶ ہوئے باوجودیکہ مساوات درجۂ دوم سے دو قیمتین لا کی دریافت ہوتی ہین مگر سوال کا حل ایک ہی طرح پر ہے ۰

(۲۵۹) ایک سوداگر نے کچھہ روپیہ کو اسباب خریدا اور اُسکو ۲۴ روپیے کو بیچ ڈالا اس بیچنے مین اوسکو اِس قدر نقصان فیصدی ہوا جس قدر روپیہ کو اسباب مول لیا تہا تو بتاؤ کتنے کو اسباب مول لیا ـ فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اوس روپیہ کو جو اوسنے اسباب خریدنے مین لگایا تو $\text{لا} - ۲۴$ زر نقصان کو تعبیر کریگا اور بموجب شرط سوال کے نقصان اُسکا لا فیصدی روپیہ ہوا ہے تو نقصان اصل کا $\frac{\text{لا}}{۱۰۰}$ حصہ ہوگا

اسواسطے $\text{لا} \times \frac{\text{لا}}{۱۰۰} = \text{لا} - ۲۴$ اسواسطے $\text{لا}^2 - ۱۰۰\,\text{لا} = -۲۴۰۰$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہمکو حاصل ہوگا کہ $\text{لا} = ۴۰$ یا ۶۰ پس اِس حل سے جو نتیجہ نکلیگا وہ یہہ ہوگا کہ سوداگر نے کیا تو ۴۰ روپیے کا یا ۶۰ روپیے کا اسباب خریدا تھا اِن دونون سے شرائط سوال پوری ہوتی ہین ۰

(۲۶۰) ۹ روپیے برابر برابر کچھہ آدمیون مین تقسیم ہوئے اگر وہ دو کم آدمیون پر تقسیم ہوتے تو ہر ایک کے حصّہ مین ایک ایک آنہ زیادہ آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیونکی تو ہر ایک کا حصہ $\frac{۱۴۴}{\text{لا}}$ آنہ ہوگا

لیکن اگر وہان $\text{لا} - ۲$ آدمی ہوتے تو ہر ایک کا حِصّہ $\frac{۱۴۴}{\text{لا} - ۲}$ آنہ ہوگا

اسواسطے بموجب شرائط سوال کے $\frac{۱۴۴}{\text{لا} - ۲} = \frac{۱۴۴}{\text{لا}} + ۱$

اسواسطے $۱۴۴\,\text{لا} = ۱۴۴(\text{لا} - ۲) + \text{لا}(\text{لا} - ۲)$

اسواسطے $\text{لا}^2 - ۲\,\text{لا} = ۲۸۸$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ $\text{لا} = ۱۸$ یا -۱۶ کے پس اس سے معلوم ہوا کہ تعداد آدمیونکی ۱۸ ہی تھی جس سے شرائط سوال کی پوری ہوتی ہین طالبعلم ضرور سابکو پوچھے گا کہ -۱۶ کے معنی بھی

سوال کی شرائط پورا کرینگے لئے کچھہ ہو سکتی ہین یا نہین اسلئے ہم ایک سوال حل کرتے ہین جو
اس سوال سے بہت ہی تعلق رکھتا ہے

(۲۶۱) ۹ روپیہ برابر برابر آدمیونمین تقسیم ہوئے اگر وہ دو یا زیادہ آدمیون پر تقسیم ہوتے تو ہر ایک کے
حصہ مین ایک ایک آنہ کم آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیونکی تو مثل سابق کے ہمکو یہہ مساوات حاصل ہوگی

$$\frac{۱۴۴}{لا+۲} = \frac{۱۴۴}{لا} - ۱$$

اسواسطے $لا^{۲} + ۲لا = ۲۸۸$

اسواسطے $لا = ۱۶$ یا -۱۸

سوال اول مین تو ۱۸ ایک نتیجہ ایسا نکلا تھا کہ شرائط سوال کو پورا کرتا تھا اور −۱۶ بیکار تھا اوسکو
کچھہ سوال سے لگاؤ نہ تھا یہان اس سوال مین ۱۶ ایک نتیجہ ایسا نکلا ہے کہ شرائط سوال کو پورا کرتا ہے
اور −۱۸ محض بیکار اور سوال سے کچھہ تعلق نہین رکھتا

(۲۶۲) دفعہ ۲۶۱ مین جو نتیجے پیدا ہوئی ہین وہ اکثر سوالات کے حل کرنے مین نکلتے ہین یعنے ایسے نتیجے
پیدا ہوتے ہین کہ وہ سوال سے کچھہ علاقہ نہین رکھتے وجہ اسکی یہہ معلوم ہوتی ہے کہ ہمارے روزمرہ
کی بول چال مین جو مطلب ادا ہوتا ہے وہ جبر مقابلہ مین زیادہ عام طور پر ادا ہوتا ہے اور مساوات
سوا شرائط سوال کے اور شرائط کو بھی بیان کرتے ہین تجربہ اور مشق سے ضرور طالبعلمونکو یہہ ملکہ
پیدا ہو جائیگا کہ نتائج مین سے جو آخر کو سوال کے حل کرنے سے پیدا ہونگے اون نتائج کا وہ
انتخاب کر لینگے جو سوال سے علاقہ رکھتے ہین اور یہہ بات بھی اونکو حاصل ہو جاویگی کہ جو
نتیجے ایسے حاصل ہوئے ہین کہ وہ سوال سے کچھہ علاقہ نہین رکھتے ہین اونکی مطابقت کو سوال کو
کچھہ اوسمین تغیر و تبدل کرکے بنالین اسکی توضیح دفعہ ۲۶۱ مین ہوئی اور اب ایک اور
مثال لکھتے ہین

(۲۶۳) اگر ۱۰ آنہ ب ۲۰ کے آنبونمین زیادہ آتے تو ایک کوڑی آنبونکی قیمت مین ۳ پائی
کم ہو جاتین تو بتاؤ فی کوڑی آنبونکی کیا قیمت ہے

فرض کرو کہ لا ایک کوڑی آنبون کی قیمت کو تعبیر کرتا ہے تو ہر ایک آنب کی قیمت $\frac{\text{لا}}{\text{۲۰}}$ ہوگی اسلئے تعداد آنبونکی جو ڈھائی آنہ کو خریدی جاوینگے ۳۰ ÷ $\frac{\text{لا}}{\text{۲۰}}$ یعنی $\frac{\text{۶۰۰}}{\text{لا}}$ ہونگی اور اگر ۳ پائی فی کوڑی قیمت کم ہوتی تو تعداد آنبونکی جو ڈھائی آنہ مین خریدے جاتے $\frac{\text{۶۰۰}}{\text{لا}-\text{۳}}$ ہوتی اسواسطے بموجب شرط سوال کے

$$\frac{\text{۶۰۰}}{\text{لا}-\text{۳}} = \frac{\text{۶۰۰}}{\text{لا}} + \text{۱۰}$$

اسواسطے $\text{۶۰۰ لا} = \text{۶۰۰}(\text{لا}-\text{۳}) + \text{۱۰ لا}(\text{لا}-\text{۳})$

اسواسطے $\text{لا}^{\text{۲}} - \text{۳ لا} = \text{۱۸۰}$

اس مساوات درجۂ دوم سے ہم کو حاصل ہوتا ہے

کہ $\text{لا} = \text{۱۵}$ یا $-\text{۱۲}$

پس اس سے معلوم ہوا کہ قیمت فی کوڑی آنبونکی ۱۵ پائی یعنی سوا آنہ ہے اور ۱۲ پائی یعنے ایک آنہ سوال مفصلۂ ذیل کا جواب ہے کہ اگر ۲۰ آنب کے آنبو مین کم آتے تو ایک کوڑی آنبونکی قیمت مین تین پائی زیادہ ہو جاتے

سوالات نمبری ۲۸

(۱) ۶۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اون کا حاصل ضرب ۸۶۴ ہو

(۲) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ مجموعہ اونکا ۶۰ ہو اور مجموعہ اونکے مجذورونکا ۱۸۷۲

(۳) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا حاصل تفریق ۶ ہو اور اونکا حاصل ضرب ۷۲۰

(۴) ایسے تین عدد دریافت کرو کہ دوسرا عدد دو تہائی اول عدد کی ہو اور تیسرا عدد نصف اول کا ہو اور مجموعہ اون عددون کے مربعون کا ۵۴۹ ہو

(۵) دو عدد دونکا حاصل تفریق ۲ ہے اور مجموعہ اونکے مربعونکا ۲۴۴ ہے ان اعداد کو دریافت کرو

(۶) ۱۰ کو ایسی دو حصونمین تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب اگر اونکے مربعون کے مجموعہ پر زیادہ کیا جائے تو ۷۶ حاصل ہون

(۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوسکو اوسکے جذر پر زیادہ کرین تو ۲۱۰ حاصل ہون

(۸) ایک عدد دوسرے عدد سے ۶ گنا ہے اور حاصل ضرب ان عددونکا ۴۸۶ ہے اونکو بتلاؤ

(۹) محتاجونمین ۱۱۰ من آٹا تقسیم ہوا اگر ہر ایک محتاج کو ایک من آٹا اور زیادہ ملتا تو اوتنے من آٹا ملتا جتنے وہ غریب آدمی تھے تو بتاؤ آدمی کتنے تھے

(۱۰) مسافرون نے سرائین جاکر کھانا کھایا اور سب کھانے کی قیمت ۱۰ روپیہ ۱۵ ہوئے دو مسافر اونمین مفلس تھے اُنھون نے کچھہ نہین دیا اِس سببسے ہر ایک کو اپنے حِصّہ مین دس آنے اور زیادہ دینے پڑے تو اون مسافرون کی تعداد بتلاؤ ؟

(۱۱) ایک حوض مین دو نالیوںسے پانی آتاہے ایک نالی ایسی ہے کہ ۶ گھنٹہ پہلے بہ نسبت دوسری نالی کے حوض بھر دیتی ہے اور دو نالیوںسے ۴ گھنٹہ مین حوض پُر ہوتاہے توبتاؤ ہر ایک نالی سے کِتنی دیر مین حوض پُر ہوگا ؟

(۱۲) ایک شخص نے کچھہ تھان کپڑے کے ۲۴ روپیئے ۳ر کو خریدے اور ۳ روپیہ فی تھان کے حساب سے سارا کپڑا ایسا ہوا بیچڈالا تو اُسکو فائدہ اتنا حاصل ہوا جتنے کو ایک تھان خریدا تھا تو بتاؤ تعداد تھانون کی کیا تھی ؟

(۱۳) زید و بکر ملکر ایک کام کو $14\frac{2}{5}$ دنمین تمام کرتے ہین اور زید بکر سے اکیلا ۱۲ دن کم مین اوس کام کو پورا کرتاہے توبتاؤ زید کتنے دنونمین اکیلا اوس کام کو ختم کریگا ؟

(۱۴) ایک شخص نے ۱۸ر کا گوشت خریدا اگر ایک پائی سیر گوشت کے دام زیادہ ہوتے تو اوسکو ۳ سیر گوشت کم ہاتھہ لگتا تو بتاؤ کتنا گوشت اُسنے خریدا ؟

(۱۵) ایک قسم کے چاولون کی ۱۴ سیر پلّہ کی قیمت بہ نسبت دوسری قسم کے چاولونکے پلہ کے پونے دو آنے زیادہ ہے اور پہلی قسم کے چاول سوا روپیہ کی بہ نسبت دوسری قسم کے چاولونکے آٹھہ سیر کم آتے ہین تو بتاؤ فی پلہ کیا قیمت ہے ؟

(۱۶) ایک شخص نے اسباب کچھہ روپیہ کا خریدا اور اُسکو ۲۴ روپیہ کو بیچڈالا اور اسکے بیچنے مین اُسکو اتنا فیصدی فائدہ ہوا جتنے کو اُسنے خریدا تھا تو بتاؤ کتنے کا اسباب خریدا تھا ؟

(۱۷) ایک مربع کا ضلع ایکسو دس انچہ طول مین ہے تو اوس مستطیل کا طول اور عرض دریافت کرو جسکا مجموعہ اضلاع مربع کے مجموعہ سے ۴ انچہ زیادہ ہے اور رقبہ اوس کا مربع کے رقبہ سے بقدر ۴ انچہ مربع کے کم ہے ؟

(۱۸) اون بوتا مونکی قیمت فی درجن بتاؤ جو ایک آنہ مین ۲ کم آئین اگر قیمت فی درجن ایک پائی زیادہ ہوجائے ؟

(۱۹) دو قاصد زید و بکر ایک ہی وقت ۹۰ میل کے فاصلہ پر روانہ کئے گئے زید ایک میل فی گھنٹہ بکر سے زیادہ چلا اور بکر سے ایک گھنٹہ پہلے منزل مقصود پر پہنچ گیا تو بتاؤ ہر ایک نے کس قدر مسافت فی گھنٹہ طے کی ؟

(۲۰) ایک زمیندار پاس کچھہ بیگھہ زمین ہے جسکی جمع سرکاری ۷۸ روپئے ۸ آنہ وہ ادا کرتا ہے ۸ بیگھے زمین تو اوس نے اپنے پاس رہنے دی اور باقی اور کاشتکار و نکو جمع سرکاری سے ۵ آنہ فی بیگھہ زیادہ لگان پر دیدی اور اسیطرح اوسکو ساری جمع سرکاری اور ڈھائی روپیہ نفع کے حاصل ہوئے تو بتاؤ کتنے بیگھے زمین اوس پاس تھی ؟

(۲۱) دو شہر وںسے جنمین فاصلہ ۲۳ میل کا تھا زید و بکر ملنے کے ارادہ سے چلے زید ۸ میل فی یوم بہ نسبت بکر کے زیادہ چلتا ہے اور اتنے دنوںمین وہ دونون ملے کہ اُنکی تعداد نصف اُن میلونسے تھی جو بکر فی یوم چلتا تھا تو بتاؤ ایک نے کتنی مسافت ملاقات کے وقت تک طے کی ؟

(۲۲) ایک برتن شراب سے بھرا ہوا تھا اور اُسمین ۸۱ گیلن شراب خالص تھی ایک شخص نے کچھہ شراب نکالی اور اُسکی جگھہ پانی بھر دیا اور پھر دوبارہ اُس برتن مین سے اُسیقدر شراب پانی کی ملی ہوئی نکالی جسقدر پہلے شراب خالص نکالی تھی اب اوس برتن مین جو شراب خالص رہی وہ ۶۴ گیلن تھے تو بتاؤ ہر دفعہ اوس نے کتنی شراب نکالی ؟

(۲۳) ایک کمپنی تلنگون کی ہے وہ ایک مربع کی شکل پر کھڑی ہوئی تھی اور ایک پلٹن تھی جسمین ایسی ایسی ستّا کمپنیان تھین اور وہ ایک خالی مربع کی شکل پر جسکے اندر چار مربع در مربع بنائے ہوئے تھے صف بصف کھڑی ہوئی تھین اور یہہ مربع پہلے مربع سے سولہ گنا ہی تو بتاؤ کمپنی مین کتنے تلنگے تھے ؟

(۲۴) تین مساوی برتن پورے بھرے ہوئے رکھے ہین ایک برتن مین پانی اور دوسرے برتن مین برانڈی اور تیسرے مین برانڈی اور پانی ملی ہوئی اگر دوسرے اور تیسرے برتن کو ایک برتن مین کرین تو یہہ

مخلوط شراب اور آب نوگنی تیز بہ نسبت اوس مخلوط شراب کے ہوگی جو پہلے اور تیسرے برتن کو ایک برتن مین کرنیسے بنتی ہی تو بتاؤ کس نسبت سی شراب و پانی تیسرے برتن مین بھرا ہوا ہے

(۲۵) ایک شخص نے پانچ ہزار روپیہ کسی خاص سود فیصدی پر قرض دئیے سال کے آخر مین اوسنی اپنا سود پایا اور ۵۲ روپیہ اوسمین سے صرف کئے اور باقی اصل مین ملاکر دوسرے سال پھر اوسی سود پر کہ پہلے سال لیا تھا قرض دی اور دوسرے سال کے انجام مین اوسنی سب روپیہ ۵۳۸۲ پایا تو بتاؤ سود کیا فیصدی تھا

اونتیسوان باب مساوات درجۂ دوم ایک مجہول سے زیادہ مجہولون کی

(۲۶۴) اب ہم چند مساواتین ہمساز درجۂ دوم کی حل کرینگے فقط اونکی دو صورتین ایسی ہین کہ جنکے لئے قاعدے بیان ہو سکتے ہین دونو صورتونمین دو مقدارین مجہول ہوتی ہین اور یہہ دونو مقدارین مجہول لا اور ی سے ہمیشہ تعبیر ہوتی ہین

(۲۶۵) صورت اول تو یہہ ہی کہ ایک مساوات اونمین سے مساوات درجۂ اول کی ہو اور دوسری مساوات درجۂ دوم کی **قاعدہ** مساوات درجۂ اول سے قیمت کسی مجہول کی رقمون مین نکالو اور اس قیمت کو مساوات درجۂ دوم مین بجاے اوس مجہول کے رکھہ لو

مثال حل کرو کہ ۳ لا + ۴ ی = ۱۸ و ۵ لا^2 - ۳ لا ی = ۲

مساوات اول سے ی = (۱۸ - ۳ لا)/۴ اس قیمت کو مساوات دوم مین رکھو تو

۵ لا^2 - ۳ لا (۱۸ - ۳ لا)/۴ = ۲

اسواسطے ۲۰ لا^2 - ۵۴ لا + ۹ لا^2 = ۸

اسواسطے ۲۹ لا^2 - ۵۴ لا = ۸

اس مساوات کو حل کرین تو معلوم ہوگا کہ لا = ۲ یا - ۴/۲۹

اور اس قیمت کو قیمت ی مین رکھنے سے معلوم ہوگا کہ ی = ۳ یا ۲۶۷/۵۸

(۲۶۶) حل کرو ۳ لا^2 + ۵ لا - ۸ ی = ۳۶ اور ۲ لا^2 - ۳ لا - ۴ ی = ۳

یہان دونو مساواتونمین سے کوئی مساوات درجۂ اول کی نہین ہے لیکن اونمین سے ہم مساوات درجۂ اول کی پیدا کر سکتے ہین اسطرح سے کہ اول مساوات کو ۲ مین اور دوسری کو ۳ مین ضرب دین تو

۶لا۲ + ۱۰لا − ۱۶ی = ۴۲ اور ۶لا۲ − ۹لا − ۱۲ی = ۹

اسواسطے تفریق کرنے سے ۱۰لا − ۱۶ی + ۹لا + ۱۲ی = ۴۲ − ۹

یعنی ۱۹لا − ۴ی = ۴۳

اس مساوات سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ی = (۱۹لا − ۴۳)/۴ اس قیمت کو مساوات مفروضہ مین سے کسی مساوات

۳لا۲ + ۵لا − ۲(۱۹لا − ۴۳) = ۳۶

اسواسطے ۳لا۲ − ۳۳لا + ۹۰ = ۰

اسواسطے لا۲ − ۱۱لا + ۳۰ = ۰

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرنے سے لا = ۵ یا ۶ اور اس قیمت کے رکہنے سے ی = ۸ یا ۱۲ ۳/۴
کے حاصل ہوتا ہے

(۲۶۷) دوسری صورت یہہ ہے کہ ارقام جنمین مقدار مجہول داخل ہر مساوات مین ہو دو کے درجہ کا جامہ متجانسہ ہو **قاعدہ** فرض کرو کہ ی = ن لا اس قیمت کو دونون مساواتون مین رکہو تو اونکو باہم تقسیم کرنے سے قیمت ن کی دریافت ہوجاویگی

مثال فرض کرو کہ لا۲ + لا ی + ۲ی۲ = ۴۴ اور ۲لا۲ − لا ی + ی۲ = ۱۶

فرض کرو کہ ی = ن لا اور اس قیمت ی کو مساواتون مین رکہو تو

لا۲(۱ + ن + ۲ن۲) = ۴۴ و لا۲(۲ − ن + ن۲) = ۱۶

تقسیم کرنے سے (۱ + ن + ۲ن۲)/(۲ − ن + ن۲) = ۴۴/۱۶ = ۱۱/۴

اسواسطے ۴(۱ + ن + ۲ن۲) = ۱۱(۲ − ن + ن۲)

اسواسطے ۳ن۲ − ۱۵ن + ۱۸ = ۰

اسواسطے ن۲ − ۵ن + ۶ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے ن = ۲ یا ۳

اب مساوات لا۲(۱ + ن + ۲ن۲) = ۴۴ مین بجای ن کے ۲ رکہنے سے لا = ± ۲ کے حاصل ہوتا ہے

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۴ اور اگر اسی مساوات مین بجای ن کی ۳ لکہین تو لا = ± √۲

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۳√۲

یا اسطرح حل کرو کہ اول مساوات کو ۲ مین ضرب دو تو

۲ لا۲ + ۲ لا ی + ۴ ی۲ = ۸۸ و ۲ لا۲ - لا ی + ی۲ = ۱۶

تفریق کرنے سے ۳ لا ی + ۳ ی۲ = ۷۲ اسواسطے ی۲ = ۲۴ - لا ی

اور پہر دوسری مساوات کو ۲ مین ضرب دو اور پہلی مساوات سے تفریق کرو

تو ۳ لا۲ - ۳ لا ی = - ۱۲

اسواسطے لا۲ = لا ی - ۴

پس ضرب دینے سے لا۲ ی۲ = (۲۴ - لا ی) (لا ی - ۴)

یعنی ۲ لا۲ ی۲ - ۲۸ لا ی = - ۹۶

اس مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ لا ی = ۸ یا ۶ یہ پہلی قیمت کو مساواتون مین رکہنے سے

لا۲ + ۲ ی۲ = ۳۶ اور ۲ لا۲ + ی۲ = ۲۴

اسسے لا۲ اور ی۲ کی قیمتین معلوم ہوسکتی ہین اور اسیطرح سی دوسری قیمت لا ی کی مساواتون مین لکہنے سے

تو لا۲ اور ی۲ کی قیمتین معلوم ہوجاوینگی

(۲۶۸) حل کرو ۲ لا۲ + ۳ لا ی + ی۲ = ۷۰ اور ۶ لا۲ + لا ی - ی۲ = ۵۰

فرض کرو کہ ی = ن لا اور اس قیمت کو بجای ی کے لکھو

تو لا۲ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷۰ اور لا۲ (۶ + ن - ن۲) = ۵۰

اسواسطے تقسیم کرنے سی (۲ + ۳ ن + ن۲) / (۶ + ن - ن۲) = ۷۰/۵۰ = ۷/۵

اسواسطے ۵ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷ (۶ + ن - ن۲)

اسواسطے ۱۲ ن۲ + ۸ ن - ۳۲ = ۰

اسواسطے ۳ ن۲ + ۲ ن - ۸ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوگا کہ ن = ۴/۳ یا - ۲

اس مساوات لا۲ (۲ + ۳ ن + ن۲) = ۷۰ مین ن کی جگہہ ۴/۳ رکہو تو لا = ± ۳

اور چونکہ ی = ن لا تو ی = ± ۴ اور قیمت ن = - ۲ مساوات مین رکہین تو وہ ٹہیک نہین بیٹہتی اسلئے کہ لا۲ × ۰ = ۷۰ کے ہوتا ہے جو ناممکن ہے مساوات جسنے قیمت ن کی - ۲ نکلتی ہے وہ اسطرح سے لکہی جاسکتی ہے کہ

لا^{2} (۲+ن) (۱+ن) = ۷۰ اور لا^{2} (۲+ن) (۳-ن) = ۵۰

اسنے معلوم ہوتا ہی کہ قیمت ن کی جو ۲+ن = ۰ کی لکھنی سی حاصل ہوتی وہ مساوات مین نہین لگ سکتی

تو (۱+ن)/(۳-ن) = ۷۰/۵۰ = ۷/۵ اسواسطے ن = ۴/۳

(۲۶۹) مساواتین ایسی بھی ہوتی ہین جنکی صورت ان دونون صورتون مین سے ایک بھی نہو اونکا حل فقط ذہن لڑانے سی ہوتا ہی اور بعضی حکمتین بھی ہین جنسی کہ مساوات حل ہوجاتی ہی اور یہ حکمتین آنی تجربہ اور مشق پر موقوف ہین جب طالب علم مشق کریگا تو اوسکو ایک ملکہ حاصل ہوجاویگا کہ وہ مساوات کی صورت دیکھکر بتلاویگا کہ اس حکمت سی یہہ حل ہوتی ہی اسلیے یہی چند مثالین لکھتے ہین

(۲۷۰) حل کرو لا + ی = ۵ اور لا^{3} + ی^{3} = ۶۵

تقسیم کرنی (لا^{3} + ی^{3})/(لا + ی) = ۶۵/۵

یعنی لا^{2} - لا ی + ی^{2} = ۱۳

اس مساوات اور مساوات لا + ی = ۵ کو ملاکر دیکھین تو وہ صورت اول پیدا ہوئی جسکے حل کرنیکا قاعدہ اول بیان ہوا ہے اور ایک اور طرح اس مساوات کے حل کرنیکی یہہ ہے کہ

لا + ی = ۵ مجذور کرو تو

لا^{2} + ۲ لا ی + ی^{2} = ۲۵   (۱)

لا^{2} - لا ی + ی^{2} = ۱۳   (۲)

تفریق کرنے سے ۳ لا ی = ۱۲

اسیواسطے لا ی = ۴

اور ۴ لا ی = ۱۶   (۳)

مساوات (۳) کو مساوات (۱) سے تفریق کرو

تو لا^{2} - ۲ لا ی + ی^{2} = ۹

جذر لینے سے لا - ی = ±۳

پس ان دو مساواتون لا + ی = ۵ و لا - ی = ±۳ سے معلوم ہوتا ہے

کہ لا = ۱ یا ۴ کے اور ی = ۴ یا ۱ کے

(۲۷۱) حل کرو لا^{۲} + ی^{۲} = ۴۱ و لا ی = ۲۰ یہہ مساوات بموجب صورت دوم کے حل ہو سکتی ہے
یا اسطرح سے بہی حل ہوتی ہین کہ ان سے یہہ مساواتین حاصل ہوتی ہین کہ

لا^{۲} + ی^{۲} + ۲لا ی = ۴۱ + ۴۰ = ۸۱
لا^{۲} + ی^{۲} − ۲لا ی = ۴۱ − ۴۰ = ۱
جذر لینے سے لا + ی = ± ۹ و لا − ی = ± ۱

اسواسطے لا = ± ۵ یا ± ۴ اور ی = ± ۴ یا ± ۵

(۲۷۲) حل کرو لا^{۲} + لا ی + ی^{۲} = ۱۹ اور لا^{۴} + لا^{۲} ی^{۲} + ی^{۴} = ۱۳۳

تقسیم کرنے سے (لا^{۴} + لا^{۲} ی^{۲} + ی^{۴}) / (لا^{۲} + لا ی + ی^{۲}) = ۱۳۳ / ۱۹

یعنی لا^{۲} − لا ی + ی^{۲} = ۷

پس اب یہہ دو مساواتین حل کرنیکے لیئے حاصل ہوئین کہ

لا^{۲} + لا ی + ی^{۲} = ۱۹ و لا^{۲} − لا ی + ی^{۲} = ۷

جمع کرنے اور تفریق کرنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

لا^{۲} + ی^{۲} = ۱۳ اور لا ی = ۶

دفعہ ۲۷۱ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا کہ

لا = ± ۳ یا ± ۲ اور ی = ± ۲ یا ± ۳

(۲۷۳) حل کرو کہ لا − ی = ۲ و لا^{۵} − ی^{۵} = ۲۴۲

تقسیم کرنے سے (لا^{۵} − ی^{۵}) / (لا − ی) = ۲۴۲ / ۲

یعنی لا^{۴} + لا^{۳} ی + لا^{۲} ی^{۲} + لا ی^{۳} + ی^{۴} = ۱۲۱

یعنی لا^{۴} + ی^{۴} + لا ی (لا^{۲} + ی^{۲}) + لا^{۲} ی^{۲} = ۱۲۱　　(۱)

لا − ی = ۲

مجذور کرنے لا^{۲} − ۲لا ی + ی^{۲} = ۴

اسواسطے لا^{۲} + ی^{۲} = ۴ + ۲لا ی　　(۲)

مجذور کرنے سے لا^{۴} + ۲لا^{۲} ی^{۲} + ی^{۴} = ۴لا^{۲} ی^{۲} + ۱۶لا ی + ۱۶

اسواسطے لا^{۴} + ی^{۴} = ۲لا^{۲} ی^{۲} + ۱۶لا ی + ۱۶　　(۳)

اب مساوات (۲) و (۳) مساوات (۱) مین رکہنے سے ۲لا^{۲} ی^{۲} + ۱۶لا ی + ۱۶ + لا ی (۲لا ی + ۴) + لا^{۲} ی^{۲} = ۱۲۱

یعنی ۵لا^{۲} ی^{۲} + ۲۰لا ی = ۱۰۵

اسواسطے لا^{۲} ی^{۲} + ۴لا ی = ۲۱

اور اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ لای = ۳ یا -۷ کی
مان لو کہ لای = ۳
اوسکو مساوات لا - ی = ۲ کے ساتھہ ملاکر ہم یہہ نکالینگے کہ لا = ۳ یا -۱ اور ی = ۱ یا -۳ اور اگر لای = -۷ کے لین تو قیمتین لا اور ی کی ناممکن نکلتے ہین اسوقت دفعہ ۲۳۶ کو ذرا دیکہہ لو

امثلہ نمبری ۲۹

(۱) $لا - ی = ۱$ و $لا^۲ - لای + ی^۲ = ۲۱$ (۲) $۲لا - ۵ی = ۳$ و $لا^۲ + لای = ۲۰$

(۳) $لا + ی = ۷(لا - ی)$ و $لا^۲ + ی^۲ = ۱۰۰$ (۴) $۵(لا^۲ - ی^۲) = ۴(لا^۲ + ی^۲)$ و $لا + ی = ۸$

(۵) $لا - ی = ۳$ و $لا^۲ + ی^۲ = ۶۵$ (۶) $۴لا - ۵ی = ۱$ و $۲لا^۲ - لای + ۳ی^۲ + ۳لا - ۴ی = ۴۷$

(۷) $۴لا + ۹ی = ۱۲$ و $۲لا^۲ + لای = ۶ی^۲$ (۸) $(لا - ۶)^۲ + (ی - ۵)^۲ + ۲لای = ۶۰$ و $۵ی - ۴لا = ۱$

(۹) $۴لا^۲ + ۲لای + \frac{ی^۲}{۴} + \frac{۵}{۱۲}(۴لا + ی) = ۴۱$ و $۴لا - ی = ۴$

(۱۰) $\frac{لا}{۱۲} + \frac{ی}{۱۰} = لا - ی$ و $\frac{۷لای}{۱۵} - \frac{۲لا}{۳} - ۲ی = ۰$

(۱۱) $۳لا + ۲ی = ۵لای$ و $۱۵لا - ۴ی = ۴لای$ (۱۲) $لای + ۲ = ۹ی$ و $لای + ۲ = لا$

(۱۳) $۸(لای + ۱) = ۳۳ی$ و $۴(لای + ۱) = ۳۳لا$ (۱۴) $لای = لا + ی$ و $لا = بی$

(۱۵) $\frac{لا}{ا} + \frac{ی}{ب} = ۲$ و $لای = اب$ (۱۶) $\frac{لا}{ا} + \frac{ی}{ب} = ۲$ و $\frac{لا^۲}{ا} + \frac{ی^۲}{ب} = ا + ب$

(۱۷) $\frac{لا}{ا} + \frac{ی}{ب} = ۲$ و $لا^۲ + ی^۲ = الا + بی$ (۱۸) $\frac{لا}{ا} + \frac{ی}{ب} = ۱$ و $\frac{لا^۲}{ا^۲} + \frac{ی^۲}{ب^۲} = ۱$

(۱۹) $لا^۲ + لای = ۲۸$ و $لای - ی^۲ = ۳$ (۲۰) $لا^۲ + لای = ۴۵$ و $ی^۲ + لای = ۳۶$

(۲۱) $۲لا^۲ - لای = ۵۶$ و $۲لای - ی^۲ = ۴۸$ (۲۲) $لا^۲ - ۲لای = ۱۵$ و $لای - ۲ی^۲ = ۷$

(۲۳) $لا^۲ + ۳لای = ۲۸$ و $لای + ۴ی^۲ = ۸$ (۲۴) $لا^۲ + لای - ۶ی^۲ = ۱۲$ و $لای - ۲ی^۲ = ۴$

(۲۵) $لا^۲ + ۳لای = ۵۴$ و $لای + ۴ی^۲ = ۱۱۵$ (۲۶) $\frac{لا + ی}{لا - ی} + \frac{لا - ی}{لا + ی} = \frac{۵}{۲}$ و $لا^۲ + ی^۲ = ۹۰$

(۲۷) $\frac{لا^۲ + ی^۲}{لا^۲ - ی^۲} = \frac{۲۵}{۷}$ و $لای = ۴۸$ (۲۸) $\frac{لا + ی}{لا - ی} + \frac{لا - ی}{لا + ی} = \frac{۱۰}{۳}$ و $لا^۲ - ی^۲ = ۳$

(۲۹) $لا(لا + ی) + ی(لا - ی) = ۱۵۸$ و $۷لا(لا + ی) = ۲۷ی(لا - ی)$

(۳۰) $لا^۲ی(لا + ی) = ۸۰$ و $لا^۲ی(۲لا - ۳ی) = ۸۰$

(۳۱) ۲ لا^2 − لا ی + ی^2 = ۲ ی و ۲ لا^2 + ۴ لا ی = ۵ ی

(۳۲) (لا + ی)/(لا − ی) + (لا − ی)/(لا + ی) = (ا^2 + ۱)/ا و لا^2 + ی^2 = ب^2

(۳۳) لا^2 + لا ی = ا (ا + ب) و لا^2 + ی^2 = ا^2 + ب^2

(۳۴) لا^2 + ۲ لا ی − ی^2 = ا^2 + ۲ ا − ۱ و (ا − ۱) لا (لا + ی) = ا (ا + ۱) ی (لا − ی)

(۳۵) لا − ی = ۲ و لا^3 − ی^3 = ۱۵۲ (۳۶) لا + ی = ۹ و لا^3 + ی^3 = ۱۸۹

(۳۷) لا^2 + ی^2 = ۲۰ و لا ی − لا − ی = ۲ (۳۸) لا − ی = ۱ و لا^5 − ی^5 = ۷۸۱

(۳۹) لا + ی = ۳ و لا^5 + ی^5 = ۳۳ (۴۰) لا^2 + لا ی + ی^2 = ۳۷ و لا^4 + لا^2 ی^2 + ی^4 = ۴۸۱

(۴۱) لا/(لا − ی) − (لا − ی)/(لا + ی) = ۱ و ۲ + ۳ لا ی = ۳ لا

(۴۲) لا^2 + ی^2 = ۳۴ و لا − ی + √(لا^2 − ی^2) = ۲۰

(۴۳) لا^2 + ی^2 − ۱ = ۲ لا ی و لا ی (لا ی + ۱) = ۶

(۴۴) ۴ لا^2 + ی^2 + ۲ (۲ لا + ی) = ۶ و ۴ لا ی (لا ی + ۱) = ۳

(۴۵) لا^2 + لا ی = ۸ لا + ۳ و ی^2 + لا ی = ۸ ی + ۶

(۴۶) لا^2 − لا ی = ۲ لا + ۵ و لا ی − ی^2 = ۲ ی + ۲

(۴۷) ۲ لا + ی + ۶ √(۲ لا + ی + ۴) = ۲۳ و ۴ لا^2 − ۶ لا = ی^2 + ۳ ی

(۴۸) ۱۸ + ۹ (لا + ی) = ۲ (لا + ی)^2 و ۶ − (لا − ی) = (لا − ی)^2

(۴۹) لا^2 − لا ی = ا (لا + ۱) + ب + ا و لا ی − ی^2 = ا ی + ب

(۵۰) ا^2/لا^2 + ی^2/ب^2 = ۱۸ و ب/لا + ا/ی = ۱ (۵۱) ا^2/لا^2 − ی^2/ب^2 = ۱۲ و ا ب/لا ی = ۲

(۵۲) لا^2 = ا لا + ب ی و ی^2 = ا ی + ب لا (۵۳) لا^2 ی ی = ا و لا ی^2 ی = ب و لا ی ی^2 = ج

(۵۴) (لا + ی) (لا + ی) = ا^2 و (ی + ی) (ی + لا) = ب^2 و (ی + لا) (ی + ی) = ج^2

(۵۵) ۳ ی ی + ۲ ی لا − ۴ لا ی = ۱۶ و ۲ ی ی − ۳ ی لا + لا ی = ۵ و ۴ ی ی − ی لا − ۳ لا ی = ۱۵

(۵۶) ۶ (لا^2 + ی^2 + ی^2) = ۱۳ (لا + ی + ی)^2 = ۴۸۱/۴ و لا ی = ی^2

تیسوان باب سوالات مساوات درجہ دوم
جنمین ایک مجہول سی زیادہ مجہول مقداریں ہین

(۲۷۴) ایک عدد دو مرتبہ کا ہی اور مجموعہ اوسکی ہندسونکے مربعون کا برابر ہی حاصل جمع اوس عدد اور حاصلضرب ہندسون کی اور اگر ۳۶ اوس عدد پر زیادہ کرین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہین اوس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہی دہائیون اور ی اکائیون کو تو عدد ۱۰لا + ی ہوگا اور جب اوسکے ہندسے معکوس ہونگی تو ۱۰ی + لا وہ ہو جاویگا اور بموجب شرائط سوال کے

$لا^{2}$ + $ی^{2}$ = لای + ۱۰لا + ی (۱)

۱۰لا + ی + ۳۶ = ۱۰ی + لا (۲)

مساوات (۲) سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ۹ی = ۹لا + ۳۶ اسواسطے ی = لا + ۴

اس قیمت کو مساوات (۱) مین رکھو تو $لا^{2}$ + $(لا + ۴)^{2}$ = لا(لا + ۴) + لا + ۱۰لا + ۴

اسواسطے $لا^{2}$ − ۷لا + ۱۲ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے یہہ ہمکو حاصل ہوتا ہی کہ لا = ۳ یا ۴ ہے اسواسطے ی = ۷ یا ۸ کے پس معلوم ہوا کہ عدد مطلوبہ ۳۷ یا ۴۸ ہی یہہ دو تو عدد ایسے ہین کہ اونمین سے ہر یک پر شرائط سوال صادق آتی ہین

(۲۷۵) ایک شخص نے پہاڑ کی جڑ سے چوٹی پر جانیکا ارادہ کیا اول آدہی دور جس چال سی چڑہا اوسے آدہ میل فی گھنٹہ کم چال سی آخر آدہی دور چلا اور چوٹی پر ۵½ گھنٹہ مین پہونچ گیا اترتی دفعہ وہ یکسان چال سی نیچے ۳ ¾ گھنٹہ مین اتر آیا اور یہہ اوترنی کی چال ایک میل فی گھنٹہ زیادہ اوس چال سے ہتی جسسے وہ اول آدہی دور چڑہا تہا تو بتاؤ پہاڑ کی چوٹی کتنی اونچی ہے اور اوسکی چال کیا تہے

فرض کرو کہ ۲لا میل پہاڑ کی چوٹی بلند ہے اور ی میل فی گھنٹہ کی چال سی وہ اول آدہی دور چلا تو لا/ی گھنٹہ مین وہ آدہی دور چڑہا ہوگا اور آخر آدہی دور لا/(ی − ½) گھنٹہ مین اسواسطے

لا/ی + لا/(ی − ½) = ۵½ (۱)

ایسے ہی ۲لا/(ی+۱) = ۳ ۳/۴   (۲)

مساوات (۲) سے ۲لا = ۱۵/۴ (ی+۱)

اسواسطے لا = ۱۵/۸ (ی+۱)

اور مساوات (۱) سے لا(۲ی − ۱/۲) = ۱۱/۲ ی(ی − ۱/۲)

اب قیمت رکھنے سے ۱۵/۸ (ی+۱)(۲ی − ۱/۲) = ۱۱/۲ ی(ی − ۱/۲)

اسواسطے ۱۵(ی+۱)(۴ی − ۱) = ۴۴ی(۲ی − ۱)

اسواسطے ۲۸ی² − ۸۹ی + ۱۵ = ۰

اس مساوات درجہ دوم سے ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ ی = ۳ یا ۵/۲۸ قیمت ۵/۲۸ تو کچھہ کام مین نہین آسکتی اسلیے کہ ی زیادہ ۱/۲ سے ہے

اسواسطے ی = ۳ تو لا = ۱۵/۲ پس چوٹی کی بلندی ۱۵ میل ہے

امشلہ نمبری ۳۰

(۱) دو عددون کے مربعون کا مجموعہ ۱۱۷۰ اور حاصل تفریق ۲۷ ہے دریافت کرو اعداد

(۲) حاصلضرب دو عددون کا ۱۰۸ ہے اور اونکا مجموعہ اونکی فرق سے دوچند ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۳) حاصلضرب دو اعداد کا ۱۹۲ ہے اور مجموعہ اون کے مربعون کا ۴۴۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۴) حاصلضرب دو اعداد کا ۱۲۸ ہے اور حاصلتفریق اونکے مربعون کا ۱۹۲ ہے بتاؤ اعداد

(۵) حاصلضرب دو عددون کا اونکے مجموعہ سے چھہ گنا ہے اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۳۲۵ ہے دریافت کرو اعداد

(۶) حاصلضرب دو عددون کا ۶۰ گنا اونکے حاصلتفریق سے ہے اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۲۴۴ ہے اون عددون کو دریافت کرو

(۷) مجموعہ دو عددون کا چھہ گنا اونکے حاصلتفریق سے ہے اور اونکا حاصلضرب اونکے مجموعہ سے بقدر ۲۳ کے زیادہ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۸) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ پہلے کا دوچند مع دوسرے کے سہ چند کے برابر ۶۰ کے ہو اور پہلے عدد کے مربع کا دوچند مع دوسرے کے مربع کے سہ چند کے برابر ۸۴۰ کے ہو

(۹) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکے حاصل تفریق کو اونکے مربعوں کے حاصل تفریق مین ضرب دین تو ۳۲ حاصل ہون اور اگر اونکے مجموعہ کو اونکے مربعوں کے مجموعہ مین ضرب دین تو ۲۷۲ حاصل ہون

(۱۰) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اگر اونکے حاصل تفریق پر اونکے مربعوں کا حاصل تفریق زیادہ کرین تو ۱۴ حاصل ہون اور اگر اونکے مجموعہ پر اونکے مربعوں کا مجموعہ زیادہ کرین تو ۲۶ حاصل ہون

(۱۱) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ برابر ہو اونکے حاصل ضرب کے اور اگر اونکے مجموعہ پر اونکے مربعوں کا مجموعہ زیادہ کیا جاوے تو ۱۲ حاصل ہون

(۱۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ مع اونکے حاصل ضرب کے برابر ۳۴ کے ہو اور اگر اونکے مربعوں کے مجموعہ مین سے اونکا مجموعہ تفریق کیا جاوے تو حاصل تفریق برابر ۴۲ کے ہو

(۱۳) دو عددون کا حاصل تفریق ۳ ہے اور اونکے مکعبون کا حاصل تفریق ۲۷۹ ہے اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) مجموعہ دو عددون کا ۲۰ ہے اور مجموعہ اونکے مکعبون کا ۹۲۴۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۱۵) ایک مستطیل ہے جسکا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے اور دوسرے مستطیل ۵ فیٹ طول مین چھوٹی اور ۱۰ فیٹ عرض مین بڑی ہے اور اوسمین بھی رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے تو اول مستطیل کا طول و عرض دریافت کرو

(۱۶) ایک شخص نے موٹا کپڑا ۲۰ روپیہ کا اور باریک کپڑا ۲۲½ روپیہ کا خریدا باریک کپڑا موٹے کپڑے سے قیمت مین ۴ گز زیادہ تہا اور موٹا کپڑا باریک کپڑے سے ۱۰ گز طول مین زیادہ تہا تو بتاؤ ہر یک قسم کا کتنا کتنا کپڑا خریدا تہا

(۱۷) ایک شخص کو کچھہ مسافت طی کرنی تہی اوسنے ۴۰ میل چلکر اپنی چال ۲ میل فی گہنٹہ زیادہ کردی اگر اس زیادہ کی ہوئی چال سے تمام مسافت اوسنے طی کی ہوتی تو ۴۰ منٹ پہلے منزل مقصود پر پہونچتا لیکن اگر وہ اپنی پہلی چال سے چلے جاتا تو ۲۰ منٹ دیر کر کے پہونچتا تو بتاؤ وہ کتنی مسافت تہی

(۱۸) ایک عدد مین دو ہندسے ہین اور ایک مرتبہ عشاریہ کا بھی اوسمین ہے ہندسوں کے مجذوروں کا

حاصل تفریق ۲۰ ہی اور اگر ہندسون کو معکوس کردین تو مجموعہ دو عدد ونکا ۱۱۰ ہوجاتا ہی اون عددونکو دریافت کرو

(۱۹) ایک شخص نے چاول خریدے اور پانچ روپیہ سیکڑہ نفع اصل پر لیکر فروخت کیئے تو ۱۶ روپیہ نفع کے حاصل ہوئے لیکن اگر وہ ۱۴ آنہ من نفع لیکر بیچتا تو اوسکو اوتنی روپیہ فایدہ ہو جتنی آنہ مین اوسنے چاول مول لیئے ہین تو بتاؤ کتنے من خریدے اور کیا من مول لیئے

(۲۰) دو کاریگر موہن اور سوہن مختلف مزدوری پر لگائی گیئ موہن نے کچھہ دنون کام کرکے ۲۴ روپیہ مزدوری کے پائی مگر سوہن اون دنون مین ۶ دن غیر حاضر رہا تہا اوسکو ۲۵ روپیہ مزدوری کے ملے لیکن اگر سوہن اوتنے دنون کام کرتا اور موہن ۶ روز غیر حاضر رہتا تو دونو کو یکسان ملتا تو بتاؤ کتنے دنون کام کیا اور ہر ایک کو مزدوری کیا ملی

(۲۱) دو شہرون سے دو ریل گاڑیان اسٹیشن ملنے کے ارادہ سے ایک شہر کی طرف ایک ہی وقت روانہ ہوئین اور اونکی رفتارین ہر گہنٹہ مین یکسان ہین جب وہ اسٹیشن ملین تو یہہ معلوم ہوا کہ اونمین ایک سی بہ نسبت دوسری کے ۱۰۸ میل زیادہ چلی ہی اور اگر وہ اپنی اپنی چال سی چلی جاوین تو ایک ۹ گہنٹہ مین اور دوسری ۱۶ گہنٹہ مین شہرون مین پہونچ جاوین تو بتاؤ شہرون مین فاصلہ کتنا ہی اور ہریک کی رفتار کیا ہے

(۲۲) دریا کے کنارہ پر دو شہر ا اور ب ۱۸ میل کے فاصلہ پر واقع ہین ایک شخص ا سی ب تک ۴ گہنٹہ مین پہونچا اسطرح سی کہ اول آدہی دور کشتی مین چلا اور پہر آدہی دور پیدل چلا اور پہر تی دفعہ آدہی دور اوسی چال سی پیدل چلا جس چال سی گیا تہا پہر کشتی مین سوار ہوا اور اس سبب سے کہ دہار پر کشتی چلتی تہی ۱½ میل فی گہنٹہ بہ نسبت جانیکے زیادہ آیا اور ۳½ گہنٹہ مین پہونچ گیا تو کشتی کی رفتار اور آدمی کی چال بتلاؤ

(۲۳) ۲ میل پر زید و بکر کی آپسمین دوڑ ہوئی اول دوڑ مین بکر دو منٹ پہلی زید سی مقام مقصود پر پہونچ گیا دوسری دوڑ مین زید نی ۲ میل چال فی گہنٹہ زیادہ کردی اور بکر نے اوسیقدر کم تو زید منزل مقصود پر ۲ منٹ پہلے پہونچا بتاؤ اول دوڑ مین ہر یک کی رفتار کیا تہی

(۲۷۴) دو مسافر زید و بکر دو شہرون ف و ق سی ایک ہی وقت مین چلی زید شہرف سے اس ارادہ سے چلا کہ شہرق مین ہوتا ہوا جاؤن اور بکر شہرق سی اوسیطرف چلا جس طرف کہ زید چلتا تہا جب زید و بکر ملے تو معلوم ہوا کہ وہ دونو ملکر ۳۰ میل چلی ہین اور زید چار گہنٹہ ہوئے کہ ق مین گذرا تہا اور بکر ف سے اتنی دور ہو گیا کہ اگر اس اپنی چال سی وہان قصد پہونچے کا کری تو ۹ گہنٹہ مین پہونچے بتاؤ شہرون کا فاصلہ کیا ہے

اکتیسوان باب صعود کے بیان مین

(۲۷۶) ہم پہلی قوت کی تعریف بیان کر آئے ہین کہ وہ حاصلضرب متساوی اجزا ضربی کا ہوتا ہے اور یہہ ہی بیان کر دیا ہے کہ وہ کس طرح لکہی جاتی ہین اور کیونکر پڑہے جاتی ہین دفعات ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ کو دیکہو جس عمل سی یہہ قوا معلوم ہوتے ہین اوسکو صعود کہتی ہین یہہ عمل صعود حقیقت مین عمل ضرب کی ہی ایک خاص صورت ہے لیکن یہہ صورت خاص ایسی کثیر الوقوع ہے کہ ضرور اوسیکے واسطے ایک باب مخصوص کیا جاوے تو مناسب ہے طالب علم دیکہینگے کہ بعض نتائج تو ہمنے ایسے آگے لکہے ہین کہ وہ اونکو جانتے ہین اور سارا باب اصول جبریہ سی استخراج کرکے لکہا ہے

(۲۷۷) ایک مقدار منفی کی قوت جفت درجہ کی مثبت اور طاق درجہ کی منفی ہوتی ہے یہہ قاعدہ علامات کا ایک سیدہا نتیجہ ہے مثلاً $-ا \times -ا = ا^{۲}$ و $-ا \times -ا \times -ا = ا^{۲} \times -ا = -ا^{۳}$ اور $-ا \times -ا \times -ا \times -ا = -ا^{۳} \times -ا = ا^{۴}$ اور علی ہذا القیاس

پس دفعات آیندہ مین جہان کہین ہم یہہ کہین کہ علامت مناسب مقرر لیجاے تو اوسکا مطلب یہی ہوگا کہ علامت کو بموجب اس دفعہ کے تجویز کرو

(۲۷۸) ایک قوت کی قوت پانے کا قاعدہ یہہ ہے کہ اعداد جو قوا کو تعبیر کرتے ہون اونکو ضرب دیکر حاصلضرب کو نیا قوت نما بناؤ اور علامت مناسب تجویز کرو

مثلاً $(ا^{۳})^{۲} = ا^{۶}$ و $(-ا^{۳})^{۳} = -ا^{۹}$ و $(ز^{۴})^{۳} = ز^{۱۲}$ و $(-ا^{۴})^{۳} = -ا^{۱۲}$ یہہ ایک سیدہا نتیجہ قانون قوا کا ہے جو دفعہ ۱۵۹ مین ثابت کیا گیا ہے مثلاً

$(ا^{۲})^{۳} = ا^{۲} \times ا^{۲} \times ا^{۲} = ا^{۲+۲+۲} = ا^{۳\times۲} = ا^{۶}$ اس قاعدے سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے جو دفعہ ذیل مین لکھا رہتا ہے

(۲۷۹) ایک صحیح جملہ مفرد کے قوار دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ ہر جز ضربی کی قوت نما کو اوس عدد مین کہ قوت کو تعبیر کرتا ہے ضرب دیکر لکھدو اور ماحصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$(ا^{۲} ب^{۳})^{۲} = ا^{۴} ب^{۶}$ و $(- ا^{۲} ب^{۳})^{۳} = - ا^{۶} ب^{۹}$ و $(ا ب^{۲} ج^{۳})^{۴} = ا^{۴} ب^{۸} ج^{۱۲}$ و

$(- ا^{۳} ب^{۲} ج)^{۵} = - ا^{۱۵} ب^{۱۰} ج^{۵}$ و $(۲ ا ب^{۲} ج^{۳})^{۶} = ۲^{۶} ا^{۶} ب^{۱۲} ج^{۱۸} = ۶۴ ا^{۶} ب^{۱۲} ج^{۱۸}$

(۲۸۰) ایک کسر کی قوت حاصل کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ نسب نما و شمار کنندہ دونون کا صعود موافق قوت مطلوبہ کے لو اور ماحصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$(\frac{ا}{ب^{۲}})^{۲} = \frac{ا^{۲}}{ب^{۴}}$ و $(-\frac{ا^{۲}}{ب^{۳}})^{۳} = -\frac{ا^{۶}}{ب^{۹}}$ و $(\frac{۲ ا}{۳ ب^{۲}})^{۴} = \frac{۲^{۴} ا^{۴}}{۳^{۴} ب^{۸}} = \frac{۱۶ ا^{۴}}{۸۱ ب^{۸}}$ یہہ استنباط دفعہ ۱۲۵

(۲۸۱) جملہ ثنائی کی بعض قوار کا ذکر دفعات ۸۲ و ۸۸ مین ہوا ہے کہ

$$(ا + ب)^{۲} = ا^{۲} + ۲ ا ب + ب^{۲}$$
$$(ا + ب)^{۳} = ا^{۳} + ۳ ا^{۲} ب + ۳ ا ب^{۲} + ب^{۳}$$

اگر طالب علم مشق کی طور پر چوتھی و پانچوین قوت نکالین تو یہہ حاصل ہوگا

$$(ا + ب)^{۴} = ا^{۴} + ۴ ا^{۳} ب + ۶ ا^{۲} ب^{۲} + ۴ ا ب^{۳} + ب^{۴}$$
$$(ا + ب)^{۵} = ا^{۵} + ۵ ا^{۴} ب + ۱۰ ا^{۳} ب^{۲} + ۱۰ ا^{۲} ب^{۳} + ۵ ا ب^{۴} + ب^{۵}$$
$$(ا + ب)^{۶} = ا^{۶} + ۶ ا^{۵} ب + ۱۵ ا^{۴} ب^{۲} + ۲۰ ا^{۳} ب^{۳} + ۱۵ ا^{۲} ب^{۴} + ۶ ا ب^{۵} + ب^{۶}$$

اسطرح سے نتائج مفصلہ ذیل بہی حاصل ہونگے

$$(ا - ب)^{۲} = ا^{۲} - ۲ ا ب + ب^{۲}$$
$$(ا - ب)^{۳} = ا^{۳} - ۳ ا^{۲} ب + ۳ ا ب^{۲} - ب^{۳}$$
$$(ا - ب)^{۴} = ا^{۴} - ۴ ا^{۳} ب + ۶ ا^{۲} ب^{۲} - ۴ ا ب^{۳} + ب^{۴}$$
$$(ا - ب)^{۵} = ا^{۵} - ۵ ا^{۴} ب + ۱۰ ا^{۳} ب^{۲} - ۱۰ ا^{۲} ب^{۳} + ۵ ا ب^{۴} - ب^{۵}$$
$$(ا - ب)^{۶} = ا^{۶} - ۶ ا^{۵} ب + ۱۵ ا^{۴} ب^{۲} - ۲۰ ا^{۳} ب^{۳} + ۱۵ ا^{۲} ب^{۴} - ۶ ا ب^{۵} + ب^{۶}$$

پس اسلئے قوار (ا + ب) سے قوار (ا - ب) نہایت آسانی سے اسطرح حاصل ہو سکتی ہین کہ جس رقم مین ب کی قوت طاق ہو اوسکی اول کی علامت بدل دو

(۲۸۲) ایک ضابطہ آگے جملہ ثنائی کے صعود کا بیان ہوگا جسے طالب علم نے مشقت ضرب

کے قواعد نکال لیا کرینگے جملہ ثنائی

(۲۸۳) دفعہ ۸۴ مین جس طرح شکل عامہ جبریہ کو استعمال مین لائے ہین اوسیطرح دفعہ ۲۸۱ کی شکل عامہ کو بہی کام مین لاسکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ چوتہی قوت ۲ لا − ۳ ی کی دریافت کرنی ہے، تو $(\text{ا} - \text{ب})^{4}$ مین بجاے ا کے ۲ لا اور بجاے ب کے ۳ ی رکہو تو $(\text{۲لا} - \text{۳ی})^{4} =$

$(\text{۲لا})^{4} - 4(\text{۲لا})^{3}(\text{۳ی}) + 6(\text{۲لا})^{2}(\text{۳ی})^{2} - 4(\text{۲لا})(\text{۳ی})^{3} + (\text{۳ی})^{4}$

$= 16\,\text{لا}^{4} - 96\,\text{لا}^{3}\text{ی} + 216\,\text{لا}^{2}\text{ی}^{2} - 216\,\text{لا}\,\text{ی}^{3} + 81\,\text{ی}^{4}$

(۲۸۴) مختلف طرح عمل کرنے سے صعود حاصل ہوتا ہے مثلاً فرض کرو کہ ا + ب کی چہٹی قوت دریافت کرنی ہے تو ایک طریقہ صعود کا یہہ ہے کہ ا + ب کو چہہ مرتبہ ضرب دین دوسرا یہہ کہ ا + ب کا مکعب دریافت کرین اور پہر اس مکعب کا مربع لین تو چہٹی قوت حاصل ہوگی اسواسطے کہ مجذور $(\text{ا} + \text{ب})^{3}$ کا $(\text{ا} + \text{ب})^{6}$ ہے تیسرا یہہ ہے کہ مربع ا + ب کا دریافت کرین اور اس حاصل کا مکعب لین تو چہٹی قوت حاصل ہوگی کیونکہ $(\text{ا} + \text{ب})^{2}$ کا مکعب $(\text{ا} + \text{ب})^{6}$ ہے اور اسیطرح ا + ب کی اٹہوین قوت $(\text{ا} + \text{ب})^{4}$ کے مربع لینے سے حاصل ہوسکتی ہے یا $(\text{ا} + \text{ب})^{2}$ کی چوتہی قوت دریافت کرنے سے

(۲۸۵) بعض مثالین صعود جملہ ثلاثی کی دفعات ۸۵ و ۸۸ مین لکہی گئی ہین اسطرح سے کہ

$(\text{ا} + \text{ب} + \text{ح})^{2} = \text{ا}^{2} + \text{ب}^{2} + \text{ح}^{2} + 2\,\text{ا}\text{ب} + 2\,\text{ب}\text{ح} + 2\,\text{ا}\text{ح}$

اور $(\text{ا} + \text{ب} + \text{ح})^{3} =$

$\text{ا}^{3} + \text{ب}^{3} + \text{ح}^{3} + 3\,\text{ا}^{2}(\text{ب} + \text{ح}) + 3\,\text{ب}^{2}(\text{ا} + \text{ح}) + 3\,\text{ح}^{2}(\text{ا} + \text{ب}) + 6\,\text{ا}\text{ب}\text{ح}$

یہہ قوانین جبریہ جس طرح دفعہ ۸۴ مین مذکور ہوئے ہین کام مین آسکتی ہین مثلاً فرض کرو $(1 - 2\,\text{لا} + 3\,\text{لا}^{2})^{2}$ دریافت کرنا ہے قانون عامہ $(\text{ا} + \text{ب} + \text{ح})^{2}$ مین بجاے ا کے ۱ اور بجاے ب کے −۲ لا اور بجاے ح کے ۳ لا² لکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$(1 - 2\,\text{لا} + 3\,\text{لا}^{2})^{2} =$

$(1)^{2} + (-2\,\text{لا})^{2} + (3\,\text{لا}^{2})^{2} + 2(1)(-2\,\text{لا}) + 2(-2\,\text{لا})(3\,\text{لا}^{2}) + 2(1)(3\,\text{لا}^{2})$

= ۱ + ۴لا^{۲} + ۹لا^{۴} − ۴لا − ۱۲لا^{۳} + ۶لا^{۲}

= ۱ − ۴لا + ۱۰لا^{۲} − ۱۲لا^{۳} + ۹لا^{۴} اور علی ہذا القیاس (۱ − ۲لا + ۳لا^{۲})^{۳}

= (۱)^{۳} + (−۲لا)^{۳} + (۳لا^{۲})^{۳} + ۳(۱)^{۲} (−۲لا + ۳لا^{۲}) + ۳(−۲لا)^{۲} (۱ + ۳لا^{۲}) + ۳(۳لا^{۲})^{۲} (۱ − ۲لا)

۶(۱)(−۲لا)(۳لا^{۲})

= ۱ − ۸لا^{۳} + ۲۷لا^{۶}

+ ۳(−۲لا + ۳لا^{۲}) + ۱۲لا^{۲} (۱ + ۳لا^{۲}) + ۲۷لا^{۴} (۱ − ۲لا) − ۳۶لا^{۳}

= ۱ − ۶لا + ۲۱لا^{۲} − ۴۴لا^{۳} + ۶۳لا^{۴} − ۵۴لا^{۵} + ۲۷لا^{۶}

(۱۸۶) جملہ کثیر الارقام کا مجذور قیاس سے دو قاعدون سے دریافت ہو سکتا ہے مثلاً (ا + ب + ح + د)^{۲} کو دریافت کرنا ہی تو تو وہ = ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} + د^{۲} + ۲ا ب + ۲ا ح + ۲ا د + ۲ب ح + ۲ب د + ۲ح د

پس اسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیر الارقام کا شامل ہوتا ہے ہر رقم کی مربع اور دو دو رقمون کے حاصلضرب کے دوچند مجموعہ کے اب اس نتیجہ کو اس صورت مین لکھتے ہین کہ

(ا + ب + ح + د)^{۲} = ا^{۲} + ۲ا (ب + ح + د) + ب^{۲} + ۲ب (ح + د) + ح^{۲} + ۲ح د + د^{۲}

اسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیر الارقام کا شامل ہوتا ہی ہر رقم کے مربع مع دوچند حاصل ضرب ہر رقم اور مجموعہ ان ارقام کے جو اوسکے آگے آوین

امثلہ نمبری ۳۱

دریافت کرو

(۱) (۲لا^{۳} ز^{۲} ی^{۴})^{۲} (۲) (−۲لا^{۲} ز ی^{۳})^{۳} (۳) (−۳ا ب^{۲} ح^{۳})^{۲}

(۴) (۲لا^{۲}/۳ز)^{۲} (۵) (−۴لا/۳ز^{۲})^{۳} (۶) (−لا^{۳}/۲ز^{۲}ی)^{۴}

(۷) (ا + ب)^{۴} (۸) (ا − ب)^{۴} (۹) (ا + ب)^{۳} (ا − ب)^{۳}

(۱۰) (۱ − لا)^{۳} (۱۱) (۲ + لا)^{۳} (۱۲) (۳ − ۲لا)^{۳}

(۱۳) (۱ + لا)^{۴} (۱۴) (لا − ۲)^{۴} (۱۵) (۲لا + ۳)^{۴}

(۱۶) (ا لا + ب ی)^{۳} + (ا لا − ب ی)^{۳} (۱۷) (ا لا + ب ی)^{۴} + (ا لا − ب ی)^{۴}

(۱۸) (۱ + لا)^{۵} − (۱ − لا)^{۵} (۱۹) (۱ + لا)^{۴} (۱ − لا)^{۴}

(۲۰) (۱ + لا + لا^{۲})^{۲} (۲۱) (۱ − لا + لا^{۲})^{۲} (۲۲) (۱ + لا − لا^{۲})^{۲}

(۲۳) (۱ + ۳لا + ۲لا^{2})^{2} (۲۴) (۱ − ۳لا + ۳لا^{2})^{2}

(۲۵) (۲ + ۳لا + ۴لا^{2})^{2} + (۲ − ۳لا + ۴لا^{2})^{2} (۲۶) (۱ + لا + لا^{2})^{3}

(۲۷) (۱ − لا + لا^{2})^{3} (۲۸) (۱ + لا − لا^{2})^{3} (۲۹) (۱ + ۳لا + ۲لا^{2})^{3}

(۳۰) (۱ − ۳لا + ۳لا^{2})^{3}

(۳۱) (۲ + ۳لا + ۴لا^{2})^{3} − (۲ − ۳لا + ۴لا^{2})^{3}

(۳۲) (۱ − لا + لا^{2} + لا^{3})^{2} (۳۳) (۱ + ۲لا + ۳لا^{2} + ۴لا^{3})^{2}

(۳۴) (ا + ب + ح + د)^{2} − (ا − ب + ح − د)^{2}

(۳۵) (ا + ب + ح + د)^{2} + (ا − ب + ح − د)^{2}

(۳۶) (۱ + ۳لا + ۳لا^{2} + لا^{3})^{2} (۳۷) (۱ − ۶لا + ۱۲لا^{2} − ۸لا^{3})^{2}

(۳۸) (۱ + ۴لا + ۶لا^{2} + ۴لا^{3} + لا^{4})^{2} (۳۹) (۱ − لا)^{3} (۱ + لا + لا^{2})^{3}

(۴۰) (۱ − لا + لا^{2})^{3} (۱ + لا + لا^{2})^{3}

بتیسوان باب نزول کا بیان

(۲۸۷) صعود کا عکس نزول ہی یعنی جس ترکیب سے کسی عدد یا جملہ مفروضہ کا کوئی مرتبہ نزول کا معلوم ہوتا ہے اوسی نزول کہتی ہین اکثر لفظ نکالنی کا نزول کے ساتھہ بولتی ہین جیسے اکثر کہینگے کہ جذر نکالو یا جذر بالکعب نکالو اور یہہ کم کہتے ہین کہ جذر دریافت کرو یا پاؤ

اس باب مین مضامین کی ترتیب اسطرح سی ہی کہ اول قاعدہ علامات کی تین سیدہے نتیجے دوم نزول جملہ مفرد کا سوم جذر جملہ مرکب کا چہارم جذر اعداد کا پنجم جذر بالکعب جملہ مرکب اور اعداد کا

(۲۸۸) مثبت مقدار کا نزول جفت مرتبہ کا مثبت ہوتا ہے یا منفی اسواسطے کہ ا × ا = ا^{2} اور −ا × −ا = ا^{2} پس اسواسطے جذر ا^{2} کا ا اور −ا مین سی ہر ایک ہے یعنی +ا یا −ا

(۲۸۹) کسی مقدار کے طاق مرتبہ نزول پر وہ علامت ہوتی ہی جو اس مقدار پر ہوتی ہے مثلاً کعب ا^{3} کا ا ہے اور کعب −ا^{3} کا −ا ہے

(۲۹۰) کسی مقدار منفی کا نزول جفت مرتبہ کا نہین نکل سکتا مثلاً $-\text{ا}^2$ کا جذر ممکن نہین کہ نکل سکی اسلئی کہ جو مقدار فی نفسہ ضرب یجاوی گی اوسکا حاصلضرب مثبت ہوگا مقدار منفیہ کی جفت مرتبہ کے نزول کو مقدار ناممکن یا مقدار موہوم و معدوم کہا کرتے ہین

(۲۹۱) صحیح جملہ مفرد کی نزول نکالنی کا قاعدہ یہہ ہے کہ اوس جملہ کی ہر جزو ضربی کی قوت نما کو اوس عدد پر تقسیم کرو کہ نزول کو تعبیر کرتا ہے اور علامت مناسب اوسکے اول لگا دو مثلاً

$$\sqrt[2]{(16\,\text{ا}^2\,\text{ب}^4)} = \sqrt[2]{(4\,\text{ا}\,\text{ب}^2)^2} = \pm 4\,\text{ا}\,\text{ب}^2$$

$$\sqrt[3]{(-8\,\text{ا}^6\,\text{ب}^9\,\text{ج}^{12})} = \sqrt[3]{(-2\,\text{ا}^2\,\text{ب}^3\,\text{ج}^4)^3} = -2\,\text{ا}^2\,\text{ب}^3\,\text{ج}^4$$

و $$\sqrt[4]{(256\,\text{لا}^8\,\text{ی}^4)} = \sqrt[4]{(4\,\text{لا}^2\,\text{ی})^4} = \pm 4\,\text{لا}^2\,\text{ی}$$

(۲۹۲) ایک کسر کے نزول نکالنی کا قاعدہ یہہ ہے کہ نسب نما و شمار کنندہ کا نزول نکالکر لکھو اور اوسپر علامت مناسب لکھو

مثلاً $$\sqrt[2]{\left(\frac{\text{ا}^4}{9\,\text{ب}^2}\right)} = \sqrt[2]{\left(\frac{\text{ا}^2}{3\,\text{ب}}\right)^2} = \pm\frac{\text{ا}^2}{3\,\text{ب}}$$

و $$\sqrt[3]{\left(\frac{-27\,\text{ا}^6}{64\,\text{ب}^3}\right)} = \sqrt[3]{\left(-\frac{3\,\text{ا}^2}{4\,\text{ب}}\right)^3} = -\frac{3\,\text{ا}^2}{4\,\text{ب}}$$

(۲۹۳) فرضکرو کہ ا^2 کا کعب دریافت کرنا ہی اس صورت مین قوت نما ۲ مراتب نزول ۳ پر پورا نہین تقسیم ہو سکتا تو اوسکی تعبیر کرنیکا طریقہ سوا اسکے نہین ہے کہ حاصل کو $\sqrt[3]{\text{ا}^2}$ سے تعبیر کرین اور ایسی ہی $\sqrt{\text{ا}}$ و $\sqrt{\text{ا}^3}$ و $\sqrt[4]{\text{ا}^5}$ کسی اور طرح سی بالفعل نہین تعبیر ہو سکتا ایسی مقادیر کو مقادیر اصم یا مقادیر نزولی کہتے ہین خاص اونکا بیان آگے دو بابون مین ہوگا

(۲۹۴) اب جملہاے مرکب کے نزول نکالنے کا طریقہ لکھتے ہین جذر $\text{ا}^2 + 2\,\text{ا}\text{ب} + \text{ب}^2$ کا $\text{ا} + \text{ب}$ ہے پس جس طریقہ سے $\text{ا}^2 + 2\,\text{ا}\text{ب} + \text{ب}^2$ سے $\text{ا} + \text{ب}$ کو ہم نکال لین اوسے عام قاعدہ جملہاے مرکبہ کے جذر نکالنے کا سمجھنا چاہیے

$\text{ا}^2 + 2\,\text{ا}\text{ب} + \text{ب}^2 \;(\; \text{ا} + \text{ب}$

ا^2

$2\,\text{ا} + \text{ب} \;)\; 2\,\text{ا}\text{ب} + \text{ب}^2$

$2\,\text{ا}\text{ب} + \text{ب}^2$

×

ارقام کو موافق قواعد حروف کے لکھو تو اول رقم ا^2 ہوگی اوسکا جذر ا ہی یہہ اول رقم جذر مطلوب کی ہوگی اوسکی مجذور یعنی ا^2 کو سارے جملہ میں سے تفریق کرو اور ۲اب + ب^2 کو نیچے اتار لو اور ۲اب کو ۲ا پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ب دوسری رقم جذر مطلوب کی ہوگی اب اول رقم کے دوچند کو اور دوسری رقم کو جمع کرو یعنی ۲ا + ب بناؤ اور اسکو دوسری رقم یعنی ب میں ضرب دو اور حاصل ضرب یعنی ۲اب + ب^2 کو باقی میں سے تفریق کرو تو بالفعل عمل کا خاتمہ ہوجائیگا اور اگر زیادہ رقمیں ہوں تو جو عمل ہمنے ا پر کیا ہے وہ ا + ب پر کرو اور ا + ب کا مجذور یعنی ا^2 + ۲اب + ب^2 کو اوسی تفریق کرکے باقی کو ۲ (ا + ب) پر تقسیم کرو تاکہ ایک رقم جذر میں نکل آوے اور نیا مفروق حاصل کرنیکے لئے مجموعہ ۲ (ا + ب) اور نئی رقم کو جو ابھی نکالی ہے نئی رقم میں ضرب دو اور یہی عمل کئے جاؤ جبتک جذر مطلوب دریافت ہوجاے

(۲۹۵) مثالیں

۴لا^2 + ۱۲لاد + ۹د^2 (۲لا + ۳د
۴لا^2
۴لا + ۳د) ۱۲لاد + ۹د^2
۱۲لاد + ۹د^2
×

۴لا^4 − ۲۰لا^3 + ۳۷لا^2 − ۳۰لا + ۹ (۲لا^2 − ۵لا + ۳
۴لا^4
۴لا^2 − ۵لا) − ۲۰لا^3 + ۳۷لا^2 − ۳۰لا + ۹
− ۲۰لا^3 + ۲۵لا^2
۴لا^2 − ۱۰لا + ۳) ۱۲لا^2 − ۳۰لا + ۹
۱۲لا^2 − ۳۰لا + ۹

لا^4 − ۴لا^{3}د + ۱۰لا^{2}د^2 − ۱۲لاد^3 + ۹د^4 (لا^2 − ۲لاد + ۳د^2
لا^4
۲لا^2 − ۲لاد) − ۴لا^{3}د + ۱۰لا^{2}د^2 − ۱۲لاد^3 + ۹د^4
− ۴لا^{3}د + ۴لا^{2}د^2
۲لا^2 − ۴لاد + ۳د^2) ۶لا^{2}د^2 − ۱۲لاد^3 + ۹د^4
۶لا^{2}د^2 − ۱۲لاد^3 + ۹د^4
×

$$\text{لا}^6 + 4\text{لا}^5 - 10\text{لا}^3 + 4\text{لا} + 1\ (\text{لا}^3 + 2\text{لا}^2 - 2\text{لا} - 1$$
$$\text{لا}^6$$
$$2\text{لا}^3 + 2\text{لا}^2)\ 4\text{لا}^5 - 10\text{لا}^3 + 4\text{لا} + 1$$
$$4\text{لا}^5 + 4\text{لا}^4$$
$$2\text{لا}^3 + 4\text{لا}^2 - 2\text{لا})\ -4\text{لا}^4 - 10\text{لا}^3 + 4\text{لا} + 1$$
$$-4\text{لا}^4 - 8\text{لا}^3 + 4\text{لا}^2$$
$$2\text{لا}^3 + 4\text{لا}^2 - 4\text{لا} - 1)\ -2\text{لا}^3 - 4\text{لا}^2 + 4\text{لا} + 1$$
$$-2\text{لا}^3 - 4\text{لا}^2 + 4\text{لا} + 1$$

(۲۹۶) دفعہ ۲۸۸ مین لکھا گیا ہے کہ جفت مرتبہ کے سب نزولون کے دوہری علامتین ہوتی ہین پس جذر $\text{ا}^2 + 2\text{اب} + \text{ب}^2$ کا $\text{ا} + \text{ب}$ یا $-\text{ا} - \text{ب}$ ہے اور واقعی جب $\text{ا}^2 + 2\text{اب} + \text{ب}^2$ کے جذر نکالنے کا عمل کرتے ہین تو اول جذر ا^2 کا نکالتے ہین وہ ا یا $-\text{ا}$ دونو ہوسکتی ہین پس اگر $-\text{ا}$ جذر لین اور عمل بطور سابق کرین تو ہمکو $-\text{ا} - \text{ب}$ حاصل ہوجائیگا اور یہی امر سب اور صورتون مین مثلاً دفعہ ۲۹۵ کی آخر مثال مین جذر نکالنے مین اول جذر لا^6 کا نکالتے ہین اور وہ لا^3 اور $-\text{لا}^3$ مین سے ہر یک ہوسکتا ہے پس اگر $-\text{لا}^3$ لکہین اور عمل بطور سابق کرین تو ہمکو $-\text{لا}^3 - 2\text{لا}^2 + 2\text{لا} + 1$ حاصل ہوگا

(۲۹۷) چوتہی مرتبہ کا نزول ایک جملہ کا جذر کے جذر نکالنے سے حاصل ہوگا اور علی ہذا القیاس آٹھہ مرتبہ کا نزول کسی جملہ کا نکالنا ہو تو چوتہی مرتبہ کا نزول نکالکر جذر نکال لو اور علی ہذا القیاس

(۲۹۸) حساب مین ہم جانتے ہین کہ ہر عدد کا جذر پورا نہین نکل سکتا ہے مثلاً ۲ کا پورا جذر نہین دریافت ہوسکتا جبر مقابلہ مین بہی ہر جملہ کا جذر پورا پورا نہین نکل سکتا بعض اوقات ایسی مثالین آجاتی ہین مثلاً $1 - 2\text{لا}$ کا جذر چار مرتبہ تک دریافت کرو

$$1 - 2\text{لا}\ (1 - \text{لا} - \frac{\text{لا}^2}{2} - \frac{\text{لا}^3}{2}$$
$$1$$
$$2 - \text{لا})\ -2\text{لا}$$
$$-2\text{لا} + \text{لا}^2$$
$$2 - 2\text{لا} - \frac{\text{لا}^2}{2})\ -\text{لا}^2$$
$$-\text{لا}^2 + \text{لا}^3 + \frac{\text{لا}^4}{4}$$
$$2 - 2\text{لا} - \text{لا}^2 - \frac{\text{لا}^3}{2})\ -\text{لا}^3 - \frac{\text{لا}^4}{4}$$
$$-\text{لا}^3 + \text{لا}^4 + \frac{\text{لا}^5}{2} + \frac{\text{لا}^6}{4}$$
$$-\frac{5\text{لا}^4}{4} - \frac{\text{لا}^5}{2} - \frac{\text{لا}^6}{4}$$

پس ۱-۲لا کی چار رقمین جذر مین نکالنے کے بعد باقی - ۵لا^۴/۴ - لا^۵/۲ - لا^۶/۴ رہتی ہے تو اسے معلوم ہوا کہ (۱-لا- لا^۲/۲ - لا^۳/۲)^۲ = ۱-۲لا + ۵لا^۴/۴ + لا^۵/۲ + لا^۶/۴

(۲۹۹) جو کچھہ اوپر تحقیقات جملہ جبریہ کی جذر نکالنے مین ہوئی ہے اوسے وہ قاعدہ اعداد کے جذر کے نکالنے کا جو حساب مین ہوتا ہی ثابت ہوسکتا ہی جذر ۱۰۰ اکا ۱۰ ہی اور جذر ۱۰۰۰۰ اکا ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰۰۰۰۰ اکا ۱۰۰۰ ہے اور علی ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوتا ہے کہ جو اعداد ۱۰۰ سے کم ہین اونکے جذر مین ایک ہندسہ اور جو ۱۰۰ و ۱۰۰۰۰ اکے درمیان مین ہین اونکی جذر مین دو ہندسے اور جو اعداد ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ اکے درمیان مین ہین اونکی جذر مین تین ہندسے اور علی ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوا کہ اکائی پر نقطہ لگا کر ایک ایک مرتبہ چھوڑکر نقطے لگاوین تو تعداد نقاط سے تعداد جذر کے ہندسون کی دریافت ہوگی مثلاً جذر ۵۶۲۴ مین دو ہندسے ہونگی اور جذر ۲۴۲۵۶۱۱ مین تین ہندسے ہونگی

(۳۰۰) فرض کرو جذر ۳۲۴۹ نکالنا ہے عدد پر بموجب قاعدہ کے نشان نقطون کے لگا تو معلوم ہوا کہ دو ہندسے جذر مین ہونگے فرض کرو کہ ا+ب جذر کو تعبیر کرتا ہے ا دہائیون کو اور ب اکائیون کو تو ا کوئی بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ اکا ہونا چاہی جسکا مجذور ۳۲۰۰ سے کم ہو سو وہ ۵۰ ہے اب ا^۲ کو یعنی ۵۰ کے مجذور کو عدد معلوم مین سے تفریق کرو تو باقی ۷۴۹ رہینگی اب اس باقی کو ۲ا یعنی ۱۰۰ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۷ ہوگا اور یہی ب کی قیمت ہوگی تو (۲ا+ب)ب یعنی ۷×۱۰۷ یعنی ۷۴۹ وہ عدد ہے جسکو تفریق کرنا چاہیے جب اسے تفریق کیا تو کچھہ نہ بچا تو اسے معلوم ہوا کہ ۵۰+۷ یا ۵۷ جذر مطلوب ہے اوپر لکھا ہی کہ ا بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ اکا ہونا چاہیے جسکا مجذور ۳۲۰۰ سے کم ہے اسلیے کہ یہہ بات تو ظاہر ہے کہ ا دس کے اس اضعاف سی جو فرض کیا گیا ہی زیادہ بڑا اضعاف ۱۰ اکا نہین ہوسکتا لیکن بشرط امکان یہہ فرض کر سکتے ہین کہ ا کوئی اضعاف ۱۰ اکا ایسا ہو کہ وہ اس اضعاف

۳۲۴۹ (۵۰+۷
۲۵۰۰
۱۰۰+۷) ۷۴۹
۷۴۹

مفروضہ سے بقدر لا کے کم ہو تو چونکہ لا دہائی کے مرتبہ پر ہے اور ب اکائی کے مرتبہ پر تو لا+ب کم بہ نسبت ا کے ہوگا اسلیئے لا+ب کا مجذور ا² سے کم ہوگا اسلیئے لا+ب بہ نسبت اصلی جذر کے کم ہوگا اسے ثابت ہوا کہ ا دس کا بڑے سے بڑا اضعاف ہونا چاہیئے جو ۳۲۰۰ میں سے تفریق ہو سکے اگر جذر میں تین مرتبہ کے ہندسے ہوں تو ہم فرض کرکے ا تعبیر کرتا ہی سیکڑوں کو اور ب دہائیوں کو تو ا و ب بموجب قاعدہ بالا کے دریافت کرکے سیکڑوں و دہائیوں کو ایک عدد تصور کرکے قیمت ا کی مقرر کرو اور ا سے ب باقی نئی قیمت اکائیوں کے لیئے نکال لو تو جذر مطلوب حاصل ہو جاویگا

(۱.۳) یہہ صفر جو عمل میں لکھے جاتے ہیں اونکو اختصار کے لیئے دور کردو تو بیان مذکور کو اختصار سے یہہ قاعدہ مستنبط ہوتا ہے

کہ اکائیوں پر ایک نقطہ لگاؤ اور پھر آگے ایک ایک مرتبہ بیچمیں چھوڑکر نقطے لگاؤ پس اسطرح سے عدد دوروں میں تقسیم ہو جاویگا پس اول جذر بڑے سے بڑا ایسا دریافت کرو کہ جسکا مجذور دور اول میں شامل ہو تو یہہ عدد ہندسہ اول جذر کا ہوگا اوسکی مجذور کو اول دور میں سے تفریق کرو اور باقی کے ساتھہ دوسرے دور کو اتار لو اور اس مقدار کے آخر عدد کو ساقط سمجھکر دو چند اوس جزر جذر پر جو ابھی دریافت کرکے لکھا ہے تقسیم کرو اور جو خارج قسمت ہو اوسکو جذر میں بھی اور مقسوم علیہ میں بھی اول لکھدو اور جو صورت اب مقسوم علیہ کی بنجاوے اوسکو اوس جز جذر میں کہ دوسری مرتبہ میں دریافت کیا تھا ضرب دو اور حاصل ضرب کو مفروق بناؤ اور مقسوم میں سے تفریق کرو اگر اور دور ہوں تو اونکو اسیطرح سے اتار اتار کر یہی عمل کیئے جاؤ جب تک عدد کے سارے ہندسے ختم ہوں

(۳۰۲) جذر ۱۳۲۴۹۶ و ۵۳۲۲۲۴۹ کا نکالو

۱۳۲۴۹۶ (۳۶۴
۹
۶۶) ۴۲۴
۳۹۶
۷۲۴) ۲۸۹۶
۲۸۹۶
×

۵۳۲۲۲۴۹ (۲۳۰۷
۴
۴۳) ۱۳۲
۱۲۹
۴۶۰۷) ۳۲۲۴۹
۳۲۲۴۹

پہلی مثال مین جب اول صورت جذر مین دریافت کرلی اور باقی نکال اور دو رقم اتار لیا تو ۴۲۴ حاصل ہوئی اور بموجب قاعدہ کے ۴۲ کو ۶ پر تقسیم کیا تو خارج قسمت دوسری صورت جذر کی لکھ حاصل ہوئی اور ظاہرا ۷ دوسری صورت ہونی چاہیے لیکن ۶۷ کو ۷ مین ضرب دینے سے حاصل ضرب ۴۶۹ زیادہ ۴۲۴ سے حاصل ہوتا ہے اسی معلوم ہوا کہ ۷ بہت بڑا جذر کے دوسرے عدد کے لیے ہے اسلیے ۶ مقرر کرکے آزمایش کی تو مطلب برآری ہوئی اسطرح سے بعض اوقات ایک بڑا ہندسہ ابتداء عمل مین جذر کی لیے مقرر کرکے ہمکو بار بار آزمایش کرنی پڑتی ہے دوسرے مثال مین طالب علم جان لین کہ صفر جذر مین جب واقع ہوتا ہے تو کیا عمل کرنا پڑتا ہے

(۳۰۳) اسی قاعدہ جذر سے کسور عشاریہ کے جذر نکالنی کا بھی قاعدہ مستنبط ہوتا ہے اسبات کو خوب سمجھہ بوجھہ لو کہ اگر کسی عشاریہ کا مجذور کرین تو اوسمین مراتب عشاریہ کے جفت درجہ ہونگے اسلیے کسی طاق مرتبہ کے کسر عشاریہ کا پورا جذر نہین نکل سکتا جذر ۳۲٫۴۹ کا ایک دسوان حصہ جذر ۱۰۰×۳۲٫۴۹ یعنی ۳۲۴۹ کا ہے اور ایسی ہی جذر ۰۰۳۲۴۹٫ کا ایک ہزاروان حصہ جذر ۱۰۰۰۰۰۰ × ۰۰۳۲۴۹٫ کا ہے یعنی ۳۲۴۹ کا پس اسطرح سے قاعدہ عشاریہ کے جذر نکالنی کا مستنبط کرسکتے ہین کہ اکائی پر نقطہ دیکر اوسکے داہنے بائین ایک ایک مرتبہ چھوڑکر نقطے لگاؤ اور مثل اعداد صحاح کے اوسکا جذر دریافت کرو اور جذر مین اوتنے مرتبہ عشاریہ کے مقرر کرو جتنی دو دو حصہ عشری مین عدد کے ہون اسمین طالب علم کو چاہیے کہ وہ نہایت احتیاط نقاط لگانے مین کرے اور اس بات کا خوب خیال رکھے کہ اکائی سے نقطے لگانے شروع کرے اور داہنے بائین طرف ایک ایک

مرتبہ چھوڑ کر نقطے لگائی

(۳۰۴) اگر کسی صحیح عدد کے جذر مین اکائیان تک نکال لین مگر پھر بھی باقی رہے تو اوسی جا جانا چاہیے کہ عدد کا جذر پورا نہین نکل سکتا وہان اکائی کی اول مین علامت اعشاریہ لکھکر اوسکی اوپر جفت صفر جسقدر چاہین لگالین اور آگے جذر نکالنا شروع کرین تو صحیح عدد پر سطرح سے ایک جز عشری جذر مین نکل کر زیادہ ہوجاویگا اور جذر تقریبی جسقدر چاہین نکال لین اور علی ہذا القیاس اگر عدد اعشاریہ کا پورا جذر نہ نکل سکتا ہو تو اوسپر بھی صفر اسیطرح زیادہ کرکے جذر کا عمل کرو اور جسقدر چاہو جذر حقیقی کے قریب قریب جذر نکال لو

(۳۰۵) ۴۰ کا جذر سات مرتبہ اعشاریہ کے نکالنے کے ترتیب ذیل مین درج ہے

۴۰.۰۰:۰۰ (۶.۳۲۴۵۵۵
۳۶
۱۲۳) ۴۰۰
۳۶۹
۱۲۶۲) ۳۱۰۰
۲۵۲۴
۱۲۶۴۴) ۵۷۶۰۰
۵۰۵۷۶
۱۲۶۴۸۵) ۷۰۲۴۰۰
۶۳۲۴۲۵
۱۲۶۴۹۰۵) ۶۹۹۷۵۰۰
۶۳۲۴۵۲۵
۱۲۶۴۹۱۰۵) ۶۷۲۹۷۵۰۰
۶۳۲۴۵۵۲۵
۴۰۵۱۹۷۵

(۳۰۶) اب ہم ایک جملہ مرکب کے جذر الکعب نکالنے کی ترکیب لکھتے ہین ا^3+۳ا^{2}ب+۳اب^2+ب^3 کا جذر الکعب ا+ب ہے پس ا^3+۳ا^{2}ب+۳اب^2+ب^3 سے ا+ب نکالنے کی حکمت لکھکر اوس سے قاعدہ کلیہ ہر جملہ مرکب کے جذر الکعب نکالنے کا استخراج کرینگے

ا^3+۳ا^{2}ب+۳اب^2+ب^3 (ا+ب
ا^3
۳ا^2) ۳ا^{2}ب+۳اب^2+ب^3
۳ا^{2}ب+۳اب^2+ب^3

بموجب حرف ا کے قوار کے

ارقام کو بالترتیب لکھو تو اول رقم ا^3 ہوگی اور اوسکا کعب ا ہی یہہ جذر الکعب مطلوب کے اول رقم بناؤ اور اوسکی مکعب کو یعنی ا^3 کو ساری جملہ مین سے تفریق کرو اور باقی ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 لکھو نیچے اُتار لو اور ۳ا^{2}ب کو ۳ا^2 پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ب نکلیگا اور یہہ دوسری رقم جذر الکعب مطلوب کی ہوگی اور پھر ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 کو باقی مین سے تفریق کرو تو کل جذر الکعب ا + ب حاصل ہو جائگا اور عمل ختم ہو جائگا

لیکن اگر اور زیادہ رقمین ہون تو ا + ب پر وہ عمل کرنا چاہئے جو اوپر عمل کیا ہی مکعب ا + ب کا یعنی ا^3 + ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 اوسی تفریق ہوا ہے تو باقی کو ۳ (ا + ب)^2 پر تقسیم کرکے ایک اور نئی رقم دریافت کرین اور علی ہذا القیاس آگے عمل بطور سابق کرین

(۳۰۷) پیچیدہ جملون اور اعداد کے جذر الکعب کے نکالنے مین آسانی اسطرح ہی کہ عمل دفعہ بالا کو تین جگہہ لکھین جس طرح نیچے لکھا ہے

خانہ اول	خانہ دوم	خانہ سوم
۳ا + ب	ا^2	ا^3 + ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 (ا + ب
	(۳ا + ب) ب	ا^3
	۳ا^2 + ۳اب + ب^2	۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3
		۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3

اول رقم کے جذر الکعب یعنی ا کو دریافت کرو اور ا^3 کو جملہ کے نیچے لکھو جو تیسرے خانہ مین لکھا ہے اور تفریق کرو اور ۳ا کو اول خانہ پر لکھو اور ۳ا^2 کو دوسرے خانہ پر اور ۳ا^{2}ب کو ۳ا^2 پر تقسیم کرو اور خارج قسمت حاصل کرو اور ب کو اول خانہ مین جو جملہ لکھا ہی اوسپر زیادہ کرو اور اب جو جملہ بنجاوے اوسکو ب مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو دوسرے مقام کی جملہ کے نیچے لکھو اور اوسکو اوس جملہ پر جو دوسرے کی بالفعل لکھا ہو زیادہ کرو تو ۳ا^2 + ۳اب + ب^2 حاصل ہوگا اسکو ب مین ضرب دو تو حاصل ۳ا^{2}ب + ۳اب^2 + ب^3 ہوگا اوسکو تیسرے خانہ پر لکھکر تفریق کرو پس اسطرح سے معنی (ا + ب)^3 کے تفریق کرنیکا اصل جملہ مین سے عمل کیا اگر وہان اور زیادہ رقمین ہون تو یہی عمل جاری رکھو

(۳۰۸) جب اور آگے عمل کرنا پڑے تو ہمکو خانہ اول پر کچھ ب۲ زیادہ کرنا چاہئے کہ جسے جملہ خانہ اول کا چند اوس جملہ جذر الکعب سے کہ اتبک نکلا ہے ہو جاوے اور یہہ بات سطر ثانی سے حاصل ہوتی ہے کہ خانہ اول مین ۳ا۲ + ب پر ب زیادہ کرین تو ۳ا۲ + ۳ب حاصل ہوگا اور یہہ چند ا + ب یعنی اوس حصہ جذر الکعب کا ہے جو اتبک دریافت ہوا ہے اور سوائے اسکے ہمکو دوسرے خانہ مین ایسی رقم کوئی زیادہ کرنی چاہئے کہ چند مجذور اوس حصہ کا جو جذر الکعب کا اتبک دریافت ہوا معلوم ہو جائے

آسان ترکیب یہہ ہے کہ خانہ دوم مین (۳ا+ب) ب اور ۳ا۲ + ب
جسکے نیچے ۳ا۲ + ۳اب + ب۲ لکھی ہوئی ہین

۳ا۲ + ب
۲ب
۳ا۲ + ۲اب

اسکے نیچے ب۲ اور لکھو اور تینون سطرون کے
تینون جملون جمع کرلو تو ۳ا۲ + ۶اب + ۳ب۲ یعنی (ا+ب)۲ کا چند حاصل ہوگا
یعنی یہہ چند مجذور اوس حصہ کا جو اتبک دریافت ہوا ہے

(۳ا+ب) ب
۳ا۲ + ۳اب + ب۲
ب۲
۳ا۲ + ۶اب + ۳ب۲

(۳۰۹) مثالین

۸ لا۶ − ۳۶ لا۵ + ۱۰۲ لا۴ − ۱۷۱ لا۳ + ۲۰۴ لا۲ − ۱۴۴ لا + ۶۴ کا جذر الکعب نکالو

خانہ اول

۶ لا۲ − ۳ لا
− ۶ لا
۶ لا۲ − ۹ لا + ۴

خانہ دوم

۱۲ لا۴
(۶ لا۲ − ۳ لا) ۳ لا −
۱۲ لا۴ − ۱۸ لا۳ + ۹ لا۲
۹ لا۲
۱۲ لا۴ − ۳۶ لا۳ + ۲۷ لا۲
(۶ لا۲ − ۹ لا + ۴) ۴
۱۲ لا۴ − ۳۶ لا۳ + ۵۱ لا۲ − ۳۶ لا + ۱۶

خانہ سوم

۸ لا۶ − ۳۶ لا۵ + ۱۰۲ لا۴ − ۱۷۱ لا۳ + ۲۰۴ لا۲ − ۱۴۴ لا + ۶۴ (۲ لا۲ − ۳ لا + ۴
۸ لا۶
− ۳۶ لا۵ + ۱۰۲ لا۴ − ۱۷۱ لا۳ + ۲۰۴ لا۲ − ۱۴۴ لا + ۶۴
− ۳۶ لا۵ + ۵۴ لا۴ − ۲۷ لا۳
۴۸ لا۴ − ۱۴۴ لا۳ + ۲۰۴ لا۲ − ۱۴۴ لا + ۶۴
۴۸ لا۴ − ۱۴۴ لا۳ + ۲۰۴ لا۲ − ۱۴۴ لا + ۶۴

جذر الکعب ۸لا^{6} کا ۲لا^{2} ہے اور یہہ اول رقم جذر الکعب مطلوب کی ہے ۸لا^{6} کو جملہ معلوم کی تحت
تیسرے خانہ مین لکھو اور اسکو تفریق کرو اور ۲لا^{2} کے سہ چند کو اول خانہ مین اور سہ چند مجذور
۲لا^{2} کو دوسرے خانہ مین لکھو یعنی ۶لا^{2} اول خانہ مین اور ۱۲لا^{4} دوسرے خانہ مین لکھو - ۳۶لا^{5} کو ۱۲لا^{4} پر
تقسیم کرو تو خارج قسمت -۳لا حاصل ہوگا اور یہہ دوسری رقم جذر الکعب کی ہوگی اس رقم کو اول
خانہ مین لکھو اور اب جو جملہ اول خانہ مین پیدا ہوا ہے یعنی ۶لا^{2} - ۳لا کو -۳لا مین ضرب دو اور
حاصل ضرب کو دوسرے خانہ مین لکھدو اور اس خانہ کی جملہ کے ساتھ جمع کرو تو ۱۲لا^{4} - ۱۸لا^{3} + ۹لا^{2}
حاصل ہوگا اسکو -۳لا مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو تیسرے خانہ مین لکھکر تفریق کرو تو تیسرے خانہ مین
باقی نکلیگی اور جذر الکعب مطلوب کا حصہ ۲لا^{2} - ۳لا حاصل ہوگا اب خانہ اول اور دوم کو بموجب دفعہ
۳۰۸ کے درست کرین یعنی دو چند -۳لا یعنی -۶لا کو خانہ اول مین لکھکر جمع کرو تو ۶لا^{2} - ۹لا
حاصل ہونگے یعنی سہ چند اوس حصہ جذر الکعب کا جو اب تک دریافت ہوا ہے اور مجذور -۳لا
یعنی ۹لا^{2} دوسرے خانہ مین لکھکر آخر تینون سطرون کے جملون کو جمع کرین تو ۱۲لا^{4} - ۳۶لا^{3} + ۲۷لا^{2} ہوگا
یہہ سہ چند مجذور جذر الکعب کے اوس حصہ کا ہے جو اب تک نکلا ہے - اب جو باقی تیسرے خانہ مین
ہے اوسکو اس جملہ پر جو اب حاصل ہوا ہے تقسیم تو ۴ نکلینگی اور یہہ آخر رقم جذر الکعب مطلوب
کی ہوگی اور اوسپر عمل اوسیطرح کرین جیسا کہ پہلے کیا تھا یعنی اس رقم کو اول خانہ مین لکھدین
تو جملہ اول خانہ مین ہوگا یہہ ہوگا کہ ۶لا^{2} - ۹لا + ۴ اسکو ۴ مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو
نیچے خانہ دوم کے جملہ کے لکھین اور ان دو کو جمع کرین تو ۱۲لا^{4} - ۳۶لا^{3} + ۵۱لا^{2} - ۳۶لا + ۱۶
حاصل ہوگا اسکو ۴ مین ضرب دیکر حاصل ضرب کو تیسرے خانہ مین لکھین اور تفریق کرین اور کچھہ
باقی نہین رہیگی اسلئے ثابت ہوا کہ ۲لا^{2} - ۳لا + ۴ جذر الکعب مطلوب ہے

(۳۱۰) جو کچھہ جملہاے جبریہ کے جذر الکعب کی تحقیقات اوپر ہوئی وہ اعداد کے جذر الکعب نکالنے مین
بھی بکار آمد ہے اور اوسی ترکیب سے اعداد کا جذر الکعب نکل سکتا ہے
جذر الکعب ۱۰۰۰ کا ۱۰ ہے اور ۱۰۰۰۰۰۰ کا ۱۰۰ ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ جذر الکعب اون اعداد کا

جو ۱۰۰۰ اسسے کم ہے ایک ہندسہ رکھتا ہی اور جذر الکعب اون اعداد کا کہ ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ اسکے درمیان واقع ہین دو ہندسے رکھتا ہے پس اسسے معلوم ہوا کہ اگر اکائی پر ایک نقطہ کا نشان کرکے دو دو مرتبہ بیچمین چھوڑ کر نشان نقطہ کا کرین تو تعداد ان نقاط کی جذر الکعب کی ہندسون کی تعداد بتلا دینگے مثلا جذر الکعب ۴۰۵۲۲۴ مین دو ہندسے ہون اور جذر الکعب ۱۲۸۱۲۹۰۴ مین تین ہندسے ہین اب فرضکرو کہ جذر الکعب ۲۷۴۶۲۵ کا دریافت کرنا ہے

۶۰+۵)۲۷۴۶۲۵ ۔ ۲۱۶۰۰۰ ۔ ۵۸۶۲۵ ۔ ۵۸۶۲۵

۵+۱۸۰ ۔ ۱۰۸۰۰ ۔ ۹۲۵ ۔ ۱۱۷۲۵

نقطونکے نشان قاعدہ کے موافق لگاؤ جسسے معلوم ہوجاے کہ جذر الکعب مطلوب مین دو ہندسے ہین فرض کرو ا + ب جذر الکعب کو تعبیر کرتا ہے اس طرح سی کہ ا دہائیون کو اور ب اکائیون کو اب ا کوئی بڑے سے بڑا اضعاف ۱۰ کا ہو جسکا مکعب ۲۷۴۰۰۰ سے کم ہو سو وہ ۶۰ ہے پس مکعب ۶۰ یعنی ۲۱۶۰۰۰ کو تیسرے خانہ مین عدد معلوم کے نیچے لکھو اور تفریق کرو اور جذر ۶۰ کو اول خانہ مین لکھو یعنی ۱۸۰ اور جذر مجذور ۶۰ کو دوسرے خانہ مین یعنی ۱۰۸۰۰ اور اب عدد خانہ سوم کو عدد خانہ دوم پر تقسیم کرو یعنی ۵۸۶۲۵ کو ۱۰۸۰۰ پر تو ۵ حاصل ہونگے یہہ قیمت ب کی ہوگی پس ۵ کو اول خانہ پر زیادہ کرو اور اس حاصل جمع کو ۵ مین ضرب دو یعنی ۱۸۵ کو ۵ مین ضرب دو تو ۹۲۵ حاصل ہونگے اور اوسکو دوسرے خانہ مین لکھو اور جو عدد وہان ہین اوسکی ساتھہ جمع کرو تو ۱۱۷۲۵ حاصل ہونگے اسکو ۵ مین ضرب دو اور حاصلضرب کو تیسرے خانہ مین لکھو اور تفریق کرو اب باقی صفر ہے اسلیے ۶۵ جذر الکعب مطلوب ہے صفرونکو علیحدہ کردو تو اختصار کے ساتھہ عمل اسطرح سے ہوگا

۲۷۴۶۲۵(۶۵ ۔ ۲۱۶ ۔ ۵۸۶۲۵ ۔ ۵۸۶۲۵

۱۸۵ ۔ ۱۰۸ ۔ ۹۲۵ ۔ ۱۱۷۲۵

(۳۱۱) جزر الکعب ۱۰۹۲۱۵۳۵۲ کا نکالو
۴۸

۱۰۹ ۲۱۵۳۵۲ (۴۷۸
۶۴
۴۵۲۱۵
۳۹۸۲۳
۵۳۹۲۳۵۲
۵۳۹۲۳۵۲
×

۸۸۹
۵۴۸۹
۴۹
۶۶۲۷
۱۱۳۴۴
۶۷۴۰۴۴

۱۲۷
۱۴
۱۴۱۸

جب جذر الکعب مین دو ہندسے یعنی ۴۷ حاصل ہو گئے تو بموجب دفعہ ۳۰۸ کے اول اور دوسرے خانہ کو پر کیا ۷ کے دو چند ۱۴ کو اول خانہ مین لکھکر دونو سطرون کو جمع کر لیا اور ۱۴۱ حاصل کئی اور دوسرے خانہ مین مجذور ۷ کا لکھکر اور آخر تینون سطرون کو جمع کر کے ۶۶۲۷ حاصل کیے اور پہر عمل بطور سابق کیا تو جذر الکعب ۴۷۸ حاصل ہوا

اتنا عمل مین ہم یہہ خیال کر سکتے ہین کہ جذر الکعب مین دوسرا ہندسہ ۸ یا ۹ ہو لیکن امتحان کرنے سے معلوم ہو گا کہ یہہ اعداد بڑی ہین جذر کیطرح کئی اعداد پر امتحان عموماً ابتدار عمل مین کرنا پڑتا ہے

(۳۱۲) ۸۶۵۳۰۰۲۸۷۷ کا نکالو

۸۶۵۳۰۰۲۸۷۷ (۲۰۵۳
۸
۶۵۳۰۰۲
۶۱۵۱۲۵
۳۷۸۷۷۸۷۷
۳۷۸۷۷۸۷۷
×

جذر الکعب
۱۲ ۰ ۰
۳۰۲۵
۱۲۳۰۲۵
۲۵
۱۲۶۰۷۵
۱۸۴۵۹
۱۲۶۲۵۹۵۹

۶۰۵
۱۰
۶۱۵۳

اس مثال سے طالب علم کو یہہ معلوم ہو گا کہ جب صفر جذر الکعب مین واقع ہوتا ہے تو کیا کرنا پڑتا ہے

(۳۱۳) جب ایک عدد مین مراتب عشاریہ ہون تو اوسکے مکعب مین اوسے سہ چند مراتب عشاریہ ہونگے پس اگر ایک عدد ایسا ہو کہ اوسمین مراتب عشاریہ ہون اور وہ مکعب کامل ہو اور اپنی سادہ صورت مین لکہا ہو تو اوسمین ضرور تعداد مراتب کوئی اضعاف ۳ کا ہو گا اور اوسکے جذر الکعب مین تہائی مراتب اوس عدد سے ہونگے پس اسے معلوم ہوا کہ اکائی پر نقطہ کا

نشان کرکے چپ و راست دو دو مراتب چھوڑ کر نقاط لگائیں اور صحیح کے طور پر جذر الکعب نکالیں تو اوسمیں تعداد مراتب اعشاریہ کے موافق تعداد نقاط کے ہونگے جو عدد کے اعشاریہ حصہ پر لگے ہوئے ہیں

(۳۱۴) ۱۴۱۰۲ر۳۲۷۲۹۶ کا جذر الکعب نکالو

۱۴۱۰۲ر۳۲۷۲۹۶ (۲۴ر۱۶
۸
۶۱۰۲
۵۸۲۴
۲۷۸۳۲۷
۱۷۳۵۲۱
۱۰۴۸۰۶۲۹۶
۱۰۴۸۰۶۲۹۶

۱۲
۲۵۶
۱۴۵۶
۱۶
۱۷۲۸
۷۲۱
۱۷۳۵۲۱
۱
۱۷۴۲۴۳
۴۳۴۱۶
۱۷۴۶۷۷۱۶

۶۴
۸
۷۲۱
۲
۷۲۳۶

(۳۱۵) اگر کسی صحیح یا اعشاریہ عدد کا جذر الکعب پورا نہ نکلتا ہو تو اوسکی اول صفر زیادہ کرکے عمل جذر الکعب جہاں تک دل چاہے کئے جاؤ جتنا عمل کروگے اوتنا جذر الکعب تقریبی نکالوگی یعنی ایسا جذر الکعب نکلیگا جو حقیقی جذر الکعب کے قریب ہوجائیگا نیچے ۴ر کا جذر الکعب چار مرتبہ تک نکالکر لکھتے ہیں

ر۴۰۰ (ر۷۳۶۸
۳۴۳
۵۷۰۰۰
۴۶۰۱۷
۱۰۹۸۳۰۰۰
۹۶۷۱۲۵۶
۱۳۱۱۷۴۴۰۰۰
۱۳۰۱۴۸۴۰۳۲
۱۰۲۵۹۹۶۸

۱۴۷
۶۳۹
۱۵۳۳۹
۹
۱۵۹۸۷
۱۳۱۷۶
۱۶۱۱۸۷۶
۳۶
۱۶۲۵۰۸۸
۱۷۶۷۰۴
۱۶۲۶۸۵۵۰۴

۲۱۳
۶
۲۱۹۶
۱۲
۲۲۰۸۸

امثلہ نمبری ۳۲

دریافت کرو قیمت

(۱) $\sqrt[۳]{(۹\,آ^{۲}\,ب^{۳})}$ (۲) $\sqrt[۳]{(۸\,آ^{۳}\,ب^{۳})}$ (۳) $\sqrt[۳]{(-۶۴\,آ^{۳}\,ب^{۶})}$

(۴) $\sqrt[۴]{(۱۶\,آ^{۴}\,ث\,ح^{۸})}$ (۵) $\sqrt[۵]{-د^{۵}\,ن\,ح^{۱۵}}$

(۸) ۴√(۸۱ اٰ / بٰ جٰ)　　(۹) ۵√(۳۲ / ...)　　(۱۰) ۶√(۶۴ ... / ...)

جملہا رمفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۱۱) ۱۶ اٰ + ۴۰ ا ب + ۲۵ بٰ　　(۱۲) ۴۹ اٰ − ۸۴ اٰ ب + ۳۶ بٰ

(۱۳) ۳۶ لاٰ + ۱۲ لاٰ + ۱　　(۱۴) ۶۴ اٰ + ۴۸ ا ب ج + ۹ بٰ جٰ

(۱۵) (۲۵ اٰ + ۲۰ ا ب + ۴ بٰ) / (۲۵ اٰ + ۲۰ ا ج + ۴ جٰ)　　(۱۶) (۹ لاٰ − ۲۴ لاٰ + ۱۶) / (۴ لاٰ − ۱۲ لا + ۹)

(۱۷) لاٰ + ۲ لاٰ + ۳ لاٰ + ۲ لا + ۱　　(۱۸) ۱ − ۲ لا + ۵ لاٰ − ۴ لاٰ + ۴ لاٰ

(۱۹) لاٰ + ۶ لاٰ + ۲۵ لاٰ + ۴۸ لا + ۶۴　　(۲۰) لاٰ − ۴ لاٰ + ۸ لا + ۴

(۲۱) ۱ − ۴ لا + ۱۰ لاٰ − ۱۲ لاٰ + ۹ لاٰ

(۲۲) ۴ لاٰ − ۴ لاٰ − ۷ لاٰ + ۴ لا + ۴

(۲۳) لاٰ − ۲ ا لاٰ + ۵ اٰ لاٰ − ۴ اٰ لا + ۴ اٰ

(۲۴) لاٰ − ۲ ا لاٰ + (اٰ + ۲ بٰ) لاٰ − ۲ ا بٰ لا + بٰ

(۲۵) لاٰ − ۱۲ لاٰ + ۶۰ لاٰ − ۱۶۰ لاٰ + ۲۴۰ لاٰ − ۱۹۲ لا + ۶۴

(۲۶) لاٰ + ۴ ا لاٰ − ۱۰ اٰ لاٰ + ۴ اٰ لا + اٰ

(۲۷) ۱ − ۲ لا + ۳ لاٰ − ۴ لاٰ + ۵ لاٰ − ۴ لاٰ + ۳ لاٰ − ۲ لاٰ + لاٰ

(۲۸) ۴ لاٰ / ۹ یٰ − لا / ی − ۱۶ لاٰ / ۱۵ یٰ + ۹ یٰ / ۱۶ لاٰ + ۶ لا / ۵ ی + ۱۶ لاٰ / ۲۵ یٰ

چوتھے مرتبہ کا نزول دریافت کرو

(۲۹) ۱ + ۴ لا + ۶ لاٰ + ۴ لاٰ + لاٰ

(۳۰) ۱۶ لاٰ − ۹۶ لاٰ ی + ۲۱۶ لاٰ یٰ − ۲۱۶ لا یٰ + ۸۱ یٰ

(۳۱) ۱ − ۴ لا + ۱۰ لاٰ − ۱۶ لاٰ + ۱۹ لاٰ − ۱۶ لاٰ + ۱۰ لاٰ − ۴ لاٰ + لاٰ

(۳۲) [لاٰ − ۲ (ا + ب) لاٰ + (اٰ + ۴ ا ب + بٰ) لاٰ − ۲ ا ب (ا + ب) لا + اٰ بٰ]ٰ

آٹھویں مرتبہ کا نزول جملہا رمفصلہ ذیل کا دریافت کرو

(۳۳) لاٰ + ۸ لاٰ + ۲۸ لاٰ + ۵۶ لاٰ + ۷۰ لاٰ + ۵۶ لاٰ + ۲۸ لاٰ + ۸ لا + ۱

(۳۴) (لا^{۴} − ۲ لا^{۳} ی + ۳ لا^{۲} ی^{۲} − ۲ لا ی^{۳} + ی^{۴})

اعداد مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۳۵) ۱۱۵۶ (۳۶) ۲۰۲۵ (۳۷) ۳۷۲۱ (۳۸) ۵۱۸۴ (۳۹) ۷۵۶۹

(۴۰) ۹۸۰۱ (۴۱) ۱۵۱۲۹ (۴۲) ۱۰۳۰۴۱ (۴۳) ۱۶۵۶۴۹

(۴۴) ۳۰۸۰٫۲۵ (۴۵) ۴۱٫۲۱۶۴ (۴۶) ٫۸۳۵۳۹۶

(۴۷) ۱۵۲۲۷۵۶ (۴۸) ۲۹۳۷۶۴۰۰ (۴۹) ۳۸۴۵۲۴٫۰۱

(۵۰) ۴۹۸۱٫۵۳۶۴ (۵۱) ۶۴٫۱۲۸۰۶۴ (۵۲) ٫۲۴۳۷۳۹۶۹

(۵۳) ۱۴۴۱۶۸۰۴۹ (۵۴) ۲۵۴۰۷۶٫۴۸۳۶ (۵۵) ۳٫۲۵۵۱۳۷۶۴

(۵۶) ۴٫۵۴۴۹۹۷۶۱ (۵۷) ٫۵۶۸۷۸۷۳۰۵۶ (۵۸) ۱۹۶۵۴۰۶۰۲۲۴۱

ہر یک عدد کا جذر پانچ مرتبہ کے اعشاریہ تک نکالو

(۵۹) ٫۹ (۶۰) ۶٫۲۱ (۶۱) ٫۴۳ (۶۲) ٫۰۰۸۵۲ (۶۳) ۱۷

(۶۴) ۱۲۹ (۶۵) ۳۴۷٫۲۵۹ (۶۶) ۱۴۲۹۵٫۳۸۷

جذر الکعب جملہا ر مفصلہ ذیل کا نکالو

(۶۷) ۸ لا^{۳} + ۳۶ لا^{۲} ی + ۵۴ لا ی^{۲} + ۲۷ ی^{۳}

(۶۸) ۱۷۲۸ لا^{۶} + ۱۷۲۸ لا^{۴} ی^{۳} + ۵۷۶ لا^{۲} ی^{۶} + ۶۴ ی^{۹}

(۶۹) لا^{۳} − ۳ لا^{۲} (ا + ب) + ۳ لا (ا + ب)^{۲} − (ا + ب)^{۳}

(۷۰) لا^{۶} + ۳ لا^{۵} + ۶ لا^{۴} + ۷ لا^{۳} + ۶ لا^{۲} + ۳ لا + ۱

(۷۱) لا^{۶} − ۳ ا لا^{۵} + ۵ ا^{۳} لا^{۳} − ۳ ا^{۵} لا − ا^{۶}

(۷۲) ۸ لا^{۶} + ۴۸ ح لا^{۵} + ۶۰ ح^{۲} لا^{۴} − ۸۰ ح^{۳} لا^{۳} − ۹۰ ح^{۴} لا^{۲} + ۱۰۸ ح^{۵} لا − ۲۷ ح^{۶}

(۷۳) ۱ − ۹ لا + ۳۹ لا^{۲} − ۹۹ لا^{۳} + ۱۵۶ لا^{۴} − ۱۴۴ لا^{۵} + ۶۴ لا^{۶}

(۷۴) ۱ − ۳ لا + ۶ لا^{۲} − ۱۰ لا^{۳} + ۱۲ لا^{۴} − ۱۲ لا^{۵} + ۱۰ لا^{۶} − ۶ لا^{۷} + ۳ لا^{۸} − لا^{۹}

چھٹے مرتبہ کا نزول جملہاے مفصلہ ذیل کا دریافت کرو

(۷۵) $۱ + ۱۲\text{لا} + ۶۰\text{لا}^{۲} + ۱۶۰\text{لا}^{۳} + ۲۴۰\text{لا}^{۴} + ۱۹۲\text{لا}^{۵} + ۶۴\text{لا}^{۶}$

(۷۶) $۷۲۹\text{لا}^{۶} - ۱۴۵۸\text{لا}^{۵} + ۱۲۱۵\text{لا}^{۴} - ۵۴۰\text{لا}^{۳} + ۱۳۵\text{لا}^{۲} - ۱۸\text{لا} + ۱$

اعداد کا جذر الکعب دریافت کرو

(۷۷) ۱۹۶۸۳ (۷۸) ۴۲۸۷۵ (۷۹) ۱۵۷۴۶۴

(۸۰) ۲۲۶۹۸۱ (۸۱) ۶۸۱۴۷۲ (۸۲) ۷۷۸۶۸۸

(۸۳) ۲۶۲۸۰۷۲ (۸۴) ۳۲۴۱۷۹۲ (۸۵) ۵۴۰۱۰۱۵۲

(۸۶) ۶۰۲۳۶٫۲۸۸ (۸۷) ۱۹۱٫۱۰۲۹۷۶ (۸۸) ٫۲۲۰۳۴۸۸۶۴

(۸۹) ۱۳٫۱۳۳۰۹۳۱ (۹۰) ۲۰۹۱۰۵۱۸۸۷۵

(۹۱) ۹۱۳۹۸۶۴۸۴۶۹۱۲۵ (۹۲) ۵۳۴۰۱۰۴۳۹۳۲۳۹

تینتیسوان باب قوت نما

(۳۱۶) دفعہ ۱۶ مین جو تعریف قوت نما کی لکھی ہی اوسکی بموجب وہ مثبت اور صحیح عدد ہوتا ہے اب ہم اس تعریف کو توسیع کے ساتھہ بیان کرینگے اور قوت نما کی خواہ کسر ہو خواہ منفی ہو تعریف لکھینگے

(۳۱۷) اگر م و ن مثبت صحیح اعداد ہون

تو $ا^{م} × ا^{ن} = ا^{م+ن}$

دفعہ ۵۹ مین اِس بیان کا ثبوت ہو چکا ہی لیکن اوس ثبوت کو یہان مکرر لکھنا خالی از منفعت نہین ہے

$ا^{م} = ا × ا × ا ...$ م جز ضربی تک بموجب دفعہ ۱۶

$ا^{ن} = ا × ا × ا ...$ ن جز ضربی تک بموجب دفعہ ۱۶

اسواسطے $ا^{م} × ا^{ن} = ا × ا × ا ... × ا × ا × ا ...$ م + ن جز ضربی تک

$= ا^{م+ن}$ بموجب دفعہ ۱۶ کے

اور اسیطرح سے اگر ع کوئی مثبت صحیح ہو تو

$ا^{م} × ا^{ن} × ا^{ع} = ا^{م+ن+ع}$ اور علی ہذا القیاس

(۳۱۸) اگر م و ن مثبت صحیح اعداد ہون اور م بڑا بہ نسبت ن کے ہو تو بموجب دفعہ ۳۱۷ کے

$$ا^{م-ن} \times ا^{ن} = ا^{م-ن+ن} = ا^{م}$$

اسواسطے $\frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = ا^{م-ن}$

(۳۱۹) قوت نما کسری اور قوت نما منفی کی تعریف ابتک کچھہ نہین کی گئی ہی اونکی تعریف چاہیے جو کچھہ کرو مگر آسانی اسمین ہے کہ ارتباط $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$ کو خواہ م اور ن کچھہ ہی ہون صحیح اور درست مان کر حدود اونکے بنا لیے جائین

مثلاً $ا^{\frac{1}{2}}$ کے معنی تبلاؤ

بموجب فرض کے $ا^{\frac{1}{2}} \times ا^{\frac{1}{2}} = ا^{1} = ا$ پس $ا^{\frac{1}{2}}$ ایسا عدد ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو فی نفسہ ضرب دین تو حاصل ا ہوا اور بموجب حدود کے ایسا عدد جذر ا کا ہی پس $ا^{\frac{1}{2}}$ برابر جذر ا کے ہوا یعنی $ا^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ا}$

معنی $ا^{\frac{1}{3}}$ کے دریافت کرو

بموجب فرض کے $ا^{\frac{1}{3}} \times ا^{\frac{1}{3}} \times ا^{\frac{1}{3}} = ا^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = ا^{1} = ا$

پس اسسے معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{1}{3}}$ جذر الکعب ا کے برابر ہی یعنی $ا^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{ا}$

بتلاؤ $ا^{\frac{3}{4}}$ کے کیا معنی ہین

بموجب فرض کے $ا^{\frac{3}{4}} \times ا^{\frac{3}{4}} \times ا^{\frac{3}{4}} \times ا^{\frac{3}{4}} = ا^{3}$

پس اسواسطے $ا^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{ا^{3}}$

ان مثالون سے طالب علم سمجھنے کے قابل ہو جاویگا کہ قوت نما کسری کے کیا معنی ہین اب ہم دو دفعات ذیل مین حدود کو علامات عامہ مین بیان کرتے ہین

(۳۲۰) معنی $ا^{\frac{1}{ن}}$ کے تبلاؤ ن ایک صحیح اور مثبت عدد ہے

بموجب فرض کے $ا^{\frac{1}{ن}} \times ا^{\frac{1}{ن}}$ .... ن اجزا ضربی تک $= ا^{\frac{1}{ن}+\frac{1}{ن}+\frac{1}{ن}}$ .... ن رقمون تک $= ا^{1} = ا$

پس معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{1}{ن}}$ برابر ا کے ن مرتبہ کے نزول کے ہی یعنی $ا^{\frac{1}{ن}} = \sqrt[ن]{ا}$

(۳۲۱) $ا^{\frac{م}{ن}}$ کے معنی بتلاؤ جب م اور ن مثبت اور صحیح اعداد ہین بموجب فرض کے

$ا^{\frac{م}{ن}} \times ا^{\frac{م}{ن}}$ ... ن اجزا ضربی تک $= ا^{\frac{م}{ن}+\frac{م}{ن}+\frac{م}{ن}}$ ... ن رقمون تک $= ا^{م}$

اسواسطے $ا^{\frac{م}{ن}}$ برابر ن مرتبہ کے نزول $ا^م$ کے ہے

یعنی $ا^{\frac{م}{ن}} = \sqrt[ن]{ا^م}$ پس اس سے معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{م}{ن}}$ سے مراد یہہ ہے ا کی م قوت کی ن مرتبہ کا نزول یعنی جب قوت نما کسر ہو تو شمار کنندہ مرتبہ صعود کو اور نسب نما مرتبہ نزول کو تعبیر کریگا

(۳۲۲) پس مثبت قوت نما کی خواہ وہ صحیح یا کسر ہو معنی بتلائے گئے پس اب منفی قوت نما کے معنی بتلانے رہے مثلاً $ا^{-۲}$ کے معنی بتلاؤ کہ کیا ہین

بموجب فرض کے $ا^{-۲} \times ا^{۲} = ا^{-۲+۲} = ا^{۰} = ۱$

اسواسطے $ا^{-۲} = \frac{۱}{ا^{۲}} = \frac{۱}{ا^{۲}}$

اب ہم اس حدود کو علامات عامہ مین بیان کرتے ہین

(۳۲۳) دریافت کرو کہ کیا معنی $ا^{-ن}$ کے ہین جب ن ایک مثبت عدد صحیح یا کسر ہو

بموجب فرض کے م کچھہ ہی ہو $ا^{م} \times ا^{-ن} = ا^{م-ن}$

اب ہم فرض کرتے ہین کہ م مثبت اور بڑا بہ نسبت ن کے تو اوپر کی طرح

$ا^{م-ن} \times ا^{ن} = ا^{م}$ اور اسواسطے $ا^{م-ن} = \frac{ا^{م}}{ا^{ن}}$

اسواسطے $ا^{م} \times ا^{-ن} = \frac{ا^{م}}{ا^{ن}}$

اسواسطے $ا^{-ن} = \frac{۱}{ا^{ن}}$

اس مطلب کو الفاظ مین بیان کرنے کے لئے متکافی کے معنی بتلانے پڑے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی متکافی کہلاتی ہے اگر اون دونون کا حاصلضرب احد کے برابر ہو جیسے کہ لا متکافی $\frac{۱}{لا}$ کا ہے

پس اس سے معلوم ہوا کہ $ا^{-ن}$ متکافی $ا^{ن}$ کا ہے اس نتیجہ کو علامات مین اتنی طورون سے لکھہ سکتے ہین

کہ $ا^{-ن} = \frac{۱}{ا^{ن}}$ و $ا^{ن} = \frac{۱}{ا^{-ن}}$ و $ا^{ن} \times ا^{-ن} = ۱$

(۳۲۴) قوت نما منفی کے معنی جو اوپر بیان ہوئے اوس سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ $ا^{م} \div ا^{ن} = ا^{م-ن}$ خواہ م بڑا ہو ن سے خواہ چھوٹا ہو ن سے اسواسطے اگر م چھوٹا ن سے ہو تو

$$ا^{م} \div ا^{ن} = \frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = \frac{۱}{ا^{ن-م}} = ا^{-(ن-م)} = ا^{م-ن}$$

فرضکرو کہ م = ن تو $ا^{م} ÷ ا^{ن}$ ظاہر برابر ۱ کے ہے اور $ا^{م-ن} = ا^{۰}$ آخر رمز کے معنی ابتک سمجھہ نہین مقرر ہوئے ہین پس ہم کو اختیار ہے کہ اوسکا مفہوم جو چاہین ٹھہرالین اور ہم یہہ کیا کرتے ہین کہ

$$ا^{۰} = ۱$$

(۳۲۵) قوت نما کا تمام و کمال بیان بڑے جبر مقابلہ مین کیا گیا ہے یہان مثالین اور جتنے قوتین جو حدود اور کسور کے چند خواص سے مبتدیون کے سمجھہ مین اتی ہین لکھہ دی ہین بیان کامل جسکو دیکھنا ہو وہ بڑے جبر مقابلہ مین دیکھے

(۳۲۶) اگر م اور ن اعداد صحیح ہون تو ہمکو معلوم ہے کہ $(ا^{م})^{ن} = ا^{من}$ بموجب دفعہ ۲۷۹ کے
لیکن یہہ نتیجہ اوس صورت مین بھی صحیح ہے جب م و ن اعداد صحیح نہ ہون

مثلاً $(ا^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۴}} = ا^{\frac{۱}{۱۲}}$ ہوگی

اسواسطے کہ فرض کرو $(ا^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۴}} =$ لا اب طرفین کا چوتھی قوت کا صعود لو تو $ا^{\frac{۱}{۳}} = لا^{۴}$ اور اب دونو طرف کو تیسری قوت مین اٹھایا تو $ا = لا^{۱۲}$ اسواسطے $لا = ا^{\frac{۱}{۱۲}}$ اور یہی ثابت کرنا تھا

(۳۲۷) اگر ن ایک مثبت صحیح عدد ہو تو ہمکو معلوم ہے کہ $ا^{ن} × ب^{ن} = (اب)^{ن}$ یہہ نتیجہ درست ہوگا اگر ن عدد صحیح مثبت نہو

مثلاً $ا^{\frac{۱}{۳}} × ب^{\frac{۱}{۳}} = (اب)^{\frac{۱}{۳}}$ اسواسطے اگر طرفین کو تیسری قوت مین اٹھائین تو ہر طرف مین اب حاصل ہوگا پس ہر یک طرف جذر الکعب اب کا ہے اور اسیطرح سے

$$ا^{\frac{۱}{ن}} × ب^{\frac{۱}{ن}} × ح^{\frac{۱}{ن}} \ldots\ldots = (ا ب ح \ldots)^{\frac{۱}{ن}}$$

فرضکرو کہ ا و ب و ح .. وغیرہ م مقداریں ہین اور ہر یک اونمین سے برابر ا کے ہے تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا

$$(ا^{\frac{۱}{ن}})^{م} = (ا^{م})^{\frac{۱}{ن}}$$

یعنی $(ا^{\frac{۱}{ن}})^{م} = ا^{\frac{م}{ن}}$ پس ا کے ن مرتبہ کے نزول کی م قوت برابر ہے ا کے م قوت کی ن مرتبہ کے نزول کے

(۳۲۸) ایک ہی کسر مختلف صورتون مین لکھی جاتی ہے اور کچھہ اوسکی قیمت اور قدر نہین بدلتی مثلاً $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶}$ اسسے معلوم ہوا کہ $ا^{\frac{۲}{۳}} = ا^{\frac{۴}{۶}}$ اور یہی امر واقعی ہے اسلئے کہ اگر دونو طرف مساوات کو چھٹی قوت مین اوٹھائین تو دونو طرف $ا^{۴}$ حاصل ہوگی پس معلوم ہوا کہ ہر یک طرف مساوات کی چھٹی مرتبہ کا نزدل $ا^{۴}$ کا ہے

(۳۲۹) اب چند مثالین قوت نما کسری اور منفی کے لکھتے ہین

• ضرب دو $ا^{\frac{۲}{۳}} ب^{\frac{۳}{۴}} ح^{\frac{۱}{۳}}$ کو $ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۳}} ح^{\frac{۲}{۳}}$ مین

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۶} \text{ و } \frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۳} = \frac{۱۳}{۱۲} \text{ و } \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳} = ۱$$

اسواسطے $ا^{\frac{۲}{۳}} \cdot ب^{\frac{۳}{۴}} ح^{\frac{۱}{۳}} \times ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۳}} ح^{\frac{۲}{۳}} = ا^{\frac{۷}{۶}} ب^{\frac{۱۳}{۱۲}} ح$

• تقسیم کرو $لا^{\frac{۳}{۴}} ی^{\frac{۲}{۳}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{\frac{۱}{۶}}$ پر $\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$ و $\frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲}$

اسواسطے $لا^{\frac{۳}{۴}} ی^{\frac{۲}{۳}} \div لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{\frac{۱}{۶}} = لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{\frac{۱}{۲}}$

ضرب دو $لا + لا^{\frac{۱}{۲}} + لا^{-\frac{۱}{۲}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۲}} + لا^{-\frac{۱}{۲}} - لا^{-۱}$ مین

$$لا + لا^{\frac{۱}{۲}} + لا^{-\frac{۱}{۲}}$$
$$لا^{\frac{۱}{۲}} + لا^{-\frac{۱}{۲}} - لا^{-۱}$$
$$\overline{\quad لا^{\frac{۳}{۲}} + لا^{\frac{۲}{۲}} + ۱ \quad}$$
$$لا^{\frac{۲}{۲}} + ۱ + لا^{-\frac{۲}{۲}}$$
$$-۱ - لا^{-\frac{۲}{۲}} - لا^{-\frac{۳}{۲}}$$
$$\overline{\quad لا^{\frac{۳}{۲}} + ۲لا^{\frac{۲}{۲}} + ۱ - \qquad لا^{-\frac{۳}{۲}} \quad}$$

اب یہان اول سطر مین $لا^{\frac{۱}{۲}} \times لا = لا^{\frac{۱}{۲} + ۱} = لا^{\frac{۳}{۲}}$ و $لا^{\frac{۱}{۲}} \times لا^{\frac{۱}{۲}} = لا^{\frac{۲}{۲}}$ و $لا^{\frac{۱}{۲}} \times لا^{-\frac{۱}{۲}} = لا^{۰} = ۱$

تقسیم کرو $لا^{\frac{۳}{۴}} - ۳لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ۳لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۳}} - ی^{-\frac{۱}{۲}}$ کو $لا^{\frac{۱}{۲}} - ۲لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ی^{-\frac{۱}{۳}}$ پر

$$لا^{\frac{۱}{۲}} - ۲لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ی^{-\frac{۱}{۳}} \;)\; لا^{\frac{۳}{۴}} - ۳لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ۳لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۳}} - ی^{-\frac{۱}{۲}} \;(\; لا^{\frac{۱}{۴}} - ی^{-\frac{۱}{۶}}$$
$$لا^{\frac{۳}{۴}} - ۲لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۳}}$$
$$\overline{\quad - لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ۲لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۳}} - ی^{-\frac{۱}{۲}} \quad}$$
$$- لا^{\frac{۱}{۲}} ی^{-\frac{۱}{۶}} + ۲لا^{\frac{۱}{۴}} ی^{-\frac{۱}{۳}} - ی^{-\frac{۱}{۲}}$$
$$\overline{\qquad\qquad}$$

دریافت کرو

امثلہ نمبری ۳۳

(۱) $ا^{\frac{1}{2}}$ (۲) $۴^{\frac{3}{2}}$ (۳) $(۱۰۰)^{\frac{1}{2}}$ (۴) $(۱۰۰۰)^{\frac{2}{3}}$ (۵) $(۸۱)^{\frac{3}{4}}$

(۶) مختصر کرو $(ا^{\frac{1}{2}})^{-3}$ (۷) $(ا^{\frac{2}{3}})^{-3}$ (۸) $\sqrt[4]{ا^{-4}}$ (۹) $\sqrt[3]{ا^{-3}}$

(۱۰) $ا^{\frac{1}{2}} \times ا^{\frac{1}{3}} \times ا^{\frac{1}{4}}$ ضرب دو

(۱۱) $لا^{\frac{3}{4}} + ی^{\frac{3}{4}}$ کو $لا^{\frac{3}{4}} - ی^{\frac{3}{4}}$ میں

(۱۲) $ا^{\frac{2}{3}} + ا^{\frac{1}{3}} ب^{\frac{1}{3}} + ب^{\frac{2}{3}}$ کو $ا^{\frac{1}{3}} - ب^{\frac{1}{3}}$ میں

(۱۳) $لا + لا^{\frac{1}{2}} + ۲$ کو $لا + لا^{\frac{1}{2}} - ۲$ میں

(۱۴) $لا^{\frac{4}{3}} + لا^{\frac{2}{3}} + ۱$ کو $لا^{\frac{4}{3}} - لا^{\frac{2}{3}} + ۱$ میں

(۱۵) $ا^{-\frac{2}{3}} + ا^{-\frac{1}{3}} + ۱$ کو $ا^{-\frac{1}{3}} - ۱$ میں

(۱۶) $ا^{\frac{4}{3}} - ۲ + ا^{-\frac{4}{3}}$ کو $ا^{\frac{2}{3}} - ا^{-\frac{2}{3}}$ میں

(۱۷) $ا + ا^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{1}{2}} - لا^{\frac{1}{2}} ی^{\frac{2}{3}}$ کو $ا + ا^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{1}{2}} + لا^{\frac{1}{2}} ی^{\frac{2}{3}}$ میں

(۱۸) $لا^{\frac{3}{2}} - لا ی^{\frac{1}{2}} + لا^{\frac{1}{2}} ی - ی^{\frac{3}{2}}$ کو $لا + لا^{\frac{1}{2}} ی^{\frac{1}{2}} + ی$ میں

تقسیم کرو

(۱۹) $لا^{\frac{2}{3}} - ی^{\frac{2}{3}}$ کو $لا^{\frac{1}{3}} - ی^{\frac{1}{3}}$ پر

(۲۰) $ا - ب$ کو $ا^{\frac{1}{3}} - ب^{\frac{1}{3}}$ پر

(۲۱) $۶۴ لا^{1} + ۲۷ ی^{2}$ کو $۴ لا^{\frac{1}{3}} + ۳ ی^{\frac{2}{3}}$ پر

(۲۲) $لا^{\frac{3}{2}} - لا ی^{\frac{1}{2}} + لا^{\frac{1}{2}} ی - ی^{\frac{3}{2}}$ کو $لا^{\frac{1}{2}} - ی^{\frac{1}{2}}$ پر

(۲۳) $ا^{\frac{4}{3}} + ا^{\frac{2}{3}} ب^{\frac{2}{3}} + ب^{\frac{4}{3}}$ کو $ا^{\frac{2}{3}} + ا^{\frac{1}{3}} ب^{\frac{1}{3}} + ب^{\frac{2}{3}}$

(۲۴) $ا^{\frac{2}{3}} + ب^{\frac{2}{3}} - ج^{\frac{2}{3}} + ۲ ا^{\frac{1}{3}} ب^{\frac{1}{3}}$ کو $ا^{\frac{1}{3}} + ب^{\frac{1}{3}} + ج^{\frac{1}{3}}$ پر

(۲۵) $لا^{\frac{4}{3}} - ۲ ا^{\frac{2}{3}} لا^{\frac{2}{3}} + ا^{\frac{4}{3}}$ کو $لا^{\frac{2}{3}} - ۲ ا^{\frac{1}{3}} لا^{\frac{1}{3}} + ا$

(۲۶) $لا^{2} - ۴ لا^{\frac{3}{2}} ی^{\frac{1}{2}} + ۶ لا ی - ۴ لا^{\frac{1}{2}} ی^{\frac{3}{2}} + ی^{2}$ کو $لا - ۲ لا^{\frac{1}{2}} ی^{\frac{1}{2}} + ی$ پر

جملہ ہای مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۲۷) $\text{لا}^{\frac{1}{2}} - 4 + 4\,\text{لا}^{-\frac{1}{2}}$

(۲۸) $(\text{لا} + \text{لا}^{-1})^{2} - 4\,(\text{لا} - \text{لا}^{-1})$

(۲۹) $\text{لا}^{\frac{5}{3}} - 4\,\text{لا}^{\frac{4}{3}} + 2\,\text{لا}^{\frac{7}{6}} + 4\,\text{لا} - 4\,\text{لا}^{\frac{5}{6}} + \text{لا}^{\frac{2}{3}}$

(۳۰) $2\,\text{لا}^{\frac{3}{2}} - 12\,\text{لا}^{\frac{3}{4}} + 25 - 24\,\text{لا}^{-\frac{3}{4}} + 16\,\text{لا}^{-\frac{3}{2}}$

چونتیسوان باب مقادیر اصم کے بیان مین

(۳۳۰) جب ایک عدد کا نزول پورا پورا نہین نکل سکتا تو اوسکو اصم یا غیر منطق کہتے ہین مثلاً

$\sqrt{7}$ و $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ و $\sqrt[4]{4}$ و $\sqrt[3]{4}$ و $\sqrt{\frac{3}{4}}$ و $\sqrt{5}$ مقادیر اصم ہین

اور جب نزول کسی جملہ جبریہ کا بغیر استعمال قوت نما کسر کے نہ تعبیر ہو سکتا ہو اوسے ہی جملہ اصم یا غیر منطق کہتے ہین

مثلا جملہاے ذیل اصم ہین

$\sqrt{\text{ا}}$ و $\sqrt[3]{\text{ا}^{2}}$ و $\sqrt[3]{(\text{ا}^{3} + \text{ب}^{3})}$ و $\sqrt{(\text{ا}^{2} + \text{اب} + \text{ب}^{2})}$ و $\sqrt{\frac{\text{ج}}{\text{ب}}}$ و $\sqrt{\text{د}}$

باب گذشتہ مین جو اصول بیان ہوے ہین انہین سے قواعد مقادیر اصم یا غیر منطق معین ہو سکتے ہین اور اس باب مین اون اصول سے بڑی استعانت ہوتی ہے اون اصولون کو فقط امثال حسابیہ مین کام مین لائینگے

(۳۳۱) بعض اعداد اور جملے بظاہر تو غیر منطق معلوم ہوتے ہین مگر فی الحقیقت وہ مقادیر اصم نہین ہوتے مثلاً $\sqrt{9}$ بظاہر ایک مقدار اصم ہے لیکن فی الحقیقت نہین ہے اسواسطے

$\sqrt{9} = 3$ اور $\sqrt{(\text{ا}^{2} + 2\,\text{اب} + \text{ب}^{2})}$ بظاہر ایک مقدار اصم ہے مگر در حقیقت نہین ہے اسلیئے کہ $\sqrt{(\text{ا}^{2} + 2\,\text{اب} + \text{ب}^{2})} = \text{ا} + \text{ب}$

(۳۳۲) کبھی کبھی اسکی ضرورت آسانی کے لیئے پڑتی ہے کہ ایک مقدار منطق کو ایک مقدار اصم کی صورت مین تحویل کرین اوسکی ترکیب یہہ ہے کہ جس نزول کی تابع مقدار منطق

کو لانا چاہتے ہین اوسکے موافق صعود اوسکا لین اور پہر اوس صعود پر وہی علامت نزول جسکے ماتحت مقدار کو لانا چاہتے تہے لکہہ دین مثلاً

$\text{۳} = \sqrt{\text{۳}^2} = \sqrt{\text{۹}}$ و $\text{۴} = \sqrt[3]{\text{۴}^3} = \sqrt[3]{\text{۶۴}}$ اور $\text{ا} = \sqrt[4]{\text{ا}^4}$ اور $\text{ا} + \text{ب} = \sqrt[5]{(\text{ا}+\text{ب})^5}$

(۳۴۳) منطق اور اصم مقدارون کے حاصلضرب کو مقدار اصم بنانیکا قاعدہ یہہ ہے کہ مقدار منطق کو موافق دفعہ بالا کے تحویل مقدار اصم کی صورت مین کرکے موافق دفعہ ۳۲۷ کے ضرب دیکر حاصلضرب لکہدو مثلاً

$\text{۳}\sqrt{\text{۲}} = \sqrt{\text{۹}} \times \sqrt{\text{۲}} = \sqrt{\text{۱۸}}$ و $\text{۲}\sqrt[3]{\text{۴}} = \sqrt[3]{\text{۸}} \times \sqrt[3]{\text{۴}} = \sqrt[3]{\text{۳۲}}$ اور $\text{ا}\sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{ا}^2}\sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{ا}^2\text{ب}}$

(۳۴۴) اسکے بالعکس ایک مقدار اصم حاصلضرب ایک مقدار اصم اور منطق کا بن سکتا ہی اگر نزول ایک جزو ضربی کا نکل سکتا ہو

مثلاً $\sqrt{\text{۳۲}} = \sqrt{\text{۱۶}} \times \sqrt{\text{۲}} = \text{۴}\sqrt{\text{۲}}$

اور $\sqrt[3]{\text{۴۸}} = \sqrt[3]{\text{۶}\times\text{۸}} = \sqrt[3]{\text{۸}} \times \sqrt[3]{\text{۶}} = \text{۲}\sqrt[3]{\text{۶}}$

$\sqrt[3]{(\text{ا}^3\text{ب})} = \sqrt[3]{\text{ا}^3} \times \sqrt[3]{\text{ب}} = \text{ا}\sqrt[3]{\text{ب}}$

(۳۴۵) ایک کسر اصم کی تحویل ایک اور ایسے جملہ کی صورت مین ہو سکتی ہی جسکا کوئی جزو صحیح ہو

مثلاً $\sqrt{\frac{\text{۳}}{\text{۸}}} = \sqrt{\frac{\text{۲}\times\text{۳}}{\text{۲}\times\text{۸}}} = \sqrt{\frac{\text{۶}}{\text{۱۶}}} = \frac{\sqrt{\text{۶}}}{\text{۴}}$

$\sqrt[3]{\frac{\text{۲}}{\text{۳}}} = \sqrt[3]{\frac{\text{۹}\times\text{۲}}{\text{۹}\times\text{۳}}} = \sqrt[3]{\frac{\text{۱۸}}{\text{۲۷}}} = \frac{\sqrt[3]{\text{۱۸}}}{\text{۳}}$

(۳۴۶) جن مقادیر اصم کا قوت نما متحد نہو تو اونکی مساوی اہ ایسے دریافت ہو سکتے ہین کہ جنکا قوت نما متحد ہو اس بات کے سمجہنے کے لئے دفعہ ۳۲۷ دیکہہ لو

مثلاً $\sqrt{\text{۵}}$ اور $\sqrt[3]{\text{۱۱}}$ کا قوت نما متحد کرنا چاہتے ہین

$\sqrt{\text{۵}} = \text{۵}^{\frac{1}{2}}$ اور $\sqrt[3]{\text{۱۱}} = \text{۱۱}^{\frac{1}{3}}$ اور $\text{۵}^{\frac{1}{2}} = \text{۵}^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{\text{۵}^3} = \sqrt[6]{\text{۱۲۵}}$ اور $\text{۱۱}^{\frac{1}{3}} = \text{۱۱}^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(\text{۱۱})^2} = \sqrt[6]{\text{۱۲۱}}$

پس قوت نما متحد ہو گیا

(۳۴۷) دفعہ بالا اس کام مین آتی ہی کہ مقادیر اصم کی چہوٹائی بڑائی اوسے معلوم ہو جاتی ہے

جن مقادیر اصم کی چہوٹائی بڑائی دریافت کرنی ہو اونکا قوت نما متحد کر کے دیکہہ لو کہ کون چہوٹا یا بڑا ہے
مثلاً مثال گذشتہ مین اگر ہمکو دریافت کرنا ہوتا کہ $\sqrt{5}$ یا $\sqrt[3]{11}$ بڑا ہے تو ہمکو قوت نما کی یکسان کرنی نہ پڑتی اور
معلوم ہو گیا کہ پہلا بڑا ہے اسلیے کہ ۱۲۵ بڑا ۱۲۱ سے ہے

(۳۳۸) اگر مقادیر اصم کے اجزاء اصم ایک ہی ہون یا ایک ہو سکتے ہون تو اونکو اصم مقادیر متماثلہ کہتے ہین
مثلاً $4\sqrt{7}$ و $5\sqrt{7}$ کو اصم مقادیر متماثلہ کہینگے اور $5\sqrt[3]{2}$ اور $4\sqrt[3]{16}$ بہی مقادیر متماثلہ ہین اسلیے کہ

$$4\sqrt[3]{16} = 8\sqrt[3]{2}$$

(۳۳۹) جمع و تفریق مقادیر اصم متماثلہ کی اسطرح سے ہوتی ہے کہ اونکے امثال کو جمع و تفریق کر کے حاصل کے آگے مقدار اصم لکہدو

مثلاً $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (2+5-4)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

و $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{\frac{256}{9}} =$

$$\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{12}{8}} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{\frac{12\times 64}{27}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt[3]{12}}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{4\sqrt[3]{12}}{3} = \frac{2\sqrt[3]{12}}{3}$$

(۳۴۰) مفرد مقادیر اصم کو جنکے قوت نما ایک سے ہون ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اصم اجزاء ضربی کو باہم اور منطق اجزاء ضربی کو باہم علیحدہ علیحدہ ضرب دی لو ماحصل حاصل ضرب ہوگا
مثلاً $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6}$ و $4\sqrt{5} \times 7\sqrt{6} = 28\sqrt{30}$ و

$$2\sqrt[3]{4} \times 3\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{8} = 6\times 2 = 12$$

(۳۴۱) جن مقادیر اصم کے قوت نما یکسان نہین ہین اونکی ضرب دینے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اونکی تحویل ایسے مقادیر اصم کے طرف کرلو جنکی قوت نما یکسان ہون اور پہر اون پر عمل موافق قاعدہ گذشتہ کے کرو
مثلاً $4\sqrt{5}$ کو $2\sqrt[3]{11}$ مین ضرب دو
بموجب دفعہ ۳۳۶ کے $\sqrt{5} = \sqrt[6]{125}$ و $\sqrt[3]{11} = \sqrt[6]{121}$
پس حاصل ضرب $8\sqrt[6]{(125)\times(121)}$ یعنی $8\sqrt[6]{15125}$ ہوا

(۳۴۲) مرکب جملہاء اصم کی ضرب بہی مثل جملہاء مرکب جبریہ کے ہوتی ہے

مثلاً $(6\sqrt{3}-5\sqrt{2})\times(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$

$$=36+18\sqrt{6}-10\sqrt{6}-30=6+8\sqrt{6}$$

(۳۴۳) مفرد مقادیر اصم کی تقسیم کا قاعدہ مثل قاعدہ ضرب کے ہے اور حاصل کا اختصار بموجب دفعہ ۳۳۵ ہوتا ہے

مثلاً $3\sqrt{2}\div4\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}\sqrt{\frac{6}{9}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

$$4\sqrt{5}\div2\sqrt[3]{11}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt[3]{11}}=\frac{2\sqrt[6]{125}}{\sqrt[6]{121}}=$$

$$=2\sqrt[6]{\frac{125}{121}}=2\sqrt[6]{\frac{125\times(11)^4}{121\times(11)^4}}=\frac{2\sqrt[6]{1830125}}{11}$$

دیکھو کہ دفعہ ۳۳۵ کی استعانت سے نتائج ایسی صورتمین تحویل کرکے لکھے ہین کہ اونکا حساب لگانا نہایت آسان ہوگیا ہے مثلاً تقریبی قیمت عددی $3\sqrt{2}\div4\sqrt{3}$ کی دریافت کرنی ہو تو فقط ۶ کے جذر کو نکال لو اور ۴ پر تقسیم کردو

(۳۴۴) تقسیم مین فقط وہ صورت بکار آمد ہے کہ جسمین مقسوم علیہ ایک جملہ ایسا ہو کہ اوسمین دو مقداریں درجہ دوم کی یعنی جنپر جذر ہو واقع ہون اسی جگہہ پر تقسیم ہونیکے یہی معنی عملاً ہوتے ہین کہ کسر کے نسب نما کو ایک مقدار منطق بناوین اور اس عمل کا نام بھی یہی ہے کہ کسر کے نسب نما کا منطق بنانا

مثلاً یہہ کسر ہو کہ $\frac{4}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ اب اس کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو $5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ مین ضرب دین تو کسر کی قیمت نہین تبدیل ہوگی اور اوسکا نسب نما منطق ہوجاویگا اس طرح سے کہ

$$\frac{4}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{4(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{(5\sqrt{2}+2\sqrt{3})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}=\frac{4(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{50-12}=\frac{10\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{19}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{8+3\sqrt{6}}{12-2}=\frac{8+3\sqrt{6}}{10}$$

(۳۴۵) اب ہم ایک ترکیب بیان کرتے ہین جس سے ایسے جملہ ثنائی کا جذر نکل آویگا بشرطیکہ اوسکے رقموں مین ایک رقم دوسرے درجہ کی ہو مثلاً فرض کرو کہ ہم $7+4\sqrt{3}$ کا جذر دریافت کرنا چاہتے ہین

چونکہ $(\sqrt{\text{لا}}+\sqrt{\text{ر}})^2=\text{لا}+\text{ر}+2\sqrt{\text{لار}}$ پس اگر قیمت لا اور ر کی $\text{لا}+\text{ر}=7$ اور

۲√لا ی = ۴√۳ سے دریافت کرلیں تو جذر ۷ + ۴√۳ کا دریافت ہوجاویگا اور تمام ترکیب عمل کی اسطرح ہوگی کہ

فرض کرو کہ √(۷ + ۴√۳) = √لا + √ی

مجذور کیا تو ۷ + ۴√۳ = لا + ی + ۲√لا ی

فرض کرو کہ لا + ی = ۷ اور ۲√لا ی = ۴√۳

مجذور کرو اور تفریق کرو تو (لا + ی)^۲ − ۴ لا ی = ۴۹ − ۴۸ = ۱

یعنی (لا − ی)^۲ = ۱ کو اور لا − ی = ۱ چونکہ لا + ی = ۷ اور لا − ی = ۱ تو لا = ۴ اور ی = ۳

اسواسطے √(۷ + ۴√۳) = √۴ + √۳ = ۲ + √۳

اور علی ہذالقیاس √(۷ − ۴√۳) = ۲ − √۳

امثلہ نمبری ۳۴

مختصر کرو

(۱) ۳√۲ + ۴√۸ − √۳۲ (۲) ۲∛۲۴ + ۵∛۳۲ − ∛۱۰۸

(۳) ۲√۳ + ۳√(۱ ۱/۳) − √(۵ ۱/۳) (۴) ۱/∛۲ ، ۱/∛۱۶

ضرب دو

(۵) √۵ + √(۱ ۱/۴) − ۱/√۵ کو √۳ میں

(۶) ∛۴ − ۱/∛۱۶ + ۱/∛۲ کو ∛۴ میں

(۷) ۱ + √۲ کو √۶ − √۲ میں (۸) √۳ + √۲ کو ۱/√۳ + ۱/√۲ کو

کسور مفصلہ ذیل کے نسب نما کو منطق بناؤ

(۹) (√۲ + ۳)/(√۲ − ۲) (۱۰) (√۲ + √۳)/(√۲ − √۳)

(۱۱) (۲√۵ + √۳)/(۳√۵ + ۲√۳) (۱۲) (۲√۳ + ۳√۲)/(۳√۳ − ۲√۵)

جذر نکالو

(۱۳) ۱۴ + ۶√۵ (۱۴) ۱۶ − ۶√۷ (۱۵) ۸ + ۴√۳

(۱۶) $\sqrt{15}-4$

(۱۷) مختصر کرو $\frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{24}}}$ (۱۸) $\frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$

(۱۹) $\frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}}$ (۲۰) $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$

پینتیسوان باب نسبت کے بیان مین

(۳۴۶) جب ایک عدد دوسرے عدد کے ساتھہ باعتبار قدر کے مقابلہ کیا جائے تو اوسکو نسبت کہتے ہین اور مقابلہ کرنیکے یہہ معنی ہین کہ ایک عدد کو دیکھین کہ وہ دوسرے عدد کا کونسا اضعاف ہے یا جز ہے یا اجزا ہین مثلاً ۶ کا مقابلہ ۳ سے کیا جائے تو اوسکے معنی یہہ ہین کہ ہم یہہ خیال کرین کہ ۶ کی قدر بلحاظ ۳ کے کیا ہی ظاہر ہی کہ اوسکی قدر باعتبار ۳ کے دوچند ہونے کی ہے ۳ دو دفعہ ۶ مین شامل ہی اور اگر ہم ۶ کو ۲ کے ساتھہ مقابلہ کرین تو ظاہر ہی کہ اوسکی قدر بدل جائیگی اسلئے کہ اوسکی قدر اب سہ چند ہونیکی ہو جائیگی ۶ مین ۲ تین دفعہ شامل ہی اسلئے ۶ ۳ کے مقابلہ مین اتنا بڑا نہین ہے جتنا کہ ۲ کے مقابلہ مین

(۳۴۷) نسبت ا و ب کی اسطرح سے لکھی جاتی ہے کہ دو نقطہ اونکے درمیان اسطرح سے لکھدیتے ہین جیسے ا : ب اور اول کو مقدم نسبت اور دوسرے کو تالی نسبت کہتے ہین

(۳۴۸) ایک نسبت کا اندازہ اوس کسر سے ہوتا ہے کہ جسکا شمار کنندہ مقدم نسبت اور نسب نما تالی نسبت ہو مثلاً نسبت ا و ب کا اندازہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ سے ہوگا اور اختصاراً یہہ کہا کرتے ہین کہ نسبت ا و ب کی برابر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کے ہے یا $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ ہے

(۳۴۹) پس اسے معلوم ہوا کہ جب ہم یہہ کہتے ہین کہ ا و ب کی نسبت برابر ج و د کی نسبت کے ہے تو اوسسے یہہ مطلب ہوتا ہی کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{ج}}{\text{د}}$

(۳۵۰) اگر ارقام نسبت کو ایک ہی مقدار مین ضرب دین یا تقسیم کرین تو نسبت مین فرق نہین آویگا

اسواسطے کہ بموجب دفعہ ۱۳۵ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}=\frac{\text{م ا}}{\text{م ب}}$

(۳۵۱) دو یا زیادہ نسبتون کا باہم مقابلہ اسطرح سے کیا کرتے ہین کہ جو کسرین ان نسبتون کا اندازہ کرین اونکا نسب نما یکسان کرین مثلاً ایک نسبت ا اور ب کی اور دوسری نسبت ح اور د کی ہو تو اول نسبت ا/ب = اد/بد دوسری نسبت ح/د = بح/بد اگر اد بڑا بہ نسبت بح کے ہے تو نسبت اول بڑی بہ نسبت دوسری کے ہے اور اگر اد برابر بح کے ہے تو نسبت اول برابر نسبت ثانی کے اور اگر اد چھوٹا بہ نسبت بح کے تو نسبت اول چھوٹی بہ نسبت دوسری

(۳۵۲) اگر مقدم بڑا تالی سے ہو تو اوسے نسبت کبری غیر متساوی اور اگر مقدم چھوٹا تالی سے ہو تو نسبت صغری غیر مساوی اور اگر مقدم برابر تالی کے تو نسبت مساوی کہتے ہین

(۳۵۳) اگر ارقام نسبت پر کوئی عدد زیادہ کرین تو نسبت کبری متساوی چھوٹی اور نسبت صغری غیر مساوی بڑی ہو جاویگی مثلاً نسبت ا/ب ہو اور دونو رقمون پر لا زیادہ کر کے ایک اور نسبت (ا+لا)/(ب+لا) پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (ا+لا) بڑا ا (ب+لا) سے ہے یعنی ب لا بڑا ا لا یا ب بڑی ا سے ہو تو نسبت ا/ب بڑی نسبت (ا+لا)/(ب+لا) سے ہوگی اور علی ہذالقیاس چھوٹی ہونیکی کیفیت ہے

(۳۵۴) اگر ارقام نسبت مین سے کسی عدد کو جو ہریک رقم نسبت سے چھوٹا ہو تفریق کرین تو نسبت کبری غیر مساوی بڑہیگی اور نسبت صغری غیر مساوی گھٹیگی فرض کرو کہ نسبت ا/ب ہو اور دونو رقمون مین سے لا کی تفریق کرنے سے ایک نئی نسبت (ا-لا)/(ب-لا) پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (ا-لا) بڑا ا (ب-لا) سے ہو یعنی ب لا چھوٹا ا لا سے یا ب چھوٹا ا سے ہو تو نسبت ا/ب بڑی نسبت (ا-لا)/(ب-لا) سے ہوگی اور علی ہذالقیاس چھوٹی ہونی کی کیفیت ہے

(۳۵۵) اگر کئی نسبتین ہون اور اون سبکی مقدمونکو باہم ضرب دے لین اور سب تالیون کو تو ان حاصل ضربون کی نسبت کو نسبت مولفہ اون نسبتون کی کہینگے مثلاً نسبت اح : بد نسبت مولفہ نسبتون ا : ب اور ح : د کی ہے اور اگر ایک ہی نسبت ا : ب کو مکرر لین تو نسبت مولفہ اونکی یعنی نسبت ا^۲ : ب^۲ حاصل ہوگی اور اسکو نسبت مثناۃ بالتکریر نسبتون کی کہتے ہین اور نسبت ا^۳ : ب^۳ کو نسبت مثلثہ نسبت ا : ب کی کہتے ہین

(۳۵۶) مساوی نسبتون مین یہہ مسئلہ بڑے کام کا ہی فرض کرو کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}} = \frac{\text{ر}}{\text{س}}$ تو ہر ایک ان نسبتون سے برابر

$$\left(\frac{\text{ع}\,\text{ا}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{ح}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{ر}^{\text{ن}}}{\text{ع}\,\text{ب}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{د}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{س}^{\text{ن}}}\right)^{\frac{1}{\text{ن}}} \text{ کے}$$

ہوگی خواہ ع و ق و ف کیسی ہی عدد ہون فرض کرو کہ $\text{ک} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}} = \frac{\text{ر}}{\text{س}}$ تو $\text{ک ب} = \text{ا}$

$\text{ک د} = \text{ح}$ اور $\text{ک س} = \text{ر}$

اسواسطے $\text{ع}\,(\text{ک ب})^{\text{ن}} + \text{ق}\,(\text{ک د})^{\text{ن}} + \text{ف}\,(\text{ک س})^{\text{ن}} = \text{ع}\,\text{ا}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{ح}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{ر}^{\text{ن}}$

اسواسطے $\text{ک}^{\text{ن}} = \frac{\text{ع}\,\text{ا}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{ح}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{ر}^{\text{ن}}}{\text{ع}\,\text{ب}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{د}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{س}^{\text{ن}}}$

اسواسطے $\text{ک} = \left(\frac{\text{ع}\,\text{ا}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{ح}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{ر}^{\text{ن}}}{\text{ع}\,\text{ب}^{\text{ن}} + \text{ق}\,\text{د}^{\text{ن}} + \text{ف}\,\text{س}^{\text{ن}}}\right)^{\frac{1}{\text{ن}}}$ اگر اس سے زیادہ نسبتین لین تو یہہ شکل اسیطرح سے ثابت ہوگی ایک خاص مثال کے لیئے فرض کرو ن = ۱ تو اگر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}} = \frac{\text{ر}}{\text{س}}$ تو ہر ایک نسبت انمین سے برابر $\frac{\text{ع ا} + \text{ق ح} + \text{ف ر}}{\text{ع ب} + \text{ق د} + \text{ف س}}$ کے اور ایک خاص صورت مین فرض کرو کہ $\text{ع} = \text{ق} = \text{ف}$ تو ہر ایک مساوی نسبتون مین سے برابر $\frac{\text{ا} + \text{ح} + \text{ر}}{\text{ب} + \text{د} + \text{س}}$ کے ہوگی

مشقہ نمبری ۳۵

(۱) ۱۴ ر کی نسبت ایک آنہ کم چار روپیہ سے کیا ہے

(۲) موافق اس ترتیب کے ان نسبتون کو لکھو کہ بڑی نسبت اول ہو اور اُس سے چھوٹی بعد اور علیٰ ہذالقیاس ۳:۴ و ۷:۱۲ و ۸:۹ و ۲:۳ و ۵:۸

(۳) نسبت مولفہ نسبتون ۴:۱۵ و ۲۵:۳۶ کی بتلاؤ

(۴) دو عددون مین نسبت ۲ و ۳ کے ہی اور اگر سات ہر ایک پر زیادہ کی جاوین تو انمین نسبت ۳ و ۴ کی ہوجاتی ہے ان اعداد کو بتلاؤ

(۵) دو عدد ایسی ہین کہ انمین نسبت ایسی ہی ہے جیسے ۴ و ۵ مین اور اگر ہر ایک مین سے ۶ کم کئے جائین تو انمین نسبت ۳ و ۴ کی ہوجاتی ہے ان عددون کو بتلاؤ

(۶) دو عددون مین نسبت ۵ و ۸ کی ہی اور اگر ۶ چھوٹے عدد پر زیادہ کرین اور ۵ بڑے مین سے
کم کرین تو نسبت ۲۸ و ۲۷ کی ہوجاتی ہے اون عددون کو تبلاؤ

(۷) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر نسبت ۵ : ۳ کی ہر رقم پر زیادہ کیا جاے تو ایک نسبت ایسی پیدا ہو
کہ وہ تین چوتہائی ہو اوس نسبت کی جو نسبت مذکور کی ہر رقم مین سے اوس عدد کی کم کرنے سے پیدا ہوتی ہے،

(۸) دو ایسے عدد دریافت کرو کہ اونمین نسبت ایسی ہو جیسی ۲ کو ۳ سے اور اونکی حاصل تفریق
کو اونکے مجذوروں کے حاصل تفریق سے نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۱ کو ۲۵ ہے

(۹) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اون مین نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۳ کو ہی ۴ سے اور اون کے مجموعہ کو
اونکے مربعون کے مجموعہ　ایسی نسبت ہو جیسی کہ ۷ کو ۵۰ ہے

(۱۰) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اون مین نسبت ایسی ہو جیسی کہ ۵ کو ۶ سے اور اون کے مجموعہ کو
اونکی مجذوروں کے حاصل تفریق سے ایسی نسبت ہو جیسی کہ ۱ کو ۷ ہے

(۱۱) دریافت کرو قیمت لا کی ایسی کہ نسبت لا : ۱ نسبت مثناۃ بالتکریر نسبت ۸ : لا کی ہو

(۱۲) قیمت لا کی ایسا دریافت کرو کہ نسبت ا - لا : ب - لا نسبت مثناۃ بالتکریر نسبت
ا : ب کی ہو

(۱۳) ۲۵۰ سکہ ایک شخص پاس ہین اونمین اٹھنیان چونیان دوانیان ہین اور اونکی تعداد
ایسی ہی جیسی کہ ۱۴ : ۸ : ۳ تو بتاؤ ہر یک قسم کے سکے کتنے ہین

(۱۴) اگر ب - ا : ب + ا = ۴ا - ب : ۱۶ - ب دریافت کرو ا : ب

(۱۵) اگر $\frac{ل}{ا - ب} = \frac{م}{ب - ح} = \frac{ن}{ح - ا}$ تو ثابت کرو کہ ل + م + ن = ۰

چھتیسواں باب تناسب کے بیان مین

(۳۵۷) چار عدد متناسب کہلاتے ہین جب پہلا عدد دوسرے عدد کا اضعاف یا حصہ یا حصے
ایسی ہی ہون جیسی کہ تیسرا عدد چوتھے عدد کا ہے یعنی جب $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ تو اعداد ا و ب
و ح و د کو متناسب کہینگے اور اوسکو اسطرح سے کہا کرتے ہین کہ ا وہ نسبت رکہتا ہے

ب سے جو ج نسبت رکھتا ہے د سے اور اوسکو اسطرح بیان کرتے ہین کہ ا: ب :: ج: د یا اسطرح سے کہ ا: ب = ج: د ارقام ا اور د کو اطراف اور ب اور ج کو اوساط کہتے ہین

(۳۵۸) جب دو نسبتین برابر ہون تو چارون عدد جو اون نسبتون مین ہین تناسب ہونگے اور اسباب مین ان دو مساوی نسبتون کا ذکر ہے

(۳۵۹) جب چار اعداد متناسب ہون تو حاصل ضرب اطراف کا برابر حاصلضرب اوساط کے ہوتا ہے

فرض کرو کہ ا و ب و ج و د چار اعداد متناسب ہین

تو $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$

ضرب ب د مین دو تو ا د = ب ج

پس اگر متناسب اعداد میں سے تین معلوم ہون تو چوتہا اس ارتباط ا د = ب ج سے معلوم ہو جاویگا

اگر ب = ج تو ا د = ب٢ یعنی اگر پہلا عدد دوسرے عدد سے وہ نسبت رکھے جو دوسرا رکھتا ہے تیسرے عدد سے تو حاصل ضرب اطراف کا برابر مجذور وسط کے ہوگا

جب ا: ب :: ب: د تو ب کو وسط تناسب ا اور د کا کہتے ہین اور اس تناسب کو تناسب علے التوالی

(۳۶۰) اگر حاصلضرب دو عددون کا برابر حاصلضرب دو اور عددون کے ہون تو یہ چار اعداد متناسب ہونگے اور اونمین سے ایک حاصلضرب کی رقمین اطراف ہونگین اور دوسرے کی رقمین اوساط

اسواسطے فرض کرو کہ لا ی = ا ب تقسیم کرو ا ی پر تو $\frac{لا}{ا} = \frac{ب}{ی}$

یعنی لا: ا :: ب: ی بموجب دفعہ ۳۵۷ کے

(۳۶۱) اگر ا: ب :: ج: د اور ج: د :: ر: س تو ا: ب :: ر: س

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ اور $\frac{ج}{د} = \frac{ر}{س}$ پس $\frac{ا}{ب} = \frac{ر}{س}$ تو ا: ب :: ر: س

(۳۶۲) اگر چار اعداد متناسب ہون تو وہ معکوس ہونے پر بھی متناسب رہینگے اگر ا: ب :: ج: د تو ب: ا :: د: ج

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ ایک کو ان دو تو پر تقسیم کرو

تو $\frac{ب}{ا} = \frac{د}{ح}$ یعنی ب : ا :: د : ح اسکو عکس نسبت کہتے ہین

(۳۶۳) اگر چار اعداد متناسب ہون تو وہ ابدال سے بہی متناسب رہینگی یعنی اگر

ا : ب :: ح : د تو ا : ح :: ب : د

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ طرفین کو $\frac{ب}{ح}$ مین ضرب دو تو $\frac{ا}{ح} = \frac{ب}{د}$

یعنی ا : ح :: ب : د

(۳۶۴) اگر چار اعداد متناسب ہون تو اول اور دوم کے مجموعہ کو دوم سے وہ نسبت ہوگی جو تیسرے اور چوتہے کے مجموعہ کو چوتہے سے یعنی اگر ا : ب :: ح : د تو ا + ب : ب :: ح + د : د

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ ان مساویون پر ۱ زیادہ کرو تو $\frac{ا}{ب} + ۱ = \frac{ح}{د} + ۱$ یعنی

$\frac{ا + ب}{ب} = \frac{ح + د}{د}$ یا ا + ب : ب :: ح + د : د

(۳۶۵) اول اور دوم کے حاصل تفریق کو دوم سے وہ نسبت ہوگی جو سوم چہارم کی حاصل تفریق کو چہارم سے اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ ان مساویون مین سے ۱ تفریق کرو تو

$\frac{ا}{ب} - ۱ = \frac{ح}{د} - ۱$ یعنی $\frac{ا - ب}{ب} = \frac{ح - د}{د}$ یعنی ا − ب : ب :: ح − د : د

(۳۶۶) ایسی ہی اول اور دوم کی حاصل تفریق کو اول سے وہ نسبت ہوگی جو سوم وچہارم کے حاصل تفریق کو نسبت ہی سوم سے بموجب دفعہ آخر کے $\frac{ا - ب}{ب} = \frac{ح - د}{د}$ اور $\frac{ب}{ا} = \frac{د}{ح}$

اسواسطے $\frac{ا - ب}{ب} \times \frac{ب}{ا} = \frac{ح - د}{د} \times \frac{د}{ح}$ یا $\frac{ا - ب}{ا} = \frac{ح - د}{ح}$ یعنی ا − ب : ا :: ح − د : ح

اسواسطے ا : ا − ب :: ح : ح − د

(۳۶۷) اگر چار اعداد متناسب ہون تو اول اور دوم کے مجموعہ کو اول اور دوم کے حاصل تفریق سے وہ نسبت ہوگی جو تیسرے اور چوتہی کی مجموعہ کو ہے تیسرے اور چوتہی کی حاصل تفریق سے یعنی

اگر ا : ب :: ح : د تو ا + ب : ا − ب :: ح + د : ح − د

بموجب دفعات ۳۶۴ اور ۳۶۵ کے $\frac{ا + ب}{ب} = \frac{ح + د}{د}$ و $\frac{ا - ب}{ب} = \frac{ح - د}{د}$

اسواسطے $\frac{ا+ب}{ب} \div \frac{ا-ب}{ب} = \frac{ح+د}{د} \div \frac{ح-د}{د}$ یعنی $\frac{ا+ب}{ا-ب} = \frac{ح+د}{ح-د}$

یعنی $ا+ب : ا-ب :: ح+د : ح-د$

(۳۶۸) اسسے معلوم ہوا کہ اگر چار اعداد متناسب ہون تو اون سے اور بہت سے متناسب اعداد نکل سکتی ہین دفعہ ۳۵۶ کو بہی دیکہہ لو

(۳۶۹) تناسب کی تعریف مین اس بات کو بیان کیا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی قطعاً ذو اضعاف یا جز یا اجزا دوسری مقدار کی ہوتی ہی لیکن یہہ ہمیشہ ضرور ہی کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی ذو اضعاف یا جز ہوا کرے مثلاً ایک مربع کا ضلع طول مین ایک انچہہ ہو تو اوسکی مربع کا قطر طول مین $\sqrt{2}$ انچہہ ہوگا اب دیکہہ لو بیان کہ $\sqrt{2}$ ایک مقدار اصم ہی اوسکا پورا جذر نہین نکل سکتا

اسلئے نسبت قطر اور ضلع مربع کی صحیح اعداد مین نہین بیان ہو سکتی جب دو مقدارین ایسی ہون کہ اونکی نسبت اعداد مین صحیح صحیح نہ بیان ہو سکی تو اونکو متباین کہتی ہین اور اونکی نسبت کو نسبت اصم علم حساب طالب علم کو تبلادیگا کہ جب دو مقدارین متباین ہون تو گو اونکی نسبت اعداد مین تحقیقی نہ تبلا سکین لیکن تقریبی جسقدر چاہین تبلا سکتے ہین مثلاً دو عدد ہم ایسی دریافت کر سکتے ہین کہ ایک اونمین $\sqrt{2}$ سے چہوٹا ہوا اور دوسرا بڑا اور ان دونو عددون مین فرق اسقدر کم ہو جسقدر ہم چاہین

(۳۷۰) ہم ایک مسئلہ دو مقادیر متباین کی نسبت کی باب مین لکہتے ہین

فرض کرو کہ لا اور ر دو مقدارین ہین اور یہہ بہی مان لو کہ ہم اس بات کو جانتی ہین کہ خواہ ق کیسا ہی بڑا ہو لیکن ہم ف ایک ایسا عدد دریافت کر سکتی ہین کہ لا اور ر دونو $\frac{ف}{ق}$ اور $\frac{ف+۱}{ق}$ کے درمیان واقع ہون تو لا اور ر آپسمین برابر ہونگے اسواسطے کہ لا اور ر کے درمیان فرق $\frac{۱}{ق}$ سے بڑا نہین ہو سکتا اور ق کو بہت بڑا ماننے سے $\frac{۱}{ق}$ چہوٹا ہو سکتا ہے ہر مقدار سے جو ہم مقرر کرین لیکن لا اور ر اگر غیر مساوی مقدارین ہین تو اونکا حاصل تفریق

ایک معین مقدار ہوگی اسلئی وہ ہر مقدار سے جو فرض کیجاوے کم نہین ہو سکتی پس اسواسطے $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اور $\frac{\text{ح}}{\text{د}}$ آپسمین برابر ہین

(۲۷۱) متناسب کی تعریف ایک تو اس باب مین بیان ہوئی اور ایک تعریف اوسکی اقلیدس کے مقالہ پنجم مین لکہی ہے اب ہم ان دونو تعریفون کا مقابلہ کرتے ہین اقلیدس نے تعریف تناسب کی یہہ کی ہے کہ چار مقدارین متناسب وہ ہین جنمین اضعاف متساویہ جسقدر اول کی لئے جاوین اوسیقدر تیسرے مقدار کی اور اضعاف متساویہ جسقدر دوسرے مقدار کی لئے جاوین اوسیقدر چوتہی مقدار کی اب اگر اول کی اضعاف بڑے ہون دوسرے کے اضعاف سے تو تیسرے کے بڑے ہون چوتہے کے اضعاف سے اور اگر اول کے اضعاف برابر ہون دوسرے کے اضعاف کے تو تیسرے کے اضعاف برابر ہون چوتہے کے اضعاف کی اور علی ہذا القیاس اگر چہوٹے تو چہوٹے

(۲۷۲) اب ہم یہہ ثابت کرینگے کہ جن مقدارون پر جبر مقابلہ کی تعریف تناسب کی صادق آتی ہے اون پر اقلیدس کی تعریف بہی صادق آتی ہے

اسواسطے کہ فرض کرو ا : ب :: ح : د تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}}$ اسواسطے $\frac{\text{ف ا}}{\text{ق ب}} = \frac{\text{ف ح}}{\text{ق د}}$ خواہ ف اور ق کچہہ ہی عدد ہون اب ظاہر ہے کہ اگر ف ا بڑا ق ب سے ہی تو ف ح بہی بڑا ق د سے ہے اور اگر ف ا چہوٹا ق ب سے ہے تو ف ح چہوٹا ق د سے ہی اور علی ہذا القیاس اگر برابر تو برابر پس دیکہہ لو یہان اقلیدس کی تعریف تناسب کی مقادیر ا و ب اور ح اور د پر صادق آئی

(۲۷۳) اب ہم یہہ ثابت کرتے ہین کہ جن مقدارون پر اقلیدس کی تعریف تناسب کی صادق آتی ہے اون پر جبر مقابلہ کی تعریف بہی صادق اویگی فرض کرو کہ ا و ب و ح و د چار مقداریں ہین اور ف اور ق خواہ کوئی سے عدد ہون ف ا اگر بڑا ق ب سے ہے تو ف ح بڑا ق د سے ہی اور علی ہذا القیاس اگر برابر تو برابر اور اگر چہوٹا تو چہوٹا

اول فرض کرو کہ ح اور د متوافق ہین اور ف اور ق ایسی ہین کہ ف ح = ق د کے تو بموجب فرض کے ف ا = ق ب تو ف ا / ق ب = ۱ = ف ح / ق د اسواسطے ا / ب = ح / د

اسواسطے ا : ب :: ح : د

دوم فرض کرو کہ ح اور د مین تباین یعنی دونو مقدارین ایسی ہین کہ وہ کسی ایک مقدار کی ذو اضعاف نہین تو ہم صحیح عدد ف اور ق ایسی نہین دریافت کر سکتے کہ ف ح = ق د کی ہو لیکن ہم جو چاہین اضعاف د کی لے سکتے ہین مثلاً ق د لیں تو یہہ اضعاف درمیان مین دو اضعاف متصلہ ح کے واقع ہونگے یا یہہ کہو کہ ف ح اور (ف+۱) ح کے درمیان واقع ہین پس ف ح / ق د بہ نسبت واحد کے چھوٹا ہے

اور (ف+۱) ح / ق د بڑا بہ نسبت واحد کے ہی بیان سے معلوم ہوا کہ بموجب فرض کے ف ا / ق ب واحد سے چھوٹا اور (ف+۱) ا / ق ب واحد سے بڑا ہے پس ح / د اور ا / ب دونو بڑے بہ نسبت ف / ق کے ہین اور دونو چھوٹے بہ نسبت (ف+۱) / ق کے ہین اور یہہ بات خواہ ف اور ق کیسی ہی بڑے ہون صحیح ہے تو اسے یہہ نتیجہ نکالتے ہین کہ ا / ب اور ح / د غیر مساوی بموجب دفعہ ۳۰۷ کے نہین اسواسطے ا : ب :: ح : د یعنی چارون مقدارون ا و ب اور ح و د پر جبر مقابلہ کی تعریف صادق آتی ہے

(۳۰۷ھ) یہہ اکثر بیان ہوتا ہے کہ جو تعریف تناسب کی جبر مقابلہ مین ہے وہ علم ہندسہ مین نہین مستعمل ہو سکتی اسواسطے کہ علم ہندسہ مین کوئی ترکیب ایسی نہین ہے کہ جسکی نتیجہ عمل قسمت کا یعنی خارج قسمت تعبیر ہو سکے خطوط مستقیم علم ہندسہ کے طور پر تعبیر ہو سکتے ہین لیکن اعداد مطلق جو اس بات کو تبلادین کہ ایک خط دوسرے خط مین کے دفعہ شامل ہے نہین تعبیر ہو سکتے یہہ بات ہی خیال کرنی چاہیئے کہ اقلیدس نے تعریف تناسب کی ایسی کی ہے کہ وہ ہر طرح کی مقادیر پر خواہ اون مین توافق ہو خواہ تباین صادق آتی ہے اور جبر مقابلہ مین ایسی تعریف تناسب کی کی گئی ہے کہ وہ فقط مقادیر پر کہ اون مین توافق ہے

ٹہیک ٹہیک صادق آتی ہی پس یہہ اقلیدس نے جو تعریف تناسب کی اختیار کی ہی اوسکی مناسب ہونیکی لئی یہہ دلیل کافی ہے

امثلہ نمبری ۳۶

قیمت لا کی ان تناسب مقدارون مین دریافت کرو

(۱) ۴ : ۷ :: ۸ : لا (۲) ۳ : ۷ :: لا : ۴۲

(۳) ۵ : لا :: لا : ۴۵

(۴) لا : ۹ :: ۱۶ : لا

(۵) لا + ۴ : لا + ۲ :: لا + ۸ : لا + ۵

(۶) لا + ۴ : ۲ لا + ۸ :: ۲ لا - ۱ : ۳ لا + ۲

(۷) ۳ لا + ۲ : لا + ۷ :: ۹ لا - ۲ : ۵ لا + ۸

(۸) لاَ + لا + ۱ : ۶۲ (لا + ۱) :: لاَ - لا + ۱ : ۶۳ (لا - ۱)

(۹) ا لا + ب : ب لا + ا :: م لا + ن : ن لا + م

(۱۰) اگر ف ق = ع ص اور ق ط = ص ھ تو ف : ع :: ط : ھ

(۱۱) اگر ا : ب :: ح : د اور اَ : بَ :: حَ : دَ تو :

ا اَ : ب بَ :: ح حَ : د دَ اور اِ بَ : اَ ب :: ح دَ : حَ د

(۱۲) اگر ا : ب :: ب : ح تو (اَ + بَ) (بَ + حَ) = (ا ب + ب ح)ٗ

(۱۳) تین اعداد متناسب علی التوالی ہین جنمین سے رقم وسط ۶۰ ہے اور باقی اور عددون کا مجموعہ ۱۲۵ ہے تو اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) تین اعداد متناسب علی التوالی ایسی دریافت کرو کہ مجموعہ اونکا ۱۹ ہو اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۱۳۳ ہو

اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ نسبتین یہہ صحیح ہین کہ

(۱۵) ا(ح + د) = ح(ا + ب) (۱۶) ا √(ح² + د²) = ح √(ا² + ب²)

(۱۷) (ا + ح)(ا² + ح²) / (ا − ح)(ا² − ح²) = (ب + د)(ب² + د²) / (ب − د)(ب² − د²)

(۱۸) (ع ا² + ق ا ب + ف ب²) / (ل ا² + م ا ب + ن ب²) = (ع ح² + ق ح د + ف د²) / (ل ح² + م ح د + ن د²)

(۱۹) ۱/ا − ۱/۲ب − ۱/۳ح + ۱/۴د = ۱/اد (ا/۴ − ب/۳ − ح/۲ + د)

(۲۰) ا : ب :: ع √(م ا² + ن ح²) : ع √(م ب² + ن د²)

سینتیسوان باب تبادل کے بیان مین

(۳۷۵) اس باب مین ایک سلسلہ مقدمات کا نسبت اور تناسب کی حدود سے متعلق بیان کیا جاتا ہے اور بعض مطالب کی تسہیل کے لیئے تناسب اور نسبت کی معنی نئی طرح سے بیان کیئے جاتے ہین

(۳۷۶) جب ایک مقدار دوسری مقدار پر اسطرح موقوف ہو کہ اگر اونمین سے ایک بدلے تو دوسری بھی اوسی نسبت سی بدلے تو ہم کہا کرتے ہین کہ ان مقدارون مین تبادل مستقیم ہی اور ان مقدارونکا نام مقادیر متبدلہ یا متغیرہ

(۳۷۷) مثلاً ایک مثلث ہو جسکا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ قاعدہ بدلتا ہے اسلئی کہ بموجب اقلیدس کے جس نسبت سی قاعدہ مثلث کا گہٹے بڑہیگا اوسی نسبت سے رقبہ مثلث کا کم و بیش ہوگا اس نتیجہ کو رموز جبریہ مین اسطرح تعبیر کرتی ہین کہ فرضکرو دو مثلث ہین جنکا ارتفاع مشترک ہے اور اونکے رقبے اعداد ا اور اَ سے تعبیر ہوتے ہین اور اونکے قاعدے اعداد ب اور بَ سے تو ا/اَ = ب/بَ اور اسے ہم بموجب دفعہ ۳۶۳ کے یہہ نتیجہ نکالتے ہین کہ ا/ب = اَ/بَ اگر ایک اور تیسرا مثلث اوسی ارتفاع کا ہو جو پہلے دو مثلثون کا ارتفاع تہا تو اوس عدد کو کہ اوسکی رقبہ کو تعبیر کرتا ہے اوس عدد سے کہ اوسکے قاعدہ کو تعبیر کرتا ہے وہ نسبت ہوگی جو اَ/بَ مین نسبت ہے فرضکرو کہ اَ/بَ = م تو ا/ب = م اور ا = م ب اسمین ا سے رقبہ کسی ایک مثلث کا اون

مثلثون مین سے جنکا ارتفاع ایک ہی ہے، ا تعبیر ہوتا ہے اور ب وس قاعدہ سے تعبیر ہوتا ہے جو موافق اوس رقبہ کے ہو اور م ایک مقدار مستقل ہے پس ا سے معلوم ہوا کہ یہہ مضمون کہ رقبہ مثلث کا ایسا بدلتا ہے جیسا قاعدہ اسطرح سے ہی ادا ہوتا ہے کہ رقبہ قاعدہ سے نسبت مستقل رکہتا ہے اسی مطلب یہہ ہے کہ اعداد جو رقبہ اور قاعدہ کو تعبیر کرتے ہین اونمین نسبت مستقل ہے یہی باتین ہین جنسے اس باب کے مطالب ادا ہوتے ہین جب ہم یہہ کہتے ہین کہ ا ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ب تو اوس سے مراد ہماری یہہ ہوتی ہے کہ ا ایک سلسلہ مقادیر کا ہے اونمین سے کسی ایک مقدار کے عددی قیمت کو ا تعبیر کرتا ہے اور ایک اور دوسرا خاص سلسلہ مقادیر کا ہے اونمین کسی ایک مقدار کی عددی قیمت کو ب تعبیر کرتا ہے تو ا = م ب کے ہوتا ہے جسمین م ایک عدد مستقل ہے خواہ کوئی سا زوج مقادیر متناظرہ کا لیوین غرض وہ کسی حال مین بدلتا نہین

ارتباط ا = م ب کا اثبات دفعہ ۳۷۶ کے حدود سے مستنبط کرکے لکہا آسانی مطالب کے لئے مناسب ہے،

(۳۷۸) اگر ا ایسا بدلے جیسا کہ ب بدلتا ہے تو ا برابر ہوگا ب اور کسی عدد مستقل کی حاصل ضرب کے فرض کرو کہ ا اور ب دونو مقادیر کی قیمتون کا ایک زوج متناظرہ ہے اور فرض کرو کہ ا اور ب دوسرا زوج ہے تو $\frac{ا}{ا} = \frac{ب}{ب}$ بموجب حدود کے اسے معلوم ہوا کہ ا = $\frac{ا}{ب}$ ب = م ب جسمین م کا برابر ہونا ایک مقدار مستقل $\frac{ا}{ب}$ کی ظاہر ہے

(۳۷۹) یہہ علامت ∝ تبادل کی ہے جن دو مقدارون کے بیچمین آتی ہے اوس سے یہہ مراد ہوتی ہے کہ اونمین تبادل ہے مثلاً ا ∝ ب سے یہہ مراد ہے کہ ا اوسی نسبت سے بدلتا ہے جیسا کہ ب

(۳۸۰) اگر ایک مقدار اسطرح بدلے جس طرح کہ دوسری مقدار کا متکافی بدلتا ہے تو ہم کہا کرتے ہین کہ اون مقدارون مین تبادل معکوس ہے (متکافی کے معنی دفعہ ۳۲۳ مین دیکہہ لو) یعنی اگر ا = $\frac{م}{ب}$ اور یہہ دونو مقدارین سلسلہ اول اور دوم کی باہم متناظرہ ہین اور م ایک

مقدار مستقل ہو تو ا اور ب مین تبادل معکوس کہلائگا

(۳۸۱) اگر ایک مقدار جس نسبت سی بدلے اوسی نسبت سے دو مقدارون کا حاصل ضرب بھی بدلے تو ہم کہا کرتے ہین کہ اونمین تبادل بالاشتراک ہی یعنی اگر ا = م ب ح کی اور م ایک مقدار مستقل ہو تو ا اور ب ورح مین تبادل بالاشتراک کہلایگا

(۳۸۲) اگر تین مقدارین ہون اور پہلی مقدار اوسی نسبت سی بدلے جیسا کہ حاصل ضرب دوسری اور تیسری مقدار کے متکافی کا بدلتا ہے تو اول اور دوم مقدار مین تبادل مستقیم اور اول اور سوم مین تبادل معکوس کہلایگا

یعنی اگر ا = $\frac{\text{م ب}}{\text{ح}}$ ہو اور م ایک مقدار مستقل ہو تو ہم کہینگے کہ ا اور ب مین تبادل مستقیم اور ب اور ح مین تبادل معکوس ہے

(۳۸۳) اگر ا $\propto$ ب اور ب $\propto$ ح تو ا $\propto$ ح

اسواسطے کہ فرض کرو ا = م ب اور ب = ن ح یہان م اور ن مقادیر مستقلہ ہین تو ا = م ن ح اور م ن ایک مقدار مستقل ہے اسواسطے ا $\propto$ ح

(۳۸۴) اگر ا $\propto$ ح اور ب $\propto$ ح تو ا ± ب $\propto$ ح اور نیز $\sqrt{\text{اب}}$ $\propto$ ح

اسواسطے فرض کرو کہ ا = م ح اور ب = ن ح یہان م و ن مقادیر مستقلہ ہین تو ا ± ب = (م ± ن) ح پس ا ± ب $\propto$ ح

اور نیز $\sqrt{(\text{اب})} = \sqrt{(\text{م ن ح}^2)}$ = ح $\sqrt{\text{م ن}}$ اسواسطے $\sqrt{\text{اب}}$ $\propto$ ح

(۳۸۵) اگر ا $\propto$ ب ح تو ب $\propto$ $\frac{\text{ا}}{\text{ح}}$ اور ح $\propto$ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

اسواسطے کہ فرضکرو ا = م ب ح تو ب = $\frac{1}{\text{م}}\frac{\text{ا}}{\text{ح}}$ اسواسطے ب $\propto$ $\frac{\text{ا}}{\text{ح}}$ اور ایسی ہی ح $\propto$ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

(۳۸۶) اگر ا $\propto$ ب اور ح $\propto$ د تو ا ح $\propto$ ب د

اسواسطے کہ فرضکرو کہ ا = م ب اور ح = ن د تو ا ح = م ن ب د اسواسطے ا ح $\propto$ ب د اور ایسی ہی اگر ا $\propto$ ب اور ح $\propto$ د اور ی $\propto$ ف تو ا ح ی $\propto$ ب د ف

(۳۸۷) اگر ا ∝ ب تو $ا^{ن}$ ∝ $ب^{ن}$

اسواسطے کہ فرض کرو کہ ا = م ب تو $ا^{ن} = م^{ن} ب^{ن}$ اسواسطے $ا^{ن}$ ∝ $ب^{ن}$

(۳۸۸) اگر ا ∝ ب تو ا ع ∝ ب ع خواہ ع مقدار مستقل ہو یا غیر مستقل

اسواسطے کہ فرض کرو ا = م ب تو ا ع = م ب ع اسواسطے ا ع ∝ ب ع

(۳۸۹) اگر ا ∝ ب جب ح ایک مقدار مستقل ہو اور ا ∝ ح جب ب ایک مقدار مستقل ہو تو ا ∝ ب ح جب ب اور ح دونو مقادیر غیر مستقل ہوں

ا کا بدلنا موقوف ہے ب کے بدلنے پر اور ح کے بدلنے پر یعنی دونو مقداروں ب اور ح کے بدلنے پر پس فرض کرو کہ ان پچھلی مقداروں کا تبادل جدا جدا واقع ہو جب ب بدلکر بَ ہو جاوے تو ا بدلکر اً ہو جاوے تو بموجب فرض کے $\frac{ا}{اً} = \frac{ب}{بَ}$ اب فرض کرو کہ جب ح بدلکر حَ ہو جاوے تو اً بدل کر اَ ہو جاوے تو بموجب فرض کے $\frac{اً}{اَ} = \frac{ح}{حَ}$ اسواسطے $\frac{ا}{اً} \times \frac{اً}{اَ} = \frac{ب}{بَ} \times \frac{ح}{حَ}$ یعنی $\frac{ا}{اَ} = \frac{ب ح}{بَ حَ}$ اسواسطے ا ∝ ب ح اسکی ایک اچھی مثال علم ہندسہ میں یہہ ہے کہ اگر مثلث کا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ قاعدہ اور اگر قاعدہ نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلیگا جیسا کہ ارتفاع اسسے معلوم ہوا کہ اگر قاعدہ اور ارتفاع دونو تبدیل ہوں تو سطح مثلث کی ایسی تبدیل ہوگی جیسے کہ حاصل ضرب ان اعداد کا جو قاعدہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں اور مثالیں اسکی علم حساب میں نسبت متناسبہ میں واقع ہوتی ہیں مثلاً اگر وقت متعین کیا جاوے تو اسوقت میں کام کی مقدار ایسی بدلیگی جیسے کہ تعداد مزدوروں کی اور جب تعداد مزدوروں کی متعین کیجاوے تو مقدار کام کی ایسی بدلیگی جیسا کہ وقت بدلتا ہے اور وقت اور مزدوروں کی تعداد دونو تبدیل ہوں تو کام ایسا تبدیل ہوگا جیسا کہ حاصل ضرب وقت اور تعداد مزدوروں کا بدلتا ہے

(۳۹۰) اسیطرح سے خواہ کتنی مقداریں ب و ح و د وغیرہ ہوں اور ہر ایک اونمیں سے ایسی بدلتی ہو جیسے ا بشرطیکہ باقی مقداروں میں کچھ تغیر نہ واقع ہوتا ہو تو ح و د سب

بدلینگی تو ا ایسا تبدیل ہوگا جیسا کہ حاصلضرب اون سب کا بدلتا ہے

امثلہ نمبری ۳۷

(۱) ا بدلتا ہی جیسا ب اور ا = ۲ جب ب = ایس قیمت ا کی دریافت کرو جب ب = ۲ کی ہے

(۲) اگر ا² + ب² بدلتا ہو جیسا کہ ا² - ب² تو ثابت کرو کہ ا + ب ایسا بدلیگا جیسا کہ ا - ب

(۳) ۳ ا + ۵ ب ایسا بدلتا ہی جیسا کہ ۱۵ ا + ۳ ب اور ا = ۵ جب ب = ۲ تو نسبت ا : ب کی دریافت کرو

(۴) اگر ا بدلتا ہی جیسا کہ ن ب + ح اور ا = ۴ جب ب = ۱ اور ح = ۲ اور ا = ۷ جب ب = ۲ اور ح = ۳ دریافت کرون کو

(۵) ا اور ب و ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ا جب ب = ا اور ح = ا کے دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = ۲ و ح = ۲

(۶) ا اور ب و ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ۸ جب ب = ۲ و ح = ۲ دریافت کرو قیمت ب ح کی جب ا = ۱۰

(۷) ا اور ب اور ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = ۱۲ جب ب = ۲ اور ح = ۳ دریافت کرو قیمت ا : ب کی جب ح = ۴

(۸) ا اور ب اور ح مین تبادل بالاشتراک ہے اور ا = اَ جب ب = بَ و ح = حَ دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = بً و ح = حً

(۹) ا اور ب مین تبادل مستقیم اور ا اور ح مین تبادل معکوس ہے اور ا = اَ اور ب = بَ و ح = حَ تو دریافت کرو قیمت ا کی جب ب = حَ اور ح = بَ

(۱۰) ایک مدرسہ کا خرچ کچھہ مقررہ ہے اور کچھہ غیر مقررہ اور یہ خرچ غیر مقررہ تعداد چندہ دینے والون کے موقوف تہا جب چندہ دینے والی ۹۹۰ ہون تو ۱۱۲۰ روپیہ صرف ہوتے ہیں اور جب ۳۰۰۰ ہون تو ۱۸۰۰ روپیہ تو بتاؤ جب ۱۰۰۰ چندہ دینے والی ہون تو کیا خرچ ہوگا

(۱۱) ۵ آدمیون کی مزدوری ۷ ہفتہ مین ۱۲۱ روپیہ ۱۴ آ ہین تو ۴ ہفتہ مین ۷۳ روپیہ ۸ آ
کتنے آدمیون کی مزدوری ہوگی

(۱۲) اگر ایک پشتہ کی سطح مایل کا رقبہ اور ارتفاع مقادیر مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ طول پشتہ کا اور اگر سطح مائل کا رقبہ او طول مقادیر مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ ارتفاع پشتہ کا اور ارتفاع اور قاعدہ مستقل ہون تو لاگت پشتہ کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ رقبہ سطح مائل کی پشتہ کا ایک پشتہ ایک میل لنبا اور ۱۰ فیٹ بلند اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہے اوسکی لاگت ۹۶۰۰ روپیہ ہے تو ایک اور پشتہ کی لاگت دریافت کرو جو نصف میل طول مین ہے اور ۱۲ فیٹ بلند اور ۱۵ فیٹ عرض مین ہے

اٹھتیسوان باب سلسلہ حسابیہ معروف بہ سلسلہ جمع و تفریق

(۳۹۱) جب مقادیر موافق ایک فرق عام کے گہٹتے بڑہتے ہون تو ایسے مقادیر کو سلسلہ حسابیہ کہتے ہین اور اونکا نام سلسلہ جمع و تفریق مشہور ہوگیا ہے یہہ سلسلے سلسلہ حسابیہ ہین

۲ و ۵ و ۸ و ۱۱ و ۱۴ وغیرہ

۲۰ و ۱۸ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ وغیرہ

ا و ا + ب و ا + ۲ب و ا + ۳ب و ا + ۴ب وغیرہ

کوئی سی دو رقمین متصل کی لیکر اول مین دوم کو تفریق کرو تو حاصل تفریق فرق عام ہوگا اول سلسلہ مین فرق عام ۳ ہے اور دوسرے مین -۲ ہی اور تیسرے مین ب

(۳۹۲) فرض کرو کہ ا اول رقم ہے اور ب فرق عام ہی تو دوسری رقم ا + ب اور تیسری ا + ۲ب اور چوتہی ا + ۳ب اور علی ہذا القیاس ان وین رقم ا + (ن - ۱) ب ہوگی

(۳۹۳) ایک سلسلہ حسابیہ کی اول رقم اور فرق عام معلوم ہی اوسکی اون ارقام کا حاصل جمع دریافت کرو کہ جنکی تعداد بتلائی جاوے فرضکرو کہ ا اول رقم اور ب فرق عام اور ن تعداد ارقام ہے اور ل آخر رقم ہے اور ح حاصل جمع ہے تو

ح = ا + (ا + ب) + (ا + ۲ب) ۰۰۰ + ل

سلسلہ کی ترکیب کو معکوس کر کے لکھو ح = ل + (ل − ب) + (ل − ۲ب) ۰۰۰ + ا

اور جمع کرنے سے دونوں کو ۲ ح = (ل + ا) + (ل + ا) ۰۰۰ ن رقموں تک

= ن(ل + ا)

اسواسطے ح = ن/۲ (ل + ا) ۰۰۰ (۱)

اور ل = ا + (ن − ۱) ب ۰۰۰ (۲)

تو ح = ن/۲ {۲ا + (ن − ۱) ب} ۰۰۰ (۳)

مساوات ۳ مین ح کی قیمت اون رقموں مین معلوم ہوئی ہے جو معلوم فرض کی گئی ہین مساوات (۱) سے ح کی قیمت خوب آسانی سے بیان ہو سکتی ہے اور اوس سے یہہ قاعدہ مستنبط ہوتا ہے کہ سلسلہ حسابیہ مین حاصل جمع ارقام سلسلہ کا برابر ہوتا ہے حاصل ضرب تعداد ارقام اور نصف مجموعہ رقم اول اور آخر کی

مساواتین جو اوپر لکھی ہین اونکو بعض مثالون کے حل کرنے مین کام مین لاتے ہین

(۳۹۴) اس سلسلہ ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیرہ کی بیس رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ب = ۱ و ن = ۲۰ اسواسطے

ح = ۲۰/۲ (۲ + ۱۹) = ۱۰ × ۲۱ = ۲۱۰

(۳۹۵) اس سلسلہ ۱ و ۳ و ۵ وغیرہ کی ۲۰ رقمون کا حاصلجمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ب = ۲ و ن = ۲۰

اسواسطے ح = ۲۰/۲ (۲ + ۲ × ۱۹) = ۲۰/۲ × ۴۰ = (۲۰)^۲ = ۴۰۰

(۳۹۶) اس سلسلہ ۲۰ و ۱۸ و ۱۶ وغیرہ کی بارہ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۲۰ و ب = −۲ اور ن = ۱۲ اسواسطے

ح = ۱۲/۲ (۴۰ − ۲ × ۱۱) = ۶ (۴۰ − ۲۲) = ۶ × ۱۸ = ۱۰۸

(۳۹۷) اس سلسلہ ۱/۱۲ و ۱/۶ و ۱/۴ و ۱/۳ وغیرہ کی ۸ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = $\frac{۱}{۱۲}$ و ب = $\frac{۱}{۱۲}$ و ن = ۸ اسواسطے

ح = $\frac{۸}{۲}$ ($\frac{۲}{۱۲}$ + $\frac{۷}{۱۲}$) = ۴ × $\frac{۹}{۱۲}$ = ۳

(۹۸ س) اس سلسلہ ۱۵ و ۱۲ و ۹ وغیرہ کی کتنی رقمون کا حاصل جمع ۴۲ ہوگا

یہان ح = ۴۲ و ا = ۱۵ و ب = - ۳ اسواسطے

۴۲ = $\frac{ن}{۲}$ [۳۰ - ۳ (ن - ۱)] = $\frac{ن}{۲}$ (۳۳ - ۳ ن)

اس مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہمکو معلوم ہوگا کہ ن برابر ۴ کے ہے یا ۷ کے اور سلسلہ کی صورت یہہ ہوگی ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و -۳ پس کیا تو اول سلسلہ کی چار رقمون کو جمع کرین تو ۴۲ حاصل جمع حاصل ہوگا یا اول سات رقمونکو جمع کرین تو حاصل جمع ۴۲ ہوگا

(۹۹ س) ۱۱ اور ۲۳ کے درمیان پانچ رقمین لکھو یہان ایک سلسلہ ایسا دریافت کرنا ہے کہ جسکی سات رقمین ہون اور اول رقم ۱۱ اور آخر رقم ۲۳ ہو پس ا = ۱۱ اور ل = ۲۳ اور ن = ۷ پس مساوات (۲) دفعہ ۳۹۳ سے

۲۳ = ۱۱ + ۶ ب اسواسطے ب = ۲ اور کل سلسلہ یہہ ہے ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۱ و ۲۳

امثلہ نمبری ۳۸

ان سلسلون کو جمع کرو

(۱) ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ وغیرہ کو ۹ رقمون تک

(۲) ۱ و ۲ $\frac{۱}{۲}$ و ۴ وغیرہ کو ۱۰ رقمون تک

(۳) ۱ و ۲ $\frac{۲}{۳}$ و ۴ $\frac{۱}{۳}$ وغیرہ کو ۹ رقمون تک

(۴) ۲ و ۳ $\frac{۳}{۴}$ و ۵ $\frac{۱}{۲}$ وغیرہ کو ۱۲ رقمون تک

(۵) $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{۶}$ و ۱ وغیرہ کو ۱۸ رقمون تک

(۶) $\frac{۱}{۲}$ و - $\frac{۲}{۳}$ و - $\frac{۱۱}{۶}$ کو ۱۵ رقمون تک

(۷) تین بیچ کی رقمین ۱۲ و ۲۰ کے درمیان لکھو

(۸) ۵ بیچ کی رقمین درمیان ۱۴ و ۱۶ کے لکھو

(۹) ۷ بیچ کی رقمین ۸ و -۴ کے درمیان لکھو

(۱۰) ۸ بیچ کی رقمین -۱ اور ۵ کے درمیان لکھو

(۱۱) ایک سلسلہ حسابیہ کی رقم اول ۱۳ ہے اور دوسری رقم ۱۱ کی اور حاصل جمع ۴۰ ہے تعداد ارقام دریافت کرو

(۱۲) ایک سلسلہ حسابیہ کی اول رقم ۵ ہے اور پانچوین رقم ۱۱ ہے ۸ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱۳) ایک سلسلہ حسابیہ کی چار رقموں کا حاصل جمع ۴۴ ہے اور آخر رقم ۲ ہی اوسکی رقموں کی تعداد دریافت کرو

(۱۴) ایک سلسلہ حسابیہ مین تین عددون کا حاصل جمع ۲۱ ہی اور حاصل جمع اونکے مربعون کا ۱۵۵ ہی اون اعداد کو

(۱۵) ایک سلسلہ حسابیہ مین پانچ عددون کا حاصل جمع ۱۵ ہی اور مجموعہ اونکی مربعون کا ۵۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۶) ایک سلسلہ جمع کی ساتوین رقم ۱۲ ہے اور بارہوین رقم ۲ ہی اور حاصل جمع سلسلہ کا ۱۷ ہی ارقام کی تعداد دریافت کرو

(۱۷) ایک مسافر کو ۱۴۰ میل چلنا تہا ۲۶ میل تو وہ اول دن چلا اور ۲۴ میل دوسرے دن اور ۲۲ میل تیسرے دن اور علی ہذا القیاس تو بتاؤ کتنے دنون مین وہ اپنا سفر پورا کریگا

(۱۸) ایک مقام سے زید چلا اور ۲ ½ میل ہر گہنٹہ مین چلتا ہی اور اوسی مقام سے اوسی سمت مین بکر تین گہنٹہ بعد چلا اور ۳ میل پہلے گہنٹہ مین چلا اور ۳ ½ میل دوسرے گہنٹہ مین اور ۴ میل تیسرے گہنٹہ مین اور علی ہذا القیاس تو بتاؤ کتنے گہنٹون مین بکر زید سے ملیگا

(۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ مین تین عددون کا حاصل جمع ۱۲ ہے اور اونکی مربعون کا مجموعہ ۶۶ ہے اون عددون کو دریافت کرو

(۲۰) اگر ایک سلسلہ حسابیہ کی ن رقموں کا حاصل جمع ہمیشہ ن² ہو تو پہلی رقم اور فرق عام اس سلسلہ کا دریافت کرو

انتالیسواں باب سلسلہ ہندسیہ معروف به سلسلہ ضرب و تقسیم

(۴۰۰) سلسلہ ہندسیہ وہ سلسلہ مقداروں کا ہے کہ جسمیں ہر مقدار برابر حاصلضرب ماقبل کی مقدار اور ایک جزضربی معین کی ہو اس جزضربی معین کو نسبت مشترک کہتے ہیں یا اختصاراً فقط نسبت

یہہ سلسلے مقداروں کے سلسلہ ہندسیہ میں

$۱، ۳، ۹، ۲۷$ وغیرہ

$۱، \frac{۱}{۲}، \frac{۱}{۴}، \frac{۱}{۸}، \frac{۱}{۱۶}$ وغیرہ

$ا، اط، اط^{۲}، اط^{۳}، اط^{۴}$ وغیرہ

نسبت مشترک کی دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ ایک رقم کو اوسکے ماقبل کی رقم پر تقسیم کرو خارج قسمت نسبت مشترک ہوگی سلسلہ اول میں نسبت مشترک ۳ ہے اور دوم میں $\frac{۱}{۲}$ اور سوم میں ط

(۴۰۱) فرض کرو کہ سلسلہ کی اول رقم ا ہے اور نسبت مشترک ط ہے تو دوسری رقم اط اور تیسری رقم $اط^{۲}$ اور چوتھی رقم $اط^{۳}$ اور علی ہذا القیاس ن وین رقم $اط^{ن-۱}$ ہوگی

(۴۰۲) سلسلہ ہندسیہ میں اول رقم اور نسبت مشترک معلوم ہے حاصل جمع ارقام کا جنکی تعداد متعین کیجاوے معلوم کرو

فرض کرو کہ ا اول رقم کو اور ط نسبت مشترک کو اور ن تعداد ارقام کو اور ح حاصلجمع کو تعبیر کرتی ہے تو

$$ح = ا + اط + اط^{۲} + اط^{۳} \ldots + اط^{ن-۱}$$ اسواسطے

$$حط = اط + اط^{۲} + اط^{۳} + \ldots\ldots + اط^{ن-۱} + اط^{ن}$$

اسواسطے تفریق کرنے سے $حط - ح = اط^{ن} - ا$

اسواسطے $ح = \frac{ا(ط^{ن}-۱)}{ط-۱} \ldots\ldots (۱)$

اور اگر ل آخر رقم کو تعبیر کرے

تو $ل = اط^{ن-۱} \ldots\ldots (۲)$

اسواسطے $ح = \frac{طل - ا}{ط - ۱} \ldots\ldots (۳)$

(۳) مساوات (۱) مین حاصل جمع اون رقمون مین معلوم ہوا جو معلوم تہین اور مساوات

ایک آسان صورت مساوات (۱) کی ہے

اب ان مساوانون کو سوالات کی حل کرنیمین کام مین لاتے ہین

(۴۰۳) اس سلسلہ ۱ و ۳ و ۹ و ۲۷ وغیرہ کی چھہ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ط = ۳ اور ن = ۶ اسواسطے

$$ح = \frac{۳^۶ - ۱}{۳ - ۱} = \frac{۷۲۹ - ۱}{۳ - ۱} = ۳۶۴$$

(۴۰۴) اس سلسلہ ۱ و −۳ و ۹ و −۲۷ وغیرہ کی ۶ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ و ط = −۳ و ن = ۶ اسواسطے

$$ح = \frac{(-۳)^۶ - ۱}{-۳ - ۱} = \frac{۷۲۹ - ۱}{-۴} = -۱۸۲$$

(۴۰۵) اس سلسلہ ۴ و ۲ و ۱ و ½ وغیرہ کی ۸ رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۴ و ط = ½ و ن = ۸ اسواسطے

$$\frac{۴\left(۱ - \frac{۱}{۲^۸}\right)}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۴\left(\frac{۱}{۲^۸} - ۱\right)}{\frac{۱}{۲} - ۱} = \frac{۲۵۵}{۶۴} \times \frac{۲}{۱} = \frac{۲۵۵}{۳۲}$$

(۴۰۶) اس سلسلہ ۸ و −۴ و ۲ و −۱ و ½ وغیرہ کے رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۸ و ط = −½ و ن = ۷ اسواسطے

$$ح = \frac{۸\left[۱ - \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۷\right]}{۱ - \left(-\frac{۱}{۲}\right)} = \frac{۸\left(۱ + \frac{۱}{۱۲۸}\right)}{۱ + \frac{۱}{۲}} = \frac{۱۲۹}{۱۶} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴۳}{۸}$$

(۴۰۷) سلسلہ ہندسیہ مین بیچ کی تین رقمین ۲ و ۳۲ کے درمیان دریافت کرو

اس صورت مین ہم کو ایک سلسلہ ہندسیہ دریافت کرنا ہے جسکی تعداد ارقام ۵ ہون اور پہلی رقم ۲ اور آخر کی رقم ۳۲ پس ا = ۲ و ل = ۳۲ اور ن = ۵ اسواسطے

بموجب مساوات (۲) کے $۳۲ = ۲ط^۴$

یعنی $ط^۴ = ۱۶$

ط = ۲ اسواسطے کل سلسلہ یہہ ہوگا

۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲

(۴۰۸) ح کی قیمت کو دفعہ ۴۰۲ مین اسطرح لکھہ سکتے ہین کہ

$$ح = \frac{ا(۱-ط^ن)}{۱-ط}$$

اب فرضکرو کہ ط ایک سے کم ہے تو جسقدر ن بڑا ہوگا اوسیقدر $ط^ن$ کم ہوگی پس اسطرح جسقدر چاہین ن کو بڑا اختیار کرکے $ط^ن$ کو کم کرسکتی ہین اور اگر $ط^ن$ کو بالکل معدوم سمجھہ لین تو

$$ح = \frac{ا}{۱-ط}$$

اس نتیجہ کو ہم بیان اسطرح کیا کرتے ہین کہ سلسلہ ہندسیہ مین جسکے اندر نسبت مشترک عدد واحد سے چھوٹی ہے اوسکی اسقدر رقمون کا مجموعہ جنکی تعداد کافی ہو $\frac{ا}{۱-ط}$ سے اسقدر چھوٹا ہوگا جسقدر ہم چاہین

(۴۰۹) مثلاً ایک سلسلہ ا و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۸}$ وغیرہ ہو اسمین ا = ۱ اور ط = $\frac{۱}{۲}$ اسواسطے $\frac{ا}{۱-ط} = ۲$ پس تعداد کافی ارقام کی اگر لیوین تو اوسکے مجموعہ اور ۲ کا فرق جسقدر چاہین کم کرسکتے ہین اگر چار رقمین لین تو حاصل جمع $۲ - \frac{۱}{۸}$ اور اگر پانچ رقمین لین تو $۲ - \frac{۱}{۱۶}$ اور اگر چھہ رقمین لین تو $۲ - \frac{۱}{۳۲}$ اور علے ہذا القیاس

اس نتیجہ کو کبھی کبھی اسطرح سے بھی بیان کیا کرتے ہین کہ حاصل جمع اس سلسلہ کی لا انتہا رقمون کا ۲ ہے

(۴۱۰) کسور مدور سلسلہ ہندسیہ کی ایسی مثالین ہین جنمین تعداد ارقام لا انتہا لیجاتی ہے مثلاً یہہ کسر ۳۲۴۲۴۲۴٫ وغیرہ اسطرح تعبیر ہوتی ہے کہ $\frac{۳}{۱۰} + \frac{۲۴}{۱۰^۳} + \frac{۲۴}{۱۰^۵} + \frac{۲۴}{۱۰^۷} +$ وغیرہ

ظاہر ہے کہ بعد $\frac{۳}{۱۰}$ کے ارقام سلسلہ ہندسیہ مین ہین جسکی اول رقم $\frac{۲۴}{۱۰^۳}$ ہے اور نسبت مشترک $\frac{۱}{۱۰^۲}$ ہے پس حاصل جمع اس سلسلہ کی لا انتہا رقمون کا $\frac{۲۴}{۱۰^۳} \div (۱ - \frac{۱}{۱۰^۲})$ یعنی $\frac{۲۴}{۹۹۰}$ ہوگا

اسواسطے قیمت کسر اعشاریہ مدور کی $\frac{۳}{۱۰} + \frac{۲۴}{۹۹۰}$ ہے

قیمت کسر مدور کی عملاً اسیطرح دریافت ہوتی ہے کہ فرضکرو

ح = ٫۳۲۴۲۴ وغیرہ

تو ۱۰ح = ۳٫۲۴۲۴ وغیرہ

اور ۱۰۰۰ح = ۳۲۴٫۲۴۲۴ وغیرہ

پس تفریق کرنے سے (۱۰۰۰-۱۰) ح = ۳۲۴-۳ = ۳۲۱

اسواسطے ح = ۳۲۱/۹۹۰

اور کوئی اور مثال ہو تو بہی اسیطرح اوسکا بیان ہو سکتا ہی

امثلہ نمبری ۳۹

ان سلسلون کو جمع کرو

(۱) ۱ و ۴ و ۱۶ وغیرہ کو ۶ رقمون تک

(۲) ۹ و ۳ و ۱ وغیرہ کو ۵ رقمون تک

(۳) ۲۵ و ۱۰ و ۴ وغیرہ کو ۴ رقمون تک

(۴) ۱ و √۲ و ۲ و ۲√۲ وغیرہ کو ۱۲ رقمون تک

(۵) ۳/۸ و ۱/۴ و ۱/۶ وغیرہ کو ۶ رقمون تک

(۶) ۲/۳ و -۱ و ۳/۲ وغیرہ کو ۷ رقمون تک

(۷) ۱ و -۱/۳ و ۱/۹ وغیرہ کو لاانتہا رقمون تک

(۸) ۱ و ۱/۴ و ۱/۱۶ وغیرہ کو لاانتہا رقمون تک

(۹) ۱ و -۱/۲ و ۱/۴ وغیرہ کو لاانتہا رقمون تک

(۱۰) ۶ و -۲ و ۲/۳ وغیرہ کو لاانتہا رقمون تک

ان کسور مدور کی قیمت دریافت کرو

(۱۱) ٫۱۵۱۵۱۵ وغیرہ (۱۲) ٫۱۲۳۱۲۳۱۲۳ وغیرہ

(۱۳) ٫۴۲۸۲۸۲۸ وغیرہ (۱۴) ٫۲۸۱۳۱۳۱۳ وغیرہ

(۱۵) سلسلہ ہندسیہ مین تین ارقام وسط مابین ۱ و ۲۵۶ کی دریافت کرو

(۱۶) سلسلہ ہندسیہ مین ۴ رقمین وسط کی درمیان ۵ ۱/۳ و ۴۰ ۱/۲ کی دریافت کرو

(۱۷) سلسلہ ہندسیہ مین ۴ رقمین وسط کی ۳ و -۷۲۹ کی درمیان دریافت کرو

(۱۸) ایک سلسلہ ہندسیہ کی تین رقمون کا حاصل جمع ۶۳ ہی اور حاصل تفریق پہلی اور تیسرے رقم کا

۴۵ ہے اون رقمون کو دریافت کرو

(۱۹) ایک سلسلہ ہندسیہ کے اول چار رقمون کا حاصل جمع ۴۰ ہے اور حاصل جمع اوسکے اٹھہ رقمون کا ۳۲۸۰ ہے اوس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۰) سلسلہ ہندسیہ مین تین عددون کا مجموعہ ۲۱ ہے اور مجموعہ اونکے مربعون کا ۱۸۹ ہے اون رقمون کو دریافت کرو

چالیسوان باب سلسلہ موسیقیہ

(۴۱۱) تین مقدارون ا و ب و ح کو سلسلہ موسیقی مین کہینگے اگر ا : ح :: ا - ب : ب - ح پس سلسلہ موسیقی اونہین مقدارون کو کہتے ہین جنمین سے کوئی تین متصل کی مقدارون مین نسبت مذکور ہو

(۴۱۲) مقادیر سلسلہ موسیقیہ کے منکافی سلسلہ حسابیہ مین ہوتے ہین فرض کرو کہ ا و ب و ح سلسلہ موسیقی مین ہین تو

تو ا : ح :: ا - ب : ب - ح

اسواسطے ا (ب - ح) = ح (ا - ب) تقسیم ا ب ح پر کرو تو $\frac{1}{ح} - \frac{1}{ب} = \frac{1}{ب} - \frac{1}{ا}$

پس اسسے دعوی ثابت ہے

(۴۱۳) خاصیت سلسلہ موسیقی کی جو اوپر مذکور ہے اوسسے ہم بعض سوالات بھی حل کر سکتے ہین

مثال پانچ ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے درمیان $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۸}{۱۵}$ کی درج کرو اس سوال کے یہہ معنی ہین کہ پانچ رقمین سلسلہ جمع کی $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۱۵}{۸}$ کے درمیان مین درج کرو بموجب (۲) دفعہ ۳۹۳ کے

$$\frac{۱۵}{۸} = \frac{۳}{۲} + ۶ ب$$

اسواسطے ۶ ب = $\frac{۳}{۸}$ اسواسطے ب = $\frac{۱}{۱۶}$

پس سلسلہ جمع یہہ ہوگا کہ $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲۵}{۱۶}$ و $\frac{۲۶}{۱۶}$ و $\frac{۲۷}{۱۶}$ و $\frac{۲۸}{۱۶}$ و $\frac{۲۹}{۱۶}$ و $\frac{۱۵}{۸}$ اور اسیواسطے سلسلہ موسیقی یہہ ہوگا کہ $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱۶}{۲۵}$ و $\frac{۱۶}{۲۶}$ و $\frac{۱۶}{۲۷}$ و $\frac{۱۶}{۲۸}$ و $\frac{۱۶}{۲۹}$ و $\frac{۸}{۱۵}$

(۴۱۴) فرض کرو کہ دو مقدارون ط اور س کی رقم وسط سلسلہ حسابیہ مین ا اور سلسلہ

ہندسیہ مین ص اور سلسلہ موسیقیہ مین ح ہے تو

ا - ط = س - ا اسواسطے ا = ۱/۲ (ط + س) اور

ط : ص :: ص : س اسواسطے ص = √طس

ط : س :: ط - ح : ح - س یعنی اسواسطے ح = ۲ط س / (ط + س)

امثلہ نمبری ۴۰

(۱) سلسلہ موسیقی ۶ و ۳ و ۲ مین اور آگے تین رقمین لکھو

(۲) سلسلہ موسیقی ۸ و ۲ و ۱ ۱/۷ مین اور آگے تین رقمین لکھو

(۳) دو ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۴ و ۲ کے درمیان لکھو

(۴) تین ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۱/۳ اور ۱/۱۲ کے درمیان لکھو

(۵) سلسلہ ہندسیہ مین رقم وسط دو عددون کی ۹ ہی اور سلسلہ موسیقی مین ۸ تو ان عدد دونکو دریافت کرو

(۶) سلسلہ ضرب مین رقم وسط دو عددون کی ۴۸ ہے اور سلسلہ موسیقی مین رقم وسط اونکے ۴۶ ۲/۲۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۷) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ رقم اوسط اونکی جو درمیان سلسلہ حسابیہ اور ہندسیہ و موسیقیہ کے ہون وہ سب ملکر برابر ۹ ۴/۵ کے ہون اور حاصلضرب اونکا ۲۷ ہو

(۸) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ سلسلہ حسابیہ اور موسیقیہ مین اونکی اوسط رقمون کا حاصلضرب ۲۷ ہو اور سلسلہ حسابیہ کی رقم اوسط اونکی بہ نسبت سلسلہ موسیقیہ کے رقم اوسط کی بقدر ۱/۲ کے زیادہ ہو،

(۹) اگر ط و ص و س سلسلہ موسیقی مین ہون تو ثابت کرو کہ

ط + س - ۲ ص : ط - س :: ط - س : ط + س

(۱۰) اگر تین اعداد سلسلہ ضرب مین ہون اور اونمین سے ہر یک پر اونکی رقم اوسط زیادہ کیجاوے تو حاصل سلسلہ موسیقی مین ہون گے

اکتالیسوان باب اختلاف ترتیب و اجتماع

(۴۱۵) اگر اشیا کو مختلف اسلوب سے مرتب کرین تو ان مختلف اسلوبونکو ترتیب اشیا کہتے ہیں

مثلاً حروف ط و ص و س ہون اور اونمین سے دو دو حرفون کو بالاجتماع مختلف اسلوب سے
مرتب کرین تو ط ص و ص ط و ط س و س ط و ص س و س ص اونکی ترتیب ہوگی

(۴۱۶) اگر کئی چیزون کی مختلف مجموعی مرتب کرین اور اونمین اختلاف ترتیب کو ملحوظ نرکہین تو [illegible]
اونکو اجتماع اون چیزون کا کہتے ہین

مثلاً حروف ط و ص و س مین دو دو کو بالاجمال لین تو اونکی اجتماع ط ص ط س و س ص
گو ط ص و ص ط مین ترتیبین مختلف ہین مگر اجتماع اونکا ایک ہی ہے

(۴۱۷) ن اشیا مین سے اگر ر اشیا کی ترتیب لگا دین تو تعداد ترتیبون کی
ن (ن - ۱) (ن - ۲) ... (ن - ر + ۱) ہوگی

فرض کرو کہ ط و ص و س وغیرہ ن حروف ہین اگر اونمین سے دو کی ترتیب لگائین تو تعداد ترتیبونکی
ن (ن - ۱) ہوگی اسواسطے کہ اگر ط کو باقی اور حروف کی اول رکھین تو تعداد ترتیبونکی (ن - ۱)
ہوگی اور ایسی ہی اگر ص کو باقی اور حروف کا اول رکھین تو تعداد ترتیبون کی (ن - ۱) ہوگی
اور علی ہذا القیاس ن - ۱ ترتیبین ہونگی جنمین س اول ہوگا اور یہی حال اور باقی حروف کا ہے
(ن - ۱) ترتیبین ن دفعہ آوینگی اسلئے کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) ہوگی
اب اگر تین تین کی ترتیبین لگائین تو کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) (ن - ۲) ہوگی
اسواسطے کہ ثابت ہوچکا ہے کہ ن اشیا مین سے اگر دو دو کی ترتیبین لگائین تو ن (ن - ۱)
کل ترتیبین ہوتی ہین اسلئے اگر ن - ۱ حروف ص و س وغیرہ مین سے دو دو کی ترتیبا
لگائین تو (ن - ۱) (ن - ۲) ترتیبین ہونگین اب ان ترتیبون کی اول حرف ط
لکھدو تو تین تین حرفون کی ترتیبین جنمین ط اول ہے (ن - ۱) (ن - ۲) ہونگیں اور
علی ہذا القیاس اتنی اتنی ترتیبین اور ہونگی جنمین باری باری سے ص و س وغیرہ مین سے
ہریک اول آویگا پس کل تعداد ترتیبون کی ن (ن - ۱) (ن - ۲) ہوئین
انہین صورتون کو دیکھکر قیاس کرسکتے ہین اگر ن اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبین لگائی جاوین

تو کل تعداد ترتیبون کی

ن (ن-۱) (ن-۲)... (ن-ر+۱) ہوگی اور واقعی یہی صورت ہی اسکو ہم ثابت کردینگی فرض کرو کہ یہہ ہم کو معلوم ہوگیا ہی کہ اگر ن حرفون مین ر-۱ حروف کی ترتیبین لگائیں جاوین تو کل تعداد ترتیبون کی ن (ن-۱) (ن-۲)... [ن- (ر-۱) +۱] ہوگی تو ہم ثابت کردینگے کہ صورت عام جبریہ بالکل اسکی مشابہ پیدا ہوگی اگر ن حروف مین سے ر شیا کی ترتیبین لگا جاوین اسواسطے کہ ن-۱ حروف ص ق س د د وغیرہ مین سے اگر ر-۱ حروف کی ترتیبین لگائین تو تعداد ترتیبون کی (ن-۱) (ن-۲)... [ن-۱- (ر-۱) +۱] ہوگی اب ترتیبون مین سی ہر یک کی اول ط لکہو تو اسیقدر ترتیبین ر حروف کی حاصل ہونگین اور علی ہذا القیاس اسیقدر ر حروف کی ترتیبین ہونگی جنمین ص اول ہوگا اور ایسی اتنی ترتیبین ر حروف کی اور ہونگی جنمین س اول ہوگا اور علی ہذا القیاس آگے پس اسلیئے ن حروف مین سے ر حروف کی ترتیب لگائی جاوین تو کل تعداد ترتیبون کی

ن (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳)... (ن-ر+۱) ہونگین

پس اسسے یہہ ثابت ہوا کہ اگر یہہ صورت قانون عامہ جبریہ ن حروف مین سے ر-۱ حروف کی ترتیب کے لیئے درست ہی تو وہ ضرور ن حروف مین سے ر حروف کی ترتیب کے لئی بہی درست ہوگا اور ہم یہہ پہلے ثابت کر آئی ہین کہ یہہ قانون تین حروف کے لیئے ثابت ہی وہ ۴ حروف کی لئی بہی ثابت ہے اور جو ۴ کے لیئے ثابت ہی وہ ۵ کے لیئے اور علی ہذا القیاس پس اسسے معلوم ہوا کہ یہہ قانون جبریہ عموماً ثابت ہی یعنی جو ر-۱ کے لئی قاعدہ ثابت ہی وہی ر کے لئی ثابت ہے

(۴۱۸) اگر ن اشیا مین سے ن اشیا کی ترتیبین بالاجتماع لیجاوین تو تعداد ترتیبون کی یہہ ہے کہ ن (ن-۱) (ن-۲)... (ن-ن-۱) = ن (ن-۱) (ن-۲)... ۱

(۴۱۹) اختصار کے واسطے ن (ن-۱) (ن-۲)... ۱ کو لن سے تعبیر کرتے ہین پس لن سے حاصلضرب اصلی اعداد کا ۱ سے لگا کر ن اعداد تک معلوم ہوتا ہے اس

لـن کو ضارب الاعداد ن پڑھتے ہین

(۴۲۰) ر اشیا کی اجتماع مین لـر ترتیبین پیدا ہونگین

اسواسطے کہ بموجب دفعہ ۴۱۸ کی ر اشیا جنسے کہ اجتماع معلوم بنتا ہی لـر مختلف اسلوب سے مرتب ہو سکتی ہین۔

(۴۲۱) ن اشیا مین اگر ر اشیا کا اجتماع لیا جاوے تو تعداد اجتماعونکی یہہ ہوگی

$$\frac{\text{ن(ن-۱)(ن-۲)...(ن-ر+۱)}}{\text{لـر}}$$

اسواسطے کہ ن اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبین بموجب دفعہ ۴۱۷ کے یہہ ہین کہ

ن(ن-۱)(ن-۲)...(ن-ر+۱) اور ہر اجتماع مین بموجب دفعہ ۴۲۰ کے

لـر ترتیبین ہین پس اسی معلوم ہوا کہ تعداد اجتماع یہہ ہوگی

$$\frac{\text{ن(ن-۱)(ن-۲)...(ن-ر+۱)}}{\text{لـر}}$$

اگر نسب نما و شمار کنندہ دونو کو لـن-ر مین ضرب دین تو یہہ صورت پیدا ہوگی اور کچھ قیمت

مین فرق نہین آویگا $\frac{\text{لـن}}{\text{لـر + لـن-ر}}$

(۴۲۲) ن کتنی ایک اشیا ہین اور اون مین سب مختلف ایک دوسرے سے نہین ہین بلکہ

بعض اشیا مکرر ہین اور متعدد ہین تو تعداد ترتیبون کی جب کل اشیا کی ترتیبین ترتیب کیجاوے تعداد

فرض کرو کہ ن حروف ہین اور حرف ط کا ف دفعہ اور حرف ص کا ق دفعہ اور ر کا س

دفعہ آتا ہے اور باقی حروف د اور ی وغیرہ مکرر نہین آتے بلکہ ایک ہی دفعہ آتے ہین تو اگر کل کی

ترتیبین لیجاوین تو اونکی تعداد $\frac{\text{لـن}}{\text{لـف لـق لـس}}$ ہوگی

فرضکرو کہ ع تعداد کل ترتیبون کی ہے پس کسی ایک ترتیب مین ط جو ف دفعہ آتا ہی بدلکر

ایک نئی ط یا مختلف حروف بنجاوے تو کسی اور حرف کا مقام نہ بدلیگا اور فقط ایک ترتیب مین

مختلف ترتیبین لـف پیدا ہونگین اور ظاہر ہے کہ جب ایک ترتیب مین لـف ترتیبین ط کی

نئی ط بننے سے یا مختلف حروف کی صورت مین ہونے سے پیدا ہوتی ہین تو ع ترتیبون مین

ع × لـف ترتیبین پیدا ہونگین اور علے ہذا القیاس اگر ان ترتیبون مین سے ایک ترتیب کے اندر

ص جو ق دفعہ آتا ہے نیا ص بنجاوے یا مختلف حروف کی صورت بن ہوجاوے تو کل تعداد ترتیبون کی ع × لڻ × لڦ ہوگی اور ایسی ہی اگر س جو ر دفعہ آتا ہے ایک نیا س یا کوئی اور مختلف حروف بنجاوے تو کل تعداد ترتیبون کی ع × لڻ × لڦ × لڑ اب یہہ تعداد ترتیبون کی برابر ہونی چاہیئے ن مختلف اشیا کی ترتیبون کی جب کل اشیا کی ترتیبین لیجاوین اور وہ کل ترتیبین یہہ ہین لن بس

ع × لڻ × لڦ × لڑ = لن اسواسطے ع = لن ÷ (لڻ × لڦ × لڑ)

اور یہی قیاس اسکی اور صورتون پر بھی کرلو

(۲۲۳) دفعہ ۲۱۷ کی ثبوت پر اب طالب علمون کو غور کرنی چاہیئے کہ علم ریاضی مین استقرا اسطرح کی ہے کہ ہم یہہ ثابت کرین کہ اگر ایک مسئلہ صحیح ایک صورت مین ہو اور یہہ صورت خواہ کوئی سی ہو تو وہ دوسری صورت مین بھی صحیح ہوگی اور اس دوسری صورت کو پہلی صورت کی صورت مابعد کہتے ہین یا ہم تجربہ اور مشاہدہ سے ثابت کرتے ہین کہ مسئلہ ایک صورت مین صحیح ہے تو وہ صورت مابعد مین بھی صحیح ہوگا اور ہر صورت مابعد کی بھی صورت مابعد مین اور علی ہذا القیاس ہر صورت مین جو بعد پہلی صورت کے واقع ہو ریاضیات کی اعلی حصہ مین استقرا ریاضیہ کا عمل کام آتا ہے

امثلہ نمبری ۴۱

(۱) ۲۴ آدمیون سے چھہ چھہ آدمیون کی جماعتین کتنی بنینگی

(۲) اگر ایک لفظ مین سات حرف ہون اور کل حرفونکی ترتیبین دیجاوین تو بتاؤ کتنی ترتیبین بنسکتی ہین

(۳) آٹھہ حرفون کے لفظ مین اگر اجتماع چار چار حرفون کا لیا جاوے تو کتنی اجتماع ہونگی

(۴) نو حرفون کے کلمہ مین اگر سب حرفونکی ترتیبین لیجائین تو کتنی ترتیبین ہونگی

(۵) ان اشیا کی تعداد بتاؤ جن کی چار چار ترتیبین تین تین کے ترتیبون سے دو چند ہین

(۶) دس حروف اور تین اعراب ہین اگر ان حرفون کی ایسی الفاظ بنا دین کہ چار چار حرف ان مین ہون اور ان پر دو دو اعراب ہون تو بتاؤ کتنے الفاظ بنینگے

(۷) بیس ۲۰ آدمیون مین سے قرعہ پڑکر پانچ پانچ آدمی منتخب ہوتے ہین تو بتاؤ کتنی دفعہ یہہ انتخاب

ہو سکتا ہے اور ایک خاص شخص کتنی دفعہ منتخب ہو سکتا ہے

(۸) بارہ آدمی ہین جنمین سے نو کو کشتی کا چلانا آتا ہے لیکن جہاز چلانا نہین جانتے اور تین کو جہاز چلانا آتا ہے لیکن کشتی چلانی نہین آتی ہے تو بتاؤ ایسی نو نو آدمیونکی کتنی جماعتین بن سکتی ہین جنمین سے آٹھہ کشتی چلانیوالے اور ایک جہاز چلانیوالا ہو اور یہہ بھی بتاؤ کہ اگر ان تین آدمیون مین سے ایک آدمی کو کشتی اور جہاز دونو چلانا آتا ہو تو کتنی ایسی جماعتین بنینگی

بیالیسوان باب مسئلہ ثنائی معروف بہ ضابطہ نیوٹن

(۴۲۴) اس باب مین لکھا جاویگا کہ جملہ ثنائی کا صعود او نزول کسی رتبہ کا کس طرح دریافت ہوتا ہے پہلے لکھہ آئے ہین کہ (لا + ا)^2 = لا^2 + ۲ا لا + ا^2 اور (لا + ا)^3 = لا^3 + ۳لا^{2}ا + ۳لا ا^2 + ا^3 اسیطرح صورت مفصلہ (لا + ا)^ن کی دریافت کرنی اس باب کی بڑی بات ہے ن ایک مثبت صحیح عدد ہے

(۴۲۵) عمل ضرب سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

(لا + ا) (لا + ب) = لا^2 + (ا + ب) لا + اب

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) = لا^3 + (ا + ب + ح) لا^2 + (اب + بح + اح) لا + ابح

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) (لا + د) = لا^4 + (ا + ب + ح + د) لا^3 + (اب + اح + اد + بح + بد + حد) لا^2

+ (ابح + بحد + حدا + داب) لا + ابحد

ان حاصلضربون کو غور سے دیکھین تو قواعد ذیل ذہن مین آئینگی

اول تعداد ارقام بائین طرف حاصلضرب کے صورت مفصلہ مین تعداد ثنائی اجزا ضربی سے جو داہنی طرف مین ہین ایک زیادہ ہے

دوم صورت مفصلہ کی اندر اول رقم مین قوت لا کی موافق تعداد ثنائی اجزا ضربی کی ہے اور اور رقمون مین قوت لا کی بتدریج ایک ایک کم ہوتی جاتی ہے

سوم صورت مفصلہ مین سر اول رقم کا ایک ہی اور سر دوسری رقم کا مجموعہ ثنائی اجزا ضربی کی دوسری رقمون کا مجموعہ ہے اور تیسری رقم کا ثنائی اجزا ضربی کے دوسری رقمون مین سے دو دو کی حاصلضربون کا مجموعہ ہے اور سر چوتھی رقم کا ثنائی اجزا ضربی کے دوسر

رقموں میں سے تین تین رقموں کی حاصلضربون کا مجموعہ ہے اور علی ہذا القیاس اور آخر رقم ثنائی اجزا ضربی کے تمام دوسرے رقموں کا حاصلضرب ہے اب ہم یہہ ثابت کرینگے کہ یہہ تعداد اجزا ثنائی کی خواہ کچھہ ہی ہو یہہ قوانین ہمیشہ اونمین پائی جاینگی فرض کرو کہ اجزا ثنائی کی تعداد ن - ۱ ہے اور وہ سب ابہمین ضرب دی جاوین اور اونمین قوانین مذکور پائی جاوین یعنی ن - ۱ اجزا ثنائی لا + ا و لا + ب لا + ح .... لا + ک ہون اور

(لا + ا) (لا + ب) ... (لا + ک) = لا^ن-۱ + ع لا^ن-۲ + ق لا^ن-۳ + ر لا^ن-۴ + ... + ی

یہاں ع = مجموعہ حروف ا و ب و ح .. ک کے

ق = ان حروف مین سے دو دو حرفون کے حاصلضربون کے مجموعہ کے

ر = ان حروف مین سے تین تین حروف کی حاصلضربون کے مجموعہ کے

ی = ... ان تمام حرفون کے حاصلضرب کے

اب اس مساوات کے طرفین کو لا + ل مین ضرب دو تو

(لا + ا) (لا + ب) (لا + ح) ... (لا + ک) (لا + ک) = لا^ن + (ع + ل) لا^ن-۱

+ (ق + ع ل) لا^ن-۲ + (ر + ق ل) لا^ن-۳ + ... ی ل

پس ع + ل = ا + ب + ح ... + ک + ل

= مجموعہ تمام حروف ا و ب و ح ... ک و ل کے

ق + ع ل = ق + ل (ا + ب + ح + .. ک) =

حروف ا و ب و ح ... ک و ل مین سے دو دو حرفون کے حاصلضربونکے مجموعہ کے

اور ر + ق ل = ر + ل (اب + اح + ب ح + ...)

= حروف ا و ب و ح ... ک و ل مین سے تین تین حروف کے حاصلضربون کے مجموعہ

ی ل = حاصلضرب تمام حروف کے

پس ثابت ہوا کہ اگر ن - ۱ اجزا ثنائی کے لیے قوانین مذکور بصدر صحیح پائی جاوین تو وہ

ان اجزا ثنائی کے لیے بہی درست ہین لیکن یہہ ثابت کرآئی ہین کہ اگر قوانین مذکور چار اجزا ضربی ثنائی کے حاصلضرب کے لئی درست ہین تو وہ پانچ اجزا ضربی حاصلضرب کے لئی بہی درست ہونے چاہین اور علی ہذا القیاس پس معلوم ہوا کہ قوانین مذکور عموماً ہر صورت کی لئی درست ہین

ہم اختصار کے لئے ن اجزاء ضربی کے حاصلضرب کو اسطرح لکہہ لیتے ہین کہ

$$(\text{لا}+\text{ا})(\text{لا}+\text{ب})(\text{لا}+\text{ج})\cdots(\text{لا}+\text{ک})(\text{لا}+\text{ل}) = \text{لا}^{\text{ن}} + \text{ع}\,\text{لا}^{\text{ن}-۱} + \text{ق}\,\text{لا}^{\text{ن}-۲} + \text{ر}\,\text{لا}^{\text{ن}-۳} + \cdots + \text{ی}$$

اب یہان ع برابر ہے مجموعہ حروف ا و ب و ج ... ک و ل جنکی تعداد ن ہی اور ق برابر ہی مجموعہ حاصلضربون دو دو حرفون کے اسلئی ان حاصلضربون کی تعداد بموجب دفعہ ۴۲۱ کے $\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۱\times۲}$ ہی یعنی دو دو کا اجتماع ہے اور ایسے ہی ر برابر ہے $\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۱\times۲\times۳}$ حاصلضربون کے

اسمین تین تین کا اجتماع ہی فرض کرو کہ ب و ج و ک و ل مین سے ہر ایک برابر ا کے ہو تو ع ہوگا ن ا اور ق ہوگا $\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۱\times۲}\text{ا}^۲$ اور ر ہوگا $\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۱\times۲\times۳}\text{ا}^۳$ اور علی ہذا القیاس پس نتیجہ آخر یہہ ہوگا

$$(\text{لا}+\text{ا})^{\text{ن}} = \text{لا}^{\text{ن}} + \text{ن}\,\text{ا}\,\text{لا}^{\text{ن}-۱} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۱\times۲}\text{ا}^۲\text{لا}^{\text{ن}-۲} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۱\times۲\times۳}\text{ا}^۳\text{لا}^{\text{ن}-۳} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)(\text{ن}-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴}\text{ا}^۴\text{لا}^{\text{ن}-۴} + \cdots\cdots + \text{ا}^{\text{ن}}$$

(۴۲۶) اس قانون جبریہ کا نام مسئلہ ثنائی ہے اور سلسلہ جو جانب چپ مین لکہا ہے اسکو صورت مفصلہ $(\text{لا}+\text{ا})^{\text{ن}}$ کی کہتے ہین اور جب ہم کہا کرتے ہین کہ $(\text{ا}+\text{لا})^{\text{ن}}$ کو پہیلاؤ تو اوسکے معنی یہہ ہوتے ہین کہ بجای $(\text{لا}+\text{ا})^{\text{ن}}$ کے اوسکی صورت مفصلہ لکہو

یہہ قانون جبریہ نیوٹن نے ایجاد کیا تہا اسلئی اسکا نام ضابطہ نیوٹن مشہور ہے اس جگہہ یہ ضابطہ اوس صورت مین ثابت کیا ہی کہ ن صحیح اور مثبت عدد ہو اور استقرا سی اس مسئلہ کو ثابت کیا ہی اور اسکو مسئلہ ثنائی اسواسطے کہتے ہین کہ اوسمین جملہ ثنائی کا بیان ہے

(۴۲۷) $(\text{لا}+\text{ا})^۶$ کو پہیلاؤ یہان ن = ۶ تو

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۱\times۲} = \frac{۶\times۵}{۱\times۲} = ۱۵ \text{ اور } \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۱\times۲\times۳} = \frac{۶\times۵\times۴}{۱\times۲\times۳} = ۲۰$$

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)(\text{ن}-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳}{۱\times۲\times۳\times۴} = ۱۵$$

$\frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)(\text{ن}-۳)(\text{ن}-۴)}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵} = \frac{۲\times۳\times۴\times۵\times۶}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵} = ۶$ ، اسلئے

$$(\text{لا}+\text{ا})^{۶} = \text{لا}^{۶} + ۶\text{ا}\,\text{لا}^{۵} + ۱۵\text{ا}^{۲}\text{لا}^{۴} + ۲۰\text{ا}^{۳}\text{لا}^{۳} + ۱۵\text{ا}^{۴}\text{لا}^{۲} + ۶\text{ا}^{۵}\text{لا} + \text{ا}^{۶}$$

اب فرض کرو صورت مفصلہ $(\text{ب}^{۲}+\text{ح ی})^{۶}$ کی دریافت کرنی ہے ب^{۲} بجای لا اور ح ی بجای ا کے مطابقہ مذکور میں رکھو تو

$$(\text{ب}^{۲}+\text{ح ی})^{۶} = (\text{ب}^{۲})^{۶} + ۶\text{ح ی}(\text{ب}^{۲})^{۵} + ۱۵(\text{ح ی})^{۲}(\text{ب}^{۲})^{۴} + ۲۰(\text{ح ی})^{۳}(\text{ب}^{۲})^{۳} + ۱۵(\text{ح ی})^{۴}(\text{ب}^{۲})^{۲} + ۶(\text{ح ی})^{۵}\text{ب}^{۲} + (\text{ح ی})^{۶} = \text{ب}^{۱۲} + ۶\text{ح ی ب}^{۱۰} + ۱۵\text{ح}^{۲}\text{ی}^{۲}\text{ب}^{۸} + ۲۰\text{ح}^{۳}\text{ی}^{۳}\text{ب}^{۶} + ۱۵\text{ح}^{۴}\text{ی}^{۴}\text{ب}^{۴} + ۶\text{ح}^{۵}\text{ی}^{۵}\text{ب}^{۲} + \text{ح}^{۶}\text{ی}^{۶}$$

اب فرض کرو کہ $(\text{لا}-\text{ح})^{\text{ن}}$ کی صورت مفصلہ دریافت کرنی چاہتے ہیں تو بجای ا کے ‎-ح لکھو بموجب دفعہ ۴۲۵ کے ہمکو یہہ دریافت ہوگا

$$(\text{لا}-\text{ح})^{\text{ن}} = \text{لا}^{\text{ن}} - \text{ن ح لا}^{\text{ن}-۱} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۲\times۱}\text{ح}^{۲}\text{لا}^{\text{ن}-۲} - \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۳\times۲\times۱}\text{ح}^{۳}\text{لا}^{\text{ن}-۳} + \dots$$

صورت مفصلہ $(\text{لا}+\text{ا})^{\text{ن}}$ مین بجای لا کے ۱ لکھو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا

$$(۱+\text{ا})^{\text{ن}} = ۱ + \text{ن ا} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۲\times۱}\text{ا}^{۲} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۳\times۲\times۱}\text{ا}^{۳} + \dots$$ یہہ صورت

ا کی سب قیمتون کے لئے درست ہے اسلئے ہم بجای ا کے لا رکھتے ہین تو

$$(۱+\text{لا})^{\text{ن}} = ۱ + \text{ن لا} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۲\times۱}\text{لا}^{۲} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۳\times۲\times۱}\text{لا}^{۳} + \dots$$

(۴۲۸) اگر جملہ ثنائی سے زیادہ رقموں کا جملہ ہو تو اوسکی صورت مفصلہ بوساطت صورت مذکور الصدر کے دریافت کرتے ہین مثلاً صورت مفصلہ $(۱+۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۴}$ کی دریافت کرنی ہو تو بجای ۲لا - لا^{۲} کے ی رکھو تو $(۱+۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۴} = (۱+\text{ی})^{۴} =$

$$۱ + ۴\text{ی} + ۶\text{ی}^{۲} + ۴\text{ی}^{۳} + \text{ی}^{۴} = ۱ + ۴(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲}) + ۶(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۲} + ۴(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۳} + (۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۴}$$

اور $(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۲} = (۲\text{لا})^{۲} - ۲(۲\text{لا})\text{لا}^{۲} + (\text{لا}^{۲})^{۲} = ۴\text{لا}^{۲} - ۴\text{لا}^{۳} + \text{لا}^{۴}$

$$(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۳} = (۲\text{لا})^{۳} - ۳(۲\text{لا})^{۲}\text{لا}^{۲} + ۳(۲\text{لا})(\text{لا}^{۲})^{۲} - (\text{لا}^{۲})^{۳}$$

$$= ۸\text{لا}^{۳} - ۱۲\text{لا}^{۴} + ۶\text{لا}^{۵} - \text{لا}^{۶}$$

$$(۲\text{لا}-\text{لا}^{۲})^{۴} = (۲\text{لا})^{۴} - ۴(۲\text{لا})^{۳}\text{لا}^{۲} + ۶(۲\text{لا})^{۲}(\text{لا}^{۲})^{۲} - ۴(۲\text{لا})(\text{لا}^{۲})^{۳} + (\text{لا}^{۲})^{۴}$$

= ۱۶ لا^۴ - ۳۲ لا^۵ + ۲۴ لا^۶ - ۸ لا^۷ + لا^۸ اگر ان سب رقموں کو جمع کریں تو

(۱ + ۲ لا - لا^۲)^۴ = ۱ + ۸ لا + ۲۰ لا^۲ + ۸ لا^۳ - ۲۶ لا^۴ - ۸ لا^۵ + ۲۰ لا^۶ - ۸ لا^۷ + لا^۸

(۴۲۹) صورت مفصلہ (۱ + لا)^ن میں امثال ارقام کی جو اول اور آخر سے برابر فاصلہ پر واقع ہوں ایک ہی ہوتی ہیں یعنی جو رقم اول رقم سے اتنی رقموں کے بعد واقع ہو جتنی دوسری رقم آخر رقم سے پہلے واقع ہوتی ہے اونکی امثال ایک ہی ہوتی ہیں مثلاً اول سے تیسری رقم کا وہی سر ہوگا جو آخر سے تیسرے رقم کا سر ہے ر ویں رقم کا اول سے یہہ ہے کہ

ن (ن - ۱) (ن - ۲) . . . (ن - ر + ۲) / |ر - ۱ نسب نما اور شمار کنندہ دونو کو

|ن - ر + ۱ میں ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا کہ |ن / (|ر - ۱ |ن - ر + ۱) اور ر ویں رقم آخر سے ن - ر + ۲ ویں اول سے ہوگی اور اوسکا سر یہہ ہے کہ

ن (ن - ۱) . . . (ن - (ن - ر + ۲) + ۲) / |ن - ر + ۱ یعنی ن (ن - ۱) . . . ر / |ن - ر + ۱ دونو

نسب نما اور شمار کنندہ کو |ر - ۱ میں ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا |ن / (|ر - ۱ |ن - ر + ۱)

اور یہہ وہی ہے جو اوپر حاصل ہوا تھا

(۴۳۰) (لا + ا)^ن کے پھیلانے میں اب تک ہم نے یہی بیان کیا ہے کہ ن مثبت صحیح عدد ہے لیکن یہہ ضابطہ عموماً سب صورتوں کے لئے ہے خواہ ن منفی صحیح ہو خواہ مثبت یا منفی کسر بڑے جبر و مقابلہ میں اس صورت مفصلہ کی کیفیت دیکھو یہاں یہی مشکل ہے کہ صورت عامہ سے مختلف خاص صورتیں استنباط کریں اب طالب علم کو چاہئے کہ یہہ بات مان لے کہ لا اور ا اور ن کی کچھ ہی قیمت ہو

(لا + ا)^ن = لا^ن + ن ا لا^(ن - ۱) + [ن (ن - ۱) / (۱ × ۲)] ا^۲ لا^(ن - ۲) + [ن (ن - ۱) (ن - ۲) / (۱ × ۲ × ۳)] ا^۳ لا^(ن - ۳) + [ن (ن - ۱) (ن - ۲) (ن - ۳) / (۱ × ۲ × ۳ × ۴)] ا^۴ لا^(ن - ۴) + …

اگر ن مثبت صحیح نہو تو سلسلہ کا کبھی خاتمہ نہیں ہوگا

(۴۳۱) ایک مثال اوسکی یہہ ہے کہ (۱ + ی)^(۱/۲) کو پھیلاؤ یہاں بموجب قانون دفعہ ۴۳۰ کے بجائے لا کے ۱ اور بجائے ا کے ی اور بجائے ن کے ۱/۲ رکھیں تو

$$\frac{ن(ن-1)}{1\times2} = \frac{\frac12(\frac12-1)}{1\times2} = \frac18$$

$$\frac{ن(ن-1)(ن-2)}{1\times2\times3} = \frac{\frac12(\frac12-1)(\frac12-2)}{1\times2\times3} = \frac1{16}$$

$$\frac{ن(ن-1)(ن-2)(ن-3)}{1\times2\times3\times4} = \frac{\frac12(\frac12-1)(\frac12-2)(\frac12-3)}{1\times2\times3\times4} = -\frac5{128}$$

اور علے ہذا القیاس پس

$$(1+ی)^{\frac12} = 1+\frac12 ی - \frac18 ی^2 + \frac1{16} ی^3 - \frac5{128} ی^4 + \dots$$

ایک اور مثال لو $(1+ی)^{-\frac12}$ یہان بجاے لا کے ا اور بجاے ا کے ی اور بجاے ن کے $-\frac12$ رکھو

$ن = -\frac12$ تو $\frac{ن(ن-1)}{1\times2} = \frac38$ و $\frac{ن(ن-1)(ن-2)}{1\times2\times3} = -\frac5{16}$ و

$\frac{ن(ن-1)(ن-2)(ن-3)}{1\times2\times3\times4} = \frac{35}{128}$ اور علے ہذا القیاس پس

$$(1+ی)^{-\frac12} = 1-\frac12 ی+\frac38 ی^2 - \frac5{16} ی^3 + \frac{35}{128} ی^4 - \dots$$

اب $(1+ی)^{-م}$ کو پھیلاؤ یہان بجاے لا کے ا اور بجای ا کے ی اور بجاے ن کے $-م$ رکھو تو

$ن = -م$ اور $\frac{ن(ن-1)}{1\times2} = \frac{م(م+1)}{1\times2}$

$$\frac{ن(ن-1)(ن-2)}{1\times2\times3} = -\frac{م(م+1)(م+2)}{1\times2\times3}$$

$\frac{ن(ن-1)(ن-2)(ن-3)}{1\times2\times3\times4} = \frac{م(م+1)(م+2)(م+3)}{1\times2\times3\times4}$ اور علی ہذا القیاس پس

$$(1+ی)^{-م} = 1 - م ی + \frac{م(م+1)}{1\times2} ی^2 - \frac{م(م+1)(م+2)}{1\times2\times3} ی^3 + \frac{م(م+1)(م+2)(م+3)}{1\times2\times3\times4} ی^4 \dots$$

ایک خاص صورت لو اور فرض کرو م = ا پس

$$(1+ی)^{-1} = 1 - ی + ی^2 - ی^3 + ی^4 - \dots$$

یہہ بات یون بھی ظاہر ہے کہ اکو ۱ + ی پر تقسیم کریں

اور $(1+2لا-لا^2)^{\frac12}$ کو لاکی قوتون مین پھیلاؤ بجای ۲لا - لا۲ کے ی رکھو تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ $(1+2لا-لا^2)^{\frac12} = (1+ی)^{\frac12}$

$$= 1+\frac12 ی - \frac18 ی^2 + \frac1{16} ی^3 - \frac5{128} ی^4 + \dots$$

$= ۱ + \frac{۱}{۲}(۲لا - لا^۲) - \frac{۱}{۸}(۲لا - لا^۲)^۲ + \frac{۱}{۱۶}(۲لا - لا^۲)^۳ - \frac{۵}{۱۲۸}(۲لا - لا^۲)^۴ + \dots$

اب $(۲لا - لا^۲)^۲$ و $(۲لا - لا^۲)^۳$ کو پہیلا کر رقمون کو جمع کرین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

کہ $(۱ + ۲لا - لا^۲)^{\frac{۱}{۲}} = ۱ + لا - لا^۲ + لا^۳ - \frac{۳}{۲}لا^۴ + \dots$

امثلہ نمبری ۴۲

(۱) $(۱ - لا)^{۳}$ کی اول تین رقمین اور آخر کی تین رقمین دریافت کرو

(۲) $(۳ - ۲لا^۲)^۵$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۳) $(۱ - ۲ی)^۶$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۴) صورت مفصلہ $(لا + ۲ی)^ن$ کی اول چار رقمین لکھو

(۵) صورت مفصلہ $(۱ + لا - لا^۲)^۴$ دریافت کرو

(۶) صورت مفصلہ $(۱ + لا + لا^۲)^۵$ دریافت کرو

(۷) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا + لا^۲)^۴$ دریافت کرو

(۸) امثال $لا^۵$ کی صورت مفصلہ $(۱ + ۲لا + ۳لا^۲)^۶$ مین دریافت کرو

(۹) امثال $لا^۶$ کی صورت $(۱ - ۲لا + ۳لا^۲)^۵$ مین دریافت کرو

(۱۰) اگر $(لا + ی)^ن$ مین دوسری رقم ۲۴۰ اور تیسری رقم ۷۲۰ ہو اور چوتھی رقم ۱۰۸۰ ہو تو لا اور ی اور ن کو دریافت کرو

(۱۱) اگر چھٹی ساتوین اور آٹھوین رقمین $(لا + ا)^ن$ کی ۱۱۲ و ۷ و $\frac{۱}{۴}$ ہون لا و ا و ن کو دریافت کرو

(۱۲) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا)^{\frac{۱}{۲}}$ کی پانچ رقمین دریافت کرو

(۱۳) صورت مفصلہ $(۱ - \frac{۵}{۹}لا)^{\frac{۳}{۵}}$ کو چار رقمون تک لکھو

(۱۴) صورت مفصلہ $(۱ - ۲لا)^{-۱}$ کی لکھو

(۱۵) لا کی امثال $(۱ - لا)^{-۲}$ کی صورت مفصلہ مین دریافت کرو

(۱۶) چہٹی رقم صورت مفصلہ $(۳ لا - ی)^{-\frac{۳}{۴}}$ کی دریافت کرو

(۱۷) پانچ رقموں تک صورت مفصلہ $(ا - ۳ ب)^{-\frac{۲}{۳}}$ لکہو اور اگر ا = ۱ اور ب = $\frac{۱}{۵}$ تو ثابت کرو کہ چوتہی رقم بڑی تیسری رقم سے ہوگی اور پانچوین رقم سے بہی ہوگی

(۱۸) لا کا سر صورت مفصلہ $(۱ - لا)^{-۴}$ مین لکہو

(۱۹) صورت مفصلہ $(۱ + لا + لا^۲)^{\frac{۱}{۲}}$ کی چار رقموں تک لا کی قوت مین لکہو

(۲۰) صورت مفصلہ $(۱ - لا + لا^۲)^{-\frac{۱}{۲}}$ کی چار رقموں تک لا کی قوت مین لکہو

تینتالیسواں باب قسطاس کتابت اعداد

(۴۳۲) یقینی طالب علم کو علم حساب مین یہہ بات معلوم ہوئی ہوگی کہ اعداد کو صورمین بیان کرنیکا یہہ دستور ہے کہ ہر صورت سے جو عدد تعبیر ہوتا ہے وہ ذو اضعاف ۱۰ اکی کسی قوت کا ہوتا ہی مثلاً ۵۲۳ مین ۵ سی پانچ سو تعبیر ہوتی ہین یعنی ۵ گنا $۱۰^۲$ اور ۲ تعبیر کرتا ہی ۲ دس یعنی ۲ گنا ۱۰ کا اور ۳ جو ۳ اکائیون کو تعبیر کرتا ہے وہ بموجب دفعہ ۳۲۴ کے ۳ گنا $۱۰^۰$ کا تعبیر کرتا ہے

اسطرح سے اعداد کے بیان کرنیکا جو طور ہے اوسی مروج قسطاس عشری کہتی ہین اور ۱۰ اکو اساس عددی کہتے ہین

(۴۳۳) اب ہم یہہ بتلاینگے کہ ہر صحیح مثبت عدد کسطرح سوا ۱ ایک کے بجاے ۱۰ اکے اساس اعداد بن سکتا ہے اور ہر صحیح عدد کس طرح نئی اساس کے موافق تعبیر ہوسکتا ہے اور صور جنسے اعداد تعبیر ہوتے ہین اونمین سی ہر صورت مفرد کو ہندسہ کہتے ہین جب ہم اساس لکہین تو اوسے مطلب یہ سمجہنا چاہیے کہ وہ کوئی مثبت عدد صحیح سوا ر واحد کے ہے

(۴۳۴) ہر صحیح عدد موافق کسی اساس کے بیان ہوسکتا ہے فرض کرو کہ ع تو عدد صحیح ہے اور ر اساس ہے اور $ر^ن$ سب سے بڑی قوت ر کی ہے لیکن ع سی بڑی نہین ہے ابع کو $ر^ن$ پر تقسیم اور فرض کرو کہ ا خارج قسمت نکلتا ہے اور ق باقی رہتی ہے

$$ع = ا ر^ن + ق$$ تو

اب یہان ا کم ر سے ہے اور ق کم رن سے ہے تقسیم کرو ع کو رن-۱ پر اور فرض کرو کہ خارج قسمت ب نکلی اور باقی ق رہے تو

ن = ب رن-۱ + ق

اور یہی عمل کئے جاؤ جب تک باقی کم ر سے ہو تو ع اس مساوات مطابقہ سے تعبیر ہوگا کہ

ع = ا رن + ب رن-۱ + ح رن-۲ ... + ھ ر + ک

ہر ایک ہندسہ ا و ب و ح ... ھ و ک مین سے کم بہ نسبت ر کے ہے اور اون مین ایک یا کئی بعد اول کے صفر ہو سکتی ہین

(۴۳۵) ایک صحیح عدد معلوم کو ایک اساس معلوم کے موافق تعبیر کرو ایک صحیح عدد معلوم سے ہمارا مطلب یہہ ہے کہ عدد کیا تو الفاظ مین لکھا ہو یا کسی اساس عدد کی موافق ہندسون مین اگر کسی اساس کی تخصیص نہ بیان ہوئی ہو تو اوسی سمجھنا چاہیے کہ اساس اعداد ۱۰ ہے فرض کرو کہ صحیح عدد معلوم ع ہے اور ر وہ اساس ہے جسکے موافق اوسی بیان کرنا چاہتے ہین اور ک و ھ ... ح و ب و ا ہندسے مطلوبہ ن+۱ تعداد مین ہین اور جانب راست سے شروع ہوتے ہین تو ع = ا رن + ب رن-۱ + ح رن-۲ ... ھ ر + ک

تقسیم کرو ع کو ر پر اور فرض کرو کہ خارج قسمت م ہے تو یہہ ظاہر ہے کہ

م = ا رن-۱ + ب رن-۲ + ... + ھ اور باقی ک ہے پس معلوم ہوا کہ پہلا ہندسہ ک ہے

پس اس سے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ اول ہندسہ دریافت کرنیکا طریقہ ہے کہ عدد معلوم کو اساس معلوم پر تقسیم کرو جو باقی رہے وہ اول ہندسہ ہے اور پھر م کو ر پر تقسیم کرو تو ظاہر ہے کہ باقی ھ رہیگی یہہ دوسرا ہندسہ مطلوبہ ہوگا پس اسیطرح عمل متواتر کرنے سے تمام ہندسے مطلوبہ دریافت ہو جاینگے

(۴۳۶) اب ہم بعض مثالین حل کرتے ہین ۳۲۸۸۴ کو موافق اساس ۷ کے تعبیر کرو

		باقی
۷	۳۲۸۸۴	
۷	۴۶۹۷	۵
۷	۶۷۱	۰
۷	۹۵	۶
۷	۱۳	۴
	۱	۶

پس $۳۲۸۸۴ = ۱ \times ۷^{۵} + ۶ \times ۷^{۴} + ۴ \times ۷^{۳} + ۶ \times ۷^{۲} + ۰ \times ۷^{۱} + ۵$

پس عدد معلوم موافق اساس ۷ کے ۱۶۴۶۰۵ ہے

عدد ۷۴۱۹۴ کی تحویل ایسے عدد مین کرو کہ جسکا اساس ۱۲ ہو

		باقی
۱۲	۷۴۱۹۴	
۱۲	۶۱۸۲	۱۰
۱۲	۵۱۵	۲
۱۲	۴۲	۱۱
	۳	۶

پس $۷۴۱۹۴ = ۳ \times ۱۲^{۴} + ۶ \times ۱۲^{۳} + ۱۱ \times ۱۲^{۲} + ۲ \times ۱۲ + ۱۰$

اعداد کو موافق اساس ۱۲ کے موافق رواج کے بیان کرنے مین دس اور گیارہ کے واسطے صورت تجویز کرنی چاہیے دس کے لئے د اور گیارہ کے لئے گ صورت مقرر کی گئین ہین

پس عدد موافق اساس ۱۲ کے ۳۶گ۲د ہے

عدد ۶۴۵۰۳۲ کا اساس نو ہے اوسکی تحویل ایسے عدد کی طرف کرو جسکا اساس آٹھہ ہو

۸	۶۴۵۰۳۲	باقی
	۷۲۷۸۲	

آٹھہ پر تقسیم اسطرح سے کی گئی ہے کہ ۶ مین سے آٹھہ تو جا نہین سکتا اسلئے ۶۴ مین یہہ دریافت کرنا پڑا کہ آٹھہ کے دفعہ جاتا ہے یہان ۶ بجای ۹ گنتی ۹ کے ہیں اسلئے ۶۴ حقیقت مین ۵۸ ہے پس اوسمین ۸ سات دفعہ گیا آٹھہ ستے چھپن ہوئے اور باقی ۲ بچے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ کے دفعہ ۲۵ مین سے یعنی کتنی دفعہ تیئیس مین آٹھہ جا سکتا ہے دو خارج قسمت نکلا اور ۷ بچے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ آٹھہ کے دفعہ ۷۰ مین سے جا سکتا ہے

یعنی آٹھہ کے دفعہ تریسٹھہ مین سے جا سکتا ہی سات خارج قسمت نکلے اور سات باقی رہے اب یہہ دریافت کرنا ہے کہ ۳۷ مین ۸ کے دفعہ جا سکتا ہے یعنی ۸ کی دفعہ ۶۶ مین سے جا سکتا ہی آٹھہ خارج قسمت نکلے اور ۲ بچے اب یہہ معلوم کرنا ہے کہ ۸ کے دفعہ ۲۲ مین جا سکتا ہی یعنی ۸ کے دفعہ ۲۰ مین سے جا سکتا ہی ۲ خارج قسمت نکلے اور ۴ بچے پس ۴ ہندسہ اول دریافت ہوا اب ہم باقی لکھتے ہین طالب علم کو چاہئی کہ خود تقسیم اسطرح سے کرے جس طرح سے ہمنے اوپر لکھی ہے اور پہر جو خارج قسمت نکلی اوسکا مقابلہ ہمارے لکھی ہوئے عمل سے کرے

		باقی
۸	۷۲۷۸۲	
۸	۸۲۱۰	۲
۸	۱۰۲۳	۳
۸	۱۱۳	۶
۸	۱۲	۵
	۱	۴

پس عدد مطلوب $= ۱×۸^{۶} + ۳×۸^{۵} + ۵×۸^{۴} + ۶×۸^{۳} + ۳×۸^{۲} + ۲×۸ + ۴$

پس یہہ عدد ۱۳۵۶۳۲۴ موافق اساس ۸ کے ہوا

(۴۳۷) یہہ بات نہایت آسان ہے کہ طالب علم مثالین خود لیسی بنالین کہ اثبات صحت عمل کے ساتھہ ہو جاوے مثلاً دو عدد موافق اساس ۱۰ کے لئے اور اونکا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کیا اور ان سبکو کسی اساس معلوم کے موافق تحویل کیا اور پہر اعداد کو موافق اسی اساس کے تحویل کیا اور جو کچھہ حاصل ہوا اونکا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کیا تو جو نتایج حاصل ہونگے وہ وہی ہونگے جو پہلے حاصل ہوئے تھے

امثلہ مشقی ۴۳

(۱) ۴۲.۴۰۴۳ کو موافق اساس ۵ کے تحویل کرو

(۲) ۴۵۷۹۲ کو ایسے عدد کی طرف تحویل کرو کہ جسکا اساس بارہ ہو

(۳) ۱۸۴۶ کو ایسے عدد کیطرف تحویل کرو جسکا اساس دو ہو

(۴) ۲۷۴۵ کو ایسے عدد کیطرف تحویل کرو جسکا اساس گیارہ ہو

(۵) وہ گ کو گ دمین ضرب دو اور یہہ اعداد موافق اساس بارہ کی ہین اونکی تحویل ایسی عدد کیطرف کرو جسکا اساس د ہے اور اونکو باہم ضرب بہی دو

(۶) اگر تحویل سے ۴۱۶۱ کا عدد ۱۰۱۰۱ عدد بنجاوے تو اساس بتاؤ کیا ہے

(۷) اگر تحویل سے ۵۲۶۱ کا عدد ۴۰۲۰۵ ہوجاوے تو اساس دریافت کرو

(۸) ۱۷۱۶۱ کی تحویل ایسے عدد کی طرف کرو جسکا اساس بارہ ہو اور اسی اساس کے موافق ک د پر تقسیم کرو

(۹) وہ اساس دریافت کرو جسکے موافق اعداد ۱۳ و ۲۲ و ۳۳۴ سلسلہ ضرب مین ہون

(۱۰) ۱۰۰۱ د گ گ کا جذر دریافت کرو جسکا اساس ۱۲ ہو

چوالیسوان باب سود

(۴۳۸) اگرچہ مطالب سود کے علم حساب مین اچھی طرح بیان کئی گئی ہین لیکن جبر مقابلہ کی استعانت سے اون مطالب کا سمجھنا اور یاد رکھنا سہل ہوجاتا ہے

(۴۳۹) اگر کسی سے روپیہ لیکر اپنے کام مین لائین تو اس کام مین لانیکے بدلے مین اوس شخص کو جو کچھہ روپیہ دین اوسے سود یا بیاج کہتے ہین اور جو روپیہ قرض دیا جاتا ہی اوسے اصل یا مول اور جب اصل روپیہ پر اوسکا سود خاص ایکمدت کا زیادہ کیا جائے تو ماحصل کو اصل مع سود کہتے ہین یا مول بیاج

(۴۴۰) سود دو طرح کا ہوتا ہی ایک تو نرا سود دوسرا سود در سود یا بیاج پر بیاج نرا سود تو وہ ہے جو فقط اصل روپیہ پر لگایا جاوے اور سود در سود یہہ کہ جب سود واجب الادا ہو تو اوسکو اصل کے ساتھہ ملالیوین اور آئندہ اس اصل مع سود کو قائم مقام اصل سمجھکر اوسپر سود لگادین

(۴۴۱) ایکخاص روپیون کی مقدار پر ایکخاص مدت کے لئے سود جو ٹہیرے اوسکو شرح سود یا بہاؤ سود کا کہتے ہین اکثر رواج یہہ ہے کہ خاص مقدار روپیون کی جسکی موافق

شرح سود قرار باقی ہے سو روپیہ ہوتے ہین اور خاص مدت جسکے لئے سود ٹھہرتا ہی ایک مہینہ
یا ایک سہ ماہی یا ششماہی یا ایک سال ہوتا ہی جب ہم یہہ کہتے ہین کہ شرح سود کی ایک
روپیہ ہے تو اسکے یہہ معنی ہوتے ہین کہ سو روپیہ کسیکے لیکر ایک مہینہ تک کام مین لاوین
تو اس کام مین لانیکا عوض ایک روپیہ ہے

(۴۴۲) اصل مع سود کی جمع جب فقط اصل ہی پر سود لگے دریافت کرو
فرض کرو کہ ف اصل کے روپیون کی مقدار ہے اور ن تعداد برسون کی ہے کہ جسکے واسطے سود کا
حساب کرنا ضرور ہے (جبکہ دن یا مہینون کا سود دریافت کرنا ہو تو وقت ن کسر ہوگی)
اور ر سود ایک روپیہ کا ایک سال مین اور م اصل مع سود چونکہ ر سود ایک روپیہ کا ایک سال
مین ہے تو ف ر سود ایک سال کا ف روپیون کے لئے ہوگا اور ن ف ر سود ن سال کے
لئے ف روپیہ کا ہوگا اسواسطے م = ف + ف ن ر = ف (۱ + ن ر)

(۴۴۳) اس مساوات م = ف (۱ + ن ر) سے ظاہر ہے کہ جب چار مقدارون م اور ف
اور ن اور ر مین سے تین مقدارین معلوم ہونگین تو چوتھی مقدار خود معلوم ہوجاویگی مثلاً

ف = م / (۱ + ن ر) اور ن = (م − ف) / (ف ر) اور ر = (م − ف) / (ف ن)

(۴۴۴) اصل مع سود کی جمع مدت مفروض کے لئے بحساب سود در سود کے دریافتکرو
فرضکرو کہ ف تعداد روپیہ کی اصل مین ہے اور ن تعداد برسون کی ہے اور ر سود ایک روپیہ کا
ایک سال مین ہے اور ر کو روپیہ کی کسر مین تحویل کرلو اگر ضرورت ہو اور م تعداد روپیہ کی
اصل مع سود فرضکرو ایک روپیہ کا ایک سالمین اصل مع سود ا ہو یعنی ا = ۱ + ر تو ف ا
اصل مع سود ف روپیہ کے ایک سال مین ہوا اور اصل مع سود ف ا روپیہ کا ایک سالمین
ف ا ا یا ف ا^۲ ہوگا اسواسطے اصل مع سود ف روپیہ کے دو سال مین ف ا^۲
ہوا اور ایسی ہی اصل مع سود ف ا^۲ کا ایک سال مین ف ا^۲ ا یا ف ا^۳ ہوا اور اسیواسطے
اصل مع سود ف روپیہ کا تین سالمین ف ا^۳ ہے پس علی ہذا القیاس اصل مع سود ف روپیہ

تین سال مین ف $ر^۳$ ہے پس علی ہذا القیاس اصل مع سود ف روپیہ کی ن سالون مین ف $ر^ن$ ہے یعنی

$$م = ف ر^ن$$

پس سود ن سال مین یہہ ہوگا

$$ف ر^ن - ف \text{ یا } ف (ر^ن - ۱)$$

(۴۴۵) کوئی اصل مع سود بعد ایک مدت مفروض کے واجب الادا ہو اور بالفعل اوسکا روپیہ لیلیا جاوے تو وہ روپیہ اتنا ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو موافق سود سابق کے چلاوین تو انجام مدت مفروض مین اصل مع سود وہ حاصل ہو جو پہلی حاصل ہوتا اس روپیہ کو قیمت حال اوس اصل مع سود کی کہتے ہین مثلاً زید کو بکر کے ۵۰۰ روپیہ آج سے نو مہینہ بعد دینے ہون اور سود چار روپیہ سیکڑہ سالیانہ ہو تو ظاہر ہے کہ اگر یہہ روپیہ اب دیا جاوے تو بکر کے پاس کم روپیہ ۵۰۰ سے پہونچنا چاہیے اور اسقدر کم ہونا چاہیے کہ اگر اوسکو اب چار روپیہ سیکڑہ سود پر دیا جاوے تو نو مہینہ کے انجام مین اصل مع سود ۵۰۰ روپیہ ہو پس بالفعل جو روپیہ بکر پاویگا اوسکو قیمت حال اوس اصل مع سود کے کہتے ہین یعنی اصل قیمت حال ہوتی ہے دفعہ ۴۴۳ کو دیکھو

(۴۴۶) ہنوز روپیہ واجب الادا نہوا اور وہ پیشگی لے لیا جاوے تو جو روپیہ اس پیشگی لینے کے عوض مین دیا جاتا ہے اوسکو بٹا اور کٹوتی و بلٹا دمتی کاٹا وغیرہ کہتے ہین مثلاً دفعہ مذکور کی صورت مین جسقدر روپیہ بکر کو ۵۰۰ روپیہ سے کم ملیگا اوسے کٹوتی کہینگے اوپر کی تعریف قیمت حال سے واضح ہوتا ہے کہ قرض ہر وقت ادا ہو سکتا ہے اگر قیمت حال ایک ہی دفعہ ادا کردی جاوے پس اسے معلوم ہوا کہ کٹوتی برابر ہوتی ہے اوس حاصل تفریق کی جو اصل مع سود واجب الادا مین سے قیمت حال کی کم کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۴۴۷) قیمت حال اوس روپیہ کی جو ایک مدت مفروض کے بعد واجب الادا ہو دریافت کرو اور کٹوتی بھی معلوم کرو

فرضکرو کہ قیمت حال مین جو تعداد روپیہ کی ہے وہ ف سے تعبیر ہوتی ہے اور ان تعداد

سالون کی ہر اور ر سود ایک روپیہ کا ایک سال مین ہے اور ر کو روپیہ کی صورت مین لکھہ لو اور م تعداد اوس روپیہ کی ہے جو واجب الادا ہوا اور ک کٹوتی سود کی تو

فرض کرو کہ ا = ر + ۱ تو

موافق دفعہ ۴۴۲ کے نرے سود کی صورت مین م = ف (۱ + ن ر)

اسواسطے ف = م / (۱ + ن ر) اور ک = م − ف = م ن ر / (۱ + ن ر)

اور سود در سود کے صورت مین بموجب دفعہ ۴۴۴ کے م = ف ا^ن

اسواسطے ف = م / ا^ن اور ک = م − ف = م (ا^ن − ۱) / ا^ن

(۴۴۸) کاروبار تجارت مین رواج یہہ پڑ گیا ہے کہ جو روپیہ قبل واجب الادا ہونے کے سے لیا جاتا ہے اوسکا سود دیا جاتا ہے کٹوتی کا حساب نہین لگایا جاتا اگر نرا سود ہو تو بجاے م ن ر / (۱ + ن ر) کے م ن ر حساب مین لگایا جاوے

امثلہ نمبری ۴۴

(۱) ا روپیہ کی کیا شرح سود فیصدی رکھین کہ ایک سال مین اوسی سود کا روپیہ اوسقدر حاصل ہو جسقدر کہ ب روپیے بحساب ح روپیہ فیصدی سود کے سود ایک سال مین حاصل ہوتا ہے

(۲) ثابت کرو کہ اگر روپیہ سود در سود کسی شرح سود کے موافق کسی مدت خاص کے لیے دیا جاے تو وہ زیادہ بڑہیگا بہ نسبت اسکے کہ پہلے ہی دوچند سود پر نصف مدت سابق کی لیے دیا جاتا سے بڑہتا

(۳) ایک خاص شرح سود کی ہے اور سود پر سود نہین ملتا ہے تو بتاؤ کتنی مدت مین روپیہ دوچند ہوگا

(۴) (۱ + ر)^ن کی صورت مفصلہ مین موافق ضابطہ نیوٹن کے جو اول تین قسمین ہین اونکو لیکر یہہ ثابت کرو کہ جمع روپیہ کی پندرہ برس مین بشرح سود پانچ روپیہ سیکڑہ کے بحساب سود در سود کے دوچند سے زیادہ ہو جاویگی

سوالات متفرقہ

(۱) جب ا = ۵ اور ب = ۴ ہو تو دریافت کرو کہ
ا³ + ۳ ا² ب + ۳ ا ب² + ب³ اور ا² + ۱۰ اب + ۹ ب² اور (ا − ب)² کی قیمتیں کیا ہیں

(۲) خطوط وحدانی دور کرو ۵ لا − ۳ [۲ لا + ۹ ی − ۲ { ۳ لا − ۴ (ی − لا) }]

(۳) ۳ − ۵ لا + ۲ لا² کو مجذور کرو

(۴) تقسیم کرو ۱ کو ۱ − لا + لا² پر چار رقموں تک اور ۱ − لا کو ۱ − لا² پر یہی چار رقموں تک تقسیم کرو

(۵) مختصر کرو (۴ لا² − ۱۷ لا + ۱۲) / (۶ لا² − ۱۷ لا + ۱۲) کو

(۶) ذو اضعاف اقل ۴ لا² − ۹ و ۶ لا² − ۵ لا − ۶ اور ۶ لا² + ۵ لا − ۶ کا دریافت کرو

(۷) مختصر کرو (لا/ا + ا/لا − ۲) / (لا − ا) + (لا/ا + ا/لا + ۲) / (لا + ا) کو

(۸) حل کرو (لا − ۲)/۳ + (لا + ۵)/۴ = (۷ لا − ۶)/۹

(۹) پہلی مرتبہ ایک کتاب جو چھپی تو اوسکے ۶۰۰ صفحہ اور دو حصے تھے دوبارہ مصنف نے جو اوسکو چھپوایا تو دوسرے حصہ میں سے اوسکا چوتہائی حصہ اڑا دیا اور پہلے حصہ میں تیس ۳۰ صفحہ زیادہ کر دئے اور اب دونو حصے برابر ہو گئے تو بتاؤ ہر ایک حصہ میں کتنے کتنے صفحے تھے

(۱۰) دو بل تھے ایک بل بہ نسبت دوسری کی بقدر ایک تہائی چھوٹے بل کے زیادہ تھا جب اون دونو کو پانچ روپیہ کے بل سے بدلا تو بقدر نصف حاصل تفریق دونو بلوں کے اور روپیہ دینا پڑا تو بتاؤ بل کتنے کتنے روپیہ کے تھے

(۱۱) جمع کرو ی + ½ ط − ⅓ لا و ط + ½ لا − ⅓ ی و لا + ½ ی − ⅓ ط
اور جو کچھ حاصل ہو اوسے ¼ لا − ی − ⅓ ط تفریق کرو

(۱۲) اگر ا = ۱ و ب = ۳ و ح = ۵ دریافت کرو

[۲ ا³ + ب³ + ا² (ب − ح) + ب² (۲ ا − ح) + ح² (۲ ا + ب) + ح³] / [۲ ا³ − ب³ + ح³ + ا² (ب − ح) − ب² (۲ ا − ح) + ح² (۲ ا + ب)] کی قیمت

(۱۳) مختصر کرو $(ا+ب)^۲ - (ا+ب)(ا-ب) - [ا(۲ب-۲) - (ب^۲-۲ا)]$

(۱۴) تقسیم کرو $۲لا^۵ - لا^۴ی - ۴لا^۳ی^۲ + ۵لا^۲ی^۳ - ۴ی^۵$ کو $لا^۳ - لای^۲ + ۲ی^۳$ پر

(۱۵) اختصار کرو $\frac{لا^۴ - ۲لا^۳ + لا^۲ - ۱}{لا^۴ + لا^۲ + ۱}$ کا

(۱۶) ذو اضعاف اقل $لا^۲ - ۹لا - ۱۰$ و $لا^۲ - ۷لا - ۳۰$ و $(لا+۱)(لا+۳)(لا-۱۰)$
اور $لا^۲ + ۴لا + ۳$ کا

(۱۷) مختصر کرو $\frac{۲}{لا^۲-۹لا-۱۰} + \frac{۳}{لا^۲-۷لا-۳۰} - \frac{۵}{لا^۲+۴لا+۳}$

(۱۸) حل کرو $لا - \frac{لا-۲}{۳} = \frac{لا+۱۵}{۴} - \frac{لا}{۵}$

(۱۹) حل کرو $\frac{۳}{۲}(لا-۱) - \frac{۲}{۳}(لا+۲) + \frac{۱}{۴}(لا-۳) = ۴$

(۲۰) ریلوی کمپنی مین زید و بکر کے ۱۷۵ حصے تہے یہہ حصے دونون نے آپسمین اسطرح سے تقسیم کر لیے کہ زید نے ۸۵ حصے لیے اور بکر نے ۹۰ حصے لئے اور زید کو ۱۰۰ روپیہ دیے تو بتاؤ ہر ایک حصہ کتنے روپیہ کا تہا

(۲۱) جمع کرو $ا + ۲لا - ی + ۲۴ب$ و $۳ا - ۴لا - ۲ی - ۱۸ب$ و $لا + ی - ۱۲ا + ۵۵ب$
اور حاصل جمع مین سے $۳ا + ب + ۳لا + ۲ی$ کو تفریق کرو

(۲۲) دریافت کرو $\frac{ا^۲ب}{۷} + \sqrt{۷اب(۲ح^۲ - اب)} - (۲ا - ۳ب)^۳$ کی قیمت
جب $ا = ۳$ و $ب = ۲\frac{۱}{۳}$ و $ح = ۲$

(۲۳) مختصر کرو $(لا(لا+ا) - ا(لا-ا))(لا(لا-ا) - ا(ا-لا))$

(۲۴) تقسیم کرو $\frac{لا^۳}{۶} - \frac{لا}{۴} + \frac{۱}{۸} - \frac{۵لا^۲}{۳۶}$ کو $\frac{لا}{۳} - \frac{۱}{۲}$ پر اور نتیجہ کی صحت ضرب سے ثابت کرو

(۲۵) مقسوم علیہ اعظم $لا^۴ + ۳لا^۲ - ۱۰$ اور $لا^۴ - ۳لا^۲ + ۲$ کا دریافت کرو

(۲۶) مفرد بناؤ $\frac{۲ا^۲}{ب^۲-۴ا^۲} - \frac{ب}{ب+۲ا} + \frac{ا}{۲ا-ب}$

(۲۷) ذو اضعاف اقل $لا^۲ - ۴$ و $۴لا^۲ - ۷لا - ۲$ اور $۴لا^۲ + ۷لا - ۲$ کا دریافت کرو

(۲۸) حل کرو $\frac{۲لا}{۳} - \frac{لا-۱}{۱۵} + \frac{\frac{۱}{۲}لا-۱}{۶} = ۴$

(۲۹) ایک جوڑا کپڑون کا ۵ روپیہ ۷ر۶ پائی کو خریدا پاجامہ کی قیمت کرتہ سے ڈیوڑھی دی

اور اگر کہہ کی قیمت ڈیوڑھی دونو پاجامہ اور کرتہ سے دی تو بتاؤ ہر یک کی جدا جدا کیا قیمت ہے

(۳۰) کچھہ من گیہون ۲/۶ روپئی فی من ایک بنئے نے بیچے اور ۲۰ من جوار فی من ۱۲ روپئے کے حساب سے فروخت کی اور یہہ سب قیمت اتنی ہوئی کہ اگر جوار اور گیہون کو ملا کر ۵/۶ روپئی من بیچتا تو حاصل ہوتے تو بتاؤ کتنے من گیہون فروخت کئے

(۳۱) اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = $-\frac{1}{2}$ و د = ۰ قیمت

$\frac{\text{ا} - \text{ب} + \text{ح}}{\text{ا} - \text{ب} - \text{ح}} - \frac{\text{اد} - \text{بح}}{\text{بد} + \text{اح}} - \sqrt{\left(\frac{\text{ب}^3}{\text{ا}} - \frac{\text{ا}^2}{\text{ح}^2}\right)}$ کی قیمت دریافت کرو

(۳۲) لا − ا اور لا − ب اور لا + ا اور لا + ب کو آپسمین ضرب دو اور حاصلضرب کو

$\text{لا}^2 + \text{لا}(\text{ا} + \text{ب}) + \text{اب}$ پر تقسیم کرو

(۳۳) تقسیم کرو $8\text{لا}^5 - \text{لا}^3\text{د}^2 + \frac{1}{2}\text{د}^5$ کو $2\text{لا} + \text{د}$ پر

(۳۴) مقسوم علیہ اعظم $4\text{لا}(\text{لا}^2 + 10) - 25\text{لا} - 162$ اور $\text{لا}^2 - 7\text{لا} + 10$ کا دریافت کرو

(۳۵) اختصار کرو $\frac{12\text{لا}^2 - 5\text{لاد} + 3\text{د}^2}{6\text{لا}^3 - 6\text{لا}^2\text{د} + 2\text{لاد}^2 - 2\text{د}^3}$ کا

(۳۶) اختصار کرو $\frac{1}{\text{ا} + \frac{\text{ا}}{\text{ب} + \frac{\text{ح}}{\text{د}}}} + \frac{\text{ا}}{\text{ا} + \text{ب} + \frac{\text{ح}}{\text{د}}}$

(۳۷) حل کرو $\frac{\text{لا} - 1}{9} - \frac{2 - \text{لا}}{4} - \frac{2\text{لا} - 1}{14} + \frac{2 - 3\text{لا}}{30} = 0$

(۳۸) حل کرو $\frac{2\text{لا} - 1}{3} - \frac{\text{لا} + 4}{9} = \frac{5\text{لا} - 1}{27}$

(۳۹) ایک کام کو ا ایک گھنٹہ مین بناتا ہے اور ب اور ح مین سے ہر یک دو گھنٹہ مین اوسی کام کو بناتا ہے تو بتاؤ ا اور ب اور ح ملکر کتنی دیر مین بناوینگے

(۴۰) زید پاس بکر سے چند روپیہ ہے جب زید نے بکر کو دو روپیہ دیدئے تو زید کا روپیہ بکر سے دو چند ہو گیا تو بتاؤ ہر یک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۴۱) جمع کرو ۲لا + ۳د + ۴ی اور لا − ۲د + ۵ی اور ۷لا − د + ی کو

(۴۲) جملہائے ذیل کا حاصل جمع اور حاصل تفریق اور حاصلضرب دریافت کرو

۳ لا۲ - ۴ لای + ۴ ی۲ اور ۴ لا۲ + ۲ لای - ۳ ی۲

(۴۳) مختصر کرو ۲ ا - ۳ (ب - ح) + {ا - ۲ (ب - ح)} - ۲ {ا - ۳ (ب - ح)}

(۴۴) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم لا۴ + ۷ لا۲ + ۱۶ و لا۴ + ۲ لا۳ + ۲ لا + ۱ کا

(۴۵) مختصر کرو (لا۲ - ۱)/(لا۳ - ۱) × (لا + ۱)/(لا۴ + ۲ لا۳ + ۲ لا۲ + ۲ لا + ۱)

(۴۶) دریافت کرو ذو اضعاف اقل لا۲ - ۴ و لا۲ - ۵ لا + ۶ و لا۲ - ۹ کا

(۴۷) مختصر کرو (۳ لا۳ - ۴ لا۲ - لا - ۱۴)/(۶ لا۳ - ۱۱ لا۲ - ۱۰ لا + ۷) کو (۴۸) حل کرو ۳ (لا - ۲) - ۴ (لا - ۲) = ۲ (۳ - لا)

(۴۹) حل کرو √(۹ + ۴ لا) = ۵ - ۲ √لا

(۵۰) ۳ روپیہ ۹ پائی فی سیر کی کہانڈ کتنی ۵۴ سیر کہانڈ مین جسکی قیمت فی سیر ۳ روپیہ ۴ پائی ہے ملاوین کہ ۳ روپیہ ۶ پائی سیر کی کہانڈ بنجاوے

(۵۱) ضرب دو ۳ ا۲ + اب - ب۲ کو ا۲ - ۲ اب - ۳ ب۲ مین اور حاصلضرب کو ا + ب پر تقسیم کرو

(۵۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم ۲ لا (لا - ۳) + ۳ (لا - ۶ ۲/۳) + ۱۵ اور ۲ لا۳ - ۵ لا۲ - ۶ لا + ۱۵ کا

(۵۳) مختصر کرو ۱/(۱ - ۱/(لا + ۱)) + ۱/(۱ - ۱/(لا - ۱))

(۵۴) مختصر کرو (ا + ب)۲/(ا - ب) ÷ (اب + ب۲)/(ا۲ - اب)

(۵۵) حل کرو ۱/ی + ۲/لا = (۲ لا + ۳)/لای و (۱ - ۲ لا۲)/لا = ی/لا - (۱ + ۲ لا)

(۵۶) حل کرو لا + ۳/ی = ۶/۴ و ۳ لا - ۲/ی = ۲۶/۳

(۵۷) حل کرو ۲ (لا - ۳) - ۱/۵ (ی - ۳) = ۳

۳ (ی - ۵) + ۱/۴ (لا - ۲) = ۱۰

(۵۸) حل کرو ۷ ی = ۱۰ (ی + ی) و ۳ ی لا = ۴ (ی + لا) و ۹ لای = ۲۰ (لا + ی)

(۵۹) حل کرو ا/لا + ب/ی = م و ب/لا - ا/ی = ن

(۶۰) ایک کسر کا نسب نما شمار کنندہ سے بقدر ۲ کے زیادہ ہے اور اگر شمار کنندہ پر ۵ زیادہ کرین تو کسر بقدر ایک کے زیادہ ہوجاتی ہے تو اوس کسر کو دریافت کرو

(۶۱) تقسیم کرو لا^۵ − ۱/لا^۵ کو لا − ۱/لا پر

(۶۲) اختصار کرو (۳۲لا^۳ − ۴۹لا − ۱۰) / (۲۱لا^۴ − ۱۴لا^۳ − لا^۲ − ۲۹لا − ۱۰)

(۶۳) اختصار کرو (۱ − ۱/(لا + ۱/لا)) ÷ (لا/۲ + ۱/۲لا − ۱) کو

(۶۴) حل کرو ۳(لا − ۱) + ۲(لا − ۲) = لا − ۳

(۶۵) حل کرو (لا − ۱)/۳ = (ی + ۱)/۴ و (۲لا − ۳)/۵ = (۱۳ − ۲ی)/۷

(۶۶) حل کرو ۵لا + ۲ = ۳ی و ۶لای − ۱۰لا^۲ + (ی^۲ − ۲لا)/۱ = ۸

(۶۷) حل کرو (لا + ی)/۲ − (۲ی − لا)/۳ = ۳ و (۳ی + ۲لا)/۴ + ۹(لا − ۱)/۸ = لا/۲

(۶۸) حل کرو √(لا^۲ + ۴۰) = لا + ۴

(۶۹) حل کرو (لا^۲ + ۳لا + ۲)/(لا + ۱) − (لا^۲ − لا − ۶)/(لا + ۲) = ۵لا/۲

(۷۰) باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند ہے اور دس برس پہلے باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے چہ چند تہی تو بتاؤ بالفعل اوکی عمر کیا ہے

(۷۱) اگر لا = ۴ کی ہو تو قیمت
(لا^۲ / ۲لا√(۳ − ۴) − ۳) − (۶/√لا + لا) − √(۲لا + ۱) کی دریافت کرو

(۷۲) تحویل کرو (۳لا^۳ − ۱۶لا^۲ + ۲۳لا − ۶)/(۲لا^۳ − ۱۱لا^۲ + ۱۷لا − ۶) کو ایسی کسر کیطرف جسکا شمار کنندہ اور نسب نما نہایت مختصر ہو اور جب لا = ۳ تو اوسکی قیمت کیا ہو گی

(۷۳) اجزاء ضربی مفرد مین لا^۲ − ۳لا + ۲ اور لا^۲ − ۷لا + ۱۰ اور لا^۲ − ۶لا + ۵ کو تحلیل کرو

(۷۴) مختصر بناؤ ۱/(لا^۲ − ۳لا + ۲) + ۳/(لا^۲ − ۷لا + ۱۰) − ۴/(لا^۲ − ۶لا + ۵)

(۷۵) حل کرو ۱/۴ (۳لا + لا/۳) − ۱/۷ (۴لا − ۲ ۲/۳) = ۱/۲ (۵لا − ۱)

(۷۶) حل کرو ۹لا^۲ − ۴۳لا + ۴۸ = ۰

(۷۷) کچھ دنوں کے لئے ایک مرد اور ایک لڑکا مزدوری پر لگائے گئے مرد نے ۲۷ آنہ مزدوری کے بابت اور لڑکے نے ۱۲ لیکن جتنے دنوں کام ہوا اونمین سے تین دن

یہہ لڑکا غیر حاضر رہا اگر لڑکے کی طرح تین دن مرد غیر حاضر رہتا تو ہر ایک کی مزدوری برابر ہوتی تو بتاؤ ہر ایک کی شرح مزدوری کیا ہے

(۷۸) $۹ لا^{۴} - ۶ لا^{۳} + ۷ لا^{۲} - ۲ لا + ۱$ کا جذر نکالو اور ثابت کرو کہ نتیجہ صحیح ہے جب $لا = ۰۱$ کے ہو

(۷۹) اگر $ا : ب :: ح : د$ تو ثابت کرو

$$ا^{۲}ح + اح^{۲} : ب^{۲}د + بد^{۲} :: (ا + ح)^{۳} : (ب + د)^{۳}$$

(۸۰) اگر ا و ب و ح دو سلسلہ ہندسیہ میں ہوں تو ثابت کرو کہ $ا^{۲} + د^{۲}$ بڑا $ب^{۲} + ح^{۲}$ سے ہوگا

(۸۱) اگر ن مثبت صحیح عدد ہو تو ثابت کرو کہ $۷^{۲ن+۱} + ۱$ کی تقسیم ۸ پر پوری ہو سکتی ہے

(۸۲) ذو اضعاف اقل $لا^{۲} - ۴ ی^{۲}$ و $لا^{۳} + ۶ لا^{۲} ی + ۱۲ لا ی^{۲} + ۸ ی^{۳}$ اور $لا^{۳} - ۶ لا^{۲} ی + ۱۲ لا ی^{۲} - ۸ ی^{۳}$ کا دریافت کرو۔

(۸۳) حل کرو $\frac{۳}{لا} + \frac{۱}{ی} = \frac{۱}{۲}$ و $\frac{۴}{لا} - \frac{۳}{ی} = ۲\frac{۵}{۹}$

(۸۴) حل کرو $لا^{۲} + ۲لا + ۲\sqrt{لا^{۲} + ۲لا + ۱} = ۴۷$

(۸۵) ایک عدد میں دو ہندسے ہیں اگر اونکو معکوس کر کے لکھیں تو دونوں عدد دو نکا حاصل جمع ۱۲۱ ہوتا ہے اور حاصلضرب دونو ہندسوں کا ۲۸ ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۸۶) ایک پیپہ شراب کا ہے اوسمیں سے ۹ بوتل شراب کی نکالیں اور پانی سے بہر دیں اور پہر نو بوتلیں نکالیں اور پہر پانی سے پیپہ کو پر کر دیا تو اب جو پیپہ میں شراب اور پانی ہے اوس میں نسبت ۱۶ و ۹ کی ہے تو بتاؤ کتنی بوتلیں پیپہ میں شراب کی تہیں

(۸۷) جذر نکالو $۱۶ لا^{۶} + ۲۵ ی^{۶} - ۳۰ لا ی^{۵} - ۲۴ لا^{۵} ی + ۹ لا^{۲} ی^{۴} + ۴۰ لا^{۳} ی^{۳}$ کا

(۸۸) ایک سلسلہ حسابیہ میں اول رقم ۸۱ ہے اور چودہویں رقم ۱۵۹ ہے اور سلسلہ ہندسیہ میں دوسری رقم ۸۱ ہے اور چھٹی رقم ۱۶ ہے تو سلسلہ موسیقیہ میں وسطی النسبت دونوں سلسلوں کی چوتھی رقموں کی درمیان میں دریافت کرو

(۸۹) اگر ۵ = ۲۳۶۰۶ء۲ تو پانچ مرتبہ کی اعشاریہ تک قیمت ۶ / ۵-۱ کی دریافت کرو

(۹۰) اگر لا بڑا ۹ سے ہو تو ثابت کرو کہ لا بڑا بہ نسبت ۳ لا+۱۸ کے ہوگا

(۹۱) تقسیم کرو (لا-ی)۳ - ۲ ی (لا-ی)۲ + ی۲ (لا-ی) کو (لا-۲ی)۲ پر

(۹۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم اور ذو اضعاف اقل ۲۴ (لا۳ + لا۲ی + لا ی۲ + ی۳)

اور ۱۶ (لا۳ - لا۲ی + لا ی۲ - ی۳) کا

(۹۳) لا / (لا۳ + لا۲ی + لا ی۲ + ی۳) + ی / (لا۳ - لا۲ی + لا ی۲ - ی۳) + ۱ / (لا۲ - ی۲) - ۱ / (لا۲ + ی۲) کو مختصر کرو

(۹۴) حل کرو (۶لا + ۱)/۱۴ + (۲لا + ۵)/۳ = ۳ - (۸لا + ۱)/۹

(۹۵) حل کرو لا ی + ۲۰ (لا - ی) = ۰ اور ی ی + ۳۰ (ی - ی) = ۰ و ۳ لا - ۲ ی = ۰

(۹۶) حل کرو ۳ لا۲ - ۲ لا + √(۳ لا۲ - ۴ لا - ۶) = ۱۸ + ۲ لا

(۹۷) موہن ۸ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کشتی مین چلتا ہے وہ گڈہ سے اہار کو چلا اور سوہن اہار سے گڈہ کی طرف چلا اور موہن اہار مین ۱۲ منٹ ٹہرا اور گڈہ مین اولٹا ۲ گھنٹہ ۴۰ منٹ بعد سوہن کے پہنچنے سے آگیا اور سوہن ۷ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کشتی مین چلتا ہے اسلئے کہ دہار گڈہ کی طرف نہین چلتی تو اہار اور گڈہ مین فاصلہ بتاؤ

(۹۸) ایک کنجڑن نے اس خیال سے کہ سیب ان ایسے ہو گئے ہین کہ پانچ آنہ کے سیبون مین پہلے سے ۲۰ سیب زیادہ وہ دے سکتی ہے ایک پائی فی درجن قیمت کم کردی تو بتاؤ فی درجن قیمت کیا ہے

(۹۹) اس سلسلہ ۱۲ + ۴ + ۱ ۱/۳ + ... کی ۸ رقمین اور لا انتہا رقمون کو جمع کرو

(۱۰۰) تین عدد ایسے سلسلہ ہندسیہ مین دریافت کرو کہ اگر ۱ و ۳ و ۹ اونمین بالترتیب تفریق کرین تو حاصل تفریق سلسلہ حسابیہ مین ہون جنکا حاصل جمع ۱۵ ہو

(۱۰۱) ضرب دو لا^(۳/۲) - لا + لا^(۵/۲) - لا^۲ + لا^(۳/۲) - لا + لا^(۱/۲) - ۱ کو لا^(۱/۲) + ۱ مین تقسیم کرو ۱ - لا^(۷/۲) کو ۱ - لا^(۱/۲) پر

(۱۰۲) دریافت کرو ذو اضعاف اقل لا^۳ - ۶ و لا^۲ + ۱۱ و^۲ لا - ۶ و^۳ ، لا^۳ + ۲ و لا^۲ - و^۲ لا - ۲ و^۳
و لا^۲ + و^۲ لا - و^۲ لا - و^۳ کا

(۱۰۳) مختصر کرو
(ا^۳ - ب^۳) / (ا^۳ - ب^۲ + ۲ ب^۲)
(ا + ب) / (ا - ب) + ۱

(۱۰۴) حل کرو (لا + ۵)/۶ + ۱/۹ (لا/۲ + ۲/۵) - ۲/۳ (۳ + ۲ لا) = (۴ لا - ۱۴)/۳ + (لا + ۱۰)/۱۰

(۱۰۵) حل کرو ۶/(لا - ۱) + ۸/(لا - ۵) = ۷/(لا + ۱) + ۱۸/(لا + ۵)

(۱۰۶) حل کرو لا^۲ + ی^۲ + ع^۲ = ۵۰

ی ع + لا ع - ی لا = ۷

لا ع - ی ع - ی لا = ۴۷

(۱۰۷) موہن اور سوہن دونون ۲۰۰ میل ریل مین چلے اور سوہن نے اس سبب سے کہ وقت معین پر مراجعت کرنیکا ارادہ کیا تہا ٹکٹ واپسی بہی ساتھہ لے لیا تہا اور موہن نے ڈیوڑہا اور یہہ دونون ٹکٹون کے لئے سوہن کا خرچ ہوا تہا اسطرح ہر سو میل کی مسافت مین ۴ ر ۲ پائی سوہن کی بہ نسبت موہن کے کم خرچ ہوئے تو بتاؤ موہن کے ٹکٹ کی کیا قیمت تہی

(۱۰۸) اوسط موسیقیہ درمیان ۳ و ۲/۱ کے اور اوسط ہندسیہ درمیان ۲ و ۱۸ اکی دریافت کرو

(۱۰۹) لا/ی (۲ + ی/لا) - ی/لا (۲ - ۱۱ ی/لا + لا/ی) کا جذر نکالو

(۱۱۰) اگر ا : ب :: ب : ح تو ثابت کرو کہ ب^۴ = (ا^۲ - ب^۲ + ح^۲) / (ا^-۲ - ب^-۲ + ح^-۲)

(۱۱۱) تقسیم کرو لا^(۳ن/۲) - لا^(-۳ن/۲) کو لا^(ن/۲) - لا^(-ن/۲) پر

(۱۱۲) مختصر کرو (لا^۳ + ۳ لا^۲ - ۱۰ لا) / (لا^۳ - لا^۲ - ۱۲ لا) کو نہایت چہوٹی رقمونکی طرف اور قیمت دریافت کرو جب لا = ۲

(۱۱۳) حل کرو (لا - ۳)/(لا - ۴) - ۱۳/۴ = (لا - ۲)/(۳(لا - ۶))

(۱۱۴) م کی ایسی قیمتین اس مساوات م^۲ لا^۲ + (م^۲ + م) و لا + و^۲ = ۰ مین دریافت کرو کہ قیمتین اس مساوات کی آپس مین برابر ہو جاوین

(۱۱۵) حل کرو $۳ لا ی + لا^۲ = ۱۰$ و $۵ لا ی - ۲ لا^۲ = ۲$

(۱۱۶) حل کرو $\frac{۱}{لا} + \frac{۱}{ی} = ۵$ و $\frac{لا}{ی} + \frac{ی}{لا} = ۲\frac{۱}{۶}$

(۱۱۷) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکی شمار کنندہ کو چوچند کریں اور نسب نما پر ۳ زیادہ کریں تو کسر دو چند ہو جاوے اور اگر شمار کنندہ پر ۲ زیادہ کریں اور نسب نما کو چوچند کریں تو کسر نصف ہو جاوے

(۱۱۸) مختصر کرو $\left[-(لا^{-۲})^{[illegible]}\right]^{[illegible]} \times \left[-(-لا)^{-۳}\right]^{[illegible]}$

(۱۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ کی تیسری رقم ۱۸ ہے اور ساتوین رقم ۳۰ ہے حاصل جمع ۱۷ رقموں کا دریافت کرو

(۱۲۰) اگر $\frac{ا+ب}{۲}$ و ب و $\frac{ب+ج}{۲}$ سلسلہ موسیقی مین ہون تو ثابت کرو کہ ا و ب و ج سلسلہ ہندسیہ مین ہین

(۱۲۱) مفرد بناؤ $ا - \cfrac{۱}{ب + \cfrac{۱}{ب + \cfrac{ا+ب}{ا-ب}}}$

(۱۲۲) جذر $۲۵ لا^۴ - ۳۰ لا^۳ ی + ۹ لا^۲ ی^۲ - ۲۰ لا ی^۳ + ۴ ی^۴$ کا نکالو

(۱۲۳) $۳ لا^۳ - ۱۴ لا^۲ - ۲۴ لا$ کو اجزاء ضربی مین تحلیل کرو

(۱۲۴) حل کرو $\frac{لا+۵}{۲لا-۱} - \frac{۳(۵لا+۱)}{۵لا+۴} = \frac{۴}{۲لا-۱} - ۲\frac{۱}{۲}$

(۱۲۵) حل کرو $لا^۳ + \frac{۱}{لا^۳} = \frac{۶۵}{۸}$

(۱۲۶) حل کرو $لا^۲ - ی^۲ = ۹$ و $لا + ۴ = ۳(ی - ۱)$

(۱۲۷) حل کرو $ی + \sqrt{لا^۲ - ۱} = ۲$ و $\sqrt{لا+۱} - \sqrt{لا-۱} = \sqrt{ی}$

(۱۲۸) اگر ا و ب و ج و د سلسلہ ضرب مین ہون تو $ا : ب + د :: ج^۳ : ج^۲ د + د^۳$

(۱۲۹) ایک سلسلہ حسابیہ کا فرق عام برابر ۲ کے ہے اور تعداد ارقام برابر دوسری رقم کے ہے اول رقم ایسی دریافت کرو کہ حاصل جمع ۳۵ ہو

(۱۳۰) جس سلسلہ کے م وین رقم ۲×۳^م ہو اوسکی ن رقموں کو جمع کرو

(۱۳۱) مفرد کرو $\frac{۱ + \sqrt{(۱-۲لا)}}{۱ - \sqrt{۱-۲لا}} + \frac{لا - \sqrt{(۱-۲لا)}}{لا}$

(۱۳۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم $۳۰ لا^۵ + ۱۷ لا^۴ - ۵۰ لا^۲ - ۲۴ لا$ اور $۲۴ لا^۴ + ۱۴ لا^۳ - ۴۸ لا^۲ - ۳۲ لا$ کا

(۱۳۳) لا^۲ - لا - ۱۲ = ۰

(۱۳۴) مساوات درجہ دوم ایسی دریافت کرو کہ جسکی قیمتین ۳ و -۲ ہون

(۱۳۵) حل کرو لا^۲ + ۱/لا^۲ = ا^۲ + ۱/ا^۲

(۱۳۶) حل کرو لا^۲/√(لا^۲+۵) = ۱ + ۱/√(لا^۲+۵)

(۱۳۷) معلوم ہے کہ √۳ = ۱٫۷۳۲۰۵ قیمت ۴/(۱-√۳) کو پانچ مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳۸) جذر ۶۱ - ۲۸√۳ کا نکالو

(۱۳۹) اوسط نسبت (لا+ی)/(لا-ی) اور (لا^۲-ی^۲)/(لا^{۲}ی^۲) مین نکالو

(۱۴۰) اگر ا و ب و ح اول اور دوم اور آخر رقم ایک سلسلہ حسابیہ مین ہون تو تعداد ارقام دریافت کرو
اور رقمون کا حاصل جمع بھی دریافت کرو

(۱۴۱) اگر د و ح و ب و ا برابر ۲ و ۳ و ۴ و ۵ کے ہون (ا+ب+ح)/(ا-ب+ح) و (اب-ح د)/(اح-ب د)
اور √((ا-۱)/(ب-۳)) کی قیمتین دریافت کرو

(۱۴۲) حاصلضرب ۱+۴لا+۷لا^۲+۱۰لا^۳+۱۵لا^۴ اور ۱+۵لا+۹لا^۲+۱۳لا^۳+۱۷لا^۴
مین سر لا^۴ کا دریافت کرو تقسیم کرو ۲۱لا^۵-۲لا^۴-۷۰لا^۳-۲۳لا^۲+۱۳۳لا+۲۷ کو لا^۲+۴لا-۹ پر

(۱۴۳) مختصر کرو (ا^۲-ب^۲)/(ا^۲+ب^۲+۲اب) ÷ (ا-ب)/(ا^۲+اب) کو اور √لا/(√لا-√ا) - √ا/(√لا+√ا) - (لا-ا)/(لا+ا) کو

(۱۴۴) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) (۶۰-لا)/۱۴ - (۵-۳لا)/۷ = ۶ - (۲۴-۳لا)/۴

(۲) (لا+۴)/(لا+۳) = (۵لا+۱۲)/(۳لا^۲/۹+۹) (۳) (۳لا+۵ی)/۲۰ + (۵لا-۳ی)/۸ = ۳ و (لا+۱)/(ی+۲) = ۲/۳

(۱۴۵) ان مساواتون کو حل کرو (۱) ۲۰/(لا-۸) + ۲۱/(لا-۶) = ۱۱

(۲) √(لا/۲) + √(۳لا+۱) = ۷

(۳) ۳لا^۲-۴لا ی = ۷ و ۳لا ی - ۴ی^۲ = ۵

(۱۴۶) بارہ روپیہ کی چوانیان اور اٹھنیان مول لین اور اونکی تعداد ۳۲ تہی تو بتاؤ کتنی
چونیان اور اٹھنیان تہین

(۱۴۷) ایک دنبونکے ریوڑ کی قیمت ۱۸۰ روپیہ تہی اونمین دو چوری گئے اس سبب سے ایک روپیہ ہر ایک دنبہ کی قیمت مین بڑہ گیا بتاؤ کتنے دنبے تہے

(۱۴۸) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۴۰ ہو اور اونکے مکافی کا مجموعہ ۵/۴۸ ہو

(۱۴۹) اوسط نسبت ۲ ۱/۴ و ۵/۸ ۵ کے درمیان دریافت کرو اور ۱۰۰ و ۳۰ کی نسبت مین تیسرے رقم دریافت کرو

(۱۵۰) اگر ۸ سونیکے سکّے اور ۹ چاندی کے سکّے برابر ہون ۶ سونے کے سکّے اور ۱۹ چاندی کے سکون کے تو بتاؤ سونے اور چاندی کے سکون کی قیمت مین نسبت کیا ہے

(۱۵۱) خطوط وحدانی کو

لا {لا (ب+ح) لا-ا (ا+ب+ح) ـ [ب ح (لا-ا)] ـ (لا ح) (لا-ب) (لا-ا)} سے دور کرو

(۱۵۲) ضرب دو ا+۲ ۱/۲ (ا ب) + ۲ ۱/۲ ب کو ا-۲ ۱/۲ ا ب + ۲ ۱/۲ ب مین

(۱۵۳) مقسوم علیہ اعظم لا۴ - ۱۶ لا۳ + ۹۳ لا۲ - ۲۳۴ لا + ۲۱۶ اور ۴ لا۳ - ۴۸ لا۲ + ۱۸۶ لا - ۲۳۴ کا دریافت کرو

(۱۵۴) حل کرو ان مساواتونکو (۱) ۱۳ لا - ۱ / ۴ ـ ۲۸ - ۵ لا / ۳ = ۱۷ - ۳ لا + ۱ / ۸

(۲) ۲ لا + ۳ / ۲ لا + ۹ = ۲ لا - ۸ / ۳ لا - ۱۳

(۳) لا - ی = ۳ و ۳ (۱/ی + ۱/لا) = ۱۱ (۱/ی - ۱/لا)

(۱۵۵) حل کرو ان مساواتونکو (۱) √(لا + ۱) + √(۲ لا) = ۷

(۲) ۷ لا - ۲۰ √لا = ۳

(۳) ۷ لا ی - ۵ لا۲ = ۳۶ و ۴ لا ی - ۳ ی۲ = ۱۰۵

(۱۵۶) ایک لڑکے نے کچہہ آنوں کے رنگترے خریدے اگر پانچ رنگترے زیادہ آتے تو نصف پائی فی رنگترہ خرچ ہوتا اور اگر ۳ رنگترے کم آتے تو نصف پائی فی رنگترہ زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ کتنے کے رنگترے خریدے

(۱۵۷) ۶ سیر آلو ۵ رکو بیچنے سے ۲۵ روپیہ سیکڑہ نفع ہوتا ہے تو بتاؤ ۵ سیر آلو ۶ رکو بیچنے سے

کیا سیکڑہ نفع ہوگا

(۱۵۸) ایک گھوڑا ۲۴ روپیہ کو بیچا اور اس بیچنے سے فیصدی اسقدر نفع ہوا جتنے کو گھوڑا مول لیا تھا تو بتاؤ گھوڑے کی قیمت کیا ہے

(۱۵۹) مفرد کرو ∜{۴ ا^۲ + ∜(۱۶ ا^۲ لا^۲ + ۸ ا لا^۳ + لا^۴)}

(۱۶۰) اگر دو کسروں کا حاصل جمع ایک ہو تو ثابت کرو کہ پہلی کسر اور دوسری کسر کا مربع ملکر برابر ہونگی دوسری کسر اور پہلی کسر کے مربع کی

(۱۶۱) جملہائے ذیل کو مفرد بناؤ اور مختصر کرو

ا - [ب - {ا + (ب - ا)}]

۲۵ ا - ۱۹ ا ب - [۳ ب - {۴ ا - (۵ ب - ۶ ح)}] - ۸ ا

[{(ا^م)^ن}^ع] ÷ [{(ا^م)^ع}^ن]

(۱۶۲) مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو ۱۸ ا^۳ - ۱۸ ا^۲ لا + ۶ ا لا^۲ - ۶ لا^۳ اور

۶۰ ا^۲ - ۷۵ ا لا + ۱۵ لا^۲ کا

(۱۶۳) ذو اضعاف اقل دریافت کرو ۱۸ (لا^۲ - ی^۲) و ۱۲ (لا - ی)^۲ اور ۲۴ (لا^۳ + ی^۳)

(۱۶۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) (۲ لا - ۴)/۷ + (۳ لا - ۲)/۵ = ۷

(۲) (۹ لا + ۲۰)/۳۶ = (۴ لا - ۱۲)/(۵ لا - ۴) + لا/۴

(۳) (لا/۲ + ۴)/(لا/۲ + ۱) = ۲/۱

(۴) ۲ (لا - ی) = ۳ (لا - ۴ ی) و ۱۴ (لا + ی) = ۱۱ (لا + ۸)

(۱۶۵) ان مساواتوں کو حل کرو (۱) ۲۳ لا - ۵ لا^۲ = ۱۲

(۲) √(۲ لا + ۳) √(لا - ۲) = ۱۵

(۳) لا^۲ + ی^۲ = ۲۹۰ و لا ی = ۱۴۳

(۴) ۳ لا^۲ - ۴ ی^۲ = ۵۹۸ و لا^۲ - ۶ لا ی = ۳۲

(۱۶۶) زید اور بکر ملکر ایک کام کو ۳ دن مین پورا کرتے ہین اور زید اکیلا ۴ دن مین اوس کام کو بنا لیتا ہے تو بتاو بکر اکیلا اوس کام کو کتنے دنون مین کریگا

(۱۶۷) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو اونکے مربعون کے $\frac{2}{5}$ کے اور حاصل تفریق اونکے مربعون کا برابر ہو ۹۶ گنی اوس خارج قسمت کے جو بڑے عدد کو چھوٹی عدد پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہو

(۱۶۸) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر ایک زیادہ کیا جاوے تو کسر $\frac{1}{2}$ ہو جاوے اور اگر نسب نما پر ایک زیادہ کردین تو $\frac{1}{3}$ ہو جاوے

(۱۶۹) اگر ا : ب :: ج : د تو ثابت کرو کہ $\frac{1}{\text{ا}} + \frac{1}{\text{ب}} : \frac{1}{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ب}} :: \frac{1}{\text{ج}} + \frac{1}{\text{د}} : \frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{د}}$

(۱۷۰) اوسط نسبت مین ۱۶۹ و ۲۵۶ کی دریافت کرو اور ۲۵ و ۱۰۰ کی تناسب مین تیسری رقم خالص دریافت کرو

(۱۷۱) اس جملہ سے خطوط وحدانی ساقط کرو

$$\text{ب} - 2\left\{\text{ب} - 3\left[\text{ا} - 4(\text{ا} - \text{ب})\right]\right\}$$

(۱۷۲) ان جملون کو مختصر کرو

$$\frac{\text{لا}}{\text{ی}} + \frac{2\text{لا}^2 + \text{ی}^2}{\text{لا}\,\text{ی}} + \frac{3\text{لا}\,\text{ی}^2 - 3\text{لا}^2\text{ی} - \text{ی}^3}{\text{لا}^2\text{ی}} - \frac{4\text{لا}^3\text{ی} - 2\text{لا}^2\text{ی}^2 - \text{ی}^4}{\text{لا}^2\text{ی}^2}$$

اور $(\text{ن} - \text{ق} - \text{م})\,\text{ن} - (\text{م} + \text{ق} - \text{ن})\,\text{ق} + (\text{ق} + \text{م})\,\text{م} + \text{م}(\text{ن} - \text{م}) + \text{ق}^2$

$$\left(\frac{\text{لا}^{\text{ن}+\text{ق}}}{\text{لا}^{\text{ن}}}\right)^{\text{ن}-\text{ق}} \div \left(\frac{\text{لا}^{\text{ن}}}{\text{لا}^{\text{ق}-\text{ن}}}\right)$$

(۱۷۳) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم $\text{لا}^4 + \text{ی}\,\text{لا}^3 - 9\text{ی}^2\text{لا}^2 + 11\text{ی}^3\text{لا} - 4\text{ی}^4$ اور

$$\text{لا}^4 - \text{ی}\,\text{لا}^3 - 3\text{ی}^2\text{لا}^2 + 5\text{ی}^3\text{لا} - 2\text{ی}^4$$

(۱۷۴) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) $\text{لا} - \frac{2\text{لا} + 1}{3} = \frac{\text{لا} + 7}{5}$

(۲) $\frac{10\text{لا} + 17}{18} - \frac{12\text{لا} + 2}{13\text{لا} - 16} = \frac{5\text{لا} - 4}{9}$

(۳) $9\text{لا} + \frac{8\text{ی}}{5} = 0.77\text{ی} - \frac{13\text{لا}}{3} = 44$

(۴) $\frac{9\text{لا} + 7}{3\text{لا} + 1} = \frac{2\text{لا} + 19}{\text{لا} + 6}$

(۱۷۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) لا + ۴ − (۷لا − ۸)/لا = ۳

(۲) ۲لا^{۲} − ۳ی^{۲} = ۲ و لای = ۲۰

(۳) ۲ی^{۲} − لا^{۲} = ۱ و ۳لا^{۲} − ۴لای = ۷

(۴) لا + ی = ۶ و لا^{۳} + ی^{۳} = ۱۲۶

(۱۷۶) بارہ بجے کے بعد کب گھنٹے کی سوئیان ایک دوسرے پر اول عمود ہونگین

(۱۷۷) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسکو اوسکے ہندسون کے حاصلضرب پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۲ ہو اور اگر ۲۷ زیادہ کرین تو ہندسے معکوس ہو جاوین

(۱۷۸) ایک بل ۲۶ پونڈ ۱۵ شلنگ کا تھا اوسکے پلٹے مین ہاف گنی اور کرون آئی اور تعداد ہاف گنی کی تعداد کرون سے بقدر ۱۷ کے زیادہ ہے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے سکے کتنے تھے

(۱۷۹) چھہ رقمین اور لا انتہا رقمین اس سلسلہ کی جمع کرو ۱۲ + ۸ + ۵$\frac{۱}{۳}$ + ...

(۱۸۰) جذر ۵۵ − ۷ √۲۴ کا دریافت کرو

(۱۸۱) اگر لا = (√۳ − ۱)/(√۳ + ۱) اور ی = (√۳ + ۱)/(√۳ − ۱) دریافت کرو قیمت لا^{۲} + لای + ی^{۲}

(۱۸۲) اختصار کرو (۳لا^{۲} − ۱۶لا − ۱۲)/(لا^{۳} − ۸لا^{۲} − ۱۲لا + ۱۴۴)

(۱۸۳) اگر دو مرتبہ کے عدد کے ہندسے معکوس کرکے ایک دوسرا عدد پیدا کرین تو ثابت کرو کہ ان دونو عددون کا حاصل تفریق ۹ پر تقسیم ہوگا

(۱۸۴) ان مساواتون کو حل کرو (۱) (۳لا − ۳)/۴ − (۳لا − ۴)/۳ = (۲۱ − ۴لا)/۹

(۲) (۲لا + ۳ی)/۶ + لا/۳ = ۸ و (۷ی − ۳لا)/۲ − ی = ۱۱

(۳) ۴لا − (۱۴ − لا)/(لا + ۱) = ۱۴

(۱۸۵) ان مساواتون کو حل کرو (۱) √(لا + ۳) × √(۳لا − ۳) = ۲۴

(۲) √(لا + ۲) + √(۳لا + ۴) = ۸

(۳) لا^{۲} − لا(۲لا − ۳) = ۲لا + ۸

(۱۸۶) دو عدد ۹ اور ۷ کی نسبت رکھتے ہوئے ایسے دریافت کرو کہ مربع اونکے مجموعہ کا برابر ... کے ہو

حاصلتفریق کے مکعب کے

(۱۸۷) ایک مسافر مقام ا سے مقام ب کی طرف چلا اور ۳ ½ میل فی گھنٹہ چلتا ہے۔ ۴۰ منٹ بعد ایک اور شخص ب سے ا کیطرف چلا اور ۴ ½ میل ہر گھنٹہ مین چلتا ہے اور ا اور ب کے وسط مین پہنچکر ½ میل چلا ہوگا کہ پہلے مسافر سے وہ ملگیا تو ا اور ب کے درمیان فاصلہ بتلاؤ

(۱۸۸) موہن اور سوہن چوسر کھیلنے بیٹھے اور بازی اسطرح بدی گئی کہ اگر موہن ہارے تو چار روپیہ دے اور سوہن ہارے تو تین روپیہ غرض موہن نے ایک روپیہ کی چھوٹ دی ایک دن کی چوسر مین تو سوہن آٹھ روپیہ جیتا دوسرے دن پھر چوسر ہوئی اور بازی اسطرح لگائی گئی کہ اگر موہن ہارے تو دو روپیہ دے اور سوہن ہارے تو ایک روپیہ اور جتنی بازیان پہلے دن ہوئی تھین اوتنی ہی آج بھی کھیلی گئین اور موہن ایک بازی زیادہ اور تین روپیہ جیتا تو بتاؤ کتنی بازیان ہوئی تھین

(۱۸۹) اگر $م = لا - لا^{-۱}$ اور $ن = ی - ی^{-۱}$ تو ثابت کرو کہ

$$م ن + \sqrt{(م^۲+۴)(ن^۲+۴)} = ۲\left(لا ی + \frac{۱}{لا ی}\right)$$

(۱۹۰) جمع کرو اس سلسلہ کو $\frac{۹}{۴} + \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۴} +$ وغیرہ کو ۱۹ رقموں تک

(۱۹۱) ضرب دو $\frac{لا^۲}{۲} - \frac{لا}{۳} + \frac{۱}{۴}$ کو $\frac{لا^۲}{۴} + \frac{لا}{۳} - \frac{۱}{۲}$ مین اور تقسیم کرو $\frac{۳ لا^۵}{۴} - ۴ لا^۴ + \frac{۲۷}{۸} لا^۳ - \frac{۴۳}{۴} لا^۲ - \frac{۳۳}{۴} لا + ۲۷$ کو $\frac{لا^۲}{۲} - لا + ۳$ پر

(۱۹۲) اختصار کرو $\frac{۴ لا^۳ - ۲۷ لا^۲ + ۵۸ لا - ۳۹}{لا^۴ - ۹ لا^۳ + ۲۹ لا^۲ - ۳۹ لا + ۱۸}$ کا

(۱۹۳) دریافت کرو ذو اضعاف اقل $لا^۳ + ۲ لا^۲ ی + ۴ لا ی^۲ + ۸ ی^۳$ اور $لا^۳ - ۲ لا^۲ ی + ۴ لا ی^۲ - ۸ ی^۳$ کا

(۱۹۴) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $\frac{۱}{۴}(لا + ۶) - \frac{۱}{۱۲}(۱۶ - ۳ لا) = ۴\frac{۱}{۶}$

(۲) $\frac{۵ لا - ۹}{۱۳} - \frac{۲۳ - ۲ لا}{۹} = ۳ لا - ۲۰$

(۳) $\frac{۱}{۲}(لا + ی) = \frac{۱}{۳}(۲ لا + ۴)$ و $\frac{۱}{۳}(لا - ی) = \frac{۱}{۲}(لا - ۲۴)$

(۱۹۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{۳}{۴}(لا^۲ - ۳) = \frac{۱}{۸}(لا - ۳)$

(۲) $\sqrt{(لا + ۳)} + \sqrt{۳ لا - ۳} = ۱۰$

(۳) $لا + ی = ۶$ و $(لا^۲ + ی^۲)(لا^۳ + ی^۳) = ۱۴۴۰$

(۱۹۶) دہلی سی خورجہ تک ایک ٹرین ۳۲ میل فی گھنٹہ چلتی ہے اور ۲½ گھنٹہ پہلے اوس ٹرین سے پہونچتی ہے جو ۴۸ میل فی گھنٹہ چلتی ہے تو بتاؤ فاصلہ دونوں کیا ہے

(۱۹۷) ایک عدد دو ہندسوں کا ایسا دریافت کرو کہ برابر چند حاصل ضرب اپنے ہندسوں کے ہو اور اگر اوسکو ہندسوں کے مجموعہ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۴ ہو

(۱۹۸) ایک کالج میں دو طرح کے طالب العلم پڑھتے تھے ایک تو مسافر دوسرے وہیں کے رہنے والے جو وہیں کے رہنے والے تھے اونکی تعداد ۱۸۶۲ء میں بہ نسبت ۱۸۶۱ء کے بقدر ۹ کے زیادہ تھے اگر ۱۸۶۲ء میں ۱۴ مسافر طالب العلم وہیں کے رہنے والوں میں شامل ہو جاتے تو وہاں کے رہنے والوں کی تعداد مسافر طالب العلموں سے اٹھارہ گنی ہو جاتی اور مسافر طالب علموں کی تعداد رہنے والے طالب علموں کی تعداد سے جو ۱۸۶۳ء میں پڑھتے تھے بقدر ۲ کے کم ہو جاتی تو تعداد وہاں کے رہنے والے طالب علموں کی بتلاؤ

(۱۹۹) جذر $ا^4 - 2ا^3ب + 3ا^2ب^2 - 2اب^3 + ب^4$ کا نکالو

اور $(ا+ب)^4 - 2(ا^2+ب^2)(ا+ب)^2 + 2(ا^4+ب^4)$ کا

(۲۰۰) ایک سلسلہ ہندسہ چار رقموں کا ایسا دریافت کرو کہ تیسرے رقم بہ نسبت مجموعہ اول و دوم رقم کے بقدر ۲ کے زیادہ ہو اور چوتھی رقم بہ نسبت مجموعہ دوسری اور تیسرے رقم کی بقدر ۴ کے زیادہ ہو

(۲۰۱) ضرب دو $8 - 3لا + \frac{38لا - 6لا^2 - 58}{7 - 2لا}$ کو $9 - 2لا + \frac{7لا^2 - 55 + 30لا}{6 - 3لا}$

(۲۰۲) مقسوم علیہ اعظم $لا^3 + 4لا^2 + 16$ اور $لا^4 - لا^3 + 8لا - 8$ کا دریافت کرو

(۲۰۳) جمع کرو $\frac{1}{2+3لا}$ و $\frac{2لا - 5}{2(2+3لا)^2}$ و $\frac{لا^2 - لا + 4}{4(2+3لا)^3}$ کو تفریق کرو $\frac{1}{1+لا+لا^2}$ کو $\frac{1}{1-لا+لا^2}$ میں سے

(۲۰۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) $\frac{3لا+5}{8} - \frac{21+لا}{3} = 39 - 5لا$

(۲) $(ا+ب)(ا-لا) = ا(ب-ا)$

(۳) $\frac{2لا+3ی}{16} + \frac{لا}{12} = 2\frac{3}{4}$ و $\frac{ی-3لا}{2} - 2ی = 3$

(۲۰۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) ۶ لا + (۳۵ − ۳ لا)/لا = ۴۴

(۲) ۴ (لا² + ۳ لا) − ۲ √(لا² + ۳ لا) = ۱۲

(۳) لا² + لار = ۱۵ اور ر² + لار = ۱۰

(۲۰۶) ایک شخص اپنے شہر سے ایک گانو کو ۴ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلا گیا اور وہان ریل پر پہونچا اور ۱۰ منٹ تک ریل پر مسافر گاڑی کا جو ۴½ میل پر تہی انتظار کیا اور پہر اپنے شہر کے اسٹیشن پر اترا اور اپنے گہر ایک میل پیدل گیا اور گہر جانے پر معلوم ہوا کہ ۳ ۱/۱۲ گہنٹے تمام سفر مین لگے ہین تو بتاؤ گانو کتنی دور تہا

(۲۰۷) ایک عدد مین دہائیون کا ہندسہ بہ نسبت اکائیون کے ہندسے کے بقدر ۲ کے کم ہے اور اگر ہندسون کو معکوس کرین تو اس نئے عدد کو پہلے عدد سے ایسی نسبت ہوگی جیسی ۷ کو ۴ کو ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۲۰۸) کچہہ جمع روپیون کی ہے اوسمین چونیان اور اٹہنیان ہین اور اٹہنیان اتنی ہین کہ اونکی تعداد کا مربع چونیون کی تعداد سے دو چند ہے اور وہ دونو ملکر ۶ دوانیون کے برابر ہین تو بتاؤ کتنی اٹہنیان اور کتنی چونیان ہین

(۲۰۹) جذر ۴ لا⁴ + ۸ ا لا³ + ۴ ا² لا² + ۱۶ ب لا² + ۱۶ ا ب لا + ۱۶ ب² کا نکالو

(۲۱۰) ایک سلسلہ حسابیہ دریافت کرو جسکی پہلی رقم ۷ ہو اور مجموعہ بارہ رقمون کا ۳۴۸

(۲۱۱) تقسیم کرو ۶ لا⁵ − ۲۵ لا⁴ د + ۴۷ لا³ د² − ۴۹ لا² د³ + ۴۲ لا د⁴ − ۴۵ د⁵ کو ۲ لا² − ۷ لا د + ۹ د² پر

(۲۱۲) ضرب دو ۳ + ۵ لا − (۱۲ + ۴۱ لا + ۳۶ لا²)/(۴ + ۷ لا) کو ۵ − ۲ لا + (۲۶ لا − ۸ لا² − ۱۴)/(۳ − ۴ لا)

(۲۱۳) اختصار کرو (۴ لا³ − ۴۵ لا² + ۱۶۲ لا − ۱۸۵)/(لا⁴ − ۱۵ لا³ + ۸۱ لا² − ۱۸۵ لا + ۱۵۰) کا

(٢١٤) حل کرو (١) $\frac{\text{٣لا}-\text{٢}}{\text{٥}} - \frac{\text{١}-\text{٥لا}}{\text{١١}} = \text{٩}$

(٢) $\text{لا} + \frac{\text{١}}{\text{٤}}\text{ی} = \text{١٧}$ اور $\text{ی} + \frac{\text{١}}{\text{٤}}\text{لا} = \text{٨}$

(٣) $\frac{\text{١}}{\text{لا}} + \frac{\text{١}}{\text{ی}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$ و $\frac{\text{١}}{\text{لا}} + \frac{\text{١}}{\text{ز}} = \frac{\text{٤}}{\text{٩}}$ و $\frac{\text{١}}{\text{ی}} + \frac{\text{١}}{\text{ز}} = \frac{\text{٥}}{\text{١٨}}$

(٢١٥) حل کرو ان مساواتونکو (١) $\frac{\text{١}}{\text{لا}} - \frac{\text{١}}{\text{لا}+\text{٣}} = \frac{\text{١}}{\text{٤}}$

(٢) $\text{١٠ لا ی} - \text{٧ لا}^{\text{٢}} = \text{٧}$ و $\text{٥ ی}^{\text{٢}} - \text{٣ لا ی} = \text{٢٠}$

(٣) $\text{لا} + \text{ی} = \text{٦}$ و $\text{لا}^{\text{٤}} + \text{ی}^{\text{٤}} = \text{٢٧٢}$

(٢١٦) ٨٥ روپیہ ٨ رکو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونمیں تعداد اٹھنیوں اور چونیوں کی برابر ہو

(٢١٧) ایک عدد تین مرتبہ کا ہے جسکے ہندسوں کا مجموعہ ٩ ہے اور یہہ عدد ٤٢ گنا بیچ کے ہندسہ اور بائین طرف کے ہندسہ کے مجموعہ سے ہے اور دائین طرف کا ہندسہ باقی دو ہندسوں کے مجموعہ سے دوچند ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(٢١٨) ایک شخص نے ریل کے حصے کسی شرح کے موافق ٢٥ ٢٦ روپیہ کے خریدے اور بعد ازان قیمت ہر حصہ کی دوچند ہو گئی تو اوسنے پانچ حصے تو رکھہ چھوڑے اور باقی حصے ٤٠٠٠ روپیہ کو بیچ ڈالے تو بتاؤ کتنے حصے خریدے تھے

(٢١٩) چار عدد سلسلہ حسابیہ میں ہیں اور اونکا مجموعہ ٥٠ ہے اور حاصلضرب دوسرے اور تیسرے عدد کا ١٥٦ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(٢٢٠) جذر $\text{١٧} + \text{١٢}\sqrt{\text{٢}}$ کا دریافت کرو

(٢٢١) تقسیم کرو $\text{لا}^{\text{٩}} - \text{١}$ کو $\text{لا}^{\text{٣}} - \text{١}$ پر اور

$\text{م}(\text{ق لا}^{\text{٢}} - \text{ر لا}) + \text{ف}(\text{م لا}^{\text{٢}} - \text{ن لا}^{\text{٢}}) - \text{ن}(\text{ق لا} - \text{ر})$ کو $\text{م لا} - \text{ن}$ پر

(٢٢٢) مفرد بناؤ $\frac{\text{ا لا}^{\text{م}+\text{١}} - \text{ب لا}^{\text{م}}}{\text{ا ب لا} - \text{ب}^{\text{٢}}\text{لا}^{\text{٢}}}$ اور $\frac{\text{ا}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}} + \text{ج}^{\text{٢}} + \text{٢ اب} + \text{٢ اج} + \text{٢ ب ج}}{\text{ا}^{\text{٢}} - \text{ب}^{\text{٢}} - \text{ج}^{\text{٢}} - \text{٢ ب ج}}$

(٢٢٣) ذو اضعاف اقل $\text{٧ لا}^{\text{٣}} - \text{٤ لا}^{\text{٢}} - \text{٢١ لا} + \text{١٢}$ اور $\text{٢١ لا}^{\text{٢}} - \text{٢٦ لا} + \text{٨}$ کا دریافت کرو

(۲۲۴) حل کرو ان مساواتونکو (۱) $\frac{۲لا-۴}{۷}-\frac{۲-۳لا}{۵}=۷$

(۲) $۱۷لا-۱۳ی=۱۴۴$ و $۲۳لا+۱۹ی=۸۹۰$

(۳) $\frac{۱}{لا}-\frac{۱}{ی}=\frac{۱}{۸}$ و $\frac{۱}{لا}+\frac{۱}{ز}=\frac{۱}{۹}$ و $\frac{۱}{ز}-\frac{۱}{ی}=\frac{۵}{۷۲}$

(۲۲۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{لا}{۱۰۰}-\frac{۲۱}{۲۵لا}=\frac{۱}{۴}$

(۲) $.۷۵ : لا^۲+۵.۷لا=۱۵۰$

(۳) $\sqrt{لا+ی}+\sqrt{لا-ی}=\sqrt{ح}$

$ب\,(لا-ا)+ا\,(ب-ی)=۰$

(۲۲۶) ۳½ میل فی گھنٹہ کی چال سے ایک شخص نے کچھہ فاصلہ طی کیا اور وہان سے ۷ میل فی گھنٹہ چال سے اولٹا بہاگا اور باقی فاصلہ کو ۵ منٹ مین اپنی پہلی چال سے طے کر لیا اور اس بہاگنے اور چلنے مین ۵۲ منٹ لگے تو بتاؤ کتنی دور وہ بہاگا تہا

(۲۲۷) ایک شخص ۷۵۰۰ روپیہ چھوڑ مرا اور یہہ روپیہ اوسکے دو بیٹون اور تین بیٹیون اور بیوی مین تقسیم ہوا کہ بیٹے کو دختر سے دو چند ملا اور جو کچھہ پانچون بچون کو ملا تہا اوسسے بیوی کو ۵۰۰ روپیہ زیادہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا

(۲۲۸) ایک حوض کے دو دہانہ ہین اون دونون سے ۱½ گھنٹہ مین بہرتا ہے اور بڑے دہانہ سے ۲ گھنٹہ جلدی بہ نسبت چھوٹے دہانہ کی بہرتا ہے تو بتاؤ ہر ایک دہانہ سے کتنی دیر مین بہرے گا

(۲۲۹) ایک سلسلہ حسابیہ مین تیسری رقم چو چند پہلی رقم سے ہے اور چھٹی رقم ۱۷ ہے اوس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۳۰) اس سلسلہ $۳\frac{۱}{۳}+۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۲}{۳}+\ldots$ کو ن رقمون تک جمع کرو

(۲۳۱) ان جملونکو مفرد بناؤ $لا^{ا+ب+ح}\times لا^{ا+ب-ح}\times لا^{ا-ب+ح}\times لا^{ب+ح-ا}$

و $\frac{ب}{ا+ب}-\frac{ا+ب}{۲ا}+\frac{ا^۲+ب^۲}{۲ا(ا-ب)}$ و $\frac{ا^۲-اب+ب^۲}{ا^۲-۲اب(ا-ب)-ب^۲}\times\frac{ا^۲-ب^۲}{ا^۲+ب^۲}$

(۲۳۲) اختصار کرو $\frac{لا^۲+۱۱لا+۳۰}{۹لا^۳+۵۳لا^۲-۹لا-۱۸}$

(۲۳۳) ان مساواتونکو حل کرو　(۱) $\frac{۱}{\text{لا}} + \frac{۱}{۲\text{لا}} - \frac{۱}{۳\text{لا}} = \frac{۷}{۳}$

(۲) $\frac{۳}{\text{لا}+۱} + \frac{۳}{\text{لا}-۱} = ۸$

(۳) $\frac{۴\text{لا}+۵\text{ی}}{۱۴} = \text{لا}-\text{ی}$ و $\frac{۲\text{لا}-\text{ی}}{۳} + ۲\text{ی} = \frac{۱}{۲}$

(۲۳۴) حل کرو ان مساواتون کو　(۱) $\frac{۴۸}{\text{لا}+۳} = \frac{۱۶۵}{\text{لا}+۱۰} - ۵$

(۲) $\text{ا}\,\text{لا}^۲ + \text{ب}\,\text{لا} - \text{ح}^۲ = \text{ا}^۲ + ۲\text{ا}\,\text{ب}\,\text{ح} + ۲(\text{ب}-\text{ح})\,\text{لا}$ ہ لا کو

(۳) $\sqrt{(\text{لا}+\text{ی})} + \sqrt{(\text{لا}-\text{ی})} = ۴$ و $\text{لا}^۲ + \text{ی}^۲ = ۴۱$

(۲۳۵) دشمن سے لشکر بہاگا اور دشمن اس لشکر سے ۲۶ میل پیچہے تہا یہہ لشکر ۱۱ میل روز چلتا ہے دشمن بہی اس لشکر کے پیچہے ایک دن بعد ۲۳ میل روزانہ کوچ کرتا ہے مگر دو روز سفر کرنیکے بعد ایک پل کے بنانیکے لئے ایک روز ٹہرنا پڑا اور پہر دو روز بعد ایک پل کے بنانیکے لئے ایک روز ٹہرنا پڑا تو بتاؤ کتنے دنون بعد اوس دن سے کہ لشکر بہاگا ہے دشمنون کے ہاتہہ یہہ لشکر پڑے گا

(۲۳۶) ایک شخص پاس دو سو سکّے ہین جنمین ہاف کرون اور فلورن ہین اور اونکی قیمت ۴۴ پونڈہ ۵ شلنگ ہے

(۲۳۷) دو عددون مین ایسی نسبت ہے جیسے کہ ۴ کو ۵ سے اگر ایک پر دس زیادہ کرین اور دوسرے سے ۱۰ کم کرین تو جو اعداد حاصل ہونگے اونمین نسبت معکوس پہلی سی ہو جاوے گی

اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۳۸) ایک مربع صف بصف پلٹن کا بالکل بہرا ہوا ایک کرنیل بنایا چاہتا ہے اول دفعہ جو اوسنے ایسا مربع بنایا تو ۳۹ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع مین ایک آدمی زیادہ کرو یا تو ۵۰ آدمیونکی اور ضرورت پڑی تو بتاؤ اوس پلٹن مین کتنے آدمی تھے

(۲۳۹) جذر $\text{ا}^۶ + ۲\text{ا}^۵\text{ب} + ۳\text{ا}^۴\text{ب}^۲ + ۴\text{ا}^۳\text{ب}^۳ + ۳\text{ا}^۲\text{ب}^۴ + ۲\text{ا}\,\text{ب}^۵ + \text{ب}^۶$ کا

اور $\text{ا}^۲ + ۴\text{ب}^۲ + ۹\text{ح}^۲ + ۴\text{ا}\,\text{ب} + ۶\text{ا}\,\text{ح} + ۱۲\text{ب}\,\text{ح}$ کا نکالو

(۲۴۰) ضرب دو $\text{لا}^{\frac{۳}{۲}}\,\text{ی}^{\frac{۱}{۲}} - ۲\,\text{لا}\,\text{ی} + ۴\,\text{لا}^{\frac{۱}{۲}}\,\text{ی}^{\frac{۳}{۲}}$ کو $\text{لا}^{\frac{۱}{۲}} + ۲\,\text{ی}^{\frac{۱}{۲}}$ مین

(۲۴۱) مفرد اور مختصر کرو ۴۰لای − (۹لا − ۸ی)(۵لا + ۲ی) − (۴ی − ۳لا)(۵لا + ۴ی)

اور $\frac{\text{۱} + \text{لا}}{\text{۱} - \text{لا}} + \frac{\text{۱} - \text{لا}}{\text{۱} + \text{لا}} - \frac{\text{۱} - \text{لا} + \text{لا}^{\text{۲}}}{\text{۱} + \text{لا}^{\text{۲}}} - \frac{\text{۱} + \text{لا} + \text{لا}^{\text{۲}}}{\text{۱} - \text{لا}^{\text{۲}}} + \text{۲}$ کو

(۲۴۲) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم $\text{لا}^{\text{۴}} + \text{ا}\,\text{لا}^{\text{۳}} + \text{۲}\,\text{ا}^{\text{۲}}\,\text{لا}^{\text{۲}} + \text{۳}\,\text{ا}^{\text{۳}}\,\text{لا} + \text{ا}^{\text{۴}}$

اور $\text{لا}^{\text{۴}} + \text{ا}\,\text{لا}^{\text{۳}} + \text{۲}\,\text{ا}^{\text{۲}}\,\text{لا}^{\text{۲}} + \text{۳}\,\text{ا}^{\text{۳}}\,\text{لا} + \text{ا}\,\text{ب}^{\text{۲}}\,\text{لا} + \text{ا}^{\text{۴}} + \text{ا}^{\text{۲}}\,\text{ب}^{\text{۲}}$

(۲۴۳) دو دوکاندار بیٹھہ مین برابر روپیہ لیکر اناج خریدنے گئی ایک دوکاندار نے ۲۵۰ من اناج خریدا اور بعد خریدنے کے اوسکے پاس پانچ روپیہ بچ رہے اور دوسرے دوکاندار نے ۳۵۰ من اناج اوسی بہاؤ سی خریدا لیکن ۳۵ روپیہ قیمت ادا کرنیکے لئی قرض لینے پڑی تو بتاؤ اونکی پاس کتنا روپیہ اول تہا

(۲۴۴) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور ہندسون کو پلٹ کر ایک نیا عدد بنایا ہے اور اس نئے عدد کو پہلے عدد مین سے تفریق کیا ہے تو حاصل تفریق برابر ہندسون کے مجموعہ کے حاصل ہوا ہے اور حاصل تفریق ہندسون کا ایک ہے تو اوس عدد کو بتلاؤ

(۲۴۵) تین عدد ایسی دریافت کرو کہ پہلا عدد تیسرے عدد سی بقدر ۵ کے زیادہ ہو اور حاصل ضرب تینون عددون کے مجموعہ اور پہلے عدد کا ۸۴ ہو اور حاصل ضرب تینون عددون کے مجموعہ اور تیسرے عدد کا ۱۲۸ ہو

(۲۴۶) ایک شخص نے ۱۰۲۴ روپیہ اپنا کسی سود فیصدی پر قرض دیا اور بعد دو سال کے اصل مع سود در سود کے ۱۱۵۶ روپیہ حاصل ہوئے تو بتاؤ شرح سود کیا ہے

(۲۴۷) کچہہ روپیہ تہا اوسمین ایک شخص نے نصف روپیہ اور ۵۰ روپیہ ایکدفعہ نکالے اور پہر دوسرے دفعہ جو کچہہ باقی رہا اوسمین سی پانچوان حصہ کل روپیہ کا اور ۳۰ روپیہ نکالے اور پہر تیسری دفعہ جو کچہہ باقی رہا اوسمین سی چوتہائی کل روپیہ کی اور ۲۰ روپیہ نکالی اب دس روپیہ باقی رہے تو بتاؤ کتنے روپیہ کی جمع تہی

(۲۴۸) ایک کسر ایسی دریافت کرو کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر دو زیادہ کرین تو کسر کی قیمت $\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$ ہو جاوے اور نسب نمامین سے اکم کرین تو قیمت کسر کی $\frac{\text{۱}}{\text{۳}}$

(۲۴۹) دو عدد ہیں اونمیں سے اگر چھوٹے عدد کو بڑے عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۱۲۱ء عشاریہ ہی اور باقی ۱۶۲ء۴۱۴ء عشاریہ ہے اور اگر بڑے عدد کو چھوٹے پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۴ نکلتا ہی اور باقی ۲ء۷۴۲ عشاریہ رہتی ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۵۰) ثابت کرو کہ $\frac{(لا^{2}د)^{\frac{1}{2}} - (لا د)^{\frac{1}{2}} + لا}{لا + د} = \frac{لا^{\frac{1}{2}}}{لا^{\frac{1}{2}} + د^{\frac{1}{2}}}$

(۲۵۱) مختصر کرو $۱۶ا + \left[۱۴ا - \{۸ب - (۲ا + ۴ب) - ۲۲ب\} - ۷ب\right]$
$- \left[۷ب + \{۸ا - (۳ب + ۴ا) + ۸ب\} + ۱۶ا\right]$

(۲۵۲) ضرب دو $ا - لا$ اور $ا + لا$ اور $ا^{2} + لا^{2}$ اور $ا^{4} + لا^{4}$ کو باہم
اور $ا^{م-ن} ب^{ن-ف}$ کو $ا^{ن-م} ب^{ف-ن} ح$ میں

(۲۵۳) دریافت کرو مقسوم علیہ اعظم $۵ا^{3}لا + ۳ا^{2}لا^{2} - ۱۹ا لا^{3} + ۶لا^{4}$ اور $۱۸ا^{2}لا - ۸لا^{3}$ کا

(۲۵۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) $لا - \frac{لا - ۲}{۳} = \frac{لا + ۲۳}{۴} - \frac{۱۰ + لا}{۵}$

(۲) $\frac{لا}{۹} + \frac{ی}{۱۱} = ۲۶$ و $\frac{لا}{۲} - \frac{ی}{۷} = ۴۶$

(۳) $ا - لا = \sqrt{ا^{2} - لا\sqrt{(۴ا^{2} - ۷لا^{2})}}$

(۲۵۵) عدد ۲۰۸ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑے حصے کی چوتھائی اور چھوٹے حصے کی تہائی کو جمع کر کے ۴ زیادہ کریں تو حاصل چوچند اون دونوں حصوں کے حاصل تفریق سے ہو

(۲۵۶) زید اور بکر نے ملکر ۹۰۰۰ روپیہ کی جائداد مول لی اگر زید اپنا نصف روپیہ بکر کو قرض دیدیتا تو بکر تمام جائداد کی قیمت ادا کر دیتا اور اگر بکر اپنے روپیہ کی تہائی زید کو دیدیتا تو زید تمام جائداد کی قیمت اپنے پاس سے دیدیتا تو بتاؤ ہر یک پاس کتنا روپیہ تہا

(۲۵۷) ایک قطعہ زمین ہے جسکا طول بنسبت عرض کے ۶ گز زیادہ ہے اوسکا رقبہ ۹۱ گز ہے اوسکا طول اور عرض دریافت کرو

(۲۵۸) ایک شخص نے کچھہ آم اپنے بچوں میں تقسیم کرنیکے لئے مول لئے بڑے بیٹے کو آدہے آم دئے

مگر آٹھہ اونمین سے نکال لئے اور پہر جو باقی رہے اوسکا آدہا دوسرے بیٹے کو دئے لیکن آٹھہ آنے اوسمین سے بہی نکال لئے اور علی ہذالقیاس تیسرے اور چوتہے بیٹے کو اسی حساب سے دئے اور پانچوین بیٹے کو ۲۰ آنے جو باقی تہے دئے تو بتاؤ کتنے آنے تہے

(۲۵۹) دو عددونکا مجموعہ ۱۳ اور حاصل تفریق اونکے مربعون کا ۳۹ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۶۰) ایک شخص نے گہوڑا مول لیا اور ۴۴ روپیہ کو بیچ ڈالا اور اوسکو فیصدی فائدہ اس بیچنے سے اسقدر ہوا جتنے کو مول لیا تہا تو بتاؤ قیمت گہوڑے کی

(۲۶۱) مختصر بناؤ

(ا + ب) (ا - ب) - {ا + ب ـ ح - (ب - ا ـ ح + (ب + ح - ا)} (ا - ب ـ ح)

(۲۶۲) ضرب دو $لا^{۸}$ + $لا^{۶}$ + $لا^{۴}$ + $لا^{۲}$ + ۱ کو $لا^{۲}$ - ۱ مین اور $\frac{ا}{لا}$ - $\frac{۲لا}{ا}$ - ۱ کو $\frac{لا}{ا}$ - $\frac{۲ا}{لا}$ + ۱ مین ضرب دو

(۲۶۳) کس مقدار کو لا - $\frac{۱}{لا}$ مین ضرب دین کہ حاصلضرب $لا^{ب}$ - $\frac{۱}{لا^{ب}}$ - (لا - $\frac{۱}{لا})^{۲}$ حاصل ہو

(۲۶۴) ان جملونکو مفرد اور مختصر بناؤ $\frac{۳ لا^{۴} - ۱۳ لا^{۳} + ۲۳ لا - ۲۱}{۶ لا^{۴} + لا^{۳} - ۴۴ لا + ۲۱}$ اور

$\left(\frac{ا + ب}{۲ (ا - ب)} - \frac{ا - ب}{۲ (ا + ب)} + \frac{۲ ب^{۲}}{ا^{۲} - ب^{۲}}\right) \frac{ا - ب}{۲ ب}$

(۲۶۵) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $\frac{۵ لا + ۳}{لا - ۱} + \frac{۲ لا - ۳}{۲ لا - ۱} = ۶$

(۲) $\sqrt{لا + ۳} + \sqrt{لا} = \frac{۶}{\sqrt{لا + ۳}}$

(۳) $\frac{۵ لا}{۹} + ۹ ی = ۹۱$ و $\frac{۵ ی}{۹} + ۹ لا = ۱۶۷$

(۲۶۶) ان مساواتونکو حل کرو (۱) $لا^{۲}$ - لا - ۶ =

(۲) $\frac{لا + ۱}{لا - ۱} + \frac{لا + ۲}{لا - ۲} = \frac{۲ لا + ۱۳}{لا + ۱}$

(۳) $لا^{۲}$ - لا ی + $ی^{۲}$ = ۷ اور لا + ی = ۵

(۲۶۷) دو عددونکی حاصل جمع اور حاصل تفریق مین وہ نسبت ہے جو ۳ کو ہے ۲ سے تو ثابت کرو کہ اگر چہوٹے عدد کے نصف پر بڑا عدد زیادہ کیا جاے اور بڑے عدد کے نصف پر

چھوٹا عدد زیادہ کیا جاوے تو جو اعداد حاصل ہونگے اونمین وہ نسبت ہوگی جو ۴ کو ہے ۳ سے

(۲۶۸) جوار کی قیمت بہ نسبت گیہون کے ۱۵ ار من کم ہے اور ۵۰ من جوار کی قیمت ۴۰ من گیہون کی قیمت سے ۹ روپیہ ۶ر زیادہ ہے تو بتاؤ گیہون اور جوار کی قیمت فی من کیا ہے

(۲۶۹) ثابت کرو کہ (ب ح د + ح د ا + د ا ب + ا ب ح)^{2} − (ا + ب + ح + د)^{2} ا ب ح د

= (ب ح − ا د) (ح ا − ب د) (ا ب − ح د)

(۲۷۰) جذر لا^{4} + لا^{3} − ۵ لا^{2}/۱۲ − لا/۳ + ۱/۹ اور ۳۳ − ۲۰ √۲ کا نکالو

(۲۷۱) اگر ا = ء + ی − ۲ لا اور ب = ی + لا − ۲ ء اور ح = لا + ء − ۲ ی تو دریافت کرو ب^{2} + ح^{2} + ۲ ب ح − ا^{2} کی قیمت کیا ہے

(۲۷۲) تقسیم کرو لا^{4} − ۲۱ لا + ۸ کو ۱ − ۳ لا + لا^{2} پر

(۲۷۳) جمع کرو (ا + لا)/(ا − لا) و (ا − لا)/(ا + لا) و (ا^{2} + لا^{2})/(ا^{2} − لا^{2}) اور تفریق کرو (۳ ا + لا)/(۴ ا − لا) کو (۲۷ ا^{2} + ۳ ا لا + ۷ لا^{2})/(۱۵ ا^{2} + ا لا − ۲ لا^{2}) مین سے

(۲۷۴) ضرب دو ۳ لا − (۱۲ ا لا − ۵ لا^{2})/(۱۴ ا − ۳ لا) کو ۴ لا − (۲۰ ا لا − ۷ لا^{2})/(۱۵ ا − ۲ لا) مین دو

تقسیم کرو ۱ − ۱/(۱ + لا) کو ۱ + لا^{2}/(۱ − لا^{2}) پر

(۲۷۵) مفرد کرو ا + ۱/(ب + ۱/(ح + د)) اور (۱/ا^{2} − ۱/ا لا + ۱/لا^{2})/(۱/ا^{2} + ۱/ا لا + ۱/لا^{2})

(۲۷۶) ان مساواتونکو حل کرو (۱) ۶/لا − ۴ی/لا + ۲ی/لا = ۷

(۲) ۵ ء − ۳ لا = ۲ و ۸ ء − ۵ لا = ۱

(۳) (۳ لا − ۲ ء)/۴ − (لا − ء)/۲ = ۱ و لا/۳ + ء/۲ = ۴

(۲۷۷) حل کرو ان مساواتونکو (۱) ا^{2} (لا − ا)^{2} = ب^{2} (لا + ا)^{2}

(۲) لا/(لا − ۲) + (۵ لا + ۱)/(لا + ۳) = ۵

(۳) √(۱۳ لا − ۱) − √(۲ لا − ۱) = ۵

(۲۷۸) ایک شخص پہاڑ کی چوٹی پر ۲ ۱/۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چڑھا اور جس رستہ سے

گیا تھا اوسی رستہ پر ۳½ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوترا اور اوس آنی جانی میں ۵ گھنٹے صرف ہوئے تو بتاؤ بلندی پہاڑ کی

(۲۷۹) اگر ایک عدد کے مربع میں سے اوس عدد کا مربع کہ عدد مذکور کے ہندسے معکوس کرنے سے بنا ہے تفریق کریں تو ثابت کرو کہ حاصل تفریق ۹۹ پر تقسیم ہو جاویگا

(۲۸۰) اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ $\sqrt{(ا^2+ب^2)} : \sqrt{(ح^2+د^2)} :: \sqrt[3]{ا^3+ب^3} : \sqrt[3]{(ح^3+د^3)}$

(۲۸۱) دریافت کرو قیمت $\frac{\sqrt{[ا-(ا-ب)]}}{\sqrt{(ا^2+ب^2)}} + \frac{\sqrt{[۱۵ا-(ا-ب)]}}{ا+ب}$ جب ا = ۳ و ب = ۴

(۲۸۲) تفریق کرو (ب - ا) (ح - د) کو (ا - ب) (ح - د) میں سے اور بتاؤ کیا قیمت حاصل کی ہوگی اگر ا = ۲ ب اور د = ۲ ح

(۲۸۳) اختصار کرو $\frac{لا^2-۲ا\,لا-۲۴ا^2}{لا^2-۷ا\,لا-۴۴ا^2}$ اور $\frac{لا-ی}{لا+ی} - \frac{لا}{لا-ی} + \frac{ی}{ی-لا}$

(۲۸۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) $\frac{۴}{۳+لا} - \frac{۱}{لا} = \frac{۹}{۷لا}$

(۲) $\frac{۳لا-۲ی}{۵} - \frac{لا-ی}{۲} = ۱$ اور $\frac{لا}{۳} + \frac{ی}{۴} = ۴$

(۳) $\sqrt{(۲لا-۱)} + \sqrt{(۳لا+۱۰)} = \sqrt{(۱۱لا+۹)}$

(۲۸۵) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) $۱۰لا + \frac{۲}{لا-۱} = ۹$

(۲) $\left(\frac{لا}{ا} - \frac{۲ا}{لا} - ۱\right)\left(۱ + \frac{ا}{لا} - \frac{۲لا}{ا}\right) = ۰$

(۳) $لا^2 - لا\,ی + ی^2 = ۷$ و $۵لا - ۲ی = ۹$

(۲۸۶) ایک دفعہ ایک نہر پر کشتیوں کی دوڑ ہوئی ایک کشتی بحساب اوسط ۴ گز فی سکنڈ کی رفتار سے چلی اور دوسری کشتی اول آدھی دور ۳½ گز فی سکنڈ کی چال سے اور آخر آدھی دور ۴½ گز فی سکنڈ کی رفتار سے چلی اور یہہ کشتی ۱۵ سکنڈ کے بعد پہلی کشتی سے حد شرط تک پہونچی تو بتاؤ کتنی دیر تک ہر ایک کشتی چلتی ہے

(۲۸۷) ایک چوکور تصویر ہے اور اوسکے گرد پتلا چوکھٹا لگا ہوا اور وہ سارا طول میں ۱۰ فٹ ہے اور اوس میں ۳ر فی فٹ بنوائی کے حساب سے پچپنے آنے سطح تصویر کے فٹ مربع سے لگے ہیں تو بتاؤ

طول اور عرض تصویر کا کیا ہے

(۲۸۸) اگر ا : ب :: ح : د تو ثابت کرو کہ

$ا + ب + ح + د : ا + ب - ح - د :: ا - ب + ح - د : ا - ب - ح + د$

(۲۸۹) جسامت مخروط کی ایسی بدلتی ہی جیسی کہ قاعدہ کا رقبہ اور ارتفاع بالاشتراک بدلتا ہے، ایک مخروط کا قاعدہ ۹ فیٹ مربع ہی اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور جسامت اوسکی ۱ مکعب گز ہے تو اوس مخروط کا ارتفاع بتاؤ جسکا قاعدہ ۳ فیٹ مربع ہی اور جسامت ۲ مکعب گز ہے

(۲۹۰) اس سلسلہ حسابیہ $\frac{۱}{۱+لا}$ و $\frac{۱}{۱-لا^۲}$ و $\frac{۱}{۱-لا}$ کی ن رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲۹۱) دریافت کرو قیمت $ا^۳ - ب^۳ + ح^۳ + ۳ابح$ جب کہ $ا = \frac{۳۳}{۱۰۰}$ و $ب = \frac{۱}{۱}$ اور $ح = \frac{۶۷}{۱۰۰}$

(۲۹۲) مفرد اور مختصر بناؤ $\frac{(اح - بد)^۲ + (اد + بح)^۲}{ح^۲ + د^۲} - ا^۲$

اور ثابت کرو کہ $بح(ب^۲ - ح^۲) + حا(ح^۲ - ا^۲) + اب(ا^۲ - ب^۲)$

$- (ا + ب + ح) \left\{ ا^۲(ب - ح) + ب^۲(ح - ا) + ح^۲(ا - ب) \right\} = ۰$

(۲۹۳) اگر $ا + ب + ح = ۰$ ثابت کرو $ا^۳ + ب^۳ + ح^۳ = ۳ابح$

(۲۹۴) اختصار کرو $\frac{لا^۴ + ۲لا^۳ + ۶لا - ۹}{لا^۴ + ۴لا^۳ + ۴لا^۲ - ۹}$

(۲۹۵) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{۱۰لا + ۱۷}{۱۸} - \frac{۱۲لا + ۲}{۱۳لا - ۱۶} = \frac{۵لا - ۴}{۹}$

(۲) $۶لا - ۵ی = ۱$ و $ی - لا = ۱۲$

(۳) $\frac{لا}{۸} + ۸ی = ۶۶$ و $\frac{ی}{۸} + ۸لا = ۱۲۹$

(۲۹۶) حل کرو ان مساواتون کو (۱) $\frac{لا + ۱}{۴} + \frac{۳لا + ۱}{لا + ۴} = ۴$

(۲) $\sqrt{۲لا + ۲}\,\sqrt{(۴لا - ۳)} = ۲۰$

(۳) $\sqrt{(۳لا + ۱)} - \sqrt{(۲لا - ۱)} = ۱$

(۲۹۷) ایک طرف کو ایک سائی فن جسکو آبکش کہتی ہین ۴۸ منٹ مین خالی کرتا ہی اور دوسرا سکو ۳۶ منٹ مین ایک دلہانہ بہر کرتا ہی جب وہ خالی ہوگیا تو دونو دلہانہ اور سائی فن چلنے لگے

تو بتاؤ کتنی دیر مین ظرف پُر ہو گا

(۲۹۸) ایک ملاح بارہ گھنٹہ مین کشتی کو تین میل لے گیا اور لوٹا آیا اوسنے پانچ میل فی گھنٹہ تو دہار پر کشتی کو چلایا اور ۴ میل فی گھنٹہ دہار کی سمت مخالف مین تو بتاؤ کتنی دیر اوسنے کشتی کو دہار پر اور کتنی دیر دہار کے برخلاف کشتی چلائی

(۲۹۹) تین عدد سلسلہ حسابیہ مین ا - ب اور ا + ب کی درمیان دریافت کرو

(۳۰۰) دریافت کرو قیمت لا کی اگر ۲لاً : ۲لا :: ۸ : ۱ فقط

جواب نمبری ۱

(۱) ۲۲ (۲) ۲۶ (۳) ۸۹ (۴) ۵۶۴ (۵) ۲۷۴ (۶) ۱۰ (۷) ۶

(۸) ۶ (۹) ۳۴ (۱۰) ۳۹ (۱۱) ۶ (۱۲) ۵ (۱۳) ۹ (۱۴) ۵

اجوبہ نمبری ۲

(۱) ۵۵ (۲) ۸۱ (۳) ۹۴ (۴) ۸ (۵) ۲۷ (۶) ۸۱ (۷) ۱۲ (۸) ۱۱

(۹) ۲۱ (۱۰) ۱۵ (۱۱) ۱۰ (۱۲) ۳ (۱۳) ۲ (۱۴) ۱۲۷ (۱۵) ۶ (۱۶) ۱

اجوبہ نمبری ۳

(۱) ۵ (۲) ۱۶ (۳) ۹ (۴) ۲۲۴ (۵) ۴۵۹ (۶) ۷ (۷) ۷۴ (۸) ۱۲

(۹) ۸ (۱۰) ۲۳۸ (۱۱) ۴۲۰ (۱۲) ۱۴۴ (۱۳) ۴۳ (۱۴) ۱۵ (۱۵) ۹ (۱۶) ۲

اجوبہ نمبری ۴

(۱) ۷ (۲) ۸۸ (۳) ۴۳ (۴) ۲ (۵) ۷۲ (۶) ۱ (۷) ۱ (۸) ۱۶

(۹) ۱۴ (۱۰) ۵ (۱۱) ۷ (۱۲) ۵ (۱۳) ۱۱ (۱۴) ۷ (۱۵) ۴ (۱۶) ۲

اجوبہ نمبری ۵

(۱) ۱۵ا - ۹ب (۲) ۳لاً - ۳یً (۳) ۹ا + ۹ب + ۹ح (۴) ۴لا + ۲ی + ۴ی

(۵) ا - ب (۶) ۳لا - ۳ا - ۲ب (۷) ۲ا + ۲ب (۸) ا + ب + ح

(۹) −۲ا+۲ب+۲د (۱۰) ۳لا^۳−۲لا^۲−۸لا+۱۰ (۱۱) ۵لا^۴+۴لا^۳+۳لا^۲+۲لا−۹

(۱۲) ۴ط^۳+۲ط^۲ص−۴طص^۲+ص^۳−۷ص^۴ (۱۳) ا^۲لا+۳ا^۳

(۱۴) ۶اب−۹ا^۲لا+۷الا^۲+۹لا^۳ (۱۵) ۵لا^۳ (۱۶) ۱۰لا^۲+۸ء^۲+۱۲لا+۱۲

(۱۷) لا^۴ (۱۸) لا^۳+ء^۳+ی^۳−۳لاءی

اجوبہ نمبری ۶

(۱) ۳ا+۴ب (۲) ۴ا+۲ح (۳) ا+۵ب+۴ح+د (۴) ۲لا^۲−۲لا−۴

(۵) ۳لا^۴−لا^۳−۱۴لا+۱۸ (۶) لا^۲−الا+۲ا^۲ (۷) −۵لاء−۵لای+۲ء^۲+یء

(۸) ۳لا^۲+۱۳لاء−۱۶لای−ء^۲−۱۳ءی (۹) ۲ا^۳−۶ا^۲ب+۶اب^۲−۲ب^۳

(۱۰) ۳لا^۲+۴لا+۱۶ و لا^۳+۸لا^۲

اجوبہ نمبری ۷

(۱) ا (۲) ۲ح (۳) ا+ا^۲ (۴) ا−۳ب (۵) −۲ب+۲ح (۶) ۲لا+۳ء−ی

(۷) ا−ب+ح+د−ر (۸) ا−ب+۲ح−د (۹) ۳ح (۱۰) ۲ا−۳ب

(۱۱) ۲ا−ب (۱۲) ۵ا (۱۳) ا (۱۴) ۴ا (۱۵) ۴ا−۱۶ب−۲ح

(۱۶) ۳ا−۲ح (۱۷) ۹+۳لا (۱۸) ۷لا+۶ (۱۹) ا (۲۰) ۱۶−۱۲لا

(۲۱) ۱۲لا−۱۵ء (۲۲) ۴ح (۲۳) ۳ا−۲ح (۲۴) −۸لا^۳−۸لا

اجوبہ نمبری ۸

(۱) ۸لا^۵ (۲) ۱۲ا^۹ (۳) ۴ا^۳ب^۳ (۴) ۱۵لا^۴ء^۳ی (۵) ۴۹لا^۴ء^۲ی^۲

(۶) ۱۲ا^۳ب−۹اب^۲ (۷) ۲۴ا^۴−۲۷ا^۳ب (۸) ۶لا^۲ء−۸لا^۲ء^۲+۱۰لا^۲ءی^۲

(۹) لا^۲ء^۵ی^۲−لا^۲ء^۵ی^۶+لا^۲ء^۲ی^۶ (۱۰) ۴لا^۲ء^۳ط^۲+۶لا^۳ء^۵ط−۱۰لا^۲ء^۳ط^۳

(۱۱) ۲لا^۲+۳لاء−۲ء^۲ (۱۲) ۶لا^۲−۹۶ (۱۳) لا^۲−۲لا+۱

(۱۴) ۱−۲لا−۳۱لا^۲+۲۷لا^۳−۳۰لا^۴ (۱۵) لا^۶−۴۱لا−۱۲۰

(۱۶) لا^۵ + ۱۵۱ لا − ۲۶۴ (۱۷) ۲ لا^۵ − ۱۸ لا^۴ + ۳۹ لا^۳ − ۲۵ لا^۲ + لا + ۱

(۱۸) لا^۶ + ۱۰۰۸ لا + ۷۲۰ (۱۹) ۴ لا^۶ − ۵ لا^۵ + ۸ لا^۴ − ۱۰ لا^۳ − ۸ لا^۲ − ۵ لا − ۴

(۲۰) لا^۸ + ۲ لا^۶ + ۳ لا^۴ + ۲ لا^۲ + ۱ (۲۱) لا^۳ − ۹ ا^۲ لا (۲۲) ا^۴ + ۴ ا^۳ لا + ۴ ا لا^۳ − لا^۴

(۲۳) − ۱۰ ب^۳ − ا ب^۲ + ۲۶ ا^۲ ب − ۷ ا^۳ (۲۴) ا^۴ − ا^۲ ب^۲ + ۲ ا ب^۳ − ب^۴

(۲۵) ا^۴ + ۳ ا^۲ ب^۲ + ۴ ب^۴ (۲۶) ۱۲ لا^۳ − ۱۷ لا^۲ ی + ۳ لا ی^۲ + ۲ ی^۳

(۲۷) لا^۶ − لا^۴ ی^۲ + لا^۲ ی^۴ − ی^۶ (۲۸) ۶ لا^۴ + ۱۷ لا^۳ ی + ۲۴ لا^۲ ی^۲ + ۱۹ لا ی^۳ + ۴ ی^۴

(۲۹) لا^۳ + ی^۳ + ۳ لا ی − ۲ لا − ۲ ی + ۱ (۳۰) لا^۵ − ۳۲ ی^۵ (۳۱) ۲۴۳ لا^۵ − ی^۵

(۳۲) لا^۲ − ۴ ی^۲ + ۱۲ ی ط − ۹ ط^۲ (۳۳) ا^۳ + ا^۲ ب + ا ب^۲ + ب^۳ + ۲ ب^۲ لا − (ا − ب) لا^۲

(۳۴) ا^۳ + ب^۳ + ح^۳ − ۳ ا ب ح (۳۵) ا^۴ + ۸ ب^۲ لا^۲ (ا^۲ − ۲) + ۱۶ ب^۴ لا^۴

(۳۶) ا^۴ − ۲ ا^۲ ب^۲ + ب^۴ + ۴ ا ب ح^۲ − ح^۴ (۳۷) لا^۴ − ا^۴

(۳۸) لا^۳ + لا^۲ (ا + ب + ح) + لا (ا ب + ا ح + ب ح) + ا ب ح

(۳۹) لا^۶ + لا^۳ ا^۳ + ا^۶ (۴۰) لا^۴ − ۵ ا^۲ لا^۲ + ۴ ا^۴

اجوبہ نمبر ۹

(۱) ۵ لا^۳ (۲) − ۳ ا^۳ (۳) ۳ لا ی (۴) − ۸ ا^۲ ب^۳ ح^۲ (۵) ۴ ا^۲ ب^۲ ی^۲

(۶) لا^۲ − ۲ لا + ۴ (۷) − ا^۲ + ۴ ا − ۵ (۸) لا^۲ − ۳ لا ی + ۴ ی^۲ (۹) ۵ ا^۲ ب^۲ + ا ب − ۴

(۱۰) ۱۵ ا^۲ ب^۲ − ۱۲ ا ب^۳ + ۹ ا ب ح^۲ − ۵ ح^۴ (۱۱) لا − ۴ (۱۲) لا − ۸ (۱۳) لا^۲ + لا + ۳

(۱۴) ۳ لا^۲ − ۲ لا + ۴ (۱۵) ۳ لا^۲ + ۲ لا + ۱ (۱۶) لا^۲ − ۳ لا + ۷

(۱۷) لا^۵ + لا^۴ + لا^۳ + لا^۲ + لا + ۱ (۱۸) ا^۲ + ا ب − ب^۲ (۱۹) لا^۳ + ۳ لا^۲ ی + ۹ لا ی^۲ + ۲۷ ی^۳

(۲۰) لا^۳ − لا^۲ ی + لا ی^۲ (۲۱) لا^۴ + لا^۳ ی + لا^۲ ی^۲ + لا ی^۳ + ی^۴

(۲۲) ا^۴ − ۲ ا^۳ ب + ۴ ا^۲ ب^۲ − ۸ ا ب^۳ + ۱۶ ب^۴ (۲۳) ۲ ا^۳ − ۶ ا^۲ ب + ۱۸ ا ب^۲ − ۲۷ ب^۳

(۲۴) لا^۲ + لا ی + ی^۲ (۲۵) لا^۲ + ۲ لا ی + ۳ ی^۲ (۲۶) لا^۲ − ۲ لا + ۲

(۲۷) لا^{۲} - ۳لا - ۱ (۲۸) لا^{۲} - ۵لا + ۹ (۲۹) لا^{۲} - ۴لا + ۸ (۳۰) لا^{۲} + ۵لا + ۱

(۳۱) لا^{۲} - لا - ۱۹ (۳۲) ۱ - ۳لا + ۲لا^{۲} - لا^{۳} (۳۳) لا^{۴} + ۲لا^{۳} + ۳لا^{۲} + ۲لا + ۱

(۳۴) ا^{۲} + ۲اب + ۳ب^{۲} (۳۵) ا^{۳} + ۲ا^{۲}ب + ۲اب^{۲} + ب^{۳}

(۳۶) لا^{۴} - ۳لا^{۳} + ۴لا + ۱ (۳۷) لا^{۴} + ۲لا^{۳} + ۳لا^{۲} + ۲لا + ۱ (۳۸) لا^{۶} - لا^{۴} + ۲لا^{۳} - ۲

(۳۹) لا - ح (۴۰) الا^{۲} + ب لا + ح (۴۱) لا^{۲} - ۲لا د + د^{۲}

(۴۲) لا^{۲} + لا (د + ۱) + د^{۲} - د + ۱ (۴۳) ۷لا + ۴ط (۴۴) ا + ب + ح

(۴۵) ا + ۲ب + ح (۴۶) ا^{۲} + ا (۲ب - ح) + ب^{۲} - ب ح + ح^{۲}

(۴۷) ا (ب + ح) - ب ح (۴۸) لا^{۲} - لا (ا + ب) + اب

(۴۹) لا + د - ی (۵۰) لا + د + ی

اجوبہ نمبر ۱۰

(۱) ۲۲۵ لا^{۲} + ۴۲۰ لا د + ۱۹۶ د^{۲} (۲) ۴۹ لا^{۲} - ۷۰ لا د + ۲۵ د^{۲}

(۳) لا^{۴} + ۴لا^{۳} - ۸لا + ۴ (۴) لا^{۴} - ۱۰لا^{۳} + ۳۹لا^{۲} - ۷۰لا + ۴۹

(۵) ۴لا^{۴} - ۱۲لا^{۳} - ۷لا^{۲} + ۲۴لا + ۱۶ (۶) لا^{۲} + ۴د^{۲} + ۹ط^{۲} + ۴لا د + ۶لا ط + ۱۲د ط

(۷) لا^{۴} + ۲لا^{۳}د + لا^{۲}د^{۲} - د^{۴} (۸) لا^{۴} + لا^{۲}د^{۲} + د^{۴} (۹) لا^{۴} - لا^{۲}د^{۲} - ۲لا د^{۳} - د^{۴}

(۱۰) لا^{۴} - لا^{۲}د^{۲} + ۲لا د^{۳} - د^{۴} (۱۱) لا^{۴} + ۲لا^{۳} + ۵لا^{۲} - ۱ (۱۲) لا^{۴} - ۱۸لا^{۲} + ۸۱

(۱۳) ا^{۴} - ۴ا^{۳}ب - ۴اب^{۳} - ب^{۴} (۱۴) ۱۶لا^{۴} + ۹۶لا^{۳}د + ۱۴۴لا^{۲}د^{۲} - ۸۱د^{۴}

(۱۵) ا^{۴}لا^{۴} - ب^{۴}د^{۴} (۱۶) ا^{۴}لا^{۴} - ۲ا^{۲}ب^{۲}لا^{۲}د^{۲} + ب^{۴}د^{۴}

اجوبہ نمبر ۱۱

(۱) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} (۲) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} (۳) ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} + د^{۲} + ۲اح + ۲ب د

(۴) ۶ (ا + ب + ح) (۵) ۲ (ا + ب + ح) (۶) ۲ب (لا + ی)

(۷) ب لا + ا د + (ا + ب) ی (۸) لا (۲ا + ح) + د (۲ب + ا) + ی (۲ح + ب)

(۹) ۲ (ا + ب + ح) (۱۰) (لا + د + ی) ۲ (ا^{۲} + ب^{۲} + ح^{۲} - اب - ب ح - اح)

(۱۱) ب - ۱۱ ا (۱۲) ب^2 - د^2 (۱۳) ۲ ا + ۴ ب د (۱۴) (لا + ا)^2 (۱۵) ا

(۱۶) ۲ ا - ۵ ب + ۴ ح (۱۷) ۶ (۱۸) لا^3 + لا^2 د + لا د^2 + د^3

(۱۹) لا^3 + لا^2 د + لا د^2 + د^3 (۲۰) ۱۲ ا ب ح (۲۱) ا + ب + ح + د (۲۲) ۳ ب

(۲۳) ۹ ا^2 - ۳۰ ا ب + ۲۵ ب^2 (۲۴) - ۲ ح^2 + ح (۹ ا + ۴ ب) - ۱۶ ا ب

(۲۵) (لا^2 + لا د + د^2)^2 (۲۶) (لا^2 - لا د + د^2)^2 (۲۷) ا^2 - ۲ ا ب + ۳ ب^2

(۲۸) لا^2 - ۸ لا د + ۱۵ د^2 (۲۹) ا^4 - ا^2 ب^2 + ب^4

(۳۰) ا^2 - ب^2 (۳۱) ۲ ا^2 - ۳ ا ب + ۴ ب^2 (۳۲) لا - ۱ (۳۳) (لا - ۱) (لا + ۴)

(۳۴) ا + لا (۳۵) ا^2 + ب^2 (۳۶) لا^2 - ا لا + ا^2 (۳۷) (لا + ۴) (لا + ۵)

(۳۸) (لا + ۵) (لا + ۶) (۳۹) (لا - ۵) (لا - ۱۰) (۴۰) (لا - ۱۰)^2

(۴۱) (لا - ۱۱) (لا + ۱۲) (۴۲) (لا + ۴) (لا - ۷) (۴۳) (لا - ۳) (لا + ۳) (لا^2 + ۹)

(۴۴) (لا + ۵) (لا^2 - ۵ لا + ۲۵) (۴۵) (لا - ۲) (لا + ۲) (لا^2 + ۴) (لا^2 + ۱۶)

(۴۶) (لا - ۲) (لا + ۲) (لا^2 + ۲ لا + ۴) (لا^2 - ۲ لا + ۴)

(۴۷) (ا + ۴ ب) (ا + ۵ ب) (۴۸) (لا - ۶۶) (لا - ۶۷)

(۴۹) (ا + ب - ۲ ح) (ا + ب - ح) (۵۰) (۲ لا + ۲ د - ا - ب) (لا + د - ۳ ا - ۳ ب)

اجوبہ نمبری ۱۲

(۱) ۳ لا^2 (۲) ۴ ا^2 ب^2 (۳) ۱۲ لا^2 د^2 ع (۴) ۷ ا^2 ب^3 لا^2 د^2 (۵) ۲ (لا + ۱)

(۶) ۳ (لا + ۱) (۷) ۴ (ا^2 + ب^2) (۸) لا^2 - د^2 (۹) لا + ۵ (۱۰) لا - ۷

(۱۱) لا - ۱۰ (۱۲) لا - ۱۲ (۱۳) لا^2 + ۳ لا + ۴ (۱۴) لا^2 - ۵ لا + ۳

(۱۵) لا^2 - ۶ لا + ۷ (۱۶) لا^2 - ۶ لا - ۵ (۱۷) لا + ۳ (۱۸) لا - ۴

(۱۹) لا^2 - لا - ۱ (۲۰) لا^2 - لا + ۱ (۲۱) ۳ لا + ۲ (۲۲) لا^2 - لا - ۱

(۲۳) لا^2 - ۲ (۲۴) لا - ۲ (۲۵) لا^2 + ۱ (۲۶) لا^2 + ۳ لا + ۵

(۲۷) ۷ لا² + ۸ لا + ۱ (۲۸) لا⁴ − ۲ لا³ + ۳ لا² − ۲ لا + ۱ (۲۹) لا² − ۳ لا + ۱

(۳۰) لا + ۱ (۳۱) لا + ۷ (۳۲) لا + ۳ ء (۳۳) لا + د (۳۴) لا − ۲ د (۳۵) لا − ء

اجوبہ نمبری ۱۳

(۱) ۱۲ ا ب² (۲) ۳۶ ا³ ب² ج³ (۳) ۲۴ ا² ب² لا² د² (۴) (ا + ب) (ا − ب²)

(۵) ۱۲ ا ب (ا² + ب²) (۶) (ا + ب) (ا² − ب²) (۷) (لا + ۱) (لا + ۳) (لا − ۳)

(۸) (لا + ۳) (لا + ۴) (لا² + ۳ لا + ۱) (۹) لا (۲ لا + ۱) (۳ لا − ۱) (۴ لا + ۳)

(۱۰) (لا² − ۵ لا + ۶) (لا − ۱) (لا − ۴) (۱۱) (لا² + ۳ لا + ۲) (لا − ۳) (لا + ۵)

(۱۲) (لا² + لا + ۱) (لا² + ۱) (لا + ۱) (لا − ۱) (۱۳) (لا³ − لا² − ۴ لا + ۴) (لا − ۱) (لا − ۴)

(۱۴) (لا² − د لا + د²) (لا² + د لا + د²) (لا − د²) (۱۵) ۳۴ ا² ب ج

(۱۶) ۱۲۰ (ا + ب)² (ا − ب)² (۱۷) ۲۴ (ا − ب) (ا² + ب²)

(۱۸) ۱۰۵ ا ب² (ا + ب) (ا − ب) (۱۹) لا² − ۱ (۲۰) لا⁴ − ۱ (۲۱) لا¹² − ۱

(۲۲) (لا + ۱) (لا + ۲) (لا + ۳) (۲۳) (لا + ۱) (لا + ۲) (لا² + ۲ لا − ۳)

(۲۴) (لا² − ۱۹ لا − ۳۰) (لا² + ۵ لا + ۱۰)

اجوبہ نمبری ۱۴

(۱) ۳ لا + $\frac{۴ لا}{۷}$ (۲) ۴ ا ج + $\frac{۴ ج}{۹}$ (۳) ۲ ا + $\frac{۳ ب}{۲ ا}$ (۴) ۲ لا − $\frac{۵ ء}{۶ لا}$

(۵) لا + $\frac{۲}{لا + ۳}$ (۶) ۲ لا − $\frac{۱}{لا − ۳}$ (۷) لا + ۳ ا لا + ۳ ا² + $\frac{۳ ا³}{لا − ۲ ا}$

(۸) لا − ۱ − $\frac{۲ لا − ۱}{لا² − لا + ۱}$ (۹) لا² + لا + ۱ + $\frac{۲}{لا − ۱}$

(۱۰) لا³ − لا² + لا − ۱ (۱۱) $\frac{۴ ا²}{۳ ب}$ (۱۲) $\frac{۸ (ا² + ب²)}{(ا + ب)^۳}$ (۱۳) $\frac{۳ (ا − ب)}{۲ (ا + ب)}$

(۱۴) $\frac{لا²}{(لا + ۱)² (لا − ۱)}$ (۱۵) $\frac{۴ لا}{۳ ء}$ (۱۶) $\frac{۱۳ + ۲ ب}{ا + ب}$ (۱۷) $\frac{۲ (ب − ا)}{۳ (ا + ب)}$

(۱۸) $\frac{(لا + ۱) (لا² − ۱)}{لا² + ۱}$

اجوبہ نمبری ۱۵

(۱) ۲ا^۲لا / ۳ی (۲) ا + ب / ۲ب (۳) ا + ب / ا − ب (۴) ۲ لا / ا لا − ۳ ی^۲ (۵) ۴ (ا + ب) / ۵ (ا − ب)

(۶) ا^۲ − اب + ب^۲ / ا − ب (۷) لا + ۲ / لا + ۵ (۸) لا + ۷ / لا − ۵ (۹) لا + ۳ / لا − ۷ (۱۰) لا + ب / لا + ح

(۱۱) لا − ب / لا + ح (۱۲) ۳لا − ۴ / ۴لا − ۳ (۱۳) لا + ا − ب − ح / لا + ب − ا − ح (۱۴) لا + ۳ / لا^۲ − ۲لا + ۵

(۱۵) لا − ۳ / لا^۲ + ۷لا + ۳ (۱۶) لا + ۵ / لا^۲ + ۳لا + ۲ (۱۷) لا + ۷ / لا^۲ − ۴لا − ۳

(۱۸) ۶لا − ۵ / ۳لا^۲ + لا + ۱ (۱۹) ۵لا + ۴ / ۳لا^۲ + لا + ۲ (۲۰) لا − ا / لا^۲ − الا + ا^۲

(۲۱) لا − ۴ / لا + ۴ (۲۲) لا^۲ + الا − ۲ا^۲ / ۲لا^۲ + ۳الا + ۴ا^۲ (۲۳) لا − ۳ / لا^۲ − ۳لا + ۱

(۲۴) لا + ا / لا^۲ + الا + ا^۲ (۲۵) لا − ۳ / لا^۲ + ۱ (۲۶) ۳لا^۲ + لا + ۲ / ۲لا^۲ + لا + ۳ (۲۷) ۳لا (لا^۲ − ۵ا^۲) / ۲لا^۲ + ۳ا^۲

(۲۸) لا^۲ + ۱ / لا^۴ + لا^۲ + ۱ (۲۹) ۱ / لا − ۱ (۳۰) لا^۲ / لا^۳ − ا^۲ی (۳۱) ۱ / لا^۲ − ا^۲

(۳۲) لا^۲ − ۱ / لا^۴ + ۱ (۳۳) ۹ / ۱۲ ... لا^۲ / لا^۳ (۳۴) ۴ (لا − ۱) / ۴ (لا^۲ − ۱) ... (۳۵) ا (لا + ا) / لا^۲ − ا^۲ ...

(۳۶) ا (ا + ب) (ا^۲ + ب^۲) / ا^۴ − ب^۴ ... (۳۷) (لا − ۱) (لا + ۱) ا^۲ / (لا^۲ − ۱)^۲ (۳۸) ا (لا^۲ + الا + ا^۲) / لا^۳ − ا^۳ ...

(۳۹) لا^۲ + الا + ا^۲ / لا^۴ + لا^۲ا^۲ + ا^۴ ... (۴۰) لا − ح / (لا − ا) (لا − ب) (لا − ح) ...

اجوبہ نمبری ۱۶

(۱) ۱۶ا − ۶ب − ح / ۴ (۲) ۲ا / ا^۲ − ب^۲ (۳) ا^۲ + ۲اب − ب^۲ / ا^۲ − ب^۲ (۴) ۲حب / ا^۲ − ب^۲

(۵) ا + ب + ح / ابح (۶) ۱ / لا − ی (۷) ۱۲لا / ۱ − ۹لا^۲ (۸) لا + ا / الا (۹) ا + ب / ۱۲ا − ۲ب

(۱۰) ۴ا / لا + ا (۱۱) ۲ا^۲ + ۹ح^۲ / ۶اح (۱۲) ب / ا − ب (۱۳) ب (ا + ب) / لا^۲ − ب^۲

(۱۴) ۲لا − ۳ / لا (۴لا^۲ − ۲) (۱۵) ۱۶ / (لا − ۲) (لا + ۲)^۲ (۱۶) ا / ا^۲ − ب^۲ (۱۷) ا^۴ + ۶ا^۲لا^۲ + لا^۴ / ا^۴ − لا^۴

(۱۸) ۲ / (لا + ۱) (لا + ۲) (لا + ۳) (۱۹) ۵لا^۲ − ۷لا / (لا^۲ − ۱) (لا − ۳) (۲۰) ۴لا^۳ / ی (لا^۲ − ی^۲)

(۲۱) ۲لا^۲ / ۱ − لا^۲ (۲۲) ۲لا^۲ / لا^۲ − ۱ (۲۳) ۲ا^۲ / لا (لا^۲ − ا^۲) (۲۴) ۲ا^۴ + ۶ا^۲ب^۲ / ا^۴ − ب^۴

(۲۵) ۳لا^۲ / لا^۲ − ۱ (۲۶) ۴ا^۲ (ا^۲ − الا + لا^۲) / ا^۲ − لا^۲ (۲۷) ۴ (لا + ۱۰) / لا^۲ − ۱۶

(۲۸) ۲لا^۲ − ۹لا + ۴۴ / لا^۳ + ۶۴ (۲۹) لا^۲ − ۴ا^۲لا − ا^۲ / (لا^۲ − ا^۲)^۲ (۳۰) ۱۲ا / لا^۲ − ا^۲ (۳۱) ۱

(۳۲) $\frac{لا^{۲} - ۲لا}{لا^{۳} + ۱}$ (۳۳) صفر (۳۴) $\frac{۹}{لا(لا+۱)(لا+۲)}$

(۳۵) $\frac{۱}{(۱ + لا^{۲})(۱ + لا^{۳})}$ (۳۶) $\frac{۲لا^{۲}}{لا^{۳} + ی^{۳}}$ (۳۷) $\frac{۲ی^{۳}}{لا^{۳} - ی^{۳}}$ (۳۸) $\frac{۲لا^{۳} + ۲}{لا^{۴} + لا^{۲} + ۱}$

(۳۹) $\frac{۴(ا^{۳}لا^{۳} - ب^{۳}ی^{۳})}{ا^{۴}لا^{۴} - ب^{۴}ی^{۴}}$ (۴۰) $\frac{۴لا^{۳}}{لا^{۴} + لا^{۲} + ۱}$ (۴۱) ۰ (۴۲) $\frac{۴ی^{۳}}{لا^{۴} - ا^{۴}}$

(۴۳) $\frac{۸ب^{۳}}{ا^{۴} - ب^{۴}}$ (۴۴) $\frac{۴۸ی^{۳}}{(لا^{۲} - ا^{۲})(لا^{۲} - ۹ا^{۲})}$ (۴۵) $\frac{۲۴ب^{۲}}{ا(ا^{۲} - ب^{۲})(ا^{۲} - ۴ب^{۲})}$

(۴۶) $\frac{ح}{(لا - ا)(لا - ب)}$ (۴۷) $\frac{لا}{(لا - ا)(لا - ب)}$ (۴۸) $\frac{لا(ا + ب) - ۲اب}{(لا - ا)(لا - ب)}$

(۴۹) $\frac{۱}{(ا - ح)(ح - ب)}$ (۵۰) $\frac{ح - ا - ب}{(ح - ا)(ح - ب)}$ (۵۱) ۰ (۵۲) $\frac{۱}{ح(ح - ا)(ح - ب)}$

(۵۳) ۱ (۵۴) $\frac{۳لا - ا - ب - ح}{(لا - ا)(لا - ب)(لا - ح)}$ (۵۵) $\frac{۳لا^{۲} - ا^{۲} - ب^{۲} - ح^{۲}}{(لا - ا)(لا - ب)(لا - ح)}$

(۵۶) $\frac{۱}{(لا - ا)(لا - ب)(لا - ح)}$

اجوبہ نمبر ۱۷

(۱) $\frac{۲ح}{۵ا}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{ا^{۲}ب^{۳}ح}{لا^{۲}ی^{۳}}$ (۴) $\frac{۱}{(لا - ۱)(لا + ۲)}$ (۵) لا − ۱ (۶) $\frac{ا^{۲} - ب^{۲}}{اب}$

(۷) $\frac{ا^{۲}ب^{۲}}{ا^{۲} - ب^{۲}}$ (۸) $\frac{الا}{ا^{۲} - لا^{۲}}$ (۹) $\frac{(لا + ی)^{۲}}{لا^{۲} + ی^{۲}}$ (۱۰) $\frac{لا + ح}{لا + ب}$ (۱۱) $\frac{لا}{لا - ی}$

(۱۲) $\frac{(ا + ح)^{۲} - ب^{۲}}{ابح}$ (۱۳) $\frac{لا^{۶} - الا^{۵} + ا^{۵}لا - ا^{۶}}{ا^{۳}لا^{۳}}$ (۱۴) $\frac{لا^{۲}}{ا^{۲}} + \frac{ا^{۲}}{لا^{۲}} - \frac{ی^{۲}}{ب^{۲}} - \frac{ب^{۲}}{ی^{۲}}$

(۱۵) ۱

اجوبہ نمبر ۱۸

(۱) $\frac{۹ای}{ب لا}$ (۲) $\frac{۹ح^{۲}لا^{۲}}{۱۶ا^{۲}ب^{۲}}$ (۳) $\frac{۱}{لا + ی}$ (۴) $\frac{۳(ا - ب)^{۲}}{ب(ا + ب)}$ (۵) $\frac{لا(ا + ۲لا)}{ا^{۲}}$

(۶) $\frac{۲لا}{لا - ی}$ (۷) $\frac{ا + لا}{لا + ی}$ (۸) $\frac{لا - ب}{لا - ا}$ (۹) $\frac{ا + ب - ح}{ح + ا - ب}$ (۱۰) $\frac{۱}{لا^{۲} - ی^{۲}}$

(۱۱) $\left(\frac{لا - ۱}{لا - ۳}\right)$ (۱۲) $\frac{ی^{۴} - لا^{۴}}{ی^{۳}}$ (۱۳) ۵لا − ۱ (۱۴) $\frac{ا^{۴} + ا^{۲} + ۱}{ا^{۲}}$

(۱۵) $\frac{(لا^{۲} + ی^{۲})(لا^{۲} + ا^{۲})}{لا^{۲}ا^{۲}}$ (۱۶) $\frac{لا^{۲} - ۹ا^{۲}}{الا}$ (۱۷) $\frac{لا - ی}{ی}$

(۱۸) $\frac{لا^{۲} + الا + ا^{۲}}{الا}$ (۱۹) $\frac{لا^{۲} + ا^{۲}}{۲الا}$ (۲۰) $\frac{لا^{۴} - ۳لا^{۳}ا + ۳ا^{۳}لا + ا^{۴}}{لا^{۲}ا^{۲}}$

(۲۱) ۱ (۲۲) $\frac{لا - ۴}{لا - ۵}$ (۲۳) $\frac{۱}{لا + ۱}$ (۲۴) $\frac{لا^{۲} - ا^{۲}}{لا(ا + ب + ح) - بح}$

(۲۵) $\frac{۱}{لا + ۱}$ (۲۶) $\frac{لا + ۱}{لا^{۲} + ۱}$ (۲۷) لا + ۱ (۲۸) $\frac{لا^{۲} + ۱}{لا + ۱}$ (۲۹) $\frac{(لا^{۲} + ی^{۲})}{لا^{۲} + ی^{۲}}$

(۳۰) لا (۳۱) ۱ (۳۲) ۱ (۳۳) $\frac{(ا^{۲} + ح^{۲})^{۲}}{(ا^{۴} + ب^{۴})}$ (۳۴) $\frac{ح^{۲}}{ب}$ (۳۵) $\frac{ب}{ا}$ صفر

(۳۶) ۴/۹ (۳۷) ۲ ۱/۷ (۳۸) ۰ (۳۹) ۰ (۴۰) ا

اجوبہ نمبری ۱۹

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱۱ (۵) ۲۱ (۶) ۲ (۷) ۴ (۸) ۷ (۹) ۸ (۱۰) ۵

(۱۱) ۱۸ (۱۲) ۶ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲۷ (۱۵) ۱۵ (۱۶) ۶۳ (۱۷) ۶۰ (۱۸) ۳۶

(۱۹) ۶۴ (۲۰) ۹۶ (۲۱) ۴۵ (۲۲) ۲۴ (۲۳) ۱۲۰ (۲۴) ۷۲ (۲۵) ۱۲

(۲۶) ۶ (۲۷) ۵ (۲۸) ۱ (۲۹) ۶ (۳۰) ۲ (۳۱) ۲ (۳۲) ۳ (۳۳) ۱ ۱/۴

(۳۴) ۷ (۳۵) ۱ ۱/۵ (۳۶) ۱۱ (۳۷) ۵ (۳۸) ۲ ۱/۳ (۳۹) ۳ (۴۰) ۷

(۴۱) ۱۱ (۴۲) ۱۲ (۴۳) ۴ (۴۴) ۳ (۴۵) ۷ (۴۶) ۳ (۴۷) ۵ ۱/۲ (۴۸) ۱ ۱/۳

(۴۹) ۱۰ (۵۰) ۶ (۵۱) ۱۰ (۵۲) ۷ (۵۳) ۱ (۵۴) ۱۲ (۵۵) ۵ (۵۶) ۱/۲

(۵۷) ۳ (۵۸) ۲ (۵۹) ۳ (۶۰) ۲۸ (۶۱) ۵ (۶۲) ۲ (۶۳) ۳ (۶۴) ۲ (۶۵) ۴

(۶۶) ۲

اجوبہ نمبری ۲۰

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۶ (۵) -۷ (۶) ۱۴ (۷) ۵ (۸) ۳ ۱/۲ (۹) -۶

(۱۰) ۵ (۱۱) ۸ (۱۲) ۷/۴ (۱۳) ۳ (۱۴) ۲ (۱۵) ۷ (۱۶) ۱ ۲/۷ (۱۷) ۱/۵ (۱۸) ۱

(۱۹) ۱۷ (۲۰) ۲ (۲۱) ۵ (۲۲) ۲ (۲۳) ۶ (۲۴) ۷ (۲۵) ۲ (۲۶) ۲

(۲۷) ۲ (۲۸) ۵۰/۲۹ (۲۹) ۷ (۳۰) ۴ (۳۱) -۱ (۳۲) ۳/۲ (۳۳) -۲۳

(۳۴) ۳ (۳۵) ۵ ۱/۲ (۳۶) ۴/۱۳ (۳۷) ۰ (۳۸) ۲۰ (۳۹) ۳ (۴۰) ۵

(۴۱) ا - ب (۴۲) ا + ب (۴۳) ب - ا (۴۴) ۲ ا ب / (ا + ب) (۴۵) ۲ (ا + ب)

(۴۶) (ا² + ا ب + ب²) / (ا + ب) (۴۷) ا ب / (ا + ب - ج) (۴۸) ا ب (ا + ب - ۲ ج) / ((ا + ب) ج - ا² - ب²)

(۴۹) ۲ ا ب / (ا + ب) (۵۰) (ا + ب) / ۲ (۵۱) (ا + ب + ج + د) / (م + ن) (۵۲) ج

(۵۳) ا² / (ب - ا) (۵۴) (ا ب - ع ق) / (ا + ب + ع + ق) (۵۵) ۱/۲ (ا + ب + ۳)

(۵۶) (ج² - ا ب) / (ا + ب - ۲ ج) (۵۷) ۲ (ا² + ا ب + ب²) / ۳ (ا + ب) (۵۸) ۱/۲ (ا + ب) (۵۹) ۴

(۶۰) ۵۰ (۶۱) ۲۵ (۶۲) ۱۳/۸۱ (۶۳) (ا-ب)۲ (۶۴) ا

اجوبہ نمبری ۲۱

(۱) ۳۰ (۲) ۲ (۳) ۱۳ و ۲۰ (۴) ۳۵ و ۵۰ و ۷۰ (۵) ۱۷ و ۳۱ (۶) ۲۸ و ۱۴

(۷) ۲۸ (۸) ۲۰ وین نومبر (۹) ۵۲ (۱۰) ۳۶ و ۲۷ (۱۱) ۴۸ و ۳۶ (۱۲) ۱۴ و ۲۴ و ۳۸

(۱۳) ۲۸ و ۳۲ (۱۴) ۱۰۳ (۱۵) ۵۴ و ۲۱ (۱۶) ۸ (۱۷) ۸ و ۱۲ (۱۸) ۱۰

(۱۹) ۶۳ و ۹ (۲۰) ۳۶ و ۱۲ (۲۱) ۱۰۰ و ۸۸ (۲۲) ۱۴ (۲۳) ۲۴ و ۷۶

(۲۴) ۲۱ (۲۵) ۳۶ و ۲۴ (۲۶) ۲۴ و ۶۰ و ۱۹۲ (۲۷) ۸۴۰ (۲۸) ۳۰۰۰۰

(۲۹) ۴۲۰ (۳۰) ۲۴ (۳۱) ۵۰۰ (۳۲) ۱۰ و ۱۴ و ۱۸ و ۲۲ و ۲۶ و ۳۰

(۳۳) ۳۶ و ۲۶ و ۱۸ و ۱۲ (۳۴) ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۵۰ (۳۵) ۵ و ۶

(۳۶) ۲۴ و ۳۶ و ۵۶ (۳۷) ۸۸ و ۴۴ (۳۸) ۱۳۰ و ۱۵۰ و ۱۳۰ و ۹۰

(۳۹) ۱۳ و ۲۷ (۴۰) ۷۵ و ۲۵ (۴۱) ۸۵ و ۳۵ (۴۲) ۱۰۰۰ (۴۳) ۱۸ و ۳ و ۳

(۴۴) ۲۴۰۰۰ (۴۵) ۸۰ (۴۶) ۲۶ و ۱۶ و ۳۲ و ۲۷ و ۴۳ (۴۷) ۱۴۰ روپیہ (۴۸) ۱۴

اجوبہ نمبری ۲۲

(۱) ۷۲ (۲) ۳۰ و ۳۰ (۳) ۲۰۰ میل ایڈن برسے (۴) ۱۲ و ۱۲ (۵) ۸ و ۱۶

(۶) ۳۲ و ۱۶ (۷) ۴۸ (۸) ۳۰ (۹) ۹ و ۱۶ (۱۰) ۳۰ (۱۱) ۱۸ و ۲۲ و ۴۰ و ۱۰

(۱۲) ۶ و ۲۴ (۱۳) ۱۰ و ۱۵ و ۳ و ۶۰ (۱۴) ۸ ر (۱۵) ۵۵ و ۴۴

(۱۶) ۵۶ گھنٹہ کی انجام مین (۱۷) ۲۷ و ۱۷ (۱۸) ۴۲ و ۸۴ و ۱۶۸ (۱۹) ۱۴ و ۲۵ و ۷ و ۴۲

(۲۰) ۲۴۰ و ۱۸۰ و ۱۴۴ ان (۲۱) ۱۵ و ۲۱ (۲۲) ۲۵۶۰ (۲۳) ۳۶ و ۵۴

(۲۴) ۶۰ (۲۵) ۱۲ (۲۶) ۸ پائی (۲۷) ۷۵ و ۱۱۲۵ (۲۸) ۲۵ (۲۹) ۱۰ و ۲۰

(۳۰) ۲۰ و ۸۰ (۳۱) ۵ ۵/۱۷ (۳۲) ۴۰ و ۵۰ (۳۳) ۱۱ و ۱۷ (۳۴) ۲۸

(۳۵) ۲۴ (۳۶) ۱۰۲۴ (۳۷) ۴۵۰ و ۲۷۰ (۳۸) ۲۲۰۰ و ۱۶۲۰ و ۱۱۰۰ و ۱۰۸۰

(۳۹) ۶۰ (۴۰) ۷+۱۲+۳۲ (۴۱) ۳۰ (۴۲) ۶۰ (۴۳) ۲۴۰ (۴۴) ۳ ر۹ پائی وار۱۴ پائی

(۴۵) ۵۰ پائی (۴۶) ۳۱۳۳ ۱/۳ روپیہ (۴۷) ۲۴ (۴۸) ۶۰ (۴۹) ۱۲۰۰۰ روپیہ ۱۱ آنہ (۵۰) ۲۵

(۵۱) ۴ ۱/۲ و ۳ ۱/۲ (۵۲) ۳۹ (۵۳) ۴۰ (۵۴) ۲۰۰۰۰۰۰۰ (۵۵) ۶ ر

(۵۶) ۴۸ (۵۷) ۴۹ ۱/۱۱ منٹ تین بجے کے بعد (۵۸) ۳۲ ۸/۱۱ منٹ تین بجے کے بعد (۵۹) ۲۸۸ روپیہ

(۶۰) ۲ سکنڈ (۶۱) ۴۰ منٹ گیارہ بجے (۶۲) ۳۰۰ و ۲۰۰ روپیہ (۶۳) ۱۴ (۶۴) ۶۴۰

اجوبہ نمبری ۲۳

(۱) ۱۰ و ۷ (۲) ۱۷ و ۱۹ (۳) ۲ و ۱۳ (۴) ۴ و ۱ (۵) ۵ و ۵ (۶) ۲۱ و ۱۲

(۷) ۲۰ و ۱۰ (۸) ۲ و -۳ (۹) ۳ و ۲ (۱۰) ۳ و ۲ (۱۱) ۳ ۱/۲ و ۴ (۱۲) ۱۰ و ۷

(۱۳) ۱۹ و ۲ (۱۴) ۳۸ ۱/۲ و ۷۰ (۱۵) ۶ و ۱۲ (۱۶) ۳۴۸/۱۵۷ و ۱۵۶/۱۵۷ (۱۷) ۱۰ و ۵

(۱۸) ۱۲ و ۱۲ (۱۹) ۲۰ و ۲۰ (۲۰) ۱۳ و ۵ (۲۱) ۹ و ۷ (۲۲) ۱۰ و ۴ (۲۳) ۴ و ۹

(۲۴) ۵ و ۷ (۲۵) ۲ ۱/۲ و ۱ (۲۶) ۲د و ۲د (۲۷) ۱۰ و ۸ (۲۸) ۱۲ و ۳ (۲۹) ۳ و ۲

(۳۰) ۶۳ و ۱۴ (۳۱) ۳ و ۲ (۳۲) ۲ و ۳ (۳۳) ۴ و ۱۲ (۳۴) ا و ب

(۳۵) ا و ب (۳۶) اب/(ا+ب) و اب/(ا+ب) (۳۷) ب و ا (۳۸) ا ب ح/(ا² + ب²) و ا² ب ح/(ا² + ح²)

(۳۹) اح/(ا+ب) و بح/(ا+ب) (۴۰) ۱/(ا+ب) و ۱ (۴۱) ا و ب (۴۲) ا + ب و ا - ب

(۴۳) (ا+ب)² و (ا-ب)² (۴۴) ح/(ا+ب) و ح/(ا+ب)

اجوبہ نمبری ۲۴

(۱) ۲ و ۱ و ۳ (۲) ۳ و ۴ و ۶ (۳) ۲ و ۱ و ۳ (۴) ۹ و ۱۱ و ۱۳ (۵) ۴ و ۰ و ۵

(۶) ۵ و -۵ و ۵ (۷) ۴۵ و -۲۱ و ۱ (۸) -۱۰ و ۷ و ۳ (۹) ۱۵ و ۷۶ و ۱

(۱۰) ۲/۳ و ۳/۴ و ۲/۵ (۱۱) لا = ۱/۲ (ب + ح - ا) وغیرہ

(۱۲) لا = ۱/۲ (ا + ب + ح) - ا وغیرہ (۱۳) لا = ۱/۲ (ب + ح) وغیرہ

(۱۴) لا = د = ی = ابح/(اب + بح + حا) (۱۵) لا = ا و د = ب و ی = ح

(۱۶) لا = ۴ و د = ۵ و ی = ۲ و ہ = ۳

اجوبہ نمبری ۲۵

(۱) ۴۲ و ۲۹ (۲) ۱۲ و ۱۴ (۳) ۱۱۹ و ۱۹۶ (۴) ۲۴ و ۶۰ (۵) ۳۰ بائی و ۸ بائی
(۶) ۴۹ و ۲۱ (۷) $\frac{۴}{۱۵}$ (۸) ۴۵ و ۴۳ (۹) ۲۷ و ۶۰ (۱۰) ۳۰ بائی و ۱۵ بائی
(۱۱) ۵ و ۳ (۱۲) ۲۰ و ۵۲ (۱۳) ۷۰ و ۵۰ (۱۴) $\frac{۳}{۵}$ (۱۵) (۲۴−۱)×۲۰
(۱۶) ۱۵ و ۶۵ (۱۷) ۱۲ و ۵ (۱۸) ۱۰ و ۱۴ (۱۹) ۲۴ (۲۰) ۱ و ۲ (۲۱) ۵۹
(۲۲) سوا من (۲۳) ۱۵۰ گز و ۲۰ و ۳۰ گز فی منٹ (۲۴) ۱۲ و ۱۱ (۲۵) ۵۰ و ۷۵
(۲۶) ۷۰ و ۴۲ و ۳۵ (۲۷) ۹۰ و ۷۲ و ۶۰ (۲۸) ۱۲ میل
(۲۹) ۴ میل بیدل چلنے کے و ۳ میل کشتی میں چلنے کی رفتار ہے (۳۰) $۳۳\frac{۱}{۳}$ میل فی گھنٹہ اور $۴۸\frac{۱}{۳}$ فاصلہ
(۳۱) ۴۵ و ۳۰ میل فی گھنٹے (۳۲) ۳۰ و ۵۰ میل فی گھنٹہ (۳۳) ۶۰ میل مسافر گاڑی
۳۰ میل مال گاڑی (۳۴) ۱۵۰ و ۱۲۰ و ۹۰ (۳۵) $۳\frac{۲}{۳}$ روپیہ $۲\frac{۱}{۳}$ روپیہ
(۳۶) ۴ و ۵۹ و ۵۵ (۳۷) ۱۲۰ و ۸۰ و ۴۰ (۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۴۲۰ و ۳۵ و
۲۱ (۴۰) ۲ و ۴ و ۹۴

اجوبہ نمبری ۲۶

(۱) ±۴ (۲) ±۲۵ (۳) ±۷ (۴) ±۹ (۵) ±۹ (۶) ±۶ (۷) ۱ و ۲
(۸) ۲ و ۳ (۹) ۲ و −۱۲ (۱۰) ۳ و −$\frac{۱}{۴}$ (۱۱) $۴\frac{۱}{۳}$ و −۳ (۱۲) ۱۰ و ۵
(۱۳) ۵ و −$\frac{۵}{۲}$ (۱۴) ۶ و −۳ (۱۵) $\frac{۳}{۲}$ و −$\frac{۱}{۲}$ (۱۶) $\frac{۹}{۲}$ و $\frac{۱}{۲}$
(۱۷) ۵ و $\frac{۲}{۳}$ (۱۸) ۳ و −۹ (۱۹) $۲\frac{۱}{۲}$ و −$\frac{۱}{۲}$ (۲۰) $۱\frac{۲}{۳}$ و −$۱\frac{۱}{۲}$ (۲۱) ۱ و ۲
(۲۲) ۴ (۲۳) ۶ و $\frac{۹}{۴}$ (۲۴) ۱۱ و ۳ (۲۵) ۵ و $۳\frac{۱}{۲}$ (۲۶) ۴۴ و −۲
(۲۷) ۷ و −$\frac{۷}{۱۲}$ (۲۸) ۱۰ و −۱۰ (۲۹) ۳ و −$۲\frac{۱}{۳}$ (۳۰) $\frac{۱}{۲}$ و −۳ (۳۱) ۲
(۳۲) ۲ و −۳ (۳۳) ±۲ (۳۴) ۱ و −۴ (۳۵) ۳ و −$\frac{۲}{۳}$ (۳۶) ۶ و $۲\frac{۲}{۳}$
(۳۷) ۶ و $\frac{۱۶}{۷}$ (۳۸) ۷ و $\frac{۲}{۳}$ (۳۹) ۸ و $۲\frac{۴}{۱۱}$ (۴۰) ۳ و −$۴\frac{۱}{۴}$
(۴۱) ۳ و −۵ (۴۲) ۳ و −$\frac{۵}{۷}$ (۴۳) ۲ و −۱ (۴۴) ۴ و −۱

(۴۵) ۷ و ۳ ۱۴/۱۵ (۴۶) ۱ ۳/۴ و ۱ (۴۷) ۴ ۱/۴ و ۱/۲ (۴۸) ۳ و − ۴/۵

(۴۹) ۳ و − ۹ (۵۰) − ۱۰ و ۹ ۲۵/۲۹ (۵۱) ۳ و − ۱ ۱/۳ (۵۲) ۲ و − ۱ ۲/۳

(۵۳) ۴ و ۰ (۵۴) ۱ ۱/۴ و ۰ (۵۵) ۱۳ و ۵/۷ (۵۶) ۶ و − ۳ ۱/۳

(۵۷) ۵ و − ۱ ۵/۱۳ (۵۸) ۵ و ۱ ۱/۵ (۵۹) ۵ و − ۱ ۱/۴ (۶۰) ۲ ۲/۳ و ۰

(۶۱) ا ± ۱/ا (۶۲) (ا ± ب)^۲ (۶۳) ± √اب (۶۴) ا و − ب(ا+ب)/(۲ا+ب)

اجوبہ نمبری ۲۷

(۱) ± ۲ و ± ۳ (۲) ۴۹ (۳) ۴ (۴) ± ۴ (۵) ۵ و − ۳ (۶) ۳ و − ۲

(۷) ۶ و ۰ (۸) ۱۲ و − ۳ (۹) ۹ و − ۱۲ (۱۰) ± ۳ (۱۱) ۲ (۱۲) ۴ و ۱۱ ۱/۸

(۱۳) ۱ ۲/۵ (۱۴) ۱۶ (۱۵) ۱ (۱۶) ۳/۵ و ۲/۵ (۱۷) ۴ (۱۸) ۴

(۱۹) ۴(ا+ب)(ا^۲+ب^۲)/(ا−ب)^۲ (۲۰) (ا−۱)/۲ (۲۱) ۳ا^۲ (۲۲) ۰ و ± ۱/√۵ (۲۳) ۲ و ± ۵

(۲۴) ۰ و ± √۲ (۲۵) ۲ و ± ۱ (۲۶) ۰ و ± √(اب) (۲۷) ا و − ۲ا و − ۲ا (۲۸) ا و ۳/۲ا و − ا/۲

اجوبہ نمبری ۲۸

(۱) ۳۶ و ۲۴ (۲) ۳۶ و ۲۴ (۳) ۳۰ و ۲۴ (۴) ۱۸ و ۱۲ و ۹ (۵) ۱۲ و ۱۰

(۶) ۴ و ۶ (۷) ۱۹۶ (۸) ۳ و ۴۸ (۹) ۱۱ (۱۰) ۷ (۱۱) ۶ و ۱۲ (۱۲) ۱۵

(۱۳) ۲۴ (۱۴) ۲۷ سیر (۱۵) ۸ ر ۹ پائی و ۷ ر (۱۶) ۲۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۶ و ۹۶

(۱۸) ۸ پائی (۱۹) ۱۰ و ۹ میل (۲۰) ۵۶ (۲۱) ۱۹۲ و ۱۲۸ (۲۲) ۹ گیلن (۲۳) ۶۴

(۲۴) مساوی (۲۵) ۴ روپیہ فیصدی

اجوبہ نمبری ۲۹

(۱) ۵ و − ۳ و − ۵ و ۳ (۲) ۴ و − ۲۵/۷ و ۱ و − ۷۱/۳۵ (۳) ± ۸ و ± ۶ (۴) ۶ و ۱۲ و ۲ و − ۴ (۵) ۷ و − ۲ و ۲ و − ۲

(۶) ۴ و − ۴۸/۱۳ و ۳ و − ۴۱/۱۳ (۷) − ۲۴ و ۶/۵ و ۱۲ و ۳/۵ (۸) ۶ و − ۴/۸۱ و ۵ و ۱۳/۸۱

(۹) ۲ و − ۲۹/۲۴ و ۴ و − ۵۳/۶ (۱۰) ۶ و ۰ و ۵ و ۰ (۱۱) ۲/۳ و ۰ و ۳/۲ و ۰

(۱۲) ۳ و ۶۶ و ۱/۴ و ۲/۴ (۱۳) ۴ و ۱/۴ و ۸ و ۱/۴ (۱۴) (ا+ب)/ا و ۰ و (ا+ب)/ب و ۰

(۱۵) ا و ب (۱۶) ا و ((۳ب−ا)ا)/(ا+ب) و ب و ((۳ا−ب)ب)/(ا+ب)

(۱۷) ا و (ا ب^۲)/(ا^۲+ب^۲) و ب و (ا^۲ ب)/(ا^۲+ب^۲) (۱۸) ا و ۰ و ۰ و ب

(۱۹) ±۴ ± ۳/√۲ و ±۳ و ±۱/√۲ (۲۰) ±۵ و ±۴ (۲۱) ±۷ و ±۶

(۲۲) ±۱۵ و ±۷ (۲۳) ±۴ و ±۱۴ و ±۱ و ∓۴ (۲۴) ±۹ و ±۴

(۲۵) ±۳ و ±۳۶ و ±۵ و ±۲۳/۲ (۲۶) ±۹ و ±۳ (۲۷) ±۸ و ±۶

(۲۸) ±۲ و ±۱ (۲۹) ±۹ و ±۸ √۲ و ±۷ و ±√۲ (۳۰) ±۴ و ±۱

(۳۱) ۰ و ۱ و ۱۵/۲۲ و ۰ و ۲ و ۹/۲۲ (۳۲) ± ((ا+۱)ب)/√(۲+۲ا) و ± ((ا−۱)ب)/√(۲+۲ا)

(۳۳) ±ا و ± (ا+ب)/√۲ و ±ب و ± (ا−ب)/√۲ (۳۴) ±ا و ± (ا+۱)/√۲ و ±۱ و ± (ا−۱)/√۲

(۳۵) ۶ و −۴ و ۴ و −۶ (۳۶) ۵ و ۴ و ۴ و ۵ (۳۷) ۳ و ۲ و ۲ و ۳

(۳۸) ۴ و −۳ و ۳ و −۴ (۳۹) ا و ۲ و ۲ و ا (۴۰) ±۴ و ±۳ و ±۳ و ±۴

(۴۱) ۲ و ا و ۲/۳ و ۱/۳ (۴۲) ±۵ و ±۳ (۴۳) ۲ و ا و −ا و −۲ و ا و ۲ −۲ و −ا

(۴۴) ۱/۲ و (−۲±√۳)/۲ و (−۱±√۱۳)/۴ و ا و −۲ و −۲ ∓ √۳ و (−۱±√۱۳)/۲

(۴۵) ۳ و −۱/۳ و ۶ و −۲/۳ (۴۶) ۵ و −۵/۴ و ۲ و −۲/۳ (۴۷) ۲ و ا

(۴۸) ۴ و ۳/۲ و ۱/۴ و −۹/۴ و ۲ و ۹/۴ و −۳/۴ و ۳/۲ (۴۹) ا+ب+ا و −(ا+ب+ا)/(ا+۱) و ب و −ب/(ا+۱)

(۵۰) ± ا/۳ و ±۳ب (۵۱) ± ا/۲ و ∓ ۲ب

(۵۲) ۰ و ا+ب و ۱/۲ (ا−ب) ± ۱/۲ √((ا+۳ب)(ا−ب)) و ۰ و ا+ب

و ۱/۲ (ا−ب) ∓ ۱/۲ √((ا+۳ب)(ا−ب)) (۵۳) لا = ا ÷ √(ا ب ح)^۳ وغیرہ

(۵۴) (لا+ی) (ی+ی) (ی+لا) = ± ا ب ح وغیرہ (۵۵) ±۱ و ±۲ و ±۳

(۵۶) ۵/۴ و ۳/۲ و ۳/۲ و ۵/۳ و ±۲

اجوبہ نمبری ۳۰

(۱) ۱۱ و ۷ (۲) ۹ و ۱۸ (۳) ۸ و ۲۴ (۴) ۸ و ۱۶ (۵) ۱۰ و ۱۵ (۶) ۱۰ و ۱۲

(۷) ۷ و ۵ (۸) ۸ و ۸ و ۶ و ۱۶ (۹) ۵ و ۳ (۱۰) ۴ و ۲ (۱۱) ۲ و ۲

(۱۲) ۴ و ۶ (۱۳) ۷ و ۴ (۱۴) ۸ و ۱۲ (۱۵) ۲۰ و ۱۵ (۱۶) ۳۰ و ۴۰ (۱۷) ۶۰ و ۱۰

(۱۸) ۴۸ و ۶۴ (۱۹) ۱۶۰ و ۲ روپیہ (۲۰) ۲ و ۴ و ۳ (۲۱) ۵۶ و ۷۲ و ۳۶ و ۲۷

(۲۲) ۴½ پیدل چلے و ۴½ کشتی کے اندر (۲۳) اول ۱۰ و ۱۲ میل فی گھنٹہ (۲۴) ۶ میل

اجوبہ نمبری ۱۳

(۱) ۸ لا^۶ ی^۹ ی^۱۲ (۲) −۸ لا^۶ ی^۹ (۳) ۱۸ ا^۲ ب^۴ ج^۱ (۴) لا^۴/ی^۹ (۵) −۶۴ لا^۳/۲۷ ی^۹

(۶) لا^۱۲/ی^۳ (۷) ا^۷ + ۷ ا^۶ ب + ۲۱ ا^۵ ب^۲ + ۳۵ ا^۴ ب^۳ + ۳۵ ا^۳ ب^۴ + ۲۱ ا^۲ ب^۵ + ۷ ا ب^۶ + ب^۷

(۸) ا^۷ − ۷ ا^۶ ب + ۲۱ ا^۵ ب^۲ − ۳۵ ا^۴ ب^۳ + ۳۵ ا^۳ ب^۴ − ۲۱ ا^۲ ب^۵ + ۷ ا ب^۶ − ب^۷

(۹) ا^۶ − ۳ ا^۴ ب^۲ + ۳ ا^۲ ب^۴ − ب^۶ (۱۰) ۱ − ۳ لا + ۳ لا^۲ − لا^۳

(۱۱) ۸ + ۱۲ لا + ۶ لا^۲ + لا^۳ (۱۲) ۲۷ − ۵۴ لا + ۳۶ لا^۲ − ۸ لا^۳

(۱۳) ۱ + ۴ لا + ۶ لا^۲ + ۴ لا^۳ + لا^۴ (۱۴) لا^۴ − ۸ لا^۳ + ۲۴ لا^۲ − ۳۲ لا + ۱۶

(۱۵) ۱۶ لا^۴ + ۹۶ لا^۳ + ۲۱۶ لا^۲ + ۲۱۶ لا + ۸۱ (۱۶) ۲ ا^۳ لا^۳ + ۶ ا لا ب^۲ ی^۲

(۱۷) ۲ ا^۳ لا^۳ + ۱۲ ا لا ب^۲ ی^۲ + ۲ ب^۳ ی^۳ (۱۸) ۲ (۵ لا + ۱۰ لا^۳ + لا^۵)

(۱۹) ۱ − ۴ لا + ۶ لا^۲ − ۴ لا^۳ + لا^۴ (۲۰) ۱ + ۲ لا + ۳ لا^۲ + ۲ لا^۳ + لا^۴

(۲۲) ۱ + ۲ لا − لا^۲ − ۲ لا^۳ + لا^۴ (۲۳) ۱ + ۶ لا + ۱۳ لا^۲ + ۱۲ لا^۳ + ۴ لا^۴

(۲۴) ۱ − ۶ لا + ۱۵ لا^۲ − ۱۸ لا^۳ + ۹ لا^۴ (۲۵) ۲ (۴ + ۲۵ لا^۲ + ۱۶ لا^۴)

(۲۶) ۱ + ۳ لا + ۶ لا^۲ + ۷ لا^۳ + ۶ لا^۴ + ۳ لا^۵ + لا^۶

(۲۸) ۱ + ۳ لا − ۵ لا^۳ + ۳ لا^۵ − لا^۶ (۲۹) ۱ + ۹ لا + ۳۳ لا^۲ + ۶۳ لا^۳ + ۶۶ لا^۴ + ۳۶ لا^۵ + ۸ لا^۶

(۳۰) ۱ − ۹ لا + ۳۶ لا^۲ − ۸۱ لا^۳ + ۱۰۸ لا^۴ − ۸۱ لا^۵ + ۲۷ لا^۶

(۳۱) ۲ (۳۶ لا + ۱۷۱ لا^۳ + ۱۴۴ لا^۵) (۳۲) ۱ − ۲ لا + ۳ لا^۲ − لا^۴ + ۲ لا^۵ + لا^۶

(۳۳) ۱+۴لا+۱۰لا^۲+۲۰لا^۳+۲۵لا^۴+۲۴لا^۵+۱۶لا^۶

(۳۴) ۴(اب+اد+بح+حد) (۳۵) ۲(ا^۲+۲اح+ح^۲+ب^۲+۲بد+د^۲)

(۳۶) ۱+۶لا+۱۵لا^۲+۲۰لا^۳+۱۵لا^۴+۶لا^۵+لا^۶

(۳۷) ۱−۱۲لا+۶۰لا^۲−۱۶۰لا^۳+۲۴۰لا^۴−۱۹۲لا^۵+۶۴لا^۶

(۳۸) ۱+۸لا+۲۸لا^۲+۵۶لا^۳+۷۰لا^۴+۵۶لا^۵+۲۸لا^۶+۸لا^۷+لا^۸

(۳۹) ۱−۳لا^۲+۳لا^۴−لا^۶ (۴۰) ۱+۳لا^۲+۶لا^۴+۷لا^۶+۶لا^۸+۳لا^{۱۰}+لا^{۱۲}

اجوبہ نمبری ۳۲

(۱) ۳ا^۲ب^۲ (۲) ۲اب (۳) −۴اب^۲ (۴) ۲اب^۲ح^۳ (۵) −اب^۲ح^۳

(۶) (۵اب)/(۷ح^۲) (۷) (−۶اب^۳)/(۵ح^۲) (۸) (۳ا)/(بح) (۹) ا/(۲ب^۲) (۱۰) (۲اب^۲)/ح^۲ (۱۱) ۴ا+۵ب

(۱۲) ۷ا^۲−۶ب (۱۳) ۶لا^۲+۱ (۱۴) ۸ا+۳بح (۱۵) (۵ا+۲ب)/(۵ا+۲ح)

(۱۶) (۳لا^۲−۴)/(۲لا−۳) (۱۷) لا^۲+لا+۱ (۱۸) ۱−لا+۲لا^۲ (۱۹) لا^۲+۳لا+۸

(۲۰) لا^۲−۲لا−۲ (۲۱) ۱−۲لا+۳لا^۲ (۲۲) ۲لا^۲−لا−۲

(۲۳) لا^۲−الا+۲ا^۲ (۲۴) لا^۲−الا+ب^۲ (۲۵) لا^۳−۶لا^۲+۱۲لا−۸

(۲۶) لا^۳+۲الا^۲−۲ا^۲لا−ا^۳ (۲۷) ۱−لا+لا^۲−لا^۳+لا^۴

(۲۸) (۲لا)/(۳ی) − (۴لا)/(۵ی) − (۳ی)/(۴ی) (۲۹) ۱+لا (۳۰) ۲لا−۳ی (۳۱) ۱−لا+لا^۲

(۳۲) لا^۲−(ا+ب)لا+اب (۳۳) لا+۱ (۳۴) لا^۲−لای+ی^۲

(۳۵) ۳۴ (۳۶) ۴۵ (۳۷) ۶۱ (۳۸) ۷۲ (۳۹) ۸۶ (۴۰) ۹۹ (۴۱) ۱۲۳ (۴۲) ۳۲۱

(۴۳) ۴۰۷ (۴۴) ۵۵٫۵ (۴۵) ۶٫۴۲ (۴۶) ٫۹۱۴ (۴۷) ۱۲۳۴ (۴۸) ۵۴۲۰

(۴۹) ۶۲۰٫۱ (۵۰) ۷۰٫۵۸ (۵۱) ۸٫۰۰۸ (۵۲) ٫۴۹۳۷ (۵۳) ۱۲۰۰۷

(۵۴) ۵۰۴٫۰۶ (۵۵) ۱٫۸۰۴۲ (۵۶) ۲٫۱۳۱۹ (۵۷) ٫۷۵۴۱۴

(۵۸) ۴۴۳۳۲۹ (۵۹) ٫۹۴۸۴۸ (۶۰) ۲٫۴۹۱۹۸ (۶۱) ٫۶۵۵۷۴

(۶۲) ۰۹۲۳۳،۰ (۶۳) ۴،۱۲۳۱۰ (۶۴) ۱۱،۳۵۷۸۱ (۶۵) ۱۸،۶۳۴۸۸

(۶۶) ۱۱۹،۵۶۴۳۳۱ (۶۷) ۲لا+۳ی (۶۸) ۱۲ لا^۲+۴ی^۳ (۶۹) لا-ا-ب

(۷۰) لا^۲+لا+۱ (۷۱) لا^۲-ا لا-ا^۲ (۷۲) ۲ لا^۲+۴ج لا-۳ج^۲

(۷۳) ۱-۳لا+۴لا^۲ (۷۴) ۱-لا+لا^۲-لا^۳ (۷۵) ۱+۲لا (۷۶) ۳لا-۱

(۷۷) ۲۷ (۷۸) ۳۵ (۷۹) ۵۴ (۸۰) ۶۱ (۸۱) ۸۸ (۸۲) ۹۲ (۸۳) ۱۳۸

(۸۴) ۱۴۸ (۸۵) ۳۷۸ (۸۶) ۲،۳۹ (۸۷) ۵،۷۶ (۸۸) ۶۰۴،

(۸۹) ۱۱۱ (۹۰) ۲۷۵۵ (۹۱) ۴۵۰۴۵ (۹۲) ۱۷۴۷۹

اجوبہ نمبری ۳۳

(۱) ۱/۳ (۲) ۱/۸ (۳) ۱/۱۰ (۴) ۱۰۰ (۵) ۱/۴۷ (۶) ا^-۶ (۷) ا^۶ (۸) ا^-۲

(۹) ا^-۱ (۱۰) ا^(۱/۱۲) (۱۱) لا^(۳/۲) - ی^(۳/۲) (۱۲) ا-ب (۱۳) لا^۲+۲ لا^(۳/۲)+لا-۴

(۱۴) لا^۲+۱+لا^-۴ (۱۵) ا^-۱ - ۱ (۱۶) ا^۲-۳ ا^(۲/۳)+۳ ا^(-۲/۳) - ا^-۲

(۱۷) ا^۲+۲ ا^(۳/۲) ب^(۱/۲)+ا ب - لا^(۲/۳) ی^(۴/۳) (۱۸) لا^(۵/۲)+لا^(۳/۲) ی - لا ی^(۳/۲) - ی^(۵/۲)

(۱۹) لا^(۱/۲)+لا^(۱/۳) ی^(۱/۶)+لا^(۱/۶) ی^(۱/۳)+ی^(۱/۲) (۲۰) ا^(۲/۳)+ا^(۱/۳) ب^(۱/۳)+ب^(۲/۳)

(۲۱) ۱۶ لا^(-۲/۳) -۱۲ لا^(-۱/۳) ی^(-۱/۳) + ۹ ی^(-۲/۳) (۲۲) لا+ی (۲۳) ا^(۱/۲) - ا^(۱/۴) ب^(۱/۴)+ب^(۱/۲)

(۲۴) ا^(۱/۲)+ب^(۱/۳)-ج^(۱/۴) (۲۵) لا^(۱/۲)+۲ لا^(۱/۴) ا^(۳/۴)+۳ لا^(۱/۸) ا+۲ لا^(۱/۸) ا^(۳/۴)+ا^۲

(۲۶) لا^(۱/۴)-۲ لا^(۱/۸) ی^(۱/۸)+ی^(۱/۴) (۲۷) لا^(۱/۴) - ۲ لا^(-۱/۴) (۲۸) لا-۲-لا^-۱

(۲۹) لا^(۵/۶)-۲ لا^(۱/۲)+لا^(۱/۳) (۳۰) ۲ لا^(۳/۴) - ۳ + ۴ لا^(-۳/۴)

اجوبہ نمبری ۳۴

(۱) ۷√۲ (۲) ۹ ∛۴ (۳) (۸/۳)√۳ (۴) ∜(۳/۴) (۵) (۱۳√۱۵)/۱۰

(۶) (۵√۳۲)/۲ (۷) ۲+۲√۲-۲√۳ (۸) ۲+(۵/۶)√۶

(۹) ۴+(۵/۲)√۲ (۱۰) ۵+۲√۶ (۱۱) (۲۴-√۱۵)/۳۳

(۱۲) ½ (۱۸ + ۹√۶ + ۴√۱۵ + ۶√۱۰) (۱۳) ۳ + √۵

(۱۴) ۳ − √۷ (۱۵) √۶ + √۲ (۱۶) √(۵/۲) ، √(۳/۲)

(۱۷) √۳ − √۲ (۱۸) ۲ + √۳ (۱۹) √۳ (۲۰) √۱۰

اجوبہ نمبری ۳۵

(۱) ۲/۹ (۲) ۷/۱۲ و ۵/۸ و ۲/۳ و ۳/۴ و ۸/۹ (۳) ۵/۲۷ (۴) ۱۴ و ۲۱

(۵) ۲۴ : ۳۰ (۶) ۲۰ و ۳۲ (۷) ۱ (۸) ۱۵ و ۱۰ (۹) ۶ و ۸

(۱۰) ۳۵ و ۴۲ (۱۱) ۴ (۱۲) اب/(ا + ب) (۱۳) ۵۰ و ۶۰ و ۹۰ (۱۴) ۲۰ و ۵ : ۲

اجوبہ نمبری ۳۶

(۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲ (۵) ۴ (۶) ۴ (۷) ۲ و ۲½ (۸) ۵

(۹) ۱ و −۱ (۱۳) ۴۵ و ۶۰ و ۸۰ (۱۴) ۴ و ۶ و ۹

اجوبہ نمبری ۳۷

(۱) ۴ (۳) ۵ : ۲ (۴) ۲ (۵) ۴ (۶) ۵ (۷) ۸ (۸) ا بح

(۹) اج/ب (۱۰) ۱۱۳⅓ روپیہ (۱۱) ۱۵ (۱۲) ۱۵۳۶۰ روپیہ

اجوبہ نمبری ۳۸

(۱) ۹۳۶ (۲) ۷۷½ (۳) ۶۹ (۴) ۱۳۹½ (۵) ۳۷½

(۶) −۱۱۵ (۷) ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ و ۱ (۸) ۱۴⅓ و ۱۴⅔ ...

(۹) ۶½ و ۵ ... (۱۰) −⅓ و ⅓ ... (۱۱) ۱۰ و ۴

(۱۲) ۸۲ (۱۳) ۵ و ۹ و ۱۳ و ۱۷ (۱۴) ۵ و ۷ و ۹ (۱۵) ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

(۱۶) ۱۸ و ۱۹ (۱۷) ۷ (۱۸) ۵ (۱۹) ۱ و ۴ و ۷ (۲۰) ۱ و ۲

اجوبہ نمبری ۳۹

(۱) ۱۳۶۵ (۲) ۱۳ ۴/۹ (۳) ۴۰ ۳/۵ (۴) ۱۳ (√۲ + ۱)

(۵) $\frac{۶۶۵}{۶۴۸}$ (۶) $\frac{۴۶۳}{۹۶}$ (۷) $\frac{۳}{۴}$ (۸) $\frac{۲}{۳}$ (۹) $\frac{۲}{۳}$ (۱۰) ۴ $\frac{۱}{۲}$

(۱۱) $\frac{۵}{۳۴}$ (۱۲) $\frac{۴۱}{۳۳۳}$ (۱۳) $\frac{۲۱۲}{۴۹۵}$ (۱۴) $\frac{۵۵۷}{۱۹۸۰}$ (۱۵) ۴ و ۱۶ و ۶۴

(۱۶) ۱۲۹۸ و ۱۸ و ۲۷ (۱۷) ۹- و ۲۷ و ۸۱- و ۲۴۳

(۱۸) ۳ و ۱۲ و ۴۸ یا ۱۸ و ۵۴- و ۳۶ (۱۹) ۱ و ۳ و ۹ (۲۰) ۳ و ۶ و ۱۲

اجوبہ نمبری ۴۰

(۱) $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲}{۵}$ و ۱ (۲) $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۵}{۱۱}$ و $\frac{۱}{۲}$ (۳) ۳ و $\frac{۱۲}{۵}$ (۴) $\frac{۲}{۱۵}$ و $\frac{۱}{۱۲}$ و $\frac{۲}{۳۳}$

(۵) ۶ و ۱۲ (۶) ۳۶ و ۶۴ (۷) ۱ و ۹ (۸) ۳ و ۹

اجوبہ نمبری ۴۱

(۱) ۱۲۰۴۵۹۶ (۲) ۵۰۴۰ (۳) ۱۲۶ (۴) ۳۰۲۴۰ (۵) ۱۱ (۶) ۱۹۰۰

(۷) ۱۵۵۰۴ و ۳۸۷۶ (۸) ۲۷ و ۹۹

اجوبہ نمبری ۴۲

(۱) $ی^{۱۳} - ۱۳ ی^{۱۲} لا + ۷۸ ی^{۱۱} لا^{۲} \ldots - ۷۸ ی^{۲} لا^{۱۱} + ۱۳ ی لا^{۱۲} - لا^{۱۳}$

(۲) $۲۴۳ - ۸۱۰ لا + ۱۰۸۰ لا^{۲} - ۷۲۰ لا^{۳} + ۲۴۰ لا^{۴} - ۳۲ لا^{۵}$

(۳) $۱ - ۱۴ ی + ۸۴ ی^{۲} - ۲۸۰ ی^{۳} + ۵۶۰ ی^{۴} - ۶۷۲ ی^{۵} + ۴۴۸ ی^{۶} - ۱۲۸ ی^{۷}$

(۴) $لا^{ن} + ۲ن لا^{ن-۱} ی + ۲ن(ن-۱) لا^{ن-۲} ی^{۲} + \frac{۴ن(ن-۱)(ن-۲)}{۳} لا^{ن-۳} ی^{۳}$

(۵) $۱ + ۴لا + ۲لا^{۲} - ۸لا^{۳} - ۵لا^{۴} + ۸لا^{۵} + ۲لا^{۶} - ۴لا^{۷} + لا^{۸}$

(۶) $۱ + ۵لا + ۱۵لا^{۲} + ۳۰لا^{۳} + ۴۵لا^{۴} + ۵۱لا^{۵} + ۴۵لا^{۶} + ۳۰لا^{۷} + ۱۵لا^{۸} + ۵لا^{۹} + لا^{۱۰}$

(۷) $۱ - ۸لا + ۲۸لا^{۲} - ۵۶لا^{۳} + ۷۰لا^{۴} - ۵۶لا^{۵} + ۲۸لا^{۶} - ۸لا^{۷} + لا^{۸}$

(۸) ۵۹۲۲ (۹) ۱۵۹۰ (۱۰) لا = ۲ و ی = ۳ و ن = ۵

(۱۱) لا = ۴ و ی = $\frac{۱}{۲}$ و ن = ۸ (۱۲) $ی^{\frac{۱}{۲}} - \frac{لا ی^{-\frac{۱}{۲}}}{۲} - \frac{لا^{۲} ی^{-\frac{۳}{۲}}}{۸} - \frac{لا^{۳} ی^{-\frac{۵}{۲}}}{۱۶} - \frac{۵ لا^{۴} ی^{-\frac{۷}{۲}}}{۱۲۸}$

(۱۳) $۱ + \frac{لا}{۲} + \frac{لا^{۲}}{۳} + \frac{۳۱ لا^{۳}}{۵۴}$ (۱۴) $۱ + ۲لا + ۴لا^{۲} + ۸لا^{۳} + \ldots$

(۱۵) ر + ۱ (۱۶) ـ $\frac{۱۹ \times ۱۵ \times ۱۱ \times ۷ \times ۳}{}$ (۳لا)

(۱۷) ا + ۱۰ ا ب + ۴۵ ا ب + $\frac{۱۰۴۰}{۳}$ ا ب + $\frac{۴۹۴۰}{۳}$ ا ب

(۱۸) $\frac{(ر+۱)(ر+۲)(ر+۳)}{۱\times۲\times۳}$ (۱۹) ۱ + ½ لا + $\frac{۳لا^۲}{۸}$ − $\frac{۳لا^۳}{۱۶}$

(۲۰) ۱ + $\frac{لا}{۲}$ − $\frac{لا^۲}{۸}$ − $\frac{۷لا^۳}{۱۶}$

اجوبہ نمبری ۴۳

(۱) ۲۰۴۲۱۳ (۲) ۲۲۶۰۰ (۳) ۱۰۱۰۰۱۰۱۷ (۴) ۲۰۷۶

(۵) ۲۵۸۴ و (۶) اساس ۸ ہے (۷) اساس ۶ ہے

(۸) ۱۲ گ ۹ اور وگ (۹) اساس ۵ ہے (۱۰) گ گ گ

اجوبہ نمبری ۴۴

(۱) $\frac{ب ج}{د}$ (۲) ن = $\frac{۱}{ر}$

متفرقات سوالات کے جواب

(۱) ۲۹،۷ و ۳۶۹ و ۱۴ (۲) ۴ لا − ۱۵ ی

(۳) ۹ − ۳۰ لا + ۳۷ لا^۲ − ۲۰ لا^۳ + ۴ لا^۴

(۴) ۱ + لا − لا^۲ ... لا د ۱ − لا + لا^۲ − لا^۳ (۵) $\frac{۲لا^۲ + ۳لا − ۴}{۳لا − ۴}$

(۶) (۴ لا − ۹) (۹ لا^۲ − ۴) (۷) $\frac{۲}{د}$ (۸) ۳ (۹) ۲۴۰ و ۳۶۰

(۱۰) ۲ روپیہ و ۲ روپیہ (۱۱) $\frac{لا}{۴}$ + $\frac{ی}{۴}$ + $\frac{ط}{۴}$ و لا + $\frac{۳ی}{۴}$ + $\frac{۳ط}{۲}$

(۱۲) ۱ (۱۳) ۳ب (۱۴) ۲ لا^۲ − لا ی − ۲ ی^۲ (۱۵) $\frac{لا^۲ − لا − ۱}{لا^۲ + لا + ۱}$

(۱۶) (لا − ۱۰) (لا + ۱) (لا + ۳) (۱۷) $\frac{۵۹}{(لا − ۱۰)(لا + ۱)(لا + ۳)}$

(۱۸) ۵ (۱۹) ۷ (۲۰) ۴۰ روپیہ (۲۱) ۲ا − ۲ب − لا − ۲ی

و ا + ۳ب + ۴لا + ۴ی (۲۲) ۱۱ (۲۳) لا^۲ − ا^۲ (۲۴) $\frac{لا^۲}{۴}$ + $\frac{لا}{۳}$ − $\frac{۱}{۴}$

(۲۵) لا^۲ − ۲ (۲۶) $\frac{ا ب − ب^۲}{ا^۲ − ب^۲}$ (۲۷) (۱۶لا^۲ − ۱) (لا^۲ − ۴) (۲۸) ۶

(۲۹) ۱۴ و ۲۱ و ۵۲ ½ آنہ (۳۰) ۱۰۰ (۳۱) ۱ (۳۲) (لا² − ا²) (لا² − ب²)

و (لا − ا) (لا − ب) (۳۳) ۴ لا⁴ − ۲ لا³ ی + لا² ی² − لا ی³ + ی⁴/۴ (۳۴) لا − ۲

(۳۵) ۳ (۲ لا − ی) / ۲ (۳ لا² + ی²) (۳۶) ۱ (۳۷) ۴ (۳۸) ۴ (۳۹) ۲ (۳۹) ۳۰ منٹ

(۴۰) ۱۸ روپیہ ۶ روپیہ (۴۱) ۱۰ (لا + ۱۰) (۴۲) ۷ لا² − ۲ لا ی + ی² و

− لا² − ۶ لا ی + ۷ ی² و ۱۲ لا⁴ − ۱۰ لا³ ی − لا² ی² + ۲۰ لا ی³ − ۱۲ ی⁴

(۴۳) ا + ب − ج (۴۴) لا² + ۱ (۴۵) ۱/(لا + ۱) (۴۶) (لا² − ۴) (لا² − ۹)

(۴۷) (لا² + لا + ۲) / (۲ لا² + لا − ۱) (۴۸) ۱ (۴۹) ۱۶/۲۵ (۵۰) ۳۰ سیر

(۵۱) ۳ ا³ − ۵ ا² ب − ۱۲ ا ب² − ا ب³ + ۳ ب⁴ و ۳ ا⁴ − ۸ ا³ ب − ۴ ا ب³ + ۳ ب⁴

(۵۲) ۲ لا − ۵ (۵۳) ۲ (۵۴) ۲ (۵۵) ا (ا + ب)/ب (۵۶) ۲ اور ۳ و ۶

(۵۷) ۵ و ۸ (۵۸) ۴ و ۵ و ۲ (۵۹) (ا² + ب²)/(ا م + ب ان) و (ا² + ب²)/(ب م − ا ان) (۶۰) ۳/۵

(۶۱) لا³ + لا² + ۱ + ۱/لا² + ۱/لا³ (۶۲) (۱۱ لا + ۲) / (۷ لا² + ۷ لا + ۲) (۶۳) ۲ ا لا / (لا² + ۱) (۶۴) ۱

(۶۵) ۴ و ۳ (۶۶) ۲ و ۴ (۶۷) ۳ و − ۳ (۶۸) ۳

(۶۹) ۲ (۷۰) ۲۰ و ۴۰ برس (۷۱) ۱ (۷۲) (۳ لا − ۱)/(۲ لا − ۱) و ۸/۵

(۷۳) (لا − ۲) (لا − ۱) و (لا − ۲) (لا − ۵) و (لا − ۱) (لا − ۵)

(۷۴) ۰ (۷۵) ۲/۵ (۷۶) ۱۴/۳ و ۴/۳ (۷۷) ۳ و ۲

(۷۸) ۳ لا² − لا + ۱ (۸۲) (لا² − ۴ ی²)³ (۸۳) ۳ و − ۲ (۸۴) ۵

(۸۵) ۷۴ یا ۴۷ (۸۶) ۴۵ بوتل (۸۷) ۴ لا³ − ۳ لا ی² + ۵ ی³

(۸۸) ۲ ۵ ۴/۵ (۸۹) ۹ . ۴۰ ۸ ۵ ۴ ۲ (۹۱) لا − ی (۹۲) ۸ (لا² + ی²) و

۴۸ (لا⁴ − ی⁴) (۹۳) (لا³ + ۳ ی³)/(لا² − ی²) (۹۴) ۱ (۹۵) ۴ و ۵ و ۶ (۹۶) ۳ و ۵/۳

(۹۷) ۲۰ میل (۹۸) قیمت حال ۳ پائی فی درجن

(۹۹) ۱۸ (ا − ۱/۳) و ۱۸ (۱۰۰) ۳۴ و ۸ و ۱۴ (۱۰۱) لا² − ۱ و

۱ + لا^۲/۴ + لا/۱ (۱۰۲) (لا^۲ - و^۲) (لا^۲ - و^۲) (۱۰۳) و (۱۰۴) ۱ (۱۰۵) ۱۳ و ±

(۱۰۶) ± ۳ ، ± ۴ و ∓ ۵ و یا ± ۳ و ± ۵ و ∓ ۴ (۱۰۷) ۲۰ ، (۱۰۸) ۴۸

(۱۰۹) لا/د + ۱ - د/لا (۱۱۱) لا^ن + ۱ + لا^-ن (۱۲) (لا^۲ + ۵لا + ۱۰)/(لا^۳ + ۲لا^۲ + ۳لا + ۶) و ۶/۷

(۱۱۳) ۷ و ۳۸/۹ (۱۱۴) ۱ یا - ۳ (۱۱۵) ± ۲ و ± ۱ (۱۱۶) ۱/۲ و ۱/۳ و ۱/۲ و ۱/۳

(۱۱۷) ۱۱/۴ (۱۱۸) - لا^۲ (۱۱۹) ۴۱۲ (۱۲۱) (۲و^۲ب - و ح + و^۲ - ۳وب + ح^۲)/(۲و ح - ب^۲ + و - ب)

(۱۲۲) ۳لا^۲ - ۵لا ی + ۲ی^۲ (۱۲۳) لا (۳لا + ۴) (لا - ۶) (۱۲۴) ۲/۱۷

(۱۲۵) ۲ و ۱/۲ (۱۲۶) ۵ و - ۱۱/۴ و ۴ و ۵/۴ (۱۲۷) ۱ و ۵/۳ و ۲ و ۲/۳ (۱۲۹) ۲

(۱۳۰) ۳ (۳^ن - ۱) (۱۳۱) ۱/لا (۱۳۲) ۲لا (۳لا + ۴) (۱۳۳) ۴ و - ۳

(۱۳۴) لا^۲ - لا - ۶ = ۰ (۱۳۵) لا^۴ = و^۴ یا ۱/و^۴ (۱۳۶) ± ۲

(۱۳۷) ۱۵۶۱۹ ، ۸ (۱۳۸) ۷ - ۲ √۳ (۱۳۹) (لا + ی)/لا ی (۱۴۰) (ح + ب - ۲و)/(ب - و)

و ((و + ح) (ح + ب - ۲و))/(۲ (ب - و)) (۱۴۱) ۳ و ۲ و ۲ (۱۴۲) ۷ و ۹ و

۳لا^۳ - ۲لا^۲ - ۵لا - ۳ (۱۴۳) و (و^۲ + ب^۲) و ۴لا و/(لا^۲ - و^۲) (۱۴۴) (۱) ۴ (۲) ۰ و ۵

(۳) ۵ و ۷ (۱۴۵) (۱) ۳ و ۸/۱۱ (۲) ۸ (۳) ± ۷ و ± ۵ (۱۴۶) ۱۶ و ۱۶

(۱۴۷) ۲۰ (۱۴۸) ۱۶ و ۲۴ (۱۴۹) ۱۵/۴ و ۱۶۹ (۱۵۰) جو ۵ کو نسبت ہے ۱ سے

(۱۵۱) لا^۳ (۱۵۲) و^۲ + ۴ب (۱۵۳) لا - ۳ (۱۵۴) (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ و ۴

(۱۵۵) (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ± ۹ و ± ۷ (۱۵۶) ۳۰ پائی (۱۵۷) ۸۰

(۱۵۸) ۳۰ روپیہ (۱۵۹) لا + ۲و (۱۶۱) و و ۲۱و - ۲۷ب + ۶ح و و^۱۱ م ل ع

(۱۶۲) ۳ (و - ۱۱) (۱۶۳) ۲۷ (لا - ی)^۲ (لا^۲ + ی^۲) (۱۶۴) (۱) ۹ (۲) ۸

(۳) ۱۲ (۴) ۲۰ و ۲ (۱۶۵) (۱) ۶ و ۲/۵ (۲) ۱۱ (۳) ± ۱۱ و ± ۱۳ و ± ۱۳

و ± ۱۱ (۴) ± ۲ و ∓ ۱ (۱۶۶) ۱۲ و ن (۱۶۷) ۴ و ۸ (۱۶۸) ۴/۱۵ (۱۷۰) ۸ ۲۰ و

۴۰۰ (۱۷۱) ۲۳ ب - ۱۸و (۱۷۲) ۲ و ق و لا^ف ق (۱۷۳) لا^۳ - ۳و لا^۲ + ۳و^۲ لا - و^۳

(۱۷۴) (۱) ۱۳ (۲) ۴ (۳) ۶ و ۱۰ (۴) ۳ (۱۷۵) (۱) ۲ و ۴

(۲) ± ۵ و ± ۴ (۳) ± ۱ و ± ۷ و ∓ ۱ و ± ۵ (۴) ۱ و ۵ و ۵ و ۱

(۱۷۶) ۱۶ (۴/۱۱) منٹ بعد ۱۲ بجے کے (۱۷۷) ۳۶ (۱۷۸) ۳۰ و ۴۰ و ۲۳ (۱۷۹)

۳۶ (۱ − (۴/۳)^(۴)) و ۳۶ (۱۸۰) ۷ − ۲√۶ (۱۸۱) ۱۵ (۱۸۲) (۳لا + ۲)/(لا^۲ − ۲لا − ۲۴)

(۱۸۴) (۱) ۹ (۲) ۶ و ۸ (۳) ۴ و − ۱۶/۴ (۱۸۵) (۱) ۱۳ و − ۱۵ (۲) ۷ (۳) ۲ و − ۱

(۱۸۶) ۲۸۸ و ۲۲۴ (۱۸۷) ۲۹ میل (۱۸۸) اول روز مو ہن ۸ بازیاں جیتا اور سہ ہارا

(۱۹۰) − ۵ ۸ ۱/۲ (۱۹۱) (۱۸لا^۴ + ۱۲لا^۳ − ۴۳لا^۲ + ۳۶لا − ۱۸)/(۱۴۴) و (۶لا^۴ − ۲۰لا^۲ + لا + ۲۴)/(۴)

(۱۹۲) (۴لا^۲ − ۱۵لا + ۱۳)/(لا^۳ − ۶لا^۲ + ۱۱لا − ۶) (۱۹۳) لا^۲ − ۱۶ ی^۲ (۱۹۴) (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴۰ و ۶

(۱۹۵) (۱) ۵/۳ و − ۳/۲ (۲) ۱۳ (۳) ۲ و ۴ (۴) ۲ (۹۶) ۵۶ میل

(۱۹۷) ۲۴ (۱۹۸) ۲۳ + ۱۵ (۱۹۹) ا^۲ − اب + ب^۲ و ا^۲ + ب^۲

(۲۰۰) ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ (۲۰۱) (۱ + ۹لا − ۱۳لا^۲)/(۳ (۷ − ۲لا)) (۲۰۲) لا^۲ − ۲لا + ۴

(۲۰۳) (۱۶ لا^۲)/(۳ (۲ + ۳لا)) و (۲لا)/(۱ + لا^۲ + لا^۴) (۲۰۴) (۱) ۹ (۲) ا^۲/ب (۳) ۶ و ۸

(۲۰۵) (۱) ۷ و ۵/۶ (۲) ۱ و − ۴ (۳) ± ۳ و ± ۲ (۲۰۶) ۱۰ میل (۲۰۷) ۲۴

(۲۰۸) ۱۶ چھنیاں + ۱۸ چونیاں (۲۰۹) ۲لا^۲ + ۲ا لا + ۴ب^۲ (۲۱۰) ۷ و ۱۱ و ۱۵ و ۰۰۱

(۲۱۱) ۳لا^۳ − ۲لا^۲ی + ۳لا ی^۲ − ۵ی^۳ (۲۱۲) (لا^۲)/(۱۲ + ۵لا − ۲۸ لا^۲)

(۲۱۳) (۴لا^۳ − ۲۵لا + ۳۷)/(لا^۳ − ۱۰لا^۲ + ۳۱لا − ۳۰) (۲۱۴) (۱) ۹ (۲) ۱۶ و ۴ (۳) ۳ و ۶ و ۹

(۲۱۵) (۱) ۳ و − ۶ (۲) ± ۷ و ± ۵ (۳) ۲ و ۴ و ۳ و ۲ (۲۱۶) ۱۱ ہر یک (۲۱۷) ۲۶ (۲۱۸) ۲۱ (۹

۱۲ و ۱۳ و ۱۴ (۲۲۰) ۳ + ۲√۲ (۲۲۱) لا^۶ + لا^۳ + اور لا^۲ + ق لا − ۱ (۲۲۲) ب (لا^م − ۱)/(لا (۱ + ب لا))

(۲۲۳) (ا + ب + ج)/(ا − ب − ج) (لا^۲ − ۳) (۳لا − ۲) (۷لا − ۴)

(۲۲۴) (۱) ۹ (۲) ۲۳ و ۱۹ (۳) ۱۲ و − ۲۴ و ۳۶ (۲۲۵) (۱) ۲۸ و − ۳

و (۲) ۱۰۰ و − ۲۰۰ (۳) (اج)/(۱۲ + ۲√(ا^۲ − ب^۲)) و (ب ج)/(۱۲ + ۲√(ا^۲ − ب^۲)) (۲۲۶) ۶/۱۲ ایک میل کے

(۲۲۷) ۵۰۰ و ۱۰۰۰ و ۴۰۰۰ (۲۲۸) ۲ گھنٹے و ۴ گھنٹے (۲۲۹) ۲ و ۵ و ۸ و ۰۰

(۲۳۰) ۵ن/۱۲ (۹ − ن) (۲۳۱) لا^۱۲ − ۲ ب^۲ + ۲ ح (۲۳۲) ب(ا^۲ + ب^۲)/ا(ا^۲ − ب^۲) و ا^۳ + ب^۳/(ا − ب)^۲ (ا^۲ + ب^۲)

(۲۳۳) ۵ + لا/ ۹ لا^۲ − لا − ۳ (۲۳۴) (۱) ۱/۲ (۲) ± ۱/۲ (۳) ۱/۴ و ۱/۵

(۲۳۴) (۱) ۵ و ۲۷/۵ (۲) ب − ح ± د/ ۲ا (۳) ۵ و ± ۴ (۲۳۵) ۱۹

(۲۳۶) ۰۱۵ و ۵۰ (۲۳۷) ۴۰ و ۵۰ (۲۳۸) ۱۹۷۵ (۲۳۹) ا^۳ + ا^۲ ب + ا ب^۲ + ب^۳

(۲۴۰) لا^۲ + ۸ لا + ۲ ب + ۳ ح و ا + ۲ ب + ۳ ح (۲۴۱) ۱۱۴ لا کر و

(۲۴۲) ۲(۱ + لا^۲ − لا^۳)/ ۱ − لا^۲ (۲۴۳) لا + ا (۲۴۴) ۵ ۰ ۱ روپے (۲۴۵) ۵۴ (۲۴۶) ۳ و ۵ و ۸

(۲۴۶) ۱/۴ ۶ روپیہ سیکڑہ (۲۴۷) ۲۲۰۰ (۲۴۸) ۵/۲۱۰ (۲۴۹) ۸ ۷ ۶ ۵ کر و

(۲۵۰) ۲۳۴ (۲۵۱) ۲ ا − ب (۲۵۲) ا^۲ − لا^۲ و ح (۲۵۳) لا (۳ ا + ۲ لا)

(۲۵۴) (۱) ۵ (۲) ۱۱۴ و ۷۷ (۳) ۰ و ۱/۲ (۲۵۵) ۱۱۲ و ۹۶ (۲۵۶) زید کے پاس

۵۴۰۰ روپیہ اور بکر کے پاس ۷۲۰۰ (۲۵۷) ۷ و ۱۳ (۲۵۸) ۸۰ (۲۵۹) ۸ و ۵

(۲۶۰) ۱۰ روپیہ (۲۶۱) ح^۲ + ۲ ح ب (۲۶۲) لا^۲ − ا و

(۲۶۳) لا^۲ − لا + ۱ + ۱/لا + ۱/لا^۲ (۲ لا^۲ + ۳ ا لا^۳ − ۴ ا^۲ لا^۲ − ۳ ا^۳ لا + ۲ ا^۴) ۱/ ۱ − ا^۲/لا^۲

(۲۶۴) لا^۲ − ۲ لا + ۳/ ۲ لا^۲ + ۵ لا − ۳ و ا (۲۶۵) (۱) ۳/۲ (۲) ۱ (۳) ۱۸ و ۹

(۲۶۶) (۱) ۳ و − ۲ (۲) ۵ و ۱/۵ (۳) ۲ و ۳ و ۳ و ۲ (۲۶۸) ۴۵ روپے ۳۰

(۲۷۰) لا^۲ + لا/۲ − ۱/۳ و ۵ − ۲ (۲۷۱) ۰

(۲۷۲) لا^۲ + ۳ لا + ۸ (۲۷۳) ۳ (ا^۲ + لا^۲)/ ا^۲ − لا^۲ و ۱۲ ا^۲ − ۸ ا لا + ۵ لا^۲/ ۱۵ ا^۲ + ا لا − ۲ لا^۲

(۲۷۴) ۴ لا^۲/(۳ ا − ۳ لا)(۵ ا − ۳ لا) و لا لا (ا − لا)

(۲۷۵) ب(ح + د) + ۱/ ا ب(ح + د) + ا + ح + د (۲۷۶) ا^۲ − ا لا + لا^۲/ ا^۲ + ا لا + لا^۲ (۱) ۲ (۲) ۱۱ و ۷

(۳) ۴ و ۱۴/۳ (۲۷۷) (۱) ا(ا + ب)/ ا − ب و ا(ا − ب)/ ا + ب (۲) ۴ و ۷ (۳) ۵

(۲۷۸) ۷ + ۷ میل (۲۸۱) ۳۴/۳۵ (۲۸۲) ۲ (ا − ب)(ح − د) و − ۲ ب ح

(۲۸۳) $\frac{لا - ۶د}{لا - ۱۱د} - \frac{۴لاک}{لا^۲ - ک^۲}$ (۲۸۴) (۱) ۴ (۲) ۶ و ۴ (۳) ۵ و $\frac{۲}{۳}$

(۲۸۵) (۱) $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۷}{۵}$ (۲) ۲ و ۱ و -۱ و ۱ و $-\frac{۱}{۲}$ (۳) ۱ و $\frac{۵۳}{۱۹}$ و -۲ و $\frac{۴۷}{۱۹}$

(۲۸۶) دوسری کشتی ۱۶ منٹ (۲۸۷) ۳ فیٹ و ۲ فیٹ (۲۸۹) ۱۸ فیٹ

(۲۹۰) $\frac{ن}{۲}\left(\frac{۲}{لا+۱} + \frac{لا(ن-۱)}{۱-لا^۲}\right)$ (۲۹۱) ۰ (۲۹۲) با (۲۹۴) $\frac{لا^۲ + ۳}{لا^۲ + ۲لا + ۳}$

(۲۹۵) (۱) ۴ (۲) ۶۱ و ۳۷ (۳) ۱۴ و ۸ (۲۹۶) (۱) ۷ و -۸ (۲) ۷ و $-\frac{۲۹}{۴}$

(۳) ۱ و ۵ (۲۹۷) ۴۴ منٹ (۲۹۸) $۴\frac{۱}{۲}$ گھنٹہ دھار برابر اور $۷\frac{۱}{۲}$ گھنٹہ برخلاف

دھار کے (۲۹۹) $ا - \frac{۱}{۲}ب$ و $ا + \frac{۱}{۲}ب$ (۳۰۰) ۳ و ۱-