BROWN
BOOK ONLY

UNIVERSAL LIBRARY

OU_224657

UNIVERSAL LIBRARY

حصہ اول

دیباچہ

ملک مصر جزیرہ نما افریقیہ کے گوشہ شمال و مشرق مین واقع ہے اور دریاے
نیل کے شرقی شاخ کوہ سینیاسی اور غربی شاخ جھیل وکٹوریا نیانزا سی
نکلکر جنوب سے شمال کو تمام ملک مصر مین بہکر بحرہ روم مین گرتی ہے اسکے
سالانہ سیلابی سے بالکل حدود نیست و نابود ہو جاتی تھی جسکے باعث سے
ہر سال فیصلہ مین دقت واقع ہوا کرتی تھی ایسی اقلیدس نامی حکیم یونانی
نے واسطے رفع تنازع ملک مصر مذکور کے اس علم کو ایجاد کیا اور نام اسکا
جامیٹری رکھا (جی بمعنی زمین و میٹرن معنی پیمایش یعنی علم پیمایش زمین)
اسکو عرصہ دو ہزار برس سے زیادہ ہوا اور اس علم کا ترجمہ مختلف زبانون
مین ہوا چنانچہ عربی مین نام اسکا علم ہندسہ و تحریر اقلیدس رکھا گیا
(ہندسہ کے معنی اندازہ کرنا اور یہ لفظ معرب اندازہ کا ہے) اور یہ کتاب
اکثر مصنف کے نام سے مروج ہے یعنی صرف اقلیدس بہی کہتی ہین
(لفظ اُقلیدس مرکب سے دو لفظ یعنی اُقلِ اور دس سے اُقلے
بمعنی کنجی اور دس بمعنی علم ہندسہ یعنی بدون حصول اسکے علم ہندسہ مین

ظاہر نہین ہوتا) اور اہل عرب کے نزدیک علم ریاضی کے اصول چار ہین یعنی
حساب - تحریر اقلیدس - ہیئت - علم موسیقی اور باقی فروعات مین داخل
ہین اور بعضونکا یہ قول ہی کہ سبکا اصول حساب ہے اور اوس ہی قواعد
جبر مقابلہ کے اور جبر مقابلہ سے مسائل اقلیدس کے مستخرج ہوئے
اور مسائل اس علم کے اس ترتیب پر ہین کہ اونکا تبدیل اور تاخیر بخلاف
مسائل اور علمون کی نہین ہو سکتا وجہ اسکی یہ ہے کہ اکثر مسائل ماقبل مسائل
مابعد کے نتیجے ہین پس جب تک ماقبل کا مسئلہ بخوبی یاد نہو مابعد کا مسئلہ
سمجھہ مین آنا غیر ممکن ہے لیکن جو مسائل کہ نتیجے مسائل ماتحت کے نہین ہین
اونکے تغیر اور تبدل مین کسیطرحکا ہرج نہین جیسے مقالہ اول کا
مسئلہ اول و چہارم کو اگر مقدم اور موخر کرین تو کسیطرحکی دقت
نہوگی اور مقالہ دوم کے پہلے سے چوتھے مسئلہ تک اگر آپسمین مقدم و موخر کیے
جائین تو بھی کسیطرحکا ہرج نہوگا باوجودیکہ اس مقالہ کا مسئلہ دوم
سوم مسئلہ اول کا نتیجہ ہے مگر ثبوت اوسکا مسئلہ اول سے نہین
اسواسطے تبدیل اور تاخیر کر سکتے ہین ورنہ ممکن نہین کہ تبدیل اور
تاخیر کرین کیونکہ تبدیلی اور تاخیری کیواسطے دو باتین چاہیین اول

نتیجہ ہو دوسرے ثبوت بھی اوسی شکل سے ہو چونکہ اسکے تبدل اور
تغیر مین کسیطرحکا فائدہ بھی نھین ھے لہذا آجتک سب لوگون نے
اوسکو بجنسہ رکھا اور مصنف نے اس کتاب مین دو قسم کے مسائل تحریر
کیے ہین اول عملی دوسرے نظری عملی دے مسائل ہین کہ جسمین کچھ
بنانا منظور ہو اور نظری وے مسائل ہین کہ جسمین صرف ثبوت دعوی مقصود ہو
اور اثبات مسائل مذکورہ بھی دو قسم پر ہین ایک بدلیل موافق مدعا
جیسا کہ مقالہ اول کے مسائل اول و دوم و سوم و چہارم وغیرہ سے
ظاہر ھے اور دوسرے بدلیل خلف یعنی دلیل خلاف مدعا سے اثبات
مدعا عمل مین آتا ھے جیسا کہ مقالہ اول کے مسئلہ چہ و سات مین ہے —

مقدمہ — جامٹری (ہندسہ) وہ علم ہے جسمین بیان مقادیر متصلہ
ساکنہ کا ھے یعنی قواعد جبر و مقابلہ کو مقادیر متصلہ ساکنہ پر اطلاق
کرنے سے مسائل جامٹری کے پیدا ہوتے ہین —

موضوع اس علم کا خط و سطح و جسم تعلیمی ہے —

فوائد — بدون اکتساب علم جامٹری کے انسانکو طریقہ تعلیم درست نہین معلوم ہوتا
بدون اکتساب علم جامٹری کے انسانکو مسائل حکمت طبعیہ مطلقاً مفہوم نہین ہوسکتے

اور نہ انسان کی حالت مین کسیطرح کی بہتری حاصل ہو سکتی ہے —
جامٹری سے قیاس مین دلیل کرنے کی عادت خواہ مخواہ پیدا ہوتی ہے
اور صحیح فرائض سے صحیح نتیجہ نکالنے کی عادت پڑتی ہے اور اس عادت
سے صحیح تجویز اور صحیح دلیل کرنے کی طاقت بڑہتی جاتی ہے —

جامٹری کے طالب علم ذرا سی بات کو بھی بلا دلائل عقلی کے صرف سند
اور منقول پر اعتبار نہین کرتے ہین اور ہمیشہ براہین عقلیہ واسطے
اثبات مدعا کے لاتے ہین اور علم معقول کو پسند کرتے ہین تو نتیجہ
اسکا یہ ہوتا ہے کہ عادت آزادگی جو کہ کمال خلقت انسانی سے ہے
حاصل کرتے ہین —

اور علم جامٹری کا طالب علم جب ایک مسئلہ یا سوال کے حل کرنے مین
کوشش کرتا ہے تو ابتدا مین نہایت دقت اوٹھاتا ہے اور جب
وہ حل ہو جاتا ہے تب بے انتہا مسرور ہوتا ہے اسیطرح پہر دوسرے
تیسرے مسئلہ وغیرہ مین دقت اوٹھا کر مسرت حاصل کرتا ہے
اسکا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ ہمیشہ نئی باتون کے ایجاد کرنے مین مصروف
رہتا ہے اور عادات صبر اور استقلال اور محنت اور صفائی اور

رہت گوئی وغیرہ کہ انسان کی عمدہ ترین خصائل ہین پیدا ہوتی
ہین کہ جنکی بغیر امور دنیاوی مین کسیطرح کی کامیابی حاصل نہین ہوسکتی
جب ہم جامٹری سکے مسئلون کو دنیاوی کامون مین استعمال کرتے
ہین تو لاانتہا فوائد انسان کی ترقی کیو اسطے معلوم ہوتے ہین مثلاً
آجکل صاحبان انگریز بہادر بنظر فوائد صوبہ اودہ مین نہر نکالنی مین
مصروف ہین نہر سے زمین شاداب ہوتی ہے زراعت بڑہتی ہے
آب ہوا لطیف ہوجاتی ہے کہ جس سے تمام دنیا کے لوگونکی تندرستی
اور بہبودی ہر طرح کی متصور ہوتی ہے پس اب مقام غور ہے
کہ نہر اور اسکے بیشمار فوائد ہمکو کسکی بدولت حاصل ہوتے ہین صاحبان
انگریز بہادر جو اس کام مین مصروف ہین اونسے معلوم ہوگا کہ بدون
قواعد لیول اور مسائل جامٹری کے نہر کا نکالنا محال ہے —
علم جرثقیل کے ایجاد کے لیے مسائل جامٹری نہایت پرضرور ہین اور
علم جرثقیل پر جمیع کارخانجات کی ترقی اور کامیابی منحصر ہے چرخی
اور ڈنڈا اور پہیہ مع دُہری کہ جسکے قواعد بدون جامٹری اور
علم جرثقیل کے ہرگز حل نہین ہوسکتے جو کہ ہر ایک چھوٹے یا بڑے

آلہ کی جڑ ہین اور اس زمانہ شایستہ مین بدون کل کی کسیطرحکی چیز
باسانی حاصل نہین ہوتی یعنی آٹا کل سے پیسا جاتا ہے اور کپڑا کل سے
بنا جاتا ہے اور مکان کے لوازمات کل سے بنائے جاتے ہین اور
کتابین کل سے تیار ہوتی ہین ان کلون کی پرزون کی سمجھنے کو لیے
لازم ہے کہ جامٹری کے مسائل سے آگہی ہو پس ان باتون سے
جامٹری کے فوائد بیشمار معلوم ہوتے ہین علم معماری اور انجنیری سب
جامٹری کے متعلق ہین —

زمین کی پیمایش کرنا اور اوسپر مکان کا نقشہ بنانا اور اوس نقشہ کا تخمینہ
کرنا اور موافق نقشہ کے مکان کی بنیاد ڈالنا اور دیوارین وغیرہ بنانا
یہ سب کام جریب کش و معمار وغیرہ کے ہین مگر بدون واقفیت علم جامٹری کی
ایک بھی بہ صحت درست نہین ہو سکتا —

سڑک پختہ اور سڑک آہنی اور انجن وغیرہ کا تیار ہونا جس سے
کہ کرورون مزدورون کا کام عرصہ قلیل مین ہوتا ہے یہ سب
علم جامٹری اور علم جر ثقیل کے ثمرے ہین —

جامٹری کی بدولت وہ انجن بنا ہے کہ جس سے ہم سیکڑون کوس

ایک دن مین جا سکتے ہین اور اس آمد و رفت کی آسانی سے
بدولت انسان کی ترقی جسمانی اور روحانی اور علم و دولت مین
جو ہوتی ہے اوسکا تخمینہ اور اندازہ خیال مین نہین آسکتا۔
علم جغرافیہ اور علم ہیئت پر مسائل جامٹری کے استعمال کرنے سے
قواعد جہاز رانی معلوم ہوتے ہین کہ جس سے دنیا مین تجارت کی
کی بنیاد قائم ہوئی اور تجارت بیرونی کی ترقی اور انسان کی آسایش
ہوئی اور اس سے قومی نفع ہوئے۔
جو جامٹری کے مسائل کو روشنی پر استعمال کرتے تو اوس سے
بڈھون کو آنکھہ حاصل ہوتی ہے اور جوانون کی نگاہین بذریعہ
خوردبین کے ایسی تیز ہو جاتی ہین کہ حیوانات کی نہایت باریک
نسین دیکھہ کر بیماری کی جڑ کو رفع کرتے ہین اور بذریعہ دوربین
کے ایسی دراز ہو جاتی ہے کہ ستارے و سیارے کو دیکھکر
اونکی اصلیت کو بخوبی معلوم کر سکتے ہین۔
ان سب باتون سے ہمکو خدا کی شان اور قدرت کی
واقفیت حاصل ہوتی ہے اور راست گوئی اور صبر مین

ملکہ کامل ہوتا ہے جس سے کہ عجز حقیقی حاصل ہوتی ہے
جسکا نتیجہ نجات اخروی ہے۔
اور اسکے فوائد بیشمار ہین مگر طالب علم کے واسطے چند
فوائد لکھے گئے تاکہ اوس سے شوق تحصیل اس علم اعلی کا ہو۔

فقط

تحریر اقلیدس

جامیٹری (علم ہندسہ) وہ علم ہے جسمین کہ بیان مقادیر متصلہ ساکنہ کا ہی۔

مقالۂ اول

حدود مقادیر متصلۂ ساکنہ

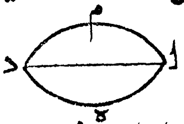
۱۔ نقطہ۔ وہ ہے جسکی جگہہ مقرر ہو مگر اوسکا جز نہو۔

۲۔ خط۔ وہ ہے جو کہ صرف لنبا ہو مگر چوڑا نہو۔

۳۔ خط کی حدین نقطہ ہوتی ہین۔

۴۔ خط مستقیم۔ وہ ہے جو کہ درمیان دو نقطون کے واقع ہو اور سب

خطوط سے چھوٹا ہو جو کہ اونھین نقطون کے درمیان ہون۔



ا د خط مستقیم ہے

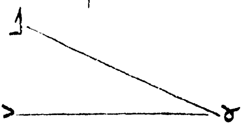
۵۔ سطح وہ ہے جس مین صرف طول اور عرض ہو۔

۶۔ سطح کی حدین خط ہوتی ہین۔

۷۔ سطح مستوی وہ ہے جسمین کسی جگہ پر دو نقطون کے درمیان جو خط مستقیم نکالا جاوے وہ اوس سطح کو برابر چھوتا گذرے۔

۸۔ زاویۂ مسطحہ دو خطون کے ایسے جھکاؤ کو کہتے ہین کہ وے دونون خط ایک سطح پر ایک نقطہ مین مل جاوین مگر ایک سیدہ مین نہون۔

۹۔ زاویۂ مسطحۂ مستقیم الخطین وہ ہے جو کہ دو خط مستقیم کے ملنے سے سطح مستوی پر پیدا ہو۔



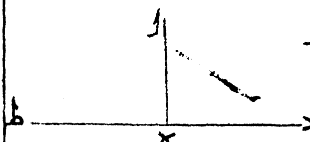
ا ھ د یا د ھ ا زاویۂ مسطحۂ مستقیم الخطین ہے

۱۰۔ جبکہ ایک خط مستقیم پر دوسرا خط مستقیم کھڑا ہو اور اوس کھڑے خط کے دونون طرف کے دونون زاویہ باہم برابر ہون تو ہر ایک زاویۂ قائمہ ہین اور کھڑا خط عمود

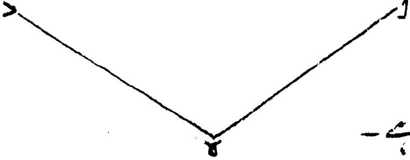
واضح ہو کہ جن دو خطوط سے زاویہ قائمہ بنتا ہے وہ ہر ایک بہ نسبت دوسرے کے عمود ہین۔

ا ہ د و د ہ ط ہر ایک زاویہ قائمہ ہے اور د ہ پر ا ہ عمود

اور ا ہ پر د ہ عمود ہے۔

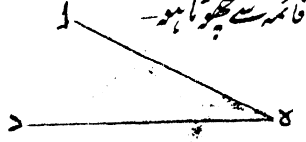


۱۱- زاویہ منفرجہ وہ ہے جو کہ قائمہ سے بڑا ہو۔



ا ہ د زاویہ منفرجہ ہے۔

۱۲ زاویہ حادہ وہ ہے جو کہ قائمہ سے چھوٹا ہو۔

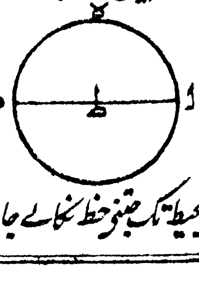


ا ہ د زاویہ حادہ ہے۔

۱۳- حد ہر چیز کی انتہا کو کہتے ہین۔

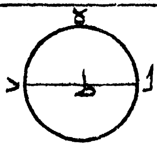
۱۴- شکل وہ ہے جو کہ ایک حد یا کئی حدون سے گھری ہو۔

۱۵- دائرہ وہ سطح مستوی ہے جو کہ ایک خط پرکاری سے جسکو محیط کہتے ہین گھرا ہوا اور اوسکے اندر ایک نقطہ معین سے جتنے خط محیط تک نکالے جاوین باہم برابر ہون



ا ہ د دائرہ ہے۔

۱۶- مرکز دائرہ وہ نقطہ ہے جس سے محیط تک جتنے خط نکالے جاوین سب برابر ہون



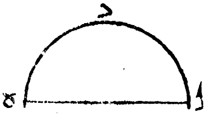
نقطہ ط مرکز دائرہ ا ہ د کا ہے۔

۱۷- قطر دائرہ وہ خط مستقیم ہے جو کہ مرکز پر گذر کر دونوں طرف محیط پر تمام ہو

ا د قطر دائرہ ہے۔

واضح ہو کہ قطر کے آدھے کو نصف قطر کہتے ہین ا ط نصف قطر ہے۔

۱۸- نصف دائرہ وہ شکل ہے کہ قطر اور اوس حصے محیط سے گھرا ہو جو کہ قطر سے قطع ہوتا ہے۔



ا د ہ نصف دائرہ ہے۔

۱۹- نصف دائرہ کا مرکز وہی نقطہ ہے جو کہ دائرہ کا ہے۔

۲۰- اشکال مستقیمۃ الاضلاع وے ہین جو کہ خطوط مستقیم سے بنین۔

۲۱- مثلث وہ ہے جو کہ تین خطوط مستقیم سے گھرا ہو۔

۲۲- ذوار بعۃ الاضلاع وہ شکل ہے جو کہ چار خطوط مستقیم سے گھرے ہو۔

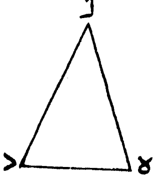
۲۳- کثیر الاضلاع وہ شکل ہے جسکو چار سے زیادہ خطوط مستقیم محیط ہون

۲۴- مثلث متساوی الاضلاع وہ ہے جسکے تینون ضلع باہم برابر ہون

ا ہ د مثلث متساوی الاضلاع ہے۔

۲۵- مثلث متساوی الساقین وہ ہے جسکے صرف دو ضلع

باہم برابر ہون



ا د ہ مثلث متساوی الساقین ہے۔

۲۶۔ مثلث مختلف الاضلاع وہ ہے جسکا کوئی ضلع برابر نہو۔

ا د ہ مثلث مختلف الاضلاع ہے۔

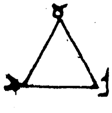
۲۷۔ مثلث قائمۃ الزاویہ وہ ہے جسکا صرف ایک زاویہ قائمہ ہو

ا ہ د مثلث قائمۃ الزاویہ ہے۔

۲۸۔ مثلث منفرجۃ الزاویہ وہ ہے جسکا صرف ایک زاویہ منفرجہ ہو

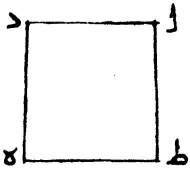
ا ہ د مثلث منفرجۃ الزاویہ ہے۔

۲۹۔ مثلث حادۃ الزاویہ وہ ہے جسکا ہر ایک زاویہ حادہ ہو



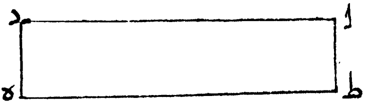
ا ہ د مثلث حادۃ الزاویہ ہے۔

۳۰۔ مربع وہ شکل ہے جسکے چارون ضلع برابر ہون اور ہر چار زاویہ قائمہ ہون



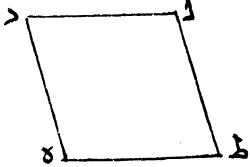
ا د ہ ط مربع ہے۔

۳۱- مستطیل وہ شکل ہے جسکے صرف مقابل کے ضلع برابر ہون اور
ہر چار زاویہ قائمہ ہون



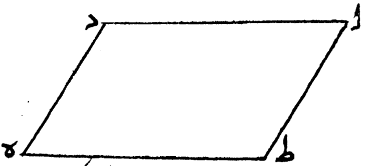
ا د ہ ط مستطیل ہے۔

۳۲- معین وہ ہے جسکے چارون ضلع برابر ہون اور کوئی زاویہ قائمہ
نہو۔



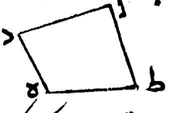
ا د ہ ط معین ہے۔

۳۳- شبہ بمعین وہ شکل ہے جسکے صرف مقابل کے ضلع برابر ہون
اور کوئی زاویہ قائمہ نہو۔



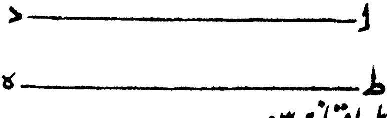
ا د ہ ط شبہ بمعین ہے۔

۳۴- منحرف وہ ہے جو کہ ان چارون ذوات اربعۃ الاضلاع مذکور کے سوا ہو



ا د ہ ط منحرف ہے۔

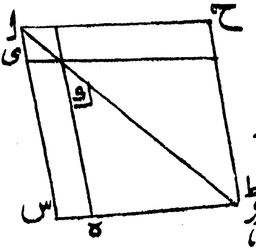
۳۵- خطوط متوازی وے خطوط مستقیم ہین جو کہ ایک سطح مستوی پر واقع ہون
اور اگر انکو دونون طرف کتنے ہی دور تک بڑھاوین تو وے
کہین نملین



ا د و ط ہ خطوط متوازی ہین۔

حد الف

اشکال متوازی الاضلاع وے ہین جنکے مقابل کے ضلاع متوازی ہون



واضح رہے کہ وتر سطوح متوازی الاضلاع کا وہ خط مستقیم ہی جو کہ مقابل کے زاویہ مین ملا ہو

اج طس سطح متوازی لاضلاع ہی اور اط وتر ہی

حد ب

متمم سطوح متوازی الاضلاع وے ہین جو کہ کسی سطح متوازی الاضلاع کے وتر کے ایک نقطہ پر ملین اور زاویہ متقابلہ برابر پیدا کرین اور اونمین سے وتر نگذرے

جک و کس متمم ہین۔

(ج) اصول موضوعہ اوسکو کہتے ہین جنکو لوگو نے بالاتفاق امر اختیاری فرض کیا ہی

(د) علوم متعارفہ اون باتونکو کہتے ہین جو کہ بدیہی ہین یعنی جنکے ثبوت کی ضرورت نہین

اصول موضوعہ

۱ ــ ہمکو اختیار ہے کہ درمیان دو نقطون کے خط ملا دین۔

۲ ــ ہمکو اختیار ہے کہ خط مستقیم کو اوسکی سیدہ مین بڑہا دین۔

۳ ــ ہمکو اختیار ہے کہ ایک نقطہ کو مرکز مانکر جاہین جتنے دوری پر دائرہ بنا دین

علوم متعارفہ

۱- جتنی چیزین کسی ایک چیز مین کے برابر ہین وے سب آپسمین بھی برابر ہین

۲- برابر چیزون مین برابر چیزین جوڑنے سے کل بھی برابر ہوگا-

۳- برابر چیزون سے برابر چیزین گھٹانے سے باقی بھی برابر ہوگا-

۴- غیر برابر چیزون مین برابر چیزین جوڑنے سے کل بھی برابر نہوگا-

۵- غیر برابر چیزون سے برابر چیزین گھٹانے سے باقی بھی برابر نہوگا-

۶- جتنی چیزین کسی ایک چیز مین سے دو چند ہین وے باہم برابر ہین-

۷- جتنی چیزین کسی ایک چیز مین کے نصف ہین وے باہم برابر ہین-

۸- جو مقادیر آپسمین منطبق ہون یعنی برابر جگہہ گھیرے ہون وے باہم برابر ہین

۹- کُل اپنے جزسے بڑا ہے-

۱۰- دو خطوط مستقیم سے جگہہ نہین گھر سکتی-

۱۱- زاویۂ قائمہ باہم برابر ہوتے ہین-

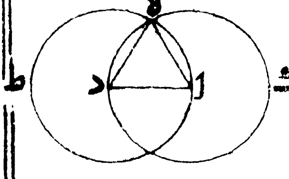
۱۲- اگر دو خط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم اسطرح گرے کہ ایک جانب کے دو زاویۂ داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے نہون تو وے خطوط اوس جانب بڑہانے سے ملجاوینگے جسطرف کے دو زاویۂ داخلہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہین-

مسئلہ ۱ عملی

چاہتے ہین کہ ایک خط مستقیم محدود پر ایک
مثلث متساوی الاضلاع بناوین

دعوی خاص — فرض کرو کہ ا د خط مستقیم محدود ہی جسپر کہ مثلث
متساوی الاضلاع بنانا منظور ہے

عمل — ا کو مرکز مانکر ا د دوری پر دائرہ د ہ ک بناؤ
(اصول موضوعہ ۳) اسیطرح مرکز د سے د ا دوری پر دائرہ
ا ہ ط بناؤ اور نقطہ ہ سے جو مقطع ہے دونون دائرون کا خطوط
ہ ا و ہ د وصل کرو (اصول موضوعہ ۱) عمل موافق دعوی کی ہوا
یعنے خط محدود ا د پر مثلث



متساوی اضلاع ا ہ د بنا

ثبوت — کیونکہ ا مرکز ہے
دائرہ د ہ ک کا تو خطوط ا ہ و ا د برابر ہین (حد ۱۵)
اور د مرکز ہے دائرہ ا ہ ط کا تو د ہ و د ا برابر ہین لیکن پہلے
ثابت ہوا کہ خطوط ا ہ و ا د برابر ہین اسلیے ا ہ برابر ہوا د ہ کے

(علوم متعارفہ ۱) اسلیے تینوں خطوط اہ و اد و دہ باہم برابر ہین تو
خط اد پر مثلث متساوی الاضلاع اہد بنا (شکل ۱) یہی مطلوب تھا

نتیجہ ایک خط محدود پر دو مثلث متساوی الاضلاع بن سکتے ہین

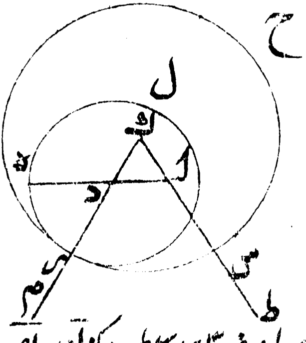
سوال ایک خط محدود پر ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکی ہر ایک
ساق دو چند ہو خط محدود مذکور سے

مسئلہ ۲ عملی

چاہتے ہین کہ ایک نقطہ معین سے ایک خط مستقیم محدود کے برابر ایک اور خط مستقیم نکالین

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط مستقیم محدود دہ ہے اور نقطہ معین
ا جس سے کہ دہ کے برابر خط مستقیم نکالنا منظور ہے

عمل — ملاؤ اد کو (اصول موضوعہ ۱) اور اد پر ایک مثلث متساوی الاضلاع



اکد بناؤ (م ۱ س)
اور کا اور کد کو بالاستقامت
نقاط ط و م تک بڑھاؤ
(اصول موضوعہ ۲) اور مرکز د سے
دہ دوری پر دائرہ ہ ل ح بناؤ (اصول موضوعہ ۳) اور پھر مرکز ک سے ک ل دوری پر دائرہ

ساج س بناؤ تو عمل موافق دعوے کے ہوا یعنی نقطہ ا سے خط ا س برابر خط د ہ کی

ثبوت - کیونکہ د مرکز دائرہ ہ ل سا کا ہے اسلیے د ہ برابر ہے د سا کی

(حد ۱۵) اور اسیطرح ك مرکز دائرہ ساج س کا ہے اسلیے ك س برابر

ك سا کے حصہ ك ا سے برابر ہے حصہ ك د کی (عملاً) اسلیے باقی ا س

ہے باقی د سا کی (علوم متعارفہ ۳) لیکن د ہ برابر ہے د سا کے اسلیے

ہر ایک ا س اور د ہ برابر ہین د سا کے اس سبب سے ا س

برابر ہے د ہ کے (علوم متعارفہ ۱) اسلیے نقطہ ا سے خط

ا س برابر خط محدود د ہ کے نکلا یہی مطلوب تھا

سوال ایک خط مفروض کی نقطہ انتہا سے ایک خط برابر خط مفروض کی نکالو

مسئلہ ۳ عملی

چاہتے ہین کہ ایک بڑے خط محدود سے چھوٹی خط

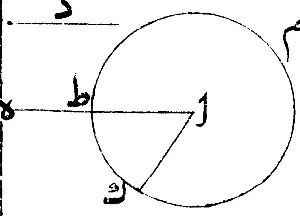
محدود کے برابر ایک حصہ قطع کرین

دعوی خاص - فرض کرو کہ ا ہ اور د خطوط محدود ہین انمین

ا ہ بڑا ہے د سے ا ہ سے ایک حصہ برابر د کی کاٹنا ہے

عمل - نقطہ ا سے خط ا ك برابر خط د کی کھینچو (ام ۲ س)

مرکز ا سے اک دوری پر دائرہ ک ط م بناؤ (حصول موضوعہ ۳)
عمل موافق دعوے کے ہوا یعنے خط ا ط برابر خط د کے قطع ہوا
ثبوت — کیونکہ ا مرکز

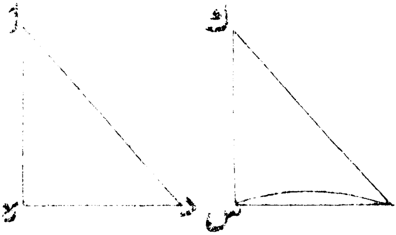


دائرہ ک ط م کا ہے اسلیے
ا ط برابر ہے اک کے
(حد) لیکن د برابر ہے اک کے عملاً اسلیے
ہر ایک ا ط و د برابر ہے اک کے تو ا ط برابر ہوا خط د
کے (علوم متعارفہ ۱) جو کہ خط ا ہ کا ایک حصہ ہے
سوال ایک چھوٹے خط مفروض کو برابر ایک بڑی خط مفروض کی بڑہاؤ

مسئلہ ۴ نظری

ایک مثلث کے دو ضلع اور زاویہ درمیانی
برابر ہوں دوسری مثلث کے دو ضلع اور زاویہ
درمیانی کے اپنی اپنی نظیر سے تو باقی ضلع اور زاویہ
اون دونون مثلثون کے ہر ایک اپنی نظیر
کے برابر ہونگے اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ ا د ہ و ک ط س مثلثوں میں ضلع ا ہ و ا د برابر ہیں ضلع ک س و ک ط کے یعنے ا ہ برابر ہے ک س کے اور ا د برابر ہے ک ط کے اور زاویہ درمیانی ہ ا د برابر ہے زاویہ درمیانی س ک ط کے تو قاعدہ ہ د برابر ہوگا قاعدہ س ط کے اور باقی زاویہ ایک مثلث کے برابر ہونگے باقی زاویہ دوسرے مثلث کے اپنی اپنی نظیر سے یعنے زاویہ ا ہ د برابر ہوگا زاویہ ک س ط کے اور زاویہ ا د ہ برابر ہوگا زاویہ ک ط س کے اور مثلث ا ہ د برابر ہوگا مثلث ک س ط کے



ثبوت — کیونکہ مثلث ا د ہ کو مثلث ک ط س پر اسطرح منطبق کریں کہ نقطہ ا نقطہ ک پر اور ضلع ا ہ ضلع ک س پر منطبق ہوں تو نقطہ ہ نقطہ س پر منطبق ہوگا کیونکہ خط ا ہ برابر خط ک س کے ہے اور خط ا د خط ک ط پر منطبق ہوگا کیونکہ زاویہ ہ ا د

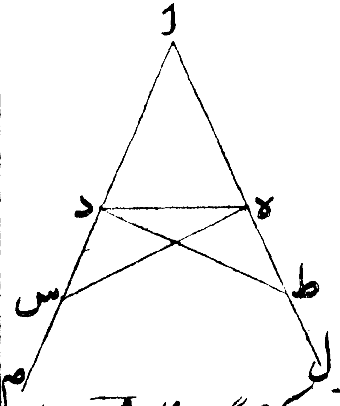
برابر ہے زاویہ س ك ط کے اور نقطہ د نقطہ ط پر منطبق ہوگا
کیونکہ خط ا د برابر خط ك ط کے ہے جبکہ نقطہ ہ نقطہ س پر
اور نقطہ د نقطہ ط پر منطبق ہوا تو خط ہ د خط س ط پر منطبق
ہوگا ورنہ دو خط مستقیم ایک سطح کو محیط ہونگے جو کہ غیر ممکن ہے
(علوم متعارفہ ۱۰) اسیلیے قاعدہ ہ د منطبق ہوا قاعدہ س ط پر تو مثلث
ا ہ د منطبق ہوگا مثلث ك س ط پر اور باقی زاویہ ایک مثلث کے
منطبق ہونگے باقی زاویہ دوسری مثلث پر اپنی اپنی نظیر سے یعنی زاویہ
ا ہ د منطبق ہوا زاویہ ك س ط پر اور زاویہ ا د ہ منطبق ہوا زاویہ
ك ط س پر تو ہر ایک باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۸) یہی مطلوب تہا
سوال اگر ایک مربع کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مربع کے
ایک ضلع کے تو ثابت کرو کہ مربع برابر مربع کے ہے

مسئلہ ۵ نظری

مثلث متساوی الساقین مین قاعدہ پر کے زاویہ برابر ہونگے
اور اگر اوسکے برابر کی ضلع بڑہای جاوین تو زاویہ تحت القاعدہ کی بہی برابر ہونگے

دعوی خاص — ایک مثلث متساوی الساقین ا د ہ ہے جسکا ضلع

اد برابر ہے ضلع اہ کے تو زاویہ ادہ برابر ہوگا زاویہ اہد
کے اور اگر ساق اہ و اد بڑہائے جاوین نقاط ل و م تک
تو قاعدہ کی دوسری جانب کا زاویہ لہد برابر ہوگا زاویہ مدہ
کے خط دم مین ایک نقطہ س فرض کرو اور ا ل سے خط اط



برابر خط اس کے قطع کرو
(ام سئلہ ۳) ملاؤ ہس و
طد کو (اصول موضوعہ ۱)
ثبوت ۔ کیونکہ مثلث
اہس و ادط مین ضلع
اس برابر ہے ضلع اط کے عملاً اور ضلع اد برابر
ہے ضلع اہ کے دعوی سے تو دو ضلع ہا و اس
برابر ہین دو ضلع دا و اط کے اور زاویہ درمیانی
دا ط دونون مثلثون مین شامل ہے اسلیے قاعدہ
دط برابر ہے قاعدہ ہس کے (ام سئلہ ۴) اور مثلث
ادط برابر ہے مثلث اہس کے اور زاویہ

ادط برابر ہے زاویہ اہس کے اور زاویہ اطد
برابر ہے زاویہ اسہ کے

پھر کیونکہ خط اس برابر ہے خط اط کے اور خط اد برابر ہے خط
اہ کے تو باقی خط دس برابر ہوا باقی خط ہط کو (علوم متعارفہ ۳)
دو مثلث دسہ و ہطد میں ضلع دس برابر ہے ضلع ہط
کے اور ثابت ہوا کہ ضلع ہس برابر ہے ضلع دط کے تو دو ضلع
دس و سہ برابر ہیں دو ضلع ہط و طد کے اور زاویہ
درمیانی دسہ برابر ہے زاویہ درمیانی ہطد کے تو باقی زاویہ
بھی باہم برابر ہیں (ام شکل ۴) یعنے زاویہ ہدس برابر ہے زاویہ
دہط کے یہ قاعدہ کے دوسری جانب کے زاویہ ہیں اور زاویہ
دسہ برابر ہے زاویہ طدہ کے اور پہلے ثابت ہوا کہ کل زاویہ
ادس برابر ہے کل زاویہ ادط کے اور اب ثابت ہوا کہ زاویہ
سہد برابر ہے زاویہ طدہ کے تو باقی زاویہ اہد برابر ہوا
باقی زاویہ ادہ کے (علوم متعارفہ ۳) یہ قاعدہ پر کے زاویہ ہیں اور یہی مطلب تھا

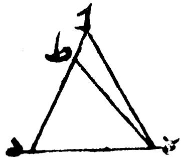
نتیجہ: مثلث متساوی الاضلاع متساوی الزاویہ ہوتا ہے

سوال مثلث متساوی الساقین کی قاعدہ پرکی زاویہ باہم برابر ہونگی بلا بڑہانے خطکی ثابت کرو

مسئلہ ۶ نظری

اگر ایک مثلث کے دو زاویہ برابر ہون تو اونکے
مقابل کے اضلاع بھی برابر ہونگے

دعوی خاص مثلث ا د ہ مین زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ا ہ د کے تو ضلع ا د بھی برابر ہوگا ضلع ا ہ کے اگر برابر نہین تو ایک اونمین سی بڑا ہوگا فرض کرو کہ ا د بڑا ہے ا ہ سے خط ا د سے حصہ ط د برابر خط ا ہ کے قطع کرو اور ملاؤ ہ ط کو (ام ۳ س واصول موضوعہ)



ثبوت۔ کیونکہ مثلث ط د ہ و ا ہ د مین ضلع ط د برابر ہے ضلع ا ہ کے علاوہ اور ضلع ہ د دونون مثلثون مین مشترک ہے اور زاویہ درمیانی ا ہ د برابر ہے زاویہ درمیانی ط د ہ کے فرض سے تو قاعدہ ا د برابر ہوا قاعدہ ط ہ کے اور مثلث ا ہ د برابر ہوا مثلث ط د ہ کے (ام ۴ س) تو جزو برابر ہوا کل کے جو غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) اسلیے ضلع ا د ضلع ا ہ سے بڑا نہین بلکہ برابر ہے

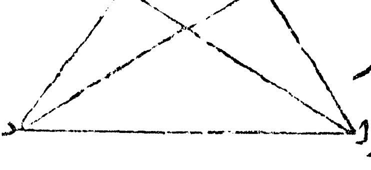
نتیجہ جس مثلث کے سب زاویہ باہم برابر ہین وہ مثلث متساوی الاضلاع ہے

سوال اگر شکل ۹ مین زاویہ راس ا و نقطۂ تقاطع خطوط د ط و ہ س مین خط وصل کیا جاوے تو یہ خط زاویہ راس کو نصف کرے گا

مسئلۂ ۷ نظری

ایک قاعدہ پر ایک ہی طرف ایسے دو مثلث نہین ہو سکتے جنکے ایک ایک اضلاع جو قاعدہ کے ایک حد پر منتہی ہین یا باہم برابر ہون اور دوسری ایک ایک اضلاع جو قاعدہ کی دوسری حد پر منتہی ہین باہم برابر ہون

دعوی خاص اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ قاعدہ ا د کے ایک طرف دو مثلث ا ہ د اور ا ک د ہین جنکے ضلاع ہ ا اور ک ا جو قاعدہ کے نقطۂ ا پر منتہی ہین برابر ہین اور ہ د و ک د جو قاعدہ کے نقطۂ د پر منتہی ہین بھی برابر ہین اول فرض کرو کہ راس ہ ایک مثلث کا راس ک دوسرے مثلث کے باہر ہے ملاؤ ہ ک کو



ثبوت کیونکہ ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ا ک کے اسلیے زاویہ ا ہ ک

برابر ہے زاویہ ا ک ہ کے (ام ش س) لیکن زاویہ ا ہ ک

بڑا ہے زاویہ د ہ ک سے (علوم متعارفہ ۹) تو زاویہ ا ک ہ بھی

بڑا ہوا زاویہ د ہ ک سے تو کل زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہوا زاویہ

د ہ ک سے پھر کیونکہ د ک برابر ہے د ہ کے اسلیے زاویہ

د ک ہ برابر ہے زاویہ د ہ ک کے (ام ش س) اور بھی

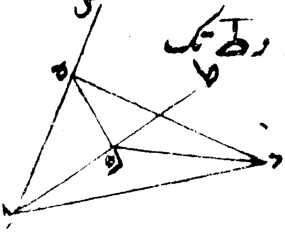
ثابت ہوا کہ زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہے زاویہ د ہ ک سے تو

ایک ہی چیز ایک حالت مین برابر اور بڑی ہوئی یہ غیر ممکن ہے

دوسرے فرض کرو کہ راس ایک مثلث کا دوسرے مثلث کے

اندر ہے تو ا ہ و ا ک کو س و ط تک

بڑھاؤ اور ملاؤ ہ ک کو



ثبوت - کیونکہ مثلث ا ہ ک مین ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ا ک

کے تو زاویہ س ہ ک برابر ہوا زاویہ ط ک ہ کے (ام ش س)

لیکن زاویہ د ہ ک چھوٹا ہے زاویہ س ہ ک سے تو زاویہ

ط ک ہ سے بھی چھوٹا ہوا اور زاویہ د ک ہ سے بہت ہی چھوٹا

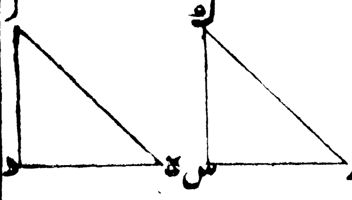
ہوا پہر کیونکہ ضلع د ہ برابر ہے ضلع د ک کے اسلیے زاویہ
د ہ ک برابر ہے زاویہ د ک ہ کے اور ابہی ثابت ہوا کہ زاویہ
د ک ہ بڑا ہے زاویہ د ہ ک سے تو ایک ہی چیز ایک حالت مین برابر
اور بڑی ہوئی جو کہ غیر ممکن ہے اور جس حالت مین راس ایک مثلث کا
دوسرے مثلث کے ایک ضلع پر واقع ہو تو ثبوت کی کچہ حاجت نہین
سوال۔ اگر ایک قاعدہ کی دونو طرف دو مثلث واقع ہون اور اونکے
ایک ایک ضلع جو کہ قاعدہ کی ایک حد پر ملتے ہین برابر ہون اسیطرح وے ایک ایک
اضلاع جو کہ قاعدہ کی دوسری حد پر ملتے ہین برابر ہون تو برابر اضلاع سے
جو زاویہ کہ بنتے ہین باہم برابر ہون گے۔

مسئلہ ۸ نظری

جبکہ ایک مثلث کے تینون ضلع برابر ہون دوسری مثلث کے
تینون ضلع کی اپنی اپنی نظیر سے تو اونکے زاویۂ درمیانی بہی برابر ہونگے
دعوی خاص۔ فرض کرو کہ دو مثلث ا د ہ و ل س ط مین ضلع
ا د برابر ہے ضلع ل س کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ل ط
کے اور قاعدہ د ہ برابر ہے قاعدہ س ط کے تو زاویہ د ا ہ

برابر ہوگا زاویہ س ک ط اور باقی زاویہ اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے

ثبوت - مثلث ا د ہ



کو مثلث ک س ط پر اسطرح

منطبق کرو کہ نقطہ د نقطہ س

پر اور قاعدہ د ہ قاعدہ س ط پر منطبق ہو تو نقطہ ہ نقطہ ط پر

منطبق ہوگا کیونکہ خط د ہ برابر ہے خط س ط کے جبکہ نقطہ د نقطہ

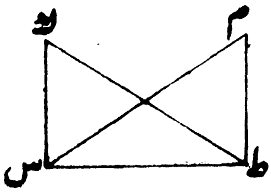
س پر اور نقطہ ہ نقطہ ط پر منطبق ہوا تو ضلع ا د ضلع ک س پر

اور ضلع ا ہ ضلع ک ط پر منطبق ہوگا اگر نہیں تو وہ دوسری طرف نقطہ

م پر واقع ہونگے تو قاعدہ س ط پر اوسکے ایک ہی جانب دو مثلث ایسے

واقع ہوے کہ جنکے دو ضلع جو نقطہ ط پر منتہی ہیں باہم برابر ہیں اور دوسرے

دو ضلع بھی جو نقطہ س پر تمام



ہوتے ہیں برابر ہیں یہ غیر ممکن ہے

(اکم ۷) تو خط ا د خط

ک س پر اور خط ا ہ خط ک ط پر اور مثلث ا د ہ مثلث ک س ط

پر منطبق ہوا اور زاویہ د ا ہ منطبق ہوا زاویہ س ک ط پر اور باقی زاویہ

اپنی اپنی نظیر پر منطبق ہوسے تو ہر ایک باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۸)

اور یہی مطلوب تہا

سوال جبکہ قاعدہ د ہ قاعدہ س ط پر منطبق ہوا اور راس مثلث کے

قاعدہ سے دونون طرف واقع ہون تو ثابت کرو کہ زاویہ درمیانی باہم برابر ہین

مسئلہ ۹ عملی

ایک زاویہ کو نصف کرنا یعنی دو برابر حصون پر تقسیم کرنا چاہتے ہین

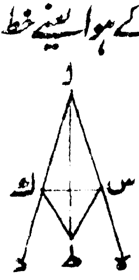
دعوی خاص — فرض کرو کہ زاویہ د ا ہ ہے جسکو نصف کرنا منظور ہے

عمل — خط ا د مین ایک نقطہ ک فرض کرو اور خط ا ہ سے

ایک حصہ ا س برابر ا ک کے قطع کرو (ام ۳ س) اور ملاؤ ک س

کو اور ک س پر مثلث متساوی الاضلاع ک ط س بناؤ (ام ۱ س)

اور ملاؤ ا ط کو تو عمل موافق دعوی کے ہوا یعنے خط ا ط سے زاویہ



د ا ہ نصف ہوا

ثبوت — کیونکہ

مثلث ک ا ط اور

س ا ط مین ضلع ک ا برابر ہے ضلع س ا کے علاوہ اور ا ط دونون مین

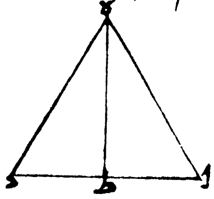
مثلثوں مین مشترک ہے اور قاعدہ ک ط برابر ہے قاعدہ س ط
کے علاوہ تو زاویہ ک ا ط برابر ہوا زاویہ س ا ط کے (ام ش) اور یہی مطلوب تھا

سوال ایک زاویہ کو چار برابر حصہ پر تقسیم کرو

مسئلہ ا عملی

ایک خط محدود کو نصف کرنا یعنے
دو برابر حصون مین تقسیم کرنا چاہتے ہین

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط محدود ا د ہے جسکو نصف کرنا منظور ہے
عمل — ا د پر ایک مثلث متساوی الاضلاع ا د ہ بناؤ (ام ا س)
اور زاویہ ا ہ د کو خط ہ ط سے نصف کرو (ام ۹ س) تو خط ا د نقطہ ط پر نصف ہوا



ثبوت — کیونکہ مثلث د ہ ط اور
ا ہ ط مین ضلع د ہ برابر ہے ضلع
ا ہ کے اور ضلع ہ ط دونون مین شامل ہے اور زاویہ درمیانی
د ہ ط برابر ہے زاویہ درمیانی ا ہ ط کے تو قاعدہ ا ط برابر ہوا
قاعدہ د ط کے (ام ۴ س) یہی مطلوب تھا

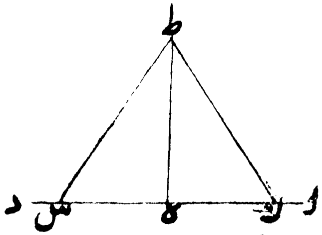
سوال ایک خط محدود کو چار برابر حصون پر تقسیم کرو

مسئلہ عملی

ایک خط محدود کے ایک نقطۂ معین سے خط مذکور پر عمود نکالنا ہے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خط ا د مین نقطۂ معین ہ ہے جس سے کہ خط ا د پر عمود نکالنا منظور ہے۔

عمل۔ خط ا ہ مین ایک نقطۂ ک فرض کرو اور خط ہ د سے حصہ ہ س برابر خط ہ ک کے قطع کرو (ام ۳ س) اور ک س پر ایک مثلث متساوی الاضلاع ک ط س بناؤ (ام ا س) اور ملاؤ ہ ط کو تو عمل موافق دعوے کے ہوا یعنی نقطۂ معین ہ سے خط ا د پر خط ہ ط عمود نکلا



ثبوت۔ کیونکہ مثلث ط ہ س اور ط ہ ک مین ضلع س ہ برابر ہے ضلع ک ہ کے اور ہ ط دونون مین مشترک ہے اور قاعدہ ط س برابر قاعدہ ط ک کے ہے علاوہ توزاویہ س ہ ط

برابر ہے زاویہ ا ب ہ ط کے اور یہ زاویہ متصلہ ہین جبکہ ایک خط پر دوسرا

خط کھڑا ہوا اور زاویہ متصلہ برابر ہون تو ہر ایک قائمہ ہین (حدم) اسلیے

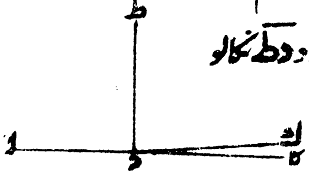
زاویہ ہین ہ ط و ا ہ ط ہر ایک قائمہ ہین اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ — اس سے یہ ثابت ہوا کہ اگر ایک خط مستقیم کو دوسرے خط مستقیم پر

ملا کر رکھین تو اونکا ایک مشترک حصہ نہین ہو سکتا

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا د ہ و ا د ک کا خط ا د

حصہ مشترک ہے نقطہ د سے عمود د ط نکالو



ثبوت — کیونکہ خط د ط خط

ا د ہ پر عمود ہے تو زاویہ ط د ہ ایک قائمہ ہے اور ا د ک پر یہی خط

ط د عمود ہے اسلیے زاویہ ط د ک بھی ایک قائمہ ہے تو زاویہ ط د ہ

برابر ہوا زاویہ ط د ک کے (علوم متعارفہ ۱۰) تو جز برابر کل کے ہوا جو کہ

غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) تو دو خط مستقیم الخ

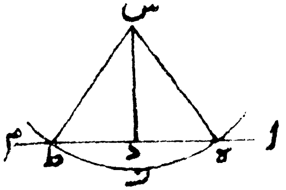
سوال ایک خط محدود کے نقطہ انتہا سے بلا بڑہائے خط کے خط مذکور پر عمود نکالو

مسئلہ ۱۲ عملی

ایک نقطہ سے جو کہ ایک خط غیر محدود سے خارج ہو خط مذکور پر عمود گرانا چاہیے ہین

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ ا م ایک خط غیر محدود ہے اور نقطہ س اوس سے خارج ہے چاہتے ہین کہ نقطہ س سے خط ا م پر عمود ڈالین

عمل — خط ا م کے دوسری جانب کوئی نقطہ ک فرض کرو اور مرکز س سے س ک دوری پر نصف دائرہ ک ہ ط بناؤ (اصول موضوعہ) اور خط ہ ط کو نقطہ د پر نصف کرو (ام سنلس) اور ملاؤ د س تو خط د س جو کہ نقطہ س سے



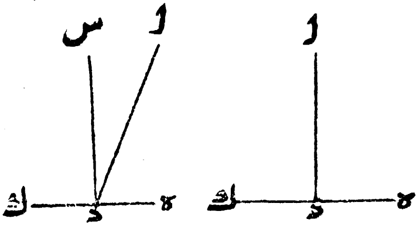
نکلا ہے خط ا م پر عمود ہے ملاؤ ہ س و ط س کو

ثبوت — کیونکہ مثلث ط د س و ہ د س مین ضلع د ط برابر ہے ضلع د ہ کے علاوہ اور د س دونون مین مشترک ہے اور قاعدہ س ط برابر ہے قاعدہ س ہ کے (حد) تو زاویہ ط د س برابر ہوا زاویہ ہ د س کے (ام شش) لیکن ستلے زاویہ متصلہ ہین اسلیے ہر ایک قائمہ ہین اور خط س د عمود ہے (حد) اور یہی مطلب تہا

مسئلہ ۱۳ عملی

جبکہ ایک خط مستقیم پر دوسرا خط مستقیم گرے تو
اوسکے ایک جانب جو دو زاویہ پیدا ہونگے دو
قائمہ ہونگے یا ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ہ ک پر خط ا د کے گرنے سے ایک ہی طرف دو زاویہ ہ د ا و ا د ک پیدا ہوتے ہین تو ہر ایک قائمہ ہین یا ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے



ثبوت — اگر زاویہ ہ د ک برابر ہے زاویہ ک د ا کے تو ہر ایک قائمہ ہے (حد ۱۰)
اور اگر نہین تو نقطہ د سے خط ہ ک پر عمود د س نکالو (ام ۱۱)
کیونکہ زاویہ ہ د س برابر ہے دو زاویہ ہ د ا و ا د س کے
ان مساویون مین زاویہ س د ک کو جمع کرو تو دو زاویہ ہ د س اور س د ک برابر ہین تین زاویہ ہ د ک و ا د س و س د ک کے
(علوم متعارفہ ۲)

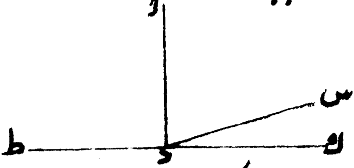
پھر کیونکہ زاویہ ك د ل برابر ہی دو زاویہ ك دس و س د ا کے
ان مساویون مین زاویہ ا د ہ کو جمع کرو تو دو زاویہ ك د ا و ا د ہ
برابر ہین تین زاویہ ك دس و س د ا و ا د ہ کے (علوم متعارفہ ۲)
اور پہلے ثابت ہوا کہ یہی تین زاویہ برابر ہین دو زاویہ ہ دس و س د ك
کے اسلیے زاویہ ہ دس و س د ك برابر ہین زاویہ ہ د ا و ا د ك
کے (علوم متعارفہ ۱) لیکن زاویہ ہ دس و س د ك دو قائمہ ہین
بنا اسلیے زاویہ ہ د ا و ا د ك ملکر برابر دو قائمہ کے ہین اور یہی مطلوب تھا
سوال جو دو زاویہ کہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہون اون دونون کو اگر
دو خطوط مستقیم نصف کرین تو دونون خطوط مستقیم متناصف باہم عمود ہین

مسئلہ ۱۴ نظری

اگر ایک خط مستقیم کے ایک نقطہ پر دو اور
خط مستقیم اوسکے دو جانب سے اگر ملین اور
دو زاویہ برابر دو قائمہ کے بناوین تو وہی خطوط ایک خط مستقیم ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ا د کے نقطہ د پر دو خط مستقیم
ط د و ك د اوسکے دونون جانب سے اگر ملتے ہین اور زاویہ

متصلہ ا د ط و ا د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو خطوط د ط و ک د
ایک خط مستقیم ہے



ثبوت - اگر د ک و
د ط ایک خط مستقیم نہین تو فرض کرو کہ خط د ء و د س ایک خط
مستقیم ہین خط د س پر خط ا د گرتا ہے اسلیے زاویہ ط د ا اور
ا د س ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳ س) لیکن زاویہ ط د ا اور
ا د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین دعوی سے تو زاویہ ط د ا و ا د س برابر ہوے
زاویہ ط د ا و ا د ک کے (علوم متعارفہ ۱) انمین سے مشترک
زاویہ ط د ا کو طرح دو تو باقی زاویہ ا د س برابر ہوا باقی زاویہ
ا د ک کے (علوم متعارفہ ۳) یعنے جز برابر ہوا کل کے یہ غیر ممکن ہے
(علوم متعارفہ ۹) اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سواے خط ک د کی
اور کوئی خط د ط کے ساتھ ایک خط مستقیم نہین ہو سکتا

سوال اگر ایک خط مستقیم کے ایک نقطہ پر اوسکے ایک ہی جانب سے
دو خط مستقیم اگر ملین اور ہر ایک زاویہ قائمہ خط مفروض سے ملکر بناوین
تو وسے دونون خطوط باہم منطبق ہونگے

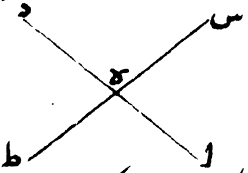
مسئلہ ۱۵ نظری

اگر دو خطوط مستقیم باہم تقاطع کرین

تو زاویہ متقابلہ باہم برابر ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط اد و طس نقطہ ہ پر قطع ہوتے

ہین تو زاویہ دہس برابر ہے زاویہ طہا کے اور زاویہ اہس



برابر ہے زاویہ طہد کے

ثبوت — کیونکہ خط س ط پر

خط اہ کرتا ہی تو زاویہ س ہ ا و ا ہ ط ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳س)

اور اسیطرح خط اد پر س ہ کرتا ہی تو زاویہ اہس و س ہ د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین اسلیے

زاویہ طہا و اہس ملکر برابر ہین زاویہ اہس و س ہ د کے

(علوم متعارفہ ۱) انمین سے مشترک زاویہ اہس کو طرح دو تو باقی

زاویہ طہا برابر ہوا باقی زاویہ س ہ د کے (علوم متعارفہ ۳)

اسیطرح ثابت ہوگا کہ زاویہ اہس برابر ہے زاویہ طہد کے

اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ۱ — اس سے ثابت ہوا کہ جب دو خط آپسمین کسی نقطہ پر قطع

ہون توسب زاویہ ملکر برابر چار قائمہ کے ہونگے

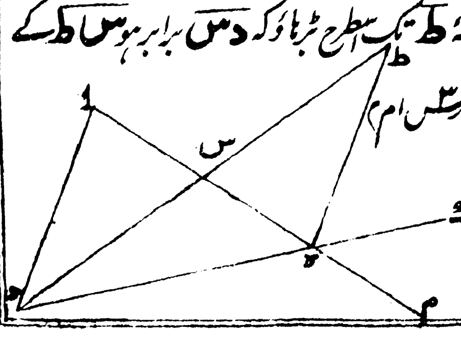
نتیجہ ۲ ــ جبکہ ایک نقطہ پر کئی خطوط ملین توسب زاویہ ملکر برابر چار قائمہ کے ہونگے

سوال اگر دو خط باہم متقاطع ہون اور مقابل کے زاویہ نصف کیئے جاوین توخطوط منا صف زاویہ ایک خط مستقیم مین ہونگے

مسئلہ ۱۶ نظری

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑہایا جاوے تو زاویہ خارجہ بڑا ہوگا ہر ایک زاویہ داخلہ متقابلہ سے

دعوی خاص ــ فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کا ضلع د ہ نقطہ ک تک بڑہایا گیا تو زاویہ ا ہ ک بڑا ہوگا ہر ایک زاویہ داخلہ متقابلہ ہ ا د ہ د ا سے خط ا ہ کو نقطہ س پر نصف کرو (ام مس م) اور د س کو ملاکر نقطہ ط تک اس طرح بڑہاؤ کہ د س برابر ہو س ط کے (اصول موضوعہ ۲ اور مسئلہ ام) اور ملاؤ ط ہ کو



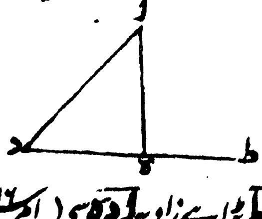
ثبوت — کیونکہ مثلث ا س د و ہ س ط مین ضلع ا س برابر ہے
ضلع ہ س کے اور ضلع د س برابر ہے ضلع س ط کے علیٰ اور زاویہ میانی ا س د
برابر ہے زاویہ میانی ہ س ط کے (ام شکل ۴) تو قاعدہ ا د برابر ہوا قاعدہ ط ہ کے
(ام شکل) اور زاویہ س ہ ط برابر ہے زاویہ س ا د کے لیکن زاویہ
س ہ ک بڑا ہے زاویہ س ہ ط سے تو زاویہ ا ہ ک بڑا ہوا زاویہ
ہ ا د سے اور اسیطرح اگر ضلع ا ہ کو نقطہ م تک بڑہا دین تو ثابت
ہوگا کہ زاویہ ا د ہ چھوٹا ہے زاویہ د ہ م یعنے زاویہ ا ہ ک
سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال ایک خط مفروض پر ایک نقطہ خارج سے صرف ایک ہی عمود نکل سکتی ہین

مسئلۂ انظری

ہر ایک مثلث کے دو زاویہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہین

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کے دو زاویہ ا ہ د ا د ہ
ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہین
بڑہاؤ خط د ہ کو ط تک



ثبوت — کیونکہ زاویہ ا ہ ط بڑا ہے زاویہ ا د ہ سے (ام شکل ۱۶)

انهین زاویه ا ھ د کو جمع کرو تو زاویه ا ھ ط و ا ھ د ملکر بڑا هوا

زاویه ا ھ د و ا د ھ سے (علوم متعارفه ۸) لیکن زاویه ا ھ ط و

ا ھ د ملکر برابر دو قائمه کے هین (ام ۱۳ س) تو زاویه ا ھ د و

ا د ھ ملکر دو قائمه سے چهوٹے هین اور اسیطرح ثابت هو سکتا هے

که مثلث کے کوئی دو زاویه ملکر دو قائمه سے چهوٹے هوتے هین اور

یہی ثابت کرنا تها

سوال مثلث کے تین زاویه داخله ملکر تین قائمه سے چهوٹے هوتے

هین اور تین زاویه خارجه ملکر بڑے هین تین قائمه سے

مسئله ۸ نظری

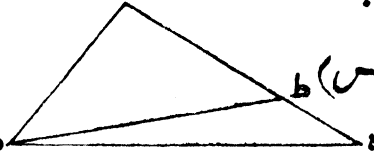
هر مثلث کے بڑے ضلع کے مقابل کا زاویه بهی بڑا هوتا هے

دعوی خاص — فرض کرو که مثلث ا د ھ کا ضلع ا ھ بڑا هے

ضلع ا د سے تو زاویه ا د ھ بڑا هوگا زاویه ا ھ د سے خط ا ھ

سے حصه ا ط برابر خط

ا د کے قطع کرو (ام ۳ س)



اور ملاؤ د ط کو

ثبوت — مثلث ا ط د کا ضلع ا ط برابر ہے ضلع ا د کے

تو زاویہ ا ط د برابر ہے زاویہ ا د ط کے (ام ۵ س) لیکن زاویہ

خارجہ ا ط د بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ا ہ د سے (ام ۱۶ س)

اسلیے زاویہ ا د ط بہی بڑا ہے زاویہ ا ہ د سے تو کل زاویہ ا د ہ

بہت ہی بڑا ہوا زاویہ ا ہ د سے اور یہی ثابت کرنا تہا

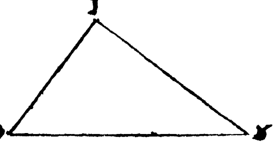
مسئلہ ۱۹ نظری

ہر ایک مثلث مین بڑی زاویہ کے مقابل کا ضلع بہی بڑا ہوتا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا ہ د مین زاویہ ا د ہ بڑا ہے

زاویہ ا ہ د سے تو ضلع

ا ہ بڑا ہوگا ضلع ا د سے



ثبوت — اگر ضلع ا ہ بڑا ہے ضلع ا د سے تو مطلب ثابت ہے

ورنہ ضلع ا ہ ضلع ا د کے برابر ہوگا یا ضلع ا د سے چہوٹا ہوگا

فرض کرو کہ ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ا د کے تو زاویہ ا ہ د برابر ہوا

زاویہ ا د ہ کے (ام ۵ س) اور یہ دعوے سے خلاف ہے

تو خط ا ہ اور خط ا د باہم برابر نہین پہر فرض کرو کہ ضلع ا ہ

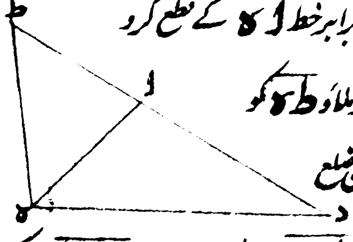
چھوٹا ہے ضلع ا د سے تو زاویہ ا د ہ چھوٹا ہے زاویہ ا ہ د سے
(ام ۱۸ س) یہ بھی خلاف ہے دعوے سے جبکہ ضلع ا ہ و ا د
باہم برابر نہیں اور ضلع ا ہ ضلع ا د سے چھوٹا نہیں تو ضرور ضلع
ا ہ بڑا ہے ضلع ا د سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال اگر ایک خط پر ایک نقطہ خارج سے کئی خط کھینچے جاویں تو عمود سب سے چھوٹا ہوگا اور جو خط کہ عمود کے قریب ہیں بہ نسبت دور والے کے چھوٹے ہیں اور عمود کے دونوں جانب دو ہی خط باہم برابر بنا سکتے ہیں

مسئلہ ۲۰ نظری

ہر ایک مثلث کے دو ضلع ملکر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہیں

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کے دو ضلع ا د و
ا ہ ملکر بڑے ہیں ضلع د ہ سے



ضلع د ا کو بڑھا کر خط ا ط برابر خط ا ہ کے قطع کرو
(اصول موضوعہ ۲ ام ۳ س) اور ملاؤ ط ہ کو

ثبوت — کیونکہ مثلث ا ط ہ میں ضلع
ا ط برابر ہے ضلع ا ہ کے تو زاویہ ا ط ہ برابر ہے زاویہ ا ہ ط کے

(ام ۵س) لیکن زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ا ہ ط سے

(علوم متعارفہ ۹) اسلیے زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ہ ط ا سے

پھر کیونکہ مثلث ط د ہ مین زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ہ ط د سے

تو ضلع ط د بڑا ہوا ضلع ہ د سے (ام ۱۹س) لیکن ضلع ط د

برابر ہے دو ضلع ا ہ و ا د کے اسلیے دو ضلع ا ہ و ا د ملکر

بڑے ہین ضلع ہ د سے اسیطرح ثابت ہوگا کہ ضلع ا ہ و ہ د

ملکر بڑے ہین ضلع ا د سے اور ضلع ا د و د ہ ملکر بڑے ہین

ضلع ا ہ سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال مثلث مین دو ضلع کا تفاوت چھوٹا ہوتا ہی تیسرے ضلع سے

مسئلہ ۲۱ نظری

اگر ایک مثلث کے ایک ضلع کی دونون حدون سی دو خط

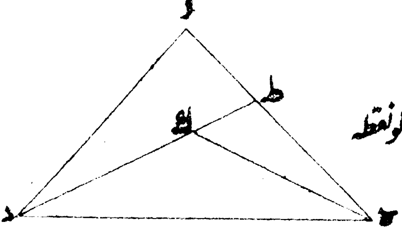
مستقیم نکلکر مثلث کے اندر کسی نقطہ پر ملین تو ان دونون

خطونکا مجموعہ مثلث کے باقی دو اضلاع کے مجموعہ سی چھوٹا ہوگا

لیکن جو زاویہ کہ ان دونون خطونسے بنے گا بڑا ہوگا اوس

زاویہ سی جو کہ مثلث کی باقی دو اضلاع مذکور سے بنتا ہے

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ مثلث اہ د مین خط د ہ کے
نقاط انتہا ہ و د سے دو خط مستقیم ہ ک و د ک نکلکر مثلث
کے اندر نقطہ ک پر ملتے ہین تو ہ ک و د ک ملکر چھوٹے ہین
ہ ا و د ا کے مجموعہ سے لیکن زاویہ ہ ک د بڑا ہے زاویہ
ہ ا د سے



خط د ک کو بڑہاو کہ ضلع ا ہ کو نقطہ
ط پر قطع کرے

ثبوت — کیونکہ مثلث ک ط ہ کے دو ضلع ک ط و ط ہ ملکر بڑے
ہین ضلع ک ہ سے (ام ۲۰ س) ان دونون غیر مساویون مین ضلع
د ک کو جمع کرو تو ضلع د ط و ط ہ ملکر بڑے ہین ضلع د ک اور
ک ہ کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۴) پھر کیونکہ مثلث د ا ط کا
دو ضلع د ا و ا ط ملکر بڑا ہے ضلع د ط سے (ام ۲۰ س) ان
غیر مساویون مین جمع کرو ط ہ کو تو د ا و ا ہ ملکر بڑا ہے دا و ط ہ
کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۴) اور پہلے ثابت ہوا کہ ضلع د ط و
ط ہ ملکر بڑا ہے ضلع د ک و ک ہ سے اسلیے ضلع د ا و ا ہ ملکر

بہت ہی بڑا ہے ضلع د ک ر ک ہ کے مجموعہ سے

پھر کیونکہ مثلث د ک ط کا زاویہ خارجہ د ط ہ بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ

د ک ط سے (ام ۱۶س) لیکن مثلث ک ط ہ کا زاویہ خارجہ

د ک ہ بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ک ط ہ سے (ام ۱۶س)

اسلیے زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہے زاویہ د ط ہ سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال اگر مثلث کے اندر ایک نقطہ فرض کرکے تین خط تینوں زاویہ تک

وصل کیے جاوین تو ان تینوں خطوں کا مجموعہ اضلاع مثلث سے چھوٹا ہوگا اور

اور نصف مجموعہ اضلاع سے بڑا ہوگا

مسئلہ ۲۲ عملی

چاہتے ہین کہ ایک مثلث بناوین جسکے تینوں ضلع برابر ہوں

ایسے تین خط مفروض کے جنمین دو دو خط کا مجموعہ بڑا ہو تیسری خط سے

دعوی خاص — فرض کرو کہ تین خط مفروض ا و ل و س

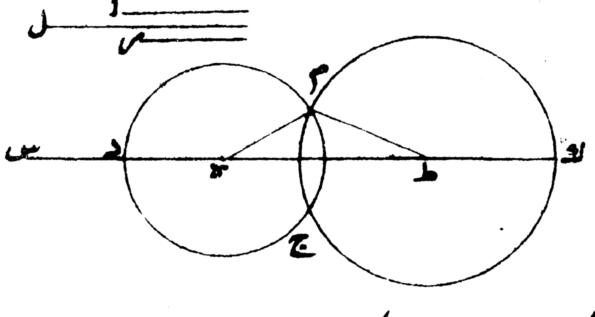
ہین جنمین خط ا و ل ملکر بڑا ہے خط س سے اور خط ا و س

ملکر بڑا ہے خط ل سے اور خط ل و س ملکر بڑا ہے خط ا سے

ایک ایسا مثلث بناو کہ جسکے تینوں اضلاع علیحدہ علیحدہ برابر ہوں خطوط

ا ل و س کے

عمل — ایک خط ک س فرض کرو جو کہ ک کے طرف محدود ہو اور
کے طرف غیر محدود ہو تو خط ک س سے حصہ ک ط برابر خط ا کے
اور خط ط ہ برابر خط ل کے اور خط ہ د برابر خط س کے
قطع کرو (ام ۳ س) اور مرکز ط سے ط ک دوری پر دائرہ
ک م ج بناؤ (اصول موضوعہ ۳) اسیطرح ہ مرکز سے ہ د
دوری پر دائرہ د م ج بناؤ اور وصل کرو ہ م و ط م کو تو عمل
موافق دعوے کے ہوا یعنے شلث ط م ہ بنا جنکے تینون اضلاع برابر
ہین تین خط مفروض کے



ثبوت — کیونکہ ط مرکز ہے دائرہ ک م ج کا اسلیے ط ک
برابر ہے ط م کے (حد ۱۵) لیکن ط ک برابر ہے خط ا کے

اسلیے طم بھی برابر ہے خط ا کے (علوم متعارفہ ۱) اور
اسیطرح ہ مرکز ہے دائرہ دمج کا اسلیے ہد برابر ہے ہم
کے لیکن ہد برابر ہے خط سا کے عملاً تو ہم بھی برابر ہی خط سا
کے (علوم متعارفہ ۱) اور ہط برابر ہے خط ل کے تو مثلث مطلوب بنا

سوال ایک مثلث برابر ایک مثلث مفروض کے بناؤ

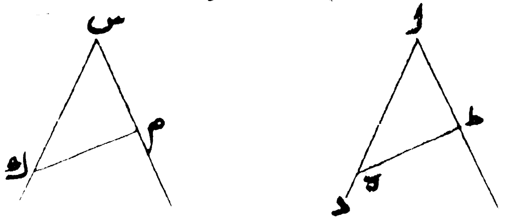
مسئلہ ۲۲ عملی

ایک خط مفروض کے ایک نقطہ معین پر ایک زاویہ برابر
ایک زاویہ مفروض کے بنانا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ زاویہ ک س م ہے اور خط
ا د مین نقطہ معین ا ہے جسپر کہ زاویہ ک س م کے برابر ایک
زاویہ بنانا ہے

عمل — خط س ک مین ایک نقطہ ک و خط س م مین ایک
نقطہ م فرض کرو اور ملاؤ ک م کو اور ایک مثلث اہط بناؤ
جسکے ضلاع برابر ہون تین خط مفروض س ک و ک م و م س
کے (ا م ۲۲ س م) تو عمل موافق دعوے کے ہوا کہ نقطہ معین ا پر

زاویہ ہ ا ط برابر زاویہ ک س م کے بنا



ثبوت - کیونکہ مثلث س ک م و ا ہ ط مین ضلع س ک برابر ہے ضلع ا ہ کے اور ضلع س م برابر ضلع ا ط کے اور ضلع م ک برابر ضلع ط ہ کے ہے عملاً تو زاویہ ک س م برابر زاویہ ہ ا ط کے ہوا (ام ش س) اور یہی مطلوب تہا

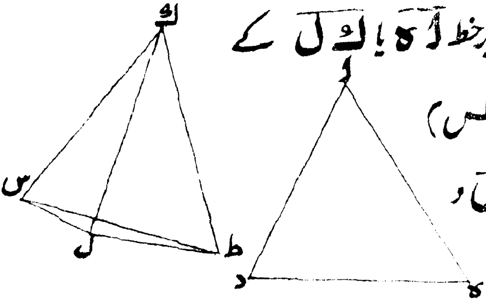
سوال ایک خط کے ایک نقطۂ مفروض پر ایک ایسا زاویہ بناؤ کہ وہ اور ایک زاویہ مفروض ملکر برابر دو قائمہ کے ہو

مسئلہ ۲۴ نظری

اگر ایک مثلث کے دو ضلع برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے لیکن ایک مثلث کا زاویہ درمیانی بڑا ہو دوسری مثلث کے زاویہ درمیانی سے تو بڑی زاویہ کے مقابل کا ضلع بہی بڑا ہوگا چہوٹی زاویہ کے مقابل کے ضلع سے

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ دو مثلث ا د ہ و ک ل س
ہیں جنمیں ضلع ا د برابر ہے ضلع ک س کے اور ضلع ا ہ برابر ضلع
ک ل کے ہے لیکن زاویہ د ا ہ بڑا ہے زاویہ س ک ل سے تو
قاعدہ د ہ بڑا ہوگا قاعدہ س ل سے

خط س ک کی نقطہ ک پر زاویہ س ک ط برابر زاویہ د ا ہ کے بناؤ (ام ۲۳ س)
اور خط ک ط برابر خط ا ہ یا ک ل کے
قطع کرو (ام ۳ س)
اور ملاؤ ط س و
ط ل کو



ثبوت — کیونکہ مثلث ا د ہ و ک س ط مین ضلع ا د برابر ہے
ضلع ک س کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ک ط کے اور زاویہ درمیانی
د ا ہ برابر ہے زاویہ درمیانی س ک ط کے تو قاعدہ د ہ برابر
ہوا قاعدہ س ط کے (ام ۴ س) پھر کیونکہ مثلث ک ط ل
مین ضلع ک ط برابر ہے ضلع ک ل کے عملاً تو زاویہ ک ط ل برابر
ہوا زاویہ ک ل ط کے (ام ۵ س) لیکن زاویہ ک ط ل بڑا ہے

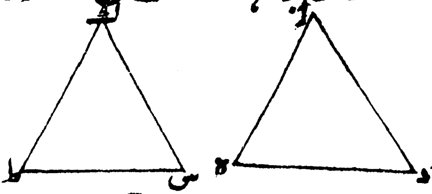
زاویہ س ط ل سے توزاویہ ک ل ط بھی بڑا ہے زاویہ س ط ل
سے تو کل زاویہ س ل ط بہت ہی بڑا ہو زاویہ س ط ل سے
پھر کیونکہ مثلث س ط ل مین زاویہ س ل ط بڑا ہے زاویہ س ط ل
سے تو ضلع س ط بڑا ہوا ضلع س ل سے (ام ۱۹ س) لیکن ضلع س ط
برابر ہے ضلع د ہ کے اسلیے ضلع د ہ بڑا ہوا ضلع س ل سے
یہی مطلوب تھا

سوال — اگر بڑے زاویہ کے کسی ضلع ا د یا ا ہ کے نقطہ ا پر
چھوٹے زاویہ کے برابر زاویہ بنایا جاوے تو تین مختلف حالت یہ
پیدا ہونگی یعنے خط ک ط مثلث د ا ہ کے اندر یا باہر یا قاعدہ
د ہ پر واقع ہوگا تینون طرح سے ثابت کرو

مسئلہ ۲۵ نظری

اگر ایک مثلث کے دو ضلع برابر ہون دوسری مثلث کے
دو ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے لیکن قاعدہ ایک مثلث کا
بڑا ہو دوسری مثلث کے قاعدے سے تو بڑی قاعدہ کے
مقابل کا زاویہ بڑا ہوگا چھوٹے قاعدہ کے مقابل کے زاویہ سے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا ہ د و ک ط س مین
ضلع اہ برابر ہے ضلع ک ط کے اور ضلع اد برابر ہے ضلع
ک س کے اور قاعدہ ہ د بڑا ہے قاعدہ ط س سے تو زاویہ
ہ ا د بڑا ہوگا
زاویہ ط ک س سے

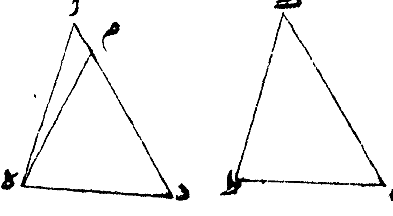


ثبوت — اگر زاویہ ہ ا د بڑا ہے زاویہ ط ک س سے
تو مطلب ثابت ہے ورنہ زاویہ ہ ا د زاویہ ط ک س کے
برابر ہوگا یا اوس سے چھوٹا ہوگا فرض کرو کہ زاویہ ہ ا د برابر ہے
زاویہ ط ک س کے تو قاعدہ ہ د برابر ہوگا قاعدہ ط س
کے (ام ٤ س) یہ خلاف دعوی ہے اور اگر زاویہ ہ ا د
چھوٹا ہے زاویہ ط ک س سے تو ضلع ہ د چھوٹا ہے ضلع ط س
سے (ام ٢٤ س) یہ بھی خلاف دعوے سے ہے جبکہ زاویہ ہ ا د
برابر و چھوٹا زاویہ ط ک س کے نہین ثابت ہوا تو ضرور بڑا ہے
اور یہی ثابت کرنا تھا

مسئلہ ۲۶ نظری

جبکہ ایک مثلث کے دو زاویہ اور ایک ضلع برابر ہون دوسرے
مثلث کے دو زاویہ اور ایک ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے
تو دونون مثلثون کے باقی ضلع اور زاویہ اپنی اپنی نظیر سے
برابر ہون گے اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ و ك س ط مین
زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ك س ط کے اور زاویہ ا ہ د برابر
ہے زاویہ ك ط س کے اور ایک ضلع بھی برابر ہے ایک ضلع کے تو
دونون مثلثون کے باقی ضلع اور زاویہ باہم برابر ہونگے اور مثلث
ا د ہ برابر ہوگا مثلث ك س ط کے پہلے فرض کرو کہ ضلع د ہ
برابر ہے ضلع
س ط کے

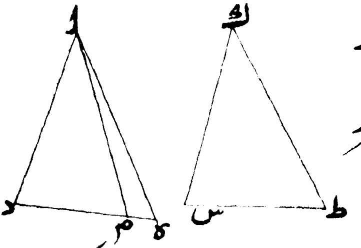


جو کہ دونون
زاویون کے ضلع متصلہ ہین

ثبوت — اگر ضلع ا د برابر ہے ضلع ك س کے تو مطلب ثابت

ہے ورنہ فرض کرو کہ ا د بڑا ہے ك س سے تو ا د سے حصہ
م د برابر ك س کے قطع کرو (ام ۳ مقالہ) اور ملاؤ م ہ کو تو دو
مثلث م د ہ و ك س ط مین ضلع م د برابر ہے ضلع ك س
کے عملاً اور ضلع د ہ برابر ہے ضلع س ط کے فرضاً اور زاویہ م د ہ
برابر ہے زاویہ ك س ط کے تو قاعدہ م ہ برابر ہوا قاعدہ ك ط
کے (ام ۴ مقالہ) اور زاویہ م ہ د برابر ہے زاویہ ك ط س
کے لیکن زاویہ ك ط س برابر ہے زاویہ ا ہ د کے اسلیے زاویہ
ا ہ د برابر ہوا زاویہ م ہ د کے (علوم متعارفہ ۱) یعنے جز برابر ہوا
کل کے یہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) تو ضلع ا د ضلع ك س
سے بڑا نہین اور ثابت ہو سکتا ہے کہ چھوٹا بھی نہین تو برابر ہے
جبکہ ضلع ا د برابر ضلع ك س کے اور ضلع د ہ برابر ہے ضلع
س ط کے اور زاویہ درمیانی ا د ہ بھی برابر ہے زاویہ درمیانی
ك س ط کے تو قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ ك ط کے
(ام ۴ مقالہ) اور زاویہ ہ ا د برابر ہے زاویہ ط ك س کے
اور مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ك س ط کے یہی ثابت کرنا تھا

دوسرے فرض کرو کہ مثلث ا د ہ و ك س ط مین زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ك س ط کے اور زاویہ ا ہ د برابر ہے زاویہ ك ط س کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ك س کے جو کہ برابر زاویہ کے مقابل کا ضلع ہے تو مثلث ا د ہ برابر ہوگا مثلث ك س ط کے اور باقی ضلع اور زاویہ اپنی اپنی نظیر سے برابر ہون گے



ثبوت ۔ اگر ضلع د ہ برابر ہے ضلع س ط کے تو مطلب ثابت ہے ورنہ فرض کرو کہ ضلع د ہ بڑا ہے ضلع س ط سے تو خط د ہ سے حصہ د م برابر خط س ط کے قطع کرو (ام ۳ س) اور ملاو ا م کو تو دو مثلث ا د م و ك س ط مین ضلع ا د برابر ہے ضلع ك س کے اور ضلع د م برابر ہے ضلع س ط کے اور زاویہ ا د م برابر ہے زاویہ ك س ط کے اسلیے قاعدہ ا م برابر ہے قاعدہ ك ط کے (ام ۴ س) تو مثلث ا د م و ك س ط برابر ہوے اور زاویہ ا م د برابر ہے زاویہ ك ط س کے لیکن زاویہ ك ط س برابر ہے

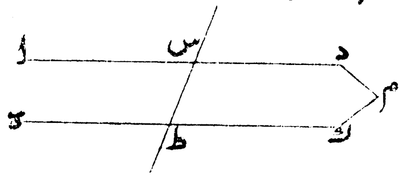
زاویہ ا ہ د کے دعوے سے اسلیے زاویہ ا ہ د برابر ہوا زاویہ ا م د
کے (علوم متعارفہ ۱) لیکن زاویہ خارجہ ا م د بڑا ہی زاویہ ا ہ د
سے یہ غیر ممکن ہے ایک چیز ایک ہی حالت مین برابر اور بڑی ہو تو
ضلع د ہ ضلع س ط سے بڑا نہین اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ ضلع
د ہ ضلع س ط سے چھوٹا بھی نہین ہے بلکہ برابر ہے پھر کیونکہ دو
مثلث ا د ہ و ک س ط مین ضلع ا د برابر ضلع ک س کے ہے
اور ضلع د ہ برابر ضلع س ط کے اور زاویہ ا د ہ برابر زاویہ
ک س ط کے ہے تو قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ ک ط کے اور مثلث
ا د ہ برابر ہے مثلث ک ط س کے اور باقی زاویہ د ا ہ برابر ہے
باقی زاویہ س ک ط کے (اکم ۴ س) اور یہی ثابت کرنا تھا
سوال مثلث متساوی الساقین مین اگر ایک خط زاویہ راس سے
قاعدے پر نکالا جاوے کہ قاعدہ کو نصف کرے تو زاویہ راس کو بھی
نصف کریگا اور اگر زاویہ راس کو نصف کرے تو قاعدہ کو بھی نصف کریگا اور عمود ہوگا

مسئلہ ۲ نظری

اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرے خط مستقیم کے گرنے سے

زاویہ متبادلہ برابر پیدا ہوں تو وہی دونوں خطوط متوازی ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خطوط ا د و ہ ک پر خط س ط
گرتا ہے اور زاویہ ا س ط برابر زاویہ متبادلہ س ط ک کے اور
زاویہ ط س د برابر ہے زاویہ متبادلہ س ط ہ کے تو خط ا د و
ہ ک متوازی ہیں



ثبوت — اگر خطوط
ا د و ہ ک متوازی نہیں تو بڑھانے سے نقاط د و ک یا نقاط
ا و ہ کے طرف کسی نقطہ پر ملجاوینگے فرض کرو کہ نقاط د و ک
کیطرف بڑھانے سے نقطہ م پر ملتے ہیں تو مثلث س م ط کا زاویہ
خارجہ ا س ط بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س ط م سے (ا م س ۱۶)
خلاف دعوی ہے کیونکہ زاویہ ا س ط و س ط م باہم برابر ہیں
تو خط ا د و ہ ک متوازی ہیں اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ نقاط ا
و ہ کے طرف بڑھانے سے نہ ملجاوینگے اور یہی ثابت کرنا تھا

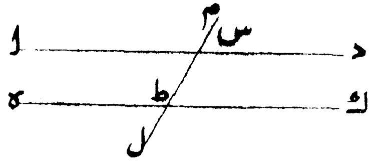
سوال اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم گرے اور خارجہ متبادلہ زاویہ
برابر ہوں تو وہی خطوط متوازی ہونگی شکل ۲۸ میں دیکھو کہ زاویہ ا س م

برابر ہے زاویہ ک ط ل کے تو خط ا د و ک ہ متوازی ہونگے

مسئلہ ۲ نظری

اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم گرے اور ایک جانب کا زاویہ خارجہ برابر ہو اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ سے یا ایک ہی طرف کے دو داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہوں تو وہی دونوں خطوط متوازی ہونگے

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ خطوط ا د و ہ ک پر خط م ل گرتا ہے اور زاویہ خارجہ م س د برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س ط ک کے تو خط ا د و ہ ک متوازی ہیں اور ایک طرف کے دو داخلہ زاویہ د س ط و س ط ک ملکر دو قائمہ کے برابر ہیں تو خطوط ا د و ہ ک متوازی ہیں



ثبوت — کیونکہ زاویہ م س د برابر ہے زاویہ ا س ط کے (ام ۱۵ س) لیکن زاویہ م س د برابر ہے زاویہ س ط ک کے فرضاً اسلیے زاویہ ا س ط برابر ہے زاویہ س ط ک کے

(علوم متعارفہ ۱) لیکن یہ زاویہ متبادلہ ہین اسلیے خط اد متوازی خط ہک کا ہے (ام ۲۷ س)

پہر کیونکہ زاویہ اس ط و طس د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۳۱ س) لیکن زاویہ دس ط و س طک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین فرضاً اسلیے زاویہ اس ط و طس د ملکر برابر ہین زاویہ دس ط و س طک کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۱) انمین سے مشترک زاویہ طس د کو طرح دو تو باقی زاویہ اس ط برابر ہے باقی زاویہ س طک کے لیکن یہ زاویہ متبادلہ ہین اسلیے خط اد متوازی خط ہک کا ہے (ام ۲۷ س) اور یہی ثابت کرنا تہا

مسئلہ ۲۹ نظری

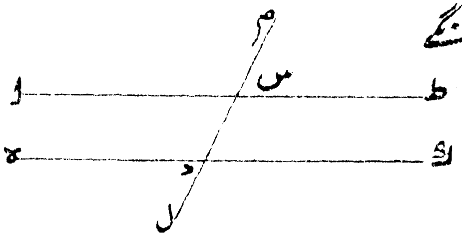
اگر دو خطوط متوازی پر تیسرا خط گرے تو زاویہ متبادلہ باہم برابر ہونگے اور زاویہ خارجہ اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ کے برابر ہوگا اور ایکطرف کے دو داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خطوط متوازی اط و ہک پر خط مل گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ امس د برابر ہے زاویہ ...

اورزاویہ خارجہ ص س ط برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س دک

کے اور ایک طرف کے دو زاویہ ط س د و س دک ملکر دو قائمہ کے

برابر ہونگے



ثبوت ۔ اگر زاویہ ا س د برابر نہین ہے زاویہ س دک کے

تو ایک اونمین بڑا ہوگا فرض کرو کہ زاویہ ا س د بڑا ہے زاویہ

س دک سے ان دونو نمین زاویہ د س ط کو جمع کرو تو زاویہ ا س د

و د س ط ملکر بڑے ہین زاویہ ط س د و س دک سے (علوم متعارفہ)

لیکن زاویہ ا س د و د س ط ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳ س)

اسلیے زاویہ ط س د و س دک دو قائمہ سے چھوٹے ہوے تو خطوط

ا ط و ہ ک نقاط ط و ک کیطرف بڑہانے سے ملجاوینگے

(علوم متعارفہ ۱۲) تو غیر متوازی ہوے یہ خلاف دعوی ہے اسلیے

زاویہ ا س د بڑا نہین زاویہ س دک سے بلکہ برابر ہے

پھر کیونکہ زاویہ ص س ط برابر ہے زاویہ ا س د کے (ام ۱۵ س)

لیکن ثابت ہوا کہ زاویہ اس د برابر ہے زاویہ س د ک
کے اسلیے زاویہ م س ط برابر ہے زاویہ س د ک کے
(علوم متعارفہ ۱)
پھر کیونکہ زاویہ اس د برابر ہے زاویہ س د ک کے
انہیں زاویہ ط س د کو جمع کرو تو زاویہ اس د و ط س د
ملکر برابر ہین زاویہ ط س د و س د ک کے (علوم متعارفہ ۲)
لیکن زاویہ اس د و ط س د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (اکلس)
اسلیے زاویہ ط س د و س د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہوے
اور یہی ثابت کرنا تھا ۔
سوال ۔ اگر ایک عمود دو خطوط متوازی مین سے ایک خط پر گرایا جاوے
تو بعد بڑہانیکے وہ دوسرے خط متوازی پر بہی عمود ہوگا

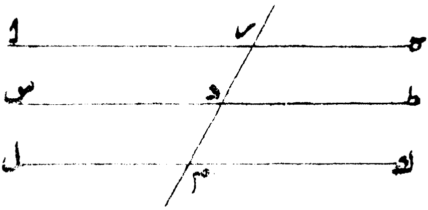
مسئلہ ۳۰ نظری

کئی خط جو ایک خط مستقیم کے متوازی ہین وہ باہم بہی متوازی ہونگے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ خطوط ا ہ و ل ک خط س ط
کے متوازی ہین تو ا ہ و ل ک باہم بہی متوازی ہون گے

فرض کرو کہ خط ب د م خطوط ا ہ و س ط و ل ك پر گرتا ہے

ثبوت - کیونکہ خطوط متوازی ا ہ و س ط پر خط ب د م



گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ ا ب د برابر ہے زاویہ ب د ط کے (ام ۲۹ س)

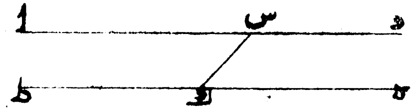
پھر کیونکہ خطوط متوازی س ط و ل ك پر خط ب د م گرتا ہے تو زاویہ خارجہ ب د ط برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ د م ك کے (ام ۲۹ س) لیکن ثابت ہوا کہ زاویہ ا ب د برابر ہے زاویہ ب د ط کے اسلیے زاویہ ا ب د برابر ہوا زاویہ ب م ك کی (علوم متعارفہ ۱) تو خطوط ا ہ و ل ك پر خط ب د م گرتا ہی اور زاویہ متبادلہ باہم برابر ہین اسلیے خطوط ا ہ و ل ك باہم متوازی ہین (ام ۲۷ س) اور یہی ثابت کرنا تھا

مسئلہ ۳۱ عملی

ایک نقطہ معین سی ایک خط مفروض کا ایک خط متوازی نکالنا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط مفروض **ط ہ** اور نقطۂ معین **س** ہے جس سے کہ خط **ط ہ** کا متوازی نکالنا ہے

عمل — خط **ط ہ** مین کوئی نقطۂ **ک** فرض کر کر **س ک** ملاؤ (اصول موضوعۂ ۱) اور خط **ک س** کے نقطہ **س** پر زاویہ **ک س ا** برابر زاویہ **س ک ہ** کے بناؤ (ام ۲۳ س) اور **ا س** کو **د** تک بڑہاؤ (اصول موضوعۂ ۲)



ثبوت — کیونکہ خطوط **ا د** و **ط ہ** پر خط **س ک** گرتا ہے اور زاویہ متبادلہ **ا س ک** و **س ک ہ** باہم برابر ہین عملاً اسیلیے خطوط **ا د** و **ط ہ** باہم متوازی ہین (ام ۲۷ س) اور یہی مطلوب تہا

سوال سب مثلثون مین سے جنکا زاویہ راس مشترک ہے اور جنکے قاعدہ ایک ہی نقطۂ مفروض پر گذرتے ہین سب سے چہوٹا وہ مثلث ہے جسکا قاعدہ نقطۂ مذکور پر نصف ہوتا ہے

مسئلہ ۳۲ نظری

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑہایا جاوے تو زاویہ خارجہ

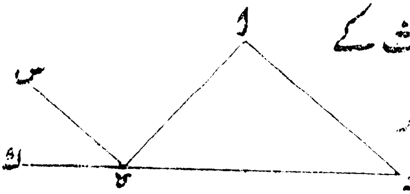
برابر ہوگا اپنے دونون داخلہ متقابلہ زاویون کے

اور مثلث کے تینون زاویہ ملکر برابر ہونگے دو قائمہ کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کا ضلع د ہ نقطہ

ک تک بڑہایا گیا تو زاویہ ا ہ ک برابر ہوگا زاویہ ہ ا د و ا د ہ

کے مجموعہ کے اور مثلث کے



تینون زاویہ ملکر برابر

دو قائمہ کے ہونگے

نقطہ ہ سے ہ س متوازی خط ا د کا نکالو

(ام ۳۱ س)

ثبوت — کیونکہ خطوط متوازی س ہ و ا د پر خط ا ہ گرتا

ہے اسلیے زاویہ متبادلہ د ا ہ و ا ہ س باہم برابر ہین پھر اونھین

خطوط متوازی سے خط د ہ ک ملتا ہے تو زاویہ خارجہ ک ہ س

برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ا د ہ کے (ام ۲۹ س) اور

پہلے ثابت ہوا کہ زاویہ س ہ ا برابر ہے زاویہ ہ ا د کے اسلیے

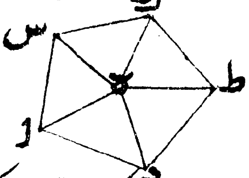
کل زاویہ ا ہ ک برابر ہے دو زاویہ ہ ا د و ا د ہ کے (علوم متعارفہ ۲)

پھر کیونکہ زاویہ ا ہ ک برابر ہے دو زاویہ ہ ا د و ا د ہ کے
انہین زاویہ ا ہ د کو جمع کرو تو دو زاویہ ک ہ ا و ا ہ د ملکر برابر
ہین تین زاویہ ہ ا د و د ہ ا و ا د ہ کی مجموعہ کی (علوم متعارفہ ۲)
لیکن زاویہ ک ہ ا و ا ہ د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین
(ام ۳ ل س) یعنی زاویہ ا ہ د و ہ د ا و د ا ہ ملکر برابر
دو قائمہ کے ہین اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ا — شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سب اندرونی زاویہ اور
چار قائمہ ملکر برابر اتنے قائمہ کے ہوتے ہین جو کہ شمار مین تعداد کل
اضلاع سے دو چند ہون

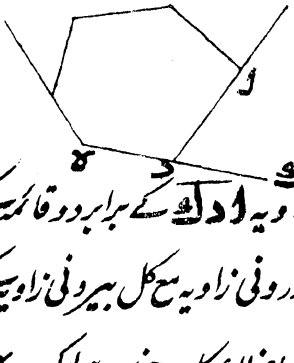
ثبوت — فرض کرو کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ا د ط ک س ہے
اور اسکے اندر ایک نقطہ ہ فرض کرکے خطوط ہ ا و ہ د و ہ ط و
ہ ک و ہ س شکل کے ہر ایک زاویہ مین ملا کر تو اتنے مثلث پیدا
ہوے جتنے کہ اضلاع شکل مذکور مین ہین اور ہر ایک مثلث کی تینون
زاویہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو کل مثلث کے زاویہ ملکر اتنے قائمہ
ہوے جو کہ تعداد اضلاع سے دو چند ہین اور کل مثلثون مین زاویہ

شکل مذکور اور نقطہ ہ کے شامل ہین لیکن نقطہ ہ پر کُل زاویہ چار قائمہ کے برابر ہین (نتیجہ ۱ ام ۱۵ س) تو شکل کے سب زاویہ اور چار قائمہ ملکر برابر اتنے قائمہ کے ہوے جو کہ تعداد اضلاع سے دوچند ہین



نتیجہ ۱۔ تمام اشکال ذوارْبعۃ الاضلاع کے سب زاویہ داخلہ ملکر چار قائمہ کے برابر ہوتے ہین

نتیجہ ۲۔ شکل مستقیم الاضلاع کے سب زاویہ خارجہ ملکر چار قائمہ کے برابر ہوتے ہین



ثبوت۔ کیونکہ

زاویہ داخلہ ا د ہ مع خارجہ زاویہ ا د ک کے برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳ س) اسلیے سب اندرونی زاویہ مع کل بیرونی زاویہ کے اتنے قائمہ ہونگے جتنا کہ تعداد اضلاع کا دوچند ہے لیکن پہلے ثابت ہوا کہ سب اندرونی زاویہ اور چار قائمہ ملکر برابر اتنے قائمہ کے ہوتے ہین جتنا کہ تعداد اضلاع کا دوچند ہے اسلیے سب بیرونی زاویہ برابر چار قائمہ کے ہین —

نتیجہ ۳ — ہر ایک مثلث کا ہر ایک زاویہ برابر ہے تفاوت باقی دو زاویہ کے مجموعہ اور دو قائمہ کے

نتیجہ ۴ — اگر ایک مثلث کے دو زاویہ برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو زاویہ کے تو ایک مثلث کا باقی زاویہ بھی دوسرے مثلث کے باقی زاویہ کے برابر ہوگا

نتیجہ ۵ — مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک زاویہ برابر ہے ایک ثلث دو قائمہ کے اور دو ثلث ایک قائمہ کے اسی سے زاویہ قائمہ کی تثلیث ہو سکتی ہے

نتیجہ ۶ — اگر مثلث کا ایک زاویہ قائمہ ہے تو باقی دو زاویہ ملکر برابر ایک قائمہ کے ہونگے

نتیجہ ۷ — اگر مثلث کا ایک زاویہ برابر ہو باقی دو زاویوں کے مجموعہ کے تو وہ زاویہ قائمہ ہے

نتیجہ ۸ — اگر مثلث کا ایک زاویہ باقی دو زاویوں کے مجموعہ سے بڑا ہو تو وہ زاویہ منفرجہ ہے اور اگر چھوٹا ہو تو وہ زاویہ حادہ ہے

نتیجہ ۹ — مثلث متساوی الساقین قائمہ الزاویہ میں [illegible]

زاویہ برابر نصف قائمہ کے ہوتا ہے

سوال ۱۱ ایک مستقیم خط کو تین برابر حصون مین تقسیم کرو

مسئلہ ۳۳ نظری

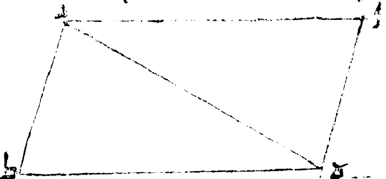
دو خطوط متوازی و متساوی کے اطراف مین

جو خطوط ملا دینگے وہ بھی متوازی و متساوی ہونگے

[illegible] فرض کرو کہ خطوط متوازی اور متساوی ا د و

[illegible] اف مین خطوط ا ہ [illegible] د ط ملا دیے گئے تو

[illegible] بھی باہم متوازی اور متساوی ہونگے تا وہ [illegible]



ثبوت [illegible]

[illegible] د ہ ط

[illegible] د ہ ملتا ہے اسلیے زاویہ ا د ہ برابر ہے متبادلہ زاویہ

د ہ ط کے (ام ۲۹ س)

پھر کیونکہ مثلث ا د ہ و ط ہ د مین ضلع ا د برابر ہے ضلع ہ ط کے

اور د ہ دونون مثلثون مین مشترک ہے اور زاویہ ا د ہ بھی

برابر ہے زاویہ د ہ ط کے اسلیے قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ

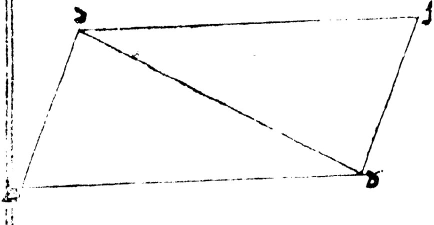
د ط کے (ام شکل) اور مثلث ا د ہ برابر ہی مثلث ط ہ د کے اور باقی زاویہ اپنی اپنی نظیر سے برابر ہین اسلیے زاویہ ا ہ د برابر ہے زاویہ ہ د ط کے

پھر کیونکہ خطوط د ط ، ا ہ پر خط د ہ گرتا ہے اور زاویہ تبادلہ ا ہ د ، ہ د ط باہم برابر ہین تو خط ا ہ متوازی ہے خط د ط کا (ام شکل) اور برابر بھی ثابت ہوا پس یہی ثابت کرنا تھا

مسئلہ ۳۴ نظری

سطح متوازی الاضلاع مین مقابل کے ضلع اور زاویہ برابر ہوتے ہین اور وتر سطح مذکور کو نصف کرتا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ ایک سطح متوازی الاضلاع ا ہ ط د ہے جسکا وتر د ہ ہے تو ضلع اور زاویہ مقابل کے برابر ہون گے اور وتر د ہ سطح کو نصف کرے گا —



ثبوت — کیونکہ خطوط متوازی ا د ، ہ ط پر خط د ہ گرتا ہے اسلیے زاویہ ا د ہ برابر

زاویہ متبادلہ د ہ ط کے (ام ۲۹ شکل) اور اسیطرح خطوط متوازی ا ہ و د ط پر خط د ہ گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ ا ہ د و ہ د ط باہم برابر ہین تو دو مثلث ا د ہ و د ہ ط مین زاویہ ا د ہ اور ا ہ د برابر ہین زاویہ د ہ ط و ہ د ط کے اپنی اپنی نظیر سے اور ضلع د ہ دونون مین مشترک ہے اسلیے تیسرا زاویہ د ا ہ برابر ہے تیسرے زاویہ د ط ہ کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ہ ط کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع د ط کے (ام ۲۶ شکل) اور کیونکہ زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ د ہ ط کے اور زاویہ ا ہ د برابر ہے زاویہ ہ د ط کے تو کل زاویہ ا د ط برابر ہے کل زاویہ ا ہ ط کے (علوم متعارفہ ۲) اور ثابت ہوا کہ زاویہ د ا ہ برابر ہے زاویہ د ط ہ کے اسلیے مقابل کے ضلع و زاویہ سطوح متوازی الاضلاع کے برابر ہین

پھر کیونکہ مثلث ا د ہ و ط ہ د مین ضلع ا د برابر ہے ضلع ط ہ کے اور ضلع ہ د دونون مین مشترک ہے اور زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ط ہ د کے اسلیے مثلث ا د ہ برابر ہوا مثلث ط ہ د کے

تو و ترہ د سے سطح متوازی الاضلاع ا د ط ہ نصف ہوسے
اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ۱۔ اگر سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو تو سب
زاویہ قائمہ ہون گے

نتیجہ ۲۔ اگر سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ برابر ہو اپنے
متصلہ زاویہ کے تو وہ سطح قائمہ الزاویہ ہے

نتیجہ ۳۔ اگر سطوح متوازی الاضلاع کے دو ضلع اور ایک
زاویہ جو کہ اونہین ضلعون سے بنتا ہے برابر ہون تو وے سطوح
باہم برابر ہون گے

نتیجہ ۴۔ سطح متوازی الاضلاع کے دو متصلہ زاویہ ہر ایک
بہ نسبت ایک دوسرے کے تمامی دو قائمہ کے ہین

نتیجہ ۵۔ اگر سطوح متوازی الاضلاع کے ایک ایک زاویہ باہم
برابر ہون تو وے سطوح متساوی الزاویہ ہین

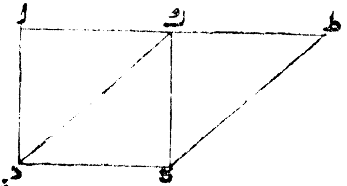
سوال اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے متقابل ضلع یا زاویہ باہم برابر ہون
تو وہ متوازی الاضلاع ہو گی

مسئلہ ۳۵ نظری

سطوح متوازی الاضلاع جو کہ ایک ہی قاعدہ پر درمیان دو خطوط متوازی کے ہیں باہم برابر ہوں گے

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ سطوح متوازی الاضلاع ا د ہ ك و ك د ہ ط ایک ہی قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی ا ط و د ہ کے ہیں تو باہم برابر ہیں

پہلے فرض کرو کہ خطوط ا ك و ط ك جو کہ مقابل قاعدہ د ہ کو ہیں ایک ہی نقطہ ك پہ ملتے ہیں



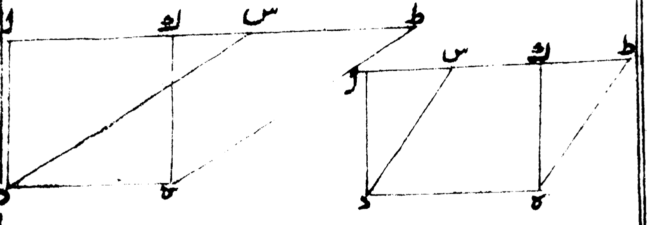
ثبوت — کیونکہ ہر ایک سطح متوازی الاضلاع دو چند ہے مثلث ك ہ د سے (ام ۳۴ س) اسلیے سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ك برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ك د ہ ط کے (علوم متعارفہ)

اگر خطوط ا ك و س ط ایک نقطہ ك پر نہ ملیں تو سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ك میں ضلع ا ك برابر ہے ضلع د ہ کے (ام ۳۴ س) اسیطرح سطح متوازی الاضلاع س د ہ ط میں ضلع

د ہ برابر ہے ضلع س ط کے تو خط ا ك برابر ہوا خط س ط کو (علوم متعارفہ) اور حصہ س ك مشترک ہے اسلیے تمام یا باقی

ا س برابر ہے تمام یا باقی ك ط کے (علوم متعارفہ ۲ و ۳)

پھر کیونکہ مثلث س ا د و ط ك ہ مین ضلع ا س برابر ہے



ضلع ك ط کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ك ہ کو (ا م ۳۴ س)

اور زاویہ خارجہ ط ك ہ برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ

س ا د کے (ام ۲۹ س) اسلیے قاعدہ س د برابر ہے

قاعدہ ط ہ کے (ام ۴ س) اور مثلث س ا د برابر ہے مثلث

ط ك ہ کے شکل منحرف ا د ہ ط سے مثلث ط ك ہ نکالو اور

اوسی شکل سے مثلث س ا د نکالو تو باقی بھی برابر ہوگا (علوم متعارفہ ۳)

یعنے سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ك برابر ہے سطح متوازی الاضلاع س د ہ ط

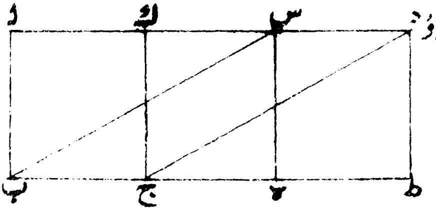
کے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال مساوی سطوح متوازی الاضلاع ایک ہی قاعدہ پر اور
اوسکے ایک ہی طرف درمیان خطوط متوازی کے ہونگے

مسئلہ ۳۶ نظری

سطوح متوازی الاضلاع جو کہ برابر قاعدون پر درمیان
خطوط متوازی کے ہین باہم برابر ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ سطوح متوازی الاضلاع
ا ب ج ک و س د ہ ط برابر قاعدون ب ج و ہ ط پر
درمیان خطوط متوازی ا د و ب ط کے ہین تو باہم برابر ہین



ب س اور ج د کو ملاؤ
ثبوت — کیونکہ
خط ب ج برابر
ہے خط ہ ط کے اور خط ہ ط برابر ہے خط س د کے (اصل مسئلہ)
تو خط ب ج برابر ہوا خط س د کے (علوم متعارفہ) چونکہ یہ
خطوط متوازی اور متساوی ہین اسلیے خطوط س ب و د ج جو کہ
اونکے اطراف مین واصل ہین باہم متوازی اور متساوی ہین اسلیے

سطح س د ج ب متوازی الاضلاع ہے (حسب المدعا) اور سطح
متوازی الاضلاع ا ک ج ب و ب س د ج ایک ہی قاعدہ
ب ج پر درمیان خطوط متوازی ب ج و ا د کے ہین اسلیے
باہم برابر ہین (ام ۳۵ س) اسیطرح سطح متوازی الاضلاع س ب ج د
و س د ط ہ باہم برابر ہین اسلیے سطح متوازی الاضلاع ا ب ج ک
برابر ہے سطح متوازی الاضلاع س ہ ط د کے (علوم متعارفہ مسلمہ)
اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال اگر قاعدہ کسی سطح متوازی الاضلاع کا برابر ہو نصف مجموعہ
خطوط متوازی کسی منحرف مساوی العمود کے اور درمیان خطوط
متوازی کے ہون تو سطح متوازی الاضلاع برابر منحرف متساوی العمود کے ہوگی

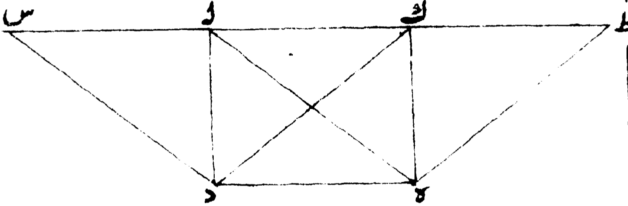
مسئلہ ۳ نظری

ایک ہی قاعدہ پر درمیان خطوط متوازی کے
جتنے مثلث واقع ہون گے باہم برابر ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ و ک د ہ ایک ہی
قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی ا ک و ہ د کے واقع ہین

تو مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ك د ہ کے

ا ك کو دونوں طرف بڑھا کر نقطہ د سے د س متوازی ا ہ کا اور نقطہ ہ سے ہ ط متوازی د ك کا نکالو (ام ۳۱ س)



ثبوت — کیونکہ سطوح متوازی الاضلاع ا ہ د س ك ط ہ د ایک ہی قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی د ہ و س ط کے ہیں اسلیے باہم برابر ہیں لیکن مثلث ا ہ د نصف ہے سطح متوازی الاضلاع ا ہ د س کا کیونکہ وتر ا د نصف کرتا ہے (ام ۳۴ س) اور اسیطرح مثلث ك ہ د نصف ہے سطح متوازی الاضلاع ط ہ د ك کا اسلیے مثلث ا ہ د برابر ہے مثلث ك ہ د کے (علوم متعارفہ) اور یہی ثابت کرنا تھا

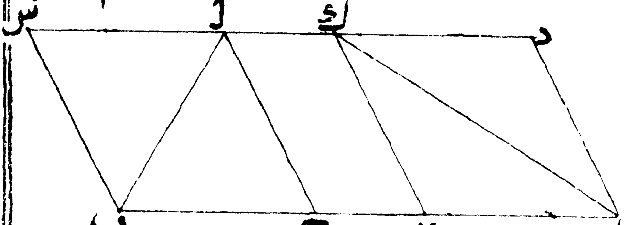
سوال — برابر ایک سطح مستقیمہ الاضلاع کے ایک مثلث بناؤ

مسئلہ ۳۸ نظری

جو مثلث کہ مساوی قاعدون پر درمیان
خطوط متوازی کی واقع ہونگے وے باہم برابر ہین

دعویٰ خاص — فرض کرو کہ مثلث ا ب ج و ک ہ ط برابر قاعدون ب ج و ہ ط پر درمیان خطوط متوازی ب ط و ا ک کے واقع ہین تو باہم برابر ہون گے

خط ا ک کو دونون طرف بڑھا کر نقطہ ب سے ب س متوازی ا ج کا اور نقطہ ط سے د ط متوازی ک ہ کا نکالو (ام ۳۱س)



ثبوت — کیونکہ سطوح متوازی الاضلاع ا ج ب س اور ک ہ ط د مساوی قاعدہ ب ج و ہ ط پر اور درمیان خطوط متوازی ب ط و س د کے واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین (ام ۳۶س) لیکن سطح متوازی الاضلاع ا ج ب س کو وتر

د ب نصف کرتا ہے اسواسطے مثلث ا ج ب نصف ہے

سطح مذکور کا (ام ۳۴ کس) اور اسیطرح مثلث ک ہ ط نصف

ہے سطح متوازی الاضلاع ک د ط ہ کا تو مثلث ا ج ب برابر

ہوا مثلث ک ہ ط کے (علوم متعارف ۶) اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ۱ — اگر مثلث کے کسی زاویہ سے ایک خط مقابل کے

ضلع پر کھینچا جاوے اور اوس ضلع کو نصف کرے تو وہ خط مثلث

کو بھی نصف کریگا

نتیجہ۲ — اگر دو مثلث کے دو دو ضلع اپنی اپنی نظیر سے

برابر ہوں اور دونوں کا زاویہ درمیانی ملکر برابر ہو دو قائمہ کے

تو دونے مثلث باہم برابر ہونگے

سوال ایک مثلث کے ایک ضلع پر ایک نقطہ مفروض ہے

اوس سے ایک ایسا خط نکالو کہ اوس خط سے مثلث مذکور دو

برابر حصوں پر منقسم ہو

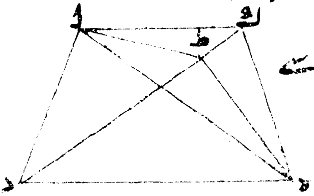
مسئلہ ۳۹ نظری

برابر مثلث ایک ہی قاعدہ پر اور اوسکے ایک ہی جانب

واقع ہون تو وے درمیان خطوط متوازی کے ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث مساوی ا د ہ و ک د ہ ایک ہی قاعدہ د ہ پر اور اوسکے ایک ہی جانب واقع ہین تو درمیان خطوط متوازی کے ہون گے

ملاؤ ا ک کو تو ا ک متوازی د ہ کا ہے اگر نہین تو نقطہ ا سے ا ط متوازی د ہ کا نکالو جو کہ خط د ک سے نقطہ ط پر ملتا ہی ملاؤ ط ہ کو



ثبوت — کیونکہ ایک ہی قاعدہ د ہ پر اور درمیان خطوط متوازی د ہ و ا ط کے دو مثلث ا ہ د و ط ہ د واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین (ام ۳۷س) لیکن مثلث ک ہ د برابر ہے مثلث ا ہ د کے فرضا اسلیے مثلث ک ہ د برابر ہوا مثلث ط ہ د کے (علوم متعارفہ ا) یعنی جزو برابر ہوا کل کے یہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سوای خط ا ک کے اور کوئی خط جو نقطہ ا سے گذرے خط د ہ کا متوازی نہین ہے تو ا ک متوازی د ہ کا ہوا اور یہی ثابت کرنا تھا

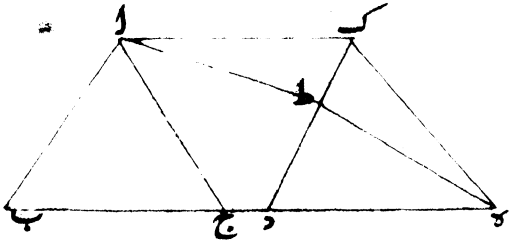
سوال اگر ایک مثلث کے دو ضلع کو نصف کرکے نقاط تنصیف میں جو خط ملایا جاویگا وہ قاعدہ کا نصف اور متوازی ہوگا

مسئلہ ۴۰ نظری

برابر مثلث برابر قاعدون پر اور سکے ایک ہی طرف واقع ہون تو وہی درمیان خطوط متوازیکے ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث مساوی ا ب ج و ك د ه جو کہ برابر قاعدہ ب ج و د ه پر اور سکے ایک ہی طرف واقع ہین درمیان خطوط متوازی کے ہون گے

قاعدہ د ه د ب ج کو ایک خط مستقیم مین رکھو اور ا ك کو ملاؤ تو ا ك متوازی ب ه کا ہے اگر نہین تو نقطہ ا سے ا ط متوازی ب ه کا نکالو جو کہ خط ك د سے نقطہ ط پر ملتا ہے ملاؤ ط ه کو



ثبوت — کیونکہ دو مثلث ا ج ب و ط ه د برابر قاعدہ

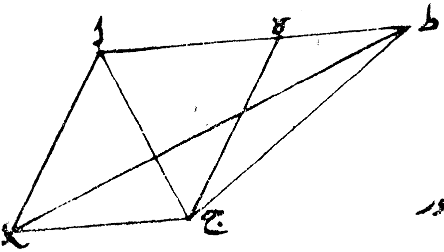
د ہ و ب ج پر اور درمیان خطوط متوازی ا ط و
ب ہ کے واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین (۳۵ شکل) لیکن
مثلث ا ی د برابر ہے مثلث ا ج ب کے نصف اسلیے
مثلث ا د ہ برابر ہوا مثلث ط ہ د کے (علوم متعارفہ)
یعنی جز مساوی ہوا کل کے جو کہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ)
اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سوا خط ا ی کے اور کوئی خط نہین
کہ نقطہ ا سے نکلے اور قاعدہ ب ہ کا متوازی ہو تو خط ا ی
متوازی ب ہ کا ہوا اور یہی ثابت کرنا تھا

مسئلہ ۴۱ نظری

اگر ایک سطح متوازی الاضلاع اور ایک مثلث ایک ہی
قاعدہ پر درمیان خطوط متوازی کے واقع ہون
تو سطح متوازی الاضلاع مثلث سے دوچند ہوگی

دعوی تمہارا ہے — فرض کرو کہ سطح متوازی الاضلاع ا ب ج ہ
اور مثلث ب ج ط ایک ہی قاعدہ ب ج پر درمیان
خطوط متوازی ب ج اور ا ط کے واقع ہین تو سطح متوازی الاضلاع

مثلث سے دو چند ہوگی



ملاو اج کو

ثبوت۔ کیونکہ

مثلث ابج اور

طبج ایک ہی قاعدہ بج پر درمیان خطوط متوازی
بج اور اط کے ہین اسلیے مثلث ابج برابر ہے
مثلث طبج کے (ام ۳۷س) لیکن سطح متوازی الاضلاع
ابجه دو چند ہے مثلث ابج سے کیونکہ وتر اج
سطح مذکور کو نصف کرتا ہے (ام ۳۴س) اسلیے سطح متوازی الاضلاع
ابجه مثلث طبج سے دو چند ہوئی یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ۔ ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث کے ہے جبکہ
مثلث کا قاعدہ دو چند ہو سطح متوازی الاضلاع کے قاعدہ سے اور
دونون درمیان خطوط متوازی کے ہون

سوال سطح متوازی الاضلاع مین کوئی نقطہ فرض کرکے اوس سے
خطوط مقابل زاویون تک ملاے جاوے تو مقابل کے دو مثلث ملکر

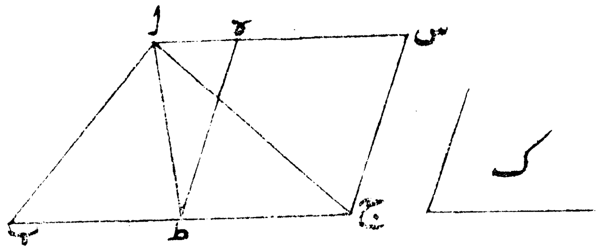
نصف ہونگے سطح متوازی الاضلاع سے

مسئلہ ۴۲ عملی

ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث مفروض کے بنانا ہے جسکا کہ ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث ا ب ج کے بنانا ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو زاویہ مفروض ك کے

عمل۔ قاعدہ ب ج کو نقطہ ط پر نصف کرو (ام ۱۰ س) اور ملاؤ ا ط کو خط ج ط کے نقطہ ط پر زاویہ ج ط ہ برابر زاویہ ك کے بناؤ (ام ۲۳ س) اور نقطہ ج سے ج س متوازی ط ہ کا نکالو (ام ۳۱ س) اسیطرح نقطہ ا سے ا س متوازی ب ط ج کا نکالو جو کہ خطوط ط ہ و ج س سے نقاط ہ و س پر ملتا ہے تو عمل موافق دعوی کے ہوا کہ سطح متوازی الاضلاع ہ ط ج س برابر مثلث ا ب ج کے بنے جسکا زاویہ ہ ط ج برابر ہے زاویہ ك کے



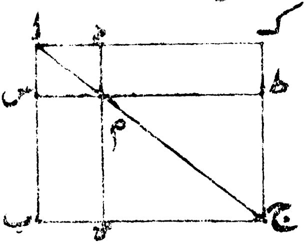
ثبوت - کیونکہ دو مثلث اج ط و اط ب برابر قاعدہ
ج ط و ط ب پر درمیان خطوط متوازی اس و ب ج
کے ہیں اسلیے باہم برابر ہیں (اکم ۳۸ شکل) تو کل مثلث ا ب ج
دوچند ہے مثلث اج ط سے لیکن شکل متوازی الاضلاع
ہ ط ج س بھی دوچند ہے مثلث اج ط سے کیونکہ یہ
قاعدہ ط ج پر درمیان خطوط متوازی ط ج و اس کے ہیں
(اکم ۴۱ شکل) اسلیے مثلث ا ب ج برابر ہے سطح متوازی الاضلاع
ہ ط ج س کے (علوم متعارفہ ۶) جسکا زاویہ ہ ط ج
برابر ہے زاویہ ک کے اور یہی مطلوب تھا

سوال - ایک مثلث برابر ایک سطح متوازی الاضلاع کے بناؤ جسکا
ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

مسئلہ ۳۴ نظری

متمم سطوح متوازی الاضلاع باہم برابر ہوتے ہیں

دعوی خاص — فرض کرو کہ سطح متوازی الاضلاع
ا ب ج ک میں متمم
ک م برابر ہے متمم
م ب کے



ثبوت — کیونکہ سطح متوازی الاضلاع ا ک ج ب کو وتر
ا ج نصف کرتا ہے اسلیے مثلث ا ب ج برابر ہے
مثلث ا ک ج کے (م ۳۴ عکس) اسیطرح مثلث م ہ ج
برابر ہے مثلث م ط ج کے اور مثلث ا د م برابر ہے
مثلث ا س م کے تو مثلث ا د م و م ط ج ملکر
برابر ہوے مثلث ا س م و م ہ ج کے مجموعہ سے
(علوم متعارفہ ۲) لیکن یہ ثابت ہوا کہ کل مثلث ا ب ج
برابر ہے کل مثلث ا ک ج کے اسلیے باقی متمم ب م برابر ہے
باقی متمم ک م کے (علوم متعارفہ ۳) اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ۱ — ایک سطح متوازی الاضلاع مین گرد وتر کے جو سطح متوازی الاضلاع واقع ہون اور دونون متمم ہ چارون سطوح آپسمین متساوی الزاویہ ہین اور کل سطح کے ساتہ بھی متساوی الزاویہ ہین

نتیجہ ۲ — اگر سطح متوازی الاضلاع کے وتر مین ایک نقطہ فرض کرکے خطوط متوازی اضلاع سطح متوازی الاضلاع کے نکالے جاوین تو ان خطوط سے جو کل سطح متوازی الاضلاع منقسم ہون گے اوسمین بڑا حصہ برابر ہوگا بڑی حصے کے اور چہوٹا برابر ہوگا چہوٹے کے

سوال — اگر خطوط س د و ب ک و ہ ط وصل کیے جاوین تو ثابت کرو کہ یہ تینون وتر باہم متوازی ہین

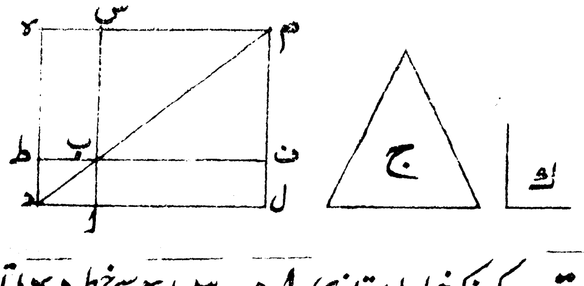
مسئلہ ۴۴ عملی

ایک خط مفروض پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث کے بنانا منظور ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط مفروض ا ب پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث ج کے بنانا منظور ہے جسکا ایک زاویہ

برابر ہو زاویہ مفروض ك کے

عمل — ایک سطح متوازی الاضلاع س ہ ط ب برابر مثلث ج کے سطح بناؤ جسکا ایک زاویہ س ب ط برابر ہو زاویہ ك کے (ام ۲۳ س) اور خط ب س و ا ب ایک سیدھ میں ہون اور خط ہ ط کو د تک بڑہا کر نقطہ ا سے خط ا د متوازی ب ط یا س ہ کا نکالو (ام ۳۱ س) اور ملاؤ د ب کو



ثبوت — کیونکہ خطوط متوازی ا د و س ہ سے خط د ہ ملتا ہے اسلیے زاویہ ا د ہ و د ہ س ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ س) تو زاویہ ب د ہ و د ہ س ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہوے اسلیے خط د ب و ہ س بڑہانے سے کسی نقطہ پر ملجاوینگے (علوم متعارفہ ۱۲) فرض کرو کہ نقطہ م پر

ملتے ہیں اور نقطہ م سے م ل متوازی س ا یا ہ د کا
کھینچو اور بڑھاؤ د ا و ط ب کو کہ خط م ل سے نقطہ ل و ف
پر ملاقی ہوں

پھر کیونکہ سطح متوازی الاضلاع د ہ م ل میں مثلث م ہ د کا نصف برابر
ہے مثلث م ب ل کے (اقلیدس) لیکن سطح د ہ ب برابر ہے مثلث
ج کے اس لیے سطح ب ل بھی برابر ہے مثلث ج کے
(علوم متعارفہ ۱) اور زاویہ ا ب ط برابر ہے زاویہ
ا ب ف کے (اقلیدس) لیکن زاویہ ا ب ط برابر
ہے زاویہ ک ہ کے اس لیے زاویہ ا ب ف بھی برابر ہے
زاویہ ک ہ کے (علوم متعارفہ ۱) پس خط مفروض ا ب پر
سطح متوازی الاضلاع ب ف ل ا برابر مثلث ج کے بنی
جس کا ایک زاویہ ا ب ف برابر ہے زاویہ مفروض ک ہ کے
اور یہی مطلوب تھا۔

نتیجہ — اس سے ثابت ہوتا ہے کہ اس طرح ایک خط مستقیم پر
ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث کے بنا سکتے ہیں

سوال ۔ ایک خط مستقیم پہ ایک مثلث برابر ایک سطح متوازی الاضلاع کے بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض سے

مسئلہ ۴۵ عملی

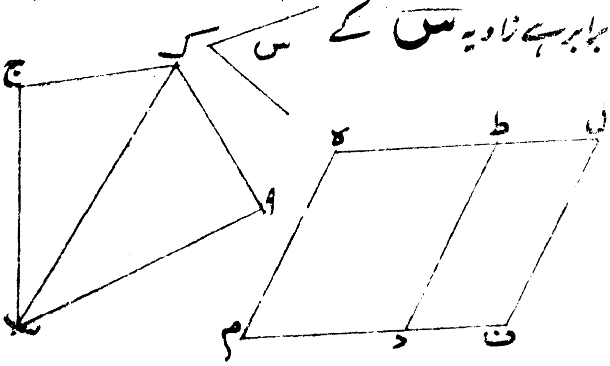
ایک سطح مستقیمہ الاضلاع مفروض کے برابر
ایک سطح متوازی الاضلاع بنانا ہے جسکا
ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ اب ج ک سطح مستقیمہ الاضلاع ہے جسکے برابر ایک سطح متوازی الاضلاع بنانا ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو زاویہ مفروض س کے

عمل ۔ ملاؤ ک ب کو اور ایک سطح متوازی الاضلاع ہ م د ط برابر مثلث اک ب کے بناؤ جسکا زاویہ ہ م د برابر ہو زاویہ س کے (ام ۴۲ س) اور خط ط د پر سطح متوازی الاضلاع ط د ف ل برابر مثلث ک ب ج کے بناؤ جسکا زاویہ ط د ف برابر ہو زاویہ س کے (ام ۴۴ س)

تو سطح متوازی الاضلاع ہ م ف ل برابر سطح

مستقیمۃ الاضلاع ا ب ج ک کے بنے جسکا زاویہ ہ م ف
برابر ہے زاویہ س کے



ثبوت — کیونکہ زاویہ س برابر ہے ہر ایک زاویہ ہ م د اور
ط د ف کے اسلیے زاویہ ہ م د برابر ہے زاویہ ط د ف کے
(علوم متعارفہ) ان مساویون مین زاویہ ط د م کو جمع کرو
تو زاویہ ہ م د و ط د م ملکر برابر ہوے زاویہ ط د م و
ط د ف کے مجموعہ کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن زاویہ ط د م
و ہ م د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ س) اسلیے زاویہ
ط د ف و ط د م بھی ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو خط
ط د کے نقطہ د پر دو خط ف د و م د کے ملنے سے
دو زاویہ ملکر برابر دو قائمہ کے پیدا ہوتے ہین اسلیے خط ف د

و م د ایک خط مستقیم ہین (ام شکلس)
پھر کیونکہ خطوط متوازی م ف و ہ ط پر خط ط د گرتا ہے اسلیے
زاویہ متبادلہ ف د ط و د ط ہ باہم برابر ہین ان دونون مساویون مین
زاویہ د ط ل کو جمع کرو تو زاویہ د ط ہ و د ط ل ملکر برابر ہونگے
زاویہ ل ط د و ط د ف کے مجموعہ کے (علوم متعارفہ
لیکن زاویہ ل ط د و ط د ف ملکر برابر دو قائمہ کے ہین اسلیے
زاویہ ل ط د و د ط ہ بھی برابر دو قائمہ کے ہین تو خط ل ط
و ط ہ ایک خط مستقیم ہین (ام شکلس) اور کیونکہ خطوط
ہ م و ل ف متوازی خط ط د کے ہین اسلیے باہم بھی
متوازی ہین (ام شس) اور ہ ل متوازی م ف کا ہے
تو سطح ہ ل ف م متوازی الاضلاع ہے (حد) اور مثلث
ا ب ك برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ہ ط د م کے اور
مثلث ك ب ج برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ط ل ف د
کے اسلیے کل شکل مستقیمۃ الاضلاع ا ب ج ك برابر ہے
کل سطح متوازی الاضلاع ہ م ف ل کے جسکا زاویہ ہ م ف

برابر ہے زاویہ مفروض س ک کے یہی مطلوب تھا

نتیجہ — اس سے یہ ظاہر ہے کہ خط مفروض پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے بنا سکتے ہین جسکا ایک زاویہ برابر ہے ایک زاویہ مفروض کے کیونکہ ایک خط پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث ا ب ک کے بن سکتی ہی جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

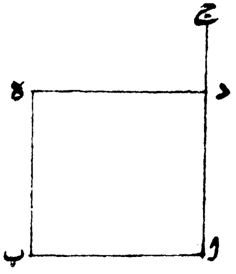
سوال — ایک شکل چہ ضلع کی برابر ایک سطح متوازی الاضلاع بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویۂ مفروض کے

مسئلہ ۴۶ عملی

چاہتے ہین کہ ایک خط مفروض پر ایک مربع بناوین

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ا ب پر مربع بنانا ہی

عمل — خط ا ب کے نقطہ ا سے ا ج عمود نکالو (ام ۱۱ س) اور ا د برابر ا ب کے قطع کرو (ام ۳ س) اور نقطہ د سے د ہ متوازی ا ب کا اور نقطہ ب سے ب ہ متوازی ا د کا نکالو (ام ۳۱ س) تو عمل موافق دعوے کے ہوا یعنے خط ا ب پر مربع ا د ہ ب بنا



ثبوت - کیونکہ سطح
متوازی الاضلاع
ا د ہ ب مین
ضلع ا ب برابر
ضلع د ہ کے ہے اور ضلع ب ہ برابر ہے ضلع ا د کے
(ام ۳۴ س) لیکن ضلع ا د برابر ہے ضلع ا ب کے عملاً تو
چارون خطوط ا ب و ب ہ و ہ د و د ا باہم برابر ہین
(علوم متعارفہ ۱) تو سطح متوازی الاضلاع ا ب ہ د
متساوی الاضلاع ہوے

پھر کیونکہ خطوط متوازی ہ ب و د ا پر خط ا ب گرتا ہے
اسیلیے زاویہ د ا ب و ا ب ہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہین
(ام ۲۹ س) لیکن زاویہ د ا ب ایک قائمہ ہے عملاً اسیلیے
زاویہ ا ب ہ بھی ایک قائمہ ہے اور زاویہ ا ب ہ برابر
ہے زاویہ ا د ہ کے اور زاویہ د ا ب برابر ہے زاویہ
د ہ ب کے اسیلیے چارون زاویہ قائمہ ہین تو سطح ا ب ہ د

متساوی الاضلاع اور قائمہ الزاویہ ہوسے اسلیے مربع ہے
جو کہ خط ا ب پر بنا (حسنہ) اور یہی مطلوب تھا

نتیجہ ۱م — اگر ایک سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو
تو باقی زاویہ بھی قائمہ ہون گے

نتیجہ ۲ — جو مربع کہ باہم برابر ہون تو اونکے اضلاع جنپر وہ بنے ہین بھی باہم برابر ہونگے

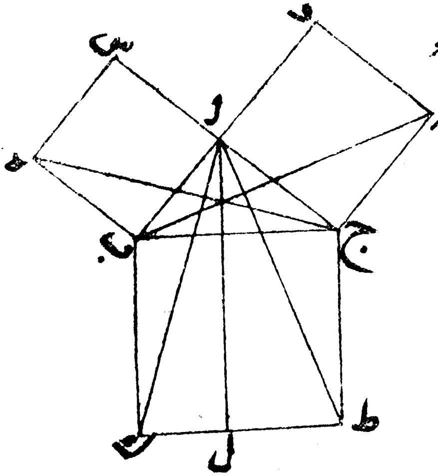
سوال — اگر کسی مربع کے اضلاع مین ہر ایک زاویہ سے برابر فاصلہ پر
نقاط فرض کرکے خطوط وصل کیے جاوین تو ایک مربع ہوگا یا مربع سے بڑا
دوسرا اگر ایک نقاط تنصیف اضلاع مربع مین خطوط وصل کیے جاوین
تو دوسرا مربع نصف مربع مفروض کا ہوگا

مسئلہ ۴۷ نظری

مثلث قائمہ الزاویہ کے وتر کا مربع برابر ہوتا ہے
باقی دونون ضلع کے مربع کے مجموعہ کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث قائمہ الزاویہ ا ب ج
ہے جسکا زاویہ قائمہ ب ا ج ہے تو مربع ب ج کا برابر ہوگا
مجموعہ مربع ا ب و ا ج کے

خط ب ج پر مربع ب ك ط ج اور خط ا ج پر مربع ا ج م د اور خط ا ب پر
مربع ا ب ه س بناؤ (ام ۴۶ کلس) اور نقطہ ا سے خط
ا ل متوازی خط ب ك یا ج ط کا نکالو (اکم ۳۱ کس)
اور ملاؤ ب م و
ج ه و ا ك و
ا ط کو



ثبوت — کیونکہ زاویہ ب ا ج قائمہ ہے اور زاویہ ب ا س
بھی قائمہ ہے (حشد ۳۰) اسلیے خط ب ا کے نقطہ ا پر دو خط
س ا و ج ا ملتے ہین اور دو زاویہ ج ا ب و ب ا س
برابر دو قائمہ کے ہین اسلیے خط ج ا و ا س ایک خط مستقیم
ہین (ام ۱۴ کلس) اسیطرح خط ب ا و ا د بھی ایک خط

مستقیم ہین

پھر کیونکہ زاویہ ہ ب ا برابر ہے زاویہ ك ب ج کے

(علوم متعارفہ ۱۱) انمین زاویہ ا ب ج کو جمع کرو تو کل زاویہ

ہ ب ج برابر ہے کل زاویہ ا ب ك کے (علوم متعارفہ ۲)

اور ضلع ہ ب برابر ہے ضلع ا ب کے (حد ۳۰)

اسیطرح ضلع ج ب برابر ہے ضلع ب ك سے تو مثلث

ہ ب ج کا ضلع ہ ب و ب ج برابر ہین مثلث ا ب ك

کے ضلع ا ب و ب ك کے اپنی اپنی نظیر سے اور زاویہ درمیانی

ہ ب ج برابر ہے زاویہ درمیانی ا ب ك کے تو قاعدہ ہ ج

برابر ہے قاعدہ ا ك کے اور مثلث ہ ب ج برابر ہے

مثلث ا ب ك کے (ام سکس) لیکن ایک ہی قاعدہ

ب ہ پر درمیان خطوط متوازی ب ہ و ج س کے مثلث

ب ہ ج اور سطح متوازی الاضلاع ب ہ س ا واقع ہین اسیواسطے

سطح متوازی الاضلاع ب ہ س ا دوچند ہے مثلث

ب ہ ج سے (ام اکس) اسیطرح قاعدہ ب ك پر درمیان

خطوط متوازی ب ك و ا ل کے سطح متوازی الاضلاع
ب ل اور مثلث ا ب ك واقع ہین تو سطح ب ل دوچند ہے
مثلث ا ب ك سے اسلیے مربع ب ۷ س ا برابر ہے
سطح متوازی الاضلاع ب ل کے (علوم متعارفہ ۲) اسیطرح
ثابت ہوگا کہ سطح متوازی الاضلاع ج ل برابر ہے مربع ج م د ا
کے تو کل مربع ب ج ط ك برابر ہی دو مربع ا ب ہ س و
ا ج م د کے یعنے مربع ب ج برابر ہے مجموعہ مربع ا ج و
ا ب کے اور یہی مطلوب تھا

نتیجہ — مثلث قائمہ الزاویہ مین اگر وتر کے مربع سے کسی عمود
کے مربع کو کم کرو تو باقی برابر ہوگا دوسرے عمود کے مربع کے

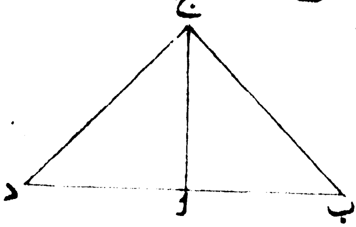
سوال — ایک مربع برابر دو مربع یا کئی مربع مفروض کے بناؤ

مسئلہ ۴۸ نظری

اگر کسی مثلث کے ایک ضلع کا مربع برابر ہو
باقی دونون ضلعون کے مربع کے مجموعہ کے
تو اوس ضلع کے مقابل کا زاویہ قائمہ ہوگا

دعوی خاص ـــ فرض کرو کہ مثلث ا ب ج مین مربع
ب ج کا برابر ہے مجموعہ مربع ب ا و ا ج کے تو ب ج
کے مقابل کا زاویہ یعنے زاویہ ب ا ج قائمہ ہے

نقطہ ا سے ا د عمود ا ج پر نکالو (ام ۱۱ س) اور
ا د برابر ا ب کے
قطع کرو (ام ۳ س)
اور ملاؤ د ج کو



ثبوت ـــ کیونکہ خط ا د برابر ہے خط ا ب کے عملاً اسلیے
مربع ا ب کا برابر ہوا مربع ا د کے انمین مربع ا ج کو جمع
کرو تو مربع ب ا و ا ج کے ملکر برابر ہین مربع د ا و ا ج
کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۲) لیکن مربع ا ب و ا ج کا
مجموعہ برابر ہے مربع ب ج کے فرضاً اور مربع ا د و ا ج کا
مجموعہ برابر ہے مربع د ج کے (ام ۴۷ س) اسلیے مربع ب ج
کا برابر ہے مربع د ج کے یعنے خط ب ج برابر ہی خط ج د کے
پھر کیونکہ دو مثلث ب ا ج و د ا ج مین ضلع ب ا و ا ج برابر ہین

ضلع د ا، د ا ج کے اپنی اپنی نظیر سے اور قاعدہ ب ج
برابر ہے قاعدہ د ج کے اسلیے زاویہ ب ا ج برابر ہے زاویہ
د ا ج کے (ام شس) لیکن زاویہ د ا ج ایک قائمہ
ہے تو زاویہ ب ا ج بھی ایک قائمہ ہوا اور یہی مطلوب تھا

نتیجہ — جب کسی مثلث مین بڑے ضلع کا مربع برابر ہو باقی دو ضلع
کے مربع کے مجموعہ سے تو وہ مثلث قائمۃ الزاویہ ہے

سوالات

سوال ۱

اگر مثلث متساوی الساقین کا ایک ضلع راس کیطرف بڑہایا جاوے
تو باہری زاویہ دوچند ہوگا قاعدہ پر کے ہر ایک زاویہ سے

سوال ۲

اگر ایک مثلث کا باہری زاویہ اور اوسکے مقابل کا ایک اندرونی
زاویہ دوچند ہو دوسرے مثلث کے باہری زاویہ اور
اوسکے مقابل کے ایک اندرونی زاویہ سے تو پہلے مثلث کا
دوسرا مقابل زاویہ بھی دوچند ہوگا دوسرے مثلث کی دوسری مقابل زاویہ سے

سوال ۳

دو خط ایک نقطہ پر ملتے ہون اور دو متوازی ہون دوسرے
دو خطون سے جو کہ ایک نقطہ پر ملتے ہین تو پہلے دو خطون سے
جو زاویہ بنتا ہے وہ برابر ہوگا اوس زاویہ کے جو کہ دوسرے
دو خطون مذکور سے بنتا ہے۔

سوال ۴

جس نقطہ پر مثلث کا قاعدہ نصف کیا جاوے اوس نقطہ سے
راس تک جو خط کھینچا جاوے اوسکے دو چند سے مجموعہ باقی
دو خطون کا بڑا ہوگا۔

سوال ۵

جس نقطہ پر مثلث کا قاعدہ نصف کیا جاوی اوس نقطہ سے راس تک
جو خط ملایا جاوی تو وہ خط برابر ہوگا نصف قاعدہ کے اگر راس کا
زاویہ قائمہ ہے اور اگر راس کا زاویہ منفرجہ ہے تو وہ خط نصف قاعدہ سے
چھوٹا ہوگا اور اگر راس کا زاویہ حادہ ہے تو وہ خط نصف قاعدہ
سے بڑا ہوگا

سوال ۶

اگر دو خط ایک مثلث کے قاعدہ سے کے زاویون کو نصف کرین

اور جس نقطہ پر یہ خطوط ملین اوس سے راس تک جو خط کھینچا جاسے

وہ خط زاویہ راس کو بھی نصف کرے گا۔

سوال ۷

اگر دو خط ایک مثلث کے دو ضلعون کو نصف کرین اور اونپر عمود

بھی ہون اور جس نقطہ پر یہ خط ملین اس نقطہ سے قاعدہ پر عمود

کھینچا جاسے تو وہ قاعدہ کو بھی نصف کرے گا۔

سوال ۸

اگر ایک نقطہ خارج سے ایک عمود ایک خط پر گرے اور خط مذکور کو

نصف بھی کرے تو ہر ایک نقطہ عمود کا خط مذکور کے نقاط انتہا سے

برابر دورے پر ہوگا اور جو نقطہ عمود مین نہوگا وہ خط مذکور کے

نقاط انتہا سے برابر دورے پر نہوگا۔

سوال ۹

دو خط مفروض کے درمیان ایک نقطہ مفروض سے ایک ایسا خط

کھینچو کہ اوسکا حصہ جو دو خط مذکور کے درمیان ہو نقطہ مفروض پر
نصف حصے ہو جاوین۔

سوال ۱۰

مثلث کے راس سے ایک خط قاعدہ پر عمود کھینچا جاے اور
دوسرا خط راس کے زاویہ کو نصف حصے کرے اون دونون
خطون کا درمیانی زاویہ قاعدہ پر کے زاویون کے نصف تفاوت
کے برابر ہوگا۔

سوال ۱۱

مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے کسی نقطہ سے ضلعون پر
عمود کھینچے جاوین اور قاعدہ کے ایک حد سے مقابل ضلع پر
عمود کھینچا جاے تو وہ برابر ہوگا مجموعہ دو عمود مذکور کے۔

سوال ۱۲

مثلث متساوی الاضلاع کے درمیان کسی نقطہ سے ضلعون پر
عمود کھینچے جاوین اور کسی زاویہ کے نقطہ سے مقابل ضلع پر عمود
کھینچا جاے تو وہ برابر ہوگا مجموعہ تینون عمود مذکور کے۔

سوال ۱۳

مثلث قائمۃ الزاویہ مین مجموعہ وتر اور ایک ضلع کا اور باقی ضلع بھی معلوم ہو تو مثلث قائمۃ الزاویہ بناؤ۔

سوال ۱۴

ایک مثلث کے ضلعون کا مجموعہ اور قاعدہ پر کے زاویہ معلوم ہون تو مثلث بناؤ۔

سوال ۱۵

اگر کسی مثلث کا ایک زاویہ اور اوسکے مقابل کا ضلع اور مجموعہ باقی دو ضلعون کا معلوم ہے تو مثلث بناؤ۔

سوال ۱۶

اگر مثلث مساوی الساقین کے قاعدہ کے نقاط انتہا سے کسی ایک ساق پر عمود نکالا جاوے تو جو زاویہ قاعدہ اور عمود سے بنے گا وہ برابر نصف زاویہ راس کے ہوگا۔

سوال ۱۷

جب کسی مثلث کے زاویہ راس اور قاعدہ کو ایک ہی خط تنصیف

کرے تو وہ مثلث متساوی الساقین ہوگا۔

سوال ۱۸

اگر پہلے شکل مقالہ اول مین خط ا د کو یہانتک خارج کرین کر وہ دائرون سے نقاط ط و ك پر ملے اور ہ ك و ہ ط ملا دین تو ہ ط ك مثلث متساوی الساقین ہوگا جسکے فوق القاعدہ کا ہر ایک زاویہ چو تہائی زاویہ راس سے ہوگا۔

سوال ۱۹

اگر پہلے مقالہ کی شکل اول مین خط ا د کو ط تک بڑہا دین اور نقطہ ط اور دونون نقطہ تقاطع دائرہ مین خط ملا یا جاوے تو یہ ایک مثلث متساوی الاضلاع ہوگا۔

سوال ۲۰

دو خطون کے درمیان جو کہ ایک نقطہ پر ملتے ہین ایک خط جسکا کہ طول معلوم ہے اسطرح رکھو کہ اوسکا میلان دونون خطوط معلوم سے برابر ہو

سوال ۲۱

اگر مثلث کے تینون ضلع کو نصف کرکے نقاط تنصیف سے اونہین

اضلاع پر عمود لگائے جاوین تو وے عمود ایک ہی نقطہ پر ملینگے —

سوال ۲۲

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے زاویہ قائمہ سے دو خط کھینچے جاوین ایک وتر پر عمود ہو اور دوسرا وتر کو تنصیف کرے تو زاویہ درمیانی خطوط مذکور کا برابر مثلث کے حادہ زاویون کے حاصل تفریق کے ہوگا

سوال ۲۳

اگر منحرف کے اضلاع کو نصف کرکے نقاط تنصیف مین خطوط ملائے جاوین تو ایک سطح متوازی الاضلاع نصف منحرف کے پیدا ہوگی —

سوال ۲۴

ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع کے برابر ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع بناؤ صرف ۲۲ مسئلہ مقالۂ اول سے —

سوال ۲۵

ایک ایسا مربع بناؤ جو کہ برابر ہو دو مربعون کے تفاوت کے —

سوال ۲۶

اگر ایک مثلث کے اضلاع کی تثلیث کرکے نقاط تثلیث مین خطوط

ملا کر خارج کرین اسطرح کہ مثلث بن جاوے تو یہ مثلث ہر طرح سے مثلث معلوم کے برابر ہوگا۔

سوال ۲۷

اگر پہلے شکل اول مقالہ مین مثلث متساوی الاضلاع ا د ہ کے اضلاع ہ ا و ہ د کو بڑہاؤ کہ دائرون کے محیط پہ ملین تو یہ دو نقطہ اور دوسرا تقاطع دائرہ کا نقطہ ایک سیدہ مین ہوگا اور یہ ایک مثلث متساوی الاضلاع ہوگا۔

سوال ۲۸

ایک زاویہ اور اوسکے مقابل کا ضلع اور حاصل تفریق باقی دو اضلاع کا معلوم ہے مثلث بناؤ۔

سوال ۲۹

قاعدہ اور مجموعہ باقی دو ضلعون کا معلوم ہے مثلث بناؤ اسطرح کہ خط جو اوسکے زاویہ راس کی تنصیف کرے متوازی ایک خط معلوم کا ہو

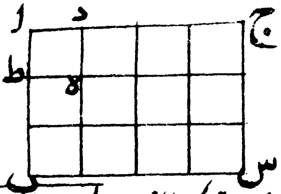
سوال ۳۰

ایک خط مستقیم کو کئی برابر حصون پر تقسیم کرو۔

مقالہ ۲

حدود مقادیر متصلہ ساکنہ

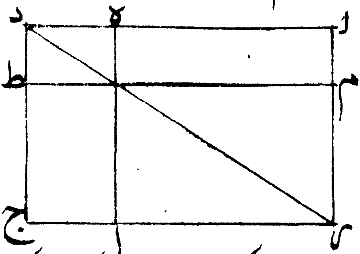
(۱) سطح متوازی الاضلاع قایمۃ الزاویہ — اون دو خطوط کی سطح ہوتی ہے جو کہ اوسکے ایک زاویہ قائمہ کو محیط ہوتے ہین واضح ہو کہ دو خطوط کے سطح سے یہہ مراد ہے کہ اون دو خطوط کے مقدار کو باہم ضرب دینے سے جو حاصل ہو اوسقدر مربع اوس سطح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ مین ہوتا ہے



مثلاً سطح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ ا ب س ج خط ا ب و ا ج کی سطح ہے یعنے مقدار ا ب کو مقدار ا ج مین ضرب دینے سے جو حاصل ہوگا اوسقدر مربع سطح ا ب س ج مین ہونگے فرضکرو کہ خط ا ب = ۳ فٹ اور خط ا ج = ۴ فٹ کے ہین تو ۳ × ۴ = ۱۲ پس سطح متوازی الاضلاع ا ب س ج = ۱۲ مربع ایک فٹ طول اور ایک فٹ عرض کا مثل مربع ا ط ہ د کے ہونگے

(۲) علم — دو تتمہ اور ایک سطح متوازی الاضلاع کے مجموعہ کو کہتے ہین

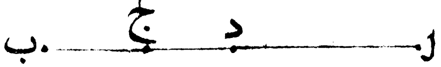
ا ط ل یا ج م ہ علم ہے



۳ جس نقطہ پر خط مستقیم کے برابر دو حصہ ہون اوسکو نقطہ تنصیف

اور جسپر دو مختلف حصہ ہوتے ہین اوسکو نقطہ تقسیم کہتے ہین

خط ا ب کا نقطہ تنصیف د و نقطہ تقسیم ج ہے



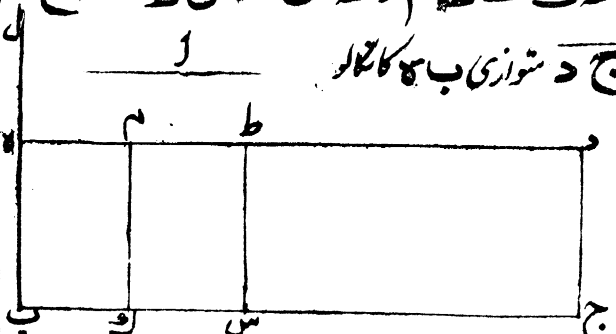
۴ خط فصل — وہ خط ہے جو کہ درمیان نقطہ تنصیف و تقسیم کے

واقع ہو ج د خط فصل ہے

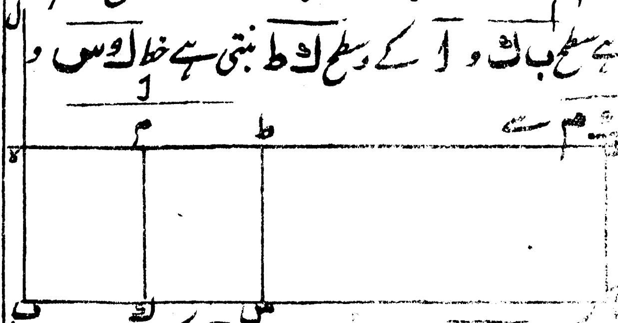
مسئلہ انظری

اگر دو خطوط مستقیم مین ایک منقسم ہو کئی حصہ پر اور دوسرا غیر منقسم تو سطح کل خط غیر منقسم اور ہر ایک حصہ منقسم کے ملکر برابر ہو گی سطح کل خط غیر منقسم و کل خط منقسم کے

دعوی خاص ــ فرض کرو کہ خط ب ج نقطہ ک و س پر منقسم ہے اور خط ا غیر منقسم تو سطح خطوط ا د ب ک کے اور سطح ا د ک س کے اور سطح ا د س ج کی ملکر برابر ہے سطح ا د ب ج کے خط ب ج پر نقطہ ب سے عمود ب ل نکالو (ام ۱۱ س) اور ب ہ برابر خط ا کے قطع کرو (ام ۳ س) اور نقطہ ہ سے خط ہ د متوازی خط ب ج کا نکالو (ام ۳۱ س) اسطرح نقطہ ک سے ک م و نقطہ س سے س ط و نقطہ ج سے ج د متوازی ب ہ کا نکالو



ثبوت — کیونکہ سطح ب م بنتی ہے خط ب ک و ب ہ سے
(حسب ۱/۲ م) لیکن خط ب ہ برابر ہے خط ا کے عملاً تو سطح ب م برابر
ہے سطح ب ک و ا کے و سطح ک ط بنتی ہے خط ک س و
ا م سے



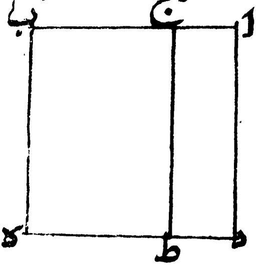
لیکن ک م برابر ہے ب ہ یا ا کے (ام ۳۴ س)
(بحسب علوم متعارفہ ۱) تو سطح ک ط بھی برابر ہی سطح ک س و
ا کے اسیطرح سطح س د برابر ہے سطح س ج و ا کے لیکن
سطح ب م و ک ط و س د ملکر برابر ہین سطح ب د کے
جو کہ بنتی ہی خط ب ج و خط ب ہ یعنی خط ب ج و ا سے تو
ثابت ہوا کہ سطح ب ک و ا کی و سطح ک س و ا کی و سطح
س ج و ا کی ملکر برابر ہین سطح ب ج و ا کے اور یہی مطلب تہا

نتیجہ — اگر ایک عدد کو کئی حصہ کرکے کسی دوسری عدد کو اوسکے ہر ایک حصہ مین ضرب دین
تو ان سب حاصل ضرب کا مجموعہ برابر ہوگا اوس حاصل ضرب کے جو کہ دونون عدد سے پیدا ہوگا —

مسئلہ ۲ نظری

اگر ایک خط مستقیم دو حصوں پر منقسم ہو تو سطح کل خط اور
ہر ایک حصہ کی ملکر برابر ہو گی مربع کل خط کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط اب منقسم ہوا نقطہ ج پر تو سطح
اب و اج کی اور سطح اب و بج کی ملکر برابر ہیں مربع اب کے
اب پر مربع ادهب بناؤ (ام ۴۶ شکل) اور نقطہ ج سے
خط ج ط متوازی خط اد یا به کا نکالو (ام ۳۱ شکل)



ثبوت — کیونکہ سطح اط بنی ہے خط اج و خط اد سے (۲ حد ام)
اور اد برابر ہے اب کے (۳۰ حد ام) تو سطح اط برابر ہے سطح اب
و اج کے اسیطرح سطح جه بنی ہے خط جب و به سے
لیکن خط به برابر ہے خط اب کے (۳۰ حد ام) تو سطح جه
بھی برابر ہے سطح خطوط اب و بج کے اور سطح اط و جه ملکر

برابر ہین سطح د ہ کے چونکہ د ب کا مربع ہے تو ثابت ہوا کہ سطح اب
و اج کی اور سطح اب و ب ج کی ملکر برابر ہین مربع اب کو اور یہی مطلب تھا
نتیجہ اس سے ثابت ہوا کہ اگر ایک خط منقسم ہو کئی حصون پر تو سطح
ہر ایک حصہ و کل خط کے ملکر برابر ہو گی مربع کل خط کے ۔

مسئلہ ۳ نظری

اگر ایک خط منقسم ہو دو حصون پر تو سطح کل خط اور ایک حصہ کی
برابر ہو گی سطح دونون حصون کے مع مربع حصہ مذکور کے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو سطح
اب و ب ج کی برابر ہو گی سطح اج و ج ب کی مع مربع ج ب کے
خط ج ب پر مربع ج د ہ ب بناؤ (ام ۴۶ س) اور خط ہ د کو
بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲) اور نقطہ ا سے خط اط متوازی خط
ج د یا ب ہ کا نکالو (ام ۳۱ س)

ثبوت — کیونکہ سطح ا د بنی ہے خط اج و خط ج د سے (حکم)

لیکن خط ج د برابر ہے خط ج ب کے (اصل بند) اسلیے سطح ا د

برابر ہے سطح خطوط اج و ج ب کے یہین مربع ج ہ کو جمع کرو جو کہ مربع خط

ج ب کا ہے تو سطح ا د و مربع ج ہ ملکر برابر ہے سطح اج

و ج ب و مربع ج ب کے لیکن سطح ا د و مربع ج ہ ملکر برابر ہے

سطح ا ہ کے جو کہ بنتی ہے خط ا ب و ب ہ یعنی خط ا ب و

ب ج سے تو سطح اج و ج ب کی اور مربع ج ب کا ملکر برابر ہے

سطح ا ب و ب ج کے یہی مطلب تھا

مسئلہ ۴ نظری

اگر ایک خط منقسم ہو دو حصون پر تو دونون حصونکا مربع اور

دونون حصون کی دو چند سطح ملکر برابر ہوگی مربع کل خط کے

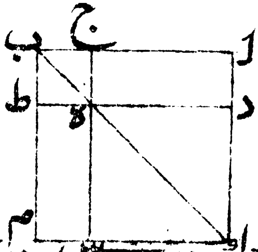
دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ا ب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو مربع

اج و مربع ج ب و دو چند سطح اج و ج ب کی ملکر برابر ہے

مربع ا ب کے

ا ب پر مربع ا ک م ب بناؤ (ام ۴۶) اور

ملا و ب ک کو (اصول موضوعہ ۱) اور نقطہ ج سے خط ج ہ س
متوازی خط ا ک یا ب م کا نکالو (ام ۳۱ س) اور نقطہ ہ سے خط
ہ ط متوازی ا ب یا ک م کا نکالو اور بڑھاؤ ط ہ کو کہ خط ا ک
سے نقطہ د پر ملے



ثبوت ــ کیونکہ مثلث ا ب ک میں ضلع ا ب برابر ہے ضلع ا ک
کے (ام ۳۰ س) اسلیے زاویہ ا ب ک برابر ہے زاویہ ا ک ب کے
(ام ۵ س)

اور خط ملا متوازی ا ک ج س پر خط ب ہ ک گرتا ہے اسلیے زاویہ
ا ک ب برابر ہے زاویہ ج ہ ب کے (ام ۲۹ س) تو زاویہ
ج ب ہ برابر ہوا زاویہ ج ہ ب کے (علوم متعارفہ ۱) اسلیے
ضلع ج ب برابر ہوا ضلع ج ہ کے (ام ۶ س) لیکن ضلع
ج ہ برابر ہے ضلع ب ط کے اور ضلع ج ب برابر ہے ضلع
ط ہ کے (ام ۳۴ س) تو چاروں ضلع ج ب و ب ط و ط ہ

د ہ ج باہم برابر ہین (معلوم متعارف ۱) اسلیے شکل ج ب ط ہ متساوی الاضلاع ہے اور زاویہ ج ب ط ایک قائمہ ہے اسلیے ہر ایک زاویہ شکل ج ب ط ہ کے قائمہ ہین (نتیجہ ام ۲۹ ش) اسلیے شکل ج ب ط ہ مربع خط ج ب کا ہے (ام ۳۰ حد)

اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ سطح د س مربع خط د ہ یا خط ا ج کا ہے کیونکہ خط د ہ برابر ہے خط ا ج کے اور متمم ا ہ د ہ م باہم برابر ہین (ام ۴۳ ش) اور دونون ملکر سطح ا ہ سے دوچند ہین لیکن سطح ا ہ منتھی ہے خط ا ج و ج ہ سے اور خط ج ہ برابر ہے خط ج ب کے تو سطح ا ہ برابر ہے سطح ا ج و ج ب کے اسلیے دونون سطح ملکر ا ہ د ہ م برابر ہین دوچند سطح ا ج و ج ب کے انمین مربع د س و مربع ج ط کو جمع کرو تو سطح ا ہ د ہ م و مربع د س و مربع ج ط ملکر برابر ہین دوچند سطح ا ج و ج ب و مربع ا ج و مربع ج ب کے مجموعہ کے لیکن سطح ا ہ د ہ م و مربع د س و ج ط ملکر برابر ہین سطح ا م کے جو کہ مربع خط ا ب کا ہے اسلیے مربع ا ب کا برابر ہے مربع ا ج و مربع ج ب اور دوچند سطح ا ج و ج ب کے یہی مطلب تھا

نتیجہ۱ـ اس سے ثابت ہوا کہ مربع کے جن دو سطوح متوازی الاضلاع
مین وتر گذرتا ہے وے بھی مربع ہین ـ

نتیجہ۲ـ دو خطوط کے مربعون کا مجموعہ اونکے مجموعہ کے مربع سے
بقدر اونکی دوچند سطح کے چھوٹا ہوتا ہے ـ

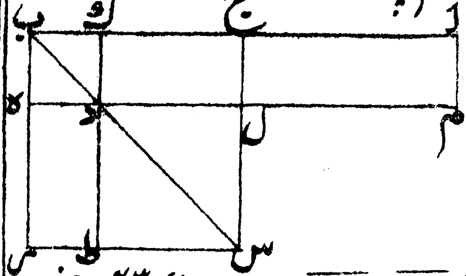
سوال ـ مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر پر زاویۂ قائمہ سے جو عمود
پڑیگا اوسکا مربع برابر ہوگا سطح حصون وتر کے ـ

مسئلہ ۵ نظری

ایک خط تنصیف اور تقسیم ہو دو مختلف حصون پر تو مختلف حصونکی
سطح اور مربع فصل کا ملکر برابر ہوگا مربع نصف خط کے

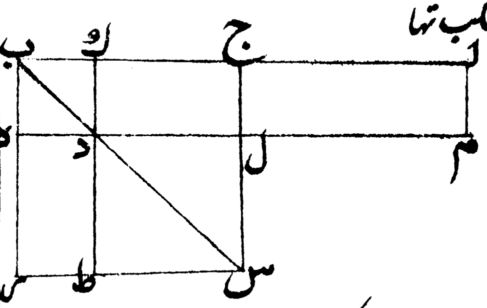
دعوی خاص ـ فرضکرو کہ خط اب نقطہ ج پر تنصیف ہوا اور نقطہ ک پر
تقسیم ہوا تو اک ک ب کی سطح اور مربع جک ملکر برابر ہوگا مربع ج ب کے ـ
خط ج ب پر مربع ج س ر ب بناؤ (ام ۴۶ س) اور ملاؤ
ب س کو (اصول موضوعہ ۱) اور نقطہ ک سے خط ک د ط
متوازی خط ب ر یا خط ج س کا نکالو (ام ۳۱ س) اور اسیطرح
نقطۂ د سے د ہ متوازی خط اب یا س ر کا نکالو اور نقطۂ
ا سے خط ا م متوازی ج س کا نکالو اور بڑہاؤ خط ہ د کو

کہ خط ل م سے نقطہ م پر سے



ثبوت — کیونکہ متمم ج د و د ر باہم برابر ہیں (ام ۴۳ س) انہیں
سطح ل ك ه جمع کرو تو سطح ج ه برابر ہوئی سطح ب ط کے (علوم متعارفہ ۲)
لیکن سطح ا ل برابر ہے سطح ج ه کے (ام ۳۶ س) کیونکہ برابر
قاعدہ ا ج و ج ب پر درمیان خطوط متوازی ا ب و م ه کے
واقع ہیں اسلیے سطح ا ل برابر ہوئی سطح ب ط کے (علوم متعارفہ ۱)
انہیں سطح ج د کو جمع کرو تو سطح ا د برابر ہوئی علم ج ه ط کے
(علوم متعارفہ ۲) لیکن سطح ا د بنتی ہے خط ا ك و ك د سے
(حد ۱ م) لیکن خط ك د برابر ہے خط ك ب کے (نتیجہ ۴ م س)
تو سطح ا د برابر ہے سطح ا ك و ك ب کے اسلیے علم ج ه ط برابر
ہے سطح ا ك و ك ب کے انہیں مربع ل ط کو جو ج ك کا مربع ہے
جمع کرو تو علم ج ه ط و مربع ل ط ملکر برابر ہے سطح ا ك و ك ب اور

مربع ج ك کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہے مربع ج ۷ کے جو ج ب کا مربع ہے اسلیے سطح ا ك و ك ب کی اور مربع ج ك کا ملکر برابر ہوا مربع ج ب کے اور یہی مطلب تہا



نتیجہ ۱۔ اس سی ثابت ہوا کہ تفاوت مربع مختلف خطوط کا برابر ہے اونہین خطوط کے مجموعہ اور تفاوت کے سطح کے۔

نتیجہ ۲۔ دو خطوط کا مجموعہ و تفاوت معلوم ہو تو مجموعہ و تفاوت کے مجموعہ کا نصف بڑا خط ہوگا اور مجموعہ و تفاوت کے تفاوت کا نصف چہوٹا خط ہوگا۔

نتیجہ ۳۔ مثلث قائمۃ الزاویہ مین ایک عمود کا مربع برابر ہوگا سطح مجموعہ اور تفاوت وتر اور دوسرے عمود کے

سوال ۱۔ اگر خط ا ب نقطہ د اور ك پر غیر مساوی حصوں مین

منقسم ہو تو ثابت کرو کہ سطح اک و ک ب کی بڑی ہے سطح

اد و د ب سے جبکہ نقطہ ک نقطہ تنصیف کے قریب ہو

اسیطرح سطح اد و د ب کی بڑی ہے سطح اک و ک ب سے

جبکہ نقطہ د نقطہ تنصیف سے قریب ہو

ا د ک ب

مسئلہ ۶ نظری

اگر ایک خط نصف کیا جاوے اور بڑہایا جاوے کسی نقطہ تک

تو کل خط و خط افزودہ کی سطح خط افزودہ مین مع مربع نصف

خط کے برابر ہوگی نصف خط و خط افزودہ سے مربع کے

دعویٰ خاص — فرضکرو کہ خط اب نقطہ ج پر نصف ہوا اور

نقطہ ک تک بڑہایا گیا تو سطح اک و ک ب کی مع مربع ب ج کے

برابر ہوگی مربع ج ک کے

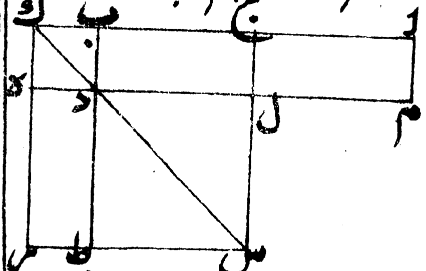
خط ج ک پر مربع ج س ر ک بناؤ (ام ۴۶ کس) اور ملاؤ

ک س کو اور نقطہ ب سے ب د ط متوازی ج س یا ک ر کا

نکالو (ام ۳۱ کس) اور نقطہ د سے د ہ متوازی اک یا س ر کا

نکالو اور نقطہ ا سے ام متوازی ج س کا نکالو (ام ۳۱ کس)

اور خط ہ د کو بڑھاؤ کہ خط ا م سے نقطہ م پر ملے



ثبوت — کیونکہ برابر قاعدہ اج و ج ب پر درمیان خطوط متوازی اب و م د کے سطوح ال و ج د واقع ہیں اسواسطے باہم برابر ہیں (ام ۳۶ س) لیکن متمم ج د و د ہ باہم برابر ہیں (ام ۴۳ س) اسلیے سطح د ہ برابر ہوئی سطح ال کے انمین سطح ج ہ کو جمع کرو تو سطح اک برابر ہوئی علم ج ہ ط کے لیکن سطح اہ بنتی ہے خط اک و اہ سے اور خط ک ہ برابر ہے خط ک ب کے تو سطح اہ برابر ہوئی سطح اک و ک ب کے اسلیے علم ج ہ ط برابر ہے سطح اک و ک ب کے انمین مربع ل ط کو جوکہ ج ب کا مربع ہے جمع کرو تو علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہوا سطح اک و ک ب اور مربع ج ب کے لیکن علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہیں مربع ج ہ کے جوکہ ج ک کا مربع ہے اسلیے سطح اک و ک ب کی اور مربع ج ب کا

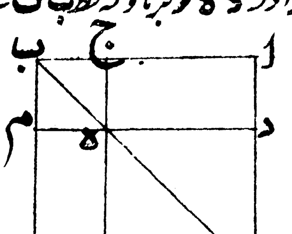
ملکر برابر ہی مربع ج ک کے اور یہی مطلب تھا

مسئلہ ۷ نظری

اگر ایک خط دو حصوں پر منقسم ہو تو مربع کل خط و ایک حصہ کا ملکر برابر ہوگا کل خط اور اوسی حصہ کی دو چند سطح اور مربع دوسرے حصہ کے

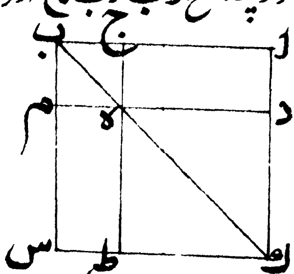
دعوی خاص ـ فرضکرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو مربع اب و مربع ج ب کا ملکر برابر ہوگا دو چند سطح اب و ب ج اور مربع اج کے

خط اب پر مربع اک س ب بناو (ام ۴۶ س) اور ملاو ب ک کو (اصول موضوعہ ۱) اور نقطہ ج سے ج ہ ط متوازی اک یا ب س کا نکالو (ام ۳۱ س) اور نقطہ ہ سے ہ د متوازی اب یا ک س کا نکالو اور د ہ کو بڑہاو کہ خط ب س سے نقطہ م پر ملے



ثبوت ـ کیونکہ متمم اہ و ہ س باہم برابر ہیں (ام ۴۳ س)

انہین سطح ج م کو جمع کرو تو سطح ا م برابر ہے سطح ج س کے لیکن
دونون سطح ملکر سطح ا م سے دوچند ہین اور سطح ا م بنی ہے خط
ا ب و ب م سے و خط ب م برابر ہے خط ب ج کے اسلیے
سطح ا م برابر ہے سطح ا ب و ب ج کے اور سطح ا م و ج س
برابر ہے علم ا م ط د مربع ج م کے تو علم ا م ط و مربع ج م کا
دوچند ہوا سطح ا ب و ب ج سے انہین مربع د ط کو جو کہ ا ج کا
مربع ہے جمع کرو تو علم ا م ط و مربع ج م و مربع د ط ملکر برابر ہین
دوچند سطح ا ب و ب ج اور مربع ا ج کے لیکن علم ا م ط و مربع
د ط برابر ہے مربع ا س کے جو کہ ا ب کا مربع ہے تو ا ب کا
مربع و ب ج ب کا مربع ملکر برابر ہوا دوچند سطح ا ب و ب ج اور مربع
ا ج کے یہی مطلب تہا۔



نتیجہ۔ مجموعہ مربعون دو خطونکا برابر ہوتا ہے اونکے دوچند
سطح اور اونکے تفاوت کے مربع کے۔

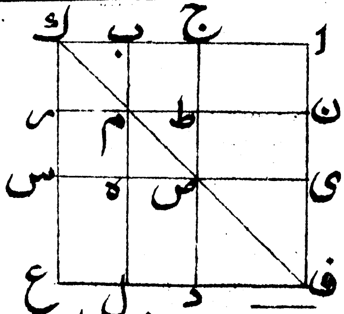
سوال — مثلث قائمۃ الزاویہ مین ثابت کرو کہ وتر کا مربع برابر ہے جو چند سطح مثلث اور مربع تفاوت دونون عمودکے —

مسئلہ ۸ نظری

اگر کوئی خط منقسم ہو دو حصون پر تو کل خط و ایک حصہ کے مجموعہ کا مربع برابر ہوگا کل خط اور اوسی حصہ کے چار چند سطح اور مربع دوسری حصہ کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو اب و ب ج کے مجموعہ کا مربع برابر ہوگا اب و ب ج کے چار چند سطح اور مربع اج کے

خط اب کو ک تک برابر خط ب ج کے بڑہاو (اصول موضوعہ و اکم ۳) اور خط اک پر مربع ا ک ع ف بناو (ام ۴۶ س ۱) اور ملاؤ ک ف اور نقاط ب و ج سے ب ل اور ج د متوازی ا ف یا ک ع کا نکالو (ام ۳۱ س ۱) تو اسیطرح نقاط ص اور ص سے ص ن اور ص ی متوازی ا ک یا ف ع کا نکالو اور خطوط ن م اور ی ص کو بڑہاؤ کہ خط ک ع سے نقاط ر اور س پر ملین —



ثبوت - کیونکہ خط ج ب برابر ہے خط ب ک کے اسلیے سطح ج م برابر ہے سطح ب ر کے (ام ۳۶ س) اور خط ج ب برابر ہے خط ط م کے اور خط ب ک برابر ہے خط م ر کے (ام ۳۴ س) اسلیے خط ط م و م ر باہم برابر ہین تو سطح ط ہ برابر ہے سطح م س کے لیکن متمم ج م برابر ہے متمم م س کے (ام ۴۳ س) اسلیے چارون سطح ج م و ب ر و ط ہ و م س باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۱) اور خط ج ط برابر ہے خط ط ص کے اسلیے سطح ا ط برابر ہے سطح ن ص کے اور خط ص ہ برابر ہے خط ہ س کے اسلیے سطح ص ل برابر ہے سطح ہ ع کے لیکن متمم ن ص برابر ہے ص ل کے اسلیے چارون سطح ا ط و ن ص و ص ل و ہ ع باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۱) ان مساویون مین

چارون سطح ج م و ب ا ر و ط ہ و م ص کو جمع کرو تو سطوح ا م و ن ہ و ط ل و م ع باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۲) لیکن چارون سطح ملکر چار چند ہین سطح ا م سے اور سطح ا م بنتی ہے خط ا ب و ب م سے و ب م برابر ہے خط ب ج کے اسلیے چارون سطح چار چند ہین سطح ا ب و ب ج سے انمین مربع ی د کو جمع کرو جوکہ مربع ا ج کا ہے تو چارون سطوح اور مربع ی د ملکر برابر ہین چار چند سطح ا ب و ب ج اور مربع ا ج کے لیکن چارون سطوح و مربع ی د کا ملکر برابر ہے مربع ا ع کے جوکہ ا ک کا مربع ہے تو ا ک کا مربع برابر ہوا چار چند سطح ا ب و ب ج اور مربع ا ج کی یہی مطلب تھا

نتیجہ ا — دو خطون کے چوگنی سطح مع مربع اونکے تفاوت کے برابر ہے اونکے مجموعہ کے مربع کے —

نتیجہ ۲ — ایک خط کا مربع چوگنا ہوتا ہے نصف خط کے مربع سے

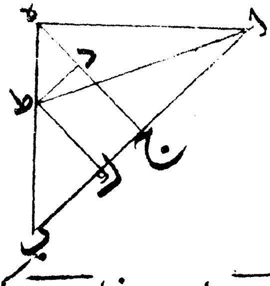
سوال — اگر خط ا ب نقطہ ج پر نصف ہو اور نقطہ ک پر تقسیم ہو تو ثابت کرو کہ چار چند سطح ا ک و ک ب کے اور چار چند مربع ج ک کا ملکر برابر ہے مربع ا ب کے شکل پانچوین مین دیکھو —

مسئلہ ۹ نظری

اگر کوئی خط تنصیف کیا جاوے اور تقسیم کیا جاوی دو حصوں پر تو مختلف حصوں کا مربع ملکر برابر ہوگا دو چند مربع نصف خط اور دو چند مربع خط فصل کے۔

دعوی خاص۔ فرضکرو کہ خط اب نقطہ ج پر تنصیف اور نقطہ ڈ پر تقسیم ہوا تو مجموعہ مربع اڈ و ڈب کا دو چند ہوگا مجموعہ مربع اج و جڈ سے

خط اب پر نقطہ ج سے عمود جہ برابر خط اج یا بج کے نکالو (ام ۱۱ ؎۳س) اور ملاؤ اہ و ہب کو اور نقطہ ڈ سے خط ڈط متوازی خط جہ کا اور نقطہ ط سے خط طد متوازی خط اب کا نکالو (ام ۳۱ س)

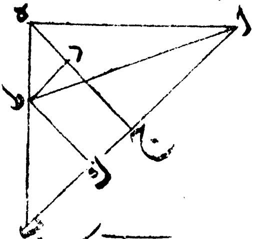


اور ملاؤ اط کو

ثبوت۔ کیونکہ خط اج برابر ہے خط جہ کے عملاً اسلیے زاویہ اہج و ہاج باہم برابر ہین (ام ۵ س) اور زاویہ

اج ہ قائمہ ہے اسلیے ہر ایک زاویہ ج اہ و ج ہا نصف قائمہ ہے (نتیجہ ۹ ام ۳۲ س) اسیطرح ہر ایک زاویہ ج ہ ب اور ہ ب ج بہی نصف قائمہ ہیں تو کل زاویہ ا ہ ب ایک قائمہ ہوا اور چونکہ زاویہ ط ہ د نصف قائمہ ہے اور زاویہ ہ د ط ایک قائمہ ہے کیونکہ یہ زاویۂ خارجہ برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویۂ د ج ب کے (ام ۲۹ س) تو باقی زاویہ ہ ط د بہی نصف قائمہ اور برابر زاویہ ط ہ د کے ہوا (ام ۳۲ س) تو مثلث ہ د ط کا ضلع ہ د برابر ہوا ضلع د ط کے (ام ۶ س) اور زاویہ ط ب ك نصف قائمہ ہے اور زاویہ ط ك ب ایک قائمہ ہے کیونکہ برابر ہے اپنے داخلہ متقابلۂ زاویہ ك ج د کے (ام ۲۹ س) اسلیے باقی زاویہ ك ط ب نصف قائمہ اور برابر زاویہ ط ب ك کے ہوا اسلیے مثلث ط ب ك کا ضلع ب ك برابر ہوا ضلع ك ط کے (ام ۶ س) پھر کیونکہ خط اج برابر ہے خط ج ہ کے اسلیے مربع اج برابر ہے مربع ج ہ کے تو مجموعہ مربع اج و ج ہ کا دوچند ہے مربع اج سے لیکن مجموعہ مربع اج و ج ہ کا برابر ہے مربع

اہ کے (ام ۴۷ س) اسلیے مربع اہ کا دوچند ہوا مربع اج
سے اور خط ہد برابر ہے خط دط کے تو مربع ہد کا برابر ہی مربع
دط کے اسلیے مجموعہ مربع ہد و دط کا دوچند ہے مربع دط یا جک سے



کیونکہ خط دط برابر ہے خط جک کے (ام ۳۴ س) لیکن مجموعہ
مربع ہد و دط کا برابر ہے مربع ہط کے (ام ۴۷ س) اسلیے
مربع ہط کا دوچند ہے مربع جک سے لیکن ثابت ہوا کہ مربع
اہ کا دوچند ہے مربع اج سے اسلیے مجموعہ مربع اہ اور مربع ہط کا
دوچند ہے مجموعہ مربع اج اور مربع جک سے اور ثابت ہوا کہ مثلث
اہط کا زاویہ اہط قائمہ ہے تو مربع اہ اور مربع ہط کا برابر ہے
مربع اط کے اسلیے مربع اط کا دوچند ہے مربع اج و مربع
جک سے مگر مربع اط کا برابر ہے مربع اک اور مربع کط کے
کیونکہ زاویہ اکط قائمہ ہے (ام ۴۷ س) اور مربع کط کا

برابر ہے مربع ک ب کے کیونکہ خط ک ط برابر ہے خط ک ب کے اسلیے مجموعہ مربع

ا ک و مربع ک ب کا دوچند ہے مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک سے یہی مطلب تھا

سوال — ایک خط کو ایسے دو حصون پر تقسیم کرو کہ دونون حصونکا

مربع ملکر نہایت ہی کم ہو اونکے مربع سے جو اور حصہ کیے جاوین

مسئلہ انظری

اگر ایک خط کسی نقطہ پر نصف ہو اور بڑہایا جاوے کسی نقطہ

تک تو کل خط مع خط افزودہ کا مربع اور خط افزودہ کا

مربع ملکر دوچند ہوگا نصف خط کے مربع اور نصف خط

مع خط افزودہ کے مربع سے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ا ب نقطہ ج پر نصف ہو اور نقطہ ک تک

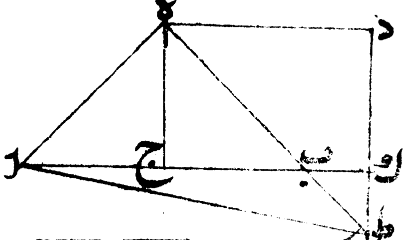
بڑہایا گیا تو مجموعہ مربع ا ک و مربع ب ک دوچند ہوگا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک

خط ا ب پر نقطہ ج سے عمود ج ہ برابر خط ا ج کے نکالو

(ام ۱۱ اوس) اور ملاؤ ب ہ و ا ہ کو اور نقطہ ہ سے خط

ہ د متوازی خط ا ک کا اور نقطہ ک سے خط ک د متوازی

خط ج ہ کا نکالو (ام ۳۱ اس)



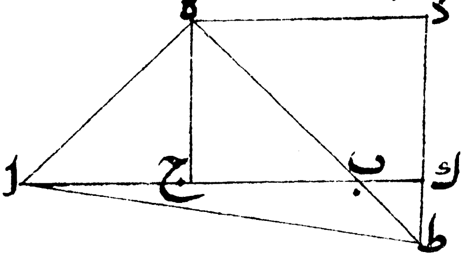
ثبوت — کیونکہ خطوط متوازی ج ه و ک د سے خط ه د ملتا ہے
اسلیے زاویہ ج ه د و ه د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ س)
تو زاویہ ب ه د و ه د ک کا مجموعہ دو قائمہ سے چھوٹا ہے
اسلیے خطوط ه ب و د ک نقاط ب و ک کیطرف بڑہانے
سے ملجاوینگے (علوم متعارفہ ۱۲) فرضکرو کہ نقطہ ط پر ملتے ہین
اور ملاؤ ا ط کو

کیونکہ خط ا ج برابر ہے خط ج ه کے اسلیے زاویہ ا ه ج برابر
ہوا زاویہ ج ا ه کے (ام ۵ س) اور زاویہ ا ج ه قائمہ
ہے تو ہرایک زاویہ ا ه ج و ج ا ه نصف قائمہ ہین نتیجہ
(ام ۳۲ س) اسیطرح ہرایک زاویہ ج ه ب و ج ب ه
نصف قائمہ ہین اسلیے زاویہ ا ه ب ایک قائمہ ہے اور زاویہ
ه ب ج نصف قائمہ اور برابر زاویہ متقابلہ ک ب ط کے ہے

(ام شکل ۱۵) تو زاویہ ک ب ط بھی نصف قائمہ ہوا اور زاویہ
ب ک ط ایک قائمہ ہے کیونکہ برابر ہے اپنے متبادلہ زاویہ
ب ج ہ کے (ام شکل ۲۹) تو باقی زاویہ ک ط ب بھی نصف
قائمہ اور برابر زاویہ ک ب ط کے ہوا (ام شکل ۳۲) اسلیے
ضلع ک ب برابر ہے ضلع ک ط کے (ام شکل ۶) اور زاویہ
ہ ط د نصف قائمہ ہے اور زاویہ ہ د ط ایک قائمہ ہے
کیونکہ برابر ہے زاویہ متقابلہ ہ ج ک کے (ام شکل ۳۴) تو باقی زاویہ
د ہ ط بھی نصف قائمہ اور برابر زاویہ د ط ہ کے ہے اسلیے
ضلع د ہ برابر ہوا ضلع د ط کے (ام شکل ۶)

پھر کیونکہ خط ا ج برابر ہے خط ج ہ کے اسلیے مربع ا ج کا
برابر ہے مربع ج ہ کے اور مربع ا ج او مربع ج ہ کے ملکر دو چند
ہین مربع ا ج سے لیکن مربع ا ہ کا برابر ہے مجموعہ مربعات
ا ج و ج ہ کے (ام شکل ۴۷) اسلیے مربع ا ہ کا دو چند ہوا
مربع ا ج سے اور خط ط د برابر ہے خط د ہ کے اسلیے
مربع ط د کا برابر ہے مربع د ہ کے تو مجموعہ مربع ط د و د ہ کا

دوچند ہے مربع د ه یا مربع ك ج سے کیونکہ ضلع د ه برابر ہے
ضلع ك ج کے (ام ۳۴ س) لیکن مربع ط د و مربع د ه کے
ملکر برابر ہین مربع ه ط کے (ام ۴۷ س) اسلیے مربع ه ط کا
دوچند ہے مربع ك ج سے اور یہ ثابت ہوا



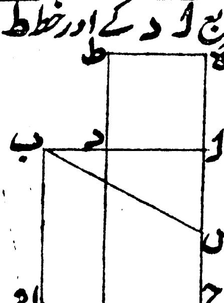
کہ مربع ا ه کا دوچند ہے مربع ا ج سے اسلیے مجموعہ مربع ا ه و مربع
ه ط کا دوچند ہی مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ك سے لیکن مربع ا ط کا
برابر ہے مجموعہ مربع ا ه و مربع ه ط کے (ام ۴۷ س) اسلیے مربع ا ط کا
دوچند ہوا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ك سے لیکن مربع ا ط کا برابر
ہے دو مربع ا ك و مربع ك ط کے اور مربع ك ط کا برابر ہے مربع
ك ب کے کیونکہ خط ك ط برابر ہے خط ك ب کے اسلیے
مجموعہ مربع ا ك و مربع ك ب کا دوچند ہوا مجموعہ مربع ا ج و
مربع ج ك سے یہی مطلب تہا

مسئلہ ١١ عملی

ایک خط مستقیم محدود کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرنا ہے
کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو مربع دوسرے حصہ کے

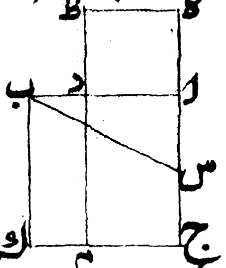
دعوی خاص — فرضکرو کہ خط اب کو ایسے دو حصون مین تقسیم
کرنا ہے کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو مربع دوسرے حصہ کے

عمل — خط اب پر مربع اج ک ب بناؤ (ام ۴۶ س)
اور خط اج کو نقطہ س پر نصف کرو (ام ۱۰ س) اور ملاؤ
س ب کو اور خط ج ا کو نقطہ ہ تک بڑہاؤ کہ خط س ہ برابر
خط س ب کے ہو (ام ۳ س) اور خط ا ہ پر مربع ا ہ ط د
بناؤ جو کہ خط اب کو نقطہ د پر ایسا دو حصہ کرتا ہے کہ اب و
ب د کی سطح برابر ہے مربع ا د کے اور خط ط د کو نقطہ م
تک بڑہاؤ



ثبوت — کیونکہ خط اج نقطہ س پر نصف ہوا اور نقطہ

ہ تک بڑھایا گیا اسلیے سطح ج ہ و ہ ا کی مع مربع ا س کے برابر
ہے مربع س ہ کے (ام سلس) یعنے مربع س ب کے لیکن مربع
س ب کا برابر ہے مجموعہ مربع س ا و مربع ا ب کے (ام شکل)
اسلیے سطح ج ہ و ہ ا کی مع مربع ا س کے برابر ہے مجموعہ
مربع ا س و مربع س ب کے انھین سے مشترک مربع ا س کو طرح دو
تو باقی سطح ج ہ و ہ ا کی برابر ہے مربع ا ب کے (علوم متعارفہ ۳)



لیکن سطح ج ہ و ہ ا کی برابر ہے سطح ہ م کی کیونکہ خط ہ ا برابر
ہے خط ہ ط کے اور مربع خط ا ب کا مربع ا ک ہے اسلیے سطح
ہ م برابر ہے مربع ا ک کے انھین سے مشترک سطح ا م کو طرح دو
تو مربع ہ د جو کہ خط ا د کا مربع ہے برابر ہوا سطح د ک کے لیکن
سطح د ک بنتی ہے خطوط د ب و ب ک سے اور خط ب ک
برابر ہے خط ا ب کے اسلیے سطح ا ب و ب د کی برابر ہے

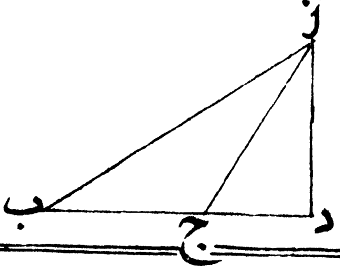
مربع ا د کے یہی مطلب تہا —

سوال — ایک خط کو اتنا بڑہاؤ کہ سطح کل خط و خط افزودہ کے خط افزودہ مین برابر ہو مربع کل خط کے —

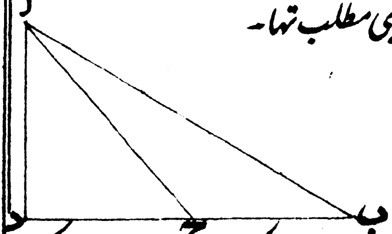
مسئلہ ۱۲ انظری

شلث منفرجۃ الزاویہ مین زاویہ منفرجہ کے وتر کا مربع باقی دو ضلعونکے مربع کے مجموعہ سے بڑا ہوتا ہے بقدر دو چند سطح قاعدہ اور اوس خط کے جو واقع ہو درمیان عمود اور زاویہ منفرجہ کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ شلث منفرجۃ الزاویہ ا ج ب مین زاویہ منفرجہ ا ج ب کے وتر ا ب کا مربع بڑا ہو کا مجموعۂ مربع ا ج و مربع ج ب سے بقدر دو چند سطح ب ج اور اوس خط کے جو کہ زاویہ منفرجہ ا ج ب و عمود کے درمیان واقع ہو نقطہ ا سے خط ب ج پر عمود ا د ڈالو (ام عمل)



ثبوت ــ کیونکہ خط ب د نقطہ ج پر منقسم ہوا اسلیے مربع ب د کا برابر ہے مربع ب ج و مربع ج د و دوچند سطح ب ج و ج د کے (۲م ۲ک س) انین مربع ا د کو جمع کرو تو مجموعہ مربع ب د و مربع ا د کا برابر ہوا مجموعہ مربع ب ج و مربع ج د و مربع ا د اور دوچند سطح ب ج و ج د کے لیکن مجموعہ مربع ا د و مربع د ب کا برابر ہے مربع ا ب کے (ام ۴۷ک س) اسیطرح مجموعہ مربع ا د و د ج کا برابر ہے مربع ا ج کے تو مربع ا ب کا برابر ہوا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ب و دوچند سطح ب ج و ج د کے اسلیے مربع ا ب کا بڑا ہے مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ب سے بقدر دوچند سطح ب ج و ج د کے یہی مطلب تہا۔



نتیجہ ــ جس مثلث مین دو ضلع کا مربع ملکر سب سے بڑے ضلع کے مربع سے چہوٹا ہو وہ مثلث منفرجہ الزاویہ ہوگا ــ

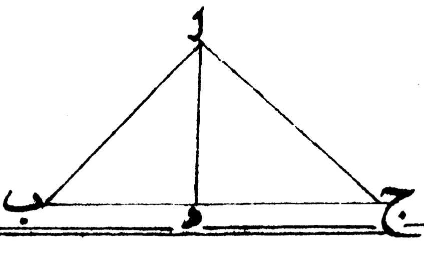
سوال ــ اگر ایک مثلث کا ایک زاویہ برابر دو تہائی دو قائمہ کے

ہو تو اوسکے مقابل کے ضلع کا مربع برابر ہوگا مجموعۂ مربع دونون ضلعون اور سطح اونہین دونون ضلعون کے ۔

مسئلہ ۱۳ نظری

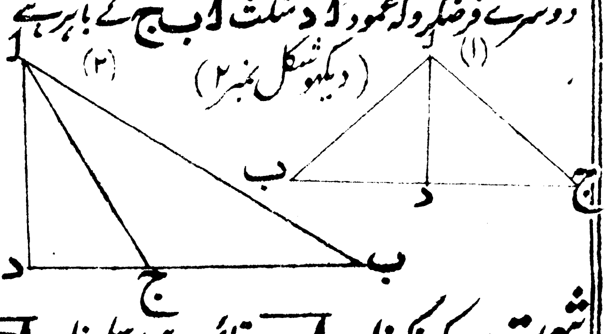
کسی مثلث مین زاویۂ حادہ کے وتر کا مربع باقی دونون ضلعون کے مربع کے مجموعہ سے چھوٹا ہوتا ہے بقدر دوچند سطح قاعدہ اور اوس خط کے جو کہ واقع ہو درمیان عمود اور زاویہ حادہ کے ۔

دعوی خاص ۔ فرضکرو کہ مثلث اب ج مین زاویہ حادہ ب کے وتر ا ج کا مربع چھوٹا ہے مجموعۂ مربع اب و ب ج سے بقدر دوچند سطح ج ب اور اوس خط کے جو کہ درمیان زاویۂ حادہ اور عمود کے واقع ہو نقطہ ا سے خط ب ج پر عمود ا د ڈالو (ام ۱۲ لس) اور اول فرضکرو کہ عمود ا د مثلث کے اندر ہے



ثبوت — کیونکہ خط ب ج نقطہ د پر تقسیم ہوا اسلیے دو چند سطح ج ب و ب د کے مع مربع د ج کے برابر ہے مجموعۂ مربع ج ب و مربع ب د کے (۲م ۲ش) انمیں مربع ا د کو جمع کرو تو دو چند سطح ج ب و ب د کے مع مربع د ج و مربع ا د کے برابر ہے مجموعۂ مربع ج ب و مربع ب د و مربع د ا کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن مربع ا د و مربع د ج کا برابر ہے مربع ا ج کے اور مربع ا د و مربع د ب کا برابر ہے مربع ا ب کے (ام ۴۷ش) اسلیے دو چند سطح ج ب و ب د کی مع مربع ا ج کے برابر ہے مجموعۂ مربع ج ب و مربع ب ا کے تو مربع ا ج کا مجموعۂ مربع ا ب و مربع ب ج سے بقدر دو چند سطح ج ب و ب د کے چھوٹا ہوا۔

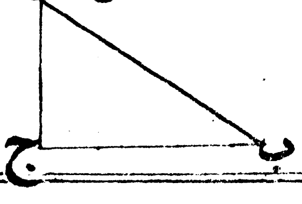
دوسرے فرض کرو کہ عمود ا د مثلث ا ب ج کے باہر ہے (دیکھو شکل نمبر ۲)



ثبوت — کیونکہ زاویہ ا د ب قائمہ ہے اسلیے زاویہ ا ج ب

منفرجہ ہے (ام ۲۶ سلس) تو اب کا مربع برابر ہے مجموعۂ مربع
اج و مربع ج ب و دو چند سطح ب ج و ج د کے (۲ م ۱۲ سلس)
لیکن خط ب د نقطۂ ج پر منقسم ہے تو سطح د ب و ب ج کی
برابر ہے مربع ب ج و سطح ب ج و ج د کے (۲ م ۳ سلس)
اسکے دو چند کو پہلے مساویون مین جمع کرو تو مجموعہ مربع اب
و دو چند مربع ب ج و دو چند سطح ب ج و ج د کی برابر ہوئی
مجموعۂ مربع اج و مربع ج ب و دو چند سطح ب ج و ج د کی و دو چند
سطح د ب و ب ج کی انمین سے مشترک مربع ب ج اور دو چند
سطح ب ج و ج د کی طرح دو تو باقی مجموعہ مربع اب و مربع ب ج
کا برابر ہوا مربع اج و دو چند سطح د ب و ب ج کے پس اج کا
مربع چھوٹا ہوا مجموعۂ مربع اب و مربع ب ج سے بقدر دو چند سطح
د ب و ب ج کے۔

تیسرے فرض کرو کہ عمود اج مثلث اج ب کا ایک ضلع ہے۔



ثبوت — کیونکہ مجموعہ مربع اج و مربع ج ب کا برابر ہے مربع
اب کے (ام شکل) اسمین مربع ج ب کو جمع کرو تو مجموعہ
مربع اج و دوچند مربع ج ب کا برابر ہے مجموعہ مربع اب
و ب ج کے پس اج کا مربع مجموعہ مربع اب و مربع ب ج سے
چہوٹا ہے بقدر دوچند مربع ج ب کے یہی مطلب تہا

نتیجہ ا — جس مثلث مین دو ضلع کا مربع ملکر بڑا ہو سب سے بڑے
ضلع کے مربع سے تو وہ مثلث حادۃ الزاویہ ہے —

نتیجہ ۲ — مثلث مین زاویہ حادہ کے وتر کے مربع کو مجموعہ مربع باقی دو
اضلاع سے کم کرو اور باقی کو نصف کرکے قاعدہ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت
بازو یعنی موقع عمود ہوگا —

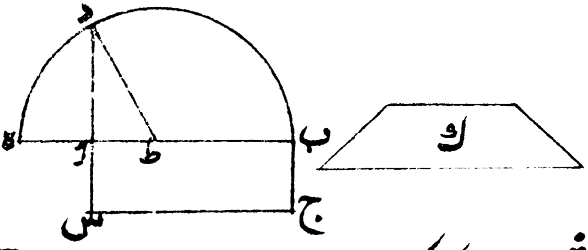
مسئلہ ۱۴ عملی

ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے برابر ایک مربع بنانا منظور ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ک ہے جسکے
برابر مربع بنانا منظور ہے —

عمل — شکل ک کی برابر ایک سطح متوازی الاضلاع اس ج ب

بناؤ جسکا ایک زاویہ ب ا س قائمہ ہو (ام شکل ۴۵) اور ضلع ب ا
کو نقطہ ہ تک برابر خط ا س کے بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲ ام شکل ۳) اور خط
ب ہ کو نقطہ ط پر نصف کرو (ام شکل ۱۰) اور نقطہ ط کو مرکز
فرضکر ط ہ یا ط ب کے دوری پر نصف دائرہ ہ د ب بناؤ اور خط
س ا کو بڑھاؤ کہ محیط نصف دائرہ سے نقطہ د پر ملے اور ملاؤ
د ط کو تو خط ا د کا مربع برابر ہوگا شکل ک کے

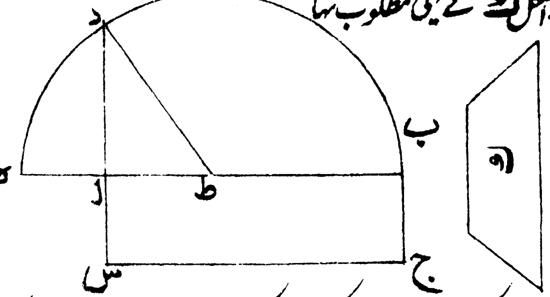


ثبوت — کیونکہ خط ب ہ نقطہ ط پر نصف ہوا اور نقطہ ا پر
تقسیم اسلیے سطح ب ا و ا ہ کے مع مربع ط ا کے برابر ہے مربع
ط ہ کے (۲ ام شکل ۵) لیکن مربع ط ہ کا برابر ہے مربع ط د کے
کیونکہ خط ط ہ برابر ہے خط ط د کے (حد ۱۵ ام) اور مربع ط د کا
برابر ہے مجموعہ مربع ط ا اور مربع ا د کے (ام شکل ۴۷) اسلیے
سطح ب ا و ا ہ کے مع مربع ط ا کے برابر ہے مجموعہ مربع

طا اور مربع اد کے مشترک مربع طا کو طرح دو تو باقی سطح با و اہ کے برابر ہے مربع اد کے (علوم متعارفہ ۳)

لیکن سطح با و اہ کے برابر ہے سطح بس کے

کیونکہ خط اہ برابر ہے خط اس کے عملاً اسلیے مربع اد کا برابر ہے سطح بس کے اور سطح بس برابر ہے شکل ک کے عملاً تو مربع اد کا برابر ہوا شکل ک کے یہی مطلوب تھا



سوال - ایک مربع مفروض کی برابر ایک سطح قائمۃ الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع کا فرق برابر ایک خط مفروض کے ہو -

مسئلہ الف

کسی مثلث کے ایک ضلع کو نصف کرکے نقطہ تنصیف و مقابل کے زاویہ مین خط ملایا جاوے تو مثلث کی باقی دو اضلاع کا مربع ملکر برابر ہوگا دو چند مربع نصف خط اور دو چند مربع اوس خط کے مجموعہ سے

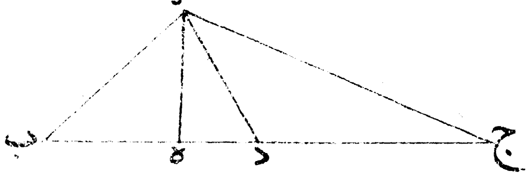
جو کہ نقطہ تنصیف اور مقابل زاویہ مثلث میں واصل ہے —

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا ب ج کا ضلع ب ج

نقطہ د پر تنصیف ہوا اور نقطہ د اور مقابل زاویہ ا میں خط

ا د وصل ہوا تو مربع ا ب و مربع ا ج کا اکٹھا برابر ہوگا دو چند

مربع ب د و دو چند مربع د ا کے



نقطہ ا سے خط ب ج پر عمود ا ہ گراؤ (۱۲ م شکل) —

ثبوت — کیونکہ مربع ا ب کا برابر ہے مجموعہ مربع ا ہ اور مربع ہ ب کے

(۴۷ م شکل) اسیطرح مربع ا ج کا برابر ہے مجموعہ مربع ا ہ اور

مربع ہ ج کے تو مجموعہ مربع ا ب و مربع ا ج کا برابر ہے مجموعہ مربع

ب ہ اور مربع ہ ج و دو چند مربع ا ہ کے (علوم متعارفہ ۲)

لیکن مجموعہ مربع ب ہ اور مربع ہ ج کا برابر ہے دو چند مربع

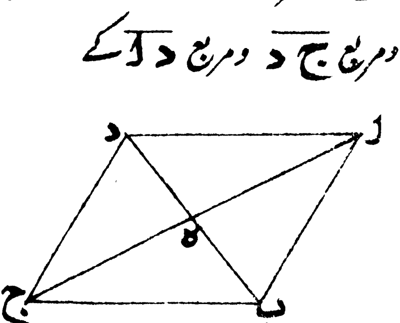
ب د و دو چند مربع د ہ کے (۹ م شکل) اور مربع ا د کا

برابر ہے مجموعہ مربع ا ہ اور مربع ہ د کے (ام ۴۷ش) تو دو چند مربع ا ہ اور دو چند مربع ہ د کا ملکر برابر ہے دو چند مربع ا د کے اسلیے مجموعہ مربع ا ب اور مربع ا ج کا برابر ہے دو چند مربع ب د اور دو چند مربع د ا کے یہی مطلب تھا

مسئلہ ب

سطح متوازی الاضلاع کے وتروں کا مربع ملکر برابر ہے
مجموعہ مربع اضلاع سطح متوازی الاضلاع کے

دعویٰ خاص — فرضکرو کہ سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د ہے جسکے وتر ا ج و د ب ہین جو کہ نقطہ ہ پر تقاطع کرتے ہین تو مجموعہ مربع ا ج و مربع د ب کا برابر ہے مجموعہ مربع ا ب و مربع ب ج و مربع ج د و مربع د ا کے



ثبوت — کیونکہ مثلث ا ہ د و ب ہ ج مین متبادلہ زاویہ

ا د ب برابر ہے متبادلہ زاویہ د ب ج کے (ام ۲۹ مق)
اور زاویہ ج ہ ب برابر ہے زاویہ ا ہ د کے (ام ۱۵ مق)
اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ب ج کے (ام ۳۴ مق) اسلیے
ضلع ب ہ برابر ہے ضلع ہ د کے اور ضلع ا ہ برابر ہے
ضلع ہ ج کے (ام ۲۶ مق)
پھر کیونکہ مثلث ا د ج میں مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج کا برابر
ہے دو چند مربع ا ہ اور دو چند مربع ہ د کے (ہ م الف مق)
اسیطرح مثلث ا ب ج میں مجموعہ مربع ا ب اور مربع ب ج کا
برابر ہے دو چند مربع ا ہ اور دو چند مربع ہ ب کے لیکن دو چند
مربع ہ ب کا برابر ہے دو چند مربع ہ د کے کیونکہ خط ہ ب
برابر خط ہ د کے ہے اسلیے مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج اور مربع
ج ب اور مربع ب ا کا برابر ہے چار چند مربع ا ہ و چار چند
مربع ہ د کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن چار چند مربع ہ د کا برابر ہے
مربع د ب کے اور چار چند مربع ا ہ کا برابر ہے مربع ا ج کے
(نتیجہ ۲ ہ م ش) اسلیے مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج اور مربع ج ب

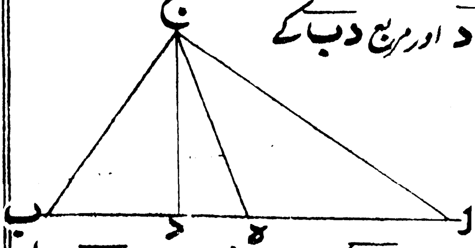
اور مربع ب ا کا برابر ہے مجموعۂ مربع اج و مربع دب کے یہی مطلب تھا

نتیجہ ا — سطح متوازی الاضلاع کے وتر جس نقطہ پر تقاطع کرتے ہین اوس نقطہ پر متناصف ہوتے ہین —

مسئلہ ج

شلث مین کیسے زاویہ سے مقابل کے ضلع پر عمود گرایا جاوے تو باقی دو ضلعون کے مربعون کا تفاوت برابر ہوگا اوس ضلع کے جزون کے مربعون کے تفاوت کے جسپر کہ عمود گرتا ہے

دعوی خاص — فرضکرو کہ شلث اج ب مین نقطۂ ج سے خط اب پر عمود ج د گرا تو تفاوت مربع اج اور مربع ج ب کا برابر ہے تفاوت مربع ا د اور مربع د ب کے



ثبوت — کیونکہ مربع اج کا برابر ہے مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج کے (ام ۴۷ ش) اسیطرح مربع ج ب کا برابر ہے مجموعہ مربع ب د اور مربع د ج کی تو تفاوت مربع اج و ج ب کا برابر ہوا تفاوت مربع ا د و مربع د ب کی یہی مطلب تھا

نتیجہ ۱ — مثلث مین جس ضلع پر عمود گرتا ہے اگر اوس ضلع کو نصف کرین تو مثلث کی باقی دو اضلاع کے مجموعہ و تفاوت کی سطح برابر ہوگی دو چند سطح کل خط او خط فصل کے

دعوی خاص — شکل سابق مین خط اب کو نقطہ ہ پر تنصیف کیا — تو سطح اج و ج ب کے مجموعہ تفاوت کی برابر ہے دو چند سطح اب و ہ د کے

ثبوت — کیونکہ ثابت ہوا کہ تفاوت مربع اج و مربع ج ب کا برابر ہے تفاوت مربع اد و مربع دب کی لیکن تفاوت مربع اج و مربع ج ب کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت اج اور ج ب کے (نتیجہ ۴ شکل ۵) اور تفاوت مربع اد و مربع دب کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت اد و دب کے اور اد و دب کا مجموعہ اب ہے و تفاوت دو چند د ہ ہے اسلیے اج و ج ب کے مجموعہ و تفاوت کی سطح برابر ہے دو چند سطح اب و د ہ کے —

نتیجہ ۲ — ایک خط مستقیم کے کسی نقطہ سے عمود نکالا جاوے اور عمود کے ایک ایک نقطہ سے دو دو خط خط مفروض کے نقاط انتہا مین ملائے جاوین تو ان دو دو خطون کی مربعون کا تفاوت باہم برابر ہوگا —

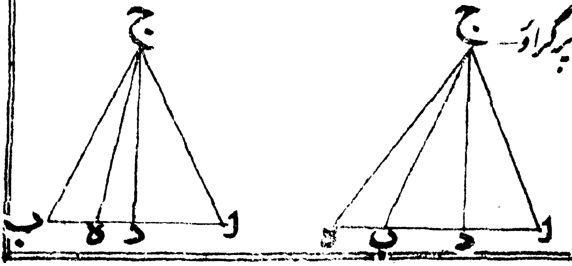
نتیجہ ۳ — اگر کسی ایک نقطہ سے کسی خط محدود کے نقاط انتہا مین دو خط ملائے جاوین اور پھر دوسرے نقطہ سے اوسی خط کے

نقاط انتہامین اور یہ دو خط ملائے جاوین اور پہلے دو خطوط کے مربونکا
تفاوت برابر ہو دوسری دو خطون کے مربعونکے تفاوت کے تو انُ دونون
نقطون مین خط وصل کرکے اگر بڑہایا جاوے تو وہ خط مفروض پر عمود ہوگا
بشرطیکہ دو نون نقطہ خط مفروض کے ایک ہی جانب ہون —

مسئلہ د

اگر مثلث متساوی الساقین کے زاویۂ راس سے ایک خط نکالا
جاوے اور وہ قاعدہ سے مثلث کے اندر یا باہر ملے تو قاعدہ
کے حصونکی سطح برابر ہوگی تفاوت مربع اوس خط اور ایک ساق مثلث کے

دعوی خاص — فرضکرو کہ مثلث متساوی الساقین ا ب ج ہے
جسکے زاویہ راس ج سے خط ج ہ نکل کر قاعدہ ا ب سے نقطہ
ہ پر ملتا ہے تو سطح ا ہ و ہ ب کی برابر ہوگی تفاوت مربع ا ج
و ج ہ کے پہلے فرضکرو کہ وہ خط مثلث کے اندر ہی نقطہ ج سے ج د عمود
ا ب پر گراؤ —



ثبوت — کیونکہ تفاوت مربع ا ج اور مربع ج ہ کا برابر ہے
تفاوت مربع ا د اور مربع د ہ کے (۲م ش س) اور تفاوت
مربع ا د اور مربع د ہ کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت ا د اور
د ہ کے (نتیجہ ۲م ش س) یعنی سطح ا ہ اور ہ ب کی اسلیے تفاوت
مربع ا ج اور مربع ج ہ کا برابر ہے سطح ا ہ و ہ ب کے

دوسرے فرضکرو کہ خط ج ہ باہر مثلث کے واقع ہے ۔

کیونکہ تفاوت مربع ا ج اور مربع ج ہ کا برابر ہے تفاوت مربع
ا د اور مربع د ہ کے (۲م ش س) اور تفاوت مربع ا د اور
مربع د ہ کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت ا د و د ہ کے لیکن
ا د و د ہ کا مجموعہ ا ہ ہے اور تفاوت ہ ب ہے کیونکہ خط ا د
برابر ہے خط د ب کے اسلیے تفاوت مربع ا ج اور مربع ج ہ کا
برابر ہے سطح ا ہ اور ہ ب کے یہی مطلب تھا فقط

سوالات

سوال ۱

دو خطوط غیر مساوی مین ایک خط جسقدر زیادہ ہے دوسرے خط سے تو اوس زیادتی کا مربع اون دونون خطوط کے مربعونکے مجموعہ سے بقدر دوچند سطح اونہین دونون خطوط کے کم ہوگا —

سوال ۲

اگر ایک مثلث کے تینون زاویون سے تین خط مقابل کے اضلاع پر نکالے جاوین اور مقابل کے ضلاع کو اوس نقطہ پر نصف کرین جس نقطہ پر کہ اون سے ملتے ہین تو ان خطوط کا چارچند مربع برابر ہوگا مثلث کے ضلاع کے سہ چند مربع کے —

سوال ۳

ایک خط کو اسطرح تقسیم کرو کہ مربع کل خط اور مربع ایک حصہ کا ملکر برابر ہو دوسرے حصہ کے دوچند مربع کے اور یہ بھی ثابت کرو کہ جب خط اسطرح تقسیم ہووے گا تو بڑے حصہ کا مربع برابر ہوگا دوچند سطح کل خط اور چھوٹے حصہ کے —

سوال ۴

سطح مستطیل کی برابر ہوتی ہے نصف سطح اون مربعون کے وترون کے جو کہ اوسکے دو ضلاع پر بنائے جاوین۔

سوال ۵

اگر ایک خط اسطرح تقسیم کیا جاوے جس طرح مسئلہ ۱۱ مقالہ ۲ مین ہے تو مربع کل خط اور مربع ایک حصہ کا ملکر برابر سہ چند مربع دوسری حصہ کی ہوگا۔

سوال ۶

اگر مثلث کے زاویون سے خطوط مقابل کے اضلاع کے نقاط تنصیف تک کھینچے جاوین تو جو خطوط کہ درمیان نقطہ تقاطع خطوط اور تینون زاویہ مین اونکے مربعون کا مجموعہ برابر ثلث مجموعہ مربع ضلاع مثلث کے ہوگا۔

سوال ۷

ایک مثلث مختلف الاضلاع کے ایک ضلع کو اتنا بڑہاؤ کہ سطح اوس ضلع اور حصہ افزودہ کے برابر ہو تفاوت مربعون باقی اضلاع کے۔

سوال ۸

ایک مثلث کا قاعدہ اور سطح اور وہ خط جو کہ نقطہ تنصیف قاعدہ

اور مقابل زاویہ مین وصل سے جانکر شلث بناؤ۔

سوال ۹

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے زاویۂ حادہ سے ایک خط مقابل کے ضلع کے نقطہ تنصیف مین ملایا جاوے تو اس خط کا مربع وتر کے مربع سے بقدر سہ چند مربع نصف اوس ضلع کے کم ہوگا جو کہ تنصیف کیا گیا۔

سوال ۱۰

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر سے دونون باقی ضلع کو قطع کرین تو حصہ وسط کا مربع برابر ہوگا دو چند سطح حصہ اطراف کے۔

سوال ۱۱

اگر ایک مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ پر کسی زاویہ سے مقابل کے ضلع پر عمود کینچا جاوے تو اس عمود کا مربع برابر ہوگا اوس خط کے مربع کے جو درمیان عمود اور قاعدہ کے دوسرے زاویہ کے واقع ہے اور دو چند سطح حصص ضلع کے۔

سوال ۱۲

ایک مثلث متساوی الساقین منفرجۃ الزاویہ ایسا بناؤ کہ مربع وتر زاویہ

منفرجہ کا سہ چند ایک ساق کے مربع سے ہو —

سوال ۱۳

اگر ایک منحرف کے دو ضلع متوازی ہون تو ثابت کرو کہ سطح منحرف کے برابر ہے سطح نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عمود کے —

سوال ۱۴

اگر ایک منحرف کے دو ضلع متوازی ہون اور دوسرے دو ضلع متساوی ہون تو سطح اضلاع متوازی کے مع مربع ایک ضلع متساوی کے برابر ہوگی مربع اوس خط کے جو کہ مقابل کے زاویون مین ملایا جاوے

سوال ۱۵

منحرف مین مجموعہ مربع وترون کا دوچند ہوگا اون خطوط کے مربعون کے مجموعہ سے جو کہ مقابل کے اضلاع کے نقاط تنصیف مین ملاے جاوین —

سوال ۱۶

اگر ایک مثلث کے اضلاع پر مربع بنای جاوین اور نقاط انتہا مربعون مین خطوط ملاے جاوین تو ایک مسدس پیدا ہوگا جسکے اضلاع کے

مربع کا مجموعہ برابر ہوگا چوچند مجموعہ مربع اضلاع مثلث کے۔

سوال ۱۷

ایک مثلث متساوی الاضلاع کے برابر جو مربع ہو اوسکا ایک ضلع دریافت کرو۔

سوال ۱۸

ایک مربع برابر دو سطوح قائمۃ الزاویہ کے بناؤ۔

سوال ۱۹

ایک خط کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اونکی سطح برابر ہو ایک سطح قائمۃ الزاویہ کے۔

سوال ۲۰

ایک خط کو ایسے دو حصون پر تقسیم کرو کہ اونکی سطح برابر ہو ایک مربع مفروض کے لیکن مربع مفروض کا ایک ضلع نصف خط مفروض سے بڑا نہ ہو۔

سوال ۲۱

ایک خط مستقیم کو اتنا بڑھاؤ کہ کل خط و خط افزودہ کے مجموعہ کا مربع

برابر ہو دوچند مربع ایک خط مفروض کے۔

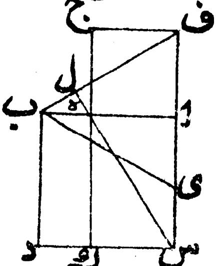
سوال ۲۲

ایک خط کو دو حصون مین اسطرح تقسیم کرو کہ مجموعہ اونکے مربعونکا خط معلوم کے مربع سے دوچند ہو۔

سوال ۲۳

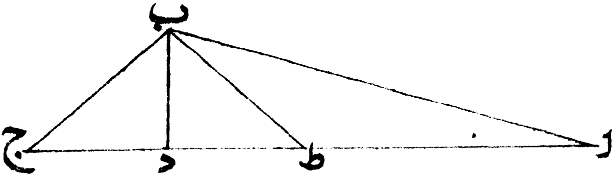
اگر ایک خط دو مساوی اور دو غیر مساوی حصون مین تقسیم ہو تو دونون غیر مساوی حصون کے مربع کا مجموعہ برابر ہوگا چارچند مربع خط فصل اور دوچند سطح غیر مساوی حصون کے۔

سوال ۲۴



اگر مسئلہ ۱۱ مقالہ ۲ مین ملاؤ ف ب کو اور س ھ کو ملا کر بڑہاؤ کہ خط ب ف سے نقطہ ل پر ملے تو خط س ل خط ب ف پر عمود ہوگا۔

سوال ۲۵



اگر مثلث اب ج مین زاویہ اب ج منفرجہ اور زاویہ ب ج ا نصف قائمہ ہی اور خط اج پر خط ب د عمود ہے اور خط ط ب نقطہ تنصیف خط اج اور زاویہ منفرجہ اب ج مین ملا ہے تو ثابت کرو کہ مربع اب کا دوچند ہے مجموعہ مربع اط و ط د سے

سوال ۲۶

مثلث قائمۃ الزاویہ کا وتر تین حصہ مساوی پر تقسیم کیا جاوے اور نقاط تثلیث سے زاویہ قائمہ مین خطوط ملاے جاوین تو ایک مثلث پیدا ہوگا اس مثلث کے اضلاع کے مربعون کا مجموعہ برابر ہوگا دو تہائی مربع وتر قائمۃ الزاویہ کے —

سوال ۲۷

دو خطوط کے مجموعہ و تفاوت کے مربعون کا مجموعہ دوچند ہوگا مجموعۂ مربعون خطوط مذکور سے —

سوال ۲۸

ایک مربع کے ایک ضلع کو اسقدر بڑہاؤ کہ اگر نقطہ انتہا سے ایک خط متوازی دوسرے ضلع کا نکالین اور وہ بڑہے ہوے وتر مربع سے ملے تو یہ ایک مثلث برابر مربع مفروض کے پیدا ہو

سوال ۲۹

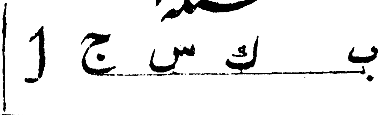
ثابت کرو کہ ہر ایک مثلث برابر نصف اوس مستطیل کے ہے جو کہ عمود اور قاعدہ مثلث سے بنتی ہے اور یہ بہی ثابت کرو کہ مثلث کی پیمایش مین نصف قاعدہ کو کل عمود مین کیون ضرب دیتے ہین

سوال ۳۰

منحرف کے وترون کے مربعون کا مجموعہ چارون ضلعونکے مربعون کے مجموعہ سے بقدر چہ چند مربع اوس خط کے جو کہ وترون کے نقاط وسط مین ملایا جاوے کم ہوتا ہے —

ثبوت مسئلہ مقالہ دوم جبر و مقابلہ

مسئلہ ۱



فرض کرو کہ ب ج = د اور ب ک = لا اور ک س = ط

اور س ج = م اور ا = س

د = لا + ط + م جانبین مساوات کو س مین ضرب دیا

∴ د س = لا س + س ط + م س یہی مطلب تھا

مسئلہ ۲

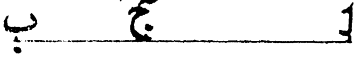
فرض کرو کہ ا ب = لا اور ا ج = د اور ج ب = ط

تو لا = د + ط

طرفین مساوات کو لا مین ضرب دیا

$لا^2$ = لا د + لا ط یہی مطلب تھا

مسئلہ ۳

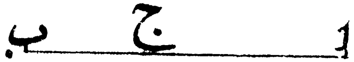


فرضکرو کہ اب = لا اور اج = د اور جب = ط

لا = د + ط   طرفین مساوات کو ط مین ضرب دیا

طلا = ط.د + ط² یہی مطلب تہا

مسئلہ ۴



فرضکرو کہ اب = لا اور اج = د اور جب = ط

لا = د + ط   طرفین مساوات کا مجذور کیا تو

لا² = د² + ۲ د ط + ط² یہی مطلب تہا

مسئلہ ۵

فرضکرو کہ اب = ۲ لا اور جب = لا اور جک = د

اور اک = لا + د اور بک = لا − د

(لا + د) × (لا − د) = لا² − د²

انہین د² کو جمع کیا تو

(لا + د) × (لا − د) + د² = لا² یہی مطلب تہا

مسئلہ ۶

ا ج ب ك

فرضکرو کہ اب = ۲ لا اور ج ب = لا اور ب ك = د

اور اك = ۲ لا + د اور ج ك = لا + د

(۲ لا + د) د = ۲ لا د + د^{۲} انمین لا^{۲} کو جمع کرو

(۲ لا + د) د + لا^{۲} = لا^{۲} + ۲ لا د + د^{۲}

لیکن لا^{۲} + ۲ لا د + د^{۲} = (لا + د)^{۲}

اسلیے (۲ لا + د) د + لا^{۲} = (لا + د)^{۲} یہی مطلب تھا

مسئلہ ۷

ا ج ب

فرضکرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط

لا = د + ط طرفین کو مجذور کیا

لا^{۲} = د^{۲} + ۲ د ط + ط^{۲} ہر ایک مین د^{۲} کو جمع کیا

لا^{۲} + د^{۲} = ۲ د^{۲} + ۲ د ط + ط^{۲}

لیکن ۲ د^{۲} + ۲ د ط = ۲ د (د + ط) = ۲ د لا

∴ لا^{۲} + د^{۲} = ط^{۲} + ۲ د لا یہی مطلب تھا

مسئلہ ۸

ا ج ب

فرض کرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط

لا = د + ط   طرفین سے ط کو کم کیا تو

لا − ط = د   طرفین کا مجذور کیا

لا² − ۲ لا ط + ط² = د²   طرفین میں ۴ لا ط کو جمع کیا

لا² + ۲ لا ط + ط² = د² + ۴ لا ط

لیکن لا² + ۲ لا ط + ط² = (لا + ط)²

∴ (لا + ط)² = د² + ۴ لا ط

مسئلہ ۹

ا ج ک ب

فرض کرو کہ اب = ۲ لا اور اج = لا اور ج ک = د اور اک
= لا + د اور ک ب = لا − د

(۱) (لا + د)² = لا² + ۲ لا د + د²
(۲) (لا − د)² = لا² − ۲ لا د + د²   ان کو جمع کیا

تو (لا + د)² + (لا − د)² = ۲ لا² + ۲ د² ہیں ثابت

مسئلہ ١٠

ا ج ب ك

فرضکرو کہ اب = ٢لا اور اج یا ج ب = لا اور بك = د

اور اك = ٢لا + د اور جك = لا + د

(٢لا + د)^{٢} = ٤لا^{٢} + ٤لا د + د^{٢} انمین د^{٢} کو جمع کیا

(٢لا + د)^{٢} + د^{٢} = ٤لا^{٢} + ٤لا د + ٢د^{٢} اور

(لا + د)^{٢} = لا^{٢} + ٢لا د + د^{٢} انمین لا^{٢} کو جمع کیا

(لا + د)^{٢} + لا^{٢} = ٢لا^{٢} + ٢لا د + د^{٢} اسکو ٢ مین ضرب دیا

٢(لا + د)^{٢} + ٢لا^{٢} = ٤لا^{٢} + ٤لا د + ٢د^{٢}

٨ (٢لا + د)^{٢} + د^{٢} = ٢(لا + د)^{٢} + ٢لا^{٢} یہی مطلب تھا

مسئلہ ١١

ا د ب

فرضکرو کہ اب = د اور وہ حصہ جسکا مربع ہوگا یعنے اد = لا

اور دب = د − لا

(د − لا) د = لا^{٢} دھر کو اٹھا دیا

د^{٢} − لا د = لا^{٢}

$\text{لا}^2 + \text{لا}\,\text{د} = \text{د}^2$ طرفین میں $(\frac{\text{د}^2}{۴})$ کو جمع کیا

$\text{لا}^2 + \text{د}\,\text{لا} + \frac{\text{د}^2}{۴} = \frac{۵\text{د}^2}{۴}$ طرفین کا جذر کیا

$$\text{لا} + \frac{\text{د}}{۲} = \sqrt{\frac{۵\text{د}^2}{۴}} = \frac{\text{د}\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{\text{د}\sqrt{۵} - \text{د}}{۲}$$

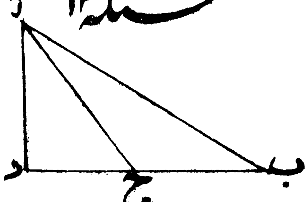
اور $\text{د} - \text{لا} = \text{د} - \frac{\text{د}\sqrt{۵} - \text{د}}{۲}$

$$= \frac{۲\text{د} - \text{د}\sqrt{۵} + \text{د}}{۲}$$

$$= \frac{۳\text{د} - \text{د}\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\therefore \text{د} - \text{لا} = \frac{۳\text{د} - \text{د}\sqrt{۵}}{۲}$$

مسئلہ ۱۲



فرض کرو کہ $\overline{\text{اب}} = \text{ط}$ اور $\overline{\text{ب ج}} = \text{لا}$ اور $\overline{\text{ج ا}} = \text{د}$

اور $\overline{\text{ج د}} = \text{ک}$ اور $\overline{\text{د ا}} = \text{م}$ اور $\overline{\text{ب د}} = \text{لا} + \text{ک}$

(۱) $\text{ط}^2 = (\text{لا} + \text{ک})^2 + \text{م}^2$

(۲) $\text{د}^2 = \text{ک}^2 + \text{م}^2$

اول مساوات میں سے دوسری مساوات کو تفریق کیا

ط^2 − د^2 = (لا + ک)^2 − ک^2

= لا^2 + ۲ لاک + ک^2 − ک^2

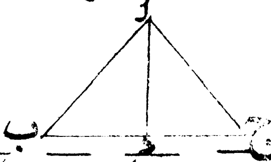
= لا^2 + ۲ لاک

∴ ط^2 − د^2 = لا^2 + ۲ لاک

ط^2 = لا^2 + ۲ لاک + د^2 یہی مطلب تھا

مسئلہ ۱۳

صورت اول



فرض کرو کہ ج ب = لا اور ج ا = د اور ا ب = ط

اور ب د = ک اور ا د = م اور د ج = لا − ک

(۱) ط^2 = ک^2 + م^2

(۲) د^2 = (لا − ک)^2 + م^2 } (از شکل) اول مساوات سے دوم مساوات کو گھٹایا

ط^2 − د^2 = ک^2 − (لا − ک)^2

= ک^2 − (لا^2 − ۲ لاک + ک^2)

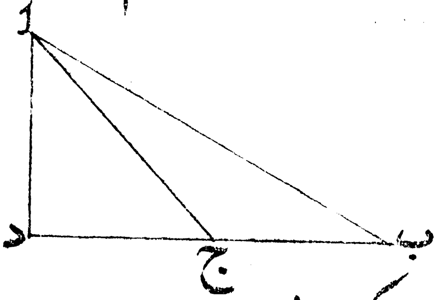
= ک^2 − لا^2 + ۲ لاک − ک^2

= − لا^2 + ۲ لاک

∴ ط^۲ − د^۲ = − لا^۲ + ۲ لا ک

ط^۲ + لا^۲ = د^۲ + ۲ لا ک

صورت دوم



ج د = ک − لا

(۱) ط^۲ = ک^۲ + ھ^۲

(۲) د^۲ = (ک − لا)^۲ + ھ^۲

(از شکل ۲) اول مساوات سے دوم مساوات کو کم کیا

ط^۲ − د^۲ = ک^۲ − (ک − لا)^۲

= ک^۲ − (ک^۲ − ۲ ک لا + لا^۲)

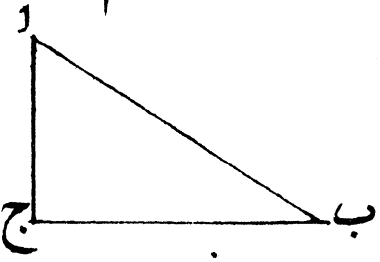
= ک^۲ − ک^۲ + ۲ ک لا − لا^۲

= ۲ ک لا − لا^۲

∴ ط^۲ − د^۲ = ۲ ک لا − لا^۲

ط^۲ + لا^۲ = د^۲ + ۲ ک لا

صورت سوم



لا = ک

ط^{۲} = لا^{۲} + د^{۲} اسمین لاکو جمع کیا

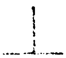
ط^{۲} + لا^{۲} = ۲ لا^{۲} + د^{۲} یہی مطلب تہا

واضح ہو کہ ان مسئلون مین حروف کی جگہہ عدد فرض کرنیسے حل ان مسئلونکا حساب سے ہو جاوے گا —

ثبوت دوسری طرح مسئلہ ۸

اب و بج کے مربعون کا مجموعہ اب و بج کے مجموعہ کے مربع سے بقدر دوچند سطح اب و بج کے چہوٹا ہے (نتیجہ ۲ مسئلہ ۴) اور اب و بج کے مربعون کا مجموعہ برابر ہے دوچند سطح اب و بج کے مع مربع اج کے

(نتیجہ ۴ کم س ۲) اسلیے $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$ کے مجموعہ کا مربع
برابر ہے دوچند سطح $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$ مع مربع $\overline{\text{اج}}$ سے بقدر
دوچند سطح $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$ کے پس $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$
کے مجموعہ کا مربع برابر ہوا $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$ کے چارچند
سطح مع مربع $\overline{\text{اج}}$ کے۔

		রেখাগণিত	علامات
۱	جامیٹری	রেখাগণিত	
۲	حدود	পরিভাষা	
۳	نقطہ	বিন্দু	
۴	خط	রেখা	
۵	خط مستقیم	সরলরেখা	
۶	سطح	ধরাতল	
۷	سطح مستوی	সমতল ধরাতল	
۸	زاویہ مسطحہ	কোণ	
۹	زاویہ مسطحہ مستقیم الخطین	সরল কোণ	
۱۰	زاویہ قائمہ	সমকোণ	
۱۱	عمود	লম্ব	
۱۲	زاویہ منفرجہ	স্থূলকোণ	
۱۳	زاویہ حادہ	ন্যূনকোণ	
۱۴	حد	সীমা	
۱۵	دائرہ	বৃত্ত	

۱۶	نصف دائرہ	छनाई	
۱۷	مرکز	केन्द्र	
۱۸	قطر	व्यास	
۱۹	نصف قطر	गमाई	
۲۰	اشکال مستقیمۃ الاضلاع	ऋजुभुज	
۲۱	مثلث	त्रिभुज	
۲۲	ذوار بعۃ الاضلاع	चतुर्भुज	
۲۳	کثیر الاضلاع	बहुभुज	
۲۴	مثلث متساوی الاضلاع	समत्रिबाहु त्रिभुज	
۲۵	مثلث متساوی الساقین	समद्विबाहु त्रिभुज	
۲۶	مثلث مختلف الاضلاع	विषम त्रिभुज	
۲۷	مثلث قائمۃ الزاویہ	समकोण त्रिभुज	
۲۸	مثلث منفرجۃ الزاویہ	अधिककोण त्रिभुज	
۲۹	مثلث حادۃ الزاویہ	न्यूनकोण त्रिभुज	
۳۰	مربع	वर्ग क्षेत्र	

۳۱	مستطیل	आयतक्षेत्र	▭
۳۲	معین	विषमकोण सम चतुर्भुज	
۳۳	شبہ معین	विषमकोण आयत	
۳۴	منحرف	विषमचतुर्भुज	
۳۵	خط متوازی	समानान्तर रेखा	||
۳۶	اشکال متوازی الاضلاع	समानान्तर क्षेत्र	▭
۳۷	سطوح متمم	कर्णाश्रित	
۳۸	زاویۂ داخلہ	अन्तः कोण	
۳۹	زاویۂ خارجہ	बहिः कोण	
۴۰	زاویہ متبادلہ	एकान्तर कोण	بیا
۴۱	اصول موضوعہ	अध्योपक्रम	
۴۲	علوم متعارفہ	स्वयंसिद्ध	
۴۳	علم	मापक	
۴۴	خط فصل	अधिकोरेखा	
۴۵	مسئلہ	साध्य	
۴۶	شکل	क्षेत्र	
۴۷	نتیجہ	फल	

تحریر اقلیدس

حصہ دوم

جسمین تیسرا اور چوتھا مقالہ شامل ہے

مجاریہ و مستعملہ مدارس سررشتہ تعلیم ممالک مغربی و شمالی

جسکو

پنڈت بنسی دھر نے باعانت پنڈت موہن لال تالیف کیا

حسب الایماے

مروج علم و ہنر صاحب ڈائرکٹر آف پبلک انسٹرکشن ملک اودہ

واسطے استعمال مدارس و مکاتب سررشتہ تعلیم اودہ کے

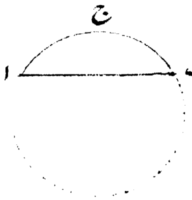
لکھنؤ

مطبع منشی نولکشور مین چھاپی گئی

سنہ ۱۸۷۳ع

تیسرا مقالہ

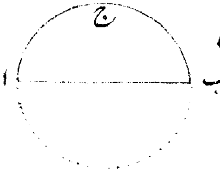
حدود



۱- محیط کے ٹکڑے کو قوس کہتے ہیں

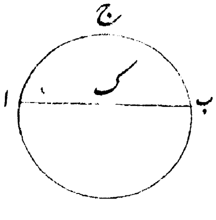
مثلاً اج ب قوس ہے۔

۲- اگر قوس کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک جو خط سیدھا
کھینچا جاوے تو اوسے وتر کہتے ہیں



جیسے اب وتر ہے

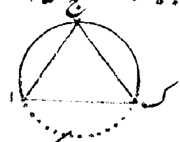
۳- نصف دائرے کا قوس نصف محیط
کہلاتا ہے اور آدھا قطر نصف قطر جیسے
اج ب نصف محیط ہی اور ک ب نصف قطر



۴- قطعہ دائرہ وہ کہلاتا ہی جو قوس
اور وتر سے محدود ہے

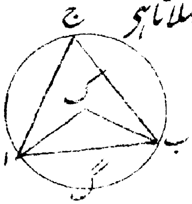
جیسے اج ب قطعۂ دائرہ ہے

۵ - اگر قوس کے کسی نقطے سے وتر کے سرون تک دو خط کھینچے
جاوین تو جو زاویہ کہ ان دو خطوں سے قوس مین پیدا ہو وہ زاویۃ القطعہ کہلاتا ہی
مثلاً اج ک قطعہ دائرہ کا زاویہ اج ک



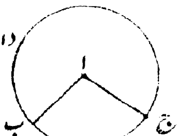
زاویۃ القطعہ ہے

۶ - اگر قوس کی حدون سے دو خطوط اس طرح پر کھینچے جاوین
کہ وہ محیط کے کسی نقطہ پر یا مرکز پر ملین تو جو زاویہ ان دونوں
خطون کے ملنے سے پیدا ہو زاویۂ قوسی کہلاتا ہی
مثلاً اک ب یا اج ب جو قوس اگ ب

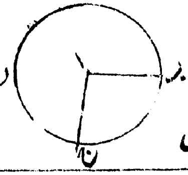


پر واقع ہین زاویۂ قوسی ہین

۷ - قطاع دائرہ وہ شکل ہے کہ دو نصف
قطر اور اونکے بیچ کے قوس سے محدود ہو مثلاً (شکل ۱) اب ج

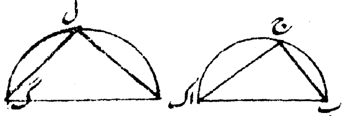


قطاع دائرہ ہے اور جب ایک نصف قطر
دوسرے نصف قطر پر عمود ہو تو قطاع
دائرہ کو ربع دائرہ کہین گے
جیسے (شکل ۲) اب ج ربع
دائرہ ہے

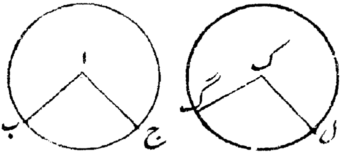


۸ - قطعہ متشابہ اون قطعون کو کہتے ہیں

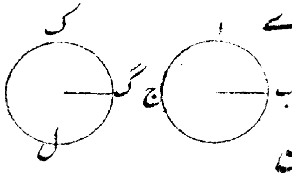
جنکے زاویہ برابر ہون
مثلاً اج ب اور ک ل گ



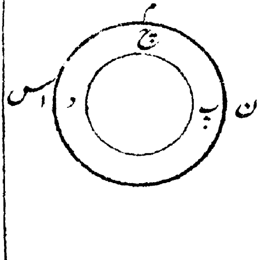
متشابہ ہین



۹- قوس متشابہ اون کو
کہتے ہین جنکے مرکز پر برابر
زاویہ ہون مثلاً ب ج اور گ ل قوس متشابہ ہین
۱۰- قطاع متشابہ اونکو کہتے ہین جنکی قوسین متشابہ ہون مثلاً
ب اج اور گ ک ل قطاع متشابہ ہین۔
۱۱- دائرہ متساوی اونکو کہتے ہین جنکے نصف قطر برابر ہون
مثلاً اب ج اور ک گ ل دائرے



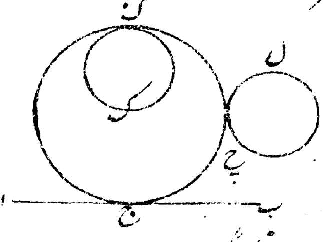
متساوی ہین
۱۲- ہم مرکز دائرہ اونکو کہتے ہین
جنکا ایک مرکز ہو مثلاً ج پ د اور
م ن س دائرے ہم مرکزی ہین



۱۳- خط مماس دائرہ اوس خط
کو کہتے ہین جو محیط کو ایک نقطہ پر
چھوتا ہو اور بڑھانے سے کسی اور نقطہ پر محیط کو نہ کاٹے مثلاً

اب خط مماس دائرہ گ ج ح کا ہے

۱۴— دوائر متماسہ اون دائرون کو کہتے ہین جو ایک نقطہ
پر ملین اور ایک دوسرے کو کسی اور نقطہ پر نہ کاٹے

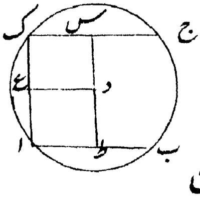


مثلاً گ ج ح
اور گ ک
دوائر متماسہ داخلاً ہین
اور گ ج ح اور ح ل دوائر متماسہ ہین خارجاً

۱۵— نقطۂ تماس اوس نقطہ کو کہتے ہین جسپر ایک دائرہ دوسرے
دائرے کو چھوتا ہو یا ایک خط ایک دائرہ کو
مثلاً ح اور ک اور ج نقطۂ تماس ہین

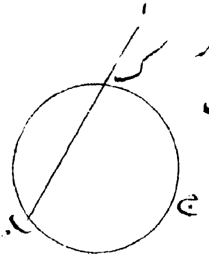
۱۶— اگر یہہ کہین کہ وتر مرکز سے برابر دوری پر ہین تو اوس سے
یہہ مراد ہے کہ جو عمود اونپر مرکز سے کھینچے جاوین وے برابر ہین
اور علی ہذا اگر یہہ کہین کہ ایک وتر کی دوری بہ نسبت دوسرے
وتر کے مرکز سے زیادہ ہے تو اوس سے یہہ مراد ہے کہ جو عمود
اوسپر مرکز سے کھینچا جاتا ہے اوس عمود سے جو کہ دوسری وتر
پر کھینچا جاتا ہے بڑا ہے
مثلاً وتر اب اور ک ج مرکز سے برابر دوری پر ہین کیونکہ عمود

وط برابر ہے عمود دس کے اور اک وتر بہ نسبت اب یا
کج وتر کے مرکز سے
زیادہ دوری پر ہے کیونکہ



عمود دع بڑا ہی دط یا دس سے

۱۷- خط قاطع دائرہ اوسکو کہتے ہین
جو دائرے کے باہر کسی نقطہ سے نکلکر
محیط کو دو نقطون پر کاٹے مثلا اب
خط قاطع دائرہ ب ج ک کا ہے۔

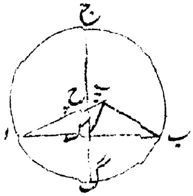


ا شکل

(دعوی) ہم چاہتے ہین کہ مرکز دائرہ مفروض کا دریافت کرین
فرض کرو کہ دائرہ اب ج کا مرکز معلوم کرنا ہی تو اوس دائرے
کے اندر کوئی خط اب سیدھا کھینچو اور ک نقطہ پر اوس خط
م شش ا ـــ ۱۰ کے برابر دو ٹکڑے کرلو اور اوسی نقطہ ک سے اب خط پر
م شش ا ـــ ۱۱ کج عمود ڈالو پھر جک کو گ نقطہ تک بڑھاؤ اور جگ
خط کے ح نقطہ پر برابر دو حصے کرلو وہی نقطہ مرکز اب ج
دائرے کا ہوگا اگر کہو کہ ح نقطہ مرکز نہوگا تو فرض کرو کہ پ
نقطہ مرکز ہے تو پ ا و پ ک اور پ ب خط کھینچو

ثبوت

اک پ اور ب ک پ مثلثون مین اک اور ب ک ضلع
برابر ہین اور ک پ ضلع



دونون مین مشترک ہی پس اپ
اور پ ب یہ دونون نصف قطر م حدود ا ۔ ۱۰
بھی برابر ہین اس سبب سے اک پ اور ب ک پ زاویے
برابر ہونگے لیکن جبکہ ایک خط دوسرے خط پر واقع ہوتا ہے م شکل ا ۔ ۸
اور اوسکے دونون پہلو کے زاویے آپس مین برابر ہوتی ہین
تو اونمین سے ہر ایک قائمہ ہوتا ہے اسواسطے پ ک ب
زاویہ قایمہ ہوا مگر ج ک ب زاویہ بھی قائمہ ہے اس سبب سی م حدود ا ۔ ۱۰
ج ک ب اور پ ک ب برابر ہونگے یعنی بڑا زاویہ چھوٹے
زاویے کے برابر ہوگا اور یہ بات محال ہے اسیلیے دائرہ ا ب ج
کا مرکز پ نقطہ پر نہین ہوگا اسی طرح سے یہ ثابت ہوسکتا ہے کہ
ج نقطہ کو چھوڑکر اور کسی نقطہ پر دائرہ ا ب ج کا مرکز نہوگا اس
سبب سے ج نقطہ ہی مرکز ہے۔

حاصل

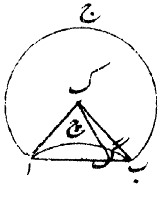
اس سے یہ بات ثابت ہوتی ہی کہ جو خط

وتر کے دو برابر ٹکڑے کرے اور
اوسپر عمود بھی ہو تو اوسی عمود کے
کسی نقطہ پر دائرے کا مرکز ہوگا +

۲ شکل

محیط دائرہ مین دو مفروضہ نقطون کے درمیان جو خط
سیدھا کھینچا جاوے وہ دائرے کے اندر ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے محیط مین ا اور ب دو نقطے
ہین تو ا سے ب تک جو خط کھینچا جاوے گا وہ ضرور محیط کے
اندر ہوگا اگر اندر نہو تو اگ ب خط کی



مانند محیط سے باہر ہوگا اب ج دائرہ کا
ک مرکز معلوم کرلو پھر ک ا اور ک ب
خط کھینچو اور اب قوس مین ح نقطہ لیکر ک ح خط کھینچ لو اور
اوسے گ نقطہ تک بڑھاؤ

ثبوت

کیونکہ ک ا اور ک ب نصف قطر برابر ہین اس سبب سے
ک اب اور ک ب ا زاویے برابر ہین اور اگ ک مثلث
کا اگ ضلع ب نقطہ تک کھینچا ہوا ہے اس سبب سے

صدود ۱۵ مشل ۱۵

زاویہ ک گ ب خارج ہے اور زاویہ داخلہ متقابلہ ک اگ سے م شں ۱-۱۶
بڑا ہے مگر ک اگ اور ک ب گ دونون زاویون کو برابر ثابت
کر چکے ہین اسیلیے ک گ ب زاویہ سے ک ب گ زاویہ بھی چھوٹا
ہوگا مگر بڑے زاوئے کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے م شں ۱-۱۹
اسواسطے ک ب ضلع ک گ ضلع سے بڑا ہوگا مگر ک ب اور
ک ح ضلع برابر ہین اسواسطے ک ح بھی ک گ سے بڑا ہوگا م حدود ۱-۱۵
یعنی چھوٹی چیز بڑی چیز سے بڑی ہوجاویگی یہ بات ناممکن ہے
اس سبب سے اب خط محیط سے باہر کبھی نہوگا اور اسی طرح
سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ وہ خط اب محیط کی اوپر
بھی نہوگا اسواسطے اب خط ضرور محیط کے اندر ہوگا فقط

۳ شکل

جو ایک خط مستقیم مرکز دائرہ پر گذری اور ایک وتر
کے دو برابر حصے کرے مگر وتر مرکز مین ہو کر نکلا ہو
تو وہ خط مستقیم اوس وتر پر عمود ہوگا اور اگر عمود ہوگا
تو اوسکی تنصیف بھی کرے گا

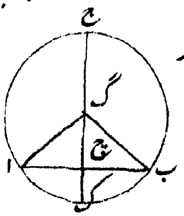
فرض کرو کہ دائرہ اب ج مین ج گ خط مرکز مین ہوکر گذرتا
ہے اور اب خط کے ح نقطہ پر دو برابر حصے کرتا ہے مگر

اب خط مرکز مین ہوکر نہین گذرتا ہے تو ج گ خط اب پر عمود

مقالہ ۳ شکل ۱

ہوگا دائرہ کا گ مرکز معلوم کرو اور

گ ا اور گ ب خط کھینچ لو



ثبوت

اچ گ اور ب چ گ مثلثون مین اچ اور ب چ ضلع

ف برابر ہین اور گ چ مشترک ہے اور گ ا اور گ ب

مقالہ ۱ حدود ۱۵ قاعدے سے برابر ہین اس لیے اچ گ زاویہ ب چ گ زاویہ

مقالہ ۱ شکل ۶ کے برابر ہے مگر جب ایک خط دوسرے خط پر کھڑا ہوتا ہے اور

مقالہ ۱ حدود ۱۰ قریب کے زاویے برابر ہوتے ہین تو ہر ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے

اس سبب سے ہر ایک زاویہ اچ گ اور ب چ گ قائمہ ہے

اسلیے ج گ خط جو مرکز پر ہوکر گذرتا ہے اور اب خط کو دو

نصف حصے کرتا ہے وہ اب پر عمود بھی ہے

لیکن فرض کرو کہ ج گ خط اب پر عمود ہے تو ج گ اب

کے نصف حصے کرے گا یعنی اچ اور ب چ برابر ہونگے

اور اس دعوی کے ثابت کرنے مین بھی وہی شکل بنالو جو

اوپر مرقوم ہے —

ثبوت

گ ا اور گ ب نصف قطر برابر ہین اسلیے گ اح اور مقالہ حدود ۱ ۱۵
گ ب ح زاویے برابر ہین اور اح گ زاویہ قائمہ برابر ہے مقالہ شکل ۱ ۴
ب ح گ زاویہ قائمہ کی اس سبب سے گ اح اور گ ب ح مقالہ حدود ۱ ۱۰
مثلثون مین دو زاویے ایک مثلث کے برابر ہین دوسرے
مثلث کے دو زاویون کے اور گ ح ضلع جو برابر زاویونکے
مقابل ہے دونون مین مشترک ہے اسواسطے اح اور ب ح ضلع مقالہ شکل ۱ ۲۶
برابر ہین —

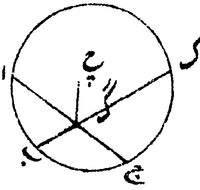
۴ شکل

اگر ایک دائرہ مین دو وتر آپس مین تقاطع کرین اور دونون مرکز مین ہوکر نہ گذرین تو اونمین سے ایک دوسرے کو نصف نہین کر سکتا

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ مین اج اور ب ک دو وتر مرکز سے باہر گ نقطہ پر تقاطع کرتے ہین تو اج اور ب ک مین سے ایک دوسرے کو نصف نہین کر سکتا اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ اگ اور گ ج برابر ہین اور ب گ اور گ ک بھی اگر ایک خط مرکز مین ہوکر گذرے تو ظاہر ہے کہ اوسکے نصف حصے اوس خط سے ہونگے جو مرکز مین ہوکر نہ جاویگا لیکن جو دونون خط مفروضہ مین سے کوئی خط مرکز مین ہوکر نہ گذرے تو دائرہ کا ح مرکز

مقالہ ۳ شکل ۱

معلوم کرو اور ہ ج ک خط کھینچ لو



ثبوت

د ج ک خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا ہی

وہ ا ج خط کے جو مرکز سے باہر

مقالہ ۳ شکل ۳

ہے دو برابر حصے کرتا ہی اسلیے ا ج پر ہ ج ک عمود ہی اس

سبب سے ا گ ہ ج زاویہ قائمہ ہے پھر کیونکہ ہ ج ک خط

ب ک خط کے جو مرکز سے باہر ہے نصف حصے کرتا ہی اسلیے ف

ب ک پر ہ ج ک عمود ہے اس سبب سے ہ ج گ ب

مقالہ ۳ شکل ۳

زاویہ قائمہ ہے لیکن ا گ ہ ج زاویہ قائمہ ثابت ہوچکا ہی

علوم متعارفہ ۱

اسلیے ا گ ہ ج زاویہ ب گ ہ ج زاویہ کے برابر ہے یعنی

چھوٹا برابر ہے بڑے کے یہہ ناممکن ہے اسلیے ا ج اور

ب ک مین سے ایک دوسرے کو نصف نہین کرسکتا۔

شکل ۵

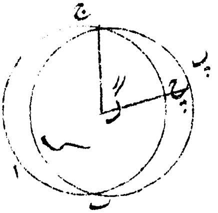
اگر دو دائرے مین سے ایک دوسرے کو

تقاطع کرے تو اونکا ایک ہی مرکز نہین ہوسکتا

فرض کرو کہ اب ج اور ج ک ب دائرے ب اور ج

نقطون پر تقاطع کرتے ہین تو اونکا ایک ہی مرکز نہو گا اگر

ممکن ہے تو فرض کرو کہ دونون دائرونکا گ مرکز ہے گ ج
خط کھینچ لو اور گ پج پ خط کھینچو جو پج اور پ نقطون پر
دائرہ کے ساتھ ملتا ہو۔



ثبوت

اب ج دائرے کا گ مرکز ہے
اسلیے گ ج اور گ پج برابر مقالہ حد ۱۵
ہین پھر کیونکہ گ وہی ج ک پ دائری کا بھی مرکز ہے اسلیے
گ ج اور گ پ برابر ہین لیکن گ ج بھی برابر ہے گ پج
کے اسواسطے گ پج اور گ پ برابر ہین یعنی چھوٹی چیز علوم متعارفہ
بڑی چیز کے برابر ہے یہہ ناممکن ہے اسلیے اب ج اور ج ک پ
دونون دائرونکا گ مرکز نہین ہے فقط۔

۵ شکل

ایک دائرہ دوسرے دائرے کی اندر ہو اور اوسکو
ایک نقطہ پر چھوتا ہو یعنی دونون دائرے متماسّہ ہون
تو ممکن نہین کہ اونکا ایک ہی مرکز ہو ۔۔
فرض کرو کہ اب ج اور ج ک پ دائرے ج نقطہ پر ملتی ہین
تو اونکا ایک ہی مرکز نہوگا اگر ممکن ہے تو فرض کرو

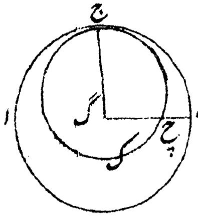
کہ گ دونون دائرونکا مرکز ہے گ ج خط کھینچ لو اور گ پح ب خط کھینچو جو پح اور ب نقطہ پر دائرون سے ملے

ثبوت

اب ج دائرہ کا گ مرکز ہے اسیلیے گ ج اور گ ب برابر ہین اور ج ک پح دائرے کا بھی گ مرکز ہے اسیلیے گ ج اور گ پح برابر ہین لیکن گ ج اور گ ب بھی برابر ہین اسواسطے گ پح اور گ ب برابر ہوے یعنی چھوٹی شئ بڑی شئے کے برابر ہے یہہ ناممکن ہے اس سبب سے اب ج اور ج ک پح دونون دائرون کا گ مرکز نہین ہے

مقالہ ۱ حدود ۱۵

علوم متعارفہ ۱



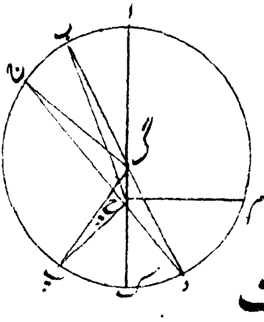
شکل ۷

اگر ایک دائرہ کے قطر مین کوئی نقطہ لیا جاوے جو مرکز نہو تو جتنے خط اوس نقطہ سے محیط تک کھینچے جاوین اومین سب سے بڑا وہ خط ہوگا جس مین مرکز ہے اور دوسرا حصہ قطر کا سب سی چھوٹا ہوگا اور جو خط اوس خط کی قریب ہے جسمین مرکز ہے وہ دوسرے خط سے بڑا ہوگا جو اوس سی دور ہے

اور اوسی نقطہ سے سب سی چھوٹے خط کی دونون

طرف صرف دو برابر خط کھینچ سکتے ہین +

فرض کرو کہ ا ب ج دائرے کا اک قطر ہے اور گ مرکز اک قطر
مین کوئی نقطہ ح فرض کرو جو مرکز نہو جتنے خط ح ب ح ج ح ء ح ہ
وغیرہ ح نقطہ سے محیط تک کھینچے جاوین اونمین ح ا خط سب
سے بڑا ہوگا اور ح ک دوسرا حصہ قطر کا
سب سی چھوٹا ہوگا اور ح ج
سی ح ب بڑا ہوگا اور ح ب
سی ح ج بڑا ہوگا ب گ
ج گ اور ہ گ خط کھینچو



ثبوت

مثلث کے دو ضلع ملکر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہین اسیلیے مقالہ ۱ شکل ۲۰
ب گ اور گ ح ملکر ب ح سے بڑے ہین لیکن ا گ اور
ب گ برابر ہین اسیلیے ا گ اور گ ح ملکر ب ح سے بڑے مقالہ ۱ حد ۱۵
ہونگے یعنی ب ح سے ا ح بڑا ہے پھر کیونکہ ب گ ح اور
ج گ ح مثلثون مین ب گ اور ج گ برابر ہین اور گ ح
دونون مین مشترک ہے لیکن ج گ ح زاویہ سے ب گ ح علوم متعارفہ ۹

مقالہ شکل ا ۔ ے — زاویہ بڑا ہے اسلیے ح ج قاعدہ سے ب ح قاعدہ بڑا ہے
بسبب دلیل مذکور کے ح ب سے ج ح بڑا ہے پھر کیونکہ
مقالہ شکل ا ۲۰ — گ پ سے پ ح اور ح گ ملکر بڑے ہین اور گ ک کے
گ پ برابر ہے اس سبب سے گ ک سے پ ح اور ح گ
ملکر بڑے ہین انمین سے مشترک حصہ گ ح نکالو تو باقی ح ک
علوم متعارفہ ا ۵ — سے باقی ح پ بڑا ہوگا جتنے خط ح نقطہ سے محیط تک کھینچے
ہین اونمین ح ا سب سے بڑا ہے ح ک سب سے چھوٹا ہے
اور ج ح سے ب ح بڑا ہے اور ح پ سے ح ج بڑا ہے
ح نقطہ سے محیط تک صرف دو برابر خط ح ک کے دونون طرف
کھینچ سکتے ہین ح گ خط کے گ نقطہ پر ح گ و زاویہ ح گ پ
م شش ا ۔ ۲۳ — زاویہ کے برابر بناؤ اور ح و ملادو تو پ گ ح اور
مقالہ حدود ا ۱۵ — د گ ح مثلثون مین پ گ اور د گ ضلع برابر ہین اور
گ ح دونون مین مشترک ہے اور زاویے د گ ح اور
ب — پ گ ح برابر ہین اس سبب سے ح د اور ح پ قاعدے
م شش ا ۔ ۴ — برابر ہونگے لیکن سواے خط ح د کے اور کوئی خط ح نقطہ
سے محیط تک نہین کھینچ سکتا ہے جو ح پ کے برابر
ہوا گر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ح م خط ح پ کے برابر ہے

کیونکہ پ ح م کے پ ح پ برابر ہے اور پ ح و کے بھی پ ح پ برابر ہے اسلیے پ ح م اور پ ح و برابر ہونگے یعنی وہ خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا ہے اوسکے پاس کا خط اوس سے دورکے خط کی برابر ہے لیکن یہ ثابت ہوچکا ہے کہ یہہ بات غیر ممکن ہی فقط

علوم متعارفہ ۱

۸ شکل

اگر دائرہ کے باہر ایک نقطہ لیا جاوے اور اوس سے محیط تک خط کھینچے جاوین اور اونمین سے ایک خط مرکز مین ہوکر گذرتا ہو تو جتنے خط محیط کے اندر تک کھینچے ہین اون مین جو خط مرکز مین ہوکر گذرتا ہے وہ سب سے بڑا ہوگا اور اوس سے جو خط قریب ہے وہ دورکے خط سے بڑا ہوگا لیکن وے خط جو محیط کے برابر تک کھینچے ہین اونمین جو خط نقطہ مفروضہ اور قطر کے درمیان ہے وہ سب سے چھوٹا ہوگا اور اوسکے پاس کا خط دورکے خط سے چھوٹا ہوگا اور نقطہ مفروضہ سے سب سے چھوٹے خط کے دونون طرف صرف دو برابر خط محیط

تک پہنچ سکتے ہین

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ

کے باہری ک نقطہ سے

خط ک ا ک گ ک ج

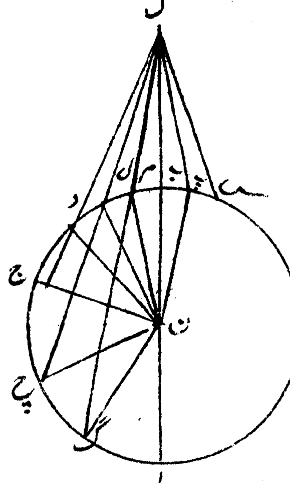
اور ک ج محیط تک کھینچے

ہین اونمین ک ا خط مرکز

مین ہوکر گذرتا ہے جو خط

اوسکے ج محیط کے

اندر تک کھینچے ہین اونمین



ک ا خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا ہے سب سے بڑا ہوگا اور

اوسکے پاس کا خط دور کے خط سے بڑا ہوگا یعنی ک ج سے

ک گ بڑا ہوگا اور ک ج سے ک ج لیکن وے خط جو

د ل م ب ب محیط کے اوپر تک کھینچے ہین اونمین ک ب

خط جو ک نقطہ اور ا ب قطر کے درمیان ہے سب سے چھوٹا ہوگا

اور اوسکے قریب کا خط دور کے خط سے چھوٹا ہوگا یعنی ک ل

سے ک م چھوٹا ہوگا اور ک د سے ک ل

مقالہ ۳ شکل ۱ — ا ب ج دائرے کا ن مرکز معلوم کرو اور ن گ اور ن ج

ن ج ن م ن ل ن و خط کھینچ لو

ثبوت

ان کے ن گ برابر ہے ان مین ن ک جوڑنے ت ن گ
اور ن ک ملکر ا ک کے برابر ہونگے لیکن ک گ سے ن گ علوم متعارفہ ۲
اور ن ک ملکر بڑے ہین اسلیے ک گ سے بھی ک ا بڑا ہے مقالہ ۱ شکل ۲۰
پھر کیونکہ گ ن ک اور ح ن ک مثلثون مین ن گ اور
ن ح ضلع برابر ہین ن ک دونون مین مشترک ہے لیکن
ح ن ک زاویہ سے گ ن ک زاویہ بڑا ہے اس سبب سے علوم متعارفہ ۹
ک ح قاعدہ سے ک گ قاعدہ بڑا ہے اسی طرح سے یہ بھی مقالہ ۱ شکل ۲۴
ثابت ہو سکتا ہے کہ ک ج سے ک ح بڑا ہے اور اس سبب
سے ک ا خط سب سے بڑا ہے اور ک ح سے ک گ بڑا ہے
اور ک ج سے ک ح پھر کیونکہ ن ک سے ن م اور م ک ملکر
بڑے ہین اور ن م کے ن ب برابر ہے اسلیے باقی ک ب مقالہ ۱ شکل ۲۰ مقالہ ۱ حدود ۱۵
سے باقی ک م بڑا ہوگا یعنی ک م سے ک ب چھوٹا ہوگا اور علوم متعارفہ ۵
کیونکہ ن ل ک مثلث کے ن ک ضلع کے ن اور ک
حدون سے ن م اور ک م خط م نقطہ تک جو مثلث کے
اندر ہے کھینچے ہین اس سبب سے ن ل اور ل ک سے

مقالہ ا شکل ۲۱

ن م اور ک م چھوٹے ہونگے لیکن ن ل کے ن م برابر ہے

مقالہ ا حدود

اسلیے باقی ک ل سے باقی ک م چھوٹا ہوگا اسی طرحسے یہہ بھی

علوم متعارفہ ۵

ثابت ہوسکتا ہے کہ ک و سے ک ل چھوٹا ہے اسلیے ک ب

خط سب سے چھوٹا ہے اور ک ل سے ک م چھوٹا ہے اور ک و

سے ک ل

اور سب سے چھوٹے خط کے دونون طرف ک نقطہ سے محیط

تک صرف دو برابر خط کھینچ سکتے ہین ن ک خط کے ن نقطہ

مقالہ ا شکل ۲۳

پر ک ن پ زاویہ ک ن م زاویے کی برابر بناؤ ک پ خط

کھینچ لو کیونکہ م ن ک اور پ ن ک مثلثون مین ن پ اور

ن م ضلع برابر ہین ن ک دونون مین مشترک ہے اور

م ن ک زاویہ کے پ ن ک زاویہ برابر ہے اسلیے ک م

مقالہ ا شکل ۴

قاعدے کے ک پ قاعدہ برابر ہے لیکن سوائے اس خط

ک پ کے اور کوئی خط ک نقطہ سے محیط تک نہین کھینچ سکتا

ہے جو ک م کے برابر ہو اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ک س خط

ہے کیونکہ ک س کے ک م برابر ہے اور ک پ کو بھی ک م

برابر ہے اسلیے ک س کے ک پ برابر ہوگا یعنی وہ خط جو

سب سے چھوٹے خط سے دور ہے پاس کے خط کے برابر

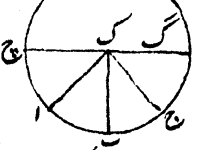
ہوگا لیکن یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ یہہ ناممکن ہے

شکل ۹

اگر دائرے کے اندر ایک نقطہ لیا جاوے اور اوس سے محیط تک کئی برابر خط دو سے زیادہ کھینچے جاوین تو وہ نقطہ مرکز دائرہ ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے کے اندر ک نقطہ سے محیط تک دو سے زیادہ برابر خط کھینچے ہین یعنی ک ا اور ک ب اور ک ج تو ک نقطہ دائرے کا مرکز ہوگا اگر نہو تو فرض کرو کہ گ مرکز ہے ک گ خط کھینچ کر اوسے محیط کے ح اور پ نقطون تک بڑھاؤ تو ح پ دائرے کا قطر ہوگا۔ مقالہ حد

ثبوت



پ

اب ج دائرہ کی ح پ قطر ہین ک نقطہ لیا گیا ہے جو مرکز نہین ہے اسلیے جو خط محیط تک اوس نقطہ سے کھینچے ہین اونمین ک پ سب سے بڑا ہوگا اور ک ب سے ک ج بڑا ہوگا اور ک ا سے ک ب لیکن سب یے خط ایک دوسرے کے برابر بھی ہین یہ ناممکن ہے اسلیے اب ج دائرے کا گ مرکز نہین ہے اور اسیطرح مقالہ شکل ت

سے یہہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ سوائے نقطہ ک کے اور کوئی
نقطہ مرکز نہین ہے اسیلیے نقطہ ک ہی مرکز ہے یہی ثابت کرنا تھا

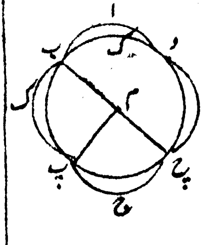
۱۰ شکل

ایک دائرے کا محیط دوسرے دائرے کے
محیط کو دو سے زیادہ نقطون پر نہین کاٹ سکتا

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ ج اب محیط ک گ پ ح محیط کو دو سے
زیادہ نقطون پر یعنی ب پ، پ ح، و نقطون پر کاٹتا ہے
اب ج دائرے کا م مرکز معلوم کرو اور م ب اور م پ
اور م پ ح خط کھینچ لو

م شکل ۱ ، مقالہ ۳

ثبوت



کیونکہ اب ج دائرے کا م مرکز
ہے اسیلیے م ب اور م پ ح اور
م پ یے سب برابر ہین اور کیونکہ
ک گ پ ح دائرے کی اندر م نقطہ
سے ک گ پ ح محیط تک دو سے زیادہ برابر خط م ب م پ
م پ ح کھینچے ہین اسیلیے ک گ پ ح دائرہ کا م مرکز ہے لیکن
اب ج دائرے کا بھی م مرکز ہے اسیلیے ایک ہی نقطہ مرکز دو

مقالہ ۳ شکل ۹ ب

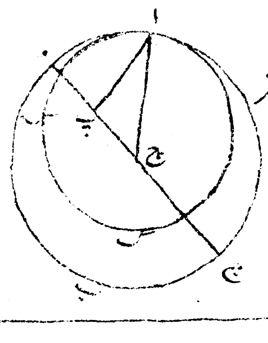
دائرون کا جو آپس مین ایک دوسری کو کاٹتے ہین ہوگا لیکن
یہہ ناممکن ہے فقط ‏مقالہ ۳ شکل ۱

۱۱ شکل

اگر ایک دائرہ دوسرے دائرے کو اندر ہوکر
چھوتا ہو تو جو خط اونکے مرکزمین ہوکر کھینچیگا
وہ بڑھانے سے نقطہ تماس مین ہوکر گذریگا

فرض کرو کہ ا ک گ اندرونی دائرہ ا ب ج باہری دائرے
کو ا نقطہ پر چھوتا ہے اور ا ب ج دائرے کا ج مرکز ہے
اور ا ک گ دائرے کا پ جو خط پ ج اور پ جو مرکزون
کے درمیان کھینچے گا وہ بڑھانے سے ا نقطہ مین ہوکر
گذرے گا اگر نگذرے تو فرض کرو کہ وہ خط ج پ ک د
کی طرح ا نقطہ سے باہر رہیگا ا پ اور ا ج خط کھینچ لو۔

ثبوت



مثلث کے دو ضلع تیسرے ضلع سے
بڑے ہوتے ہین اسلیے ج ا سے ‏مقالہ ۱ شکل ۲۰
ج پ اور ا پ ملکر بڑے
ہونگے لیکن ج د کے ج ا

مقالہ حدود ۱ ۱۵ برابر ہے اسیلیے ب ج و سے ب ج ب ب اور ب ا ملکر بڑے ہین
ان مین سے مشترک حصہ ب ج ب نکالو تو باقی ب ب و سے
علوم متعارفہ ۵ ب ا بڑا ہوگا لیکن ب ک سے اب برابر ہے اسیلیے
ب و سے ب ک بڑا ہے یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے
یہہ ناممکن ہے اسیلیے جو خط ب ج اور ب مرکزکے درمیان
کھنیچے گا وہ بڑھانے سے ا نقطہ پر ہوکر گذرے گا فقط

شکل ۱۲

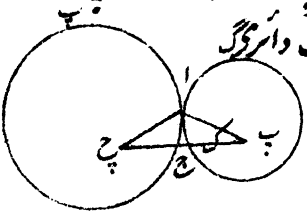
ایک دائرہ دوسرے دائرے کو باہر ہو کر
چھوتا ہو تو اونکے مرکزکے درمیان جو خط
کھنیچے گا وہ نقطۂ تماس مین ہوکر گذرے گا

فرض کرو کہ اب ج اور اک گ دائرے ایک دوسرے کو
ا نقطہ پر باہر چھوتے ہین اور اب ج دائرے کا ج
مرکز ہے اور اک گ دائرے کا ب مرکز جو خط ج اور ب
مرکزون کے درمیان کھنیچے گا وہ ا نقطۂ تماس پر ہوکر گذریگا
اگر نہ گذرے تو فرض کرو کہ وہ خط ج ج ک ب خط
کی طرح ہے ا نقطے سے باہر رہے گا اج اور

اسیے خط ج ب کھنیچو

ثبوت

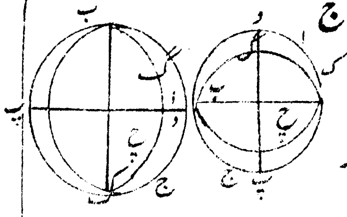
کیونکہ اب ج دائرے کا پ مرکز ہے اسیلیے پ ج کے
پ ا برابر ہے اور ا ک گ دائرے گ



کا ب مرکز ہے اس لیے
ب ک کے ب ا برابر ہے
اسیلیے پ ج اور ب ک ملکر
پ ا اور ب ا کے برابر ہونگے اور اسیلیے تمام خط پ ب سے   علوم متعارفہ ۱
پ ا اور ب ا ملکر چھوٹے ہونگے لیکن اوسی پ ب سے
پ ا اور ب ا ملکر بڑے ہین یعنی پ ب خط سے پ ا اور   مقالہ شکل ۱ ب
ب ا خط ملکر چھوٹے ہین اور بڑے بھی ہین یہہ ناممکن
ہے اسیلیے جو خط پ اور ب نقطون کے درمیان کھینچا
جایگا وہ بالضرور ا نقطہ تماس مین ہوکر گذریگا فقط

شکل ۱۳

ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو ایک سے
زیادہ نقطون پر نہین چھو سکتا ہے
خواہ وہ اوسے بھیتر چھووے یا باہر
اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ

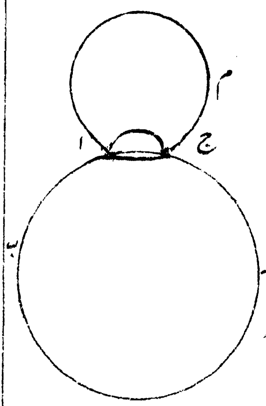


گ ب ا پ ج دائرہ ا ب ج
دائرہ د کو ایک سے زیادہ
نقطوں پر چھوتا ہے اور
اول فرض کرو کہ وہ اوسے
جیسے ب اور ک نقطوں پر چھوتا ہے ب ک خط کھینچ لو اور
پ و خط کھینچو جو ب ک پر عمود ہو اور اوسکے دو برابر (مقالہ ۱ شکل ۱۰،۱۱)
حصہ کرے

ثبوت

نقطہ ب اور ک دونوں دائروں کے محیط میں ہیں اسلیے
خط ب ک دونوں دائروں کے اندر ہوگا اس سبب سے
دونوں دائروں کے مرکز پ و خط میں ہونگے جو ب ک (مقالہ ۳ شکل ۲)
خط کے نصف حصہ کرتا ہے اور اوس پر عمود بھی ہے اور (تاس مقالہ ۳ شکل ۱)
اس باعث سے پ و خط نقطہ تماس پر گذریگا لیکن دونوں (مقالہ ۳ شکل ۱۱)
نقطے ب اور ک خط پ و سے باہر ہیں اسلیے پ و
خط نقطہ تماس پر ہوکر نہیں گذرا یعنے پ و خط نقطہ تماس
پر ہوکر گذرے گا اور نہیں بھی گذرے گا یہ ناممکن ہے اسلیے
ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو ایک سے زیادہ نقطوں پر

بھیتر نہین چھو سکتا ہے اور نہ ایک دائرہ دوسری دائری کو
ایک سے زیادہ نقطون پر باہر
چھو سکتا ہے اگر ممکن ہے تو فرض
کرو کہ اج م دائرہ اب ج دائرہ
کو ا اور ج نقطون پر چھوتا ہی
اج خط کھینچ لو کیونکہ نقطہ
ا اور ج دونو اج م



دائرہ کے محیط کے اندر ہین اس سبب سے اج خط اج م
دائرہ کے بھیتر ہے لیکن اج م دائرہ اج ب دائرہ سی مقالہ ۳ شکل ۲
باہر ہے اسیلیے اج خط بھی اب ج دائرہ کے باہر ہوگا او ف
پھر کیونکہ ا اور ج نقطے اب ج دائرہ کے محیط کے اندر ہین
اسیلیے اج خط اب ج دائرہ کے بھیتر ہوگا یعنی اج خط مقالہ ۳ شکل ۲
ایک دائرہ اب ج کے بھیتر ہوگا اور باہر بھی ہوگا یہ ناممکن
ہے اس سبب سی ایک دائرہ دوسرے دائرے کو ایک سے
زیادہ نقطون پر باہر نہین چھو سکتا ہے

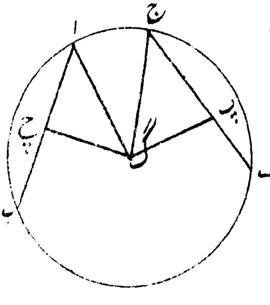
۱۴ شکل

دائرہ کے متساوی وتر مرکز سی برابر دوری پر

ہوتے ہین اور جو وتر مرکز سے برابر دوری

پر ہوتے ہین متساوی بھی ہوتے ہین

فرض کرو کہ اب ک ج دائرہ



مین ک ج وتر کے اب وتر

برابر ہے تو یہے وتر مرکز سے ک

برابر دوری پر ہونگے اب ک ج

مقالہ شکل ۳ ۱ دائرہ کا گ مرکز معلوم کرو اور

مقالہ شکل ۱ ۱۱ اوس سے گ پ اور گ پ کو ک ج اور اب پر عمود کھینچو

اور گ ا اور گ ج خط بناو

ثبوت

اب خط پر گ پ عمود ہے اس سبب سے اب کو گ پ

مقالہ شکل ۳ ۳ خط دو نصف حصے کریگا اسیلیے ب پ کے ا پ برابر ہوگا

اور دوچند ا پ کے اب برابر ہوگا اور بسبب دلیل مذکور

کے دوچند ج پ کے ج ک برابر ہوگا لیکن ج ک کے

ف علوم متعارفہ ۷ اب برابر ہے اسیلیے ج پ کے ا پ برابر ہوگا اور ج پ

مربع کے ا پ مربع برابر ہوگا اور کیونکہ گ ج کے ا گ

مقالہ حد ۱ ۱۵ برابر ہے اس سبب سے گ ج مربع کے ا گ مربع برابر

ہوگا لیکن اج گ اور گ ب ج زاویے قایمے ہین اسلیے
مقالہ ۱ شکل ۴۷ اگ مربع برابر ہوگا مجموعہ مربعون اج اور ج گ کے اور
گ ب مربع اور ب ج مربع کے گ ج مربع برابر ہوگا
اسلیے گ ب مربع اور ب ج مربع کے اج مربع اور
علوم متعارفہ ۱ ج گ مربع برابر ہونگے لیکن ج ب مربع مذکور کی اج
مربع برابر ہے اسلیے باقی گ ب مربع کے باقی گ ج
علوم متعارفہ ۳ مربع برابر ہوگا اور خط گ ب کے خط گ ج برابر ہوگا لیکن
جب ا ر سے کے وترون پر مرکز سے برابر عمود گرتے ہین تو
اون وترون کو مرکز سے برابر دوری پر کہین گے اسلیے اب
مقالہ ۳ حد ۴ اور ج ک مرکز سے برابر دوری پر ہین دوم فرض کرو کہ اب
اور ج ک مرکز سے برابر دوری پر ہین یعنی گ ہ اب سکے
گ ج برابر ہے تو ج ک کے اب برابر ہوگا اسکے ثابت
کرنے مین بھی اوپر کے موافق شکل بنانی پڑیگی اور پہلی طرح
سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ دو چند اج کے اب برابر
ہے اور دو چند ج ب کے ج ک برابر ہے اور گ ب
مربع اور ج ب مربع کے گ ج مربع اور اج مربع
دت برابر ہونگے لیکن گ ج کے گ ب برابر ہے اسلیے

گ یح مربع سے گ پ مربع برابر ہوگا اور باقی اح
مربع کے باقی ج پ مربع برابر ہوگا اس سبب سے اح
کے ج پ برابر ہوگا لیکن اب دوچند اح کے برابر ہے
اور ج ک دوچند ج پ کے برابر ہے اس سبب سے اب
کے ج ک برابر ہے فقط

علوم متعارفہ ۲

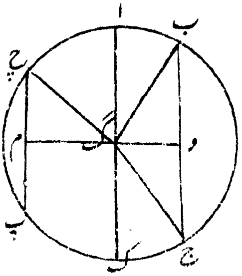
۱۵ شکل

دائرے میں قطر سب سے بڑا وتر ہوتا ہے
اور جو وتر مرکز سے قریب ہو وہ دور کے
وتر سے بڑا ہوتا ہے اور بڑا وتر چھوٹے
وتر کی بہ نسبت مرکز سے قریب ہوتا ہے

فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کا گ مرکز ہے اور اک
قطر ہے اور یح وتر کی بہ نسبت ب ج وتر مرکز سے
قریب ہے تو ب ج وتر سے جو قطر نہیں ہے اک بڑا ہوگا
اور یح سے ب ج بڑا ہوگا گ مرکز سے ب ج اور
یح پر گ د گ م عمود کھینچو اور گ ب گ ج گ یح
خط کھینچ لو

مقادشکل ۱۲

ثبوت



گ ب کے اگ برابر ہے اور گ ج کے گ گ اس لیے مجموعہ گ ب اور گ ج کے اگ برابر ہے لیکن ب ج سی گ ب اور گ ج ملکر بڑے ہین اس سبب سی ب ج سے اگ بڑا ہے پھر کیونکہ پج پ کے بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہے اسیلیے گ م سے گ د چھوٹا ہے اور گ م مربع سے گ د مربع چھوٹا ہے لیکن جس طرح چودھوین شکل مین ثابت ہوچکا ہے اوسی طرحسے یہ ثابت ہوسکتا ہے کہ دو چند ب د کے ب ج برابر ہے اور دو چند پج م کے پج پ برابر ہے اور گ م مربع اور پج م مربع کے گ د مربع اور ب د مربع برابر ہین لیکن گ م مربع مذکور سے گ د مربع چھوٹا ہے اسلیے پج م مربع سے ب د مربع بڑا ہے اور پج م خط سے ب د خط بڑا ہے اس سبب سی پج پ سے ب ج بڑا ہے دوسرے فرض کرو کہ پج پ سے ب ج بڑا ہی تو پج پ کی

بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہوگا یعنی گ م سے گ د
چھوٹا ہوگا کیونکہ ج پ سے ب ج بڑا ہے اسلیے ج م سی
ب د بڑا ہے اور ج م مربع سے ب د مربع بڑا ہے
لیکن ج م مربع اور گ م مربع کے ب د مربع اور گ د
مربع برابر ہین اس سبب سے گ م مربع سے گ د
مربع چھوٹا ہے اور گ م خط سے گ د خط چھوٹا ہے
اسلیے ج پ کے بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہو فقط

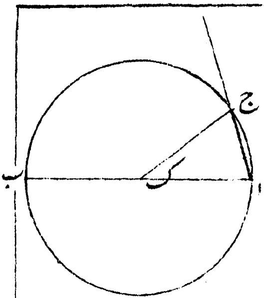
مقالہ ۳ شکل ۱۵

شکل ۱۶

قطر دائرے کی ایک حد سے جو عمود کھینچیگا وہ
دائرے کے باہر رہیگا اور اوسی حد سے
اور کوئی خط درمیان عمود اور محیط کے نہیں
کھینچ سکتا جو دائرے کو نہ کاٹے ؞

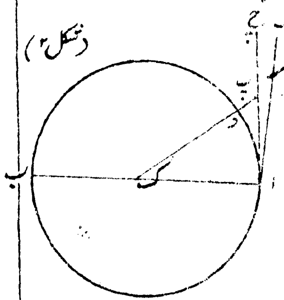
فرض کرو کہ اب ج دائرے کا ک مرکز اور اب قطر ہی اب
قطر کی ا حد سے جو عمود کھینچا جایگا وہ دائری کے باہر رہیگا
اگر باہر نہ رہیگا تو فرض کرو کہ اج کی طرح سے دائرے کے
اندر ہوگا ج نقطہ جسپر وہ محیط سے ملتا ہے وہان سے
ک ج خط کھینچ لو

ثبوت



مقالہ ۱ حد ۱۵ ک ج کے ک ا برابر ہے اسلیے
ک ج ا زاویہ کے ک ا ج زاویہ
مقالہ ۱ شکل ۵ برابر ہوگا لیکن ک ا ج زاویہ
قائمہ ہے اسلیے ک ج ا
زاویہ بھی قائمہ ہوگا اس سبب سے ک ا ج اور ا ج ک
مقالہ ۱ شکل ۲۲ زاویے دو قائمون کے برابر ہونگے لیکن یہہ ناممکن ہی اسلیے
ا نقطہ سے ا ب قطر پر جو عمود کھینچیگا وہ دائرے کے اندر
نہ گرے گا اور اسی طرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ وہ
محیط پر بھی نہوگا اسلیے وہ اگ خط کی طرح (شکل ۲) دائری
کے باہر گرے گا اگ خط اور محیط کے درمیان ا نقطہ سے
ایسا دوسرا خط نہیں کھینچ سکتا ہے جو دائری کو نہ کاٹے اور اگر
ممکن ہی تو فرض کرو کہ ا ج خط اونکی
درمیان ہی ک نقطہ سے ا ج

(شکل ۲)



مقالہ ۱ شکل ۱۲ خط پر ک ب عمود کھینچو اور
جس نقطہ پر وہ محیط کو کاٹے
اوسپر د نقطہ معلوم کرو کیونکہ

مقالہ شکل ۱۷ ا — اب ک زاویہ قائمہ ہے اور زاویہ قائمہ سے ک اب زاویہ
مقالہ شکل ۱۹ ا — چھوٹا ہے اس سبب سے ک پ سے ک ا بڑا ہے لیکن
مقالہ حد ۱۵ ا — ک د کے ک آ برابر ہے اسلیے ک پ سے ک د بڑا ہے
یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے یہہ ناممکن ہے اس سبب سے
آ نقطہ سے اگ خط اور محیط کے درمیان کوئی خط ایسا نہیں
کھنیچ سکتا جو دائرے کو نہ کاٹے فقط

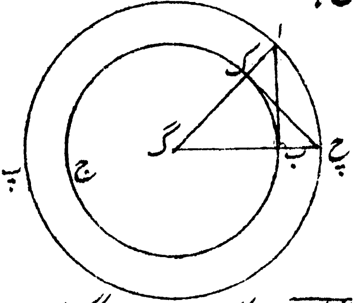
حاصل

اس سے یہہ ظاہر ہے کہ قطر دائرے کی ایک حد
سے جو خط عمود کھینچا ہے وہ دائرے کو ایک نقطہ
پر چھوئیگا کیونکہ جو وہ دائرے سے دو نقطون پر
ملیگا تو وہ دائرے کے اندر رہوگا اور یہہ بھی ظاہر
ہے کہ ایک ہی نقطہ پر صرف ایک خط مماس ہو سکتا ہے

۱۷ شکل

ایک دائرے کے نقطہ مفروضہ سے ایک خط مماس
کھینچو خواہ وہ نقطہ محیط مین ہو یا اوسکے باہر ہو
فرض کرو کہ ب ج ک دائرے کا آ باہری نقطہ خط مماس
مقالہ شکل ۳ — کھینچنا ہے دائرے کا گ مرکز معلوم کرو آگ خط کھینچ لو گ مرکز

سے گ آ دوری پر اح پ دائرہ بناؤ نقطہ ک سی خط گ ا
پر گ پ ح عمود کھینچو اور ک پ ح اور اب خط بناؤ ب ج ک مقالہ ۳ شکل ۱۱
دائرے کا اب خط مماس ہوگا



ثبوت

ب ج ک اور اح پ
دائرون کا گ مرکز ہے
اسلیے گ پ ح کے گ ا
برابر ہے اور گ ب کے گ ک اور اگ ب اور پ ح گ ک مقالہ ۱ حد ۱۵
مثلثون مین گ پ ح ضلع کے اگ ضلع برابر ہے اور گ ک کی
ک ب اور اگ ب زاویہ دونون مثلثون مین مشترک ہی اسلیے
اب قاعدے کے ک پ ح قاعدہ برابر ہے اور اگ ب مثلث مقالہ ۱ شکل ۴
کے پ ح گ ک مثلث برابر ہے اور باقی زاویونکے باقی زاویے
برابر ہین اس سبب سے گ ک پ ح زاویہ کے گ ب ا زاویہ
برابر ہوگا لیکن گ ک پ ح زاویہ قائمہ ہے اسلیے گ ب ا زاویہ
بھی قائمہ ہے اور گ ب مرکز سے کھینچا ہے لیکن قطر کی حد سی جو عمود علوم متعارفہ ۱
کھینچا جاتا ہے وہ دائرے کا خط مماس ہوتا ہے اسلیے اب خط مقالہ ۳ شکل ۱۶ کا عمل
دائرے کو چھوتا ہے اور آ نقطہ مفروضہ سی کھینچا ہی اگر نقطہ مفروضہ

دائرے کے محیط مین بطور نقطہ ک کے ہو تو ک گ خط کھینچکر

مقالہ ۳ شکل ۱۶ اشکال — اوسپر ک پ ج عمود کھینچ تو وہی خط مماس دائرہ ہوگا فقط

۱۸ اشکل

اگر نقطۂ تماس پر مرکز سے خط کھینچا جاوی

تو وہ خط مماس دائر پر عمود ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے کو ک گ خط ج نقطہ پر چھوتا ہے

اور پ مرکز سے پ ج خط کھینچا ہے تو ک گ پر پ ج عمود

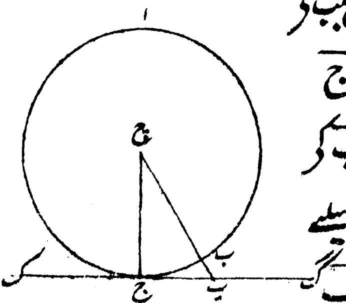
مقالہ ۱ شکل ۱۲ — ہوگا اگر نہ ہو تو پ نقطہ سے خط ک گ پر پ پ عمود کھینچو

ثبوت

اس فرض کرنے مین پ پ ج زاویہ قائمہ ہے اس لیے

مقالہ ۱ شکل ۱۷ — پ ج پ زاویہ حادہ ہی اور بڑے زاویے کے مقابل کا

مقالہ ۱ شکل ۱۹ — ضلع بڑا ہوتا ہے اس سبب سی



پ پ سے پ ج

بڑا ہے لیکن پ ب کو

مقالہ ۱ حدود ۱۵ — پ ج برابر ہے اسلیے

پ پ سے پ ب

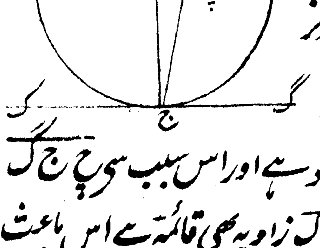
بڑا ہے یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے یہہ ناممکن ہے اسلیے ک گ

خط پر پ ج پ عمود نہین ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ک گ خط پر سواے خط پ ج کے اور کوئی خط عمود نہین ہے یعنی ک گ پر پ ج عمود ہے فقط

۱۹ شکل

اگر نقطہ تماس سے خط مماس دائرے پر عمود کھینچا جاوے تو مرکز دائرے کا اوس عمود مین ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے کو ک گ خط ج نقطہ پر چھوتا ہے اور ج نقطہ سے ک گ خط پر ج ا عمود کھنچا ہے تو مرکز دائرہ کا ج ا خط مین ہوگا اگر نہو تو فرض کرو پ مرکز ہے اور پ ج خط کھینچ لو



ثبوت

اب ج دائرے کو ک گ خط چھوتا ہے اور پ ج خط مرکز سے نقطہ تماس تک کھنچا ہے

اسلیے ک گ پر ج پ عمود ہے اور اس سبب سے پ ج گ زاویہ قائمہ ہے لیکن ا ج گ زاویہ بھی قائمہ ہے اس باعث سے ا ج گ زاویہ کے پ ج گ زاویہ برابر ہے یعنی بڑی کے

مقالہ ۳ شکل ۱۸

ف

علوم متعارفہ

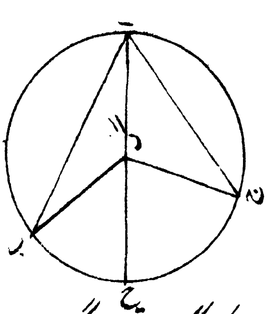
چھوٹا برابر ہے یہہ ناممکن ہے اسیلیے اب ج دائرے کا ح
مرکز نہین ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ اور کوئی
نقطہ جو ج ا خط مین نہین ہے وہی مرکز نہین ہے یعنی ج ا
خط مرکز مین ہوگا فقط

۲۰ شکل

اگر زاویۂ مرکز اور زاویۂ محیط ایک ہی قاعدہ سے یعنے
قوس پر واقع ہون تو زاویۂ مرکز زاویۂ محیط سے دوچند ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے مین ب گ ج زاویۂ مرکز اور ب ا ج
زاویۂ محیط ایک ہی قوس ب ج پر واقع ہین تو ب اج زاویہ
محیطی سے ب گ ج مرکزی زاویہ دوچند ہوگا اگ خط کھینچ کر او
ح تک بڑھاؤ اور اول فرض کرو کہ مرکز دائرہ کا ب اج
زاویہ کے اندر ہے

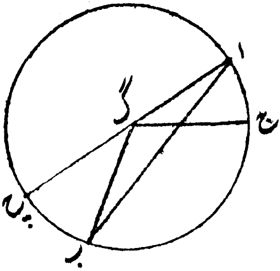
ثبوت



گ ب کے گ ا برابر ہے
اس سبب سے گ ب ا
زاویہ کے گ اب زاویہ برابر
ہے اسیلیے دوچند گ اب زاویہ کے گ اب اور گ ب ا

مقالہ شکل
۱ ۵

زاویے ملکر برابر ہونگے لیکن ب گ ج زاویہ گ ک اب
اور گ ب ا زاویے برابر ہین اسی سبب سے دوچند مقالہ شکل ۱ ۳۲
گ ک اب زاویہ کے ب گ ج زاویہ برابر ہوگا بہ سبب
دلیل مذکور کے دوچند گ اج زاویہ کے ح گ ج زاویہ
برابر ہوگا اور اس باعث سے ب اج تمام زاویہ سے
ب گ ج تمام زاویہ دوچند ہے پھر فرض کرو کہ مرکز دائرے
ب اج زاویہ سے باہر
ہے تو پہلی طرح سے یہ بھی ثابت
ہو سکتا ہے کہ ح اج زاویہ
سے ح گ ج زاویہ دوچند
ہے اور ح اب زاویہ سے



ح گ ب زاویہ دوچند ہے اسلیے ب اج باقی زاویہ سے
ب گ ج باقی زاویہ دوچند ہوگا فقط۔

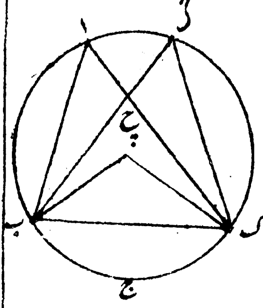
شکل ۲۱

قطعۂ دائرے کے سب زاویے
آپس مین برابر ہوتے ہین*

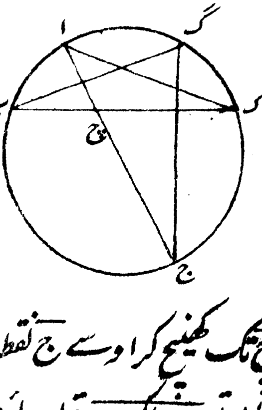
فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کے ب ا گ ک ایک قطعہ

مین ب اک اور ب گ ک زاویے ہین تو ب گ ک
زاویہ کے ب اک زاویہ برابر ہوگا اول فرض کرو کہ
ب اک ک قطعہ نصف دائرے سے بڑا ہے اب ج ک
مقالہ ۳ شکل ۱ دائرے کا ح مرکز معلوم کر ح ب اور ح ک خط کھینچ لو۔

ثبوت



ب ح ک زاویہ مرکز اور ب اک
زاویۂ محیط ایک ہی قوس ب ج ک
پر واقع ہین اس سبب سے
ب اک دو چند زاویہ کے ب ح ک
مقالہ ۳ شکل ۲۰ زاویہ برابر ہے بسبب دلیل مذکور کے دوچند ب گ ک زاویہ
کے ب ح ک زاویہ برابر ہے



اور اس سبب سی ب گ ک زاویہ
علوم متعارفہ ۱ کے ب اک زاویہ برابر ہے
دوسرے فرض کرو کہ ب اک ک
قطعہ دائرہ نصف دائرہ سے
چھوٹا ہے اسی اح خط مرکز ح تک کھینچ کر اوسے ج نقطہ
تک بڑھاؤ اور ج گ خط بنا لو تو ب اک ج قطعہ دائرہ

نصف دائرہ سے بڑا ہے اسلیے پہلی طرحسے ب گ ج زاویہ
کے ب اج زاویہ برابر ہے اوراسی طرحسے ج ب گ ک
قطعہ دائرہ نصف دائرہ سے بڑا ہے اسلیے ج گ ک زاویہ
کے ج اک زاویہ برابر ہے اس باعث سے کل زاویہ ب گ ک
کے کل زاویہ ب اک برابر ہے فقط۔ علوم متعارفہ ۲

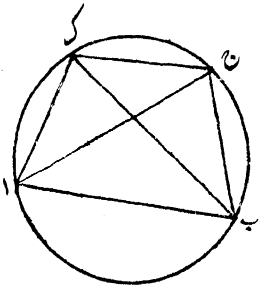
۲۲ شکل

اگرایک دائرہ کے اندر کوئی ذوارلبعۃ الاضلاع
نبایا جاسے تواوسکے مقابل کے ہردو
زاویے دوزاویون قائمے کے برابر ہونگے

فرض کروکہ اب ج ک شکل ذوارلبعۃ الاضلاع اب ج ک
دائرے کے اندر کھنچی ہے تواوسکے مقابل کی کوئی دوزاویے
دوزاویون قائمے کے برابر ہونگے اج اور ب ک خط کھینچ لو

ثبوت

ایک قطعہ دائرہ کے سب زاویے آپس مین برابر ہوتے مقالہ ۳ شکل ۲۱
ہین اسیلیے ج ک اب قطعہ دائرہ کے ج ک ب اورج اب
زاویے برابر ہونگے اوراک ج ب قطعہ دائرے کے
اک ب اوراج ب زاویے بھی برابر ہونگے اس سبب سے



سے کل زاویے اک ج
کے زاویے ج اب اور
اج ب ملکر برابر ہون سگے
ان مین اب ج زاویہ جوڑنی
سے مجموعہ زاویون اک ج

علوم متعارفہ ۲

اور اب ج کے ج اب اور اج ب اور اب ج زاویے
ملکر برابر ہونگے لیکن ج اب اور اب ج اور اج ب تین

علوم متعارفہ ۲

زاویے ہین مثلث ج اب کے اسیلے ج اب
اور اب ج اور اج ب زاویے ملکر دو زاویون قائم
کے برابر ہونگے اس باعث سے اک ج اور اب ج

مقالہ ۱ شکل ۳۲

زاویے بھی دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے اسی طرح

علوم متعارفہ ۱

سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ب اک اور ک ج ب
زاویے دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے فقط

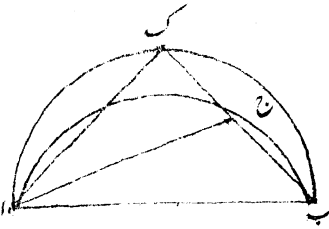
شکل ۲۳

ایک خط مستقیم کی ایک ہی جہت پر دو قطعہ دائرے
متشابہ واقع نہین ہوسکتے جو نہ ملین ❖

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ اج ب اور اک ب قطعہ دائرے

متشابہ اب خط کے ایک ہی جہت پر واقع ہین اور آپس
مین ملکر ایک نہین ہوجاتے ہین۔

ثبوت



اک ب دائرے کو اج ب
دائرہ ا اور ب نقطون
پر کاٹتا ہے اس باعث
سے وے دائرے اون

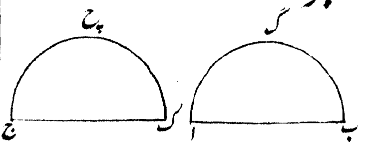
مقالہ ۳ شکل ۱۰ — دو نقطون کے سوا کسی اور نقطہ پر نہ ملینگے
اس سبب سے ایک قطعہ دائرے کے اندر دوسرا قطعہ دائرہ
ضرور ہوگا اور فرض کرو کہ اک ب قطعہ دائرے کے اندر اج ب
قطعہ دائرہ ہے ک ج ب خط کھینچ کر ج ا اور ک ا خط بناؤ
ف — اک ب اور اج ب قطعہ دائرہ متشابہ ہین اور متشابہ قطعہ
مقالہ ۳ حدود ۸ — دائرونکے زاویے برابر ہوتے ہین اسیلیے اک ب زاویے
کے اج ب زاویہ برابر ہے یعنی زاویۂ خارجہ اپنی داخلہ متقابلہ
مقالہ ۱ شکل ۱۶ — زاویہ کے برابر ہے یہہ ناممکن ہے اس باعث سے ایک خط
کی ایک جہت پر دو متشابہ قطعہ دائرے واقع نہین
ہوسکتے جو نہ ملین فقط۔

شکل ۲۴

متشابہ قطعہ دائرے جو برابر خطوں پر واقع ہوتی ہیں وے آپس میں برابر ہوتے ہیں

فرض کرو کہ اگ ب اور ج ح ک متشابہ قطعہ دائرہ اب اور ج ک برابر خطوں پر واقع ہیں تو ج ح ک قطعہ دائرہ کے اگ ب قطعہ دائرہ برابر ہوگا

ثبوت



فرض کرو کہ ج ح ک قطعہ دائرہ پر اگ ب قطعہ دائرہ اسطور پر رکھا جاے کہ نقطہ ج پر نقطہ ا واقع ہو اور خط ج ک پر خط اب چونکہ ج ک کے اب برابر ہے اسلیے ک نقطہ سے ب نقطہ ملجایگا اس سبب سے کہ خط ج ک سے خط اب ملجاتا ہی تو ج ح ک قطعہ دائرہ کے ساتھہ اگ ب قطعہ دائرہ بھی ملجائگا اور اس باعث سے ج ح ک قطعہ کو اک ب قطعہ برابر ہوگا فقط۔

مقالہ ۳ شکل ۲۳

شکل ۲۵

ایک مفروضہ قطعہ دائرہ سے اوسکا دائرہ بناو

فرض کرو کہ اب ج قطعہ دائرہ سے اوسکا دائرہ بنانا ہو

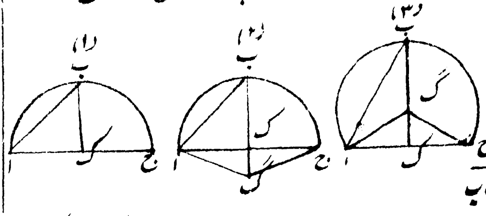
اج خط کو ک نقطہ پر نصف کرو اور ک نقطہ سے اج خط پر ک ب عمود کھینچو اور اب خط بنالو

(م شس ۱۰ — ا ک ۱۱ — م شس ۱ — ۱۱)

ثبوت

اول فرض کرو کہ ب اک زاویہ کے اب ک زاویہ برابر ہی تو ک ا خط کے ب ک خط برابر ہوگا لیکن ک ج سے ک ا برابر

(شکل ۱۱ — م شس ۱)



اسلئی ک ج ک ا اور ک ب خط آپس مین برابر ہین اور اس باعث سے نقطہ ک مرکز دائرہ کا ہے ک مرکز سے اک یا ک ب یا ک ج دوری پر دائرہ بناؤ تو اوسکا محیط نقطہ او ب اور ج مین ہو کر گذریگا اور وہی قطعہ کا دائرہ مطلوب ہوگا اور کیونکہ مرکز دائرہ خط اج مین ہے اس سبب سی قطعہ اب ج نصف دائرہ ہے لیکن جو ب اک زاویہ کے اب ک زاویہ برابر نہو تو

(م شس ۹ — شکل ۲۰ م)

اب خط اگ کے ا نقطہ پر ب اگ زاویہ اب گ زاویہ کے
برابر بناؤ اگر ضرورت ہو تو ب ک کو ک تک بڑھا کر گ ج م شش ۱ ۲۳
خط کھینچ لو کیونکہ ب اگ زاویہ کے اب گ زاویہ برابر
ہے اسلیے خط اگ کے خط ب گ برابر ہے پھر اک گ
اور ج ک گ مثلثون مین ضلع ک ج کے ضلع اک برابر
ہے ک گ دونون مین مشترک ہے اور ج ک گ زاویہ قایمہ
کے اک گ زاویہ قایمہ برابر ہے اسلیے گ ج قاعدہ کے
اگ قاعدہ برابر ہے لیکن ب گ مذکور کے اگ برابر ہے م شش ۱ ۴
اس سبب سے گ ا اور گ ب اور گ ج خط آپسمین برابر م شش ۱ ۹
ہین اس سبب سے دائرے کا گ مرکز ہے گ مرکز سی گ ا
یا گ ب یا گ ج دوری پر دائرہ بناؤ وہ ا اور ب اور ج
نقطون مین ہو کر گذریگا اور وہی قطعہ کا دائرہ مطلوب ہوگا
اور ظاہر ہے کہ جو ب اگ زاویہ سے اب گ زاویہ بڑا ہو تو شکل
اب ج قطعہ دائرے کی باہر گ مرکز ہوگا اسلیے اب ج قطعہ نصف
دائرے سے چھوٹا ہے لیکن جو ب اگ زاویہ سے اب گ
زاویہ چھوٹا ہو تو اب ج قطعہ دائرے کے اندر گ مرکز ہوگا شکل ۳
اس باعث سے اب ج قطعہ نصف دائرے سے بڑا ہے

اور مفروضہ قطعہ کا دائرہ بنگیا فقط

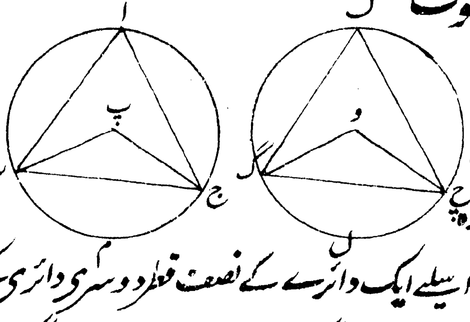
شکل ۲۶

تساوی دائرون مین متساوی زاویے برابر

قوسون پر واقع ہونگے خواہ وہ زاوئے مرکز پر ہون یا محیط پر

فرض کرو کہ ک گ ح دائرے کے اب ج دائرہ برابر ہے اور ک و ح زاویہ مرکز ب پ ج زاویہ مرکز کے برابر ہے اور ک گ ح زاویہ محیط بھی ب ا ج زاویہ محیط کے برابر ہے تو گ ل ح قوس کے ب م ج قوس برابر ہوگا ب ج اور گ ح خط کھینچ لو

ثبوت



ک گ ح دائرے کی اب ج دائرہ کے برابر ہے اسلیے ایک دائرے کے نصف قطر دوسری دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہونگے اس سبب سے ب پ ج اور گ و ح مثلثون مین و گ ضلع کے پ ب ضلع برابر ہوگا اور و ح ضلع کے پ ج ضلع برابر ہوگا اور و پر کا زاویہ پ پر کے

زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے کہ ک ی ج قاعدے کی ب ج ف
قاعدہ برابر ہوگا اور کیونکہ د پر کا زاویہ ی پر کے زاویہ کی برابر ۱۴ شش ۳
ہے اسیلیے کہ ک ی ج قطعہ دائرے کے ب ا ج قطعہ دائرہ
متشابہ ہے اور یے قطعے ب ج اور ک ج برابر خطوں پر م حدود ۱۳ ۸
واقع ہیں لیکن متشابہ قطعہ دائرے جو برابر خطوں پر واقع
ہوتے ہیں وے آپس میں برابر ہوتے ہیں اسیلیے کہ ک ی ج م شش ۳ ۲۴
قطعہ دائرے کے ب ا ج قطعہ دائرہ برابر ہے لیکن کہ ک ج
کل دائرہ کے ا ب ج کل دائرہ برابر ہے اس باعث سے کہ ل ج
باقی قطعہ دائرے کی ب م ج باقی قطعہ دائرہ برابر ہے اور
ک ل ج قوس کے ب م ج قوس برابر ہے فقط

۲۷ شکل

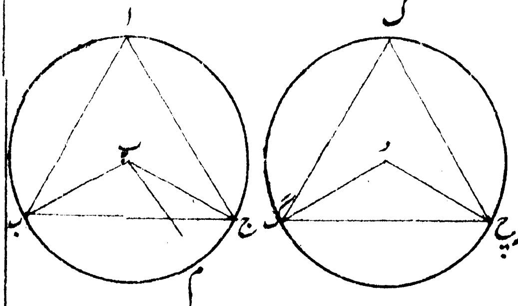
برابر دائروں میں زاویے جو برابر قوسوں پر
واقع ہوتے ہیں وے آپس میں برابر ہوتے
ہیں خواہ وے زاویہ مرکزی ہوں یا زاویہ محیطی

فرض کرو کہ ک گ ج دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہے اور
ب ہ ج اور ک و ج زاویے مرکزی اور ب ا ج اور ک ی ج
زاویے محیطی ب ج اور ک ج برابر قوسوں پر واقع ہیں تو زاویہ

ک وح کے زاویہ ب پ ج برابر ہوگا اور گ ک ح
زاویہ کے ب اج زاویہ بھی برابر ہوگا اگر گ وح زاویہ کی
ب پ ج زاویہ برابر ہو تو گ ک ح زاویہ کی ب اج زاویہ بھی برابر — م شش ۳ ۲۰
ہوگا لیکن جو گ وح زاویہ کے ب پ ج زاویہ برابر نہو تو — اور علوم متعارفہ ۱
ایک دوسرے سے بڑا ہوگا فرض کرو کہ گ وح زاویہ سے
ب پ ج زاویہ بڑا ہے تو ب پ خط کے پ نقطہ پر ب پ م
زاویہ گ وح زاویہ کے برابر بناؤ — م شش ۱-۲۳

ثبوت

گ وح زاویہ کے ب پ م زاویہ برابر ہے اور برابر زاویۂ
مرکزی برابر قوسوں پر واقع ہوتے ہیں اسلیے گ ج قوس — م شش ۳-۲۶
کے ب م قوس برابر ہے لیکن



ب ج قوس کے گ ح قوس برابر ہے اس باعث سی ب ج — ف
قوس سے ب م قوس برابر ہے یعنی بڑے کے چھوٹا برابر ہے — علوم متعارفہ ۱

اس سبب سے ک د ح زاویہ سے ب پ ج زاویہ نا برابر
نہین ہے یعنی گ د ح زاویہ کے ب پ ج زاویہ برابر ہے
نصف زاویہ ب پ ج کے آ پر کا زاویہ برابر ہے نصف م شش ۲ ۲۰
زاویہ گ د ح کے ک پر کا زاویہ برابر ہے اسیلیے ک آور
آ پر کے زاویے برابر ہین فقط علوم متعارفہ ۱

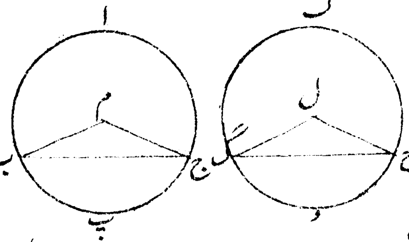
شکل ۲۸

برابر دائرون مین برابر وتر برابر قوسون کو
علٰحدہ کرتے ہین بڑا قوس بڑے قوس کے
برابر ہوتا ہے اور چھوٹا قوس چھوٹے کے

فرض کرو کہ ک گ ح دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہے
اور ان دائرون مین گ ح وتر کے ب ج وتر برابر ہی ان
وترون سے ب آ ج اور گ ک ح دو بڑے قوس جدے
ہوتی ہین اور ب پ ج اور گ د ح دو چھوٹے قوس
تو گ ک ح قوس کے ب آ ج قوس برابر ہوگا اور گ د ح
قوس کے ب پ ج قوس برابر ہوگا دائرون کے م اور
ل مرکز معلوم کرو اور ب م م ج گ ل اور ل ح م شش ۱ ۱۰
خط کھینچ لو

ثبوت

ک گ پ ج دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہی اس لیے
ایک دائرے کے نصف قطر دوسرے دائرہ کے نصف قطر
کے برابر ہونگے م صادرہ ۳–۱۱

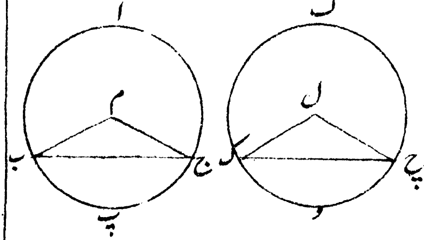


اس سبب سے
ب م ج اور
گ ل پ ج مثلثون
مین گ ل ضلع کے ب م ضلع برابر ہے اور پ ج ل ضلع کے
ج م ضلع اور گ پ ج قاعدہ کے ب ج قاعدہ بھی برابر ہی ف
اسلیے گ ل پ ج زاویہ کے ب م ج زاویہ برابر ہوگا لیکن م شش ۱–۸
برابر زاویہ مرکزی برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین اسلیے
گ د پ ج قوس کے ب پ ج قوس برابر ہے اور گ ک پ ج م شش ۳ ۲۶
کل محیط کے ا ب ج کل محیط برابر ہے اس سبب سی گ ک پ ج ف
باقی قوس کے ب ا ج باقی قوس برابر ہوگا فقط۔ علوم متعارفہ ۳

۲۹ شکل

برابر دائرون مین برابر قوسون کے
مقابل برابر وترہوتے ہین

فرض کرو کہ ک گ چ دائرے کے اب ج دائرہ برابر ہے
اور گ و چ قوس کے ب پ ج قوس بھی برابر ہے تو
گ چ وتر کے ب ج وتر برابر ہوگا دائرون کی م اور ل
م شش ۳-۱ مرکز ڈھونڈھ لو اور ب م م ج، گ ل
اور ل چ خط
کھینچ لو



ثبوت

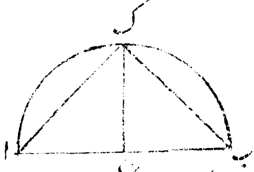
گ و چ قوس
کے ب پ ج قوس برابر ہے اسیلے گ ل چ زاویہ کے
م شش ۳-۲۷ ب م ج زاویہ برابر ہے کیونکہ ک گ چ دائری کے
اب ج دائرہ برابر ہے اسیلے ایک دائری کے نصف قطر
م صدود ۳-۱۱ دوسرے دائرے کے نصف قطر کی برابر ہونگے اس باعث سے
گ ل چ اور ب م ج مثلثون مین گ ل ضلع کو ب م ضلع
برابر ہے اور چ ل ضلع کو م ج ضلع اور گ ل چ زاویہ کے
ب م ج زاویہ برابر ہے اسیلے گ چ قاعدے کی ب ج
م شش ۱-۴ قاعدہ برابر ہوگا فقط

۳۰ شکل

قوس مفروضہ کے دو برابر حصے کرو

فرض کرو کہ اک ب قوس کے دو برابر حصے کرنے ہین اب
خط کھینچ کر اوسے ج نقطہ پر نصف کرو ج نقطہ سے اب م ش ا-۱۰
پر ج ک عمود کھینچو تو اک ب قوس کے ک نقطہ پر دو برابر م ش ا-۱۱
حصے ہوجاینگے اک اور ک ب خط کھینچ لو

ثبوت

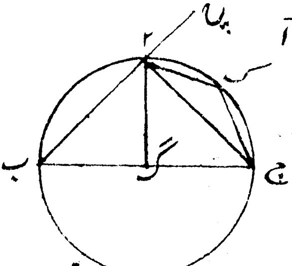


ب ج ک اور ا ج ک مثلثون
مین ج ب ضلع کے اج ضلع
برابر ہے ج ک ضلع دونون مین مشترک ہے اور ب ج ک
زاویہ قائمہ کے اج ک زاویہ قائمہ برابر ہے اسیلیے ب ک
قاعدہ کے اک قاعدہ برابر ہے لیکن برابر وترون سے برابر م ش ا-۴
قوس علحدہ ہوجاتے ہین بڑا قوس بڑے کے برابر ہوتا ہے م ش ۳-۲۸
اور چھوٹا قوس چھوٹے کے اور کیونکہ ک ج خط مرکز مین ہوکر
گذریگا اس سبب سی ہر ایک اک اور ب ک قطعہ دائرہ م ش ۳ ا کا عمل
نصف دائرے سے چھوٹا ہے اسیلیے ک ب قوس
کے اک قوس برابر ہے فقط

۱۳ شکل

دائری مین نصف دائری کا زاویہ فی القطعہ قائمہ
ہوتا ہی لیکن جو قطعہ دائرہ نصف دائرہ سی بڑا
ہوتا ہی اوس کا زاویہ فی القطعہ قائمہ سی چھوٹا
ہوتا ہی اور جو قطعہ دائرہ نصف دائرہ سی چھوٹا
ہوتا ہی اوسکا زاویہ فی القطعہ قائمہ سی بڑا ہوتا ہی

فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کا گ مرکز اور ب ج قطر ہی
ج ا خط کھینچو جس سی دائرے کے اب ج اور اک ج
قطعہ علیحدہ ہوجاوین ب ا اک اور ک ج خط بنالو ب اج
نصف دائرے کا زاویہ قائمہ ہوگا اب ج قطعہ دائرہ جو نصف
دائرہ سے بڑا ہی اوسکا زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہوگا اور اک ج
قطعہ دائرہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہی اوسکا زاویہ قائمہ سی
بڑا ہوگا اگ خط کھینچکر ب ا
خط کو ح تک بڑھالو



ثبوت

کیونکہ خط گ ب کے خط
گ ا برابر ہے اس لیے

۱۵

(م شکل ا-۱) ک ب ا زاویہ کے گ اب زاویہ برابر ہے کیونکہ ک ج
کے بھی گ ا برابر ہے اس سبب سی ک ج ا زاویہ
کے گ اج زاویہ برابر ہے اسیلیے اب ج اور اج ب
(علوم متعارفہ ۲) زاویون کے ب اج زاویہ برابر ہے لیکن اب ج اور
(م شکل ا-۳۲) اج ب زاویون کے ج اج باہری زاویۂ برابر ہے
(علوم متعارفہ ۱) اس سبب سے ج اج زاویہ کے ب اج زاویہ برابر ہے
(م حدود ا-۱۰) اسیلیے اونمین سے ہرایک زاویہ قائمہ ہے اس باعث
سی ب اج نصف دائرے کا زاویہ قائمہ ہے کیونکہ اب ج
مثلث کے اب ج اور ب اج زاوییے ملکر دو زاویون
(م شکل ا-۱۷) قائمے سے چھوٹے ہین اور ب اج زاویہ قائمہ ہی اسیلیے
اب ج زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہے اس سبب سی اب ج
قطعہ دائرہ جو نصف دائرہ سے بڑا ہے اوسکا زاویہ قائمہ
سے چھوٹا ہوگا کیونکہ اب ج ک شکل ذوار بعۃ الاضلاع دائرے
کے اندر کھنچی ہے اس سبب سے اب ج اور اک ج
(م شکل ۳-۲۲) اوسکے مقابل کے زاوییے دو زاویون قائمی کے برابر ہونگے
لیکن اب ج زاویۂ مذکور زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہی اسیلیے
دوسرا زاویہ اک ج زاویہ قائمہ سے بڑا ہے اس سبب سے

زاویہ قطعہ دائرے کا جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے زاویہ قائمہ سے بڑا ہوگا یہہ بھی ظاہر ہے کہ اب ج بڑے قطعہ دائرے کا قوس ج اب زاویہ قائمہ سے باہر ہی لیکن چھوٹے قطعہ دائرہ اک ج کا قوس ج اح زاویہ قائمہ کی اندر ہی فقط

حاصل

اس سے یہہ ظاہر ہے کہ اگر ایک مثلث کا
ایک زاویہ دو باقی زاویون کی برابر ہو تو وہ
زاویہ قائمہ ہوگا کیونکہ اوسکے متصل کا زاویہ
م مشس ۱-۳۲ بھی اونہین دو زاویون کے برابر ہوگا جب
قریب کے زاویے برابر ہوتی ہین تو ہر ایک
م حدود ۱-۱۰ زاویہ قائمہ ہوگا

۳۲ شکل

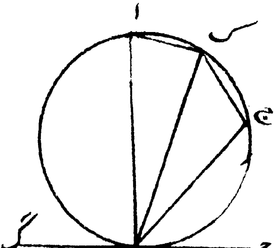
اگر ایک خط دائرے کو چھوتا ہوا ور نقطۂ تماس
سے خط قاطع دائرہ کھینچا جاوی تو جو زاویے
خط قاطع اور خط مماس کے ساتھ بنین گے وی
زاویون قطعۂ متبادل کے برابر ہون گے

فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کو خط گ ب ح نقطہ ب پر

چھوتا ہے اور نقطہ ب سے خط ب ک کھنچا ہے جو دائرے
کے دو حصے کرتا ہے تو گ ج خط کے ساتھ ب ک خط جو
زاویے بناویگا وے زاویون تبادل قطعہ دائرے کی برابر ہونگے
یعنی زاویہ ک ا ب قطعہ کا ک ب ج زاویے کے برابر ہوگا
اور زاویہ ک ج ب قطعہ کا ک ب گ زاویہ کے برابر ہوگا
م شش ۱-۱۱ ب نقطہ سے خط گ ج پر ب ا عمود کھینچو ک ب قوس
مین کوئی نقطہ ج لیکر ا ک اور ک ج اور ج ب خط کھینچو

ثبوت

اب ج ک دائرے کو گ ج خط ب نقطہ پر چھوتا ہے اور
اوسپر ب نقطہ تماس سے ب ا عمود کھنچا ہے اسیلیے مرکز
م شش ۳-۱۹ دائرہ کا ب ا خط مین ہوگا اس سبب سی نصف دائرے کا
م شش ۳-۳۱ ا ک ب زاویہ قائمہ ہوگا اسیلیے



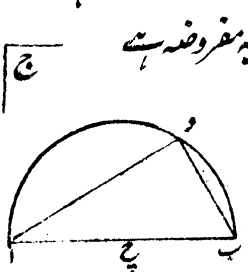
ب ا ک اور ا ب ک دو زاویے
م شش ۱-۳۲ ملکر ایک زاویہ قائمہ کی برابر ہین
ب لیکن ا ب ج زاویہ بھی قائمہ
ہے اس سبب سے ب ا ک
علوم متعارفہ ۱ اور ا ب ک زاویون سکے ا ب ج زاویہ برابر ہوگا انمین سی

مشترک زاویہ اب ک نکالنے سے باقی ب اک زاویہ باقی ک ب ج
زاویہ کے برابر ہوگا اور ب اک زاویہ تبادل قطعہ دائرہ مین علوم متعارفہ ۳
واقع ہی پھر کیونکہ ا ب ج ک شکل ذو اربعۃ الاضلاع دائرہ کی اندر ہی
اس سبب سی اوسکے ب اک اور ب ج ک دو مقابل زاویے
دو زاویون قائمہ کے برابر ہین لیکن ک ب ج اور ک ب گ م شش ۳ ۲۲
زاویے بھی دو زاویون قائمہ کے برابر ہین اسیلیے ک ب ج اور ا م شش ۱۳
ک ب گ دو زاویون کے ب اک اور ب ج ک زاویے برابر علوم متعارفہ ۱
ہین اور ک ب ج زاویۂ مذکور کے ب اک زاویہ برابر ہے
اس سبب سے ب ج ک زاویہ کے ک ب گ زاویہ برابر علوم متعارفہ
ہے اور ب ج ک زاویہ تبادل قطعہ دائرہ مین واقع ہی فقط

۳۳ شکل

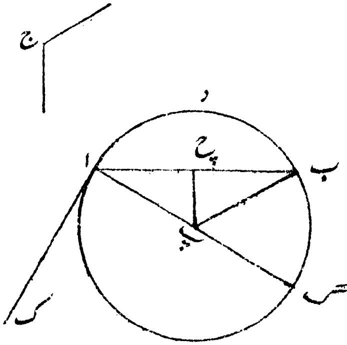
ایک خط مفروضہ پر قطعہ دائرہ بناؤ جس کا
زاویہ ایک زاویۂ مفروضہ کے برابر ہو

فرض کرو کہ اب خط اور ج زاویہ مفروضہ ہے

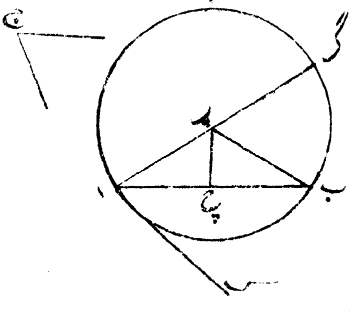


اب خط پر ایک ایسا قطعہ دائرہ
بناؤ جسکا زاویہ ج زاویہ کی برابر ہو
اول فرض کرو کہ ج زاویہ قائمہ ہی تو

اب خط کو پچ نقطہ پر نصف کرو اور پچ مرکز سے پچ ب
دوری پر اب و نصف دائرہ بناؤ تو زاویہ اب و نصف
دائرہ کا ج زاویہ قائمہ کے برابر ہوگا



لیکن جو ج زاویہ
قائمہ نہ ہو تو اب
خط کے آ نقطہ پر
ب آک زاویہ ج
زاویہ کے برابر بنالو
اور آ نقطہ سے خط
اک پر اگ عمود



کھینچو اور اب خط
کو پچ نقطہ پر نصف
کرو اور پچ نقطہ سے
خط اب پر پچ پ عمود نکالو اور پ ب خط بنالو

ثبوت

اپچ پ اور ب پچ پ مثلثون مین پچ ب ضلع کے
اپچ ضلع برابر ہے خط پچ پ دونون مین مشترک ہے

اور ب پ ج پ زاویہ قائمہ کے اپ ج پ زاویہ قائمہ برابر ہے | م حدود ا ۔ ۱۰
اس لیے ب پ قاعدہ کے اپ قاعدہ برابر ہوگا اس | م شش ا ۔ ۴
سبب سے جو دائرہ پ مرکز سے پ ا دوری پر کھینچے گا وہ
ب نقطہ پر ہوکر گذرے گا اور فرض کرو کہ وہ دائرہ ا د ب
ہے تو زاویہ قطعہ اب و کا ج زاویہ کے برابر ہوگا
کیونکہ اگ قطر کے ا حد سے اگ عمود کھینچا ہے اس لیے
اگ خط مماس ہے اور نقطہ تماس سے اب خط قاطع دائرہ | م شش ۳ ۔ ۱۶ حاصل
کھینچا ہے اسلیے ا و ب تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ ک اب
زاویہ کے برابر ہوگا لیکن ج زاویہ کے ک اب زاویہ برابر | م شش ۳ ۔ ۳۲
ہے اس باعث سے ا د ب تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ ج
زاویہ کے برابر ہوگا اس سبب سے اب خط مفروضہ پر | علوم متعارفہ ا ۔ ا
ا د ب قطعہ دائرہ ایسا بنگیا ہے کہ جسکا زاویہ ج زاویہ
مفروضہ کے برابر ہے فقط۔

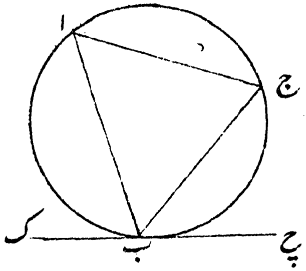
۳۴ شکل

دائرہ مفروضہ سے ایک ایسا قطعہ
کاٹو جسکا زاویہ مفروضہ زاویہ کے برابر ہو

فرض کرو کہ اب ج دائرہ سے ایک ایسا قطعہ کاٹنا ہے جسکا

زاویہ ک مفروضہ زاویہ کے برابر ہو گ چ خط کھینچو جو ب ج
دائرہ کو ب نقطہ پر چھووے اور ب چ خط کے ب نقطہ پر
چ ب ج زاویہ ک زاویہ کے برابر بناؤ تو ب ا ج قطعہ دائرہ کا
زاویہ برابر ہوگا ک زاویہ کے

ثبوت



گ چ خط مماس دائرہ
ا ب ج کا ہے اور ب
نقطہ تماس سے ب ج
خط کھینچا ہے اس لیے

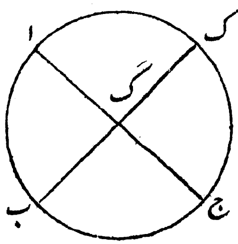
ب ا ج تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ چ ب ج زاویہ کے برابر
ہوگا لیکن ک زاویہ کے چ ب ج زاویہ برابر ہے اس سبب سے
ب ا ج قطعہ دائرہ کا زاویہ ک زاویہ کے برابر ہوگا اسیلیے
ا ب ج دائرہ سے ب ا ج قطعہ ایسا کٹ گیا ہے جسکا زاویہ
ک زاویہ کی برابر ہے فقط

شکل ۳۵

اگر دائرہ کے درمیان دو خط آپسمین کاٹین تو
ایک خط کے دو حصون سے جو سطح ہیگی وہ

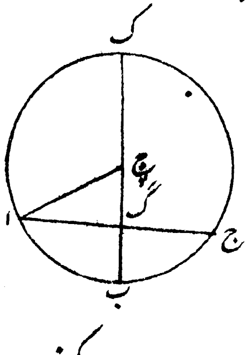
دوسری خط کے دو حصوں کی سطح کی برابر ہوگی

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ کے اندر اج اور ب ک خط
گ نقطہ پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہین تو ب گ + گ ک



سطح کے اگ + گ ج سطح برابر
ہوگی اگر اج اور ب ک خط
دونون مرکز مین ہو کر گذرین اور
گ مرکز ہو تو اگ گ ج ب گ
اور گ ک نصف قطر آپس مین برابر ہونگے اسلیے ب گ گ ک
سطح کے اگ + گ ج سطح برابر ہوگی

م حدود ا ـ ۱۵

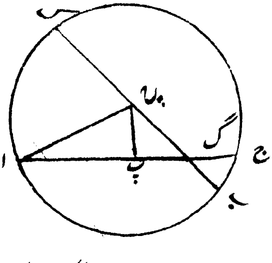


لیکن جو اونمین سے ایک خط
ب ک مرکز مین ہو کر گذرے
اور دوسرا خط اج مرکز سے باہر
ہو اور اج خط پر ب ک خط گ
نقطہ پر عمود ہو تو ب ک خط
کو ح نقطہ پر نصف کرنے سے ح مرکز دائرہ کا ہوگا اح خط کھینچ لو

ثبوت

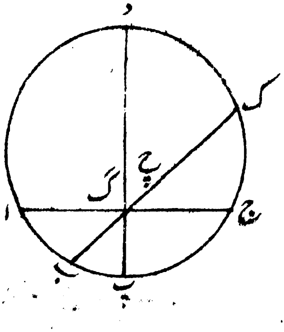
کیونکہ ب ک خط جو مرکز پر ہو کر گذرتا ہے وہ اج خط پر جو

مرکز سے باہر ہے گ نقطہ پر عمود ہے اسیلیے گ ج خط کے
اگ خط برابر ہوگا اور ب گ خط کے ح نقطہ پر دو برابر م ش ۳-۳
حصہ ہین اور گ نقطہ پر نابرابر اس باعث سے ب گ
اگ گ سطح اور گ ح مربع کے ح ب مربع برابر ہوگا یعنی م ش ۵-۲
ح ا مربع یا اگ مربع اور گ ح مربع کے برابر ہوگا م ش ۴۷-۱
اونمین مشترک مربع ح گ نکالنے سے اگ مربع کے ب گ
اگ گ سطح برابر ہوگی یعنی اگ . گ ج سطح کے ب گ علوم متعارفه ۳
اگ گ سطح برابر ہوگی



دوم فرض کرو کہ ب گ خط
جو مرکز پر ہوکر گذرتا ہے وہ
اج خط کو جو مرکز سے باہر ہے
گ نقطہ پر کاٹتا ہے مگر وہ اوس پر عمود نہین ہے اگر ب گ
خط کے ح نقطہ پر دو نصف حصہ کیے جاوین تو ح نقطہ مرکز
دائرہ کا ہوگا اح خط کھینچ لو اور اج خط پر ح پ عمود نکالو
تو پ ج خط کے اپ خط برابر ہوگا اسیلیے اپ مربع م ش ۱۲-۳ ، م ش ۳-۳
کے اگ . گ ج سطح اور گ پ مربع ملکر برابر ہونگی انمین م ش ۵-۲
ح پ مربع ملانے سے اپ مربع اور ح پ مربع کے

اگ + گ ج سطح اور گ پ مربع اور پ ج پ مربع ملکر
برابر ہونگے لیکن گ ج مربع کے گ پ مربع اور پ ج پ
م ششم ۱ ۴۷ مربع برابر ہے اور اج مربع کے اپ مربع اور پ ج پ
مربع برابر ہین اس سبب سے اگ + گ ج سطح اور
علوم متعارفہ ۲ م حدود ۲ گ ج مربع کے اج مربع یا ج ب مربع یا ب گ +
م ششم ۱۵ ۲ ۵ گ ک سطح اور گ ج مربع برابر ہونگے ان مین سی مشترک
مربع گ ج نکالو تو اگ + گ ج سطح کے ب گ + گ ک
سطح برابر ہوگی اخیر مین فرض کرو کہ اج اور ب ک خطون
مین سے کوئی خط مرکز مین ہوکر نہین گذرتا ہے تو ج مرکز
م ششم ۱ معلوم کرو اور گ نقطہ سے جسپر اج اور ب ک خط ایکدوسری
کاٹتے ہین پ گ ج د خط کھینچو تو پہلے کیطرح سے
ب گ + گ د سطح کے

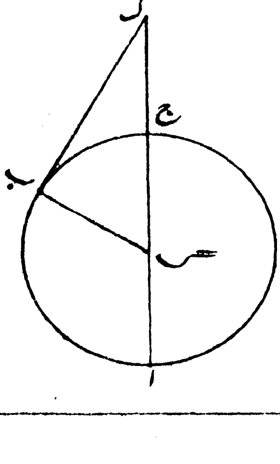


اگ + گ ج سطح برابر ہوگی
اور پ گ + گ د سطح کے
ب گ + گ ک سطح بھی برابر ہوگی
اسلیے ب گ + گ ک سطح کے
علوم متعارفہ ۱ اگ + گ ج سطح برابر ہوگی فقط

٣٦ شکل

اگر ایک دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے ایک خط
مماس اور دوسرا خط قاطع دائرہ کھینچا جاوے
تو تمام خط قاطع اور اوسکا حصہ جو دائرہ سے
باہر ہے اونسے جو سطح بنے گی وہ مربع خط
مماس کے برابر ہوگی

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے باہر ک نقطہ سے ک ج ا
اور ک ب دو خط ایسے کھینچے ہین کہ اونمین سے خط ک ج ا
دائرہ کو کاٹتا ہے اور ک ب خط اوسے چھوتا ہے تو مربع
ک ب کے اک × ک ج سطح برابر ہوگی ک ج ا خط مرکز
پر ہو کر گذرے گا یا اوس سے باہر ہوگا اول فرض کرو کہ وہ
ک مرکز مین ہو کر گذرتا ہے ک ب
خط کھینچ لو تو گ ب ک زاویہ
قائمہ ہوگا۔



ثبوت

کیونکہ اج خط کے گ نقطہ
پر دو نصف حصے ہوئے ہین اور

وہ ک تک بڑھایا گیا ہے اسلیے ک گ مربع کے اک +

م شش ۲-٦ ک ج سطح اور گ ج مربع برابر ہونگے لیکن گ ب کے

گ ج برابر ہے اس سبب سے گ ب مربع کو گ ج

مربع برابر ہوگا پھر کیونکہ گ ب ک زاویہ قائمہ ہے اسلیے مربع

م شش ا ک-۴۷ ب ک اور مربع گ ب کے مربع گ ک برابر ہوگا اس

سبب سے مربع ب ک اور مربع گ ب کے اک + گ ج

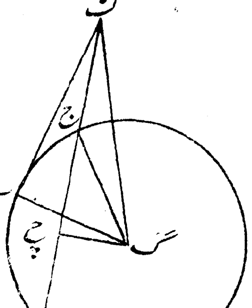
علوم متعارفہ ۱ سطح اور مربع گ ب برابر ہیں انمیں سے مشترک مربع گ ب

علوم متعارفہ ۳ نکالو تو مربع ب ک کے اک + ک ج سطح برابر ہوگی لیکن

جو خط گ ج ا مرکز دائرہ مین ہوکر نہ گذرے تو گ مرکز دائرہ

م شش ۳ سابق ۱ م شش ۱-۱۲ کا معلوم کرو اج خط پر گ ح عمود نکالو اور ک ب و گ ج

و گ ک خط بنالو



ثبوت

گ ح خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا

ہے وہ اج خط پر جو مرکز سے باہر

ہے عمود ہے اس سبب سے

گ ح خط اج خط کے ح نقطہ

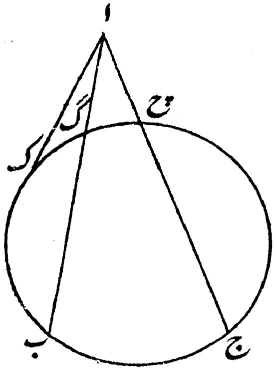
م شش ۳-۳ پر دو برابر حصے کریگا کیونکہ

اج خط کے ج نقطہ پر دو برابر حصے ہوئے ہین اور وہ ک
نقطہ تک بڑھایا گیا ہے اسیلیے مربع ج ک کے اک۔کج
سطح اور ج ج مربع برابر ہونگے ان مین گ ج مربع ملانی (م شکل ۲-۶)
سے مربع ج ک اور مربع گ ج کے اک۔ک ج سطح اور
مربع ج ج اور مربع گ ج برابر ہون گے لیکن گ ج ک (علوم متعارفہ ۲)
زاویہ قائمہ ہے اس سبب سے مربع ج ک اور مربع گ ج
کے مربع گ ک برابر ہوگا اور مربع ج ج اور مربع گ ج (ا شکل ۴۷)
کے مربع گ ج برابر ہوگا اس باعث سے مربع گ ک کے
اک۔ک ج سطح اور مربع گ ج برابر ہوگا لیکن گ ج (علوم متعارفہ ۱)
کے گ ب برابر ہے اسیلیے گ ب مربع کے گ ج مربع
برابر ہے پھر کیونکہ گ ب ک زاویہ قائمہ ہے اس سبب سی
مربع ب ک اور مربع گ ب کے مربع گ ک برابر ہوگا (ا شکل ۴۷)
اور مربع ب ک اور مربع گ ب کے اک۔ک ج سطح
اور مربع گ ب برابر ہونگے ان مین سے مشترک مربع گ ب
نکالو تو مربع ب ک کے اک۔ک ج سطح برابر ہوگی فقط۔ (علوم متعارفہ ۳)

حاصل

اگر دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دو خط

قاطع بطور اب اور اج کے
کھینچے جاوین تو ہر ایک تمام خط
اور اسکا حصہ جو دائرہ کی باہر ہے
اونسے جو سطح بنین گی وے برابر
ہونگی یعنی ج ا × اج سطح
کے ب ا × اگ سطح برابر ہوگی
سبب اسکا یہہ ہے کہ دونون
سطح مربع خط مماس اک کے برابر ہین

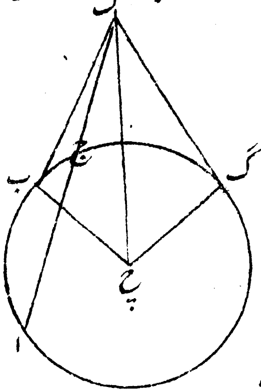


شکل ٣٧

اگر دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دو خط کھینچے
جاوین اونمین سے ایک خط دائرکو کاٹے
اور دوسرا دائرہ سی ملے اور تمام خط قاطع اور
اوسکا حصہ جو دائرہ کے باہر ہے اونسے جو
سطح بنے وہ مربع دوسرے خط کے برابر ہو
تو یہہ خط مماس دائرہ ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے باہر ک نقطہ سے خط ک ج ا
اور خط ک ب کھینچے ہین اونمین سے خط ک ج ا دائرہ کو

کاٹتا ہے اور خط ب گ اوس سے ملتا ہے اور مربع ک ب
کے اک + ک ج سطح برابر ہے تو خط ک ب دائرہ اب ج کو
چھووے گا ح مرکز دائرہ کا



معلوم کرو اور ک گ خط مماس
دائرہ کھینچو اور ح گ و ح ب
اور ح ک خط بنالو ح گ ک
زاویہ قائمہ ہے اور ک گ خط
مماس اور ک ج ا خط قاطع دائرہ
ہے اسلیے مربع ک گ کے
اک + ک ج سطح برابر ہوگی لیکن مربع ک ب کے بھی
اک + ک ج سطح برابر ہے اس سبب سے مربع ک ب کی
مربع ک گ برابر ہوگا اور خط ک ب کے خط ک گ برابر ہوگا
اس باعث سے ک گ ح اور ک ب ح مثلثون مین ک ب
ضلع کے ک گ ضلع برابر ہے اور گ ح ضلع کے ب ح
ضلع برابر ہے اور قاعدہ ک ح دونون مین مشترک ہے
اسلیے ک ب ح زاویہ کے ک گ ح زاویہ برابر ہی لیکن
ک گ ح زاویہ قائمہ ہے اس سبب سے ک ب ح زاویہ

بھی قائمہ ہوگا اور ب ج خط جو بڑھایا جاوی تو وہ قطر دائرہ کا
ہوگا لیکن قطر کی ایک حد سے جو عمود کھینچا جاتا ہے وہ خط مماس
دائرہ ہوتا ہے اسیلیے خط ک ب دائرہ ا ب ج کو چھوتا ہی نقطہ

۱ سوال	جو خط دائرے کے دو متوازی وتروں کے نصف حصے کریگا وہ اونپر عمود بھی ہوگا
۲	متوازی وتروںکے درمیان کے قوس برابر ہوتی ہیں
۳	اگر ذو اربعۃ الاضلاع جو دائرہ کے درمیان واقع ہووےاسکا ایک ضلع بڑھایا جاوی تو باہری زاویہ سکے قریب جو زاویہ ہی اوسکے مقابل کا زاویہ باہری زاویہ کی برابر ہوگا
۴	اگر دو دائری ایک دوسری کو دو نقطوں پر کاٹین اونکی درمیان ایک خط کھینچا جاوی اور اون دائروں کی مرکز کی درمیان بھی ایک خط کھینچا جاوی تو یہ خط خط مذکور کے نصف حصے کریگا اور اوسپر عمود بھی ہوگا
۵	اگر خط مماس دائرہ وتر دائرہ کے متوازی ہو تو اونکی درمیانی قوس کے نقطہ تماس پر دو برابر حصے ہوجاوینگے
۶	اگر ایک خط دو مرکزی دائروں کو کاٹے تو اوس خط کی جو

دو حصے دونون محیط کے درمیان ہون وہی برابر ہونگے

٧ اگر دو ایک مرکزی دائرون مین بڑے دائرہ کا وتر چھوٹی دائرہ کا خط مماس ہو تو اوس خط کی نقطۂ مماس پر دو برابر حصے ہوجاوینگے

٨ اگر ایک دائرے کے نصف قطر پر دوسرا دائرہ کھینچا جاوے جسکا قطر اوس نصف قطر کے برابر ہو اور بڑے دائرے کا کوئی وتر نقطۂ تماس سے کھینچا جاوے تو اوس وتر کے چھوٹے دائرے کے محیط سے دو برابر حصے ہوجاوینگے

٩ اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو بھیتر چھووے یا باہر اور نقطۂ تماس سے دو خط کھینچے جاوین جو دائرون کے محیط کو کاٹین تو جو قوس اون خطون سے کٹین گے اون کی وتر متوازی ہون گے

١٠ اگر دو دائرے ایک دوسرے کو دو نقطون پر کاٹین اور ایک نقطہ سے دائرون کے قطر کھینچے جاوین تو دوسرا نقطہ اور قطرون کی دونون حد ایک خط مین ہونگی

١١ اگر دائرے کا ایک وتر دوسری وتر پر عمود ہو تو اون وترون کے چار حصونکے مربع ملکر مربع قطر کے برابر ہونگے

م ۱ شکل ۱۳ م ۱ شکل ۱۲ و ۲۶ اور ۳۶ کا حاصل اور ۲۹	اگر قطر دائرے کی دونون حدون سے وتر دائرہ عمود کھینچے جاوین تو اوسسے دو برابر قطعہ بنجاوینگے۔	۱۲
م ۳ شکل ۳ م ۳ شکل ۳ م ۱ شکل ۱۱ م ۳ شکل ۳ م ۱ شکل ۲۹ م ۲ شکل ۱ م ۱ شکل ۴	اگر قطر دائرہ وتر دائرہ سے متوازی ہو اور وتر کی دونون حد سے قطر کے کسی نقطہ تک خط کھینچے جاوین تو اون دونون خطون کے مربع ملکر قطر کے اون دو حصون کے مربعون کے برابر ہونگے جو جسے نقطہ مذکور پر قطر سے ہوئے ہون	۱۳
م ۳ شکل ۳۳ م ۱ شکل ۱ شکل ۳ و ۳۱	زاویہ راس یعنی زاویہ مقابل قاعدہ اور عمود قاعدہ مفروض سے مثلث بناؤ	۱۴
م ۱ شکل ۹ م ۳ شکل ۳۳ م ۱ شکل ۳۲	زاویہ راس اور قاعدہ اور مجموعہ باقی دو ضلعون مفروض سے مثلث بناؤ	۱۵
علوم متعارفہ م ۳ شکل ۳ م ۳ شکل ۳۶ و ۲۲ م ۱ شکل ۱۳ م ۲ شکل ۱	اگر ذوار بعہ الاضلاع دائرے کے درمیان واقع ہو اوسکے مقابل کے دو ضلع بڑھانے سے کسی نقطون پر ملین اور اون نقطون کے درمیان خط کھینچا جاوے اور اونہین نقطون سے خط مماس دائرے بھی کھینچے جاوین تو انکے مربع ملکر مربع خط مذکور کے برابر ہونگے	۱۶
م ۳ شکل ۳۷ کا عکس م ۳ شکل ۳۵ و ۳۶	اگر دو خط مماس دائرے کے نقطون تماس کی درمیان ایک خط کھینچا جاوے اور جس نقطہ پر وسے دو خط	۱۷

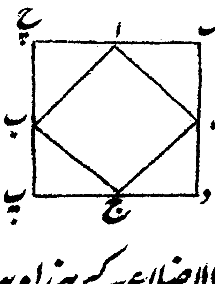
مماس ملتے ہون اوس سے خط قاطع دائرہ کھینچا
جاوے تو تمام خط قاطع اور اسکے درمیانی حصے سے
جو سطح بنے گی وہ اسکے باقی دو حصون کی سطح کی برابر
ہوگی۔

دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے جو دو خط مماس دائرہ ۱۸ شکل ۳۰ مقالہ ۳ کا تکملہ
کھینچے جاوین وے برابر ہونگے۔

مقالہ ۴

حدود

۱ جب ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کا ہر ایک زاویہ دوسری
شکل مستقیمۃ الاضلاع کی ہر ایک ضلع پر واقع ہو تو پہلی شکل کو
دوسری شکل کے اندر کہین گے

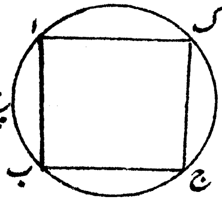


مثلاً ا ب ج ک شکل چ پ د گ
شکل کے اندر ہے۔

۲ جبکہ ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع
کا ہر ایک ضلع دوسری شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر زاویہ
پر ہو کر گذرے تو پہلی شکل کو دوسری شکل کے باہر کہین گے

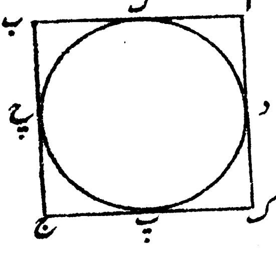
مثلاً ک ح پ و شکل اب ج ک شکل کے باہر ہے

۳ جب ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سب اوپر دائرہ کے محیط پر واقع ہوں تو وہ شکل دائرہ کی اندر ہو گی مثلاً



اب ج ک شکل مستقیمۃ الاضلاع دائرہ ک اح ب ج کے اندر ہے

۴ جب کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع کا ہر ایک ضلع دائرہ کے محیط کو چھوتا ہو تو وہ شکل دائرہ کی باہر ہو گی مثلاً شکل اب ج ک دائرہ

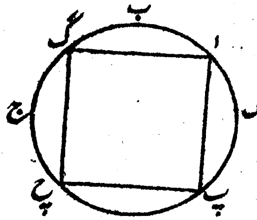


گ ح پ و سے باہر ہے

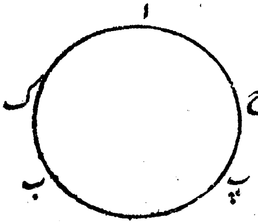
۵ جب کہ دائرہ کا محیط شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر ایک ضلع کو چھوتا ہو تو وہ دائرہ شکل کے اندر ہو گا مثلاً دائرہ ک ح پ و شکل اب ج ک کے اندر ہے

۶ جب کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر ایک زاویہ پر ہو کر محیط

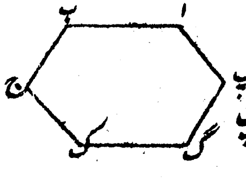
دائرے کا گذرے تو وہ
دائرہ شکل کے باہر ہوگا
مثلاً اب گ ج ک دائرہ
اگ چ پ شکل کے باہر ہے



۷ جب ایک خط کے دونون سرے محیط دائرہ مین ہون
تو وہ خط دائرہ مین
واقع ہوگا مثلاً اب
خط ج ک پ دائرہ
مین ہے

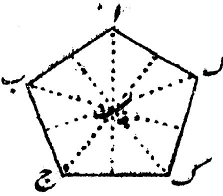


۸ کثیر الاضلاع متساوی الاضلاع اوس شکل کثیر الاضلاع
کو کہتے ہین جسکے سب
زاویے اور ضلع آپس مین
برابر ہون مثلاً اب ج ک گ پ
متساوی کثیر الاضلاع ہے



۹ جس شکل کے پانچ ضلع برابر ہوتے ہین اوسے مخمس کہتے
اور چھہ ضلع کی شکل کو مسدس اور سات ضلع کی شکل کو
مسبع اور آٹھہ ضلع کی شکل کو مثمن کہتے ہین

۱۰ مرکز کثیر الاضلاع متساوی الاضلاع کا وہ نقطہ ہی جو اسکے
سب ضلعون اور زاویون
سے برابر دوری پر ہے مثلاً
ا ب ج ک گ کثیر الاضلاع
کا پ مرکز ہے



۱۱ ایک شکل کے محیط یا گھیر کو حد کہتے ہین

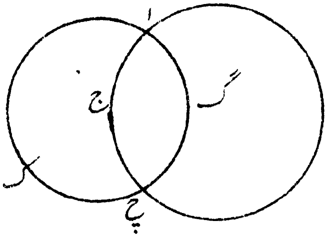
شکل ۱

دائرہ مفروضہ مین ایک خط کھینچو جو خط مفروضہ
کے برابر ہو مگر خط مفروضہ قطر دائرہ سے بڑا نہو

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ ہے اور ک خط ہے جو قطر دائرہ
سے بڑا نہین ہے ا ب ج دائرہ کا ب ج قطر کھینچو اور
جو ب ج خط ک خط کے برابر ہو تو جو مراد تھی سو ہو گئی کیونکہ
ا ب ج دائرہ مین ب ج خط ک خط مفروضہ کے برابر
کھنچ گیا اگر ک خط کے ب ج خط برابر نہو تو ب ج
خط ک خط سے بڑا ہوگا تو ج گ خط ک خط کے برابر
بناؤ اور ج مرکز سے ج گ دوری پر ا گ پ دائرہ
بناؤ اور ج ا خط کھینچ لو

ثبوت

اگ ح دائرہ کا ج مرکز ہے اسلیے ج ا خط ج گ خط کے برابر ہے لیکن ک خط بھی ج گ خط کے برابر ہے اس سبب سے ک خط ج ا خط کے برابر ہے



اس باعث سے ک خط جو قطر دائرہ سے بڑا نہین ہے اوسکے برابر ج ا خط ا ب ج دائرہ مین کھنچ گیا

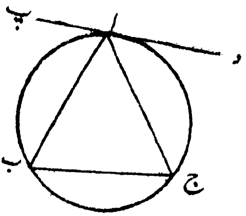
شکل ۲

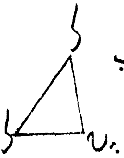
دائرہ مفروضہ کے اندر ایک مثلث بناؤ جسکے زاویے مثلث مفروضہ کے زاویونکے برابر ہون

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ اور ک گ ح مثلث ہی ا ب ج دائرہ کے اندر ایک مثلث بناؤ جسکے زاویے ک گ ح مثلث کے زاویون کے برابر ہون پ ا و خط کھینچو جو دائرہ
کو ا نقطہ پر چھووے اور ا و خط کے ا نقطہ پر و ا ج ۱۷-۳
زاویہ ک گ ح زاویہ کے برابر بناؤ اور ا پ خط کے ۲۷-۱

ا نقطہ پر ب اب زاویہ ک ج گ زاویہ کے برابر بناؤ
اور ب ج خط کھینچ لو

ثبوت





خط پ ا د دائرہ
اب ج کو چھوتا ہے
اور خط اج نقطہ
تماس سے کھینچا ہے اسلیے و اج زاویہ تبادل قطعہ دائرہ
کا اب ج زاویہ کے برابر ہے لیکن و اج زاویہ ۳-۳۲
ک گ ج زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے اب ج
زاویہ بھی ک گ ج زاویہ کے برابر ہے اور بسبب دلیل
مذکور اج ب زاویہ ک ج گ زاویہ کے برابر ہے اس
باعث سے ب اج باقی زاویہ گ ک ج باقی زاویہ کے
برابر ہے اسلیے اب ج مثلث کے سب زاویے ک گ ج ۱-۳۲
مثلث کے سب زاویوں کے برابر ہین اور وہ اب ج
دائرہ کے اندر بنا ہے

شکل ۳

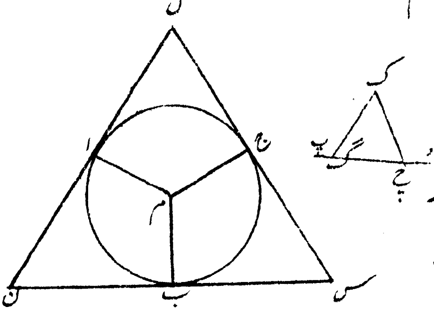
مفروضہ دائرہ کے اوپر ایک مثلث بناؤ جسکے زاویے ایک مفروضہ مثلث کے زاویون کے برابر ہون

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے اوپر ایک ایسا مثلث بنانا
ہے جس کے زاویے ک گ ح مثلث کے زاویون
کے برابر ہون گ ح خط کو دونون طرف ب اور و
نقطون تک بڑھاؤ اور اب ج دائرہ کا م مرکز
معلوم کرو اور اوس سے کوئی خط م ب کھینچ لو اور ۱-۳
م ب خط کے م نقطہ پر ب م ا زاویہ ک گ ب زاویہ
کے برابر بناؤ اور ب م ج زاویہ ک ح و زاویہ کے ۱-۲۳
برابر بناؤ اور ا و ب اور ج نقطون سے ل ان ون ب
اور س ج ل خط کھینچو جو اب ج دائرہ کو چھو دین تو ۱۷-۳
ل ن س مثلث مطلوب ہوگا

ثبوت

ل ن ن س اور س ل خط اب ج دائرہ کو
ا اور ب اور ج نقطہ پر چھوتے ہین اور اونپر م ا

و م ب اور م ج خط مرکز سے



کھینچے ہین

اسلیے ا ب

اور ج نقطہ پر

کے زاویے

قائمہ ہونگے اور ۱۸-۳

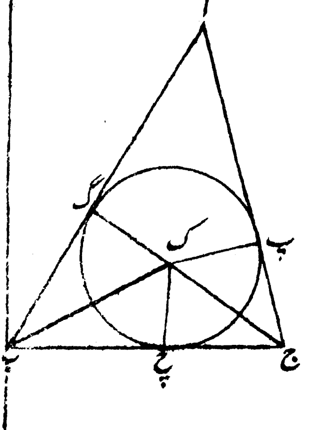
کیونکہ ان ب م شکل ذو اربعۃ الاضلاع مین ن م خط کھینچے
سے اوسکے دو مثلث نجاوینگے اسلیے اوسکے چارون زاویے
چار زاویون قائمے کے برابر ہونگے اور اون چار زاویونمین
دو زاویے م ا ن اور م ب ن قائمہ ہین اس سبب سے
باقی دو زاویے ا م ب اور ا ن ب ملکر دو زاویون قائمہ
کے برابر ہونگے لیکن ک گ ج اور ک گ پ زاویے بھی سوم متعلقہ
ملکر دو زاویون قائمہ کے برابر ہین اس سبب سے ا م ب اور ۱-۱۳
ا ن ب زاویون کے ک گ پ اور ک گ ج زاویے برابر ۴-۱
ہین لیکن ان مین ک گ پ زاویہ ا م ب زاویہ کے برابر ب
ہے اسلیے باقی زاویہ ا ن ب باقی زاویہ ک گ ج کے برابر ۴-۳
ہوگا اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ل س ن اور

ک چ گ زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے ن ل س
باقی زاویہ بھی گ ک چ باقی زاویہ کے برابر ہوگا پس
ا ب ج دائرہ کے اوپر ل ن س مثلث ایسا بنگیا ہے جسکے
زاویے ک چ گ مثلث مفروضہ کے زاویون کے برابر ہین۔

شکل ۴

مثلث مفروضہ کے اندر دائرہ کھینچو

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث کے اندر دائرہ بنانا ہے تو ا ب ج
اور ا ج ب زاویون کے ب ک اور ج ک خط سے دو
برابر حصہ کرو اور ک نقطہ سے جہان ب ک اور ج ک خط ۱—۹
ملتے ہین ک گ و ک چ اور ک پ خط ا ب و ب ج اور ۱—۱۲
ج ا خط پر عمود کھینچو۔



ثبوت

ک گ ب ک اور چ ب ک
مثلثون مین گ ب ک
زاویہ چ ب ک زاویہ کے
برابر ہے اور ک گ ب
زاویہ قائمہ ک چ ب

زاویہ قائمہ کے برابر ہے اور ک ب ضلع ایک مثلث کی ک گ ب
زاویہ کے مقابل ہے اور دوسرے مثلث کے ک ج ب زاویہ
کے مقابل ہے اسلیے ایک مثلث کی باقی ضلعے دوسری مثلث
کے باقی ضلعون کے برابر ہونگے اس سبب سے ک گ خط ۱-۲۶
ک ج خط کے برابر ہے اور بہ سبب دلیل مذکور کے خط ک پ
خط ک ج کی برابر ہے اسطرح سے ک گ و ک ج اور ک پ
خط آپس مین برابر ہین اس باعث سے ان تین خطون مین ایک
خط کی دوری پر ک مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا وہ باقی دو خط
کی حدون مین ہوکر گذرے گا کیونکہ گ پ ج نقطون پر کی زاویے
بھی قائمہ ہین اسلیے ہر ایک اب و ب ج اور ج ا خط جو قطر
کی حد سے اوسپر عمود کھینچا ہے وہ گ ج پ دائرے کو چھوئیگا ۳-۱۶
اس سبب سے اب ج مثلث کے اندر گ ج پ دائرہ بنگیا

شکل ۵

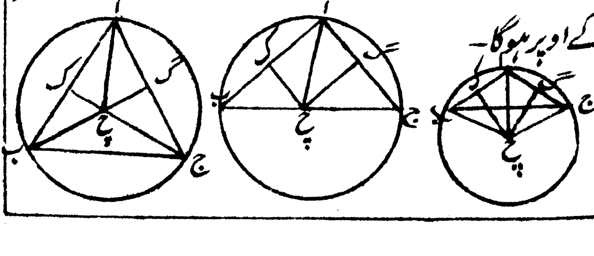
مثلث مفروضہ کے اوپر دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج مثلث کے اوپر دائرہ بنانا ہے تو اب
اور اج خط کے ک اور گ نقطون پر نصف حصے کرو اور ۱-۱۰
ان نقطون سے ک ج اور گ ج خط اب اور اج

خطون پر عمود کھینچو یے بڑھانے سے کسی نقطہ پر ملجاوینگے اگر ۱-۱۲
نہ ملین تو وے متوازی ہونگے اسیلیے اب اور اج خط جو انپر
عمود ہین وے بھی متوازی ہونگے یہہ ناممکن ہے اسیلیے فرض کرو
کہ ک ح اور گ ح خط ح نقطہ پر ملتے ہین ح ا خط کھینچ لو
اگر ب ج خط مین ح نقطہ نہو تو ب ح اور ج ح خط بھی
کھینچ لو —

ثبوت

اک ضلع ک ب ضلع کے برابر ہے اور اک ح اور ب ک ح ب
مثلثون مین ک ح ضلع مشترک ہے اور اب خط پر عمود بھی
ہے اسیلیے اح قاعدہ ب ح قاعدہ کے برابر ہے اور بسبب ۱-۴
دلیل مذکور کے اح خط ج ح خط کے برابر ہے اس طرح سے
اح و ب ح اور ج ح خط اپسمین برابر ہین اور ان مین ایک خط
کی دوری پر ح مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا وہ باقی دو خط کی
حدون مین ہو کر گذریگا اور وہی دائرہ اب ج مثلث مفروضہ
کے اوپر ہوگا —



حاصل

اگر دائرہ کا مرکز مثلث کے اندر رہو تو ظاہر ہے کہ
اوسکا ہر ایک زاویہ اوس قطعہ دائرہ مین واقع ہوگا
جو نصف دائرہ سے بڑا ہے اور اسیلیے ہر ایک زاویہ
مثلث کا زاویہ قائمہ سی چھوٹا ہوگا

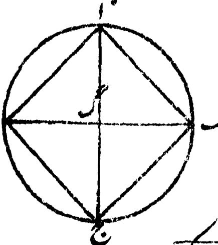
لیکن جو مرکز دائرہ کا مثلث کے ایک ضلع مین ہو تو اس ضلع کے مقابل کا زاویہ نصف دائرہ مین واقع ہوگا اور اسلیے وہ زاویہ قائمہ ہوگا اور جو مرکز مثلث کے باہر ہو تو جس ضلع کی باہر مرکز ہوگا اوسکے مقابل کا زاویہ اوس قطعہ دائرہ مین واقع ہوگا جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے اور اسیلیے وہ زاویہ قائمہ سے بڑا ہوگا اسیلیے اگر مثلث حاد الزاویہ ہو تو مرکز دائرہ کا مثلث کے اندر ہوگا اگر مثلث قائم الزاویہ ہو تو مرکز دائرہ کا زاویہ قائمہ کے مقابل ضلع مین ہوگا اور جو مثلث منفرج الزاویہ ہو تو زاویہ منفرجہ کی مقابل ضلع کے باہر مرکز دائرہ کا ہوگا۔

شکل ۶

دائرہ مفروضہ کے اندر مربع بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ مفروضہ کے اندر مربع بنانا ہے

۳-۱ تو دائرہ کا گ مرکز معلوم کر اونمین اج اور ب ک ایسی قطر
۱-۱۱ کھینچو کہ اونمین ایک دوسرے پر عمود ہو اور اب بج ج ک
اور ک ا خط کھینچو تو شکل ا ب ج ک مربع مطلوب ہوگا۔



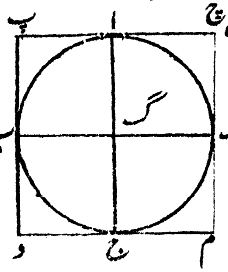
ثبوت

ب گ ضلع گ ک ضلع کے
برابر ہے اور گ ا ب اور گ ا ک
مثلثون مین ا گ ضلع مشترک ہو اور ب ک
۱-۴ خط پر عمود بھی ہے اسلیے ب ا قاعدہ ا ک قاعدہ کے برابر
ہے اور بسبب دلیل مذکور کے ہر ایک خط ب ج اور ج ک
خط ب ا یا ا ک کے برابر ہوگا اور اسلیے شکل ا ب ج ک
ذوالاربعۃ الاضلاع کے سب ضلع آپسمین برابر ہین اور کیونکہ
ب ک قطر دائرہ ہے اسلیے ب ا ک نصف دائرہ ہے
۳-۳۱ اس سبب سے ب ا ک زاویہ قائمہ ہوگا اور بسبب دلیل مذکور
کے ہر ایک زاویہ ا ب ج ب ج ک اور ج ک ا زاویہ قائمہ
ہے اسلیے شکل ا ب ج ک قائم الزوایا ہے اور اسکے سب
م حدود ضلع بھی آپسمین برابر ہین اس سبب سے وہ شکل مربع
۱-۲۰ ہے اور ا ب ج ک دائرہ کے اندر بنی ہے۔

شکل ۷

دائرہ مفروضہ کے اوپر مربع بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ مفروضہ کے اوپر مربع بنانا ہے
تو دائرہ کا گ مرکز معلوم کرو اسمین اج اور ب ک ایسے
قطر کھینچو کہ اون مین ایک دوسرے پر عمود ہوا ب ج اور
ک نقطہ پر ح پ پ و وم اور م ح خط مماس دائرہ
۱۷-۳ کھینچو تو شکل پ وم ح مطلوب



ہوگی ح پ خط دائرہ کو چھوتا
ہے اور گ ا خط مرکز سے نقطہ
تماس تک کھینچا ہے اسیلیے
نقطہ ا پر کے زاویے قائمہ ہونگے اور بسبب دلیل مذکور کے
ب ج اور ک نقطہ پر کے زاویے قائمہ ہونگے اور کیونکہ
اک ب اور گ ب پ زاویے قائمہ ہین اسیلیے پ و
اور اج خطوط متوازیہ ہین اور بسبب دلیل مذکور کی ح م
۲۹-۱ اور اج خطوط متوازیہ ہین اور اسیطرح سے یہہ بھی ثابت
ہوسکتا ہے کہ ہر ایک خط پ ح وم خط ب گ ک کے
متوازی ہے اسیلیے پ م پ ج ا م ح ب اور ب م

شکلین آپس مین شکل متوازی الاضلاع ہین اس باعث سے
۱-۳۴ پ ج د م پ و اور ج م برابر ہین
کیونکہ خط اج اور ب ک برابر ہین اور ہرایک خط پ د
اور ج م خط اج کے برابر ہے اور ہرایک خط پ ج اور
د م خط ب ک کے برابر ہے اسیلیے پ و ج م پ ج
اور د م خط آپس مین برابر ہین اس سبب سے ج پ د م
شکل ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلع آپس مین برابر ہین۔
پھر کیونکہ پ ب گ ا شکل متوازی الاضلاع ہے اور ا گ ب
۱-۳۴ زاویہ قائمہ ہے اسیلیے ا پ ب زاویہ بھی قائمہ ہے اور
اسیطرح پر یہہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ و م اور ج نقطہ
پر کے زاویے قائمہ ہونگے اسیلیے ج پ و م شکل قائم الزوایا
ہے اور اوسکے سب ضلع بھی آپس مین برابر ہین اسیلیے وہ
شکل مربع ہوگی اور وہ اب ج ک دائرے کے اوپر بنی ہے

شکل ۸

مربع مفروضہ کے اندر دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک مربع مفروضہ کے اندر دائرہ بنانا ہے
تو اب اور اک ضلع کے ج اور گ نقطہ پر دو برابر

حصے کرو گ نقطہ سے خط گ و خط اب یا ک ج کے ۱-۱۰

متوازی کھینچو نقطہ پ سے خط پ م خط اگ یا ب ج کے ۱-۳۱

متوازی کھینچو تو ام م ب اور وک اپ پ ج ب پ

اور پ ک ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہوگی اور اسیلیے

کسی ضلع کا مقابل ضلع بھی برابر ہوگا ۱-۳۴

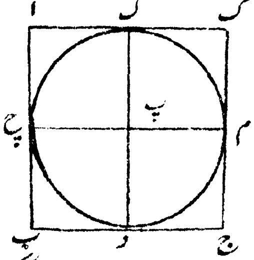
ثبوت

اک کے اب برابر ہے اور نصف اک کے اگ برابر ہے م حد ۱-۳۴

نصف اب کے اح برابر ہے اسیلیے اح کے اگ برابر ہے علوم متعارفہ ۵

لیکن ح پ مقابل ضلع اگ کے برابر ہے پ گ

مقابل ضلع اح کے اسیلیے



پ گ کے ح پ برابر ہے

اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہو سکتا

ہے کہ پ د اور پ م ہر ایک

خط پ ح یا پ گ خط کے برابر ہے اسواسطے پ گ

پ ح پ د پ م خط آپس میں برابر ہیں اسیلیے چار

خطوں میں سے ایک خط کی دوری پر پ مرکز سے جو دائرہ

کھینچا جاویگا وہ باقی تین خطوں کی حدوں میں ہوکر گذریگا

اور کیونکہ گ ج د اور م نقطون پر کے زاویے قائمہ ہین ۱-۳۰
اور جو خط قطر کی حد سے اوسپر عمود کھینچا جاتا ہے وہ خط مماس
دائرہ ہوگا اسیلیے اب ب ج ج ک اور ک ا ہر ایک خط ۳-۱۶ کا حاصل
دائرے کو چھووے گا اس سبب سے اب ج ک مربع کے
اندر دائرہ بنگیا۔

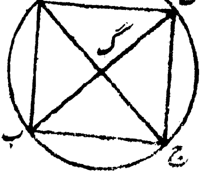
شکل ۹

مربع مفروضہ کے گرد دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک مربع مفروضہ کے گرد دائرہ بنانا ہی
اج اور ب ک خط کھینچ لو اور جس نقطہ پر وے ملین وہان
گ نقطہ کرلو۔

ثبوت

ک اج اور ب اج مثلثون مین اک ضلع اب ضلع
کے برابر ہے اج ضلع دونون مین مشترک ہے اور ک ج



قاعدہ ب ج قاعدہ کے برابر
ہے اسیلیے ک اج زاویہ ب اج
زاویہ کے برابر ہے یعنی ک اب ۱-۱
زاویہ کے اج خط سے دو برابر

ھے ہوگئے اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتاہے کہ اب ج
ب ج گ اور ج گ ا ہر ایک زاویہ کے ب گ اور اج
خط سے دو برابر حصے ہوجاوینگے کیونکہ گ اب زاویہ اب ج
زاویہ کے برابر ہے اور نصف گ اب زاویہ کی گ اب زاویہ ۴ حد ۱۰ ہیو
برابر ہے اور نصف اب ج زاویہ کے گ ب ا زاویہ برابر
ہے اسیلیے گ اب زاویہ گ ب ا زاویہ کے برابر ہے اس علم متعارفہ ۷
سبب سے گ ا ضلع گ ب ضلع کے برابر ہے اور اسی ۱ - ۶
طرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ہر ایک ضلع گ ج
اور گ ک ضلع گ ا یا گ ب کے برابر ہے اس سبب
سے گ ا گ ب گ ج اور گ ک آپسمین برابر ہین اسلیے
ان چار خطون مین سے ایک خط کی دوری پر گ مرکز سے
جو دائرہ کھینچا جاوے گا وہ باقی تین خطون کی حدونین
ہوکر گذرے گا اور وہی اب ج ک مربع کے برابر
دائرہ بنے گا۔

شکل ۱۰

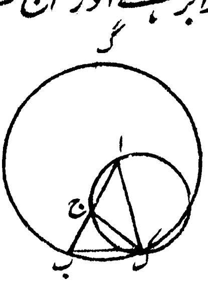
ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکے
قاعدہ پر کا ہر ایک زاویہ مثلث کے تیسرے

زاویہ سے دوچند ہو

کوئی خط اب فرض کرو اور اوسکے ج نقطہ پر ایسے دو ۱۱-۲
حصے کرو کہ اب + ب ج سطح اج مربع کے برابر ہو ا
مرکز سے اب دوری پر ب ک گ دائرہ بناؤ اور اوس مین
ب ک خط اج خط کے برابر بنالو اور اج خط قطر دائرہ سے ۱-۴
بڑا نہین ہے ک ا خط کھینچ لو تو اب ک مثلث مطلوب ہوگا
اور اوسکا اب ک اور اک ب ہر ایک زاویہ ب اک زاویہ
سے دوچند ہوگا ک ج خط کھینچ لو اور اک ج مثلث کے
اوپر اج ک دائرہ بنالو — ۴-۵

ثبوت

اب + ب ج سطح اج مربع کے برابر ہے اور اج کے ب
ب ک برابر ہے اسلیے



اب + ب ج سطح ب ک مربع
کے برابر ہے اور کیونکہ اج ک
دائرہ کے باہر ب نقطہ سے
دو خط ب ج ا اور ب ک محیط تک کھینچے ہین اون مین
ب ج ا خط دائرے کو ج نقطہ پر کاٹتا ہے اور خط ب ک

اوس سے ک نقطہ پر ملتا ہے اور اب × ب ج سطح ب ک
مربع کے برابر ہے اسلیے ب ک خط دائرہ اج ک کو چھوئیگا ۳-۳۷
اور کیونکہ ب ک خط دائرے کو چھوتا ہے اور ک ج خط ک
نقطہ تماس سے کھنچا ہے اسلیے ب ک ج زاویہ تبادل قطعہ
دائرہ ک اج زاویہ کے برابر ہوگا انمین ج ک ا زاویہ ۳-۳۲
جوڑنے سے کل زاویہ ب ک ا زاویون ج ک ا اور
ک اج کے یا باہری زاویہ ب ج ک کے برابر ہے ۱-۳۲
لیکن اک ضلع اب ضلع کے برابر ہے اسلیے ب ک ا زاویہ
ج ب ک زاویہ کے برابر ہوگا اس سبب سے ج ب ک زاویہ ۱-۵
ب ج ک زاویہ کے برابر ہے اس باعث سے ب ک ا ور ک ب ا اور
ب ج ک زاویے آپس مین برابر ہین چونکہ ج ب ک زاویہ ب ج ک
زاویہ کے برابر ہے اسلیے ک ب ضلع ک ج ضلع کے برابر
ہے لیکن ک ب کے ج ا برابر ہے اس سبب سے ج ا
بھی ج ک کے برابر ہے اور اسلیے ج ک ا زاویہ ج اک
زاویہ کے برابر ہے اور ج ک ا اور ک اج زاویے ۱-۵
ملکر دوچند ک اج زاویہ کے برابر ہین لیکن ج ک ا
اور ک اج زاویے ب ج ک زاویہ کے برابر ہین اسلیے ۱-۳۲

ب ج ک زاویہ بھی دوچند ک اج زاویہ کے برابر ہے اور
ب ج ک زاویہ اک ب اور اب ک ہر ایک زاویہ کے
برابر ہے اس سبب سے اک ب اور اب ک ہر ایک زاویہ
دوچند ک اب زاویہ کے برابر ہے اسیلیے اب ک ایسا مثلث
متساوی الساقین بنگیا ہے جسکے قاعدہ پر کا ہر ایک زاویہ
تیسرے زاویہ سے دوچند ہے -

شکل ۱۱

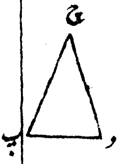
دائرہ موضوعہ کے اندر مخمس یعنی شکل پانچ
ضلع کی جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین
برابر ہون بناؤ

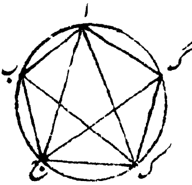
فرض کرو کہ اب ج ک گ دائرہ کے اندر شکل پانچ ضلع
۴-۱۰ کی بنانی ہے تو ج پ و مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکے
پ اور و نقطہ پر کا ہر ایک زاویہ ج پر کے زاویہ سے دوچند
۴-۱ ہو اور اب ج ک گ دائرہ کے اندر اج ک مثلث بناؤ
جسکے زاویے پ ج پ و مثلث کے زاویون کے برابر ہون
یعنی ج اک زاویہ پ ج پر کے زاویے کے برابر ہو اور
اج ک اور ج ک ا ہر ایک زاویہ پ یا د نقطہ پر کے

زاویہ سے کے برابر ہو اور اس باعث سے وہ ج اک زاویہ سی
دوچند بھی ہونگے اج ک اور اک ج زاویون کی ج گ اور
ک ب خط سے برابر دو حصے کرو اب ب ج ک گ ۱-۹
اور گ ا خط کھینچ لو تو اب ج ک گ مخمس مطلوب ہوگا

ثبوت

اج ک اور اک ج ہر ایک زاویہ ج اک زاویہ سے
دوچند ہے اور انکے ج گ اور ک ب خط سے دو نصف
حصہ ہو گئے ہین اسیلیے





ک اج اج ک
گ ج ک ج ک ب
اور ب ک ا یہ سب
زاویے آپسمین برابر
ہین لیکن برابر زاویے برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین ۳-۲۶
اسیلیے اب ب ج ج ک ک گ اور گ ا یہ قوس
آپس مین برابر ہین اور برابر قوسون کے مقابل برابر وتر ہوتے ۳-۲۹
ہین اس سبب سے اب ب ج ج ک ک گ اور گ ا
خط آپس مین برابر ہین اس باعث سے اب ج ک گ

شکل تساوی الاضلاع ہے اب قوس مذکورکے ک گ قوس
برابر ہے انمین ب ج ک قوس ملانے سے اب ج ک
تمام قوس گ ک ج ب تمام قوس کے برابر ہوگی لیکن
اب ج ک قوس پر اگ ک زاویہ واقع ہے اورگ ک ج ب
قوس پر ب اگ زاویہ ہے اس لیے اگ ک
۲۶-۳ زاویہ ب اگ زاویہ کے برابر ہے بسبب دلیل
مذکورکے اب ج ب ج ک اور ج ک گ ہر ایک زاویہ
ب اگ یا اگ ک زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے
اب ج ک گ شکل کے سب زاویے آپس مین برابر
ہین اور اسکے ضلع بھی سب برابر ہین اس باعث سے دائرہ
مفروض کے اندر پانچ ضلع کی ایسی شکل بنگئی جسکے سب ضلع
اور زاویے آپس مین برابر ہین -

شکل ۱۲

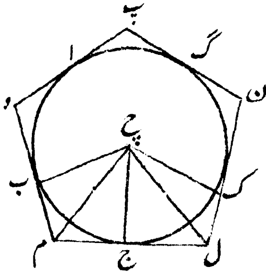
دائرہ مفروض کے اوپر ایک پانچ ضلع کی شکل
بناؤ جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین برابر ہون

فرض کرو کہ اب ج ک گ دائرے کے اوپر شکل مخمس بنانی ہے
تو فرض کرو کہ جو شکل مخمس دائرے کے اندر بنائی جاوے

اوسکے زاویے محیط کے ا د ب و ج و ک و گ نقطون پر واقع
هین اس سبب سے آب و ب ج ، ج ک و ک گ اور گ ا
قوس برابر هونگے اور نقطون مذکور سے پ و و دم و م ل د ۴-۱۱
ول ن اور ن پ خط کھینچو جو دائرے کو چھوین پ د م ل ن ۴-۱۰
شکل مخمس مطلوب هوگی ح مرکز معلوم کرو اور ح ب و ح م و
ح ج و ح ل اور ح ک خط کھینچو ۔

ثبوت

خط م ل دائرے کو ج نقطہ پر چھوتا ہے اور ح ج خط
ح مرکز سے ج نقطہ تک کھینچا ہے اسلیے ح ج خط م ل
خط پر عمود ہے اور اس سبب ۳-۱۸



سے ج پر کے زاویے قائمہ
هین اور کیونکہ ح ج م اور
ح ب م زاویے قائمہ هین
اس سبب سے ح م مربع
کے ح ج مربع اور م ج مربع ملکر برابر هین اور ح ب ۱-۴۰
مربع اور ب م مربع بھی ملکر ح م مربع کے برابر هین اس
سبب سے ح ج مربع اور م ج مربع کے ح ب مربع

اور ب م مربع برابر ہین لیکن پ ح ج مربع کے پ ح ب مربع
برابر ہے اسیلیے باقی م ج مربع باقی ب م مربع کے برابر
ہے اور م ج خط کے ب م خط برابر ہے پ م ج اور
پ م ب مثلثون مین پ ح ج ضلع پ ح ب ضلع کے برابر ہے
اور پ م ضلع دونون مین مشترک ہے اور م ج قاعدہ ب م
قاعدہ کے برابر ہے اسیلیے ج م پ زاویہ ب م پ زاویہ کے
برابر ہے اور ج پ م زاویہ ب پ م زاویہ کے برابر ہے ۱-۸
اور اس سبب سے ج م ب زاویہ ج م پ زاویہ سے
دوچند ہے اور ج پ ب زاویہ ج پ م زاویہ سے دوچند
ہے اور اسیطرح سے ج پ ک زاویہ ج پ ل زاویہ سے
دوچند ہے اور ج ل ک زاویہ ج ل پ زاویہ سے دوچند
ہے لیکن ب ج قوس ج ک قوس کے برابر ہے اسیلیے
ب پ ج زاویہ ج پ ک زاویہ کے برابر ہے اور ب م ج ۳-۲۷
زاویہ مذکور م پ ج زاویہ سے دوچند ہے اور ج پ ک
زاویہ ج پ ل زاویہ سے دوچند ہے اس سبب سے م پ ج
زاویہ ج پ ل زاویہ کے برابر ہے پ ج م زاویہ قائمہ ع-۷
بھی پ ج ل زاویۂ قائمہ کے برابر ہے پ م ج اور

پ ح ل ج مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاویے دوسرے
مثلث کے دو زاویون کے برابر ہین اور پ ح ج ضلع جو برابر
زاویون کے قریب ہے دونون مین مشترک ہے اسلیے پ ح م ج
تیسرا زاویہ پ ح ل ج تیسرے زاویہ کے برابر ہے اور ایک
مثلث کے باقی ضلع دوسرے مثلث کے باقی ضلعون کے
برابر ہین اس باعث سی م ج ضلع ج ل ضلع کی برابر ہی اور ۱-۲۶
اس سبب سے م ل خط م ج خط سی دوچند ہی اسیطرح سی یہہ بھی
ثابت ہوسکتا ہی کہ د م خط ب م خط سے دوچند ہے اور کیونکہ م ب
مذکور م ج کے برابر ہی اور م ل خط م ج خط سے دوچند ہی اور
ب م سے د م دوچند ہے اسیلیے م ل کے د م برابر ہی اسیطرح سی ۴-۶
یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ پ و پ ن اور ن ل ہر ایک
خط د م یا م ل خط کے برابر ہے اور اسیلیے پ د م ل ن شکل
کے سب ضلع آپس مین برابر ہین کیونکہ ح م ج زاویہ
بھی ح ل ج زاویہ کے برابر ہے د م ل زاویہ ح م ج
زاویہ سے دوچند ہے اور م ل ن زاویہ ح ل ج زاویہ سی
دوچند ہے اس سبب سی د م ل زاویہ م ل ن زاویہ کی برابر ہی ۴-۶
اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ م د پ و پ ن اور

پ ن ل ہر ایک زاویہ دم ل یا م ل ن زاویہ کے برابر ہے اس باعث سے پ وم وم ل م ل ن ل ن پ اور ن پ د زاویے آپس مین برابر ہین اور اسلیے پ دم ل ن شکل مخمس کے سب زاویے آپس مین برابر ہین اور اسکے سب ضلع بھی برابر ہین اسیلیے وہ شکل مطلوب اب ج ک گ دائرہ کے اوپر بنگئی۔

شکل ۱۳

شکل مخمس کہ جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین

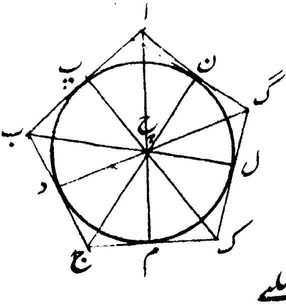
برابر ہون اوسکے اندر ایک دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ مخمس کے اندر دائرہ بنانا ہے تو ب ج ک اور ج ک گ زاویون کے ج چ اور ک ح خط سے نصف ۱-۹ حصے کرو اور ح نقطہ سے جہان پر دوسرے خط ملتے ہین ح ب ح ا اور ح گ خط کھینچو

ثبوت

ب ج ح اور ک ج ح مثلثون مین ب ج ضلع ج ک ضلع کے برابر ہے ج ح ضلع دونون مین مشترک ہے اور ف ب ج ح زاویہ ک ج ح زاویہ کے برابر ہے اس لیے

ب پ ج قاعدہ پ ج ک قاعدہ کے برابر ہے اور ج ب پ ج ۴-۱
زاویہ ج ک پ ج زاویہ کے برابر ہے اور کیونکہ ج ک گ زاویہ
ج ک پ ج زاویہ سے دوچند ہے اور ج ل گ زاویہ ج ب ا ب
زاویہ کے برابر ہے اور ج ک پ ج زاویہ ج ب پ ج زاویہ کے
برابر ہے اس سبب سے ج ب ا زاویہ بھی ج ب پ ج
زاویہ سے دوچند ہے اور اس باعث سے ج ب ا زاویہ
کے ب پ ج خط سے دو برابر حصے ہوگئے اسیطرح سے یہہ بھی
ثابت ہوسکتا ہے کہ ب ا گ اور ا گ ک زاویون کے
پ ا اور گ پ ج خط سے دو برابر حصے ہوگئے ہین پ ج نقطہ
سے پ ج پ ج و ج م ج ل اور ج ن عمود اب ب ج
ج ک ک گ اور گ ا خط پر کھینچو کیونکہ پ ج و ج اور پ ج م ج
مثلثون مین و ج پ ج زاویہ م ج پ ج زاویہ کے برابر ہے
اور پ ج و ج زاویہ قائمہ



پ ج م ج زاویہ قائمہ کے
برابر ہے اور پ ج ج ضلع جو
برابر زاویونکے مقابل ہے
دونون مثلث مین مشترک ہی اسلیے

ایک مثلث کے باقی ضلع دوسرے مثلث کے باقی ضلعون
۱-۲۶ کے برابر ہین اوراس سبب سے ج خ و عمود ج م عمود کی برابر ہے
اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ج ل ج ن ج ب
ہرایک عمود ج د یا ج م عمود کے برابر ہوگا اسلیے ج ب ج و
ج م ج ل اور ج ن خط آپس مین برابر ہین اوراس سبب
سے ان پانچ خطون مین ایک خط کی دوری پر ج مرکز سی جو
دائرہ کھینچا جاویگا سے وہ باقی چار خط کی حدو نمین ہوکر گذریگا
اور ب و م ل اور ن نقطہ پر کے زاوئے قائمہ ہین اسلیے
ان ہرایک نقطون سے قطر پر جو عمود کھینچا ہے وہ دائرہ کو
چھوویگا اس سبب سے اب ج ک گ مخمس کے اندر
دائرہ بن گیا۔

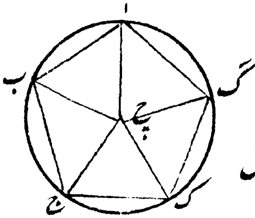
شکل ۱۴

شکل مخمس کے اوپر دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ شکل پانچ ضلع کی جسکے سب زاوئے
اور ضلع آپس مین برابر ہین اوسکے اوپر ایک دائرہ بنانا ہے
تو ب ج ک ج ک گ زاویون کے ج ح اور ک ج
۱-۹ خط سے نصف حصے کرو اور ج نقطہ سے جہان پر

وے خط ملتے ہین ح ب ح ا ح گ خط کھینچو تیرھوین
شکل کے بموجب یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ح ب ا
و ب ا گ اور ا گ ک زاویون کے ح ب و ح ا اور
ح گ خط سے دو برابر حصے ہوگئے ہین

ثبوت



ب ج ک زاویہ ج ک گ
زاویہ کے برابر ہے اور ح ج ک
زاویہ ب ج ک زاویہ کا
نصف ہے اور ج ک ح زاویہ ج ک گ زاویہ کا نصف
ہے اسیلیے ح ج ک زاویہ ج ک ح زاویہ کے برابر علوم متعارفہ ٧
ہے اور اس سبب سے ح ج ضلع ح ک ضلع کے
برابر ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ہرایک ١-٦
ح ب ح ا اور ح گ خط ح ج یا ح ک خط کے برابر ہے
اسیلیے ح ا ح ب ح ج ح ک اور ح گ خط آپسمین
برابر ہین اس باعث سے ان پانچ خطون مین ایک
خط کی دوری پر ح مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا
وہ باقی چار خطون کی حدون مین ہوکر گذریگا اور وہی

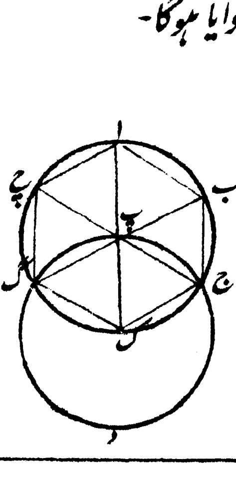
اب ج ک گ مخمس کے اوپر دائرہ بنے گا

شکل ۱۵

دائرہ مفروضہ کے اندر مسدس یعنی شکل چھ ضلع کی
جسکے سب ضلع اور زاویے آپسمین برابر ہوں بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ ح دائرہ کے اندر مسدس متساوی الاضلاع
ومتساوی الزوایا بنانا ہے تو دائرہ کا پ مرکز معلوم کرو ۳-۱
اور اپ گ خط کھینچو ک مرکز سے ک پ دوری
پر گ پ ج و دائرہ بناؤ گ پ اور ح پ خط
کھینچو اونکو ب اور ج نقطہ تک بڑھاؤ اور اب ب ج ج ک
ک گ گ ح اور ح ا خط کھینچو تو اب ج ک گ ح مسدس
متساوی الاضلاع ومتساوی الزوایا ہوگا۔

ثبوت



اب ج ک گ ح دائرہ کا
پ مرکز ہے اسلیے پ گ خط
پ ک خط کے برابر ہے اور
کیونکہ گ پ ج و دائرہ کا
ک مرکز ہے اسلیے ک گ

خط پ ک خط گ کی برابر ہے اور گ ب ک مثلث متساوی الاضلاع
۱- حاصل ہے اور اس سبب سے اوسکے تینون زاویے آپسمین برابر
ہین لیکن ایک مثلث کے تین زاویے ملکر دو زاویون قائمے
۱-۳۲ کے برابر ہوتے ہین اسلیے گ پ ک زاویہ دو زاویون قائمے
کا ثلث یعنی تیسرا حصہ ہے اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے
کہ ک پ ج زاویہ دو زاویون قائمے کا ثلث ہے اور کیونکہ
گ پ ج اور ج پ ب متصل زاویے دو زاویون قائمے
۱-۱۳ کے برابر ہین اس سبب سے ج پ ب باقی زاویہ دو زاویون
قائمے کا ثلث ہے اسلیے گ پ ک ک پ ج اور ج پ ب
زاویے آپس مین برابر ہین اور یے زاویے اپنے مقابل
۱-۱۵ کے زاویون ب پ ا ا پ ح اور ح پ گ کے برابر ہین
اس باعث سے گ پ ک ک پ ج ج پ ب ب پ ا
ا پ ح اور ح پ گ یے سب زاویے آپسمین برابر ہین
۳-۲۶ لیکن برابر زاویے برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین اسلیے
ا ب ب ج ج ک ک گ گ ح اور ح ا قوس آپسمین
۳-۲۹ برابر ہین اور برابر قوسون کے مقابل برابر وتر ہوتے ہین
اس سبب سے ا ب ج ک گ ح مسدس کے چھہ ضلع

آپس مین برابر ہین اور مسدس متساوی الاضلاع ہی اور وہ
متساوی الزوایا بھی ہے کیونکہ اح اور گ ک برابر قوسون
مین اب ج ک قوس ملانے سے ح اب ج ک کل قوس
گ ک ج ب ا کل قوس کے برابر ہے اور ح اب ج ک
قوس پر ح گ ک زاویہ واقع ہے اور گ ک ج ب ا
قوس پر اح گ زاویہ اسیلیے ح گ ک زاویہ اح گ
زاویہ کے برابر ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہی ۲۷-۳
کہ مسدس کا ہر ایک باقی زاویہ اح گ یا ح گ ک زاویہ
کے برابر ہے اس سبب سے مسدس متساوی الزوایا ہی
اور وہ متساوی الاضلاع بھی ہے اور اب ج ک گ ح
دائرہ مفروض کے اندر بنا ہے ۔

حاصل

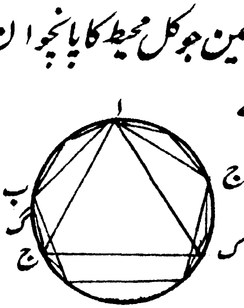
اس سے یہہ ظاہر ہے کہ مسدس کا ضلع نصف
قطر کے برابر ہوتا ہے اور اگر اب ج ک
گ ح نقطون سے خط مماس دائرہ کھینچے
جاوین تو دائرہ کے باہر مسدس متساوی الاضلاع
و متساوی الزوایا بنجاوے گا اور شکل مخمس کے

طور پر اوسکا ثبوت بھی ہوجاویگا اور مسدس کی
اندر اور اوپر بھی دائرہ بترکیب مخمس کی بن سکتا ہی

شکل ۱۶

دائرہ مفروضہ کے اندر پندرہ ضلع کی شکل جسکی
سب زاویے اور ضلع آپس مین برابر ہون بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ کے اندر پندرہ ضلع کی شکل
متساوی الاضلاع ومتساوی الزوایا بنانی ہے تو فرض کرو
کہ اج ضلع مثلث متساوی الاضلاع کا ہے جو دائرہ کی اندر ۴-۲
بنا ہے اور اب ضلع مخمس کا ہے جو اوسی دائرہ کے اندر
بنا ہے کیونکہ اب ج قوس کل محیط کا ثلث ہے اسلیے جو
کل محیط مین پندرہ حصے برابر ہونگے تو اب ج قوس مین
پانچ حصے ہونگے اور اب قوس مین جو کل محیط کا پانچوان
حصہ ہے تین حصے ہونگے اسلیے



دونون حصون کے ب ج
تفاوت مین دو حصے ہونگے
ب ج محیط کو گ نقطہ پر
نصف کرو تو ب گ اور گ ج ہر ایک قوس اب ج ک ۴-۳،۴

محیط کا پندرھوان حصہ ہوگا اس سبب سے اگر ب گ اور
گ ج خط کھینچے جاوین اور اونکے برابر محیط کے اندر خط ۱-۴
بنائے جاوین تو شکل پندرہ ضلع کی جسکے سب ضلع اور
زاویے آپس مین برابر ہون دائرہ مفروضہ کے اندر
بنجاوے گی۔

اگر جن نقطون پر زاویے شکل مذکور کے واقع ہون وہان سے خط مماس دائرہ کھینچے جاوین تو شکل پندرہ ضلع کی جس کے سب زاویے اور ضلع آپس مین برابر ہون دائرہ کے اوپر بنجاویگی اور بطور مخمس کے شکل مذکور کے اندر اور اوپر بھی دائرہ بنجاوے گا فقط۔۔

سوالات

(۱) ایک دائرہ ایسا کھینچو جو ایک خط مفروضہ کو اوسکے ایک مفروضہ نقطہ پر چھووے اور دوسری نقطۂ مفروضہ مین ہوکر گذرے۔

+ ا—۱۱، ا—۱۶، ۴—۵ کا عمل، ا—۲۳

(۲) ایک خط ایسا کھینچو جو دو دائرہ مفروضہ کو چھووے

+ ا—۳، ۳—۱۶، ا—۳۱

(۳) ایک دائرہ ایسا بناؤ جو دو نقطون مفروضہ مین ہوکر گذرے اور ایک خط مفروضہ کو بھی چھووے۔

+ ا—۱۰، ۲—۱۱، ۲—۱۴، ا—۱۱

(۴) ایک دائرہ ایسا بناؤ جو ایک خط مفروضہ کو اوسکے ایک نقطۂ مفروضہ پر چھووے اور ایک مفروضہ دائرہ کو بھی چھووے۔

+ ا—۱۱، ا—۳، ا—۳۱، ۳ کا پہلا سوال، ا—۱۰

(۵) ایک دائرہ مفروضہ کا ایسا ایک خط مماس کھینچو جو ایک خط مفروضہ کے متوازی ہو

+ ا—۱۲، ا—۳۱، ۳—۱۶

(۶) دائرہ مفروضہ کا ایک ایسا خط مماس کھینچو کہ جو وہ ایک خط مفروضہ کے ساتھہ زاویہ بناوے وہ زاویہ مفروضہ کے برابر ہو

+ ا—۲۳، ۳ کا ۵ سوال

(۷) مثمن متساوی الاضلاع ومتساوی الزوایا یعنی شکل

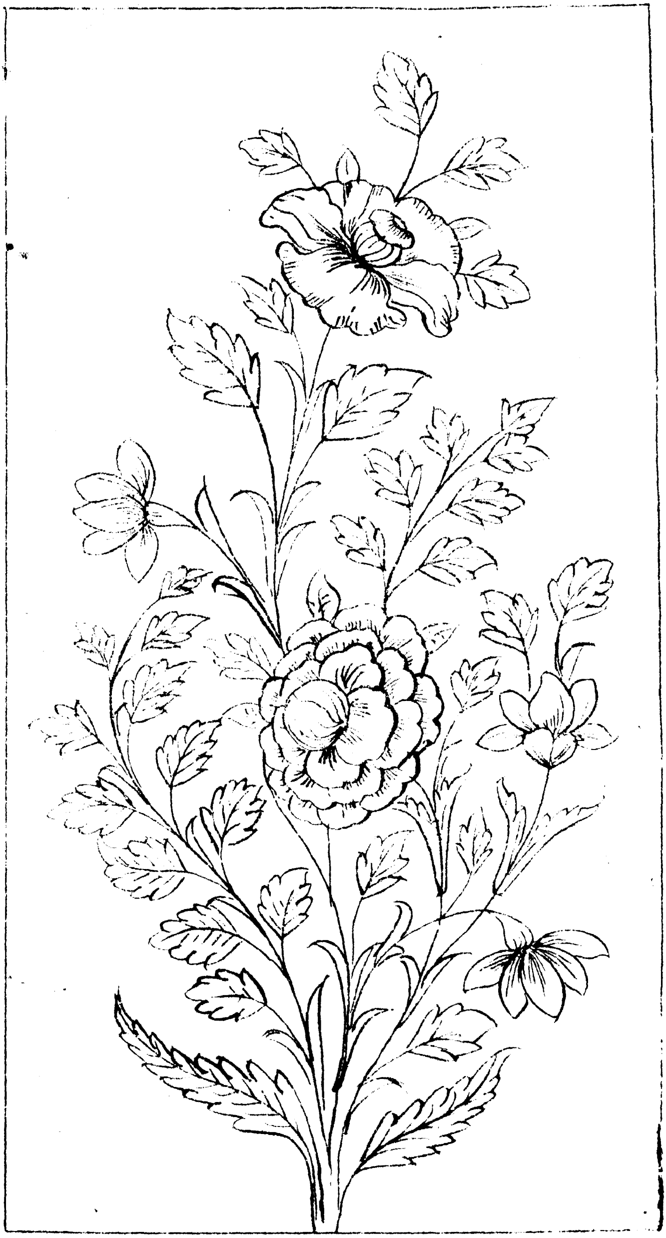
۴—۶، ۴—۷

آٹھہ ضلع کی جسکے سب ضلع اور زاویے اپسمین برابر
ہوں ایک دائرہ مفروضہ کے اندر کھینچی جاوے اور
دائرہ کے اندر اور اوپر جو مربع بنائے جاوین اونکے
ایک ایک ضلع سے جو مستطیل بنے گا وہ کل رقبہ
مثمن کے برابر ہوگا۔

(۸) ربع دائرہ مفروضہ کے اندر ایک دائرہ بناؤ۔ ۱-۹ / ۱-۱-۳

(۹) ایک ایسا دائرہ بناؤ جو ایک نقطہ مفروضہ مین ہو کر ۳-۱ / ۱-۳-۲۲
گذرے اور دائرہ مفروضہ کو اوسکے محیط کے ایک
مفروضہ نقطہ پر چھووے۔

(۱۰) اگر ایک دائرہ کے اوپر ذو اربعۃ الاضلاع کھینچا ۳-۳۷ کا حاصل
جاوے تو اوسکے مقابل کے دو ضلع ملکر اوسکی
کل حد کے آدھے ہونگے +



ب - ت ۱۳۱۵

آخری درج شدہ تاریخ پر یہ کتاب مستعار
لی گئی تھی مقررہ مدت سے زیادہ رکھنے کی
صورت میں ایک آنہ یومیہ دیرانہ لیا جائے گا۔

کتبخانہ
جامعہ عثمانیہ

۱۔ اراکین مجلس اعلیٰ، مجلس رفقاء، مجلس انتظامی و مجالس تعلیمات و نصاب پانچ کتابیں ایک ماہ تک اپنے پاس رکھ سکینگے

۲۔ اساتذہ جامعہ عثمانیہ و کلیہ جات تین کتابیں ایک ماہ تک اپنے پاس رکھ سکینگے اور عہدہ داران جامعہ اور اراکین دارالترجمہ دو کتابیں [illegible] اپنے پاس رکھ سکینگے

۳۔ طلبائے ایم۔ اے، ایل ایل بی و تحقیقاتی جماعتوں کے طلبہ تین کتابیں ایک ہفتہ تک اپنے پاس رکھ سکینگے اور طلبہ بحساب [illegible] طلبہ پانچ کتابیں دو ہفتہ تک اپنے پاس رکھ سکینگے [illegible]

۴۔ مدت مقررہ کے اندر کتاب واپس نہ کی جائے تو ایک آنہ یومیہ فی کتاب جرمانہ لیا جائیگا۔

۵۔ بشرط موقع کتابیں [illegible] کتاب کا لانا لازم ہے۔

۶۔ کتابیں گم یا خراب ہو جائیں تو مستعیر پر ذمہ داری عائد ہوگی۔

۷۔ کتابوں پر کسی قسم کا نشان یا حاشیہ نہیں لگایا جائیگا۔

۸۔ قلمی نسخے اور حوالے کی کتابیں جاری نہ کی جا سکینگی۔ فقط