شرح تحریر اقلیدس

پہلے چھہ مقالے اور گیارہوین اور بارہوین مقالہ کی ضروری شکلون کی مع عمل

اور نتائج کے

مؤلفہ ٹاڈہنٹر صاحب ایم - اے - ایف - آر - ایس

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکیولر سائنس اینڈ لٹریچر میور سنٹرل کالج

الہ آباد نے ترجمہ کیا

پانچوین دفعہ

مطبع مرتضوی دہلی مین باہتمام حافظ محمد عزیز الدین کے طبع ہوا

سنہ ۱۸۸۴ ع

۵	رسالہ مساحت مور صاحب	۳ر	۰ر
۶	رسالہ سوالات مساحت اسمین ۱۲۲ سوال مع حل ہین	۲ر	۰ر

علم مثلث

۱	رسالہ علم مثلث مستوی ٹودہنٹر	۴عمر	۱ر
۲	ایضاً کردی	۱۲ر	۰ر
۳	رسالہ علم مثلث مستوی ہاٹن گلبرتہہ	۱۲ر	۰ر
۴	رسالہ استعمال جداول ہم مثلثی	۴ر	۰ر

متفرقات

۱	رسالہ علم ہندسہ بالجبر	۸عمر	۱ر
۲	رسالہ علم حساب الجزئیات ٹودہنٹر	۸عمر	۱ر
۳	رسالہ علم حساب الکلیات ″	۸عمر	۱ر

علوم طبعیہ

۱	رسالہ علم سکون ۔ اس علم کی بہت معتبر انگریزی کتابونسے انتخاب کرکے لکہا ہی	۸عمر	۱ر
۲	رسالہ چارلیس علم کیمیا ۔ ابتدائے اصول علم کیمیا کے لکہے ہین اور اوسکے ساتہہ تمہید مین علم کیمیا کی تاریخ کا کچہہ بیان ہے	۴ر	۰ر
۳	صحیفہ قدرت کی تمہید و مقالہ اول	۲ر	۱ر
۴	علوم طبعیہ کی الف بے تے سوالات وجوابات کے طور پر	۶ر	۱ر
۵	جغرافیہ ریاضیہ رسالہ کرہ اور نقشون کے بنانے اور سمجہنے کے باب مین ۔	۸ر	۱ر
۶	جغرافیہ طبعی مع سوالات ہوا اسکے اسمین ہوا ۔ بادل ۔ مینہہ ۔ اوس ۔ برف کے باب مین سوال وجواب اسطرح لکہے ہین کہ گویا استاد اونکو پوچہنے چاہئیں اور شاگرد ان کو بتلانے ۔	۲ر	۰ر

تواریخ وجغرافیہ

۱	تاریخ ہند عہد ہنود	۴ر	۱ر
۲	تاریخ ہند عہد انگلشیہ در چہار جلد	۴ے ۸عمر	۱۲ر
۳	جغرافیہ مبتدیون کے لئے	۸ر	۱ر

بسم اللہ الرحمن الرحیم

شرح مقالہ اول

حدود اول سات حدود پر بہت سی بحثین محققین نے کی ہین لیکن ہم ان بحثون مین نہین پڑتے اسلیے کہ اینمین دو طرح کی تحقیقات ہوتی ہے **اول** یہ کہ تصورات اور تصدیقات ہندسیہ کا مبدا کیا ہے اور اونکی ذاتیات کیا ہین **دوم** ترجمون کا اختلاف اور پہر اونکا مقابلہ اصل کے ساتھہ یعنی یہ تحقیق کرنا کہ اصل کتاب مین کیا تہا اور اور مولفین و مترجمین نے اصل مین سے کیا نکالڈالا اور اپنی طرف سے کیا الحاق کر دیا سمسن صاحب نے انگریزی ترجمہ مین اور محقق طوسی نے عربی ترجمہ مین بہت سے تصرفات جا و بیجا کئے ہین اور اور مولفون نے ایسا کیا ہے کہ اصل کو بدلکر اپنی طرف سے اوسمین کچہہ الحاق کیا ہے یہ دونون بحثین ہمارے مطلب سے خارج ہین ہمارا مطلب اس کتاب سے فقط یہ ہی کہ ہم اصول کو بیان کرین جس کسی کو بحث اول کا دیکہنا منظور ہو وہ کتب منطقیہ و فلسفیہ کو جسمین یہ بحثین لکھی ہین دیکہے **پوٹ اقلیدس** کا ترجمہ جو مین نے لکہا ہے اوسمین بہی بعض مباحث قابل دیکہنے کے ہین۔ دوسری بحث تحقیقات الفاظ سے زیادہ تعلق رکہتی ہے اجنبی زبانون کے لفظون کی تحقیقات اردو زبان مین کیا لطف رکہتی ہے

ہم فقط اتنی بات لکہتے ہین کہ الفاظ نقطہ و خط و سطح ایسے نہین ہین کہ اونکا وہ مفہوم جو اقلیدس نے حدود مین بیان کیا ہے ذہن مین آجاسے مثلاً لفظ نقطہ سے یہ ہرگز مفہوم نہوگا کہ وہ مقدار نہین رکہتا اور مقام رکہتا ہی اور خط سے یہ ہرگز سمجہہ مین نہین آئیگا کہ عرض و سمک نہین رکہتا صرف طول ہی طول ہے سطح سے یہ کب سمجہہ مین آتا ہے کہ وہ سمک نہین رکہتی اور فقط طول اور عرض رکہتی ہے اسلئے اون الفاظ کیواسطے حدود بنائی گئی تاکہ اونکی مفہومات محدود اور مقید ہوجائین یعنی جب یہ الفاظ بولے جائین تو اونکا مورد اور مصداق ذہن مین فوراً آجاسے۔

آٹھوان حدود اسمین زاویہ کی تعریف ایسی بیان ہوتی ہے کہ ہر زاویہ پر صادق آتی ہے خواہ دو خطوط منحنی کے ملنے سے پیدا ہوا ہو خواہ ایک خط مستقیم اور ایک خط منحنی کے ملنے سے

لیکن تمام اقلیدس مین فقط اونہین زاویون کا ذکر آیا ہے جو دو خطوط مستقیم کے ملنے سے پیدا ہوئے ہین اسلئے ایسی حدود کا لکہنا فضولی سے خالی نہین فقط زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کا حدود کافی ہے اس کو طالبعلم خوب سمجہہ لے کہ خطوط زاویہ بناتے ہین اونکے بڑہانے سے زاویہ مین کچہہ فرق نہین آتا

بعض محققین مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کی حدود پر اعتراض کرتے ہین کہ جن اشیا کی تعریف کی ہے اونکے وجود کو بغیر ثابت کرنیکے مان لیا ہے اول یہ ثابت کرنا تہا کہ ایسا مثلث وجود بہی رکہتا ہی کہ جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون اور ایسا مربع ہو بہی سکتا ہے جسکے چارون زاوئے قائمے ہون پہر تعریف کرتی تہی۔ اسلئے اب یہ تعریف اوسکی مناسب ہے کہ اگر کوئی مثلث ایسا ہو کہ جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون تو اوسکو مثلث متساوی الاضلاع کہتے ہین بعض محققین نے حدود پر بے محل ہونیکا اعتراض کیا ہے یعنی اپنے موقع سے پہلے بیان کئے گئے ہین مثلاً مثلث قائم الزاویہ اور منفرج الزاویہ کی حدود مین تیرہوین شکل تک یہ بات ثابت نہین ہوئی کہ مثلث مین ایک زاویہ قائمہ اور دوسرا منفرجہ نہین ہوسکتا اسلئے ایک مثلث قائم الزاویہ اور منفرج الزاویہ نہین ہوسکتا اسلئے یہ حدود سترہوین شکل سے پہلے بیمحل ہین اور ایسے ہی زاویہ حادہ اور منفرجہ کی حدود گیارہوین علوم متعارفہ سے پہلے بیمحل ہین۔

اسلئے کہ اس علوم متعارفہ سے پہلے ایکہی زاویہ ایک قائمہ سے چہوٹا اور دوسرا قائمہ سے بڑا ہوسکتا ہے یعنی حادہ اور منفرجہ دونون ہوسکتے ہین اسلئے جب تک یہ نہ بیان کیا جاے کہ زاوئے قائمے سب آپسمین برابر ہوتے ہین حدود قائمہ اور منفرجہ کی بے موقع ہین۔ مربع کی تعریف مین ایک شرط فضول ہے اسواسطے کہ اگر چار ضلعی کی شکل کے سب ضلعے آپسمین برابر ہون اور ایک زاویہ قائمہ ہو تو ثابت ہوسکتا ہے کہ اوسکے سب زاوئے قائمے ہین اسلئے چارون زاویون کی قائمہ ہونیکی شرط فضول ہے

اصول موضوعہ۔ اصول موضوعہ مین وہ باتین بیان ہوتی ہین کہ جنکو فرض کرکے ہم عمل مین لاسکتے ہین مثلاً ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک خط ملا سکتے ہین ایک خط مستقیم کو بڑہا سکتے ہین مرکز معلوم پر بعد معلوم کو نصف قطر بناکر دائرہ کہینچ سکتے ہین۔ بعض اوقات یہ بیان کیا جاتا ہے کہ اصول موضوعہ مین مسطر اور پرکار کی ضرورت پڑتی ہے لیکن اس بات کو خیال رکہنا چاہئے کہ مسطر اوسمین کام آتا ہے اوسکے لئے ضرور نہین ہے کہ پیمانون کے نقش اوسپر منقش ہون جن سے طولون کے پیمایش کی جاے اور نہ پرکار کسی اور کام مین سوا اسکے آتی ہے کہ نقطہ معلوم کو مرکز اور بعد معلوم کو

نصف قطر بنا کر دائرہ کھینچ لین

علوم متعارفہ- علوم متعارفہ ایسی باتین ہین جنکو سب سمجھتے ہین بعض مہندسین کی یہ راے ہے کہ اقلیدس نے اصول موضوعہ مین تو وہی باتین لکھی ہین جنکی ضرورت اور احتیاج علم ہندسہ ہی مین پڑتی ہے لیکن علوم متعارفہ مین یہ علم ہندسہ کی تخصیص چھوڑ دی اور ایسی باتین اونکین علی العموم لکھین کہ تمام قسم کی مقادیر سے متعلق ہوسکتی ہین کچھہ اوسکی تخصیص مقادیر متصلہ یعنی سطح و خط وغیرہ سے نہین ہے اپنی راے کی تائید کے لئے ان مہندسین نے آخر کے تین علوم متعارفہ کو علوم متعارفہ مین سے علیحدہ کر کے اصول موضوعہ مین داخل کر دیا ہے اقلیدس کے بعض قلمی نسخے اور بعض ترجمے اس تغیر اور تبدیل پر شہادت دیتے ہین-

چوتھا علوم متعارفہ- یہ علوم متعارفہ ناقص ہے اوسمین کچھہ اور زیادہ ہونا چاہیے تاکہ کامل ہو اقلیدس لکھتا ہے کہ آ اور ب غیر متساوی ہون اور س اور د متساوی ہون تو آ اور س کا مجموعہ ملکر د اور س کے مجموعہ کے برابر نہوگا- لیکن جس طرح سے اقلیدس مین اوسکا کام اکثر پڑتا ہو وہ یہ ہے کہ اگر آ بڑا ہو ب سے اور س اور د مساوی ہون تو آ اور س کا مجموعہ ملکر بڑا ب اور د کے مجموعہ سے ہوگا اس علوم متعارفہ کی ضرورت ۲ اشکال مین پڑتی ہے اور یہی کیفیت علوم متعارفہ پنجم کی ہے

آٹھوان علوم متعارفہ- اصل یونانی مین یہ عبارت نہین ہے کہ دونون ایک ہی چیز گھیرے ہون یہ الحاق پیچھے لوگون نے کیا ہے اور اوسپر یہ اعتراض ہوتا ہے کہ خط اور زاویہ ایسی مقادیر ہین کہ وہ چیز کو نہین گھیر سکتے مگر اونسے بھی یہ علوم متعارفہ متعلق ہے

گیارھوان و بارھوان علوم متعارفہ- گیارہوین علوم متعارفہ کا کام چودھوین شکل تک اور بارھوین علوم متعارفہ کا کام اٹھائیسوین شکل تک کچھہ نہین پڑتا اس لئے ہم ان علوم متعارفہ پر خیال نہین کرتے جب شکلون مین اونکے اول ضرورت پڑیگی اوسوقت ہم اونپر توجہ کرین گے

مقالہ اول

اس مقالہ مین مثلث اور متوازی الاضلاع کے خواص سے بحث کیگئی ہے شکل نظری اور شکل عملی کے درمیان خود اقلیدس نے سواے اس بات کے کسی اور بات کی تمیز نہین کی شکل نظری کے آخر مین لکھدیا کہ یہی ثابت کرنا تھا اور شکل عملی کے انجام مین یہ لکھدیا کہ یہی عمل کرنا تھا

۲- شکل اس شکل کے آٹھہ اختلاف ہین اسلئے کہ نقطہ معلوم خط مستقیم معلوم کے ہر طرف

ہوسکتا ہے اور خط مستقیم پر مثلث متساوی الاضلاع دونون طرف بن سکتا ہی اور مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع جو خارج کرتے ہین وہ ہر ایک طرف سے خارج ہوسکتا ہی ان اختلافات کا اثبات طالبعلم ہی کی سمجھ پر چھوڑ دیتے ہین کچھ اونین اشکال ہنین مگر ضرور ہنین کہ ہمیشہ آٹھ ہی خط نقطہ معلوم سے کھنچین کیونکہ بعض صورتون مین اختلاف آٹھ نہ رہین گے مثلاً اوس صورت مین کہ نقطہ از خط مستقیم محدودہ کی سیدہ مین واقع ہو بعض حال شکل کے ایک ہی صورت پیدا کرین گے یہ امر اس بات پر موقوف ہے کہ بحکم (۲ ۳ ش ا م) کے مثلث متساوی الاضلاع کے زاویے آپس مین برابر ہوتے ہین

پانچوین شکل - یہ محاورہ کہ ملاؤ ف س اختصار اس عبارت کا ہی کہ نقطہ ف سے س تک ایک خط مستقیم ف س کھینچو ف اور س کو بذریعہ خط مستقیم ف س کے ملا دو - مثلثون ج ب ف س اور س ح ب کے بیان مین یہ لکھنا کہ ب س دونون مثلثون مین مشترک ہی فضول ہے وہ مبتدیون کی طبیعت کو پریشان کرتا ہے اسلئے ہمنے بعض مولفین کی تقلید کی اور اوسکو نہین لکھا اگرچہ اصل کتاب مین یہ موجود ہے

نتیجہ صریح - وہ نتیجہ ہے کہ معاً اثبات دعوی کی نکل آوے اگرچہ اس قسم کے نتائج اصل اقلیدس مین نہین مگر اور مولفین اقلیدس نے اوسمین داخل کردئے ہین - پانچوین شکل انطباق سے اسطرح ثابت ہوسکتی ہے کہ مثلث ا ب س کو ہم اوٹھا کر اسطرح سے رکھین کہ ا ب اوس مقام پر آوے جہان ا س تہا اور ا س اوس مقام پر آئے جہان ا ب تہا تو چوتھی شکل مقالہ اول کی طرح زاویہ ا ب س مساوی زاویہ ا س ب کے ثابت ہوگا

اس شکل کا نام مامونی ہے اسلئے کہ خلیفہ مامون رشید اکثر اپنے لباس پر اس شکل کو بنواتا تہا وہ اس شکل کا عاشق تہا اور ہر وقت اپنی آنکھون کے سامنے رکہتا تہا

چھٹی شکل - پانچوین شکل کا عکس یہ چھٹی شکل ہے ایک شکل کا عکس دوسری شکل جب کہلاتی ہے کہ ایک شکل کی دعوی مین جو باتین بطور فرض کے ہون وہ دوسری شکل کے دعوی مین بطور نتیجہ کے ہون اور جو پہلی شکل کے دعوی مین باتین بطور نتیجے کے ہون وہ دوسری شکل کے دعوی مین بطور فرض کے ہون مثلاً پانچوین شکل کے دعوی مین یہ فرض کیا گیا ہے کہ مثلث کے ضلعے برابر ہین اور نتیجہ یہ نکالا گیا ہے کہ زاویے برابر ہین چھٹی شکل مین فرض یہ کیا گیا ہے کہ زاویے برابر ہین اور نتیجہ یہ نکالا گیا ہے کہ ضلعے برابر ہین اور اگر ایک دعوی مین ایک سے زیادہ فرض یا نتیجے ہون تو اوسکے عکس بھی کئی بن سکتے ہین مثلاً شکل پنجم کا دوسرا عکس یہ ہے

کہ اگر مثلث کے اضلاع خارج ہونے سے تحت القاعدہ کے زاویے آپسمین برابر ہون تو اضلاع مثلث مساوی ہونگے اور یہ عکس صحیح ہے پس طالب علم اسکو خود ثابت کرلین اقلیدس کی اکثر شکلون کے دعوی معکوس کرکے ثابت کئے ہین مگر یہ قاعدہ کلیہ نہین کہ صحیح دعوی کا عکس بہی ضرور صحیح ہو آٹہوین شکل کا دعوی صحیح ہے مگر عکس اوسکا صحیح نہین

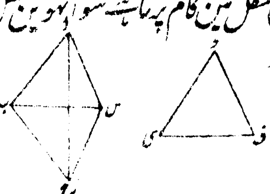
دعوی دو طرح سے ثابت ہوتا ہے ایک تو یہ کہ عین دعوی کو ثابت کرین دوسرے یہ کہ کہین اگر دعوی ثابت نہین ہے تو نقیض دعوی ثابت ہوگا اور اس بات کو مانکر نتیجہ آخر نکالتے ہین جو منافی دعوی کی ہوتا ہے پس جب نقیض دعوی کا ثبوت محال ہوا ہے تو دعوی ثابت ہوگا اس طرح کے اثبات کو ثبوت بہ خلف یا برہان خلف کہتے ہین - اثبات عینی کو اثبات خلف پر ترجیح ہے اثبات خلف مین کچہ تکلف ہے اور ہیر پہیر اوسمین ہوتا ہے اوس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ دعوی صحیح ہے یہ نہین معلوم ہوتا کہ کیون صحیح ہے - دعوی کا عکس صحیح مانتے ہین اور پہر آخر کو ایک نتیجہ باطل نکالتے ہین جب مطلب حاصل ہوتا ہے اقلیدس شکلون کا عکس اسی برہان سے ثابت کرتا ہے ۱۴ و ۱۹ و ۲۵ و ۴۰ و ۴۸ شکلون کو دیکہہ لو کہ سب برہان خلف سے ثابت ہوئی ہین

چہٹی شکل کی ضرورت ۴۸ ش م تک کہین نہین پڑتی اسلئے اوسکو یہان سے علیحدہ کرکے کسی اور مقام پر ثابت کرین تو خرابی نہین اور اوسکو بعد اٹہارہوین شکل مقالہ اول کے ثابت اس طرح کرین - فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے جسکا زاویہ ا ب س برابر ہے زاویہ ا س ب کے تو ضلع ا ب برابر ہوگا ضلع ا س کے اسلئے کہ اگر وہ باہم مساوی نہون تو اونمین سے ایک بڑا ہوگا مثلاً فرض کرو کہ ا ب بڑا ہے ا س سے تو بحکم (۱۸ ش ا م) زاویہ ا س ب بڑا ہوگا زاویہ ا ب س سے اور یہ ناممکن ہے کیونکہ فرض یہ کیا ہے کہ زاویہ ا ب س برابر ہے زاویہ ا س ب کے

یہ شکل ۲۶ ش کے پہلے مقالہ کے بعد بہی ثابت ہوسکتی ہے اس طرح سے کہ زاویہ ب ا س کے خط مستقیم سے تنصیف کرو جو قاعدہ سے د پر ملے تو بحکم (۲۶ ش ا م) مثلث ا ب د اور ا س د سب طرح سے آپسمین مساوی ہونگے اسلئے ا ب اور ا س آپسمین برابر ہونگے

ساتوین آٹہوین شکل

- ساتوین شکل کا فقط آٹہوین شکل مین کام پڑتا ہے سو آٹہوین شکل کو ایک اور طرح سے ثابت کرسکتے ہین جسسے ساتوین شکل کی ضرورت نہین رہتی اس امر کو اکثر فاضلون نے پسند کیا ہے



فرض کہ ا ب س اور د ی ف

دو مثلث ہین اور اضلاع ا ب اور ا س بالتناظر برابر اضلاع د ی اور د ف کے ہین اور قاعدہ ب س برابر ہے قاعدہ ف ی کے تو زاویہ ب ا س برابر ہوگا زاویہ ی د ف کے۔ اسواسطے کہ مثلث د ی ف کو مثلث ا ب س پر اسطرح چسپان کرو کہ قاعدے منطبق ہون اور اضلاع مساوی متحد الطرف ہون اور راس کے مقابل جہت مین قاعدہ کے نیچے واقع ہون یعنی فرض کرو کہ اسطرح رکھنے سے ب ح س مثلث د ی ف کو تعبیر کرتے اور راس د راس ح پر منطبق ہوا ہے ملاؤ ا ح بموجب فرض کے ب ا برابر ہے ب ح کے تو بحکم (۵ ش ا م) کے زاویے ب ا ح برابر ہوا زاویہ ب ح ا کا اسیطرح سے زاویہ ح ا س برابر ہے زاویہ ا ح س کے تو کل زاویہ ب ا س برابر ہوا زاویہ ب ح س کے یعنی برابر زاویہ ی د ف کے اس شکل کی دو صورتین ہو سکتی ہین ایک یہ ا ح نقاط ب اور س کے درمیان ہین گذرے دوسری یہ کہ ا ح باہر ب اور س سے واقع ہو دونون صورتون مین اثبات ایک ہی طرح ہے۔ آٹھوین شکل مین مثلث سب طرح سے آپسمین برابر ہین مگر اقلیدس قاعدہ کے سامنے کے زاویون کی مساوات ثابت کرکے آگے مطلب اپنا چوتھی شکل مقالہ اول سے نکالتا ہے سو اوسی طرح سے ہمارے اثبات مین بھی کام نکل سکتا ہے

نوین شکل مین لکھا ہے کہ د سے بعید مثلث متساوی الاضلاع د ی ف بناؤ اگر یہ شرط نہ لگائی جائے تو مثلث اوس طرف بنایا جاسکے جسطرف ا ہے تو ممکن ہے کہ نقطہ ف منطبق ا پر ہو اسی شکل بنانے مین خلل پڑے گا

گیارہوین شکل نتیجہ صریح اس شکل کا سمسن صاحب نے الحاق کیا ہے مگر اوسپر یہ اعتراض ہے کہ عمود ی ب کے نکلنے کی طرف نہین معلوم اگر گیارہوین شکل مقالہ اول کا حوالہ دین تو ضرور ہے کہ ا ب کو خارج کرین اور جب خارج کرین تو یہ ثابت کرنا چاہئے کہ وہ ایک ہی طرح خارج ہو سکتا ہے کیونکہ بغیر اوسکے ہم جان نہین سکتے کہ صرف ایک ہی عمود کھینچ سکتا ہے پس اسواسطے دعوی اور دلیل ایک ہی ہوتا ہے یعنی اس نتیجہ مین یہ بات مان لی ہے کہ ایک خط مستقیم ایک ہی طرح خارج ہو سکتا ہے حالانکہ یہ بات ایسی ہے اثبات طلب ہے جیسی کہ دو خطوط مستقیم متصل کے ساتھہ ایک خط مستقیم کا مشترک ہونا سمسن صاحب کا نتیجہ صریح بعد تیرہوین شکل کے اب اعتراض ثابت ہو سکتا ہے اسواسطے کہ فرض کرو خط مستقیم ا ب دونون خطوط مستقیم ا ب س اور ا ب د مین مشترک ہے نقطہ ب سے کوئی خط مستقیم ب ی کھینچو۔ تو بحکم (۱۳ ش ا م) زاویہ ا ب ی اور ی ب س ملکر برابر دو قائمون کے ہین اور ایسے ہی بحکم (۱۳ ش ا م) کے زاویے ا ب ی اور ی ب د ملکر برابر دو قائمون کے اسواسطے زاویہ

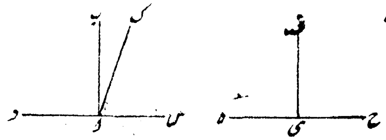
اب ہی اور ی ب س ملکر برابر ہوئے زاویہ اب ہی اور ی ب د کے۔ اسیواسطے زاویہ ی ب س برابر ہوا زاویہ ی ب د کے اور یہ باطل ہے۔ اگر **سمسن صاحب** کو یہ خیال کرنا ہی تہا کہ خط مستقیم دو خطوط مستقیم کا حصہ مشترک نہین ہوسکتا تو پانچوین شکل مین اس سے پہلے خیال کرنا چاہیے تہا اگر دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم اب مشترک ہو سکتا ہے اور ب سے جدا ہوتا ہے تو دو مختلف زاویے قاعدہ ب س کے نیچے پیدا ہونگی اور ان مین سے ہر ایک برابر ب س ح کے ہوگا بعض کی یہ رائے ہے کہ پہلی ہی شکل مین یہ امر مخفی طور پر فرض کر لیا گیا ہے کہ ا س اور ب س نقطہ س پر جہان وہ ملتی ہین حصہ مشترک نہین رکہتے سمسن صاحب اپنے اس نتیجہ کو (۱۱ ش ا م) سے پہلے کہین قاعدہ کے موافق نہین بیان کرتے۔ اس نتیجہ کو دور کرو اور دسوین علوم متعارفہ کی توسیع اس طرح کرو کہ اگر دو خط مستقیم دو نقطون پر منطبق ہون تو وہ ان نقطون کے اندر اور باہر بالکل منطبق ہوجاینگے پس اس علوم متعارفہ کے ہونے سے تمام جہگڑے تمام ہوتے ہین

بارہوین شکل خط کو غیر محدود اس سبب سے فرض کیا ہے کہ دائرہ اوس خط کو کاٹ سکے اقلیدس مین کہین تو یہ لکہا ہے کہ خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا کہینچو اور کہین یہ کہ عمود نکالو اقلیدس نے اوسمین یہ تمیز کہی ہے کہ جہان عمود کسی خط مستقیم پر بحکم (۱۱ ش ا م) کے نکالا گیا ہے وہان تو یہ لکہا ہے کہ خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا کہینچو اور جہان عمود بحکم (۱۲ ش ا م) کے نکالا ہے وہان یہ لکہا ہی کہ عمود نکالو مگر اب زمانہ حال کی تحریر مین اس قید کا خیال کچہہ نہین

چودہوین شکل۔ گیارہوین علوم متعارفہ کا اول کام یہین آن پڑتا ہے کیونکہ ثبوت دعوی مین لکہا ہے کہ زاویہ اب س اور اب ی ملکر برابر دو قائمون کے اور زاویہ اب س اور اب د ملکر برابر دو قائمون کے تو بحکم (۱۱ علوم متعارفہ) کے پہلے دو قائمے برابر ہوئے پچہلے دو قائمون کے اور اب زمانہ حال کے بہت سے مولفین اقلیدس حوالہ فقط پہلے ہی علوم متعارفہ دیتے ہین اگر یہ حوالہ اس شکل مین کافی ہو تو ۱۵ ش اور ۱۸ ش مین بہی کافی ہوگا۔ ہم نے وقت کے سبب سے حوالہ کسی کا بہی نہین لکہا طالب علم خود سمجہہ جایگا کہ پہلے اور گیارہوین علوم متعارفہ دونون کا حوالہ ضرور ہے

یہ حوالہ کی خطا ایسی ہے کہ اکثر زمانہ حال کے مولفین سے سرزد ہوئی ہے مثلاً پہلی شکل تیسرے مقالہ مین اس مقام پر کہ اسیواسطے زاویہ ف د ب برابر ہوا زاویہ ح د ب کے حوالہ پہلے علوم متعارفہ کا لکہنا غلط ہے گیارہوین علوم متعارفہ کا چاہیے۔

اثبات گیارہوین علوم متعارفہ کا۔ جسطرح سے گیارہوین علوم متعارفہ کو ثابت کیا ہے وہ اصول اقلیدس کے موافق قابل اعتراض نہین ہے۔ پہلے۔ فرض کرو کہ اس کے نقطہ ا پر قائمے زاویے ا ب بناتا ہے اور ح ی ہ کے نقطہ ی پر قائمے زاویے ی ف بناتا ہے تو زاویہ ب ا س برابر ہوگا زاویہ ح ی ف کے کوئی طول ا س لیکر ا د اور ی ہ اور ی ح سب برابر ا س کے بناؤ



اب ہ ی ت کو د ا س پر اسطرح سے چسپان کرو کہ ہ نقطہ تو نقطہ د پر ہو اور ہ ح منطبق د س پر ہو اور ب اور ت دونون ایک طرف د س کے ہون تو ح منطبق س پر ہوگا اور ی منطبق ا پر اور ی ف منطبق ا ب پر ہوگا اور اگر منطبق ا ب پر نہ ہو تو کسی اور طرح سے مثلاً ا ک کی طرح سے واقع ہوگا تو زاویہ د ا ک برابر ہوگا زاویہ ہ ی ف کے اور زاویہ س ا ک برابر زاویہ ح ی ف کے ہے لیکن زاویہ ح ی ف اور ف ی ہ آپسمین مساوی بموجب فرض کے ہین تو زاویہ د ا ک اور س ا ک بھی آپسمین مساوی ہوئے لیکن زاویہ د ا ب اور س ا ب بھی آپسمین مساوی بموجب فرض کے ہین اور زاویہ س ا ب بڑا ہے زاویہ س ا ک سے اسیواسطے زاویہ د ا ب بڑا ہوا زاویہ س ا ک سے تو زاویہ د ا ک بدرجہ اولی بڑا زاویہ س ا ک سے ہوا لیکن پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ زاویہ د ا ک برابر ہے زاویہ س ا ک کے اور یہ باطل ہے۔ اسواسطے ی ف منطبق ا ب پر ہوگا اوسیواسطے زاویہ ی ف ح منطبق ب ا س پر ہوگا اور اوسکی برابر ہوگا۔

۱۸ او ۱۹ ش۔ ان دونون شکلون کی وہی کیفیت ہے جو پانچوین اور چھٹی شکل کی تھی۔ اٹھارہوین شکل کا عکس انیسوین شکل ہے اور برہان خلف سے ثابت ہوئی ہے

بیسوین شکل۔ اس شکل کا نام حماری ہے اور وجہ اسکی پروقلس اپنی شرح مین لکھتا ہے کہ یہ شکل ایسی بدیہی ہے کہ گدھے بھی اوسے سمجھتے ہین ثابت کرنے کی کیا ضرورت ہے اوسکی بداہت کا ادراک حواس سے ہوتا ہے لیکن یہ علم ہندسہ کی ہی خوبی ہے کہ وہ ایسی ظاہر بات کو بھی دلیل سے ثابت کرتا ہے کہ مثلث کے دو ضلعے ملکر تیسرے ضلع سے کیون بڑے ہوتے ہین لیکن بیسوین اور اکیسوین شکل کے اعتراض کا ٹھیک جواب یہ ہے کہ اگر ایسی شکلین ثابت نہ کی جائین تو ضرور علوم متعارفہ مین داخل ہوتین۔

اوراس سبب سے علوم متعارفہ کی تعداد بے ضرورت زیادہ ہوتی اور علوم مین علوم متعارفہ کی تعداد بڑہانی ممنوع اور معیوب ہے پس اگر یہ شکلین ثابت نہوتین تو علوم متعارفہ کی تعداد کو بڑہاتین اور علم کو عیب لگاتین

اکیسوین شکل یہان اس بات کو غور سے دیکھو کہ کیون مثلث کے اندر ضلع کے اطراف سے خطوط مستقیم کھینچے گئے ہین - اگر یہ شرط نہ لگائی جاے تو کچھہ ضرور نہین کہ دو خطوط مستقیم مثلث کے اندر اوسکے کسی دو ضلعون سے کم ہون

بائیسوین شکل بعض مصنفین نے اقلیدس پر یہ اعتراض کیا ہے کہ اوس نے دوائر کا متقاطع ہونا ثابت نہین کیا لیکن سمسن صاحب نے اوسکا یہ جواب لکھا ہے کہ اقلیدس کو معلوم نہ تہا کہ ایسے احمق بہی اوسکی کتاب کو پڑہین گے جو اس شرط سے کہ د ن اور ف ح اور ح ہ مین دو دو مل کے تیسرے سے بڑے ہین یہ نہ سمجھہ جائین گے کہ دائرے ضرور متقاطع ہونگے ظاہر ہے کہ جو دائرہ ف کے مرکز پر اور ف ہ کے بعد کھینچا جایگا وہ ف ہ سے نقاط ف اور ہ کے درمیان ضرور ملیگا اسواسطے ف د کم بہ نسبت د ہ کے ہی اور اسی دلیل سے ح کے مرکز اور ح ہ کے بعد پر دائرہ کھینچا گیا د ح سے درمیان د اور ح کے ملیگا اور یہ دائرے آپسمین ضرور ملین گے اسلیئے کہ ف ہ اور ح ہ ملکر ف ح سے چھوٹے ہین -

اس شرط سے کہ ب اور س ملکر بہ نسبت ا کے بڑے ہین یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ح کی مرکز پر جو دائرہ کھینچا جاے وہ بالکل اندر اوس دائرہ کے نہین ہوگا جو مرکز ب پر کھینچا جاے اور اوس شرط سے کہ ا اور ب ملکر بڑے س سے ہین یہ تحقیق ہوتا ہے کہ دائرہ جو مرکز ف پر کھینچا جایگا وہ بالکل اندر اوس دائرہ کے جو ح پر کھینچا جاے نہین ہوگا اور اس شرط سے کہ ا اور س ملکر بڑے ب سے ہین یہ ثابت ہوتا ہے کہ اونمین ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے اندر نہین واقع ہوگا پس اس سے معلوم ہوگا کہ دائرے باہم ملتے ہین یہ سمسن صاحب کا کہنا سچ ہے کہ اقلیدس اس ظاہر بات کو کیا ثابت کرتا - مگر اقلیدس کی کیفیت یہ ہے کہ کبہی تو وہ بہت ظاہر باتون کو ثابت کرتا ہے اور کہین ظاہر سمجھکر چہوڑ دیتا ہے اور اقلیدس کی اس عادت سے سمسن صاحب خوب واقف ہین

چوبیسوین شکل - شکل کے بنانے مین جو یہ شرط لگائی ہے کہ د ی ایسا ضلع ہے کہ وہ دوسرے ضلع سے بڑا نہین ہے وہ سمسن صاحب نے لگائی ہے اگر یہ شرط نہو تو یہ اختلاف پیدا ہونگے اول ی ح س ف واقع ہو دوم اوسکے اوپر ہو سوم نیچے ہو اگر سمسن صاحب کی شرط کو مان لین تو یہ اور ثابت کرنا پڑیگا کہ ف نیچے ی ح کے واقع ہے سمسن صاحب اوسکو اس طرح ثابت کرتے ہین کہ

یہ آسانی سے خیال مین آتا ہے کہ د ح برابر د ی کے ہے تو د کے مرکز پر اور نصف قطر د ف پر جو دائرہ کھینچا جائیگا اوسکے محیط پر نقطہ ح واقع ہوگا اور اوس حصہ مین واقع ہوگا جو ی ف سے اوپر کی طرف ہے اسلئے کہ د ف کے اوپر د ح واقع ہے اور زاویہ ی د ح بڑا زاویہ ی د ف سے ہے اور اوسکو ہم اس طرح ثابت کرتے ہین کہ فرض کرلو کہ د ف اور ی ح کا نقطہ تقاطع ہ ہے تو بحکم (۱۶ ش ام) کے زاویہ د ہ ح زاویہ د ی ح سے بڑا ہے اور بحکم (۱۹ ش ام) کے زاویہ د ی ح بہ نسبت زاویہ د ی ح کے کم نہین ہے اسیواسطے زاویہ د ہ ح زاویہ د ی ف سے بڑا ہوا اسیواسطے بحکم (۲۰ ش ام) کے د ح سے د ہ کم ہوا پس د ہ کم بہ نسبت د ف کے ہوا اگر سمسن صاحب کی شرط کو القط کرین تو سوائے اوس صورت کے جو اقلیدس مین مذکور ہین دو اور صورتین پیدا ہونگی اگر ی ح پر ف واقع ہوتا ہے تو ظاہر ہے کہ ی ف بہ نسبت ی ح کے کم ہے اگر ی ح کے اوپر ف واقع ہوتا ہے تو بحکم (۲۱ ش ام) کے د ف اور ی ف کا مجموعہ د ح اور ی ح کے مجموعہ سے کم ہوگا اور اسیواسطے ی ح سے ی ف کم ہوگا

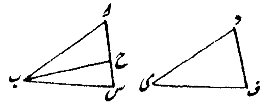
چھبیسوین شکل بعد ۳۲ ش ام کے یہ بات معلوم ہوجایگی کہ اگر ایک مثلث کے دو زاویے علی التناظر برابر دوسرے مثلث کے دو زاویون کے ہون تو اونکے تیسرے زاویے بھی آپس مین برابر ہون گے پس اس طرح سے چھبیسوین شکل کی دو صورتین اس ایک دعوی مین آجاتی ہین کہ اگر مثلث کے تینون زاویے علی التناظر برابر دوسرے مثلث کے تینون زاویون کے ہون اور ایک ضلع مقابل کسی زاویہ کا دوسرے مثلث کے اوسی زاویہ کے مساوی زاویہ کے مقابل ضلع کے برابر ہو تو دونون مثلث سب طرح ہی آپس مین برابر ہون گے

اول شکل سے لیکر ۲۶ ش تک اقلیدس کے مقالہ اول کا ایک جدا حصہ ہے اس حصہ مین نتائج عظیمہ ۴ و ۸ و ۲۶ شکلون مین ثابت ہوئی ہین ان تینون شکلون مین یہ ثابت کیا ہے کہ اگر مثلثون کے تین تین جزو آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سے آپس مین برابر ہین اور مثلث کے جزو سے ضلع یا زاویہ اوسکا مراد ہے پس ایسے موقع پر طالبعلم کے دل مین تین تین جزو ان کے مطابقت کے بعد اور دو خیال پیدا ہونگے کہ ایسی صورتون مین کیا نتیجہ ہوگا **اول** اگر ایک مثلث کے تینون زاویے برابر دوسرے مثلث کے تینون زاویون کے ہون **دوم** اگر ایک مثلث کے دو ضلعے برابر علی التناظر دوسرے مثلث کے ضلعون کے ہون اور ایک ضلع کے مقابل کا زاویہ برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک زاویہ کے جو پہلے ضلع کے سامنے واقع ہے۔ پہلی صورت مین تو بعد (۲۹ ش ام) کے طالبعلم کو صاف ظاہر ہوجایگا کہ مثلث آپسمین برابر نہین ہونگے دوسری صورت مین بھی ضرور نہین کہ مثلث

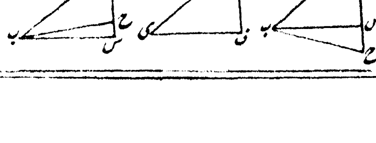
مساوی ہون مثلاً یہ امر بخوبی عیان ہو سکتا ہے اگر (۱۱ ش ام) ہین فرض کرین کہ خط ف ب ملایا گیا ہی
تو مثلث ف ب ح اور ف ب د مین ضلع ف ب اور زاویہ ف ب س مشترک ہین اور ضلع ف ی
برابر ہے ضلع ف د کے یعنی صورت دوم کی شرائط پائی جاتی ہین اور پھر بھی مثلث اسطرح
سے آپسمین مساوی نہین لیکن بعض خاص صورتین ایسی ہین کہ اونمین مثلث مساوی ہونگے
اونکا حال لکھا جاتا ہے

اگر دو مثلثون مین دو دو ضلعے علی التناظر مساوی ہون اور دو مساوی اضلاع کے مقابل کے
زاویے آپسمین برابر ہون اور دو باقی مساوی اضلاع کے سامنے کے زاویے کیا دونون حادی
ہون کیا دونون منفرجہ یا اونمین سے ایک قائمہ ہو تو مثلث سب طرح سے آپسمین مساوی ہونگے

فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو مثلث ہین اور اونمین ضلع ا ب برابر د ی کے اور ب س برابر
ی ف کے اور زاویہ ا برابر زاویہ د کے



صورت اول فرض کرو کہ زاویہ س اور ف دونون
حادے ہین اگر زاویہ ب مساوی زاویہ ی کے ہو
تو بحکم (۴ ش ام) کے مثلث ا ب س برابر مثلث د ی ف کے ہوگا اور دعوی ثابت ہوگا اگر زاویہ ب
برابر زاویہ ی کے نہو تو ضرور ہے کہ ایک اونمین دوسرے سے بڑا ہو فرض کرو زاویہ ب بڑا زاویہ ی
سے ہے تو زاویہ ا ب ح برابر زاویہ ی کے بناؤ تو بحکم (۲۶ ش ام) کے مثلث ب ح ا اور
د ی ف سب طرح آپسمین مساوی ہوئے اور اس لیے ب ح برابر ہوا ی ف کے اور زاویہ ب ح ا
برابر ہوا زاویہ ی ف د کے لیکن زاویہ ی ف د بموجب فرض کے حادہ ہے تو زاویہ ب ح ا بھی
حادہ ہوا اور اسی لیے بحکم (۱۳ ش ام) کے زاویہ ب ح س منفرجہ ہوا اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ
ب ح برابر ہے ی ف کے اور ی ف برابر ہے ب س کے تو ب س برابر ہوا ب ح کے اور اسیواسطے
بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ ب ح س برابر ہوا زاویہ ب س ح کے اور زاویہ ب س ح بموجب فرض کے
حادہ ہے تو زاویہ ب ح س بھی حادہ ہوا اور پہلے وہ منفرجہ ثابت ہو چکا ہے سو یہ باطل ہے
اس سے ثابت ہوا کہ زاویے ب اور ی چھوٹی بڑی نہین بلکہ مساوی ہین اور جب مساوی ہین تو
مثلث بحکم (۴ ش ام) کے آپسمین سب طرح برابر ہوئے دوسری صورت فرض کرو کہ زاویہ س اور ف
منفرجہ ہین تو بھی اسیطرح سے دعوی ثابت ہوجائیگا صورت آخرین



فرض کرو کہ زاویون ہین سے ایک مثلاً س قائمہ ہی اگر زاویہ ب

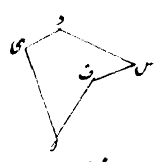
برابر زاویہ ی کے ہو تو زاویہ ا ب ح برابر زاویہ ی کے بنایا تو بطور سابق ثابت ہو سکتا ہے کہ ب ح برابر ہے ب س کے اسیواسطے زاویہ ب س ح اور ب ح س آپسمین مساوی ہوئے اور زاویہ س قائمہ ہے تو زاویہ ب ح س بھی قائمہ ہوا اسلیئے مثلث ب س ح کے دو زاوئے ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے اور یہ بحکم (۱۷ش ام) محال تو ثابت ہوا کہ زاوئے ب اور ی غیر مساوی نہین بلکہ برابر ہین اسلیئے (۲۶ش ام) کے مثلث ا ب س اور د ی ف سب طرح سے آپس مین مساوی ہوئے - اگر زاویہ ا اور د دونون قائمے یا منفرجے ہون تو زاویہ س اور ف مین ہر ایک بحکم (۱۷ش ام) کے حادہ ہوگا اگر ا ب بہ نسبت ب س کے کم ہے اور د ی بہ نسبت ی ف کے کم ہے تو بحکم (۱۸ش ام) کے زاویہ س اور ف دونون حادے ہونگے

۱۸ش سے ۳۴ش تک پہلے مقالہ کا دوسرا حصہ ہے اوسمین خطوط متوازیہ کے مسائل سے بحث ہوئی ہے ۲۹ شکل مین بارہوین علوم متعارفہ کا اول ہی مرتبہ حوالہ دیا گیا ہے - تمام اصول علم ہندسہ مین کوئی مسئلہ ایسا دشوار نہین ہے جیسا کہ خطوط متوازیہ کا مسئلہ مشکل ہے اور بہت سی کوشش اور سعی اوسکی مشکلات کے حل کرنے مین مہندسین نے کی ہے اور چاہا ہے کہ اوسکو اقلیدس سے اچھی طرح حل کرین - ہم اون باتون کا ذکر نہین کرینگے جو اوس خاص مسئلہ کے باب مین مختلف مہندسین نے لکھے ہین جس طالبعلم کو شوق ہو وہ پوٹ اقلیدس کی شرح مین دیکھے یہان فقط یہ لکھنا کافی ہے کہ جن مہندسین نے اقلیدس سے اس مسئلہ مین بڑا اختلاف کیا اور ترکیبین نئی اس مسئلہ کی حل کی نکالین اونہون نے ضرور اول کوئی علوم متعارفہ لکھا ہے جو اوسی طرح دشواری اور دقت مین ڈالتا ہے جیسا کہ اقلیدس کا علوم متعارفہ بلکہ اقلیدس نے علوم متعارفہ کے ماننے کے بعد کچھ شکلون کی اثبات مین دقت نہین رہتی اور اورون کے علوم متعارفہ ماننے کے بعد بھی بڑی پیچیدہ پیچیدہ شکلین ثابت کرنی پڑتی ہین - مگر ایک ترمیم اس علوم متعارفہ کی ہوئی ہے جس سے البتہ کچھ آسانی کی صورت پیدا ہوتی ہے اور وہ ترمیم یہ ہے کہ دو خطوط مستقیم متقاطع ایک خط مستقیم کے متوازی نہین ہو سکتے اور اس ترمیم سے ۲۹ش کو اس طرح ثابت کیا ہے کہ زاویہ ب ح ہ اور ح ہ د ملکر کم ہوئی دو قائمون سے تو ضرور ب ح ہ اور ح ہ د خارج ہونے سے آپسمین ملینگے اسوجہ سے کہ جب کوئی خط مستقیم نقطہ ح سے ایسا کھینچین کہ وہ دو زاوئے داخلے ملکر برابر دو قائمون کے پیدا کرے تو بحکم (۲۸ش ام) کے یہ خط مستقیم متوازی ہوگا س د کا اور بموجب ہمارے علوم متعارفہ کے نقطہ ح سے گذرتے ہوئے دو خط مستقیم ایک خط مستقیم کے متوازی نہین ہو سکتے اس ترمیم کو

بڑے بڑے مہندسین نے پسند کیا ہے اور اونہین ڈاکٹر پلے فیر اور ڈی مورگن صاحب بہی شریک
ہین اونہون نے اس علوم متعارفہ کو بہت پسند کیا ہے اور لکہا ہے کہ خطوط متوازیہ کی بہت دقتین
اوس سے رفع ہوجاتی ہین اور اس سے بہتر کوئی ترکیب ابتک ایجاد نہین ہوئی

تیسوین شکل - اسی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ اگر ا ب اور ی ف مین سے ہر ایک س د کا متوازی
ہو تو وہ آپسمین متوازی ہون گے اقلیدس مین جو صورت ثابت کی وہ تو نہایت ہی ظاہر ہے
کچہہ ثبوت کی محتاج نہین ظاہر ہے کہ جب خطوط ا ب اور س د ی ف سے جو اون کے درمیان مین
واقع ہے نہین ملتے تو وہ آپسمین کیسے مل سکتی ہین

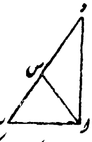
بتیسوین شکل - یہ نتیجے سمسن صاحب نے ایزاد کئے ہین دوسرے نتیجہ مین زاویہ خارجہ مستقیمۃ الاضلاع
کے معنی یہ ہین کہ دو ضلعے مستقیمۃ الاضلاع کے جس نقطہ پر ملتے ہین اوس نقطہ سے ایک ضلع خارج
کیاجاے تو زاویہ اس نقطہ پر درمیان اس حصہ ممدودہ اور ضلع کے جو خارج نہین ہوگا اوسکو
زاویہ خارجہ کہین گے اور ضلع خواہ کوئی سا اون دونون مین سے خارج کیا جاے بات
ایک ہی ہے اس لئے کہ بحکم (۱۵ ش ا م) کے دونون زاویے جو اس طرح سے پیدا ہوتے ہین برابر ہوتے ہین
اقلیدس نے شکلین مستقیمۃ الاضلاع وہی لکہی ہین جنمین سب زاویون کا رخ اندر کی طرف
واقع ہو - اسلئے ہم دوسری طرح کی شکلین کہینچکر بتلاتے ہین جنمین رخ زاویہ کا باہر واقع ہو
اس شکل مین زاویہ ا ف س کا رخ باہر کی طرف واقع ہے اور وہ دو قائمون سے کم ہے لیکن
وہ زاویہ داخلہ شکل ا ف س د ی کا نہین ہے



یہان زاویہ داخلہ وہ زاویہ ہے جو چار قائمون سے
بقدر زاویہ س ف ا کے کم ہے

اس لئے زاویہ داخلہ کو جو زائد از دو قائمہ ہو زاویہ داخلہ مکررہ کہتے ہین نتیجہ اول تو اون شکلون
مین بہی صحیح ہین ایک زاویہ یا کئی زاویے داخلہ مکررہ ہون ثابت ہی مگر نتیجہ دوم نہین ثابت ہوتا
اگر دو مثلثون کے دو زاویے آپسمین علی التناظر مساوی ہون تو تیسرے زاویے آپسمین مساوی
ہونگے یہ نتیجہ بہت بکار آمد ہے اکثر مقام پر اصول ہندسہ اقلیدس مین اوسکا حوالہ دینا پڑتا ہے
اور وہ ثابت اس طرح سے ہوتا ہے کہ بموجب ۱۱ علوم متعارفہ دو قائمے برابر دو قائمون کے
ہوتے ہین تو بحکم (۳۲ ش ا م) کے ایک مثلث کے تینون زاویے ملکر برابر دوسرے مثلث کے تینون
زاویون کے ہوئے اور حسب بموجب (۲ علوم) کے ایک مثلث کے دو زاویون کا مجموعہ برابر ہے

دوسرے مثلث کے دو زاویون کے مجموعہ کے تو بحکم (۳ علوم متعارفہ) کے تیسرے زاوئے بہی آپسمین
برابر ہوے اس شکل کے اور اس خط مستقیم پر یا اوسکے بڑہانے کے ایکطرف سے ایک خط مستقیم زاویہ
زاویہ قائمہ بناتا ہوا نکال سکتے ہین



فرض کرو کہ اب خط معلوم ہے اور مطلوب یہ ہے
کہ نقطہ ا سے اب پر ایک خط مستقیم زاوئے قائمے
بناتا ہوا نکالین اب پر ایک مثلث متساوی الاضلاع ا ب س بناؤ اور ب س کو د تک ایسا
خارج کرو کہ س د برابر ب س کے ہو اور ملاؤ ا د تو ا ب پر ا د زاوئے قائمے بنائیگا۔
اسلئے کہ بحکم (۵ ش ا م) کے زاویہ س ا د برابر ہے زاویہ س د ا کے اور زاویہ س ا ب برابر ہے زاویہ
س ب ا کے۔ اسیواسطے بحکم ۲ علوم متعارفہ کے زاویہ ب ا د برابر ہے دو زاویون ا ب د اور
ب د ا کے اسیواسطے (۳۲ ش ا م) کے زاویہ ب ا د کے قائمہ ہوا

۳۵ شکل سے ۴۸ ش تک تیسرا حصہ مقالہ اول کا ہے اوسمین سطوح کا مساحتاً یعنی رقبہ مساوی ہونا
ثابت کیا ہے گو وہ طولاً و عرضاً ایک سے نہون

پینتیسوین شکل سمسن صاحب نے اقلیدس کے ثبوت کو اس سبب سے بدل دیا کہ اوسمین شکل
کی تین صورتین ثابت کرنی پڑتی تہین- اور وہ اس شکل کی اثبات مین تیسرے علوم متعارفہ کو بہی
نئی طرح سے کام مین لائے ہین کہ منحرف مین سے ایک مثلث کو کم کیا اور پہر اوسی منحرف مین
دوسرا مثلث کہ پہلے مثلث کی برابر تہا تفریق کیا اور پہر کہا کہ باقی آپسمین برابر رہین اگر اقلیدس کی
طور پر اس شکل کو ثابت کرین تو تین صورتین پیدا ہونگی اور اونمین سے دو اختلاف ثبوت کے آخر بیان
مین واقع ہونگے بائین طرف کی شکل مین فرض کرو کہ نقطہ تقاطع ب ی اور د س کا ح ہے تو مثلث
ا ب ی برابر ہوگا مثلث د س ف کے ہر ایک مین سے مثلث د ح ی کو تفریق کرو تو شکل ا ب ح د
برابر ہوگی شکل ی ح س ف کے مثلث ح ب س کو ہر ایک پر زیادہ کرو تو متوازی الاضلاع
ا ب س د برابر ہوگی متوازی الاضلاع ی ب س ف کے اور دائین طرف کی شکل مین مثلث ا ب ی
برابر ہے مثلث د ف س کے شکل ب ی د س کو ہر ایک پر زیادہ کرو تو متوازی الاضلاع ا ب س د
برابر متوازی الاضلاع ی ب س ف کے ہوگی- اس شکل مین فقط متوازی الاضلاع مساحتاً
مساوی ہین اور طولاً و عرضاً اوسکی مساوات ضرور نہین سطحون کا متساوی ہونا خواہ مساحتاً ہو
خواہ طولاً او عرضاً دونون صورتون مین یہ کہا کرتے ہین کہ وہ آپس مین متساوی ہین

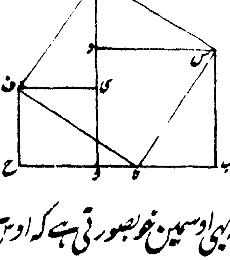
اور قرینہ سے سمجھ جاتے ہین کہ وہ کس لحاظ سے تساوی ہین آیا مساحتاً یا طولاً عرضاً ایک صاحب نے اس شکل کو اس طرح ثابت کیا ہے کہ سطوح متوازی الاضلاع کو زوج حصون مین تقسیم کیا اور پھر اونکو آپسمین منطبق کرکے مساوات کو دکھلایا

اڑتیسوین شکل۔ اس شکل کا یہ اختلاف بکار آمد بہت ہی کہ مثلث برابر قاعدون پر واقع ہون او ونکے راس مشترک ایک نقطہ پر ہون

چالیسوین شکل۔ اس دعوی کو بغیر برہان خلف کے اس طرح ثابت کرتے ہین کہ ب ۃ اور س د کو ملاؤ بحکم (۳۸ ش ا م) مثلث د ب س اور د ی ف آپسمین برابر ہین اور مثلث ا ب س اور د ی ف بموجب فرض کے آپسمین برابر ہین تو بموجب اول علوم متعارفہ کے مثلث د ب س اور ا ب س آپسمین برابر ہوئے اور اسیواسطے بحکم (۳۹ ش ا م) کے ب س کا متوازی ا د ہوا

چوالیسوین شکل۔ اس شکل مین اقلیدس نے یہ نہین ثابت کیا کہ ا ہ اور ف ح آپسمین ملین گے ولیمسن صاحب لکھتے ہین کہ اگر شکل اسطرح سے بنائی جاوے کہ ح ہ برابر ب ا کے بنایا جاے اور ہ ا ملایا تو وہ بموجب (۳۳ ش ا م) کے متوازی ح ب کا ہوگا تو اس صورت مین شکل کا ثبوت اقلیدس کے اثبات کے ساتھ زیادہ تر مشابہت پیدا کریگا

سینتالیسوین شکل۔ یہ علم ہندسہ مین عجیب اور غریب شکل ہے اور اوسکا موجد حکیم فیثاغورس مشہور ہے اور بہت سی کہانیان اوسکے باب مین مشہور ہین اوسکا اثبات طرح طرح سے مہندسین نے کیا ہے اونمین سب سے زیادہ عمدہ یہ اثبات ہے جو نیچے مرقوم ہے۔ فرض کرو کہ دو مربعے ا ب س د اور ا ی ف ح اس طرح ملاکر رکھی گئی ہین کہ اونکے قاعدے ایک خط مستقیم مین ہین ح ہ اور ک ی مین سے ہر ایک برابر ا ب کے بناؤ اور ہ س اور ہ ف اور س ک اور ک ف ملاؤ تو یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ مثلث ہ ب س سب طرح سے برابر ہے مثلث ف ی ک کے اور مثلث ک د س برابر مثلث ف ح ہ کے



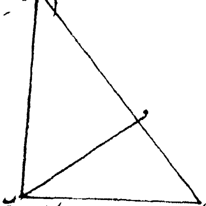
اسیواسطے دونون مربعے برابر شکل س ک ف ہ کے ہوئی اور بموجب (۳۲ ش ا م) کے ثابت ہو سکتا ہے کہ شکل س ک ف ہ ایک مربع ہے اور اوسکا ضلع س ہ وتر اوس مثلث قائم الزاویہ کا جسکے اضلاع س ب اور ب ہ برابر ہین دونون معلوم مربعون کے اضلاع کے

کسی شکل کا دعوی اس اثبات مین ۴۲ ش سے آگے نہین آیا اور یہ بھی اوسمین خوبصورتی ہے کہ اوس سے

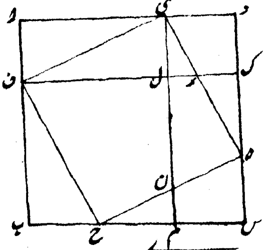
معلوم ہوتا ہی کہ مربعے کسطرح کترے جائین کہ وہ تیسرے مربعے پر ٹھیک منطبق آجائین

حاشیہ از طرف مترجم

یہ شکل ایسی حسین اور خوبصورت ہی کہ اوسکا نام عروس رکہا گیا ہے۔ واقعی وہ علم ہندسہ کی کیا سارے علوم ریاضیہ کی دلہن ہے اور حجلہ مین بنی سنوری بیٹھی ہے یہ ابتک ٹھیک تحقیق نہین ہوا کہ اوسکا حسب نسب کیا ہی۔ کوئی یونانی کہتا ہی کوئی ہندی بتلاتا ہے۔ مین اپنے نزدیک یہی جانتا ہون کہ اوسکا جنم اسی ملک مین ہوا ہے۔ ہندوؤن کو علم ہیئت مین مرتفع اشیا کے سایہ کے ناپنے کی ضرورت پڑتی ہے اوسکے دریافت کرنیکے یہ قاعدے اونکے بیان تہے کہ فرض کرو کہ ا ب کوئی مرتفع شے ہے تو وہ ا س کو ملا کر اوسپر عمود ب د ڈالتے تہے اور ا س کو س د مین ضرب دیکر جذر لے لیتے تہے اوس سے ب س معلوم ہوجاتا تہا اور ا س اور ا د کو آپسمین ضرب دیکر جذر لینے سے ا ب کو معلوم کر لیتے تہے غالبا



فیثاغورس کو یہ قاعدہ ہندؤن کا معلوم ہوا اوس نے اس دلہن کے پرانے لباس کو بدلکر اور اوسکو پہیر دیکر یہ نیا لباس پہنا دیا کہ ا س اور س د کو ضرب نہ دے بلکہ ا س اور س د سے قائم الزاویہ بنائے اور ب س کے مربع کی برابر ثابت کی اور ایسے ہی ا س اور ا د قائم الزاویہ بناکر ا ب کے مربع کی برابر بنائے۔ اقلیدس کی ہر شکل نئی طرح سے ثابت ہوسکتی ہے مگر کوئی ثبوت اوسکا ایسا نہین پیدا ہوتا کہ وہ اقلیدس کے اثبات سے آسان اور بے تکلف ہو اور اوسپر کوئی اعتراض نہ وارد ہوتا ہو۔ اس شکل کو یون ہی ثابت کرتے ہین کہ فرض کرو کہ ا ب س د ایک مربع ہے اور اضلاع پر نقاط ی اور ف اور ح اور ہ ایسے مقرر کئے گئے ہین

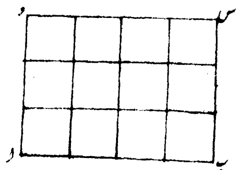


کہ د ی اور ا ف اور ح ب اور ہ س آپسمین برابر ہین اور نقاط ی اور ہ اور ح اور ف ملائے گئے ہین تو ی ہ ح ف مربع ہے۔ ا د کا متوازی ف ک اور د س کا متوازی ی م کہینچو تو ظاہر ہے کہ د ی ل ک اور ب ا ف ل م مین سے ہر ایک مربع ہے اور ان دونون مربعون اور مربع ح ف ہ ی مین سطح ح ہ ل ف کے اور سطح ک ی د برابر ہے ا ل ن ہ کے اسلئے ح ب اور ب ف پر جو مربع بنائے جائین وہ برابر اوس مربع کے ہوئے جو ح ف پر بنائے جائین غرض ایک صورت ہی نہین ہے بلکہ بہت طرح سے یہ ثابت ہوتی ہے

دوسرا مقالہ

اس مقالہ مین مختلف طور سے خطوط مستقیم کو حصون مین تقسیم کیا ہی اور پہر اونکی سطوح کے تعلقات اور ارتباطات کو بتلایا ہی جب ایک خط دو ٹکڑون مین تقسیم کیا جاے تو ہر ایک ٹکڑے کو حصہ کہتے ہین مگر حصہ کی یہ تعریف کرنی مناسب معلوم ہوتی ہے کہ اگر ایک خط مستقیم پر یو ہین یا اوس سے بڑہا کر کوئی نقطہ مقرر کرین تو ہر خط مستقیم کو جو ما بین اس نقطہ اور خط مستقیم کے ہر طرف کی واقع ہو اوسے حصہ کہتے ہین اور تمیز کرنیکے لیے جب نقطہ خط محدود کے حصہ محدودہ مین مقرر کیا جاے تو حصص کو حصص خارجی کہتے ہین اور جب نقطہ خط کے اندر ہی مقرر کیا جاے تو حصص کو حصص داخلی اور اول تقسیم کا نام تقسیم خارجی اور دوسری تقسیم کا نام تقسیم داخلی ہی۔ طالب علم کو اس مقالہ مین یہ بات جاننی ضرور ہی کہ اسکے اول دس شکلون کو بعض اصول علم حساب و جبر مقابلہ کے ساتہ مماثلت ہے۔

فرض کرو کہ اب ج د ایک متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے جو ۴ انچہ طول مین اور ۳ انچہ عرض مین ہے اب اگر اضلاع متوازی الاضلاع کے متوازی خطوط مستقیم کہینچکر اوس کے حصے بنائین تو بارہ مربع بنین گے اور اونمین سے ہر ایک مربع اوس ضلع پر کہینچا ہوگا جسکا طول ایک انچہ سے تعبیر



ہوتا ہے مربع جو ایک خط پر جسکا طول ایک انچہ ہو کہینچا جا ے اوسکو اختصار کے لئے ایک مربع انچہ یا ایک انچہ کا مربع کہتے ہین پس معلوم ہوا کہ جو متوازی الاضلاع قائمہ الزاویہ ۴ انچہ طول مین اور ۳ انچہ عرض مین ہے وہ بارہ مربعون انچہ مین تقسیم ہو سکتی ہے اور ان بارہ مربع انچ کو اوسکی مساحت یا رقبہ کہتے ہین اور علی ہذا القیاس ایسی صورت اور صورت مین ہو گی مثلاً ایک متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ۱۲ فیٹ طول اور ۷ فیٹ عرض مین ہو تو ۱۲ گنا ۷ مربع فیٹ یعنی ۸۴ مربع فیٹ رقبہ اوسکا ہوگا

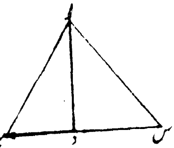
یہ بات ہمیشہ یاد رکہنی چاہیے کہ طول اور عرض ایک ہی پیمانہ سے پیمایش ہوتی ہین اگر وہ مختلف پیمانون سے پیمایش ہون تو اونکی تحویل ایک ہی پیمانہ کی طرف کرنی چاہیے مثلاً ایک سطح کا طول ایک گز اور عرض ڈیڑہ فٹ ہو تو ان پیمانون کو ایک پیمانہ کی طرف تحویل کرنا چاہیے یعنی طول ۳۶ انچہ اور عرض ۱۸ انچہ بنا لینا چاہیے تو رقبہ اوسکا ۶۴۸ مربع انچہ ہوگا پس ان بیانون سے ثابت ہوا کہ سطح کے طول اور عرض کے پیمانہ واحد طولانی کی تعداد کو جو اعداد تعبیر کرین اونکا حاصل ضرب رقبہ سطح کو تعبیر کریگا اور اوسمین اوس پیمانہ واحد کے مربعون کی تعداد برابر حاصل ضرب کے اعداد کے ہوگی۔

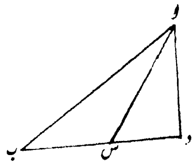
اب فرض کرو کہ ایک مربع ہے جسکا ضلع ۵ انچہ سے تعبیر ہوتا ہے تو بموجب ہمارے قاعدہ کے اوسکے رقبہ مین ۲۵ مربع انچہ ہونگے اور حساب مین بھی عدد ۲۵ کا عدد ۵ کا مربع ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ اگر کوئی پیمانہ واحد طول کا ناپنے والا کسی خط مین پوری دفعہ شامل ہو تو اوس خط کا مربع اوس عدد کے مربع سے تعبیر ہوگا جو خط کے طول کو تعبیر کرتا ہے۔ دو عددون کے حاصل ضرب مین اور قائم الزاویہ کے دو ضلعون کی سطح مین اور ایک خط مستقیم کے مربع اور عدد کے مربع مین باہم ایک مناسبت اور تعلق ہے اور اسی سبب سے اس مقالہ کے اول دس شکلین علم حساب اور جبر مقابلہ کے بھی دس مسئلے مین طالب العلم کو یاد رکھنا چاہئے کہ جب ہم کہتے ہین ایک خط مستقیم کا مربع تو اوس سے ہمارا مطلب شکل ہندسی سے ہوتا ہے اور جب عدد کا مربع کہتے ہین تو یہ بات علم حساب کی ہوتی ہے اور جب خط مستقیم کا مربع لکھتے ہین تو مطلب اوس مربع سے ہوتا ہے کہ اوس خط مستقیم پر بنایا جائے اقلیدس نے ۴۷ اور ۴۸ شکلون مین تو یہ لکھا ہے کہ اضلاع پر جو مربعے بنائے جائین مگر بعد ازان اضلاع کے مربعے لکھے ہین اور یہی محاورہ تمام اقلیدس مین لکھا گیا ہے انہین اصول کے موافق جو ہم نے بیان کئے ہین بعض مولفین اقلیدس نے اس مقالہ کی شکلون کا اثبات جبریہ اور حسابیہ لکھا ہے لیکن اول دس شکلون کو جبر مقابلہ سے لکھنا جیسا کہ بعض شارحین نے لکھا ہی بےفائدہ ہے۔ اسواسطے کہ جس شخص کو جبر مقابلہ اور حساب آتا ہے اوسکو ثابت کرنا اونکا آسان ہے اسلئے ہمنے اونکو جبر مقابلہ سے ثابت کرکے لکھنا ضرور نہین جانا یہان اس بات کا لکھنا ضرور ہے کہ انکے اثبات مین اکثر یہ ہوتا ہے کہ قائم الزاویہ کے اضلاع کسی پیمانہ واحد کے رقبون مین ٹھیک ٹھیک بیان ہوتے ہین لیکن طالب علم آگے جانے گا کہ یہ بات ہمیشہ نہین ہوتی بلکہ جہان مقادیر متباین آجاتی ہین وہان ٹھیک ٹھیک اضلاع کی مقدار پیمانہ واحد مین نہین معلوم ہوتی اگر اس طرف ہم توجہ کرین اور کچھ لکھین تو علم ہندسہ کی حد سے پرے نکل جاوینگے۔ اس لئے اسے فروگذاشت کرتے ہین اول دس شکلین اقلیدس کی مختلف طرح سے مرتب ہوسکتی ہین اس ترتیب کا کچھ مختصر بیان لکھتے ہین لیکن ہم یہ کہے دیتے ہین کہ اونکی ترتیب کی اولٹ پلٹ اور اختلاف سے مبتدی اپنے تئین منتشر نہ کرے - ۲ اور ۳ شکل پہلی شکل کی خاص صورتین ہین گویا وہ حقیقت مین پہلی ہی شکل مین ثابت ہوگئی ہین

۴ شکل ایک مہتم بالشان شکل ہے اوسکی ایک خاص صورت ضرور بیان کرنی چاہئے کہ مربع ایک خط مستقیم کا جو دو مساوی خطون سے مرکب ہوا ہو چند اون مساوی خطون مین سے ہر خط کے مربعے سے ہوتا ہے۔ پانچوین اور چھٹی شکل کے دعوی اس طرح سے ایک دعوی مین بیان

ہو سکتے ہین کہ سطح دو خطوط مستقیم کے مجموعہ اور تفاوت کی برابر ہوتی ہے اون مربعون کے فرق
کی جو اون خطون پر بنائی جائین یا اس طرح سے کہو کہ سطح دو خطوط مستقیم کے مع اوس مربع کے جو
اونکے نصف فرق پر بنایا جاوے برابر ہوتی ہے اوس مربع کی جو اونکے نصف مجموعہ پر بنایا جاتے
ساتوین شکل کا دعوی یون بیان ہو سکتا ہے کہ دو خطوط مستقیم کی مفصل پر مربع بنایا گیا
اون دونون خطون کے مربعون سے بقدر دو چند سطح اون خطوط کے کم ہوتا ہے اور اس
شکل اور (۴ ش ۲م) اور دو علوم متعارفہ سے ہم یہ نتیجہ نکالتے ہین کہ دو خطوط مستقیم کے مجموعہ
کا مربع مع اونکے فرق کے مربع کے دو چند ہوتا ہے اون خطوط کے مربعون کے مجموعہ سے
اور اس دعوی مین دونون دعوے نوین اور دسوین شکل کے ثابت ہو جاتے ہین اس لئے یہ دعوی
اون دونون شکلون کا قائم مقام ہو سکتا ہے آٹھوین شکل خاص صورت اوس دعوی کی جو
نمبر ۵ اور ۶ شکلون کے حاشیہ مین لکھا ہے تا اوس کے ساتھ خاص صورت (۴ ش ۲م) کی
بھی ملحوظ رہے۔ اس شکل جب طالبعلم کو اصول جبر مین مہارت ہوگی تو اوسکو معلوم ہوگا کہ یہ
شکل [illegible] کی مساوات درجہ دوم کا حل ہے۔
۱۲ و ۱۳ اشکال یہ شکلین ۴۷ شکل کے ساتھ خوب مناسبت رکھتی ہین اور بہت بکار آمد
ہین علم مثلثات مین [illegible] لیکن یہ دو اقلیدس مین وہ کہین کام نہین آتین جب ۴۷ ش ۱ کا عکس
صحیح ہے ویسا ہی ۱۲ اور ۱۳ کا عکس صحیح ہے ۴۷ شکل کا عکس ۴۸ مین اقلیدس نے ثابت کیا ہے مگر اونکا
عکس نہین ثابت کیا ۱۲ کا عکس تو یہ ہوگا کہ اگر مثلث کے ایک ضلع کا مربع باقی دو ضلعون کے مربعون
کے مجموعہ سے بڑا ہو تو زاویہ پہلے ضلع کے سامنے کا منفرجہ ہوگا۔ اسواسطے کہ اگر منفرجہ نہوگا تو ضرور ہے
کہ قائمہ یا حادہ ہوگا اگر قائمہ ہے تو اوس کے سامنے کے ضلع کا مربع برابر ہوگا باقی دو ضلعون کے مربعون کے
اور یہ خلاف فرض ہے اگر حادہ ہوگا تو اوسکے سامنے کے ضلع کا مربع چھوٹا ہوگا باقی دو ضلعون کے مربعون
سے اور یہ بھی خلاف فرض ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ زاویہ منفرجہ ہے علی ہذا القیاس تیرہوین
شکل کا عکس یہ ثابت ہوگا کہ اگر مثلث کے ایک ضلع کا مربع کم بہ نسبت باقی دو ضلعون کے مربعون کے
ہو تو ثابت ہوگا کہ اوس پہلے ضلع کے سامنے کا زاویہ حادہ ہوگا۔ اقلیدس نے دعوی ۱۳ شکل کا اسطرح
سے لکھا ہے کہ مثلث حادۃ الزاویہ مین مربع الخ اور اسمین فقط صورت اول ثابت کی ہے لیکن
سمسن صاحب نے اوسکو ہر مثلث کے لئے درست سمجھکر اوسکی تین صورتین بنائی ہین اور دوسری اور
تیسری صورت بناکر علیحدہ علیحدہ ثابت کی ہے لیکن دونون صورتون کا ایک ثبوت نہایت مختصر اور

صاف یہ ہے کہ فرض کرو اب س ایک مثلث ہی جسکا زاویہ ب زاویہ حادہ او سکے حادسے زاویون
مین سے ہی اگر اس عمود ب س پر ہنین ہو تو اب س پر ہونین اور اگر ضرورت ہو تو خارج
کرکے عمود ا د مقابل کے زاویہ سے نکالین تو زاویہ ب کے مقابل جو ضلع اس واقع ہے اوسکا
مربع س ب اور ب ا کے مربعون سے
بقدر دو چند سطح ب س اور ب د کے
کم ہوگا۔ اول فرض کرو کہ اس عمود
ب س پر ہنین ہی بحکم (۷ ش ۲ م) کے س د





اور ب د کے مربعی برابر ہین دو چند سطح س ب اور ب د مع مربع س د کے ان مساویون مین سے
ہر ایک پر ا د کا مربع زیادہ کرو تو س ب اور ب د اور ا د کے مربعی برابر ہوئے دو چند سطح س ب اور ب د
کے مع مربعون س د اور ا د کے۔ لیکن اس سبب سے کہ زاویہ ب د ا قائمہ ہے بحکم (۴۷ ش ۱ م) اس کے
ا ب کا مربع برابر ہے مربعون ا د اور د ب کے اور مربع ا س کا برابر ہے مربعون ا د اور س د کے
اسیواسطے مربعے س ب و ب ا کے برابر ہوے مربع ا س مع دو چند سطح س ب اور ب د کے
یعنی ا س کا مربع مربعات س ب اور ب ا سے بقدر دو چند سطح س ب اور ب د کے کم ہے
دوم فرض کرو کہ اس عمود ب س پر ہے تو خط ب س ما بین زاویہ حادہ اور موقع عمود کے ہوگا
بحکم (۴۷ ش ۱ م) ا ب کا مربع برابر ہے مربعات ا س اور س ب کے۔ اسیواسطے ا س کا مربع مربعات
ا ب اور ب س سے بقدر دو چند مربع ب س کے کم ہے
چودہوین شکل ۲ م۔ جسقدر اقلیدس پڑہنے مین آتی ہے اوسمین کہین اس شکل کا کام
نہین پڑتا اور یہ شکل (۲۲ ش ۴ م) مین ضمناً ثابت ہوتی ہے

مقالۂ سوم

اس مقالہ مین دائرہ کے خواص بیان ہوئے ہین
۳ حد۔ اس حد کے باب مین مختلف رائین ہین ایک رائے یہ ہے کہ مطلب اس حد کا یہ ہے کہ
نقطہ تماس کے پاس دائرے ایک دوسرے کو قطع نہین کرتے اور جب یہ حال ہو تو ثابت ہو سکتا
ہے کہ کہین اور بھی ایک دوسرے کو قطع نہین کرتے دوسری رائے یہ ہے کہ اس حد کا مطلب یہ ہے کہ
دائرے بالکل قطع ایک دوسرے کو نہین کرتے اور یہی رائے صحیح ہے اس حدود کا یہ بیان نہایت صاف
ہے کہ دو دائرون کو جب کہتے ہین کہ وہ اندر کی طرف مس کرتے ہین کہ اونکے محیطون مین ایک

نقطہ یا کئی نقطے مشترک ہون اور سارے نقطے ایک دائرہ کے سوا نقطہ یا نقاط مشترک کے دوسرے
دائرہ کے اندر ہون - اور دو دائرون کو جب کہتے ہین کہ وہ باہر کی طرف مس کرتے ہین کہ اون کے
محیطون مین ایک نقطہ یا کئی نقطے مشترک ہون اور سب نقطے ہر ایک دائرہ کے سوا نقطہ یا نقاط مشترک کے
کے باہر ایک دوسرے سے ہون اور تیسرے مقالہ مین ثابت ہوا ہے کہ دو دائرے تماس مین ایک ہی نقطہ
مشترک ہوتا ہے - خط مستقیم جو دائرہ کو مس کرتا ہے مماس دائرہ کہلاتا ہے اور اختصار کے لئے
فقط مماس کہتے ہین - اقلیدس کل محیط کے لئے اور محیط کے واسطے لفظ محیط کا استعمال کرتا ہے
رفع اشتباہ کے واسطے حصہ محیط کا نام قوس رکھنا مناسب ہے

پہلی شکل - شکل بنانے مین یہ کہنا کہ دس کو کسی حد تک بڑھاؤ یا خارج کرو اوسمین یہ بات فرض
کر لی ہے کہ وہ دائرے کے اندر واقع ہوتا ہے اور یہ اقلیدس نے ۲ش ۳م مین ثابت کیا ہے

تیسری شکل - اس شکل کے دعوی کے دو جزو ہین اور وہ ایک دوسرے کے عکس ہین اور یہ
کل دعوی برعکس نتیجہ اول مقالہ سوم کا ہے

پانچوین چھٹی شکل - ان دونون شکلون کا یہ ایک دعوی بنانا چاہئے تھا کہ دائرے جو ایک
نقطہ پر ملتے ہین اونکا مرکز ایک نہین ہو سکتا اسواسطے کہ جن دائرون کا مرکز ایک ہو اور ایک نقطہ
مشترک اونکے محیطون مین ہو تو وہ بالکل منطبق ایک دوسرے پر ہو جاوین گے - یہ معلوم ہوتا ہی کہ
اقلیدس نے دعوی کی تین صورتین بنائی ہین - اول جس مین دائرے متقاطع ہون - دوسرے
جسمین دائرے اندر کی طرف مس کرتے ہون تیسرے جسمین دائرے باہر کی طرف کرتے ہون
اور یہ آخر صورت بدیہی تھی اسلئے اوسکو چھوڑ دیا

ساتوین آٹھوین شکل - پروفیسر ڈی مورگن صاحب نے ان شکلون کی نسبت یہ لکھا ہے
کہ ۱۷ ش ۳م ۱ مین مانا ہے کہ زاویہ ف ی ب بڑا ہے زاویہ ف ی س سے اور بموجب فرض کے
صرف زاویہ ف ب بڑا ہے زاویہ ف س سے اور ۸ ش ۳م ۱ مین یہ مان لیا ہے کہ نقطہ ک مثلث
دل م کے اندر واقع ہے اور نقطہ ی باہر مثلث د م ق سے وہ بتلاتے ہین کہ یہ دونون باتین جدائی ہین
اونکا اثبات ان دو دعوون سے ہو سکتا ہی جو بعد ۱۲ ش ۱م کے ثابت ہو سکتی ہین - اول نقطہ معلوم
سے ایک خط معلوم تک جتنے خط کھینچے جاوین اونمین سب سے چھوٹا خط عمود ہوتا ہے اور جو خط عمود سے قریب
ہوگا وہ بعید سے چھوٹا ہوگا اور اسکے بالعکس بھی ثابت ہوگا اور اوس نقطہ سے اوس خط تک صرف
دو ہی خط برابر نکل سکتے ہین جنمین سے ہر ایک عمود کی ایک جانب مین واقع ہوگا - دوم مثلث کی اس سے

قاعدے تک خط کھینچا گیا مثلث کے دو ضلعون مین سے بڑے ضلع سے چھوٹا ہوتا ہے اور اگر وہ برابر ہون تو ہر ایک ضلع سے چھوٹا ہوتا ہے۔ دعوی ذیل بھی مشابہ ساتوین شکل مقالہ سوم کے ہے۔ اگر کسی دائرہ کے محیط مین کوئی نقطہ مقرر کیا جاوے اور اوسی خطوط محیط تک کھینچے جائین تو اونمین وہ خط سب سے بڑا ہوگا جو مرکز مین گذریگا اور خطوط مین سے جو اس بڑے خط سے کہ مرکز مین گذریگا قریب ہوگا وہ بعید سے بڑا ہوگا اور اوس نقطہ سے صرف دو ہی خط محیط تک ایسے کھینچ سکتے ہین کہ وہ آپسمین برابر ہون اور اونمین سے ہر ایک اوس بڑے خط کے ہر ایک جانب مین ہو اول دو جزو اس شکل کے حاشیہ ۳م مین ثابت ہوئی ہین اور تیسرا جزو اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے جسطرح سے کہ ساتوین شکل کا تیسرا جزو ثابت ہوا ہے اور اوسکا ثابت ہونا ضرور ہے اسلیئے تیسرے جزو کے جو ضرورت ہے اوسکا دسوین شکل کے حاشیہ مین ذکر ہوگا

نوین شکل ۔ نقطہ ی زاویہ ا د س کے اندر واقع ہو سکتا ہے اسلیئے یہ ثابت نہوگا کہ د س بڑا د ب سے اور د ب بڑا د ا سے ہے لیکن یہ ثابت ہوگا کہ د س یا د ا چھوٹا د ب سے ہے اور فقط یہی اثبات دعوی کے لیئے کافی ہے۔ اقلیدس نے دو طرح سے نوین شکل کو ثابت کیا ہے سمسن صاحب نے فقط دوسری طرح تحریر کیا اقلیدس کا دوسرا ثبوت یہ ہے کہ نقطہ د اور ا ب کے نقطہ وسط مین خط وصل کرو تو بموجب نتیجہ اشکل ۱ ۳م ثابت ہوگا کہ دائرہ کا مرکز اوس خط مستقیم مین ہے اور اسی طرح یہ ثابت ہوگا کہ مرکز دائرہ اوس خط مستقیم مین ہے جو نقطہ د اور نقطہ وسط ب س مین ملایا جاوے اسیواسطے مرکز دائرہ نقطہ د ہی ہے اسلیئے کہ دو خطوط مستقیم مین ایک نقطہ سے زیادہ کوئی نقطہ مشترک نہین ہو سکتا

دسوین شکل اقلیدس نے اس شکل کے دو ثبوت لکھے ہین سمسن صاحب نے اونمین سے فقط دوسرا لکھا ہے اقلیدس نے اوسکا دوسرا ثبوت اوسی طرح لکھا ہے جسطرح کہ نوین شکل تیسرے مقالہ کا ثبوت لکھا ہے اوس نے یہ ثابت کیا ہے کہ دائرہ کا مرکز اوس خط مستقیم مین ہے کہ نقطہ ک اور نقطہ وسط خط مستقیم ج مین ملا جاوے اور اوس خط مین بھی ہے جو نقطہ ک اور نقطہ وسط خط مستقیم ب د مین ملایا جاوے اسواسطے ک مرکز دونون دائرون کا ہے سمسن صاحب نے جو ثبوت لکھا ہے وہ ناقص ہے اسکی تکمیل کے لیئے اور زیادہ کرنا ضرور ہے اسواسطے کہ نقطہ ک باہر دائرہ د ی ف سے یا اوسکے محیط مین یا اوسکے اندر واقع ہو سکتا ہے ان تینون صورتون مین اقلیدس نے فقط آخر صورت لکھی ہے اگر نقطہ ک باہر دائرہ د ی ف سے واقع ہو تو آٹھوین شکل تیسرے مقالہ کے خلاف نتیجہ نکلیگا جو باطل ہے اور اگر نقطہ ک محیط دائرہ د ی ف مین فرض کیا جاوے تو نتیجہ خلاف اوس دعوی کے نکلیگا جو ہمنے حاشیہ مین ساتوین آٹھوین شکل کے لکھا ہے اور یہ باطل ہے۔ دسوین شکل مین صرف یہ ثابت ہوا ہے کہ دو دائرون کے محیطون مین دو

نقطون سے زیادہ نقطے مشترک نہین ہوسکتے اور کچھہ اوسکا ذکر ثبوت مین نہین ہے کہ دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہین لیکن دعوی فقط اسی صورت سے متعلق ہے اسلئے کہ تیرہوین شکل مین ثابت کیا ہے کہ دائرے جو ایک دوسرے کو مس کرتے ہین اونکے محیطون مین ایک نقطہ سے زیادہ نقطے مشترک نہین ہوسکتے۔

گیارہوین بارہوین شکل سمسن صاحب نے اور اورون نے ان دونون شکلون کی دعوی مین نقطہ تماس کا ذکر کیا ہے گو اس امر کا ثبوت کہ نقطہ تماس ایک ہی ہوتا ہے تیرہوین شکل مین ہوا ہے گیارہوین شکل کا ثبوت قائم رہے گا اگر د اور ہ منطبق ہون اور بارہوین شکل ثبوت قائم رہے گا اگر س اور د ایسےمین منطبق ہون۔ اب ہم گیارہوین اور بارہوین شکلون کے دعوی کو ملا کر یہ ایک دعوی بناتے ہین کہ اگر دو دائرے مس کرین تو ممکن نہین کہ اونکے محیطون مین کوئی نقطہ مشترک اوس خط مستقیم کی سمت سے باہر ہو جو اونکے مرکزون مین ملایا جاے

گیارہوین شکل ساتوین شکل تیسرے مقالہ سے باسانی ثابت ہوتی ہے اس لئے کہ ح د نہایت چھوٹا خط ہے کہ نقطہ ح سے محیط دائرہ تک جسکا مرکز ف ہے کھینچا جا سکتا ہے اور اسیواسطے ح ہ کم ح ا سے ہے یعنی نہایت کم ح د سے اور یہ باطل اور علی ہذا القیاس بارہوین شکل آٹھوین شکل سے مستنبط ہوسکتی ہے

تیرہوین شکل سمسن صاحب لکھتے ہین کہ دائرون کو اندر کی طرف ایک نقطہ سے زیادہ نقطونپر مس کرتے ہوے جانب واحد مین خیال کرنا بہ نسبت مقابل جانبون کے زیادہ آسان ہے اسلئے اس صورت کا اثبات فرو گذاشت کرنا نہین چاہیے مگر اصل یونانی مین جو ترکیب شکل بنانے کی لکھی ہے وہ اس شکل کے مناسب حال نہین کیونکہ اوسمین مرکز دائرون کے محیط کے قریب رکھنے پڑتے ہین اس لئے ایک دوسری طرح ثبوت لکھا اور شکل بنائی ہے اور وہ بالکل مطابق عربی کے ترجمہ کے ہے جسمین دلیل کے ثبوت کو دو حصو مین تقسیم کیا ہے اس حاشیہ سے نہین معلوم ہوتا کہ سمسن صاحب نے کس شکل کو اختیار کیا ہے کیونکہ اوس سے یہ نہین معلوم ہوتا کہ جانب واحد اور مقابل جانبون سے کیا مطلب ہے اقلیدس نے اس شکل کو نہین لکھا تو نہایت مناسب کیا اسلئے کہ اوسنے گیارہوین شکل کو تیسرے مقالہ مین ثابت کیا کہ اگر دو دائرے اندر کی طرف مس کرین تو اونکے تماس کا نقطہ اوس خط سے کہ مرکزون مین ملایا جاے باہر نہین واقع ہوگا پس اسلئے فقط یہ ثابت کرنیکے لئے کہ نقطہ تماس ایک ہی ہوتا ہے یہ امر کافی ہے کہ دوسرا نقطہ تماس جو فرض کیا جاتا ہے وہ اس خط کی سمت مین رکھنا چاہیے جو اونکے مرکزون مین ملایا جاے۔ اسلئے اقلیدس نے اپنے ثبوت مین دائین طرف کی شکل صرف لکھی اور ثابت کیا کہ یہ صورت نہین ہوسکتی اسلئے کہ خط مستقیم ب د قطع دونون دائرون کا ہوگا اسیواسطے وہ

دو نقطوں پر تنصیف ہوگا اور یہ ناممکن ہے۔ دوسری صورت مین بھی اقلیدس ایسے قبیل کا ثبوت لا سکتا تھا اسواسطے کہ نقطہ تماس اوس خط سے باہر نہین ہو سکتا کہ مرکزون مین ملایا جاے اور یہ ظاہرا ممکن معلوم ہوتا ہے کہ جب دائرے باہر کی طرف مس کرین تو دوسرا نقطہ تماس ہو یہ بات آسان تھی مگر اقلیدس نے ایک اور ترکیب اختیار کی جسمین قاعدہ کے موافق اثبات لکھا ہے۔ اقلیدس نے جسطرح دوائر متماسہ کا ذکر کیا ہے اوسپر اکثر شارحین نے الزام لگایا ہے مگر اس الزام کی کوئی دلیل انہون نے اچھی نہین بیان کی ناحق کا الزام دیا ہے مثلاً وارڈ صاحب نے تیرھوین شکل کا ثبوت ایک اور طرح لکھا ہے اور فرمایا ہے کہ اقلیدس کا ثبوت پوچ ہے اور سمسن صاحب کا ثبوت ناقص و ناتمام ہے اسواسطے کہ اوس نے یہ نہین ثابت کیا کہ دو متماسہ دائرون کے محیطون مین کوئی قوس مشترک نہین ہو سکتی لیکن اوسکا ناممکن ہونا دسوین شکل مین ثابت ہو چکا ہے یہ خود وارڈ صاحب کے سمجھ کی غلطی ہے کہ وہ دسوین شکل فقط دوائر متقاطع ہی سے متعلق سمجھے دسوین شکل کی شرح کو دیکھو

سترھوین شکل ۔ شکل بنانے سے معلوم ہوتا ہے کہ دو خط مستقیم دائرہ کے مماس نقطہ بیرونی سے نکل سکتے ہین اور یہ دونون خطوط مستقیم آپسمین برابر ہونگے اور اونکا میلان خط مستقیم سے کہ نقطہ بیرونی اور مرکز مین ملایا جاے یکسان ہوگا

اکتیسوین شکل مقالہ سوم کے بعد طالب علم کو سترھوین شکل کا اثبات یہ اور معلوم ہوگا کہ ای کو قطر بنا کر دائرہ کھینچو تو اس دائرہ اور دائرہ معلوم کے نقاط تقاطع یہان دو نقاط تماس ہون گے جنپر دو خط مستقیم نقطہ آ سے دائرہ کو مس کرتے ہوئے نکالے جائین

اٹھارھوین شکل ۔ اس شکل کے ثابت کرنے سے کوئی نئی بات اس مقالہ کی سولھوین شکل سے زیادہ نہین نکلی اسلیے کہ سولھوین شکل مین یہ ثابت ہوا ہے کہ ایک نقطہ معلوم پر ایک ہی خط مستقیم مس کرتا ہے اور زاویہ اس خط مستقیم اور نصف قطر کے درمیان کہ نقطہ تماس سے کھینچا جاے قائمہ ہوتا ہے

بیسوین شکل ۔ دو باتین اثبات شکل مین فرض کیگئی ہین۔ فرض کرو کہ آ دوچند ہے ب سے اور س دوچند ہے د سے تو اول صورت مین یہ بیان کیا ہے کہ آ اور س کا مجموعہ دوچند ہے ب اور د کے مجموعہ سے اور دوسری صورت مین یہ بیان کیا ہے کہ آ اور س کا فرق دوچند ہے ب اور د کے فرق سے فرض اول کو ایک خاص صورت (اشکل ۲م) کی ہے اور دوسرا فرض ایک

خاص صورت (ہ س ہ م ا) کی اس شکل کی بہت توسیع ہو جاے اگر اقلیدس مین دو قائمون سے بڑے زاویے لیے جائین اسواسطے کہ اول شکل مین فرض کرو کہ خطوط مستقیم ب ف اور س ف کھینچے جائین تو زاویہ ب ی ا دوچند زاویہ ب ف ا سے اور زاویہ س ی ا دوچند س ف ا سے ہوگا اسواسطے زاویون ب ا ی اور س ی ا کا مجموعہ دوچند زاویہ ب ف س سے ہوگا اور زاویون ب ی ا اور س ی ا کا مجموعہ قائمون سے بڑا ہے تو اس مجموعہ کو ہم زاویہ داخلہ مکررہ ب ی س کا کہین گے پس یہ زاویہ داخلہ کررہ ب ی س دوچند زاویہ ب ف س سے ہوگا حاشیہ (۲۳ ش ا م) کا دیکھو اگر یہ زاویہ کی توسیع اقلیدس مین داخل ہو جاے تو بعض شکلون کا اثبات تیسرے مقالہ مین مختصر ہو جایگا۔ اکیسوین شکل تیسرے مقالہ مین کچھہ ضرورت دو اختلاف بنانیکی نہین رہیگی اور بائیسوین شکل اس سبب سے کہ مرکز پر زاویون کا مجموعہ برابر چار قائمون کے ہوتا ہے فوراً ثابت ہو جائیگی اور کیسوین شکل بیسوین شکل سے معاً ثابت ہو جائیگی

اکیسوین شکل۔ اقلیدس نے اکیسوین شکل کی پہلی صورت ثابت کی ہے اور دوسری صورت سمسن صاحب اور اورون نے زیادہ کی ہے اس شکل کی سب صورتون کی شکلون مین اگر ایک نقطہ ب د پر اوس سمت مین کہ آ واقع ہے مقرر کیا جاے اور دائرہ کے اندر ہو تو زاویہ کہ درمیان اون خطوط مستقیم کے کہ اس نقطہ اور ب د کے اطراف مین ملائے جائین برابر ا د سے ہوگا اور اگر دائرہ کے باہر نقطہ ہے تو یہ زاویہ کم ہوگا یہ امر (۱۲ ش ا م) سے ظاہر ہے۔ اب ہم تیسرے مقالہ کے بعض حاشیون مین چوتھی شکل مقالہ چہارم کا حوالہ دینگے۔ اس لیئے طالبعلم کو چاہیئے کہ وہ اس شکل کو پڑھ لے۔ ایک نہایت عمدہ اور بکار آمد یہ شکل ہے کہ اگر ایک قاعدہ پر ایک ہی جانب مین مثلث ایسے بنائے جائین کہ اونکے راس کے زاویے آپسمین برابر ہون تو اونکی سب راس ایک ہی قطعہ دائرہ کے محیط پر واقع ہونگے۔ اسواسطے کہ ان مثلثون مین کسی مثلث پر بموجب (۵ ش ۴ م) کے ایک دائرہ کھینچو تو اور سب مثلثون کی راس اس دائرہ کی محیط پر واقع ہونگی اسلیے کہ ایسی شکل کے اول حاشیہ کے بموجب کوئی راس دائرہ کے اندر اور باہر نہین واقع ہو سکتا

بائیسوین شکل۔ ۲۲ شکل ۳ مقالہ کا عکس درست ہے اور نہایت بکار آمد ہے یعنی اگر ذوار بعۃ الاضلاع کے دو زاویے ملکر برابر دو قائمون کے ہون تو ایک دائرہ اس ذوار بعۃ الاضلاع پر بن سکتا ہے اسواسطے کہ فرض کرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہے بحکم (۵ ش ۴ م) کے مثلث ا ب س پر دائرہ کھینچو اور اس قطعہ کے محیط مین کہ ا ب س سے قطع ہوا ہے کوئی نقطہ

ہی اوسی سمت مین کہ د سے ہے مقرر کرو تو بحکم (۲۲ ش ۳م) کے زاویے ب اور ی ملکر برابر دو قائمون کے ہین اور بموجب فرض کے زاویہ ب اور د ملکر برابر دو قائمون کے ہین اسیواسطے زاویہ ی برابر ہے زاویہ د کے اسیواسطے موافق حاشیہ (۲۱ ش ۳م) کے ی اوسی قطعہ کے محیط پر ہے جسپر د ہے

بتیسوین شکل - اس شکل کا عکس بہی صحیح ہے اور بکار آمد یعنی اگر خط مستقیم ایک دائرے سے ملے اور ملاپ کے نقطہ سے ایک مستقیم دائرہ کو قطع کرتا ہوا کینچا جاے اور ان دو خطوط مستقیم کے درمیان کا زاویہ برابر زاویہ قطعہ متبادلہ کے ہو تو خطوط مستقیم کہ دائرہ کو ملتا ہے دائرہ کا مماس ہوگا - اثبات خلف سے دعوی ثابت ہے - اسواسطے کہ اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ خط مستقیم کہ دائرہ سے ملتا ہے دائرہ کو مس نہین کرتا تو ملاپ کے نقطہ سے دائرہ کا مماس نکالو تو بحکم (۳۲ ش ۳م) کے ثابت ہوگا کہ دو مختلف خطوط مستقیم کہ ایک نقطہ پر ملتے ہین ایک تیسرے خط مستقیم کے ساتھہ جو اوس سے نقطہ پر گذرتا ہے ایک جانب مین ایک ہی زاویہ بناتے ہین یہ ناممکن ہے

۳۵ و ۳۶ شکل - اگر اون شکلون سے پہلے یہ دعوی ثابت ہوجاتا تو اون شکلون کے اثبات کا نہایت اختصار ہوجاتا اونکے اثبات مین بڑا کام اس دعوی کا پڑتا ہے کہ اگر ایک مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ پر یا قاعدہ ممدودہ پر کوئی نقطہ معین کرین اور اس نقطہ مین خط مستقیم وصل کرین تو اس خط کے مربع اور ساق کے مربع کا فرق برابر ہوگا قاعدہ کے حصون کے سطح کے - یہ شکل یون بہی ثابت ہوسکتی ہے کہ دائرہ کی کسی خاصیت کو کام مین نہ لائین اگر وہ ۳۵ و ۳۶ شکل سے پہلے ثابت ہوجاتی تو ان شکلون ثبوت نہایت مختصر ہوجاتا - ۳۵ شکل کا یہ عکس ہے کہ اگر دو خطوط مستقیم اب اور س د نقطہ ر پر تقاطع کرین اور سطح ار رب کی برابر سطح س ر اور ر د کے ہو تو دائرہ کا محیط چارون نقاط ا اور ب اور س اور د پر گذریگا - اسواسطے کہ اگر بحکم (۵ ش ۴م) کے دائرہ مثلث اب س پر کینچین تو برہان خلف سے بحکم (۳۵ ش ۳م) ثابت ہوگا کہ محیط دائرہ نقطہ د پر گذرتا ہی اور نتیجہ ۳۶ شکل تیسرے مقالہ کا ہے کہ محیط اس دائرہ کا نقطہ د پہ گذرتا ہے

چوتہا مقالہ

اس مقالہ مین سب شکلین عملی ہین - اور چہہ اول کی شکلون مین ہر قسم کے مثلثون کا بیان ہے اور باقی شکلون مین کثیر الاضلاعون کا جنکے سب ضلعے آپسمین مساوی ہون اور زاویئے بہی

آپسمین برابر ہون جس کثیر الاضلاع کے ضلعے سب آپسمین برابر ہوتے ہین اور زاوئے سب آپسمین برابر ہوتے ہین اوسکو کثیر الاضلاع منتظم کہتے ہین۔

چوتہی شکل - اس شکل کی طرح عمل کرنے سے ایک دائرہ ایسا کہنچ سکتا ہے کہ وہ مثلث کے ایک ضلع کو اور دو اضلاع ممدودہ کو مس کرے مثلاً ایسا دائرہ کہینچنا منظور ہو کہ مثلث ا ب س کے ضلع ب س اور اضلاع ممدودہ اب و اس کو مس کرے تو اوس زاویہ خارجہ کے جو اب ممدودہ اور ب س کے درمیان واقع ہو تنصیف کرو اور ایسے ہی زاویہ خارجہ کے کہ اس ممدودہ اور ب س کے درمیان واقع ہو تنصیف کرو جس نقطہ پر یہ دونون خطوط مستقیم زاویون کی تنصیف کرنے والے ملین گے وہی دائرہ مطلوب کا مرکز ہوگا ثبوت اسکا شل اثبات (۴ ش ۴) کے ہے دائرہ جو مثلث کے ایک ضلع اور دو اضلاع ممدودہ کو مس کرتا ہے اوسی مثلث کا دائرہ خارجی کہتے ہین۔ ہم ایک مثلث متساوی الزوایا ایک مثلث معلوم کا ایسا بنا سکتے ہین کہ اوس کے ضلعون مین سے ایک ضلع اور دو ضلعے ممدودہ دائرہ معلوم کو مس کرین۔ اسواسطے کہ (۲ ش ۴) مین فرض کرو کہ اک خارج ہو کر دائرہ سے پہلے ملتا ہے اور نقطہ تقاطع سے ایک خط مستقیم دائرہ کو مس کرتا ہوا کہینچو تو یہ خط مستقیم اور حصص ن ب اور ن س سے ایک مثلث بنے گا جو متساوی الزوایا مثلث م ل ن کا ہوگا اور اسیواسطے متساوی الزوایا مثلث ی د ف کا ہوگا اور مثلث کا ایک ضلع اور دو اضلاع ممدودہ دائرہ معلوم کو مس کرتے ہین۔

پانچوین شکل سمسن صاحب نے اس شکل کے اثبات مین یہ جزو الحاق کیا ہے کہ د ف اور ی ف خارج ہونے سے ملین گے اور بعض نے اس امر کو اس طرح ثابت کیا ہے کہ ملاودی تو زاوئے ی د ف اور د ی ف ملکر زاویون ا د ف اور ا ی ف سے کم ہین یعنی کم دو قائمون سے ہین اور اسیواسطے بموجب (۱۲ علوم) کے د ف اور ی ف ملجائین گے اسمین یہ فرض کر لیا ہے کہ زاوئے ا د ی اور ا ی د حادے ہین اور یہ بآسانی ثابت ہو سکتا ہے کہ ب س کا متوازی د ی ہے اسلئے مثلث ا د ی متساوی الزوایا مثلث ا ب س کا ہے تو اس سبب سے دو ضلعے ا ب اور اس مثلث ا ب س کے ایسے منتخب کر سکتے ہین کہ زاوئے ا ب س اور ا س ب حادے ہون

دسوین شکل - اس شکل مین ظاہر ہے کہ مثلث کا زاویہ راس پانچوان حصہ دو قائمون کا ہے اور وہ تنصیف بہی ہو سکتا ہے اسطرح ایک زاویہ علم ہندسہ مین پانچ برابر حصون مین تقسیم ہو سکتا ہے چوتہے مقالہ مین جو شکلین ثابت ہوئی ہین اون سے یہ معلوم ہوتا ہے

کہ دائرہ کا محیط ۳ و ۶ و ۱۲ و ۲۴ وغیرہ مساوی حصون مین اور ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ وغیرہ برابر حصون مین اور ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ وغیرہ برابر حصون مین اور ۱۵ و ۳۰ و ۶۰ و ۱۲۰ وغیرہ برابر حصون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور اسی سبب سے کثیر الاضلاع منتظم جنکے اضلاع کی تعداد اعداد مذکور مین سے کوئی ہو دائرہ کے اندر اور گرد کھنچ سکتی ہین اس سے معلوم ہوتا ہے کوئی ترکیب ایسی نہین ہے کہ ہر کثیر الاضلاع منتظم دائرہ کے اندر اور باہر بن سکے مثلاً سات ضلع کے کثیر الاضلاع منتظم ہندسہ کی استعانت سے دائرہ کے اندر نہین بن سکتی سنہ ۱۸۰۱ع مین اول گاس صاحب نے ثابت کیا کہ علم ہندسہ مین ممکن ہے کہ وہ کثیر الاضلاع جنکے اضلاع کی تعداد 2^n+1 ہو دائرہ کے اندر بن سکتی ہے بشرطیکہ 2^n+1 عدد اولی ہو ثبوت اس بات کا خلاف اصول ہندسہ ہے بڑی مشکل اور تکلف سے سترہ ضلعے کے کثیر الاضلاع دائرہ کے اندر بنائی گئی ہے

پانچوان مقالہ

تناسب کا بیان اس مقالہ مین ہے

اسمین نقطہ اونہین مقدارون کا ذکر نہین جو خط اور سطح سے تعلق رکھتے ہین بلکہ اوسمین علی العموم سب قسم کے مقادیر کا بیان ہے جنکا اضعاف لیا جا سکتا ہے اسکا مفصل حال پوٹ اقلیدس کی شرح مین دیکھو (مترجم)

پہلا حدود پانچوان مقالہ۔ علم ہندسہ مین لفظ جزو کا دو معنی مین مستعمل ہوتا ہے بعض اوقات تو اوسکے یہ معنی ہوتے ہین کہ ایک مقدار تو چھوٹی اوسی قسم کی ایک اور مقدار سے ہو جیسا کہ اس علوم متعارفہ مین ہے کہ کل بڑا اپنے جزو سے ہوتا ہے لیکن پانچوین مقالہ مین اس لفظ کے معنی خاص لیے گئے ہین

تیسرا حدود پانچوان مقالہ سمسن صاحب کی یہ راے ہے کہ یہ حدود اور آٹھوان حدود کسی بدسلیقہ نے اپنی طرف سے الحاق کردیا ہے بعض شارحین نے اونکو بیکار سمجھکر کاٹ دیا ہے اقلیدس نے یہ حدود نہین لکھے تیسرے حدود کا مطلب یہ ہونا چاہیے کہ ایک مقدار جتنی دفعہ دوسری مقدار مین شامل ہوتی ہے اوسے نسبت کہتے ہین

چوتھا حدود ضمناً یہ بات اس حدود سے نکلتی ہے کہ مقادیر ایک جنس کے ہین

پانچوان حدود تمام مسائل تناسب کی بنا اسی حدود پر ہے بلکہ کے ترجمہ مین [illegible] جیسا ب

اور جبر مقابلہ کے تناسب کی تعریفون کا آپسمین مقابلہ کیا گیا ہے - اقلیدس کا حدود مقادیر موافق اور متباین دونون پر حاوی ہے طالب علم کو چاہیے کہ بعد اس حدود کے پڑہنے کے چھٹے مقالہ کی اول شکل پڑہے اوس سے خوب معنی اس حدود کے سمجھہ مین آجائینگے

نسبت مولفہ یہان یہ حدود ہمسن صاحب نے لکہا ہے اصل یونانی مین اس موقع پر نہین ہے بلکہ وہ چھٹے مقالہ کا پانچوان حدود ہے جسکو ہمسن صاحب فضول اور بیفائدہ بتاتے ہین

۱۸ و ۱۹ و ۲۰ حدود - جس طرح اصل یونانی مین یہ حدود ہین ہمسن صاحب نے اونکو اوسطرح نہین لکہا آخر فقرہ اٹھارہوین حدود کا ہمسن صاحب کی تصنیفات سے ہے - اقلیدس اونیسوین اور بیسوین حدود کو اٹھارہوین حدود کے ساتھہ شامل نہین کرتا اگر اٹھارہوین حدود کو اوڑادین تو کچھہ ہرج نہوگا

علوم متعارفہ یہ علوم متعارفہ اقلیدس مین نہین ہین بلکہ ہمسن صاحب نے لکہے ہین

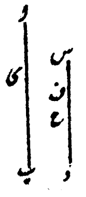
پانچوین مقالہ کی شکلین چار مختلف قسم کی ہین پہلی شکل سے چھٹی شکل تک مین تو خواص اضعاف بیان کئے ہین اور ساتوین سے دسوین تک اور تیرہوین اور چودہوین مین نسبت کے بڑے اور برابر اور چھوٹے ہونے کا ذکر ہے اور شکلین ۱۱ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۶ مین یہ ثبات کیا ہے کہ جب چار مقادیر متناسب ہون تو وہ تبدیل کرنے سے متناسب رہین گے اور باقی شکلون مین یہ ذکر ہے کہ مقادیر متناسبہ **ترکیب وتفصیل** ونتظمہ ومضطربہ حالتون مین متناسب رہین گے

تیرہوین اور چودہوین شکل کو دسوین شکل کے بعد لکہنے مین ترتیب شکلون کی اچھی ہوجاتی ہے اور اقلیدس کے شکلون کے اثبات مین کچھہ ہرج نہین ہوتا

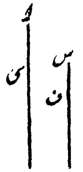
شکلین جنکی پیشانی پر حروف ا و ب و ج و س لکہے ہوئے ہین وہ ہمسن صاحب نے الحاق کی ہین

اور ۲ و ۳ و ۵ و ۶ شکلین ایسی ہین کہ علم حساب مین بیان اونکا نہایت آسان ہے الفاظ مین اونکو بیان کرنا دقت مین ڈالتا ہے اور جب اونکا مطلب حساب مین صاف ہے ایسا الفاظ مین بیان بیان نہین ہوا مثلاً اش ۵ مقالہ کا مطلب یہ ہے کہ دس بیگہہ دس بسوہ دس گنئے ایک بیگہہ اور ایک بسوہ سے ہوتے ہین

پانچوین شکل کو ہمسن صاحب نے اقلیدس کے طور پر نہین لکہا اسواسطے کہ اقلیدس کے ثبوت مین یہ ماننا پڑتا ہے کہ ایک خط مستقیم کا کوئی ساجزو ہم قطع کرسکتے ہین اور یہ دعوی نوین شکل ۱۰ مقالہ اقلیدس مین ثابت ہوا ہے



اٹھارہوین شکل کا ثبوت سمسن صاحب نے لکھا اقلیدس نے اسیطرح ثابت کیا ہی
فرض کرو کہ ا ی کو ی ب سے وہ نسبت ہو جو س ف کو ہے ف د سے
تو ا ب کو ب ی سے وہ نسبت ہوگی جو س د کو د ف سے
اسواسطے کہ اگر یہ نہو تو فرض کرو کہ ا ب کو ب ی سے وہ نسبت ہے جو س د کو ہی
کسی اور مقدار سے جو بڑی د ف سے یا چھوٹی د ف سے ہے
اول یہ فرض کرو کہ ا ب کو ب ی سے وہ نسبت ہے جو س د کو د ح سے اور د ح چھوٹا س د سے ہی
چونکہ ا ب کو ب ی سے وہ نسبت ہے جو س د کو د ح سے تو بحکم (۱۷ اش ۵ م) کے ا ی کو ی ب
سے وہ نسبت ہے جو س ح کو ہے ح د سے اور بموجب فرض کے ا ی کو ی ب سے وہ
نسبت ہے جو س ح کو ہے ف د سے اسیواسطے بحکم (۱۱ اش ۵ م) کے س ح کو ح د سے
وہ نسبت ہے جو س ف کو ہے ف د سے لیکن بموجب فرض کے س ح بڑا س ف سے ہی
بحکم (۱۴ اش ۵ م) کے ح د بڑی ف د سے ہے لیکن ح د کم ف د سے اور یہ ناممکن ہے
اور اسی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ ا ب کو ب ی سے ایسی ہی نسبت نہین ہے جیسی س د
کو ہی کسی مقدار سے جو د ف سے بڑی ہو تمسن صاحب کا اعتراض اقلیدس کے اس ثبوت پر یہ ہے کہ اقلیدس
کے بیان سے یہ بات لازم آتی ہے کہ تین مقادیر مین جنمین دو کم از کم ہمجنس ہون چوتھی
مقدار متناسب مین داخل ہوسکتی ہے اور اس بات کو یہان اقلیدس نے ثابت نہین کیا کہ
تناسب مین چوتھی مقدار کسطرح سے دریافت کرتے ہین وہ بارہوین شکل ۶ مقالہ مین ثابت ہوی
اسلیے اسٹن صاحب نے اقلیدس کے امتحان مین اس شکل کو یون ثابت کیا ہے۔ کہ فرض کرو کہ ا ی
کو ی ب سے وہ نسبت ہے جو س ف کو ہے ف د سے تو ا ب کو ب ی سے وہ نسبت ہوگی جو س د کو
ہے د ف سے اسواسطے کہ ا ی کو ی ب سے وہ نسبت ہے جو س ف کو ہے ف د سے تو بحکم
(۱۶ اش ۵ م) کے ابدال نسبت سے ا ی کو س ف سے وہ نسبت ہے جو ی ب کو ہے ف د سے اور
بحکم (۱۲ اش ۵ م) کے مقدمات مین سے ایک مقدم کو اپنی تالی سے وہ نسبت ہوتی
ہے جو جمیع مقدمات کو ہی جمیع توالی سے۔ اسیواسطے ی ب کو ف د سے
وہ نسبت ہے جو مجموعہ ا ی اور ی ب کو ہے س ف اور ف د
کے مجموعہ سے۔ یعنی ا ب کو س د سے وہ نسبت ہے جو
ی ب کو ہے ف د سے اسیواسطے بحکم (۱۶ اش ۵ م کے



ابدال نسبت سے اب کو ی ب سے وہ نسبت ہے جو س دکو ہے ف د سے

پچیسوین شکل ۵م - اس شکل مین اول مرتبہ مین یہ فرض کیا ہے کہ ا ح برابر ف کے اور س ہ برابر ف کے بناؤ اور یہان حوالہ اکثر (۳ شکل ام) کا دیتے ہین لیکن مقادیر شکل مین ضرور نہین کہ خطوط مستقیم ہون - اسلئے حوالہ تیسری شکل پہلے مقالہ کا نہ دینا چاہیے لیکن یہ سمجھنا چاہئے کہ جو خطوط مستقیم کی نسبت عمل تیسری شکل اول مقالہ سے ہوسکتا ہے اور مقادیر پر بھی ہوسکتا ہے - چونکہ اس مقالہ مین مقادیر کا بیان علی العموم ہے اوسمین تخصیص خطوط و سطوح اور زاویون کی نہین ہے - اسلئے اوسمین حوالہ کسی شکل کا چارون مقالون مین سے نہین دیا گیا - چارون شکلین آخر کی جنکی پیشانی پر حروف لکھے ہین ہمسن صاحب کی تصنیف سے ہین لیکن وہ پڑھنے پڑھانے کے کام مین نہین آتین اسلئے اونکا لکھنا فضول ہے -

چھٹا مقالہ

اصول مقالہ ششم مین اس بات کا بیان ہے کہ تناسب کو کس طرح خواص اشکال ہندسیہ ثابت کرنے مین کام مین لاتے ہین

حد اول مقالہ ششم - اس حدود کے لئے حاشیہ ۵ حدود پانچوین مقالہ کا پڑھو

حد دوم مقالہ ششم بے فائدہ ہے اقلیدس اشکال متکافیۃ الاضلاع کا بیان نہین کرتا

حد چہارم مقالہ ششم یہ حدود صرف مثلث ہی سے ٹھیک ٹھیک متعلق ہوسکتا ہے اسلئے کہ کوئی اور شکل نہین ہے کہ جسمین کوئی نقطہ ایسا ہو کہ اوسکو راس اوسکا کہہ سکین اور ارتفاع متوازی الاضلاع کا وہ عمود ہے کہ قاعدہ پر انکالا جائے کسی نقطہ سے کہ مقابل کے ضلع پر ہو -

دوسری شکل - اس شکل پر یہ اعتراض ہے کہ دعوی مین بالتصریح یہ نہین لکھا کہ اضلاع کس طور پر قطع ہون مثلاً ہوسکتا ہے کہ ا د دوچند د ب سے ہو اور س ی دوچند ی ا سے اس صورت مین اضلاع تو متناسب قطع ہوئے - اسلئے کہ ہر ضلع ایسے دو حصون مین تقسیم ہوا کہ ایک حصہ دوچند دوسرے حصے سے ہے لیکن د ی متوازی ب س کا نہین ہے اسلئے دعوی مین اس شرط کا ہونا ضرور ہے کہ حصے مثلث کے جو راس پر منتہی ہوتے ہین وہ نظیر ایک دوسرے کے نسبت مین ہون یعنی مقدمات یا

تو الی نسبت مین ہون - یہ تین شکلین تین صورتون کی موافق ہین - اس واسطے کہ خط مستقیم متوازی قاعدے کا کہینچا گیا اضلاع کو تین طرح سے قطع کریگا
اول یہ کہ اضلاع کو قطع کرے - دوم راس کی طرف اضلاع خارجہ کو قطع کرے سوم اضلاع خارجہ کو قاعدہ کی طرف قطع کرے تینون صورتون مین مثلث جن کے مساوات ثابت ہوتی ہے اونکی راس مثلث معلوم کے قاعدہ کے اطراف پر ہوتے ہین اور اونکا قاعدہ مشترکہ متوازی قاعدہ مثلث کا ہے خواہ بموجب فرض کے یا بموجب اثبات کے اور اون مثلثون کا مقابلہ جس مثلث سے ہوتا ہے اوسکا راس اور مثلث معلوم کا راس مشترک ہے

شکل اول مقالہ ششم یہ شکل سمسن صاحب نے زیادہ کی ہے

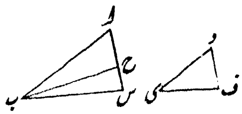
شکل چہارم مقالہ ششم مثلثون کو جب ہم کہتے ہین کہ وہ مساوی الزوایا ایک دوسرے کے ہین تو یہ مطلب ہوتا ہے کہ ایک مثلث کے زاوئے برابر دوسرے مثلث کے زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے ہین اقلیدس نقطہ مساوی الزوایا کو اس معنی مین استعمال مین لاتا ہے لیکن ہندسین بالفعل فقط مساوی الزوایا کو ان معنی مین استعمال کرتے ہین جیسے کہ نتیجہ (۵ ش ام) مین بیان کیا ہے کہ مثلث مساوی الاضلاع متساوی الزوایا ہوتا ہے ہم کبھی اس طرح لکہا کرتے ہین کہ مثلث ا ب س متساوی الزوایا مثلث د ی ف کا ہے اور کبھی اس طرح کہ ا ب س اور د ی ف متساوی الزوا یا ہین اس شکل مین جس طرح مثلثون کو رکہا ہے اوسکا بیان ناقص ہے کامل بیان یہ ہے کہ اونکے قاعدے ایک خط مستقیم مین ہون اور متصل ہون اور ان مثلثون کے قاعدے ایک طرف ہون اور اون دو زاویون مین سے جنکی راس کا نقطہ مشترک ہے ہر ایک زاویہ برابر دوسرے زاویہ کے ہو - مثلثون کو اس طرح رکہ سکتے ہین کہ دوسری شکل مقالہ ششم سے نتیجہ نکال سکین

پانچوین شکل چہٹا مقالہ اس شکل کا دعوی اس طرح سے ہونا چاہئے کہ اگر اضلاع زاویون کے دو مثلثون کے بالترتیب متناسب ہون اوسمین لفظ بالترتیب کی قید ضرور ہونی چاہئے اسواسطے کہ ممکن ہے کہ دو مثلث ا ب س اور د ی ف ایسے ہون کہ ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہو جو د ی کو ہے ی ف سے اور ب س کو س ا سے وہ نسبت ہو جو د ف کو ہے ی ف سے تو اس صورت مین بحکم (۲۳ ش ۵ م) کے ا ب کو ا س سے وہ نسبت

ہے جو دف کو ہے ی ف سے اس صورت مین اضلاع متناسب ہین لیکن ضرور نہین کہ مثلث باہم متساوی الزوایا ہون اس بات کو بہت توضیح کے ساتھ اعداد مین سمجھ لو کہ اضلاع ایک مثلث کے ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ہون اور دوسرے مثلث کے ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ فیٹ ہون

چوتھی و پانچوین شکل مین سے ہر ایک شکل عکس دوسری شکل کا ہے اون سے ثابت ہوتا ہے کہ اشکال متشابہ کی تعریف مین جو دو خواص اونکے بیان کئے گئے ہین جب اونمین سے ایک مثلثون مین موجود ہو تو دوسرا بھی ضرور ہوگا یہ خاصیت مخصوص مثلثون سے ہے لیکن اور اشکال متشابہ مین ہو سکتا ہے کہ اون دونون خاصیتون مین سے ایک خاصیت اونمین ہو اور دوسری مفقود ہو مثلاً مستطیل اور مربع کے زاوئے آپس مین برابر ہوتے ہین لیکن اونکے اضلاع متناسب نہین ہوتے ہین اور مربع معین کے اضلاع متناسب ہوتے ہین لیکن اونکے زاوئے آپسمین برابر نہین ہوتے۔

۷ ش مقالہ ۶۔ اس شکل کے دعوی مین بھی نقص اوسی طرح کا ہے جیسا کہ پانچوین شکل مین تھا اوسکا دعوی اس طرح ہونا چاہیے کہ اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کا ایک زاویہ برابر دوسرے مثلث کے ایک زاویہ کے ہو اور دو اور زاویون کے اضلاع متناسب ہون اس طرح سے کہ اضلاع مقابل برابر زاویون کے نظیر ہون الخ پس اس دعوی کو ہٹا کر اوسکے اصلی مطلب کو اس طرح ادا کرو کہ اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو ضلعے متناسب دوسرے دو ضلعون کے ہون اور ایک زوج اضلاع نظیر کے مقابل کے زاوئے آپسمین برابر ہون تو دوسری زوج اضلاع نظیر کے مقابل کیا تو زاوئے آپسمین برابر ہونگے یا ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے۔ اس واسطے کہ زاوئے درمیانی اضلاع متناسب کے کیا تو مساوی ہونگے یا غیر مساوی اگر وہ برابر ہین تو ایک مثلث کے دو زاوئے برابر دوسرے مثلث کے دو زاویون کے ہوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے تو وہ متساوی الزوایا ایک دوسرے کے ہوئے اور وہ صورت رہی جسمین زاوئے غیر مساوی ہون۔ فرض کرو کہ مثلث اب س اور دی ف ہین اور زاویہ ا برابر ہے زاویہ د کے اور اب کو ب س سے وہ نسبت ہے جو دی کو ی ف سے لیکن زاویہ اب س برابر زاویہ دی ف کے نہین ہے تو دو زاوئے ا س ب اور دی ف ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے۔ اسی واسطے ایک زاویہ اب س اور دی ف مین سے دوسرے سے بڑا ہوگا فرض کرو کہ اب س بڑا ہے تو زاویہ اب ح برابر زاویہ دی ف کے بناؤ ساتوین شکل



۶ مقالہ کی طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ ب ح
برابر ہے ب س کے اور زاویہ ب ح ا برابر ہے
زاویہ ی ف د کے اسیواسطے زاویے ا س ب
اور د ف ی ملکر برابر ہوئے زاویون ب ح س اور ا ح ب کے یعنی دو قائمون کے
اب وہی نتیجے پیدا ہون گے جو دعوی مین ساتوین شکل ۶ مقالہ مین بیان ہوئے ہین۔ اسواسطے
کہ اگر زاویہ ا س ب اور د ی ف مین سے دونون بڑے زاویے قائمہ سے ہون یا دونون کم زاویہ
قائمہ سے ہون یا ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہو تو وہ آپسمین برابر ہونگے

آٹھوین شکل چھٹا مقالہ متن صاحب نے اس شکل کے ثبوت مین یہ بات مان لی ہے
کہ مثلثات جو ایک مثلث کے متشابہ ہون آپسمین متشابہ ہوتے ہین اور یہ خاص صورت
۲۱ اش ۶ م کی ہے اوسکو طالبعلم خوب دیکھ لے تاکہ نتیجہ کی صحت پر اطمینان ہو

نوین شکل ۔ چھٹا مقالہ یہان جزو کے معنی وہی ہین جو مقالہ پنجم کی اول حد مین بیان
کیے گئے ہین اور یہ شکل ایک خاص صورت دسوین شکل کی ہے

دسوین شکل ۔ اس شکل کی وہ صورت بڑے کام کی ہے جسمین خط مستقیم کے دو حصون مین
تقسیم خارجی یا داخلی ایسی ہوتی ہے کہ اونمین نسبت معلوم ہو وہ صورت جسمین خط مستقیم کی
تقسیم داخلی نسبت معلوم مین ہوئی اصل مین موجود ہے مثلاً فرض کرو کہ نسبت معلوم ا ی
اور ی س کی نسبت ہو تو ا ب نقطہ ح پر نسبت معلوم مین تقسیم ہوگا۔ اب فرض کرو کہ خط مستقیم
ا ب کی نسبت معلوم مین تقسیم خارجی کرنی ہے یعنی ا ب کو ایسا خارج کرو کہ کل خط ا ب
مع حصہ خارجہ کے نسبت معلوم رکھے۔ فرض کرو کہ نسبت ا س اور س ی کی نسبت معلوم
ہے ملاؤ ی ب نقطہ س سے خط مستقیم ی ب کا متوازی نکالا تو یہ خط مستقیم ا ب
خارج شدہ سے نقطہ مطلوب پر ملیگا

۱۱ اش ۶ مقالہ ۔ یہ خاص صورت بارہوین شکل مقالہ ششم کی ہے

۱۴ اش ۶ مقالہ ۔ یہ نتیجہ کہ ت ب اور ب ح ایک خط مستقیم مین ہونگے اس طرح نکلتا
ہے کہ بموجب فرض کے زاویہ د ب ت برابر ہے زاویہ ح ب ی کے ہر ایک پر زاویہ
ف ب ی زیادہ کرو تو بحکم (۲ علوم) کے زاویے د ب ف اور ف ب ی ملکر برابر ہوئے
زاویون ح ب ی اور ف ب ی کے لیکن بحکم (۱۳ اش ۱ م) کے زاویے د ب ف اور

ف ب ی ملکر برابر دو قائمون کے ہین۔ اسی واسطے بحکم (١ علوم ١) کے زاویے ح ب ی اور
ف ب ی ملکر برابر دو قائمون کے ہوے۔ اسی واسطے بحکم (١٤ اش ام ١) کے ح ب اور ف ب ایک خط
مستقیم مین ہین

١٥ اش ٦ مقالہ - یہ شکل ١٤ شکل مقالہ ششم سے مستنبط ہو سکتی ہے اس لئے
کہ جس مثلث اور متوازی الاضلاع کا قاعدہ اور ارتفاع ایک ہی ہو اوسکا مثلث نصف
متوازی الاضلاع کا ہوتا ہے چودھوین اور پندرھوین شکلون کے عکس بھی درست ہین اور
وہ یہ ہین کہ متساوی متوازی الاضلاعون مین جنکے ضلعون مین نسبت متکافیہ ہو وہ زاویے اپنی
اپنی نظیر کو برابر ہوتے ہین۔ متساوی مثلثات مین جنکے ضلعون مین نسبت متکافیہ ہو وہ زاویے
برابر ہوتے ہین جنکے ضلعون مین نسبت متکافیہ ہے یا دونون زاویے ملکر برابر دو قائمون کے
ہوتے ہین۔ اب اس دوسری شکل کو ثابت کرتے ہین۔ فرض کرو کہ ا ب س اور ا د ی دو مثلث
ہین اور س ا کو ا د سے وہ نسبت ہے جو ا ی کو ہے ا ب سے تو زاویہ ب ا س کیا تو برابر د ا ی کے
ہوگا یا زاویہ ب ا س اور د ا ی ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے۔ طالب علم شکل خود کھینچ لیوین
مثلثون کو اس طرح سے رکھو کہ س ا اور ا د ایک خط مستقیم مین ہون ا ب اگر ی ا اور ا ب
ایک خط مستقیم مین ہین تو بحکم (٥ اش ام ١) کے زاویہ ب ا س برابر ہوگا زاویہ د ا ی کے
لیکن ی ا اور ا ب ایک خط مستقیم مین نہون تو ب ا کو ا کی طرف سے ف تک خارج کرو ایسا
کہ ا ف برابر ا ی کے ہو۔ ملاؤ د ف اور ی ف اب چونکہ بموجب فرض کے س ا کو ا د سے وہ
نسبت ہے جو ا ی کو ہے ا ب سے اور ا ف برابر ا ی کے بنایا تھا اسواسطے بحکم (٩ و ١١ اش ٥ م)
کے س ا کو ا د سے وہ نسبت ہے جو ا ف کو ہے ا ب سے اسیواسطے بحکم (١٥ اش ٦ م) کے مثلث
د ا ب برابر ہے مثلث ب ا س کے لیکن بموجب فرض کے مثلث د ا ی برابر ہے مثلث
ب ا س کے اسواسطے بموجب (١ علوم ١) کے مثلث د ا ی برابر ہے مثلث د ا ف کے
اسیواسطے بحکم (٣٩ اش ام ١) کے ی ف متوازی ا د کا ہے اب فرض کرو کہ زاویہ د ا ی بڑا
زاویہ د ا ف سے ہے تو بحکم (٢٩ اش ام ١) کے زاویہ س ا ی برابر ہے زاویہ ا ی ف کے
اور اسیواسطے بحکم (٥ اش ام ١) کے زاویہ س ا ی برابر ہے زاویہ ا ف ی کے اور اسی واسطے
بحکم (٢٩ اش ام ١) کے زاویہ س ا ی برابر ہے زاویہ ب ا س کے۔ اسیواسطے زاویہ ب ا س
اور د ا ی ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے اور اسی طرح سے شکل ثابت ہو سکتی ہے

اگر زاویہ د ا ی کم زاویہ د ا ن سے ہو

۱۶ ش ۶ مقالہ - یہ خاص صورت چودھوین شکل مقالہ ششم کی ہے

۱۷ ش ۶ مقالہ - یہ خاص صورت سولھوین شکل مقالہ ششم کی ہے

۲۲ ش ۶ مقالہ - بائیسوین شکل مقالہ ششم کے دوسرے حصہ مین اس بات کی تحقیق ضرور رہے کہ ص ر کو متشابہ اور ہم وضع ن ہ کا ثابت کرکے یہ جو کہدیا ہے کہ ع ر برابر ہے ح ہ کے صحیح ہے یا نہین - اصل یونانی مین ان دونون کی مساوات کے لئے ایک شکل معاون کا حوالہ دیا ہے (شکل معاون سے یہ مطلب ہے کہ وہ اور شکلون کے اثبات مین اعانت کرے) لیکن وہ شکل اقلیدس کی نہین معلوم ہوتی اسلئے رسمسن صاحب نے اوسکو فرو گذاشت کیا اب اس شکل معاون کی اصل یہ ہے کہ اگر ص ر اور ح ہ آپس مین مساوی نہون تو ایک اونمین سے دوسرے سے بڑی ہوگی - فرض کرو کہ ح ہ بڑی ع ر سے ہے تو بسبب متشابہ ہونے اشکال ص ر اور ن ہ کے - بموجب (۱ حد ۶م) کے ع ر کو ع ص سے وہ نسبت ہے جو ح ہ کو ہے ح ن سے لیکن بموجب فرض کے ع ر بڑا ح ہ سے ہے اسیواسطے بحکم (۱۴ ش ۵م) کے ع ص بڑا ح ن سے ہے - اسی واسطے بموجب (۱۴ ش ام ۹ علوم) کے مثلث ر ع ص بڑا مثلث ہ ح ن سے ہے - لیکن شکل ص ر اور ن ہ کے متشابہ ہونے سے بحکم (۲۰ ش ۶م) کے مثلث ر ع ص برابر ہے مثلث ہ ح ن کے یہ ناممکن - اسواسطے ع ر برابر ح ہ کے ہے

۲۳ شکل ۶ مقالہ - اس شکل مین فرض کرو کہ ب د اور ح ی کھینچی گئی ہین تو مثلث ب س د کو مثلث ح س ی سے وہ نسبت ہی جو متوازی الاضلاع ا س کو ہے متوازی الاضلاع س ف سے پس اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ یہ دعوی مثلثون کے لئے بھی درست ہے اوس سے یہ شکل اور مستنبط ہوتی ہے کہ مثلثون مین جن مین ایک مثلث کا ایک زاویہ برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک زاویہ کے تو مثلثون مین باہم وہ نسبت ہوگی جو اونکی نسبت اضلاع کی نسبت مولفہ ہے - انیسوین شکل اس سے بآسانی مستنبط ہوتی ہے - اسواسطے کہ فرض کرو ا ب س اور د ی ف متشابہ مثلث ہین اسی طرح سے کہ ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہے جو د ی کو ہے ی ف سے اور اسی واسطے ابدال نسبت سے ا ب کو د ی سے وہ نسبت ہے جو ب س کو ہے ی ف سے تو شکل مذکور کے موافق مثلث ا ب س کو مثلث د ی ف سے وہ نسبت ہے جو نسبت مولفہ

نسبتون اب کی و ی سے اور ب س کی ی ف سے ہے اور نسبت مثناۃ اور نسبت مولفہ
کی تعریف سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ نسبت مولفہ نسبتون ب س کی ی ف سے اور ب س کی
ی ف سے نسبت مثناۃ ب س اور ی ف کی ہے۔ اسی واسطے مثلثون مین وہ نسبت
ہوئی جو اونکے اضلاع نظیر مین نسبت مثناۃ ہے

پچیسوین شکل۔ یہ بات طالبعلم کے لئے آسان ہے کہ ب س اور س ف کو ایک خط مستقیم
مین اور ل ی اور ی م کو ایک خط مستقیم مین ثابت کرین یہان وہی عمل کرنا چاہیے
جو (۱۴ ش ا م) مین کیا ہے جس سے یہ ثابت ہوا ہے کہ ک ہ اور ہ م ایک خط مستقیم
مین ہین اور ف ح ا ح ل ایک خط مستقیم مین اس شکل کا یہ محل نامناسب ہے
کہ وہ چوبیسوین اور چھبیسوین شکلون کے درمیان مین آجاوے اور اونکے ارتباط
مین خلل ڈالے اس شکل کا دعوی اس طرح اچھا معلوم ہوتا ہے کہ ایک شکل بناؤ
جسکی وضع ایک شکل کی سی اور وسعت دوسری شکل کی سی ہو۔

۲۶ شکل ۶ مقالہ۔ یہ شکل عکس چوبیسوین شکل مقالہ ششم کا ہے یہ دعوی اون
متوازی الاضلاعون کے لئے بھی درست ہے جو متشابہ اور ہم وضع ہون اور مقابل
کے دو زاوئے اونکے آپسمین برابر ہون

ہمنے ۲۷ و ۲۸ و ۲۹ شکلون کو نہین لکھا اور تیسوین شکل کا جو ثبوت اقلیدس نے لکھا ہے
اوسکو شارحین اقلیدس بیکار و لغو بتلاتے ہین۔ ان شکلون کے خواص ۲۹ ش مین اس
بیان سے کچھ خیال مین آسکتے ہین فرض کرو کہ ا ب ایک خط مستقیم ہے اوسے ب کی طرف سے نقطہ
و تک ایسا خارج کرو کہ متوازی الاضلاع ا ر پر ان شرائط کے ساتھ بنے کہ متوازی الاضلاع برابر
مستقیم الاضلاع معلوم کے ہو اور متوازی الاضلاع کہ قاعدہ ب ر پر جو اوس خط مستقیم
ہے کہ نقطہ ب سے کھنچے قطع ہو متشابہ متوازی الاضلاع کے ہو

تیسوین شکل ۶ مقالہ۔ اس شکل سے کچھ مطلب نہین نکلتا اور علاوہ اس کے
دعوی بھی ناقص ہے۔ اس واسطے کہ فرض کرو ی د خارج د کے طرف نقطہ ف تک
ایسا ہو کہ د ف برابر د ی کے
اور ملاؤ س ف تو مثلث س د ف تمام شرائط دعوی کو مثل مثلث س د ی کے پورا
کرے گا۔ لیکن س ف اور س ب ایک خط مستقیم مین نہین ہین۔

اس لئے اس شرط کو دعوی مین زیادہ کرنا چاہیئے کہ قاعدے خطوط متوازیہ
کے درمیان ایک صورت سے واقع ہون قاعدے س ف اور ب س مطابق
اضلاع متوازیہ د ب اور د س کے نہین ہین اسی طرح مثلث س د ف سے
تمام شرائط دعوی کی پوری نہین ہونگی اور اسیواسطے وہ خارج دعوی سے ہوجاویگا
۳۰ شکل ۶ مقالہ۔ زاویہ کی جو قید دو قائمون سے زیادہ نہونے کی اقلیدس
مین تہی وہ یہان ٹوٹ گئی۔ اس واسطے کہ زاویہ ب ح ل اضعاف زاویہ ب ح س
کا بڑا کیے یا ایک قائمہ سے ہوسکتا ہے۔ اشکال ب اور س سمسن صاحب
نے زیادہ کی ہین

گیارہوان مقالہ

ساتوان آٹہوان نوان مقالہ حساب سے متعلق ہے اور دسوان مقالہ مقادیر اصم
سے اور گیارہوان اور بارہوان مقالہ اجسام سے گیارہوین مقالہ کا ایک حصہ
بعد چہہ مقالہ کے پڑہنا چاہیئے

دسوین حد مقالہ یازدہم۔ یہ حدود سمسن صاحب نے نہین لکہا اور وجہ
اسکی معقول ہے اس لئے کہ اشکال مجسمہ جن مین سطوح متشابہ اور متساوی تعداد مین
برابر ہون آپس مین برابر نہین ہوتے اسواسطے کہ دو مخروطون کو خیال کرو جنکے
قاعدے متشابہ اور متساوی ہون اور ارتفاع اونکے مختلف ہون تو اگر اونکے قاعدونکو
مختلف جانبون مین رکہین تو ایک اور جسم بن جاویگا اور قاعدہ کی ایک جانب مین
رکہین تو ایک اور جسم بنجاویگا تو وہ جسم اس طرح کے ہوئے جنکی سطوح متشابہ اور
متساوی کی تعداد یکسان ہے لیکن وہ آپسمین برابر نہین ہین

دو اور حدود یہ اور زیادہ ہونی چاہئین

۱ ایک خط مستقیم ایک سطح کا متوازی ہے اگر وہ خارج ہونے سے کہین نہ ملے
۲ دو خطوط مستقیم کہ آپسمین ملتے ہین اون سے جو زاویہ بنتا ہے وہ زاویہ ہوتا ہے
کہ ایک نقطہ سے دو خطوط مستقیم متوازی اون خطوط کے نکالکر بناوین

۱۲ شکل ۱ مقالہ۔ صورت اول اقلیدس مین لکہی ہے اور صورت دوم مین یہہ
شرط ضرور دعوی کے صحیح ہونیکے لئے چاہیئے کہ کثیر الاضلاع ب س دی ف

مین زاویہ داخلہ مکرر نمبر (۲۲ شکل ام کا حاشیہ) دیکھو
ہندسہ مجسمات کی شکلین پڑہی نہین جاتین اوس مین جو کام کام کی باتین ہین وہ لکھی
ہین لیکن ثبوت اونکا علم کلیات کی مثالون مین مذکور ہے - دوسرے مقالہ
مین ہمنے لکھا ہے مساحت سطوح کی انچ یا فٹ مربع سے ہوتی ہے اسی طرح
مساحت اجسام کی انچہ یا فٹ مکعب سے ہوتی ہے اور مکعب انچ وہ جسم ہے جس کے
ہر طرف ایک انچ مربع ہو اور علی ہذا القیاس ایک مکعب فٹ کے بہی معنی ہین - مساحت ایک
منشور کی اس طرح سے معلوم ہوتی ہے کہ قاعدہ کے انچہ مربعون کو ارتفاع کے انچہ
مین ضرب دو تو جسامت مکعب انچون مین معلوم ہو جاوے گی یا قاعدہ کے فیٹ
مربعون کو ارتفاع کے فٹون مین ضرب دو جسامت فٹ مکعبون مین حاصل ہوگی
قاعدہ منشور سے مراد وہ سطوح متوازی الاضلاع متساوی ہین جنکا بیان
۱۴ حدود گیارہوین مقالہ مین بیان ہوا ہے - اس قاعدہ سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ
منشور برابر قاعدون پر درمیان ایک ہی سطوح متوازیہ کے جسامت مین برابر ہوتی
ہین جسم متوازی السطوح ایک خاص صورت منشور کی ہے اور جسامت ایک مخروط
کی ایک تہائی منشور کی ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع ایک ہی ہو
پانچ مجسمات منتظمہ جو مشہور ہین اونکا حال علم مثلث کروی مین دیکھو

بارہوان مقالہ

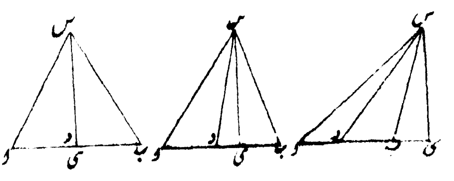
اس مقالہ کی صرف دو شکلین کہ نہایت سودمند اور بکار آمد ہین لکھی ہین اور پہلی
شکل معاون جو لکھی ہے وہ دسوین مقالہ کی پہلی شکل ہے اوسکی ضرورت دوسری
شکل کے ثابت کرنے مین پڑتی ہے

تمام شد

ضمیمہ

اس ضمیمہ مین بعض شکلین ثابت کرتے ہین وہ علم ہندسہ کی تحقیقات مین نہایت بکار آمد اور سود مند اور ضروری ہین۔ بہت سے کام اس علم مین اون سے چلتے ہین دو فائدے اون سے حاصل ہین۔ اول مشق۔ دوم اون علم ہندسہ کے بعض نتائج کی معلومات کہ نہایت ضروری ہے بعض شکلین نہین کھینچین وہ طالبعلمون کی سمجھ پر چھوڑ دی گئی ہین اپنی سمجھ سے آپ بنالین۔

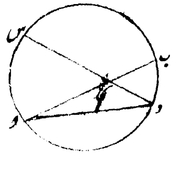
(۱) ایک مثلث کے دو ضلعون کے مربعون کا مجموعہ برابر ہوتا ہے دوچند مربع نصف قاعدہ مع دوچند مربع اوس خط کے کہ راس اور نقطہ وسط قاعدے مین ملایا جاوے فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور اوسکے قاعدے ا ب کا نقطہ وسط د ہے س ی عمود قاعدہ پر نکالو جو اوس سے ی پر ملے۔



اب ی گیا تو ا ب مین ہوگا یا ا ب خارج شدہ مین اول فرض کرو کہ ی منطبق نقطہ د پر ہوتا ہے تو دعوی (۴۷ ش ام) سے ثابت ہے۔ دوم فرض کرو کہ ی منطبق د پر نہین ہوتا تو زاویہ ا د س اور ب د س مین ایک حادہ اور دوسرا منفرجہ ہوگا فرض کرلو کہ زاویہ ا د س منفرجہ ہے تو بحکم (۱۲ ش ۲م) کے مربع ا س کا برابر ہے ا د اور د س مربعون اور دوچند سطح ب د اور د ی کی اور بحکم (۱۳ ش ۲م) کے ب س کا مربع مع دوچند سطح ب د اور د ی کے برابر ہے ب د اور د س کے مربعون کے اسی واسطے بموجب ۲ علوم متعارفہ کے مربعے ا س اور ب س کے مع دوچند سطح ب د اور د ی کے برابر ہوئے ا د اور د ب کے مربعون اور س د کے دوچند مربع اور دوچند سطح ا د اور د ی کے لیکن ا د

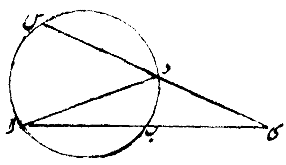
برابر ہے دب کے تو مربعے دس اور ب س کے ملکر برابر ہونگے دو چند مربعون اد اور دس کے

۲- اگر ایک دائرہ مین دو وتر متقاطع ہون تو اونکے زاوئے درمیانی کا مقیاس نصف مجموعہ
اون قوسون کا ہوگا جو اوسکے سامنے واقع ہین



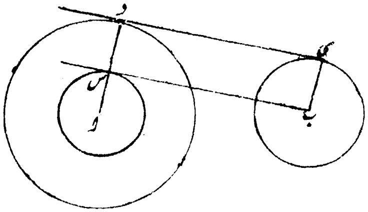
فرض کرو کہ اب اور س د دائرہ کے اندر نقطہ
ی پر متقاطع ہین۔ ملاؤ ا د
بحکم (۳۲ ش ام) زاویہ ا ی س برابر ہے
زاویون ا د ی اور ی ا د کے یعنی اون
زاویون کے جو قوسون ا س اور ب د پر واقع ہین
پس زاویہ ا ی س برابر ہے دائرہ کے اوس محیطی زاویہ کے جو اوس قوس پر واقع ہے کہ
برابر ہے مجموعہ قوسون کے
اور اسیواسطے وہ برابر ہے اوس زاویہ مرکزی کے جو اون قوسون کے نصف مجموعہ پر واقع ہے اور
اسی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ زاویہ س ی ب کا مقیاس نصف مجموعہ قوسون س ب اور ا د کا ہے

۳- اگر دائرہ کے دو وتر خارج ہوکر دائرے سے باہر ملین تو اونکے زاویہ درمیانی کا مقیاس
اون قوسون کا نصف تفاوت ہوگا جو مابین اونکے واقع ہین
فرض کرو کہ دائرہ کے دو وتر ا ب اور س د خارج ہوکر نقطہ ی پر متقاطع ہین ملاؤ ا د
بحکم (۳۲ ش ام) کے زاویہ ا د س برابر ہے زاویون ی ا د اور ا د ی کے
تو زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویون ا د س اور ب ا د کے فرق سے یعنی زاویہ ا ی س
برابر ہوا زاویہ محیطی کے جو اوس قوس پر واقع ہو



کہ برابر ہے فرق قوسون ا س اور ب د کے
اور اسیواسطے وہ برابر ہے اوس زاویہ مرکزی کے
جو اون قوسون کے نصف فرق پر واقع ہو۔

۴- دو معلوم دائرون کا ایک خط مستقیم مماس کھینچو
فرض کرو کہ ا مرکز دائرہ کلان کا اور ب مرکز دائرہ خورد کا ہے دو دائرہ معلومہ کے نصف قطرون کے
فرق کے برابر نصف قطر پر اور ا کے مرکز پر دائرہ کھینچو اور اوس دائرہ کا مماس مرکز ب سے ب س
کھینچو اور ا س کو ملا کر خارج کرو کہ محیط دائرہ سے نقطہ د پر ملے اور نصف قطر ب ی متوازی ا د کا



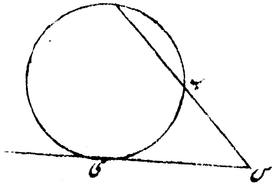
اب کے ایک ہی جہت مین نکالو اور ملاؤ دی تو دی دونون کو مس کریگا (۳۲ ش ۲۹ ش ام و نتیجہ ۱۶ ش ۴۳م) سے ثبوت یہی ہے

چونکہ نقطہ س سے دائرہ کے دو مماس نکل سکتے ہین اس سبب سے دو خطوط مستقیم دو دوائر معلوم کو مس کرتے ہوئے بنتے ہین اور یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ یہ دونون مماس خارج ہو کر اب سے ایک ہی نقطہ پر ملینگے شکل اوسی طرح بنیگی جس طرح بنی تھی خواہ دائرے ایک دوسرے سے باہر ہون خواہ متقاطع۔

اگر ایک دائرہ دوسرے دائرے سے باہر ہو تو دو اور صورتین اس شکل کے حل کی پیدا ہونگی اسطرح سے کہ آ کو مرکز بنا کر اور نصف قطر برابر مجموعہ دوائر معلومہ کے نصف قطرون کے لیکر ایک دائرہ بناوین اور باقی شکل پہلی طرح سے بناوین تو سب نتیجے موافق سابق کے ہونگے لیکن ب ہی اور آ و خط مستقیم اب کی مختلف سمتون مین واقع ہونگے تو یہ مماس جو اس طرح سے دوائر معلومہ کے کھینچے جاوینگے وہ اب کو ایک ہی نقطہ پر تقاطع کرینگے۔

۶ — ایک دائرہ کھینچو جو دو نقاط معلومہ پر کہ ایک ہی سمت مین ایک خط مستقیم معلوم کے واقع ہین گذرے اور اوس خط کو بھی مس کرے

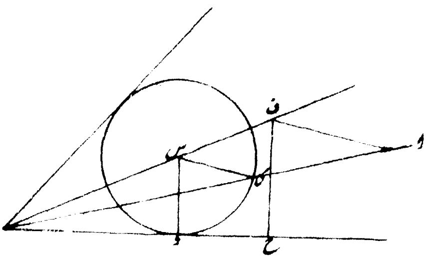
فرض کرو کہ آ و ب نقاط معلوم ہین اب کو ملا کر خارج کرو یہانتک کہ خط مستقیم معلوم سے نقطہ س پہلے اور بحکم (۱۴ ش ۴م) کے ایک مربع برابر سطح اس اور س ب کے بنا کر اوسکے ضلع کی برابر خط مستقیم معلوم مین سے س ی قطع کرو اور بحکم (۵ ش ۴) دائرہ نقاط آ اور ب اور ی پر گذرتا ہوا کھینچو تو بحکم (۳۶ ش ۳م) کے یہی دائرہ مطلوب ہوگا



چونکہ ی دونون طرف س کے ہوسکتا ہے اسلیئے دو اختلاف شکل کے پیدا ہونگے اگر اب خط معلوم کا متوازی ہو اس حالت مین اب کے نقطہ د پر تنصیف کرکے د س عمود خط معلوم پر نکالو اور دائرہ نقاط ا اور ب اور س پر گذرتا ہوا کہینچو تو مطلب حاصل ہوگا اس صورت مین شکل موافق سابق کے نہین بنائی جائیگی۔

۷ — ایک دائرہ کہینچو کہ ایک نقطہ معلوم پر گذرے اور دو خطوط مستقیم معلوم کو مس کرے

فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم ہے او خطوط معلوم خارج ہو کر نقطہ ب پر ملتے ہین اور ا ب ملاؤ نقطہ ب سے خط مستقیم کہینچو کہ زاویہ درمیانی خطوط مستقیم معلوم کے جسکے اندر نقطہ ا ہے تنصیف کرے اور اس خط مین کوئی سا نقطہ س مقرر کرکے س د کسی خط معلوم پر عمود نکالو جو خط معلوم سے نقطہ د پر ملے اور س کے مرکز اور س د کے نصف قطر پر دائرہ بناؤ جو اب کو نقطہ ی پر قطع کرے بصورت ضرورت اب کو خارج بہی کرلو ملاؤ س ی اور نقطہ ا سے ایک خط متوازی س ی کا نکالو جو ب س سے نقطہ ف پر ملے بصورت ضرورت ب س کو خارج کرلو پس دائرہ جو ف کے مرکز پر اور ف ا کے نصف قطر پر کہینچے گا وہ دو خطوط مستقیمہ معلومہ کو مس کریگا۔



وجہ اسکی یہ ہے کہ ایک عمود ف ح نقطہ ف سے ب د پر نکالو کہ ب د سے نقطہ ح پر ملے تو بحکم (۱۴ ش ۶م ۲ ش ۵م) کے ی س کو ف ا سے وہ نسبت ہے جو ب س کو ہے ب ف سے اور س د کو ف ح سے وہ نسبت ہے جو ب س کو ہے ب ف سے اسی واسطے بحکم (۱۱ ش ۵م) س ی کو ف ا سے وہ نسبت ہے جو س د کو ہے ف ح سے اسیواسطے بحکم (۱۶ ش ۵م) کے س ی کو وہ نسبت ہے س د سے جو ف ا کو ہے ف ح سے لیکن س ی اور س د آپسمین مساوی ہین۔ اسیواسطے بحکم (۱ ش ۵م) کے ف ا اور ف ح مساوی ہین۔ اگر نقطہ ا خط مستقیم ب س مین ہے تو ی کو بدستور سابق دریافت کرو

اور پہر ی د کو ملاؤ اور نقطہ آ سے خط مستقیم متوازی ی د کا نکالو جو ی د سے نقطہ ح پر ملے
بصورت ضرورت ب د کو خارج کرلو اور ح سے عمود ب ح نکالو تو اس خط اور خط ب س
کا نقطہ تقاطع مرکز دائرہ مطلوب کا ہوگا اگر ضرورت ہو تو ب س کو خارج کرلو۔

چونکہ دائرہ مرکز س اور نصف قطر س د پر بنایا گیا آ ب سے نقطون ن پر ملتا ہے
اسواسطے اس شکل کے دو حل ہین اگر آ خطوط معلوم مین سے کسی ایک خط مستقیم
پر واقع ہو تو نقطہ آ سے عمود اس خط مستقیم معلوم پر نکالین جہان یہ عمود ان دونون
خطوط مستقیم مین سے کسی ایک خط سے کہ زاویہ درمیانی خطوط معلومہ کو تنصیف کرتے ہین
ملیگا وہی مرکز دائرہ مطلوب ہوگا۔

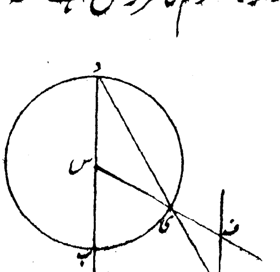
اگر دو خطوط معلومہ متوازی ہین جیسا کہ پہلی صورت مین خطوط معلومہ کے زاویہ درمیانی
کی تنصیف کرتا ہوا آ ب س کھینچا گیا تھا اس صورت مین اوسکو متوازی خطوط معلومہ کا اون سے
متساوی البعد پر کھینچو۔

۸- ایک دائرہ کھینچو کہ تین خطوط مستقیم معلوم کو مس کرے اور ان تین خطوط مستقیم مین سے
دو سے زیادہ خطوط متوازی نہین ہین شکل ہشتم کے عمل کرو

اگر خطوط مستقیم معلوم ایک مثلث بناتے ہین تو چار دائرہ کھینچ سکتے ہین ایک تو ایسا جیسے
اقلیدس مین مذکور ہے اور تین باقی ایسے کہ ایک مثلث کے ایک ضلع اور دو اضلاع خارجہ کو
مس کرین اگر دو خطوط مستقیم خطوط معلوم مین متوازی ہین تو دو دائرے کھینچین گے جنمین سے
ہر ایک تیسرے خط کی ہر جانب مین ہوگا۔

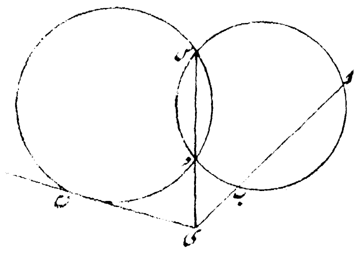
۹- دائرہ کھینچو جو دائرہ معلوم کو اور ایک خط معلوم کو ایک نقطہ معلوم پر مس کرے

فرض کرو کہ خط مستقیم مین نقطہ معلوم آ ہے اور دائرہ معلوم کا مرکز س ہے نقطہ س سے
عمود خط مستقیم معلوم پر نکالو کہ دائرہ کے محیط سے
نقاط ب اور د پر ملے اور ان نقاط مین نقطہ
د بعید خط معلوم سے ہے ملاؤ آ د جو دائرہ سے
نقطہ ی پر ملے نقطہ آ سے خط معلوم پر عمود نکالو
جو س ی خارج شدہ سے نقطہ ف پر ملے پس نقطہ
ف مرکز اور ف آ نصف قطر دائرہ مطلوب کا ہوگا



اسواسطے کہ زاویہ ا ی ف بحکم (۵ اش ام) کے برابر ہے زاویہ س ی د کے اور بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ ی د ف برابر ہے زاویہ س د ی کے تو زاویہ ف ی ا برابر ہوا زاویہ ف د ی کے اور بحکم (۶ ش ام) کے ف د برابر ہوا ف ی کے اور د ب کے ملانے سے ایک اور ثبوت شکل کا پیدا ہوگا اگر خط مستقیم باہر دائرہ کے واقع ہے تو پہلے ثبوت سے دائرہ جو دریافت ہوگا وہ دائرہ معلوم کو باہر کی طرف مس کریگا اور جو دوسرے ثبوت سے دائرہ معلوم ہوگا وہ دائرہ کو اندر کی طرف مس کریگا اور اگر خط دائرہ کو قطع کرتا ہے تو دونون صورتون مین دائرہ باہر سے دائرہ معلوم کو مس کرتا ہوا معلوم ہوگا

۱۰- ایک دائرہ کھینچو کہ دو نقاط معلوم پر گذرے اور ایک دائرہ معلوم کو مس کرے



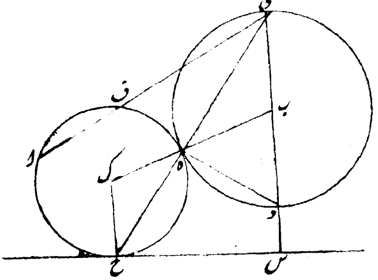
فرض کرو کہ ا اور ب نقاط معلوم مین دائرہ معلوم کے محیط مین کوئی نقطہ س مقرر کرو اور ایک دائرہ نقاط ا اور ب اور س پر گذرتا ہوا کھینچو اگر یہ دائرہ دائرہ معلوم کو مس کرتا ہے تو دائرہ مطلوب حاصل ہوگیا اور اگر مس نہ کرے تو فرض کرو کہ دوسرا نقطہ تقاطع دائرون کا د ہے اور ا ب اور س د کو خارج کرو کہ نقطہ ی مین ملین اور نقطہ ی سے ایک خط مستقیم دائرہ معلوم کو نقطہ ف پر مس کرتا ہوا کھینچو تو دائرہ جو ا اور ب اور ف پر گذرے گا دائرہ معلوم ہوگا ثبوت (۳۵ اور ۳۷ ش ۳ م) سے ظاہر ہے۔

چونکہ نقطہ ی سے دو مماس دائرہ معلوم کے کھنچ سکتے ہین اس سبب دو دائرے مطلوب معلوم ہونگے اگر خط مستقیم جو ا ب کو زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے دائرہ معلوم کے مرکز پر گذرے تو یہ صورت شکل کی نہین رہے گی کیونکہ ا ب اور س د متوازی ہو جاوینگے اس حالت مین ف اس طرح سے دریافت کرنا چاہیے کہ خط مستقیم متوازی ا ب کا جو دائرہ کو مس کرے کھینچا جاوے۔

۱۱- ایک دائرہ کھینچو کہ دو خطوط مستقیم معلوم اور ایک دائرہ معلوم کو مس کرے خطوط مستقیم معلوم کے خطوط متوازی اون سے بفاصلہ نصف قطر دائرہ معلوم کے مرکز سے بعید تر سمت مین نکالو اور دائرہ بحکم (۷ س) کے ایسا کھینچو کہ وہ اون خطوط مستقیم کو مس کرے اور دائرہ معلوم

کے مرکز مین گذرے پس یہ دائرہ مطلوب کہنچ جاویگا اگر اس دائرہ کے مرکز اور اوس نصف قطر پر دائرہ کہینچین گے کہ برابر اوس زیادتی کے ہو جو اس دائرہ کے نصف قطر کو دائرہ معلوم کے نصف قطر پر حاصل ہے۔ اس شکل کے دو اختلاف ہو سکتے ہین کیونکہ دائرہ بحکم (۲ ش) کے دو کہنچ سکتے ہین اور اسی طرح سے جو دوائر مطلوب دریافت ہونگے وہ باہر کی طرف مس کرین گے دو دائرے مطلوب جو دائرہ معلوم کو اندر کی طرف مس کرین معلوم ہوسکتے ہین اگر خطوط معلوم کے متوازی مرکز کے قریب سمت مین کہنچے جادین۔

۱۲- ایک دائرہ کہینچو کہ ایک نقطہ معلوم مین گذرے اور ایک خط مستقیم معلوم اور ایک دائرہ معلوم کو مس کرے۔ ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم اور نقطہ معلوم باہر دائرہ کے واقع ہین یہ صورت اوسکی اور اوسکے سب اختلافات ایک ہی طرح ثابت ہوتے ہین کچھ فرق نہین ہے فرض کرو کہ نقطہ معلوم ا اور دائرہ معلوم کا مرکز ب ہے نقطہ ب سے ایک عمود خط مستقیم معلوم پر نکالو جو اوس سے نقطہ س پر اور محیط دائرہ سے نقاط د اور ی پر ملے اسطرح سے کہ د مابین ب اور س کے ہو ملاؤ ی ا اور ی ا پر نقطہ ف ایسا مقرر کرو (بصورت ضرورت ی ا کو خارج بھی کرلو) کہ سطح ا ی اور ی ف کے برابر سطح ی س اور ی د کے ہو اور ایسا نقطہ اس طرح سے ی ا پر دریافت ہو سکتا ہے کہ ایک دائرہ نقاط ا اور س اور د پر گذرتا ہوا کہینچو تو بحکم نتیجہ (۳۶ ش ۳ م) یہ دائرہ ا ی کو نقطہ مطلوب پر قطع کریگا۔ اور بحکم (۶ ش) کے دائرہ کہینچو جو نقاط ا اور ف پر گذرے اور خط معلوم کو مس کرے تو یہی دائرہ دائرہ مطلوب ہوگا۔ اسواسطے کہ فرض کرو کہ دائرہ جو کہینچا گیا ہے وہ خط معلوم کو نقطہ ح پر مس کرتا ہے ملاؤ ی ح جو محیط دائرہ معلوم سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاؤ د ہ تو مثلث ی ہ د اور ی س ح متشابہ ہین۔ اور اسیواسطے بحکم (۳۱ ش ۳ م ۴ و ۱۶ ش ۶ م) کے سطح ی س اور د ی کی برابر ہے سطح ی ہ اور ی ح کی تو سطح ی ا اور ی ف کی مساوی ہے سطح ی ح اور ی ہ کے اور اسیواسطے بحکم (نتیجہ ۳۶ ش ۳ م) کے نقطہ ہ واقع ہے محیط



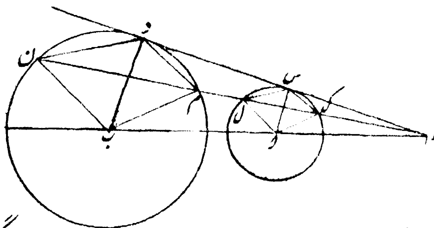
دائرہ پر جو کھینچا گیا ہے اس دائرہ کا مرکز ک دریافت کرلو اور ملاؤ ک ح اور ک ہ اور ب ہ اب بحکم (۲۹ و ۱۵ اش ام) کے ثابت ہے کہ زاویہ ک ہ ح برابر ہے زاویہ ی ہ ب کے پس ک ہ ب ایک خط مستقیم ہوا اور اسی واسطے دائرہ کھینچا گیا مماس دائرہ معلوم کا ہوا اس شکل کے دو اختلاف ہوسکتے ہین کیونکہ بموجب (۲ اش) کے دو دائرے کھینچ سکتے ہین جو دائرے اسطرح کھینچے جاوین گے وہ متماس بیرونی ہونگے۔ بجاے ی آ کے د آ کے ملانے سے دو اختلاف شکلون کے پیدا ہون گے جن مین دائرے اندر کی طرف متماس بنائے جاوین گے

۱۳- ایک دائرہ کھینچو جو ایک خط مستقیم اور دو دائرون معلوم کو مس کرے

فرض کرو کہ آ دائرہ کلان کا اور ب دائرہ خورد کا مرکز ہے خط معلوم کا ایک خط متوازی بفاصلہ نصف قطر دائرہ خورد کے اوس سمت مین کہ بعید تر آ سے ہو کھینچو اور ایک دائرہ مرکز آ پر ایسا کھینچو کہ اوسکا نصف قطر دوائر معلوم کے نصف قطرون کے فرق کے برابر ہو اور بحکم (۱۲ اش) کے ایک دائرہ کھینچو جو نقطہ ب پر گذرے اور اوس دائرہ کو جو ابھی کھینچا ہے باہر کی طرف اور خط کو جو متوازی خط معلوم کا نکالا ہے مس کرے پس وہ دائرہ مطلوب ہوگا جسکا مرکز ایسے دائرہ کا مرکز ہے اور جسکا نصف قطر برابر اوس زیادتی کے ہو جو اس دائرہ ثانی کے نصف قطر کو دائرہ خرد کے نصف قطر پر حاصل ہے۔ چونکہ شکل دوازدہم کے دو اختلاف ہین اسلیئے اس شکل کے بھی دو اختلاف ہونگے اور ہر اختلاف مین دائرے باہر کی طرف مس کرینگے

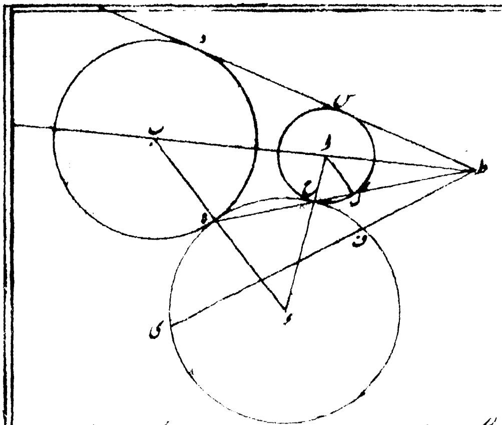
اور اسی طرح دائرے جو اندر کی طرف دو دائرہ معلوم کو مس کرین اور دائرے جو ایک دائرہ کو اندر کی طرف اور دوسرے دائرہ کو باہر کی طرف مس کرین ہم کھینچ سکتے ہین۔

۱۴- فرض کرو کہ آ مرکز دائرہ خرد اور ب مرکز دائرہ کلان کا ہے اور ایک خط مستقیم دائرہ کلان کو نقطہ د پر اور دائرہ خرد کو نقطہ س پر مس کرتا ہوا کھینچا گیا ہے اور وہ آ ب سے کہ آ کی طرف سے خارج کیا جاوے نقطہ ط پر ملتا ہے اور نقطہ ط سے ایک خط مستقیم دائرہ خرد کو ک اور ل پر اور دائرہ کلان کو م اور ن پر قطع کرتا ہوا کھینچا گیا ہے اس طرح سے پانچ نقطے ط اور ک اور ل اور م اور ن ترتیب وار ہین تو ثابت کرو کہ خطوط مستقیم آ ک اور ک س اور س ل اور ل آ علی التناظر متوازی خطوط ب م اور م د اور د ن اور ن ب کے ہونگے اور سطح ط ک کی ط ن مین اور سطح ط ل کے ط م مین اور سطح ط س کی ط د مین آپسمین مساوی ہونگین۔



ا س اور ب د تو مثلث ط ا س اور ط ب د باہم متساوی الزوایا ہونگے اوراسیواسطے
بحکم (۴ ش ۶م ۱۶ اش ۵م) ط ا کو ط ب سے وہ نسبت ہے جو ا س کو ہے ب د سے
یعنی ا ک کو ہے ب م سے تو بحکم (۷ ش ۶م) کے مثلث ط ا ک اور ط م ب متشابہ ہوئے
اوراسیواسطے زاویہ ط ا ک برابر ہوا زاویہ ط ب م کے اوراسی لئے ا ک متوازی ہوا
ب م کا اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ ا ل متوازی ہے ب ن کا۔ اور چونکہ ا ک متوازی
ب م کا اور ا س متوازی ب د کا تو زاویہ ک ا س برابر ہوا زاویہ م ب د کے اوراسیواسطے
بحکم (۲۰ ش ۳م) کے زاویہ ک ل س برابر ہوا زاویہ د م ن کے اوراسیواسطے س ل
متوازی د ن کا اور علی ہذا القیاس س ک متوازی د م کا ہے بحکم (۲۷ ش ۳م و ۱۶
ش ۶م) کے ط م کو ط د سے وہ نسبت ہے جو ط د کو ہے ط ن سے اور بحکم (۴ ش ۶م) کے
ط م کو ط د سے وہ نسبت ہے جو ط ک کو ہے ط س سے تو ط ک کو ط س سے وہ نسبت ہے
ہوئی جو ط د کو ہے ط ن سے اوراسی واسطے سطح ط ک اور ط ن کی برابر ہوئی سطح ط س
اور ط د کی اور علی ہذا القیاس سطح ط ل اور ط م کی برابر ہوئی سطح ط س اور ط د کے
اگر ہر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے باہر ہو تو خط مستقیم کو دونون دائرون کو
مس کرتا ہے ا ب سے نقطہ ر پہ مابین ا اور ب کے ملتا ہوا فرض کر سکتے ہین اس صورت
مین اثبات دعوی پہلی ہی طرح سے ہوگا فقط حروف ک اور ل اور م کو اسطرح بدل دین
کہ ترتیب نقاط کی اس وضع پہ ہو کہ ل اور ک اور ط اور م اور ن نقطہ ط دونون دائرون کا
مرکز مشابہت کہلاتا ہے

۱۵- ایک دائرہ کھینچو کہ ایک نقطہ معلوم پہ گذرے اور دو دائرون کو مس کرے
فرض کرو کہ دائرہ خرد کا مرکز ا اور دائرہ کلان کا مرکز ب ہے اور ی نقطہ معلوم ہے
ایک خط مستقیم کھینچو کہ پہلے دائرہ کو نقطہ س پر اور دوسرے دائرے کو نقطہ د پر



مس کرے اور خط مستقیم اب سے جو ا کی طرف سے خارج ہو نقطہ ط پر ملے ملاؤ طی اور طی کو نقطہ ف پر ایسا تقسیم کرو کہ سطح طی اور طف کی برابر ہو سطح طس اور طد کی بحکم ۲ اش ۱ کے ایک دائرہ کہینچو کہ ی اور ف پر گذرے اور کسی ایک دائرہ کو دو دائرہ معلومہ میں سے مس کرے مثلاً دائرہ خورد کو نقطہ ح پر مس کرے و ثابت کرینگے کہ وہ دائرہ کلان معلوم کو مس کریگا ملاؤ طح اور اسکو خارج کرو کہ محیط دائرہ کلان سے نقطہ ہ پر ملے تو بحکم ۲۸ اش ۱ کے سطح طح کی طہ مین برابر ہوئی سطح طس اور طد کے اسیواسطے سطح طح کی طہ مین برابر ہوئی سطح طی اور طف کے ۔ پس اس سے معلوم ہوا کہ دائرہ نقطہ ہ پر گذرتا ہے ۔ فرض کرو کہ ر مرکز اس دائرہ کا ہے تو رح ا ایک خط مستقیم ہوگا اور ہم ثابت کرینگے کہ رہ ب بہی ایک خط مستقیم ہے ۔ فرض کرو کہ طح چہوٹے دائرہ کو نقطہ ک پر قطع کرتا ہے تو بحکم ۲۸ اش ۱ کے اک متوازی ب ہ کا ہے ۔ اسیواسطے زاویہ اک ط برابر ہے زاویہ ب ہ ح کے اور زاویہ اک ح برابر ہے اح ک کے یعنی زاویہ رح ہ یا ر ہ ح کے اسیواسطے زاویہ ب ہ ح اور ر ہ ح ملکر برابر ہوئے زاویون اک ط اور اک ح سے یعنی دو قائمون کے اسیواسطے ر ہ ب ایک خط مستقیم ہوا ۔ جو کہ شکل دہم کے دو اختلاف ہین اسلئے اس شکل کے بہی دو اختلاف ہین اگر دائرے ایک دوسرے سے باہر ہین تو اور بہی اختلاف ہونگے کیونکہ نقطہ ط کو درمیان ا اور ب کے فرض کرینگے جہان وہ خط مستقیم کہ دونون دائرون کو مس کرتا ہے اب کو قطع کرتا ہے اور بہت سے اختلاف اس شکل کے موقوف دائرون کے متماس ہونے پر ہین کہ وہ اندر کی طرف ہون یا باہر کی طرف

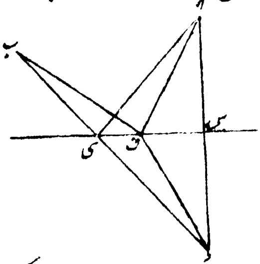
۱۶ - ایک دائرہ کہینچو جو تین معلوم دائرون کو مس کرے

فرض کرو کہ ا او س دائرہ معلوم کا مرکز ہے جو کسی دائرہ سے بڑا نہین ہے اور ب او س مرکز اور دائرون کے ہین ایک دائرہ کہینچو جسکا مرکز ب ہو اور نصف قطر برابر اوس تفاوت کے ہو جو مرکز ب اور مرکز ا کے دائرون کے نصف قطرون مین ہی اور ایک اور دائرہ کہینچو جسکا مرکز س ہو اور نصف

قطر برابر اوس زیادتی کے ہو جو مرکز س اور مرکز د کے دائرون کے نصف قطرون مین سے ہے
اور ا ب بحکم (۲۰ اش ۱) کے ایک دائرہ کینچو جو ان دونون دائرون کو جو ابھی ہمنے بنائے ہین
باہر کی طرف مس کرے اور نقطہ ا پر گذرے پس وہ دائرہ جسکا مرکز اس دائرہ آخر کا مرکز ہے اور
نصف قطر برابر اوس زیادتی کے ہے جو اس دائرہ اخر اور مرکز آ کے نصف قطرون مین ہو تو دائرہ
تینون دائرون کو باہر کی طرف مس کرتا ہوا کہنچا جاویگا۔ اسیواسطے ہم ایک دائرہ ایسا کہنچ سکتے ہین کہ
وہ تینون دائرون معلوم کو اندر کی طرف مس کرے یا ایک دائرہ کو باہر کی طرف اور دو کو اندر کی طرف
یا ایک کو اندر کی طرف یا دو کو باہر کی طرف مس کرتا ہو۔

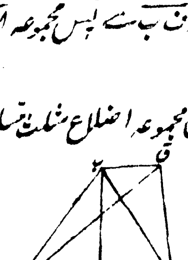
۱۷ خط غیر محدود مین ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ مجموعہ اوسکے فاصلون کا دو نقاط معلوم سے جو خط مستقیم کی ایک سمت مین واقع ہون حتی الامکان چھوٹا ہو

فرض کرو کہ ا اور ب نقاط معلوم ہین ا سے ایک عمود خط مستقیم پر نکالو جو خط معلوم سے نقطہ س پر ملے اور اس کو ایسا د تک بڑہاؤ کہ س د برابر اس کے ہو اور لاؤ ب د جو خط مستقیم سے نقطہ ی پر ملے پس ی نقطہ مطلوب ہوگا



اسواسطے کہ خط مستقیم معلوم مین کوئی نقطہ ف مقرر کرو چونکہ اس برابر ہے س د کے اور س ی دونون مثلثون ا س ی اور د س ی مین مشترک ہے اور زاویہ قائمہ ا س ی برابر ہے زاویہ قائمہ د س ی کے تو ا ی برابر ہے د ی کے اور علی ہذا القیاس ا ف برابر ہے د ف کے اور مجموعہ د ف اور ف ب کا بحکم (۲۰ ش ا م) کے بڑا ہے ب د سے اور اسیواسطے مجموعہ ب ی اور ا ی کا بڑا ب د سے یعنی مجموعہ ب ی اور ا ی کا بڑا ہے مجموعہ ا ف اور ف ب سے پس مجموعہ ا ف اور ف ب کا چھوٹا ہوا مجموعہ ا ی اور ی ب سے فہو المراد

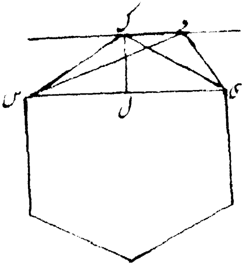
۱۸ ایک قاعدے پر جو متساوی مثلث واقع ہون اون مین مجموعہ اضلاع مثلث متساوی الساقین کا سب سے چھوٹا ہوتا ہے



فرض کرو کہ ا ب س ایک مثلث متساوی الساقین ہے
اور د س ق ایک اور مثلث اوسکے برابر قاعدہ ا س پر ہے

ملاؤ ب ق تو بحکم ۲۹ ش ام ا کے ق ب متوازی ا س کا ہوگا اور بحکم ۱۸ ش ا کے نتیجہ یہ حاصل ہوگا کہ ا ق اور ق س ملکر بڑے ہین ا ب اور س ب سے

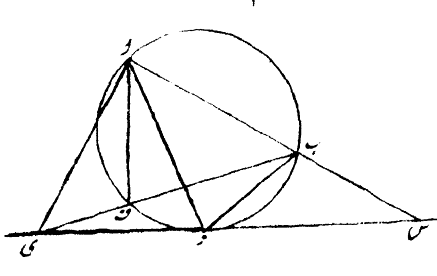
۱۹- اگر ایک کثیر الاضلاع مساوی الاضلاع ہو تو ایک اور کثیر الاضلاع اوسکے برابر مساحتاً ایسی بن سکتی ہے کہ مجموعہ اضلاع اوسکا کم ہو اور تعداد اضلاع وہی رہے



فرض کرو کہ س د اور د ی وغیرہ مساوی الاضلاع کثیر الاضلاع کے ہین ملاؤ س ی اور نقطہ د سے خط مستقیم متوازی س ی کا نکالو اور س ی کے نقطہ ل پر تنصیف کرو اور ل سے ایک خط مستقیم زاویے قائمے س ی پر بناتا ہوا کھینچو جو اوس خط مستقیم سے کہ د سے متوازی نکالا جائے نقطہ ک پر ملے کثیر الاضلاع معلوم سے س د ی کو گرا کر اوسکی جگہ مثلث ک س ی جو اوسکی برابر مساحتاً ہے رکھو تو ایک کثیر الاضلاع ایسی حاصل ہوگی کہ جسکی تعداد اضلاع اور رقبہ کثیر الاضلاع معلوم کے برابر ہوگا لیکن اوسکا مجموعہ اضلاع بحکم ۱۸ ش ا کے کم ہوگا

۲۰- نقاط معلوم ا اور ب ایک ہی جہت مین ایک خط مستقیم معلوم کے واقع ہین اور ا ب ملایا گیا اور خارج کیا گیا خط معلوم سے نقطہ س پر ملتا ہے تو تمام نقاط مین سے جو س کے دونون طرف واقع ہین اوس نقطہ کا دریافت کرنا مرکوز ہے کہ جو سیر زاویہ سامنے ا ب کے نہایت بڑے سے بڑا پیدا ہو۔ بحکم ۵ ش ۴ کے ایک دائرہ کھینچو کہ نقاط ا اور ب پر گذرے اور خط معلوم کو نقطہ د پر مس کرے پس د نقطہ مطلوب ہوگا۔

اسواسطے کہ کوئی اور نقطہ شلاً ی خط معلوم مین اوسی طرف س کے جس طرف د ہے مقرر کرو



اور ا ی اور ب ی ملاؤ تو ایک انمین سے ضرور دائرہ کو کسی نقطہ پر مثلاً ف پر قطع کرے گا ملاؤ
ا ف تو بحکم (۲۱ ش ۳م) کے زاویہ ا ف ب برابر ہے زاویہ ا ب د کے اور بحکم (۱۶ ش ام) زاویہ
ا ف ب بڑا ہے زاویہ ا ی ب سے تو زاویہ ا د ب بڑا ہوا زاویہ ا ی ب سے فہو المراد

۲۱ — ایک دائرہ کے اندر دو نقاط معلوم ا اور ب ہین اور ا ب ملایا گیا ہے اور دونون طرف خارج کیا گیا ہے اس طرح سے کہ محیط دائرہ کی اوس نے دو قوسین کر دی ہین تو ہر قوس مین ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اوسپر زاویہ سامنے ا ب کے نہایت بڑا ہو ا

بحکم (۰ اش) کے ایک دائرہ ایسا کھینچو کہ ا اور ب پر گذرے اور محیط کہ جسمین نقطہ دریافت کرنا ہی مس کرے پس نقطہ تماس نقطہ مطلوب ہوگا ثبوت اسکا اور ۲ شکل کا ایک ہی ہے

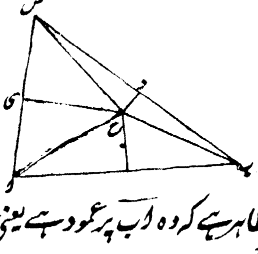
۲۲ — ا اور ب دو نقطے معلوم باہر ایک دائرہ معلوم کے واقع ہین دائرہ معلوم کے محیط مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جسپر سامنے ا ب کے بڑے سے بڑا اور چھوٹے سے چھوٹا زاویہ واقع ہو فرض کرلو کہ نہ ا ب اور نہ ا ب خارج شدہ دائرہ کو قطع کرتا ہے بحکم (۰ اش) کے دو دائرے کھینچو جو نقاط ا اور ب پر گذرے اور دائرہ کو مس کرے پس نقطہ تماس دائرہ کا جسپر دائرہ معلوم باہر کی طرف مس کر رہا ہے نقطہ مطلوب ہوگا جسپر بڑے سے بڑا زاویہ پیدا ہوتا ہے اور وہ نقطہ تماس جسپر دائرہ کھینچا گیا ہے اندر کی طرف مس کرتا ہے وہ نقطہ مطلوب ہوگا جسپر زاویہ نہایت چھوٹے سے چھوٹا پیدا ہوتا ہے اور اس شکل اور ۲۰ ش کا ثبوت ایک ہی ہے

اگر ا و ب دائرہ کو قطع کرتا ہے تو دونون دائرے جو بحکم (۰ اش) کے کھینچے گئے ہین دائرہ کو اندر کی طرف مس کرینگے اس صورت مین زاویہ جو ا ب کے سامنے نقطہ تماس پر واقع ہے نہایت چھوٹا ہوگا ہر ایک زاویہ سے جو اوسکے سامنے محیط دائرہ کی کسی اور نقطہ پر ا ب کے اوسی جہت مین واقع ہو اور زاویہ نہایت بڑا ان نقاط پر ہوگا جہان ا ب دائرہ کو قطع کرتا ہے اور وہ برابر دو قائمون کے ہوگا۔

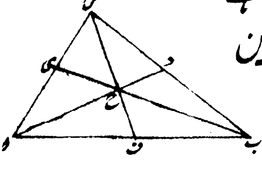
اگر ا ب خارج ہو کر قطع دائرہ معلوم کو کرتا ہے تو بحکم (۰ اش) کے جو دائرے کھینچے جاوینگے وہ دائرہ معلوم کو باہر کی طرف مس کرینگے پس نقطہ تماس وہ نقطہ ہوگا جسپر سامنے ا ب کے زاویہ بڑا ہوگا ہر ایک زاویہ سے جو محیط کے کسی نقطہ پر سامنے ا ب کے اوسی جہت مین واقع ہو اور زاویہ نہایت چھوٹا وہان ہے جہان ا ب دائرہ کو قطع کرتا ہے اور وہ وہان صفر ہے

۲۳- اگر چار مقدارین متناسب ہون یعنے پہلی مقدار کو دوسری مقدار سے وہ
نسبت ہو جو تیسری مقدار کو چوتھی مقدار سے تو اول اور دوم مقدارون کے مجموعہ کو اول
اور دوم کے تفاوت کے ساتھ وہ نسبت ہوگی جو تیسری اور چوتھی مقدارون کے
مجموعہ کو ہے تیسری اور چوتھی مقدارون کے فرق کے ساتھ اس لئے کہ بحکم (۱۶ اش ۵م) کے
اول اور دوم کے مجموعہ کو دوم کے ساتھ وہ نسبت ہے جو تیسری اور چوتھی کے مجموعہ کو ہے
چوتھی کے ساتھ تو بحکم (۱۶ اش ۵م) کے ابدال نسبت سے اول اور دوم کے مجموعہ کو تیسرے
اور چوتھی کے مجموعہ کے ساتھ وہ نسبت ہے جو دوم کو ہے چہارم کے ساتھ اور ایسے ہی بحکم
(۱۷ و ۱۶ اش ۵م) کے فرق اول اور دوم کو فرق سوم و چہارم سے وہ نسبت ہے جو دوم
کو ہے چہارم کے ساتھ تو بحکم (۱۱ اش ۵م) کے اول اور دوم کے مجموعہ کو
اول اور دوم کے فرق کے ساتھ وہ نسبت ہے جو سوم و چہارم کے مجموعہ کو ہے
سوم و چہارم کے فرق کے ساتھ

۲۴- اضلاع مثلث کے نقاط وسط سے جو عمود اونپر نکالین وہ ایک نقطہ پر ملتے ہین-
فرض کرو کہ اب س ایک مثلث ہے ب س کی تنصیف نقطہ د پر اور س ا کی تنصیف نقطہ ی پر کرو اور
د سے عمود ب س پر اور ی سے عمود س ا پر نکالو اور فرض کرو کہ یہ عمود نقطہ ح پر ملتے
ہین تو ہم ثابت کرین گے کہ خط مستقیم جو اب کے زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے
نقطہ ح پر گذرتا ہے مثلثون ب د ح اور س د ح سے یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ ب ح



برابر ہے س ح کے اور مثلثون
س ی ح اور ا ی ح سے یہ ثابت ہو سکتا ہے
کہ س ح برابر ہے ا ح کے اسیواسطے
ا ح برابر ہوا ب ح کے پس نقطہ ح
سے اگر ایک خط مستقیم نقطہ وسط اب مین ملاوین تو ظاہر ہے کہ وہ اب پر عمود ہے یعنی خط مستقیم
جو اب کے زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے نقطہ ح پر گذرتا ہے

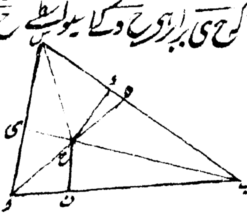


۲۵- اضلاع مثلث کے نقاط وسط اور مقابل کے زاویون مین
جو خطوط مستقیم وصل ہوتے ہین ایک نقطہ پر تقاطع کرتے ہین
فرض کرو کہ اب س مثلث ہے اور ب س کے

نقطہ د پر اور ا س کے نقطہ ی پر اور ا ب کے نقطہ ف پر تنصیف ہوتی ہے اور ب ی اور س ت ملاؤ جو نقطہ ح پر متقاطع ہوں اور ملاؤ ا ح اور ح د تو ا ح و ح د ایک خط مستقیم میں ہونگے۔ اسواسطے کہ بحکم (۲ ش ۱م) کے مثلث ب ی س برابر ہے مثلث ا ب ی کے اور مثلث ح ی س برابر مثلث ا ح ی کے تو بموجب (۳ علوم متعارفہ) کے مثلث ب ح س برابر ہوا مثلث ا ح ب کے اور اسی طرح مثلث ب ح س برابر ہے مثلث ا ح س کے اور اسیواسطے مثلث ا ح ب برابر ہوا مثلث ا ح س کے اور بحکم (۱ ش ۱م) کے مثلث ح س د برابر ہے مثلث ب ح د کی تو مثلث ب ح ا اور ب ح د ملکر برابر ہوئے مثلثوں ا ح س اور د ح س کے اسیواسطے مثلث ب ح ا اور ب ح د ملکر برابر ہوئے نصف مثلث ا ب س کے تو ثابت ہوا کہ نقطہ ح خط مستقیم ا د میں واقع ہوا ہے یعنی ا ح اور ح د ایک خط مستقیم میں ہیں

۴۶ - مثلث کے زاویوں کی تنصیف کرنیوالے خطوط مستقیم ایک نقطہ پر ملتے ہیں

فرض کرو کہ مثلث ا ب س کے زاویوں ب اور س کے خطوط مستقیم جو تنصیف کرتے ہیں وہ نقطہ ح پر ملتے ہیں اب ملاؤ ا ح تو زاویہ ا کی ا ح تنصیف کریگا۔ نقطہ ح سے ح د عمود ب س پر اور ح ی عمود ا س پر اور ح ت عمود ا ب پر نکالو مثلثوں ب ح ف اور ب ح د سے ثابت ہے کہ ح ف برابر ہے ح د کے اور مثلثوں س ح ی اور س ح د سے ثابت ہے کہ ح ی برابر ح د کے اسیواسطے ح ف



برابر ہوا ح ی کے تو مثلثوں ا ف ح اور ح ا ی سے یہ ظاہر ہے کہ زاویہ ف ا ح برابر ہے زاویہ ی ا ح کے

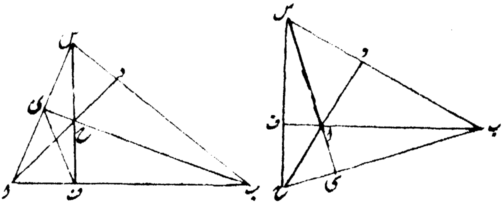
یہ شکل اس طرح بھی ثابت ہوسکتی ہے کہ ا ح کو خارج کرو کہ وہ ب س سے نقطہ ہ پر ملے۔

تو بحکم (۳ ش ۶م) کے ا ب کو ب ہ سے وہ نسبت ہے جو ا ح کو ہے ہ ح سے اور ا س کو س ہ سے وہ نسبت ہے جو ا ح کو ہے ح ہ سے تو بحکم (۱۱ ش ۵م) کے ا ب کو ب ہ سے وہ نسبت ہے جو ا س کو ہے س ہ سے تو بحکم (۱۱ ش ۵م) کے ا ب کو ا س سے وہ نسبت ہے جو ب ہ کو ہے س ح سے تو بحکم (۳ ش ۶م) کے ا ہ زاویہ ا کی تنصیف کرتا ہے

۴۷ - ایک مثلث کے دو ضلعے قاعدہ کی طرف خارج کئے جاویں تو خطوط مستقیم جو

ان دونون خارجی زاویون کی تنصیف کرتے ہین اور خط مستقیم جو زاویہ راس مثلث کی تنصیف کرتا ہے ایک نقطہ پر ملاقی ہونگے یہ شکل موافق ۲۶ ش کے ثابت ہوسکتی ہے اور اگر اوسکو دوسری ترکیب سے ثابت کرین تو شکل ا مقالہ ششم کا حوالہ دینا چاہیے -

۲۸ - جو عمود مثلث کے زاویون سے مقابل کے اضلاع پر نکالے جاوین وہ ایک نقطہ پر تقاطع کرتے ہین



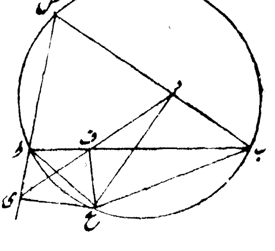
فرض کرو کہ اب س مثلث ہے اور وہ حادۃ الزوایا ہی ہے نقطہ ب سے ب ی عمود اس پر اور نقطہ س سے س ف عمود اب پر نکالو اور یہ فرض کرو کہ یہ دونون عمود نقطہ ح پر ملتے ہین اور ماد ا ح اور اوسکو خارج کرو کہ ب س سے نقطہ د پر ملے تو ا د عمود ب س پر ہوگا - اسواسطے کہ بحکم (حاشیہ ۲۲ ش ۳م) کے دائرہ ا ی ح ف پر کہنچ سکتا ہے تو بحکم (۱۰ ش ۳م) کے زاویہ ف ا ح برابر ہے زاویہ ف ی ح کے اور اس سبب سے کہ بحکم (حاشیہ ۲۲ ش ۳م) کے دائرہ ب س ی ف کے ہی گرد کہنچ سکتا ہی تو زاویہ ف ی ب برابر ہوگا زاویہ ب س ف کے اسی واسطے زاویہ ب ا د برابر ہوا زاویہ ب س ف کے اور زاویہ ب دونون مثلثون ا ب د اور ب س ف مین مشترک ہے تو بحکم (حاشیہ ۳۲ ش ۱م) کے تیسرا زاویہ ب د ا برابر ہوا زاویہ ب ف س کے لیکن زاویہ ب ف س قائمہ بنایا ہے تو ب د ا بہی قائمہ ہوا

اگر مثلث منفرج الزاویہ ہو تو دعوی خواہ پہلی طرح ثابت کرلو یا پہلے ثبوت سے استنباط کرلو اس طرح سے کہ فرض کرلو زاویہ ا مثلث کا منفرجہ ہے اور عمود جو ب سے مقابل کے ضلع پر نکالا ہے وہ ضلع خارجہ سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور س سے جو عمود مقابل کے ضلع پر نکالا ہے وہ ضلع خارجہ سے نقطہ ف پر ملتا ہے -

اور فرض کرو کہ ب ی اور س ف خارج ہو کر نقطہ ح پر ملین مثلث ب س ح مین عمود ب ف
اور س ی نقطہ آ پر ملتے ہین تو بحکم صورت اول ح آ ملا کر خارج کیا گیا ب س پر عمود ہوگا

۲۹- ایک مثلث کے گرد دائرہ بنایا ہے اور اوسکے محیط مین کسی نقطہ سے عمود مثلث کے اضلاع پر نکلے ہین تو تقاطع کے تینون نقطے ایک خط مستقیم مین ہونگے۔

فرض کرو کہ اب س مثلث ہے اور اوسکے اوپر دائرہ کھنچا اور اوسکے محیط مین کوئی سا نقطہ ع ہے اور نقطہ ع سے عمود ع د اور ع ف اور ع ی اضلاع ب س اور س ا اور اب پر نکلے ہین تو نقاط د اور ی اور ف ایک خط مستقیم مین ہونگے



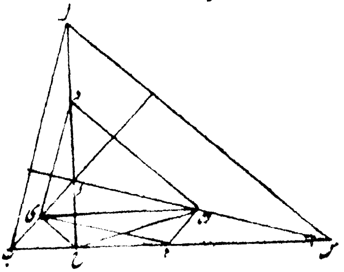
ہمنے یہ فرض کر لیا ہے کہ ع اوس قوس مین ہے کہ اب سے قطع ہوتا ہے اور مقابل س کے ہے اور نقطہ ی خط س ا پر جو ا کی طرف خارج ہوا ہے واقع ہے اس فرض کی اس صورت اور اور اختلافات کے ثبوت مین کچھ ہی فرق ہے

بحکم (حاشیہ ۲۲ ش ۳م) کے گرد ع ی ا ف کے دائرہ کھنچ سکتا ہے اسی واسطے بحکم (۲۱ ش ۳م) کے زاویہ ع ف ی برابر ہے زاویہ ع ا ی کے لیکن بحکم (۱۳ ش ۱م) کے زاویہ ع ا ی اور ع ا س ملکر برابر دو قائمون کے ہین اور بحکم (۲۲ ش ۳م) کے زاویے ع ا س اور ع ب س ملکر برابر دو قائمون کے ہین- اسیواسطے ع ا ی برابر ہوا زاویہ ع ب س کے اور اسی لئے زاویہ ع ف ی برابر ہو زاویہ ع ب س کے

اور بحکم (حاشیہ ۲۱ ش ۳م) کے ع ف د ب کے گرد دائرہ کھنچ سکتا ہے تو بحکم (۲۲ ش ۳م) کے زاویہ ع ف د اور ع ب د ملکر برابر دو قائمون کے ہے لیکن زاویہ ع ب د برابر ع ف ی کے ثابت ہو چکا ہے- اسیواسطے زاویے ع ف د اور ع ف ی ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے اسیواسطے ی ف اور ف د ایک خط مستقیم مین ہوئے

۳۰- ا ب س ایک مثلث ہے اور نقاط ا اور ب اور س سے مقابل کے اضلاع پر عمود نکالے گئے نقطہ ر پر تقاطع کرتے ہین پس جو دائرہ نقاط وسط ر ا اور ر ب اور ر س پر گذریگا وہ ضرور موقع عمودون اور اضلاع کے نقاط وسط مین گذریگا

فرض کرو کہ اد اور اب اور اس کے نقاط وسط د اور ی اور ف ہین اور ح موقع عمود
ہے جو ا سے ب س پر نکلے اور ب س کا نقطہ وسط ہ ہے



مثلث ا ب ح قائم الزاویہ
ہے اور ی نقطہ وسط وتر
اب کا ہے اسیواسطے ی ح
برابر ہے ا ی کے
اسیواسطے زاویہ ی ح ا
برابر ہے زاویہ ی ا ح کے

اور ایسے ہی زاویہ ف ح ا برابر ہے زاویہ ف ا ح کے اسیواسطے زاویہ ف ح ی برابر ہوا
زاویہ ف ا ی کے لیکن زاویہ ف ا ی اور ب د س ملکر برابر دو قائمون کے ہین- اسیواسطے
زاویہ ف ح ی اور ب د س ملکر برابر دو قائمون کے ہین اور زاویہ ب د س برابر ہے
زاویہ ی د ف کے اسواسطے کہ بجسکم (۲ ش ۲م) کے د ی اور د ف متوازی اب اور
اس کے ہین پس زاویہ ف ح ی اور ی د ف ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے تو بجسکم
(حاشیہ ۲۲ ش ۳م) کے ح اوس دائرہ کے محیط مین ہے جو نقاط ی اور د اور ف
پر گذرتا ہے اور ف ہ متوازی اب کا ہے اور ی ہ متوازی اس کا ہے اسی واسطے
زاویہ ی د ف برابر ہوا زاویہ ی ح ف کے اس سبب سے ہ بھی محیط دائرہ مین ہے
اور اسی طرح سے اور اضلاع مثلث کے ان دو نقطون کا محیط دائرہ مین ہونا ثابت ہوسکتا ہے
دائرہ جو اس طرح سے ۹ نقطون مین گذرتا ہے اوسکو نو نقطون کا دائرہ کہتے ہین اور اوسکی
عجیب خاصیتین ہین اور دو اونمین سے لکھتے ہین

اول نصف قطر نو نقطون کے دائرہ کا نصف قطر دائرہ سے جو اصل مثلث کے گرد کھینچا جاے
نصف ہوتا ہے

اسواسطے کہ مثلث د ی ف کے اضلاع علی التناظر نصف اضلاع مثلث اب س سے ہین
تو مثلث متشابہ ہوے اس سے ثابت ہوا کہ دائرہ جو گرد مثلث د ی ف کے کھینچا جاے
اوسکا نصف قطر آدھا اوس دائرہ کے نصف قطر سے ہوتا ہے جو مثلث اب س کے
گرد بنائین- دوم مثلث اب س کے گرد جو دائرہ بنایا جاوے اگر اوسکا مرکز س ہو

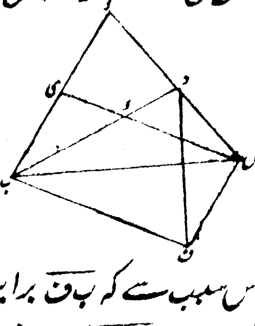
تو ص ر کا نقطہ وسط مرکز نو نقطون کے دائرہ کا ہوگا
اسواسطے کہ ہ ص عمود ب س پر ہے وہ متوازی ح ر کا ہے پس خط مستقیم جو ہ ح کی تنصیف کرتا ہے ص ر کی تنصیف زاویہ قائمہ پر کریگا اور ہ اور ح دائرہ ۹ نقاط کے محیط مین ہین تو خط مستقیم جو ہ ح کے زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے مرکز مین نو نقطون کے دائرہ کے گذریگا - اور اسیطرح ست مثلث ا ب س کے اور اضلاع سے دو خط مستقیم حاصل ہوسکتے ہین جو دائرہ نہ نقاط کے مرکز مین گذرے اور ص ر کی تنصیف بہی کرین پس معلوم ہوا کہ مرکز نو نقاط کا نقطہ وسط ص ر پر منطبق ہے

یہ بہی ثابت ہوسکتا ہے کہ دائرہ نہ نقاط کسی مثلث کا دائرہ اندرونی اور خارجی مثلث کو مس کرتا ہے اسکا ثبوت اور کہین لکھا جا دیگا

۱۳ - اگر مثلث کے دو زاویون کے خطوط مستقیم تنصیف کرین اور اضلاع مقابل پر منتہی ہون اور آپسمین متساوی ہون تو وہ زاویے مثلث کے آپسمین متساوی ہونگے

فرض کرو کہ مثلث ا ب س کے زاویہ ب کی ب د تنصیف کرتا ہے اور ا س پر منتہی ہوتا ہی اور زاویہ س کی خط س ی تنصیف کرتا ہے اور ا ب پر منتہی ہوتا ہے اور خط ب د برابر س ی کے تو زاویہ ب برابر ہوگا زاویہ س کے

فرض کرو کہ ب د اور س ی نقطہ ر پر متقاطع ہین اگر زاویہ ا ب س اور ا س ب آپسمین متساوی نہون تو ضرور ہے کہ اونمین ایک بہ نسبت دوسرے کے بڑا ہوگا فرض کرو کہ ا ب س بڑا ہے چونکہ س ب اور ب د علی التناظر برابر ہین ب س اور س ی کے اور زاویہ د ب س بڑا ہے زاویہ ی س ب سے تو بحکم (۲۴ ش ۱ م) کے س د بڑا ہوا ب ی سے اور ب س کے دوسری طرف بحکم (۲۲ ش ۱ م) کے مثلث ب س ف برابر مثلث ب س ی کے بناو اس طرح سے کہ ب ف برابر ہو س ی



کے اور س ف برابر ہو ب ی کے اور ملاو د ف تو اس سبب سے کہ ب ف برابر ہے ب د کے زاویہ ب ف د برابر ہے زاویہ ب د ف کے اور زاویہ ا س د بموجب فرض کے چھوٹا زاویہ ا ب ی سے ہے اور زاویہ س ر د برابر ہے زاویہ ب ر ی کے

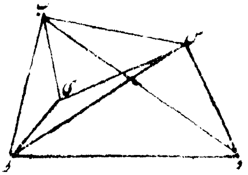
تو بحکم (۲۳ ش ۱م) زاویہ ر د س بڑا ہے زاویہ ر ب ی سے اور اسیواسطے زاویہ ر د س بڑا ہے زاویہ ب ف س سے

ان غیر مساویون مین مساوی زاوئے ب د ت اور ب ف د ساقط کرے تو زاویہ ف د س بڑا ہوا زاویہ د ف س سے اسیواسطے بحکم (۱۹ ش ۱م) کے س ف بڑا ہوا س د سے تو ب ی بڑا ہوا س د سے

لیکن یہ ثابت ہوچکا ہے کہ س د بڑا ہے ب ی سے اور یہ ناممکن ہے

تو اس سے ثابت ہوا کہ زاویہ ر ب س اور ر س ب آپسمین غیر مساوی نہین ہین بلکہ مساوی ہین اسیواسطے زاویہ ب برابر ہوا زاویہ س کے

۴۳ - جس ذوار بعۃ الاضلاع کے گرد دائرہ کہینچنا ناممکن ہو اوسمین مقابل کے دو دو اضلاع کی سطح کا مجموعہ اوس کے اوتار کی سطح سے بڑا ہوتا ہے



فرض کرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہے جسکے گرد دائرہ نہین کہنچ سکتا تو سطح ا ب اور د س کے مع سطح ب س اور ا د کے سطح ا س اور ب د سے بڑے ہونگے

اسواسطے کہ زاویہ ا ب ی برابر زاویہ د ب س کے بناؤ اور زاویہ ب ا ی برابر زاویہ ب د س کے تو بحکم (۴ ش ۶م) کے مثلث ا ب ی متشابہ مثلث ب د س کے ہوگا اسی واسطے ا ب کو ا ی سے وہ نسبت ہے جو ب د کو ہے د س سے اسیواسطے سطح ا ب کی د س مین برابر ہوئی سطح ا ی اور ب د کی

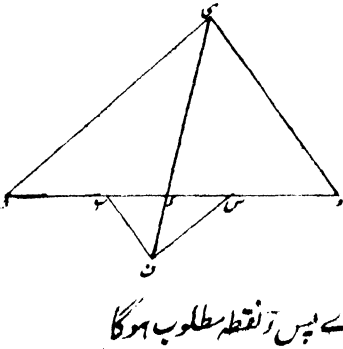
ملاؤ ی س - چونکہ زاویہ ا ب ی برابر ہے زاویہ د ب س کے تو زاویہ س ب ی برابر ہے زاویہ د ب ا کے اور چونکہ مثلث ا ب ی اور د ب س متناسب ہین تو ا ب کو د ب سے وہ نسبت ہے جو ب ی کو ہے ب س سے اسواسطے بحکم (۶ ش ۶م) کے مثلث ا ب د اور ی ب س متناسب و متشابہ ہین اور اسی لئے س ب کو س ی سے وہ نسبت ہے جو د ب کو ہے د ا سے

اور اسی واسطے سطح س ب اور د ا کے برابر ہے سطح س ی اور د ب کے پس سطح

اب اور دس کی مع سطح ب س اور د ا کی برابر ہے سطح و ی اور ب د مع سطح س ی
اور ب د کے یعنی سطح ب د اور مجموعہ ا ی اور ی س کے
لیکن مجموعہ ا ی اور ی س کا بحکم (٢٠ ش ١م) کے بڑا ہے ا س سے تو سطح ا ب اور
د س کی مع سطح ب س اور ا د کی بڑی ہوئی سطح ا س اور ب د سے

٣٣ - اگر ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے دو دو متقابل ضلعون کے سطوح کا مجموعہ برابر وترون کے
سطح کے ہو تو اوس ذوار بعۃ الاضلاع کے گرد دائرہ بن جاویگا
یہ عکس شکل مقالہ ششم کا ہے اور وہ شکل ٣٢ کی استعانت سے بھی ثابت ہوسکتی ہے

٣٤ - ایک خط مستقیم مین چار نقطے معلوم ہین اوسمین ایک نقطہ ایسا دریافت کرو
کہ دو دو معلوم نقطون سے اوسکے فاصلون کی سطحین آپسمین برابر ہون
فرض کرو کہ ا اور ب اور س اور د چار نقطے معلوم ایک ہی خط مستقیم مین ہون تو ایک نقطہ
کا خط مستقیم مین دریافت کرنا ایسا منظور ہے کہ ا اور ب سے اوس کے فاصلون کے



سطح برابر ہو س اور د سے اوسکے
فاصلون کی سطح کے
ا د پہ کوئی سا مثلث ا ی د بناؤ
اور س ب پہ ایک مثلث متناسب مثلث
ا ی د کے اس طرح سے بناؤ کہ ن س
متوازی ا ی کا اور ب ن متوازی ی د ہوگا
اور ملاؤ ی ن جو خط معلوم کو نقطہ ر پہ تقاطع کرے پس ر نقطہ مطلوب ہوگا
دلیل یہ ہے کہ بحکم (٢ ش ٦ م) کے ر ی کو ر ا سے وہ نسبت ہے جو ر ن کو ہے ر س
سے اسیواسطے بحکم (١٦ ش ٥ م) کے ر ی کو ر ن سے وہ نسبت ہے جو
ر ا کو ہے ر س سے
ایسے ہی ر ی کو ر ن سے وہ نسبت ہے جو ر د کو ہے ر ب سے - اسیواسطے بحکم
(١١ ش ٥ م) کے ر ا کو ر س سے وہ نسبت ہے جو ر د کو ہے ر ب سے
اسیواسطے سطح ر ا اور ر ب کی برابر ہے سطح ر س و ر د کے
اگر مقام نقطہ ن کا تبدیل ہوگا تو ضرور شکل مین کچھ فرق آویگا مگر جب مقام نقطون کا

مقرر ہو جاوے تو اوس وقت ایک ہی نقطہ مطلوب رہوگا - اسواسطے کہ اگر فرض کرین او پر
کی شکل ہین کہ سوائے ت کے کوئی اور نقطہ ع بھی ہے اور نقطون کی ترتیب یہ ہے
کہ ا ا اور س اور د اور ب اور ر اور ع ملاؤ ع اور ی اور فرض کرو کہ دہ س ت خارج
شدہ سے نقطہ ح پر ملے - ملاؤ ب ح تو سطح ح ا اور ع ب کی بوجہ ب فرض کے برابر ہے
سطح ع س اور ع د کے اسیواسطے ع ا کو ع س سے وہ نسبت ہے جو ع د کو ہے ع ب
سے لیکن بحکم (۲ ش ۶ م) کے ع ا کو ع س سے وہ نسبت ہے جو ع ی کو ہے
ع ح سے تو (۱۱ ش ۵ م) ع د کو ع ب سے وہ نسبت ہے جو ع ی کو ہے ع ح سے
تو ب ح متوازی ہوا دی کا لیکن ب ت متوازی دی کا نکالا تھا تو بحکم (۳۰ ش ا م) ب ح
اور ب ت باہم متوازی ہوئے اور یہ ناممکن اس سے ثابت ہوا کہ ع ایسا نقطہ نہین ہے
جیساکہ مطلوب ہے -

تحلیل اور ترکیب ہندسیہ

عموماً اسلوب تحلیلی کے یہ معنی ہین کہ اشیا کو اون اجزا مین تقسیم کرین جن سے وہ ملکر بنتے ہین اور پھر اون اجزا کا جدا جدا امتحان کرین اور اسلوب ترکیبی کے یہ معنی ہین کہ اشیا کو اس طرح ترکیب دین کہ کل جزو اوس سے مرتب ہو جائین مثلاً گھڑی کا سمجھانا منظور ہو تو اوسکو کھول ڈالین اور سب پرزے اور اجزا جدا جدا کرین اور پھر اون اجزا کو سمجھائین تو اوسکو اسلوب تحلیلی کہتے ہین اور اگر اجزا جدا جدا ہون اور اونکو ملاکر سمجھائین کہ گھڑی کسطرح بنتی ہے تو اوسکو اسلوب ترکیبی کہینگے عموماً معنی اسلوب تحلیلی اور ترکیبی کے یہ ہین لیکن خاص معنی اونکے علم ہندسہ مین یہ ہین کہ جب کوئی دعوی ثابت کرنیکے لئے پیش ہو تو ہم اثبات مین آغاز اون نتائج سے کرین جو ابتک پایہ ثبوت کو پہونچ چکے ہین اور آخر مین اوس کے کوئی نتیجہ پیدا کرین اس طرح اسلوب ترکیبی سے اون اشکال نظری اور عملی سے جو ابتک براہین اور دلائل ثابت ہوئی ہین ایک اور نئی شکل نظری یا عملی ثابت ہوتی ہے اور اسلوب تحلیلی وہ ہے کہ اثبات کے اندر ابتدا ہی سے دعوی شکل نظری یا عملی کو مان لیتے ہین اور پھر اوس سے آخر کو ایک نتیجہ دلائل کا تسلسل باندہ کے بتدریج استنباط کرتے ہین اور اس آخر نتیجہ کو دیکھتے ہین کہ وہ مطابق کسی نتیجہ کے جو براہین پہلے ثابت ہو چکا ہے یا نہین اور اس طرح دعوی کا امتحان صحت ہو جاتا ہے -

۴۶- اقلیدس مین سب دعوی اشکال کے اسلوب ترکیبی سے ثابت ہوئے ہین ہر ایک دعوی اپنے ماسبق کے دعوون کے ثبوت سے ثابت ہوتا ہے - ساری کتاب ایسے ہی دعوون کے اجتماع سے بنی ہے لیکن کہین تمام کتاب مین اشارہ بھی اسبات کا نہین ہے کہ یہہ دعوی اصل مین کس طرح اختراع ہوئے بعض شکلون کی وضع اور ثبوت مین تصنع ایسا پایا جاتا ہے کہ بے اختیار طبیعت کو تجسس ہوتا ہے کہ کوئی قاعدہ یا حکمت ایسی ہے کہ جس سے نئے نئے دعوون کی تحقیقات مین تسہیل ہوتی ہے

۴۷- اثبات تحلیلی کو لوگون نے ایسی زبان مین بیان کیا ہے کہ جس سے معلوم ہوتا ہے کہ وہ ایسی حکمت ہے کہ جس سے خواہ کوئی دعوی عملی یا اثباتی پیش ہو تو اوسکی ہدایت سے طالب علم اثبات مین کامیاب ہوگا مگر حقیقت مین اوس سے ایسی ہدایت نہین ہوتی اوسکی حد توفقط یہی ہے کہ جب کسی دعوی عملی یا اثباتی کو ہم تصدیق کرین اور اوس سے نتائج درجہ بدرجہ نکالے جائین اور آخر نتیجہ کو اون نتائج سے کہ ابتک ثابت ہوئے ہین مقابلہ کرین اگر نتیجہ آخر جو ہمنے نکالا ہے وہ اونکے خلاف ہے تو جان لین کہ ہماری تصدیق دعوی کی باطل ہے اور اگر نتیجہ جو ہمنے نکالا ہے وہ مطابق اون نتائج کے ہو جو اب تک پایہ ثبوت کو پہونچ گئے ہین تو ہملو یہ معلوم ہوگا کہ تصدیق دعوی باطل نہین ہے پس جب یہ معلوم ہو گیا تو نتیجہ آخری پر بتدریج رجعت ثبوت دعوی پر اسلوب ترکیبی سے ہم کرین گے لیکن یہہ ہدایت کوئی قاعدہ نہین ہے کیونکہ اثبات تحلیلی مین کوئی قاعدہ نہین تبلایا گیا کہ جس سے نتائج تبدریج بعد از دیگرے نکلتے جائین پس جب اس بات کا کوئی قاعدہ نہوا تو درحقیقت اصل مطلب کے لئے بہی کوئی قاعدہ نہوا اور علاوہ اسکے کوئی محک امتحان نہین کہ جس سے ہم تحقیق کرلین کہ جو نتیجہ صحیح ہمنے کسی دعوی کو تسلیم کرکے نکالا ہے تو اوس سے وہ دعوی بہی صحیح ہوگا

ہوسکتا ہے کہ نتیجہ صحیح ہو اور دعوی غلط ہو مثلاً اس شکل نظری مین کہ مثلث مین ایک زاویہ کو دوسرے زاویہ سے وہ نسبت ہوتی ہے جو پہلے زاویہ کے مقابل ضلع کو دوسرے زاویہ کے مقابل ضلع سے اب اس دعوی کی تسلیم سے یہ نتیجہ آخری مستنبط ہوگا جو اقلیدس کے ۱۹ اش پہلے مقالہ مین ثابت ہوا ہے لیکن اقلیدس کے اس نتیجہ (۱۹ اش ام) کے نکلنے سے ہم تبدریج راجعت اصلی دعوی پر نہین کرسکتے جو واقع مین باطل ہے

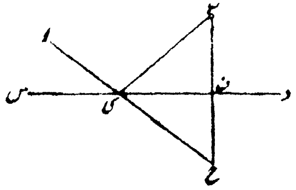
غرض اس بیان سے یہ ہے کہ گو ایک دعوی باطل ہو مگر اسلوب تحلیلی مین آخری نتیجہ اوسکا صحیح نکل آتا ہی فقط اس اثبات تحلیلی کے نتیجہ آخری سے اوس صورت مین کہ وہ خلاف اون نتائج مسلمہ کے ہون جو اب تک ثابت ہوئے ہین یہ معلوم ہو جاوے گا کہ دعوی باطل ہے خلاصہ یہ ہے کہ دعوی کا باطل ہونا معلوم ہو جاویگا مگر صحیح ہونا نہین ثابت ہوگا

۸۳ - یہ بھی ہمکو لکھنا ضرور ہے کہ اگر اسلوب تحلیلی مین کسی ایک نتیجہ کو یہ ہم دکھادین کہ اونہین اون شکلون کا کام پڑتا ہے جنکا حل ہونا ناممکن ثابت ہوا ہے تو بھی ہم یہ کہین گے کہ وہ نتیجہ خلاف اون نتائج کے ہے جو ابتک ثابت ہوے ہین اور وہ تین مسائل ہین جنکا اثبات علم ہندسہ کی قدرت سے باہر ہے - اول محیط دائرہ کی برابر ایک خط مستقیم کا بنانا دوم زاویہ معلوم کی تثلیث سوم دو خطون کے درمیان دو وسط فی النسبت کا داخل کرنا وہ دلائل جن سے ان سوالات کا حل ہندسہ سے ہونا ناممکن ثابت ہوا ہے وہ علم ریاضی کی فروع اعلی سے متعلق ہین اسلئے یہان نہین بیان ہوسکتے طالبعلم کو فقط اسی پر قناعت کرنی چاہئے کہ اصول ہندسہ سے ان سوالات کے حل کرنے مین بے انتہا مہندسین نے کوشش کی ہین مگر ابتک کوئی کامیاب نہین ہوا اور محنت رائگان گئی - کتب انگریزی مین اوسکی تصریح بخوبی ہے جنکو شوق ہو اونہین دیکھ لے اب ہم چند مثالین اسلوب تحلیلی کی لکھتے ہین

۸۴ - دو نقطون سے دو خط مستقیم ایک خط مستقیم معلوم کے ایک نقطہ تک ایسے کھینچو کہ اونکا میلان خط معلوم کے ساتھ برابر ہو

فرض کرو کہ ا اور ب نقاط معلوم اور س د خط مستقیم معلوم ہین

اب فرض کرلو کہ ا ی اور ی ب ایک ہی میلان خط مستقیم معلوم س د کے ساتھ رکھتے ہین



س د پر عمود ب ف کھینچو

اور ا ی اور ب ف کو

خارج کرو کہ نقطہ ح

پر ملین -

اور بموجب فرض کے

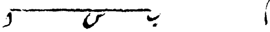
زاویہ ب ی و برابر ہے زاویہ د ی س کے اور بحکم (۵ اش ام) کے زاویہ ا ی س برابر ہے زاویہ د ی ح کے تو بحکم (۲۶ ش ام) کے شلث ب ی ف اور ف ی ح سب طرح سے آپسمین برابر ہوئے اور اسیواسطے ف ح برابر ہوا ب ف کے

پس نتیجہ اخری سے اسلوب ترکیبی اس طرح استنباط ہوتا ہے کہ ب ف عمود س د پر نکالکر اوسے خارج ح تک ایسا کرو کہ ف ح برابر ب ف کے ہو اور ملاؤ ا ح پس ا ح نقطہ مطلوب پر س د کو قطع کریگا۔

۴۰ ۔ ایک خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اونکے مربعون کا حاصل تفریق برابر ایک مربع معلوم کے ہو

فرض کرو کہ ا ب خط معلوم ہے اور س اوسپر نقطہ مطلوب ہے۔ اب ا س اور س ب کے مربعون کا فرق برابر ایک مربع معلوم کے ہے لیکن ا س اور س ب کے مربعون کا فرق برابر ہے اونکے مجموعہ اور فرق کے سطح کے تو یہ سطح برابر مربع معلوم کے ہونی چاہیے

پس اسلوب ترکیبی یہ ہوگا کہ بحکم (۴۵ ش ام)



کے ا ب پر ایک متوازی الاضلاع قائم الزاویہ برابر مربع معلوم کے بنادین تو فرق ا س اور ب س کا برابر ہوگا قائم الزاویہ کے اوس ضلع کے جو متصل ا ب کے ہے اور اس سبب فرق ضلعون کا دریافت ہوگیا اور مجموعہ ا س اور ب س کا ا ب پہلے سے معلوم ہے اور جب فرق اور مجموعہ ا س اور س ب کا معلوم ہوگیا تو ا س اور س ب خود معلوم ہوگئے۔

یہ ظاہر ہے کہ مربع معلوم ا ب کے مربع سے زیادہ نہو کیونکہ اگر ایسا ہوگا تو سوال کا حل غیر ممکن ہوجائیگا۔

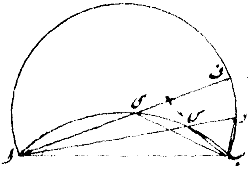
اگر یہ تخصیص نہ کی جاوے کہ دو حصون ا س اور س ب مین کونسا بڑا ہے تو س کے دو مقام ہونگے مگر جب یہ تخصیص ہوجاوے تو فقط ایک ہی مقام س کا ہوگا

پس اسی طرح سے اس دعوی کو بھی ثابت کرسکتے ہین کہ ایک خط مستقیم معلوم کو اسقدر زیادہ کرو کہ کل خط مع زیادتی اور فقط زیادتی کے مربعون کا برابر ایک مربع معلوم کے ہو جو خط معلوم کے مربع سے کم نہین۔

اس دعوی کو اور پہلے دعوی کو اس طرح فقط ایک دعوی مین بیان کرسکتے ہین کہ ایک

خط مستقیم کی داخلی خارجی تقسیم کرو کہ اوسکے حصون کے مربعے برابر ایک مربع معلوم کے ہون۔

۴۱۔ دائرہ معلوم کے محیط مین ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اگر خطوط مستقیم اس نقطہ اور اوس خط کے اطراف مین جسپر قطع دائرہ واقع ہے ملائے جائین تو وہ ملکر برابر ایک خط مستقیم معلوم کے ہون۔



فرض کرو کہ اس ب محیط قطعہ دائرہ معلوم کا ہے اور س ایسا نقطہ مطلوب ہی کہ اس اور س ب ملکر برابر ایک خط مستقیم معلوم کے ہین۔

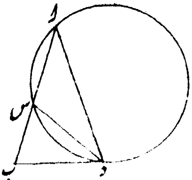
اس کو د تک ایسا خارج کرو کہ س د برابر ب س کے ہو اور ملاؤ ب د ا د برابر ہے خط معلوم کے بحکم (۲۲ ش ام) کے زاویہ اس ب برابر ہے مجموعہ زاویون س ب د اور س د ب کے جو بحکم (۵ ش ام) آپسمین برابر ہین تو زاویہ اس ب دوچند ہوا زاویہ ا د ب سے اسی لئے نصف زاویہ فی القطع معلوم سے ہوا۔

پس اسلوب ترکیبی یہ ہوا کہ ا ب پر ایک قطعہ دائرہ ایسا کھینچو کہ اوسکا زاویہ فی القطع نصف زاویہ فی القطع معلوم سے ہو اور آ کے مرکز اور خط معلوم کے برابر نصف قطر پر دائرہ کھینچو اور اس دائرہ اور قطعہ دائرہ کے ایک نقطہ تقاطع مین اور نقطہ آ مین خط ملاؤ تو خط ملایا گیا قطعہ معلوم کو نقطہ مطلوب پر قطع کرے گا اور اوس سے ہمارا مطلب حاصل ہو گا۔ چاہیے کہ خط معلوم ا ب سے بڑا ہو اور ایک ور خط سے بڑا نہو جسکا ہم بیان کرتے ہین۔ فرض کرو کہ محیط قطعہ معلوم کا نقطہ ی پر تنصیف ہوتا ہے۔ ملاؤ ا ی اور اوسکو خارج کرو کہ محیط قطعہ دائرہ سے کہ کھینچا گیا ہے نقطہ ف پر ملے تو بحکم (۲۸ ش ۳م) کے ا ی برابر ہے ی ب کے اور جس دلیل سے کہ س ب برابر ہے س د کے اوسی دلیل سے ی ف برابر ہے ی ب کے تو ی آ اور ی ب اور ی ف آپس مین برابر ہوے تو بحکم (۹ ش ۳م) کے ی مرکز اوس دائرہ کا ہوا جسکا ا د ب قطعہ ہے تو ا ب بڑے سے بڑا خط مستقیم ہے جو اس قطعہ دائرہ مین کھنچ سکتا ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ خط معلوم دوچند ا ی سے بڑا نہو۔

۴۲۔ ایک مثلث متساوی الساقین ایسا بناؤ کہ اوسکے قاعدہ کا ہر ایک زاویہ دوچند تیسرے زاویہ سے ہو۔

یہ شکل چوتھے مقالہ کی دسوین شکل ہے ایسا معلوم ہوتا ہے کہ اوسکا اثبات اس اسلوب تحلیلی سے مستنبط ہوا ہو۔

فرض کرو کہ ا ب د مثلث مطلوب ہے کہ ہر ایک زاویہ ب اور د کا دوچند زاویہ ا سے ہے



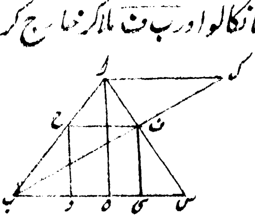
زاویہ د کی تنصیف خط مستقیم س د سے کرو تو زاویہ ا د س برابر ہوا زاویہ ا کے تو س ا برابر ہوا س د کے اور زاویہ س ب د بموجب فرض کے برابر ہے زاویہ ا د ب کے اور زاویہ س د ب برابر ہے زاویہ ا کے تو بحکم (۳۲ ش ا م) کے تیسرا زاویہ ب س د برابر ہوا زاویہ ا ب د کے اسیواسطے بحکم (۶ ش ا م) کے ب د برابر ہے س د کے اور اسی واسطے ب د برابر ہے ا س کے

چونکہ زاویہ ب د س برابر ہے زاویہ ا کے تو خط مستقیم ب د اوس دائرہ کو کہ مثلث ا ب س پر کھینچا جاوے بحکم حاشیہ ۳۲ ش ۳ م کے مس کریگا اسی واسطے سطح ا ب اور س ب کے برابر ہوئے مربع ب د کے تو سطح ا ب اور ب س کی برابر ہوئی مربع ا س کے تو ا ب نقطہ س پر ایسا تقسیم ہوا جیسا کہ (۱۱ ش ۲ م) مین ہوا ہے۔

پس یہان سے اسلوب ترکیبی دیکھہ لو کہ وہی ہے جو اقلیدس نے لکھا ہے

۴۳ – ایک مثلث معلوم مین مربع بناؤ۔

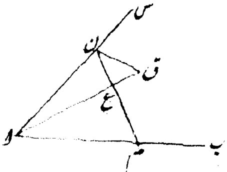
فرض کرو کہ ا ب س مثلث معلوم اور د ی ف ح اوسمین مربع مطلوب بنا ہوا ہے ا ہ عمود ب س پر نکالو اور ا ک متوازی ب س کا نکالو اور ب ف ما کر خارج کرو جو ا ک



سے نقطہ ک پر ملے تو ب ح کو ح ف سے وہ نسبت ہے جو ب ا کو ہے ا ک سے اور بحکم (۴ ش ۶ م) کے ب ح کو ح د سے وہ نسبت ہی جو ا ب کو ہی ا ہ سے لیکن بموجب فرض کے ف ح اور ح د آپس مین برابر ہین تو بحکم (۷ ش و ۱۱ ش ۵ م) کے ب ا کو ا ک سے وہ نسبت ہی جو ب ا کو ت ا ہ سے تو بحکم

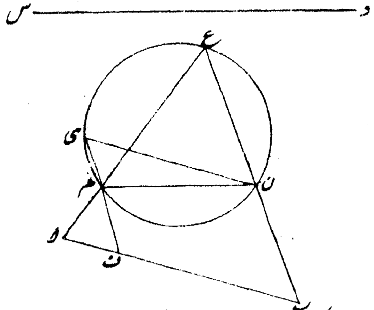
(۷ ش ۵ م) کے اک اور اہ آ ہ ہیمین برابر ہوئے۔
اسلوب ترکیبی یہ مستنبط ہوا کہ اک متوازی ب س کا برابر اہ کے نکالو اور ملاؤ ب ک
پس ب ک جس نقطہ پر ا س سے ملتا ہے وہان ایک کونہ مربع مطلوب ہوگا آگے خود ثابت کرلو

۴۴۔ خطوط مستقیم معلوم کے درمیان ایک نقطہ معلوم ہے اوس سے ایک خط مستقیم ایسا کینچو کہ سطح اوسکے حصون کے جو درمیان اس نقطہ اور خطوط معلومہ کے واقع ہون برابر ایک سطح معلوم کے ہو۔



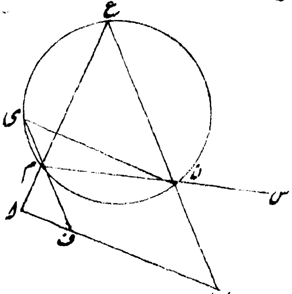
مثلاً نقطہ معلوم ع درمیان معلوم
خطوط ا ب اور ا س کے ہو
اور یہ فرض کرو کہ م ع ن خط
مطلوب ایسا ہے کہ سطح م ع
اور ن ع کے برابر سطح معلوم کے ہے ا ع کو ق تک ایسا خارج کرو کہ سطح ا ع اور ع ق برابر سطح معلوم کے ہو۔ تو سطح ن ع اور م ع کی برابر سطح ا ع اور ق ع کے ہوئی تو بحکم (حاشیہ ۵ ۲ ش ۳ م) دائرہ گرد ا م ق ن کے کینچے گا اور بحکم (۲۱ ش ۳ م) کے زاویہ ع ن ق برابر زاویہ م ا ع کے ہوگا۔
پس اسی واسطے اسلوب ترکیبی یہ ہوگا کہ ا ع کو ق تک ایسا خارج کرو کہ سطح ا ع اور ع ق کی برابر سطح معلوم کے ہو اور ع ق پر ایک قطعہ دائرہ بناؤ جسکا زاویہ برابر زاویہ م ا ع کے ہو پس ع اور اوس نقطہ مین جہان یہ قطعہ دائرہ ا س کو قطع کرے خط مستقیم ملاؤ تو یہ خط ہمارے دعوی کو ثابت کردیگا۔

۴۵۔ دائرہ معلوم مین مثلث ایسا بناؤ کہ اوسکے دو ضلعے تو دو نقاط معلوم مین گذرین اور تیسرا ضلع متوازی ایک خط معلوم کا ہو
مثلاً ا اور ب نقاط معلوم اور س د خط معلوم ہو اور فرض کرلو کہ مثلث ع م ن مثلث مطلوب دائرہ کے اندر ہے۔
ن ی متوازی ا ب کا کینچو اور ملاؤ ی م اور اوسے خارج کرو کہ ا ب سے نقطہ ف پر ملے
پس اگر نقطہ ف معلوم ہو جائے تو گویا سوال حل ہوگیا۔
اسواسطے کہ ی ن م ایک زاویہ معلوم ہے تو اوس کے وتر ی م کی مقدار معلوم ہے



اور چونکہ ف معلوم اور
ی م کی مقدار معلوم ہے
تو مقام م کا معلوم ہو گیا
پس اب یہ ثابت کرنا باقی
رہا کہ ف کس طرح معلوم
ہو سکتا ہے بحکم (۲۹ ش ۱ م)
کے زاویہ م ی ن برابر
ہے زاویہ م ف ا کے اور زاویہ م ی ن بحکم (۲۱ ش ۳ م) کے برابر ہے زاویہ
م ع ن کے اس سے معلوم ہوا کہ بحکم (۴ ش ۶ م) کے مثلث م ا ف اور ب ا ع آپس مین
متشابہ ہوئے اسی واسطے م ا کو ا ف سے وہ نسبت ہے جو ا ب کو ہے ا ع سے
اسی واسطے بحکم (۱۶ ش ۶ م) سطح م ا اور ا ع کی برابر ہوئی سطح ب ا اور ا ف کے
لیکن ا نقطہ معلوم ہے تو سطح م ا اور ا ع کی معلوم ہوئی اور ا ب بھی معلوم ہے
تو ا ف معلوم ہو جاویگا۔

۴۶۔ ایک دائرہ مین ایک مثلث ایسا بناؤ کہ اوسکے اضلاع نقاط معلوم پر گذرین
فرض کرو تین نقاط معلومہ ا اور ب اور س ہون اور یہ فرض کر لو کہ ع ن م دائرہ
معلوم مین مثلث مطلوب بنایا گیا ہے۔ ن ی متوازی ا ب کا نکالو اور نقطہ
ف کو اوسی طرح دریافت کرو جس طرح کہ پہلی شکل مین دریافت کیا تھا



پس اب سوال کی صورت یہ ہو گی کہ
مثلث ی م ن ایسا دائرہ معلوم
مین کھینچو کہ نقاط معلوم ف اور س پر
گذرے اور تیسرا ضلع متوازی
ا ب کے ہو اور یہ بموجب شکل
گذشتہ کے ہو سکتا ہے۔

مقام النقاط

۴۷۔ خط مقام النقاط وہ خط ہے کہ جسکے سارے نقطے خاص شرائط کو پورا کرتے ہون اور وہی

نقطے ایسے ہون کہ اون شرائط کو پورا کرتے ہون ۔ مثلاً وہ مقام النقاط جسکا ہر نقطہ ایک نقطہ معلوم سے بعد معلوم پر واقع ہو سطح کرہ ہے جو اوس نقطہ معلوم کے مرکز اور بعد معلوم کے مرکز اور بعد معلوم کے نصف قطر پر بنایا جاوے اور اگر یہ شرط لگائی جاوے کہ وہ ایک سطح مستوی مین ہو تو محیط دائرہ ہوگا جو نقطہ معلوم کے مرکز اور بعد معلوم کے نصف قطر پر کھینچا جاوے جبکہ مقام النقاط مین قید سطح مستوی کی ہوگی اوسکو مقام النقاط مستوی کہتے ہین۔

بہت سے دعوی اقلیدس مین ایسے لکھے ہین کہ وہ مقام النقاط کی مثالین ہین مثلاً مثلث جو ایک قاعدہ پر ایک ہی جہت مین واقع ہون اور مساحتاً برابر ہون اونکی راسون کا مقام النقاط ایک خط مستقیم متوازی قاعدہ کا ہوگا اور یہ ۳۷ و ۳۹ ش پہلے مقالہ مین ثابت ہے۔ دوسری مثال یہ ہے کہ جو مثلث ایک ہی قاعدہ پر ایک ہی جہت مین واقع ہون اور اونکے زاویے راس کے آپسمین برابر ہون تو نقاط ان راسون کا محیط قطعہ دائرہ ہوگا جو مثلث کے قاعدہ پر کھینچا جاوے (۲۱ ش ۳ م) مین ثبوت اوسکا مذکور ہے پس مقام النقاط کے ہی نقطے شرائط مفروضہ کو پورا کرتے ہین اور سوا اونکے اور نقطے ایسے نہین ہوتے جو شرائط کو پورا کرین

اب ہم چند مثالین اوسکی لکھتے ہین ہر مثال مین طالب علم کو یہ بات بھی ثابت کرنی چاہئے کہ مقام نقاط جو ہم دریافت کرتے ہین اوسی کے نقطے تو شرائط کو پورا کرتے ہین اور سوا اوسکے اور نقطے ایسے نہین ہوسکتے جو شرائط کو پورا کرین دو آخر مثالون مین ہمنے مشکل جانکر یہ بات خود ثابت کردی ہے کہ سوائے مقام النقاط کے کوئی اور نقطہ شرائط کا پورا کرنیوالا نہین ہوسکتا اور باقی شکلون مین طالبعلم کی مشق کے لئے اثبات چھوڑ دیا ہے

۴۸۔ مقام اون نقطون کا دریافت کرو کہ جنکا فاصلہ دو نقاط معلوم سے مساوی ہو فرض کرو کہ آ اور ب نقاط معلوم ہین آب ملاؤ اور اوسکے نقطہ وسط سے اوس پر عمود نکالو تو یہ عمود مقام نقاط ہوگا۔ اسلئے کہ اوسکا ہر ایک نقطہ کا مساوی الابعاد ہونا آ اور ب سے آسانی سے ثابت ہوسکتا ہے۔

۴۹۔ مقام نقاط اون مثلثون کے راسون کا دریافت کرو کہ ایک قاعدہ معلوم آب پر ایسے بنائے جاوین کہ مربع اوس ضلع کا جو آ کی طرف ختم ہوتا ہے اوس ضلع کے مربع سے جو ب کی طرف ختم ہوتا ہے بقدر ایک مربع معلوم کے زائد ہو۔

فرض کرو کہ س ایک نقطہ مقام النقاط مطلوب کا ہے نقطہ س سے عمود اب پر نکالو جو اوسی نقطہ د پر ملے بصورت ضرورت اب کو خارج ہی کرلو تو بحکم (۴۷ ش ام) کے مربع اس کا برابر ہے مربع ا د اور س د کے اور مربع ب س کا برابر ہے مربعون ب د اور س د کے اسواسطے مربع اس کا مربع ب س سے اوسی قدر زائد ہے جیسے کہ ا د کا مربع ب د کے مربعے سے زائد ہے اس سے معلوم ہوا کہ بحکم (۴۰ ش) کے د ایک نقطہ معین ہے اب مین یا ب کی طرف خارج شدہ اب مین ہے پس مقام النقاط وہ خط مستقیم ہے جو نقطہ د سے اب پر عمود نکالا جاوے۔

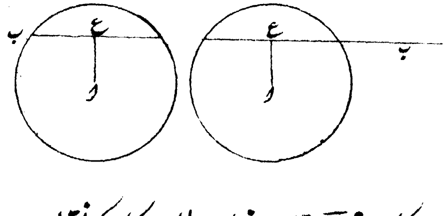
۵۰۔ مقام النقاط اوس نقطہ کا دریافت کرو جس سے مماس دو معلوم دائرون کے نکالے گئے آپسمین متساوی ہون۔

فرض کرو کہ ا مرکز دائرہ کلان اور ب مرکز دائرہ خورد کا ہے اور ع کوئی نقطہ مقام النقاط مطلوب کا ہے چونکہ نقطہ ع سے مماس دائرون کے آپسمین نکالے گئے مساوی ہین تو اونکے مربعے بھی آپسمین مساوی ہونگے لیکن ان مساوی مربعون سے ع ا اور ع ب کے مربعے بقدر مربعات نصف قطرون کے زائد ہین پس اس سے معلوم ہوا کہ ا ع کا مربع ع ب کے مربعے سے اسقدر زائد ہے جسقدر کہ مربع نصف قطر دائرہ کا جسکا مرکز ا ہے بڑا ہے اوس دائرہ کے نصف قطر سے کہ جسکا مرکز ب ہے تو بحکم (۴۹ ش) کے مقام النقاط مطلوب ایک خط مستقیم ہوا جو اب پر عمود ہے

اس خط مستقیم کو محور اصلی اون دائرون کا کہتے ہین اگر دائرے متقاطع ہون تو بحکم (۳۶ ش ۳ م) کے ظاہر ہے کہ دونون دائرون کا وتر مشترکہ کا حصہ خارجی منطبق مقام النقاط پر ہے۔

۵۱۔ ایک دائرہ مین وتر ایک نقطہ معین پر گذرتے ہین اونکے نقاط وسط کا مقام النقاط دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا مرکز دائرہ معلوم کا ہے اور ب ایک نقطہ معین ہے کوئی وتر کھینچو کہ وہ خارج ہوکے یا بغیر خارج ہونے کے نقطہ

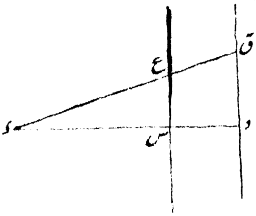


ب پر گذرے اور ع نقطہ وسط اس وتر کا ہو تو ع مقام النقاط مطلوب کا ایک نقطہ ہے۔

چونکہ ع نقطہ وسط وتر کا ہے تو ا ع بحکم (۳ ش ۳ م) کے اوسپر عمود ہوگا اور اسی واسطے نقطہ ع اوس دائرہ کے محیط پر ہوگا جو ا ب کے قطر پر بنایا جاوے پس اس سے معلوم ہوا کہ اگر نقطہ ب دائرون کے اندر ہے تو مقام التقاط محیط دائرہ ہے جو ا ب کے قطر پر بنایا جاے اور اگر ب باہر دائرہ کے ہے تو مقام التقاط اوسی قدر محیط دائرہ ہے جس قدر کہ وہ دائرہ کے اندر واقع ہوتا ہے

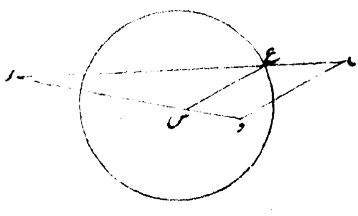
۵۲ - ر ایک نقطہ متعین ہے اور اوس سے کوئی خط مستقیم ایک خط مستقیم معین سے ع پر ملتا ہوا کھینچا گیا ہے اور ر ع مین ایک نقطہ ق ایسا مقرر کیا گیا ہے کہ ر ق کو ر ع سے ایک نسبت مقررہ ہے تو مقام التقاط ق کا دریافت کرو۔

ہم ثابت کرین گے کہ ق کا مقام التقاط ایک خط مستقیم ہے اسواسطے کہ ر سے ر س عمود خط متعین سے نقطہ س پر ملتا ہوا نکالو اور ر س مین ایک نقطہ د ایسا مقرر کرو کہ ر د کو ر س سے نسبت متعینہ ہو اور نقطہ ر سے کوئی خط مستقیم ر ع خط متعینہ سے نقطہ ع پر ملتا ہوا کھینچو اور ر ع مین ایک نقطہ ق مقرر کرو کہ ر ق کو ر ع سے نسبت معینہ ہو ملاؤ ق د تو مثلث ر د ق اور ر س ع متشابہ بحکم (۶ ش ۶ م) کے ہین۔



اسیواسطے زاویہ ر د ق برابر زاویہ ر س ع کے ہے اور اسیواسطے قائمہ ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ ق اوس خط مستقیم مین ہے کہ ر د پر نقطہ د سے عمود نکالا جاے۔

۵۳ - ر ایک نقطہ معین ہے اوس سے کوئی خط مستقیم ایک دائرہ متعین کے محیط سے نقطہ ع پر ملتا ہوا کھینچا گیا ہے اور ر ع مین ایک نقطہ ق ایسا مقرر کیا گیا ہے کہ ر ق اور ر ع مین



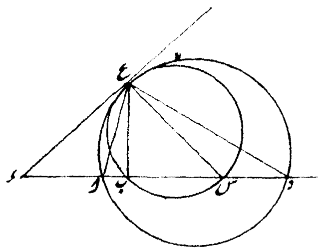
ایک نسبت معینہ ہے تو مقام التقاط ق کا دریافت کرو

ہم ثابت کرین گے کہ مقام التقاط

ق کا محیط ایک دائرہ کا ہوگا اسواسطے کہ فرض کرو کہ مرکز دائرہ متعینہ کا س ہے رس
مین کوئی نقطہ د ایسا مقرر کرو کہ رد اور رس مین نسبت متعینہ ہو اور س ع نصف قطر
دائرہ متعینہ کا کھینچو اور دق متوازی س ع کا رع سے نقطہ ق پر ملتا ہوا نکالو بصورت
ضرورت رع کو خارج کرلو تو بحکم (۴ش ۶م) کے مثلث رس ع اور ر دق متشابہ ہین اور
اسیواسطے رق کو رع سے وہ نسبت ہے جو رد کو نسبت ہے رس سے یعنی نسبت متعینہ ہے
اسیواسطے ق ایک نقطہ مقام النقاط پر ہے اور دق اور س ع مین ایک نسبت متعینہ ہی تو دق کا
طول ہمیشہ یکسان رہیگا اس سے معلوم ہوا کہ مقام النقاط محیط دائرہ ہے جسکا مرکز د ہے۔

۴۵۔ ایک خط مستقیم مین چار نقطے ا اور ب اور س اور د ہین ایسا مقام النقاط دریافت
کرو کہ اوس کے ہر ایک نقطہ پر اب اور س د محاذی مساوی زاویون کے ہون

بحکم (۴م۳) کے ر ایک نقطہ خط مستقیم معلوم مین ایسا دریافت
کرو کہ سطح را اور رد کی برابر سطح رب
اور رس کے ہو بحکم (۲ش ۲م) کے
رک ایسا مقرر کرو کہ اوسکا مربع برابر
اون مساوی سطحون مین سے کسی ایک
سطح کے ہو تو مرکز ر اور نصف قطر رک
پر جو دائرہ کھینچا جاویگا وہ مقام النقاط مطلوب ہوگا۔

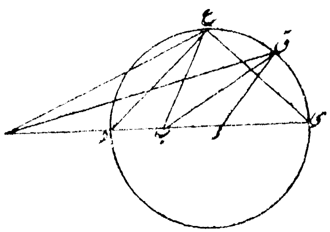


ہم اول وہ صورت لیتے ہین جن مین نقاط بالترتیب اسی طرح واقع ہین جیسے کہ ر اور
ا اور ب اور س اور د ہین۔

فرض کرو کہ ع کوئی نقطہ اس دائرہ کے محیط مین ہے گرد مثلث ع ا د اور ع ب س کے
دائرے کھینچو تو بحکم (۲۷ش ۳م) کے رع ہر ایک دائرہ کا مماس ہوگا تو بحکم (۳۲ش ۳م)
کے زاویہ رع ا برابر ہے زاویہ ع د ا کے اور زاویہ رع ب برابر زاویہ رس ع اور
زاویہ رع ب برابر ہے مجموعہ زاویون رع ا اور ا ع ب کے اور بحکم (۳۲ش ۱م)
کے زاویہ ع س ب برابر ہے زاویہ ع د ا اور س ع د کے مجموعہ کے اور یہ ثابت
ہوچکا ہے کہ زاویہ رع ا برابر ہے زاویہ ع د ا کے تو زاویہ ا ع ب برابر ہوا زاویہ
دع س کے پس ہمنے ثابت کردیا کہ ہر ایک نقطہ محیط اس دائرہ کا شرائط مفروضہ کو پورا کرتا ہی اب ہم

ثابت کرتے ہین کہ جو نقطہ ان شرائط کو پورا کرتا ہی وہ محیط دائرہ پر واقع ہے اسواسطے کہ کوئی نقطہ ق جو شرائط مفروضہ کو پورا کرے فرض کرو اور دائرہ گرد ق ا ر د اور ق ب س سے کھینچو تو یہ دائرے ایکہی خط کو نقطہ ق پر مس کرینگے اسواسطے کہ زاویہ ا ر ق یا ق ر س ق د ا ہ سمین مساوی ہین اور عکس (۳۲ ش ۱ م) کا صحیح ہے فرض کرو کہ یہ خط جو دائرون کو نقطہ ق پہ مس کر رہا ہے کھینچا جاوے اور اوس خط سے کہ جسمین چارون نقطے ہین نقطہ ر پر ملے تو سطح ر ا اور ر د کی برابر سطح ر ب اور ر س کے ہوگئی اس لئے کہ بحکم (۳۶ ش ۳ م) کے ہر ایک سطح برابر مربع ر ق کے ہے۔ اسواسطے بحکم (۴ ۳ ش) کے منطبق ر پر ہوگا اور اسی واسطے ر ق برابر ر ک کے ہوگا تو ثابت ہوا کہ ق اوس دائرے کے محیط پر ہے جسکا مرکز ر ہے اور ر ک نصف قطر ہے۔

۵۵۔ مثلثات ا ب س وغیرہ جو ایک قاعدہ معلوم ا ب پر قائم ہین اور ضلع ا س کو ضلع ب س سے ہمیشہ ایک نسبت مقررہ ہی تو اونکے



راسون کا مقام النقاط دریافت کرو اگر اضلاع ا س اور ب س مساوی ہین تو مقام النقاط ایک خط مستقیم ہوگا جو ا ب کو زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے اور اگر یہ فرض کرین کہ ا د مین نسبت عظمی ہے یعنی ا س بڑا ضلع ہے بحکم (۱۰ ش ۶ م) کے ا ب کو نقطہ د پر ایسا تقسیم کرو کہ ا د کو د ب سے نسبت مقررہ ہو اور ا ب کو نقطہ ی تک خارج کرو ایسا کہ ا ی کو ی ب سے نسبت مقررہ ہو فرض کرو کہ ع کوئی نقطہ مقام النقاط مطلوب کا ہے ملاؤ ع د ع ب اور ع ی تو ع د تنصیف زاویہ ا ع ب کے اور ع ی تنصیف اوس زاویہ کی جو درمیان ب ع اور ا ع خارج شدہ کے واقع ہے کرتا ہے اسواسطے د ع ی قائمہ ہے اسواسطے ع اوس محیط مین اوس دائرہ کے واقع ہے کہ جسکا قطر د ی ہے پس ہمنے ثابت کر دیا کہ کوئی نقطہ جو شرائط کو پورا کرتا ہے وہ محیط دائرہ پر ہے جو د ی کو قطر بنا کر کھینچا جاوے اب ہم یہ ثابت کرتے ہین کہ جو نقطہ محیط دائرہ مین واقع ہے وہ ان شرائط کو پورا کرتا ہی فرض کرو کہ کوئی نقطہ ق محیط دائرہ مین واقع ہے ق ا کو ق ب سے نسبت معلوم ہوگی اسواسطے کہ ر مرکز

دائرہ کا دریافت کرد اور ملاؤ ق ر تو بموجب ساخت شکل کے ای کو ی ب سے وہ نسبت ہے جو ا د کو ہے د ب سے اسواسطے ابدال نسبت سے ای کو ا د سے وہ نسبت ہے جو ی ب کو ہے د ب سے اسی واسطے بحکم (۱۳ ش ۵) کے مجموعہ ای اور ا د کو فرق ای اور ا د سے وہ نسبت ہو گی جو مجموعہ ی ب اور د ب کو ہے فرق ی ب اور د ب سے یعنی دو چند ا ر کو دو چند د ر سے وہ نسبت ہے جو دو چند د ر کو ہے دو چند ب ر سے اسیواسطے ا ر کو د ر سے وہ نسبت ہے جو د ر کو ہے ب ر سے یعنی ا ر کو ر ق سے وہ نسبت ہے جو ر ق کو ہے ر ب سے اسیواسطے بحکم (۶ ش ۵ م) کے مثلث ا ر ق اور ق ر ب متشابہ ہوئی اسیواسطے ا ق کو ق ب سے وہ نسبت ہی جو ق ر کو ہے ر ب سے اس سے ثابت ہوتا ہے کہ نسبت ا ق کی ب ق سے نسبت مقررہ ہے اور اب یہ ثابت کرتے ہین کہ یہ نسبت مقررہ وہی نسبت ہے جو پہلے مقرر کی گئی ہے ابھی ہم ثابت کر آئے کہ ا ر کو د ر سے وہ نسبت ہے جو د ر کو ب ر سے اسیواسطے بحکم (۱۷ ش ۵ م) کے فرق ا ر اور د ر کو د ر سے وہ نسبت ہے جو فرق د ر اور ب ر کو ہے ب ر سے یعنی ا د کو د ر سے وہ نسبت ہے جو کہ ب د کو ب ر سے اسیواسطے ا د کو ب د سے وہ نسبت ہے جو د ر کو ہے ب ر سے یعنی ا د کو د ب سے وہ نسبت ہے جو ق ر کو ہی ب ر سے اس سے معلوم ہوا کہ نسبت ق ر کو ب ر سے وہی ہے جو نسبت مقررہ ہے۔

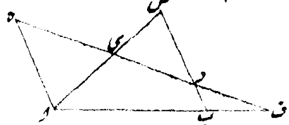
زمانہ حال کا علم ہندسہ

۵۶ - اب تک ہم اپنے بیانات مین اصول اقلیدس کے مقید رہے اور جو دعوی ہمنے ثابت کئے اونمین اقلیدس کی ترکیبون کو استعمال مین لائے اب زمانہ حال مین بہت اور ترکیبین ایجاد ہوئین اور اونسے نتائج اعظم ثابت ہوئے ہین ان ترکیبون کا نام نیم علم ہندسہ رکھنا چاہیے اسواسطے کہ وہ زمانہ قدیم کا خالص ہندسہ نہین ہے بلکہ اوسمین علم حساب جبر مقابلہ شامل کر دیا ہی زمانہ حال مین حساب اور جبر مقابلہ کو ہندسہ کے ساتھ اکثر قواعد ہندسیہ مین ملاتے ہین بڑی بڑی کتابین اسطرحکے علم ہندسہ مین موجود ہین اگر شوق ہے تو مطالعہ کرو اب ہم مسئلہ قاطع الخطوط کی چند اشکال نظری لکھتے ہین جس سے کیفیت زمانہ حال کے علم ہندسہ کی کہلیگی کوئی خط خواہ مستقیم یا منحنی جو ایک مجموعہ خطوط کو قطع کریگا تو اوسکو قاطع الخطوط کہتے ہین جو شکلین نیچے لکھتے ہین اونمین خطوط مستقیم سے بحث ہی اور مجموعہ خطوط ایسا لیا گیا ہے کہ جنمین تین خطوط مستقیم ہین اور اون سے

مثلث بنتا ہے شکل نظری جو ابہی ہم ثابت کرتے ہین اوسکے دعوی کو مختصر کرکے لکھا ہے
تاکہ یاد رہے لیکن بیان دعوی سمجھ مین نہین آیگا جب تک کہ اوسکا اثبات نہ سمجھ لینگے

۷۵ - اگر خط مستقیم مثلث کے اضلاع خارج شدہ کو قطع کرے تو حاصل ضرب اضلاع کے
تین حصون کا جو بالترتیب لیئے جاوین برابر ہوگا حاصلضرب باقی تین حصون کے

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور خط مستقیم ضلع ب س کو نقطہ د پر اور ضلع ا س کو نقطہ ی
پر اور ضلع ا ب کو جو ب کی طرف خارج ہوا نقطہ ف پر قطع کرتا ہی



تو ب د اور د س کو حصص ضلع ا س اور ا ی
اور یس ا ی کو حصص ضلع ا س اور ا ف
اور ف ب کو حصص ضلع ا ب کہتے ہین

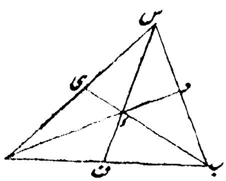
نقطہ ا سے ایک خط مستقیم متوازی ب س کا د ف خارج شدہ سے نقطہ ہ پر ملتا ہوا نکالو
تو مثلث س ی د اور ی ا ہ متساوی الزوایا ہین اسیواسطے بحکم (۲۹ ش ۲ م) کے ا ہ
کو س د سے وہ نسبت ہے جو ا ی کو ہے ی س سے اسیواسطے بحکم (۱۶ ا ش ۶ م) کے
سطح ا ہ اور ی س برابر ہے سطح س د اور ا ی کے اب پہر مثلثات ف ا ہ اور ف ب د
متساوی الزوایا باہم ہین اسیواسطے بحکم (۲۹ ش ۶ م) کے ا ہ کو ب د سے وہ نسبت ہے
جو ف ا کو ہے ف ب سے اسیواسطے بحکم (۱۶ ا ش ۶ م) کے سطح ا ہ اور ف ب کی برابر ہے
سطح ب د اور ف ا کے اب فرض کرو خطوط مستقیم اعداد سے جس طرح حاشیہ مقالہ دوم
مین بیان کیا گیا ہے تعبیر کئے جاوین تو ہمکو دو نتایج حسابیہ حاصل ہونگے کہ حاصلضرب
ا ہ اور ی س کا برابر حاصلضرب س د اور ا ی کی اور حاصل ضرب ا ہ اور ف ب کا برابر
ہے حاصل ضرب ب د اور ف ا کے اسیواسطے موافق قاعدہ حسابیہ کے حاصل ضرب ا ہ
اور ی س اور ب د اور ف ا کا برابر ہوا حاصل ضرب ا ہ اور ف ب اور س د اور
ا ی کے اسیواسطے موافق قاعدہ حساب کے حاصل ضرب ب د اور ی س اور ب ا کا برابر
ہوا حاصل ضرب د س اور ی ا اور ف ب کے یہ وہ نتیجہ ہے جو دعوی مین بیان کیا گیا ہی
ہر حاصلضرب مین تین حصے ہین ہرایک حصہ ایک ایک ضلع مین سے لیا گیا ہے اور دو حصے
جو ایک زاویہ پر منتہی ہوتے ہین کسی حاصل ضرب مین نہین لیئے گئے پس اگر حاصل ضرب کو
حصہ ب د سے شروع کرین تو دوسرا حصہ ب س کا یعنی د س دوسرے حاصل ضرب مین

واقع ہوگا اور حصہ س ی پہلے حاصل ہین آتا ہے اس لیئے د و اور حصے س د اور س ی جو
نقطہ س پر ختم ہوتے ہین ایک حاصل ضرب ہین نہین واقع ہوتے

طالبعلمون کو چاہئے کہ وہ اوس صورت دعوی کی بھی جسمین خط مستقیم سب اضلاع خارج شدہ
کو قطع کرتا ہے شکل بناوے اور یہی نتیجہ حاصل کرے -

۵۸ - عکس شکل سابق کا بھی ثابت ہوسکتا ہے یعنی اگر حاصل ضرب ب د اور س ی اور
ا ف کا برابر حاصل ضرب د س اور ی ا اور ف ب کے ہو تو تینون نقطے د اور ی اور
ف ایک مستقیم ہین ہون گے -

۵۹ - اگر ایک مثلث کے تینون زاویون سے تین خط مقابل کے اضلاع تک کھینچے جاوین
اور وہ ایک نقطہ پر ملین تو حاصلضرب اون تینون حصون کا جو بالترتیب لئے جائین برابر
ہوگا حاصلضرب باقی تین حصون کے - فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور زاویون سے خطوط مستقیم
ا ر د اور ب ر ی اور س ر ف نقطہ ر پر ملتے ہوئے کھینچے گئے ہین تو حاصل ضرب ا ف
اور ب د اور س ی برابر ہوگا حاصلضرب ف ب
اور د س اور ی ا کے اسواسطے کہ مثلث ا ب د
خط قاطع ف ر س سے قطع ہوتا ہے تو بموجب
(۵۷ ش) کے حاصلضرب ا ف اور ب س اور د ر
برابر حاصلضرب ف ب اور س د اور ر ا کے ہے



اور مثلث ا س د خط قاطع ی ر ب سے قطع ہوتا ہے تو بموجب شکل ۵۷ کے
حاصل ضرب ا ر اور د ب اور س ی کے برابر ہے حاصل ضرب ر د اور ب س اور
ا ی کے اسی واسطے بموجب قواعد حسابیہ کے حاصل ضرب ا ف اور ب س اور د ر
مع حاصلضرب ا ر اور د ب اور س ی برابر ہوا حاصل ضرب ف ب اور د س اور ر ا مع
حاصلضرب ر د اور ب س اور ی ا کے

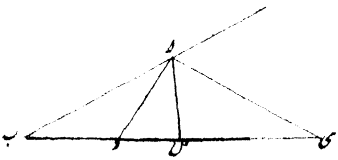
اسیواسطے حاصل ضرب ا ف اور ب د اور س ی برابر ہوا حاصل ضرب
ف ب اور د س اور ی ا کے ہمنے نقطہ ر کو مثلث کے اندر فرض کیا ہے اگر
ر باہر مثلث کے ہو تو نقاط د اور ی اور ف اضلاع خارج شدہ پر واقع ہونگے -

۶۰ - عکس شکل مذکور کا برہان خلف سے اس طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ اگر حاصل ضرب

اف اور ب د اور س ی برابر حاصل ضرب ف ب اور د س اور ی ا کو ہو تو خطوط
مستقیم ا د اور ب ی اور س ف ایک نقطہ پر ملین گے

۶۱ - سوالات ہندسیہ مین الفاظ تناسب حسابیہ اور ہندسیہ اور موسیقی کے وہی
معنی ہین جو حساب مین ہین ایک شکل تناسب موسیقی قابل تحریر ہے
سو اوسکو ہم لکھتے ہین -

۶۲ - فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور زاویہ آ خط مستقیم سے تنصیف کیا گیا
ہے جو ب س سے نقطہ د پر ملتا ہے اور زاویہ خارجہ آ بھی خط مستقیم سے جو
ب س سے کہ س کی طرف خارج کیا جاوے نقطہ ی پر ملتا ہے تو ب د اور ب س
اور ب ی تناسب موسیقی رکہین گے اسواسطے کہ بحکم (۳ ش ۶ م) کے
ب د کو د س سے وہ نسبت ہی جو ب ا کو ہی ا س سے
اور بحکم (ا ش ۶ م) کے ا ب کو ا س سے
وہ نسبت ہی جو ب ی کو ہی ی س سے



اسیواسطے بحکم (۱۶ ا ش ۵ م) کے ب د کو
د س سے وہ نسبت جو ب ی کو ہی ی س سے
اسیواسطے بحکم (۱۶ ا ش ۵ م) کے ب د کو ب ی سے وہ نسبت ہے جو د س کو ہے ی س
سے پس اس طرح سے تین خطوط مستقیم ب د اور ب س اور ب ی مین پہلے
کو تیسرے کے ساتھ وہ نسبت ہے جو کہ دوسرے اور پہلے کے فرق کو ہے
تیسرے اور دوسرے کے فرق کے ساتھ -

اسیواسطے ب د اور ب س اور ب ی تناسب موسیقی مین ہین اور کبھی اس مطلب
کو یون بھی ادا کیا کرتے ہین کہ ب ی نسبت موسیقی مین د اور س پر تقسیم ہوا ہے

نتائج مقالۂ اول

اول شکل سے پندرہوین شکل تک

(۱) خط معلوم پر ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ کہ جسکی ساق برابر خط معلوم کے ہو۔

(۲) اگر مقالہ اول کے ۲ شکل مین دائرہ خرد کا قطر دائرہ کلان کا نصف قطر ہو تو بتلاؤ نقطہ معلوم کہان ہوگا اور مثلث متساوی الاضلاع جو بنایا جائیگا اوسکا راس کہان ہوگا +

(۳) اگر دو خطوط مستقیم متقاطع علی القوائم ایک دوسرے کو تنصیف کرتی ہون تو اون مین سے ہر خط پر ایک نقطہ دوسرے خط کے اطراف سے برابر فاصلہ پر ہوگا +

(۴) مثلث متساوی الساقین کے فوق القاعدہ کے زاوئے ا ب س اور ا س ب خطوط ب د اور س د سے تنصیف کئے جائین تو ثابت کرو کہ ب س د مثلث متساوی الساقین ہوگا

(۵) مثلث متساوی الساقین ب ا س کے زاویون ب اور س مین سے ہر ایک دوچند زاویہ ا سے ہی پس اگر زاویہ ب کی ب د تنصیف کرکے ا س سے نقطہ د پر ملے تو ثابت کرو کہ ب د برابر ا د کے ہوگا۔

(۶) مقالۂ اول کی شکل پنجم مین اگر ف س اور ب ح نقطہ ھ پر ملین تو ثابت کرو ف ھ برابر ح ھ کے ہوگا +

(۷) مقالۂ اول کی شکل پنجم مین اگر ف س اور ب ح نقطہ ھ پر ملین تو ثابت کرو زاویہ ب ا س کی ا ھ تنصیف کرتا ہے +

(۸) ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د کے اضلاع ا ب اور ا د باہم مساوی ہین اور وتر ا س زاویہ ب ا د کی تنصیف کرتا ہی تو اضلاع س ب اور س د بھی باہم برابر ہین اور وتر ا س زاویہ ب س د کی تنصیف کرتا ہی +

(۹) دو مثلث ا س ب اور ا د ب ایک ہی جہت مین ا ب پر سطح سے واقع ہین کہ ا س برابر ہی ب د کے اور ا د برابر ہی ب س کے اور ا د اور ب س نقطہ و پر متقاطع ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ا و ب متساوی الساقین ہوگا۔

(۱۰) ایک معین کے مقابل کے زاوئے آپسمین برابر ہوتے ہین +

(۱۱) معین کے قطر جن زاویون مین گذرتے ہین اونکی تنصیف کرتے ہین۔

(۱۲) اگر ایک قاعدہ پر دو مثلث متساوی الساقین واقع ہون اور اونکی راس کے زاویون مین خط وصل کیا جاوے تو یہہ خط یون ہی خارج ہوکر قائمے زاویون پر قاعدہ کی تنصیف کریگا۔

(۱۳) خط مستقیم معلوم مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اوسکا فاصلہ دو نقاط معلوم سے مساوی ہو

(۱۴) خط مستقیم معلوم کے مقابل سمتون مین دو نقطے معلوم ہین اونسے ایسے دو خط کہیچو کہ وہ اوس خط معلوم پر ملین اور اونکے درمیان کا زاویہ خط معلوم سے تنصیف ہو +

(۱۵) اگر زاویہ معلوم ب ا س کی تنصیف کیجائے اور ح تک س ا بڑھا یا جائے اور زاویہ ب ا ح کی تنصیف کیجائے تو یہہ خطوط تنصیف کرنے والے ایک دوسرے پر زاویئے قائمے پیدا کرینگے +

(۱۶) اگر چار خطوط مستقیم ایک نقطہ پر اس طرح سے ملین کہ مقابل کے زاویئے آپسمین برابر ہون تو اونمین دو دو ملکر ایک خط مستقیم مین ہونگے۔

۱۶ شکل سے ۲۶ شکل تک

(۱۷) مثلث ا ب س کے زاویہ ا کی خط مستقیم ا د تنصیف کرتا ہی اور ب س سے نقطہ د پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ ب ا بڑا ب د سے اور س ا بڑا س د سے ہے۔

(۱۸) (۱۷ شکل ام) مین ب س مین کوئی نقطہ لیکر اوسمین اور آ مین خط وصل کرکے یہ ثابت کرو کہ زاویہ ا ب س اور ا س ب ملکر دو قائمون سے کم ہین +

(۱۹) ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د ہی جسمین ا د سب اضلاع سے بڑا اور ب س سب سے چھوٹا ضلع ہی تو ثابت کرو زاویہ ا ب س بڑا زاویہ ا د س سے ہی اور زاویہ ب س د بڑا زاویہ ب ا د سے ہے +

(۲۰) اگر مربع کے کسی زاویہ کی راس آ سے ایک خط دوسرے ضلع کو کاٹتا ہوا اور تیسرے ضلع خارج شدہ سے نقطہ ف پر ملتا ہوا کہیچا جائے تو ثابت کرو کہ ا ف بڑا قطر مربع سے ہوگا +

(۲۱) جتنے خطوط مستقیم ایک نقطہ معلوم سے ایک خط مستقیم معلوم تک کہینچے جائین اونمین سے عمود سب سے چھوٹا ہوتا ہے اور جو خط اوسکے قریب ہوتا ہے وہ بعید سے چھوٹا ہوتا ہے فقط دو ہی خط مستقیم باہم متساوی اوس خط مستقیم تک کہینچ سکتے ہین جن مین ہر ایک ایک جانب مین واقع ہو +

(۲۲) مثلث کے اندر کوئی نقطہ لیکر زاویون مین خطوط وصل کرین تو ان خطوطونکا مجموعہ مثلث کے نصف مجموعہ اضلاع سے بڑا ہوتا ہے -
(۲۳) ہر ذو اربعۃ الاضلاع کے چارون ضلعونکا مجموعہ اونکے دونو وترونکے مجموعہ سے بڑا ہوتا ہی +
(۲۴) مثلث کے ذو ضلعون کا مجموعہ اوس خط مستقیم کے دوچند سے بڑا ہوتا ہے جو زاویہ راس اور نقطہ وسط قاعدہ مین ملایا جائے +
(۲۵) اگر کسی مثلث کا ایک زاویہ برابر باقی دو زاویون کے مجموعہ کے ہو تو وہ مثلث دو متساوی الساقین مثلثون مین تقسیم ہوسکے گا +
(۲۶) اگر مثلث مین آ اور ب کے زاویون کا مجموعہ برابر زاویہ س کے ہو تو ضلع ا ب اوس خط مستقیم سے دوچند ہوگا جو س اور نقطہ وسط ا ب مین وصل کیا جائے +
(۲۷) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور قاعدہ پر کا ایک زاویہ اور مجموعہ اضلاع معلوم ہی -
(۲۸) مثلث کے دو ضلعونکے درمیان زاویہ کے جو خط تنصیف کرتا ہی اوسکے کسی نقطہ سے اضلاع پر عمود نکالین تو وہ آپسمین برابر ہونگے -
(۲۹) خط مستقیم معلوم مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اگر اوسی دو خطوط مستقیم معلوم پر عمود نکالین تو وہ آپس مین مساوی ہون +
(۳۰) نقطہ معلوم سے ایسا خط کھیچو کہ اگر اوس پر عمود دو اور نقاط معلوم سے نکالین تو وہ آپسمین برابر ہون اور اوس خط کی مختلف جانبون مین واقع ہون +
(۳۱) مثلث ا ب س کے زاویہ آ کو خط مستقیم تنصیف کرتا ہی اور نقطہ ب سے عمود ب د اس خط تنصیف کرنیوالے پر نقطہ د پر ملتا ہوا نکالا گیا ہی اور ب د خارج ہو کر ا س یا ب س خارج شدہ سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ ب د برابر د ی کے ہے -
(۳۲) دو خط مستقیم ا ب اور ا س نقطہ ا پر ملتے ہین نقطہ ع سے ایک خط مستقیم اون دونو خطوں سے نقاط ی اور ف پر ملتا ہوا کھیچو کہ ا ی اور ا ف آپسمین مساوی ہون +
(۳۳) دو مثلث قایم الزاویہ ہین جنکے وتر آپسمین برابر ہین اور ایک ایک اور ضلع بھی آپسمین برابر ہے تو ثابت کرو کہ مثلث سب طرح آپسمین برابر ہین +

۲۷ شکل سے ۳۱ شکل ام تک

(۳۴) مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کا جو خط متوازی ہوگا وہ مثلث کی

ساقوں پر برابر زاویے بنائیگا +

(۳۵) اگر دو خط مستقیم آا اور ب متوازی ہوں دو اور خطوط مستقیم س اور د کے موافق اپنی اپنی نظیر کے تو ثابت کرو کہ میلان آ کا ب کے ساتھہ وہی ہوگا جو س کا میلان د کے ساتھہ ہے +

(۳۶) خط مستقیم دو متوازی خطوں پر ختم ہوتا ہے تو اس خط مستقیم کے نقطہ وسط سے جو خط مستقیم خطوط متوازیہ تک کھینچا جائیگا تو اس نقطہ پر وہ بھی تنصیف ہوگا۔

(۳۷) کسی نقطہ سے جو مساوی البعد دو خطوط مستقیم متوازیہ سے ہوں دو خطوط مستقیم اون خطوط متوازیہ کو قطع کرتے ہوئے کھینچے جائیں تو ان خطوط کے درمیان خطوط متوازیہ کے حصے مساوی واقع ہونگے +

(۳۸) اگر مثلث کے زاویہ خارجہ کی تنصیف ایک خط کرے اور وہ متوازی قاعدہ کے بھی ہو تو وہ مثلث متساوی الساقین ہوگا +

(۳۹) خط مستقیم معلوم س د میں نقطہ ب ایسا دریافت کرو کہ اگر او سمیں اور نقطہ معلوم آ میں خط ملایا جاسکے تو زاویہ اب س برابر زاویہ معلوم کے ہو۔

(۴۰) اگر کسی مثلث کے زاویہ کی تنصیف خط مستقیم کرتا ہوا اور وہ مقابل کے ضلع کو قطع کرتا ہو اور اس نقطہ تقاطع سے خطوط متوازی مقابل کے اضلاع کے نکالے جائیں اور وہ انہیں اضلاع پر ختم ہو جائیں تو یہہ خطوط آپسمیں مساوی ہونگے +

(۴۱) مثلث اب س کا ضلع ب س نقطہ د تک بڑھایا گیا ہے اور زاویہ ا س ب کی تنصیف خط مستقیم س ی کرتا ہے اور اب سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور نقطہ ی سے خط مستقیم متوازی ب س کا کھینچا گیا ہے اور وہ ا س سے نقطہ ف پر ملتا ہے اور ا وس خط سے جو زاویہ خارجہ ا س د کی تنصیف کرتا ہے نقطہ ح پر ملتا ہے تو ثابت کرو ی ف اور ف ح آپسمیں برابر ہیں +

(۴۲) مثلث قایم الزاویہ اب س کے وتر اب میں نقطہ د ایسا دریافت کرو کہ ب د برابر او س عمود کے ہو جو د سے ا س پر نکالا جائے۔

(۴۳) مثلث متساوی الساقین اب س کی ساقین اب اور ا س برابر ہیں اور ان پر نقاط ہ د اور ی ایسی دریافت کرو کہ ب د اور د ی اور ی س آپسمیں متساوی ہوں +

(۴۴) مثلث متساوی الساقین ا ب س کے قاعدہ ب س پر خط مستقیم زاویہ قائمہ پیدا کرکے ضلع ا ب کو نقطہ د پر اور س ا خارج شدہ کو نقطہ ی پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو ا ی د مثلث متساوی الساقین ہے +

نمبر ۳ شش ام

(۴۵) مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے اطراف سے عمود مقابل کے اضلاع پر گرائے گئے ہین تو ثابت کرو کہ ہر ایک زاویہ جو یہہ عمود قاعدہ پر پیدا کریگا مساوی نصف زاویہ راس کے ہوگا +

(۴۶) اگر مثلث متساوی الاضلاع ا ب س کے اضلاع پر مثلث متساوی الاضلاع ب س د اور س ا ی اور ا ب ف اوپر کی طرف بنائے جاوین تو خطوط مستقیم ا د اور ب ی اور س ف باہم مساوی ہونگے +

(۴۷) مخمس منتظم کے ایک زاویہ کی مقدار بتاؤ +

(۴۸) دو نقاط معلومہ سے خط مستقیم معلوم المقام تک ایسے دو خط کھینچو کہ مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہو +

(۴۹) اگر مثلث متساوی الساقین کے فوق القاعدہ کے زاویے خطوط مستقیم سے تنصیف کئے جائین اور یہہ خطوط مستقیم خارج ہوکر آپسمین ملین او نکے درمیان زاویہ برابر مثلث کے زاویہ خارجہ کے پیدا ہوگا +

(۵۰) مثلث متساوی الساقین کا راس ا ہے اور ب ا نقطہ د تک ایسا بڑھایا گیا ہے کہ ا د برابر ب ا کے ہے اور د س ملایا گیا ہے تو ثابت کرو کہ ب س د زاویہ قائمہ ہے +

(۵۱) مثلث ا ب س کے زاویہ خارجہ ب اور س خطوط مستقیم ب د اور س د سے تنصیف ہوئے ہین اور یہہ خطوط نقطہ د پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ زاویہ ب د س اور نصف زاویہ ا ب س ملکر زاویہ قائمہ ہے +

(۵۲) ثابت کرو کہ اگر مثلث کا ایک زاویہ برابر باقی دو زاویون کے ہو تو وہ مثلث قائم الزاویہ ہوگا اور اگر باقی دو زاویون کے مجموعہ سے بڑا ہو تو مثلث منفرج الزاویہ ہے اور اگر چھوٹا ہے تو مثلث حادۃ الزوایا ہے +

(۵۳) ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ کہ زاویہ راس ہر ایک قاعدہ پر کے زاویہ سے چوچند ہو +

(۵۴) مثلث ا ب س کا ضلع ب س نقطہ ی پر اور ضلع ا ب نقطہ ح پر تنصیف ہوا ہے اور ا ی ایسا ف تک خارج کیا گیا ہے کہ ی ف برابر ہے ا ی کے اور س ح ایسا ھ تک خارج کیا گیا ہے کہ ح ھ برابر ہے س ح کے تو ثابت کرو کہ خطوط ف ب اور ھ ب ایک خط مستقیم مین ہونگے +

(۵۵) مثلث متساوی الساقین ایسا بناؤ کہ فوق القاعدہ کی ہر ایک زاویہ کی تہائی برابر نصف زاویہ راس کے ہو +

(۵۶) دو خطوط مستقیم ا ب اور ا س معلوم المقام ہین اونمین دو نقطے ع اور ق ایسے دریافت کرو کہ اگر ع ق ملائین تو ا ع اور ع ق ملکر برابر خط مستقیم معلوم کے ہون اور اونکے درمیان کا زاویہ برابر زاویہ معلوم کے ہو -

(۵۷) مثلث متساوی الساقین کی راس سے سمت بعید مین قاعدہ کے اطراف سے قاعدہ کے ساتھہ زاوئے برابر ایک تہائی مثلث کی مساوی زاویونکے بناتے ہوئے خطوط کھینچے گئے ہین اور وہ اضلاع ممدودہ سے ملاقی ہوتے ہین تو تینو مثلث جو پیدا ہون گے وہ متساوی الساقین ہونگے +

(۵۸) خطوط مستقیم ا ی ب اور س ی د باہم نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین اور خطوط مستقیم ا س اور ب د کھینچکر مثلث ا ی س اور ب ی د پیدا کی گئی ہین اور زاوئے د ب ی اور ا س ی خطوط مستقیم ب ف اور س ف سے تنصیف کی گئی ہین تو ثابت کرو کہ زوایا ی ا س اور ب د ی کا نصف مجموعہ برابر ہی زاویہ ب ف س کے

(۵۹) اگر مثلث قائم الزاویہ کے وتر کے نقطہ وسط اور راس قائمہ مین خط وصل کرین تو وہ برابر نصف وتر کے ہوگا -

(۶۰) ایک مثلث ا ب س کے وتر کے عمود مقابل کے ضلع پر نکالا ہے اور یہہ عمود اس ضلع سے یا ضلع ممدودہ سے نقطہ د پر ملتا ہے اور ایسے ہی نقطہ ب سے مقابل کے ضلع پر عمود نکالا ہے اور ضلع سے یا ضلع ممدودہ سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ خطوط جو نقاط د اور ی سے نقطہ وسط ا ب تک کھینچے جائینگے آپسمین برابر ہونگے +

(۶۱) اگر مثلث کے قاعدہ کے طرفین سے عمود مقابل کے اضلاع پر نکالین تو خط مستقیم جو اضلاع کے نقاط تقاطع مین ملائین اوس عمود سے تنصیف ہوگا کہ قاعدہ کے نقطہ وسط سے اوسپر نکالین +

(اگر ضرورت پڑے تو اضلاع کو خارج کر لو)

(۶۲) پہلی شکل پہلے مقالہ مین اگر دائرون کے نقاط تقاطع س اور ہ ہون اور ا ب خارج ہو کر ایک دائرہ سے ک پر ملے تو س ہ ک مثلث متساوی الاضلاع ہوگا۔

(۶۳) مثلث متساوی الساقین کے فوق القاعدہ کے زاویون کے خطوط تنصیف کرنیوالے اضلاع سے نقاط د اور ی پر ملاقی ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ د ی قاعدہ کا متوازی ہوگا۔

(۶۴) دو خطوط مستقیم معلوم ا ب اور ا س ہین اور ع نقطہ معلوم پہلے خط مین ہے اب مطلوب یہہ ہے کہ ع سے خط مستقیم ایسا کھینچین کہ اس سے نقطہ ق پر اس طرح سے ملین کہ زاویہ ا ع ق سہ چند زاویہ ا ق ع سے ہو

(۶۵) مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکا وتر اور مجموعہ اضلاع معلوم ہے۔

(۶۶) مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکا وتر اور اضلاع کا تفاوت معلوم ہے۔

(۶۷) مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکا وتر اور عمود جو وتر پر قائمہ سے نکالین معلوم ہے +

(۶۸) مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکا مجموعہ اضلاع اور ایک زاویہ معلوم ہین +

(۶۹) زاویہ قائمہ کی تثلیث یعنی تین حصے برابر کرو۔

(۷۰) خط مستقیم محدود معلوم کی تثلیث کرو +

(۷۱) دو خطوط متوازیہ تک نقطہ معلوم سے دو خط متساوی جنکے درمیان کا زاویہ قائمہ ہو کھینچو

(۷۲) مثلث جسکا مجموعہ اضلاع معلوم ہے ایسا بناؤ کہ اوسکے زاویے برابر مثلث معلوم کے زاویون کے ہون +

۳۳ و ۳۴ ش ا م

(۷۳) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے دو ضلعے متوازی اور دو ضلعے غیر متوازی مگر متساوی ہون تو اوسکے ہر ایک دو مقابل کے زاویونکا مجموعہ برابر دو قائمونکے ہوگا۔

(۷۴) اگر دو خطوط مستقیم غیر متوازی متساوی ہون اور اونکے ایک جہت کے اطراف مین خط مستقیم وصل ہو اور وہ اپنی ایک جہت مین مساوی زاویے پیدا کرے تو اون خطوطکے دوسرے اطراف مین جو خط وصل کیا جائیگا متوازی پہلے خط کا ہوگا۔

(۷۵) مثلث کے قاعدہ کے اطراف سے جو خطوط مستقیم مقابل کے اطراف تک کھینچے جاوین وہ ممکن نہین کہ ایک دوسرے کو تنصیف کرین +

(۷۶) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع آپس مین متساوی ہون تو وہ متوازی الاضلاع ہوگی +

(۷۷) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویے آپس مین متساوی ہون تو وہ متوازی الاضلاع ہوگی +

(۷۸) متوازی الاضلاع کے قطر آپسمین ایک دوسرے کو تنصیف کرتے ہین +

(۷۹) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کو تنصیف کرتے ہون تو وہ متوازی الاضلاع ہوگی

(۸۰) اگر متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویون مین خط مستقیم ملایا گیا اون زاویون کی تنصیف کرے تو وہ متوازی الاضلاع متساوی الاضلاع ہوگی +

(۸۱) ایک نقطہ معلوم سے خط مستقیم ایسا کھیچو کہ اوسکا ایک حصّہ درمیان خطوط متوازی معلوم کے برابر طول مفروض کے ہو +

(۸۲) خطوط مستقیم جو متوازی الاضلاع کے دو متصل کے زاویون کی تنصیف کرتے ہین متقاطع علی القوایم ہوتے ہین +

(۸۳) متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویون کی تنصیف کرنیوالے خطوط مستقیم کیا تو متوازی ہوتے ہین یا منطبق ایک دوسرے پر +

(۸۴) جس سطح متوازی الاضلاع کے قطر آپسمین متساوی ہون اوسکے سب زاویے آپسمین متساوی ہوتے ہین +

(۸۵) ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اگر اوس سے عمود دو خطوط مستقیمہ معلومہ پر نکالین تو وہ برابر دو خطوط مستقیمہ معلومہ کے علحدہ علحدہ ہون اور بتلاؤ ایسے کتنے نقطے دریافت ہوسکتے ہین +

(۸۶) خط مستقیم ایسا کھیچا چاہتے ہین کہ وہ ایک خط مستقیم کا مساوی اور دوسرے کا متوازی ہو اور اطراف اوسکے دو خطوط مستقیم معلوم پر واقع ہون +

(۸۷) سطح متوازی الاضلاع ا ب س د کے اضلاع ا ب اور ب س اور س د پر تین مثلث متساوی الاضلاع اس طرح بنائے ہین کہ ب س پر تو اوسی جہت مین جس جہت مین متوازی الاضلاع ہے اور ا ب اور س د پر مقابل کی جہت مین تو ثابت کرو کہ ا ب اور س د پر جو مثلث بنائے گئے ہین اون کی راسون کے فاصلے اوس مثلث کی راس سے

سے جو ب س پر بنایا ہے برابر متوازی الاضلاع کے دونو قطرون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے ہون گے +

(۸۸) اگر سطح متوازی الاضلاع کا زاویہ جو درمیان دو متصل کے اضلاع کے واقع ہے زیادہ ہوتا جائے اور طول ضلعونکا کچھہ تبدیل نہو تو قطر جو ان اضلاع کے نقطہ تقاطع سے کھیچا جائے کم ہوتا جایگا +

(۸۹) خط مستقیم مین تین نقطے آ اور ب اور س اسطرح سے واقع ہین کہ اب برابر ب س کے تو ثابت کرو کہ مجموعہ اون عمودونکا جو نقاط آ اور س سے کسی خط مستقیم پر جو آ اور س کے درمیان نہ گذرتا ہو نکالین دوچند اوس عمود سے ہوگا جو نقطہ ب سے اوسی خط مستقیم پر نکالین +

(۹۰) اگر سطح متوازی الاضلاع کے زاویون سے کسی خط مستقیم پر جو باہر سطح متوازی الاضلاع سے ہی عمود نکال لین تو دو دو عمود جو مقابل کے زاویون سے نکالے ہین ملکر آپسمین برابر ہونگے +

(۹۱) اگر چھہ ضلعے کے مستقیم الاضلاع کے مقابل کے اضلاع متوازی اور متساوی ہون تو تینون خطوط مستقیم جو مقابل کے زاویون مین ملائین ایک نقطہ پر متقاطع ہونگے +

(۹۲) دو خطوط مستقیم اب اور اس معلوم ہین اور اونکے درمیان نقطہ ی معلوم ہے اس نقطہ ی سے خط ح ی ھ ایسا کھیچو کہ اوسکا حصہ ح ھ جو مابین خطوط معلوم کے واقع ہے نقطہ ی پر تنصیف ہو +

(۹۳) متوازی الاضلاع معلوم کے اندر ایک معین اسطرح بناؤ کہ اونکے ایک زاویہ کا راس اوس نقطہ معلوم پر ہو جو متوازی الاضلاع معلوم کے کسی ایک ضلع مین ہے +

(۹۴) سطح متوازی الاضلاع اب س د مین اضلاع اب اور ب س کے نقاط وسطی ی اور ف ہین ثابت کرو کہ ب ی اور د ف سطح متوازی الاضلاع کے قطر اس کی تثلیث کرتے ہین +

۳۵ سے ۵۴ تک ا م

(۹۵) ذوارلبعۃ الاضلاع اب س د کے اضلاع ب س اور اد باہم متوازی ہین تو ثابت کرو کہ ذوارلبعۃ الاضلاع کی سطح وہی ہے جو اوس متوازی الاضلاع کی ہے کہ س د کے نقطہ وسطی سے اب کے متوازی نکال لینے سے بنتی ہے +

(۹۶) ذوارلبعۃ الاضلاع اب س د مین ب س متوازی اد کا ہے اور د س کا نقطہ وسطی ہے تو ثابت کرو کہ مثلث ا ی ب ذوارلبعۃ الاضلاع کا نصف ہے +

(۹۷) قطر متوازی الاضلاع کے نقطہ وسط سے جو خط کھیچا جائے اور وہ مقابل کے اضلاع پر منتہی ہو تو ثابت کرو کہ وہ خط اوس سطح کی تنصیف کریگا +

(۹۸) متوازی الاضلاع کے اندر نقطہ معلوم ہی اوس سے ایسا خط کھیچو کہ اوسکی تنصیف کرے -

(۹۹) ایک معین برابر سطح متوازی الاضلاع کے بناؤ -

(۱۰۰) اگر دو مثلثون کے دو دو ضلعے موافق اپنی اپنی نظیر کے مساوی ہون اور ان اضلاع کے درمیانی زاویون کا مجموعہ برابر دو قائمونکے ہو تو ثابت کرو کہ مثلث مساحتا متساوی ہونگے

(۱۰۱) سطح متوازی الاضلاع اب س د کی ایک خط تنصیف کرتا ہوا ا د سی نقطہ ی اور ب س سے نقطہ ف پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ مثلث ی ب ف اور س د ی آپسمین مساوی ہونگے +

(۱۰۲) سطح متوازی الاضلاع قطرون سے جن چار مثلثون مین تقسیم ہوتی ہے اونکے رقبے آپسمین برابر ہوتے ہین -

(۱۰۳) دو خط مستقیم اب اور س د نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین اور مثلث ا ی س اور ب ی د آپسمین مساوی ہین تو ثابت کرو کہ ب س اور ا د باہم متوازی ہونگے -

(۱۰۴) متوازی الاضلاع اب س د قطر ب د مین کوئی نقطہ ع مقرر کرکے خطوط مستقیم ع ا اور ع س کھیچے گئے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ع ا ب اور ع س ب آپس مین مساوی ہین +

(۱۰۵) اگر ایسا مثلث بنائین کہ اوسکے دو ضلعے برابر ایک ذوارلعبۃ الاضلاع کے دونو وترون کے ہون اور زاویہ درمیانی اوسکا برابر کسی ایک زاویہ درمیانی وترونکے ہو تو سطح اوس مثلث کی برابر ذوارلعبۃ الاضلاع کے رقبہ کے ہوگی

(۱۰۶) خط جو کسی مثلث کے اضلاع کے نقاط وسط مین وصل ہوتا ہی قاعدہ کا متوازی ہوتا ہی -

(۱۰۷) ذوارلعبۃ الاضلاع کے اضلاع متصلہ کے نقاط وسط مین جو خطوط وصل کئے جائین اونسے سطح متوازی الاضلاع پیدا ہوتی ہی -

(۱۰۸) مثلث کے اضلاع اب اور ا س کے نقاط وسط د اور ی ہین خطوط س د اور ب ی نقطہ ف پر قطع ہوتے ہوئے ملائے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ب ف س برابر ذوارلعبۃ الاضلاع ا د ف ی کے ہوگا -

(۱۱۰) مثلث کے دو ضلعونکے جو خط مستقیم تنصیف کریگا وہ قاعدہ سے نصف ہوگا -

(۱۱۰) مثلث کے قاعدہ اس مین کوئی نقطہ د مقرر کرکے ا د اور د س اور ا ب اور ب س کی نقاط ی اور ف اور ح اور ھ پر تنصیف کی گئی ہی تو ثابت کرو کہ ی ح برابر اور متوازی ف ھ کے ہوگا۔

(۱۱۱) اضلاع مثلث کے نقاط وسط معلوم ہین مثلث بناؤ۔

(۱۱۲) اگر مثلث کے اضلاع کی تنصیف کرکے نقاط وسط مین خط ملائین تو جو مثلث پیدا ہوگا وہ مثلث معلوم کی چوتھائی ہوگا۔

(۱۱۳) مثلث معلوم ا ب س کے اضلاع ا ب اور ا س نقاط ی اور ف پر تنصیف کئے گئے ہین اور نقطہ ا سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نقطہ د پر اوس سے ملتا ہوا نکالا گیا ہے تو ثابت کرو کہ زاویہ ف د ی برابر ہے زاویہ ب ا س کے اور یہہ بھی ثابت کرو کہ شکل ا ف د ی نصف مثلث ا ب س سے ہی

(۱۱۴) دو مثلث جنکے رقبے آپسمین برابر ہین ایک قاعدہ پر اوسکے دو جانب مین قائم ہین تو ثابت کرو کہ اون کی راسون مین خط ملایا گیا قاعدہ سے یون ہی یا قاعدہ ممدودہ سے تنصیف ہوگا +

(۱۱۵) تین متوازی الاضلاع جو سب طرح سے آپسمین متساوی ہین اسطرح سے اپنے مساوی قاعدون پہ واقع ہوئے ہین کہ اونکے قاعدے ایک خط مستقیم مین ہین اور اول سطح کے قاعدہ کے اطراف مین اور تیسری سطح کے اوس ضلع کی اطراف مین جو اوس کے قاعدہ کے مقابل واقع ہے خطوط وصل کئے گئے ہین تو ثابت کرو کہ یہہ نئی سطح متوازی الاضلاع جو بنائی گئی ہے اوسکا وہ حصہ جو درمیان سطح متوازی الاضلاع دوم کے واقع ہی نصف ہر ایک سطح متوازی الاضلاع سے ہے +

(۱۱۶) سطح متوازی الاضلاع ا ب س د کے نقطہ د سے خط مستقیم د ف ح خط ب س سے نقطہ ف پر اور ا ب خارج شدہ سے نقطہ ح پر ملتا ہوا کھیچو اور ملاؤ ا ف اور س ح تو ثابت کرو کہ مثلث ا ب ف اور س ف ح آپسمین برابر ہونگے۔

(۱۱۷) مثلث ا ب س معلوم ہی اوسکے برابر رقبے مین مثلث بناؤ جسکا قاعدہ ایک خط معلوم ا د ہو جسکا مقام ا ب پر منطبق ہوتا ہے۔

(۱۱۸) مثلث ا ب س معلوم ہی اوسکے برابر رقبہ مین مثلث بناؤ جسکا زاویہ راس ایک نقطہ معلوم پر ب س مین ہو اور قاعدہ اوسکا سیدہ مین خط ا ب کے ہو۔

(۱۱۹) ذوارىعۃ الاضلاع معلوم اب س د ہی ایک ذوارىعۃ الاضلاع بناؤ جو رقبہ مین اوسکے برابر ہو اور اوسکا ایک ضلع اب ہو اور دوسرا ضلع اوس خط مستقیم مین ہو جو اب کا متوازی نقطہ معلوم سے کہ س د مین جو کھیچا جائے +

(۱۲۰) اب س د ایک ذوارىعۃ الاضلاع ہے ایک مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اب کی سیدہ مین ہو اور جسکا راس نقطہ معلوم ع پر ہو جو س د مین ہی اور اوسکا رقبہ برابر ذوارىعۃ الاضلاع کے ہو۔

(۱۲۱) مثلث اب س معلوم ہی ایسا مثلث بناؤ جسکا رقبہ اوسکی برابر ہو اور اوسکا قاعدہ اب کی سیدہ مین ہو اور اوسکا راس ایک خط مستقیم معلوم مین ہو جو اب کا متوازی ہو +

(۱۲۲) مثلث معلوم کے ضلع مین نقطہ معلوم ہے اوس سے ایسا خط مستقیم کھیچو کہ وہ اس مثلث کی تنصیف کرے +

(۱۲۳) ذوارىعۃ الاضلاع معلوم کے زاویہ معلوم سے ایسا خط مستقیم کھیچو کہ اوس ذوارىعۃ الاضلاع کی تنصیف کرے +

(۱۲۴) متوازی الاضلاع اب س د کے اضلاع کے متوازی نقطہ ر سے دو خطوط مستقیم کھیچے ہین اور متوازی الاضلاع ر ب اور ر د آپسمین برابر ہون تو نقطہ ر قطر ا س مین ہوگا۔

۴۶ سے ۴۸ تک مقالہ اول

(۱۲۵) مثلث اب س کے اضلاع ا س اور ب س پر مربعے ا س د ی اور ب س ف ھ کے بنائے ہین تو ثابت کرو کہ خطوط مستقیم ا ف اور ب د آپسمین مساوی ہین +

(۱۲۶) مثلث کے زاویہ حادہ کے ضلع مقابل پر جو مربع بنایا جائے وہ اون دونو مربعون کے مجموعہ سے کہ اضلاع پر بنائے جائین کم ہوتا ہی +

(۱۲۷) مثلث کے زاویہ منفرجہ کے مقابل کے ضلع پر مربع بنایا جائے وہ اون دونو مربعون کے مجموعہ سے بڑا ہوتا ہی جو اور اضلاع پر بنائے جائین +

(۱۲۸) اگر مثلث مین ایک ضلع کا مربع چھوٹا ہو باقی دونو اضلاع کے مربعونکے مجموعہ سے تو ان اضلاع کے درمیان کا زاویہ حادہ ہوگا اور اگر بڑا ہو تو زاویہ منفرجہ ہوگا +

(۱۲۹) مثلث قایم الزاویہ مین خط مستقیم متوازی وتر کا نکالا ہی اور جن نقطونپر یہہ خط مستقیم اضلاع کو قطع کرتا ہے اون نقطونسے خطوط مستقیم مقابل کے زاویون مین وصل کئے ہین تو ان ملائے ہوئے خطوط مستقیم کے مربعون کا مجموعہ برابر وتر کے مربع اور اوس خط

کے مربع کے ہوگا جو وتر کا متوازی نکالا ہے +

(۱۳۰) کسی مستطیل کے زوایا آ اور ب اور س اور د کی راسون مین اور کسی نقطہ ع مین خطوط وصل کیئے جائین تو ع آ اور ع س کے مربعون کا مجموعہ برابر ہوگا ع ب اور ع د کے مربعون کے مجموعہ کے ۔

(۱۳۱) اگر مثلث قائم الزاویہ مین اضلاع قائمہ ایسی ہون کہ ایک ضلع کا مربع سہ چند دوسرے ضلع کے مربع سے ہو اور زاویہ قائمہ سے دو خط مستقیم کھینچے جائین ایک تو مقابل کے ضلع کی تنصیف کرتا ہی اور دوسرا اوسپر عمود ہو تو یہہ خطوط زاویہ قائمہ کی تثلیث کرینگے ۔

(۱۳۲) اگر مثلث ا ب س مین زاویہ آ قائمہ ہو اور ب ی اور س ف مقابل کے اضلاع کی تنصیف کرتے ہوئے کھینچین تو ثابت کرو کہ مربعون ب ی اور س ف کا چوچند مجموعہ مربع ب س کے پچگنی کے برابر ہوگا +

(۱۳۳) مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے وتر ب س پر اور اضلاع س آ اور ا ب پر مربعے ب د ی س اور ا ف اور ا ج بنائے ہین تو ثابت کرو کہ مربعے د ج اور ی ف پر ملکر مربع ب س کے پچگنی کے برابر ہونگے +

۱ سے ۱۱ تک مقالۂ دوم

(۱۳۴) اگر خط مستقیم دو حصونمین تقسیم ہو اور دو چند سطح دونو حصون کی برابر ہو دونون حصونکے مربعونکے تو ثابت کرو کہ وہ خط مستقیم تنصیف ہوا ہی ۔

(۱۳۵) خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ ان دونو حصونکی سطح حتی الامکان بڑی ہو +

(۱۳۶) دو معلوم مربعون کے فرق کے برابر ایک مستطیل بناؤ ۔

(۱۳۷) خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ ان دونو حصون کے مربعے ملکر حتی الامکان چھوٹے ہون

(۱۳۸) ثابت کرو کہ دو خطوط مستقیم کے مجموعہ پر جو مربع بنائین وہ مع اوس مربع کے جو اونکے فرق پر بنائین برابر اون خطوط مستقیم کے دو چند مربعونکے ہوگا ۔

(۱۳۹) خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ مجموعہ اونکے مربعون کا برابر مربع معلوم کے ہو ۔

(۱۴۰) خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا مربع دو چند دوسرے حصہ کے مربع سے ہو +

(۱۴۱) ۱۱ش ۲م مین اگر س ھ کھینچین اور وہ ب ق سے نقطہ ل پر ملے تو ثابت کرو کہ س ل عمود ب ق پر ہے

(۱۴۲) شکل یازدہم مقالہ دوم مین اگر ب ی اور س ھ نقطہ ت پر ملین تو ثابت کرو کہ ا د زاویہ قائمہ س ھ پر پیدا کرتا ہے

(۱۴۳) ثابت کرو کہ اگر کوئی خط مستقیم ایسا تقسیم کیا جاے جیسا کہ شکل یازدہم مقالہ دوم مین ہوا ہے تو دو نو حصونکے مجموعہ اور فرق کی سطح برابر اون دو نو حصون کے سطح کے ہوگی۔

مقالہ دوم ۱۲ سے ۱۴ تک

(۱۴۴) مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کا مربع برابر ہوتا ہے دوچند سطح ایک ساق اور اوس خط مستقیم کی جو واقع ہے درمیان طرف قاعدہ اور موقع عمود کے جو مقابل کے زاویئے سے اوس ساق پر نکالا جائے +

(۱۴۵) مثلث مین دو ضلعونکے مربعون کا مجموعہ برابر ہوتا ہے نصف قاعدہ کے دوچند مربع اور دوچند مربع اوس خط مستقیم کے جو راس اور نقطہ وسط قاعدہ مین ملایا جائے۔

(۱۴۶) مثلث ا ب س کے اضلاع ا ب اور ا س آپس مین برابر ہین اگر ا ب پرے قاعدہ سے د تک ایسا بڑہایا جائے کہ ب د برابر ہو ا ب کے تو ثابت کرو کہ مربع س د کا برابر ہے مربع ا ب اور دوچند مربع ب س کے

(۱۴۷) متوازی الاضلاع کے اضلاع کے مربعون کا مجموعہ برابر ہوتا ہے اوس کے قطرون کے مربعون کے مجموعہ کے۔

(۱۴۸) قاعدہ مثلث کا معلوم ہے اور وہ دائرہ معلوم کے مرکز سے تنصیف ہوتا ہے اس مثلث کا راس اگر محیط دائرہ مین ہو تو ہمیشہ اضلاع مثلث کے مربعون کا مجموعہ ایک مقدار معینہ مستقل ہوگی +

(۱۴۹) ذوا ربعۃ الاضلاع کے وترونکے مربعونکا مجموعہ برابر ہوتا ہے دوچند مربعون اون خطوط مستقیم کے جو اضلاع مقابل کے نقاط وسط مین ملائے جائین۔

(۱۵۰) اگر سطح متوازی الاضلاع کے قطرون کے نقطہ تقاطع کو مرکز مانکر ایک دائرہ کھینچین تو اوسکے محیط مین کوئی سا نقطہ لیکر خطوط متوازی الاضلاع کے زاویون کی راسون مین ملائین تو اونکے مربعونکا مجموعہ ہمیشہ ایک مقدار معینہ مستقل ہوگی۔

(۱۵۱) ذوا ربعۃ الاضلاع کے اضلاع کے مربعونکا مجموعہ اونکے دو وترون کے مجموعہ سے بڑا ہوتا ہے بقدر چوچند مربع اوس خط کے کہ وترونکے نقاط وسط مین ملا جائے +

(۱۵۲) ایک دائرہ کے قطر اب پر نقاط س اور د برابر فاصلہ پر مرکز سے مقرر کئے جائین اور کوئی نقطہ ی محیط مین معین کرکے ی س اور ی د کھینچے جائین تو ثابت کرو کہ ی س اور ی د کے مربعون کا مجموعہ برابر ا س او ا د کے مربعونکے مجموعہ کے ہوگا -

(۱۵۳) ایک مثلث کے قاعدہ ب س مین نقطہ د ایسا معین کیا گیا ہے کہ اب اور ب د کے مربعونکا مجموعہ برابر ہے ا س اور س د کے مربعونکے مجموعہ کے تو نقطہ وسط ا د کا مساوی البعد نقاط ب اور س سے ہوگا +

(۱۵۴) مثلث متساوی الساقین کی راس سے قاعدہ تک جو خط مستقیم کھینچا جائے اوسکا مربع ہر ایک ساق کے مربع سے بقدر سطح حصص قاعدہ کے چھوٹا ہوتا ہے -

(۱۵۵) مثلث قائم الزاویہ اب س کے وتر ب س پر مربع ب دی س بنایا گیا ہے تو ثابت کرو کہ د ا اور ا س کے مربعونکا مجموعہ برابر ہے ی ا اور ا ب کے مربعونکے مجموعہ کے -

(۱۵۶) مثلث اب س مین زاویہ س قائمہ ہے ا س مین نقطہ د سے دی عمود اب پر نکالا ہے تو ثابت کرو کہ سطح اب اور ا ی کی برابر سطح ا س اور ا د کے ہوگی -

(۱۵۷) اگر مثلث متساوی الاضلاع کے کسی زاویہ سے ایک خط مستقیم کھینچا جائے اور مقابل کے ضلع ممدودہ سے اسطرح ملے کہ جو ضلع ممدودہ پیدا ہوا وسکے سطح حصہ ممدودہ مین برابر ایک ضلع کے مربع کے ہو تو ثابت کرو کہ مربع اس خط مستقیم کا جو کھینچا گیا ہے برابر ہوگا ضلع کے دوچند مربع کے -

(۱۵۸) ایک مثلث مین جسکا زاویہ راس قائمہ ہے عمود راس سے قاعدہ پر نکالا ہے تو ثابت کرو کہ اس عمود کا مربع برابر ہوگا قاعدہ کے حصون کی سطح کے +

(۱۵۹) مثلث مین جسکا زاویہ راس قائمہ ہے عمود راس سے قاعدہ پر نکالا ہے تو ثابت کرو کہ مثلث کے ضلعون مین سے کسی ایک ضلع کا مربع برابر ہوگا سطح قاعدہ اور اوس حصہ قاعدہ کے جو متصل اوس ضلع کے ہے -

(۱۶۰) مثلث اب س مین زاویئے ب اور س حادے ہین اور عمود مقابل کے زاویون سے ا س اور اب پر نکالے ہین اور اونسے نقاط ی اور ف پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ب س کا مربع برابر سطح اب اور ب ف مع سطح ا س اور س ی کے ہوگا -

(۱۶۱) خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ سطح اونکے برابر ایک خط مستقیم معلوم کے مربع کے ہو جو پہلے خط مستقیم کے نصف سے چھوٹا ہی۔

مقالہ سوم - ا سے ۵ تک

(۱۶۲) مرکز معلوم پر ایسا دائرہ کھینچو کہ وہ قطر دائرہ معلوم کو اطراف قطر پر قطع کرے +

(۱۶۳) دائرہ کے اندر ذوا ربعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہی اگر اوسکے ضلعوں کے نقاط وسط سے اضلاع پر عمود نکالیں تو ثابت کرو کہ وہ سب ایک نقطہ پر ملینگے۔

(۱۶۴) دو دائرے متقاطع ہیں اگر نقاط تقاطع سے دو خطوط متوازی دائرہ کو قطع کرتے ہوئے کھینچیں تو ثابت کرو کہ وہ آپس میں مساوی ہونگے -

(۱۶۵) دو دائرے جنکے مرکز آ اور ب میں نقطہ س پر متقاطع ہیں اگر نقطہ س سے اوتار دس ی اور ف س ح یکساں میلان اب پر رکھتے ہوئے کھینچے جائیں اور محیطوں پر ختم ہوں تو دی اور ف ح آپس میں مساوی ہونگے +

(۱۶۶) دو معلوم متقاطع دائروں کے کسی نقطہ تقاطع سے خط مستقیم دائروں کے محیطوں پر ختم ہوتا ہوا ایسا کھینچو کہ حتی الامکان بڑا ہو +

(۱۶۷) دائرے کے قطر میں کسی نقطہ سے خطوط مستقیم اطراف وتر میں جو متوازی قطر کی ہو کھینچے جائیں تو ان خطوط مستقیم کے مربعوں کا مجموعہ برابر ہوگا اون حصص قطر کے مربعوں کے مجموعہ کے جو اوس نقطہ سے ہوئے ہیں +

(۱۶۸) ایک دائرہ ھ ع ق ر کے باہر نقاط آ اور ب متعین ہیں اوسکے محیط میں ایک نقطہ ع ایسا دریافت کرو کہ اع اور بع کے مربعے ملکر حتی الامکان کم ہوں -

(۱۶۹) اگر دو دائرے ایک دوسرے کو مس کریں اور اونکے دو قطر متوازی باہم کھینچے جائیں تو ہر قطر کے طرفین اور نقطہ تماس ایک خط مستقیم میں ہونگے

(۱۷۰) ایک دائرہ کے نصف قطر کو قطر بناکر دوسرا دائرہ دائرہ کے اندر بنایا گیا ہی اور بڑے دائرہ میں دو وتر اس طرح سے کھینچے ہیں کہ ایک تو چھوٹے دائرہ کے مرکز پر قطر مشترک پر زاوئے قائمے بناتا ہی اور جہاں یہہ وتر دائرہ خرد کو کاٹتا ہی اوس نقطہ پر اسی وتر پر زاوئے قائمے بناتا ہوا دوسرا وتر کھینچا گیا ہی تو ثابت کرو کہ ایک وتر کے حصے برابر دوسرے وتر کے حصوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے ہونگے +

(۱۷۱) دائرہ کے اندر نقطہ معلوم سے چھوٹے سے چھوٹا وتر کھیچو۔
(۱۷۲) دائرہ کا مرکز ن ہی اور اوسکے محیط مین ع ایک نقطہ معین ہے اور ایک قطر متعین پر ع ن عمود نکالا ہے تو جو خط زاویہ ع ن کی تنصیف کریگا ہمیشہ دو نقاط معینہ مین سے ایک پر گذریگا۔
(۱۷۳) تین دائرے باہر کی طرف نقاط ا اور ب اور س پر آپسمین مس کرتے ہین اور نقطہ ا سے خطوط مستقیم ا ب اور ا س خارج کئے گئے دائرہ ب س کو نقاط د اور ی پر قطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ د ی قطر دائرہ ب س کا ہے اور متوازی اوس مستقیم کا ہے جو اور دائرون کے مرکزون مین ملایا جائے +
(۱۷۴) ذوار بعۃ الاضلاع کے اضلاع کو قطر بنا کر دائرے کھیچے ہین تو ثابت کرو کہ اوتار مشترک جو دو دو متصل کے دائرون مین ہونگے متوازی ہونگے +
(۱۷۵) ایسا دائرہ کھیچو کہ ایک اور دائرے کو مس کرے اور اوسکا مرکز ایک خط مستقیم معلوم مین ہو اور دوسرے خط مستقیم معلوم کے نقطہ معلوم پر گذرے۔

۱۶ سے ۱۹ تک ۳ م

(۱۷۶) ثابت کرو کہ ایک نقطہ سے جو دائرہ سے باہر ہو دو ہی مماس دائرے کے جو آپسمین برابر ہوتے ہین نکل سکتے ہین۔
(۱۷۷) دائرہ معلوم کو خط مستقیم مس کرتا ہوا متوازی خط مستقیم معلوم کا نکالو۔
(۱۷۸) دائرہ معلوم کو خط مستقیم مس کرتا ہوا عمود خط مستقیم معلوم پر نکالو۔
(۱۷۹) دائرہ معلوم کے قطر کو خارج کرو اور حصہ خارج شدہ مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اگر اوس سے مماس نکالین تو اوسکا طول برابر طول معلوم کے ہو۔
(۱۸۰) دو دائرے متحد المرکز ہین تو ثابت کرو کہ جتنی وتر دائرہ اندرونی کو مس کرینگے باہم مساوی ہونگے
(۱۸۱) نقطہ معلوم سے خط مستقیم ایسا کھیچو کہ اوسکا ایک حصہ جو دائرہ معلوم کے محیط کے درمیان واقع ہو وہ خط مستقیم معلوم کے برابر ہو بشرطیکہ وہ قطر سے بڑا نہو۔
(۱۸۲) دائرہ کے قطر کے اطراف مقابل سے دو مماس نکالے ہین اور وہ تیسرے مماس کا حصہ ا ب قطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ اگر س مرکز دائرہ ہی تو زاویہ ا س ب قائمہ ہے۔
(۱۸۳) ایسا دائرہ کھیچو کہ وہ نصف قطر معلوم رکھے اور دوسرے دائرے معلوم اور خط مستقیم

معلوم کو مس کرے +

(۱۸۴) دائرہ معلوم اور خط مستقیم معلوم کو ایک دائرہ مس کرتا ہوا کھینچا ہے تو ثابت کرو کہ محیط
دائرہ معلوم کی ایک ہی نقطہ خاص پر ہمیشہ خط مستقیم نقاط تماس مین ملایا گیا گذریگا۔

(۱۸۵) خط مستقیم ایسا کھینچو کہ دو معلوم دائرونمین سے ہر ایک کو مس کرے۔

(۱۸۶) خط مستقیم ایسا کھینچو کہ ایک دائرہ معلوم کو مس کرے اور دوسرے دائرہ کے اندر اوسکا حصہ برابر
ایک خط معلوم کے ہو بشرطیکہ یہہ خط معلوم قطر دائرہ دوم سے بڑا نہ ہو۔

(۱۸۷) خط مستقیم دو دائرون کو اسطرح سے قطع کرتا ہوا کھینچو کہ اوسکے حصے جو وتر دائرونکے
بنین برابر خطوط معلوم کے ہون۔

(۱۸۸) دائرہ کے اوپر ذوالاربعۃ الاضلاع جسکے سب ضلعے دائرہ کے مماس ہین بنی ہوئی ہی تو ثابت کرو
کہ اوسکے دو دو مقابل کے ضلعون کے مجموعے آپسمین برابر ہین۔

(۱۸۹) ثابت کرو کہ دائرہ کے اوپر کوئی شکل متوازی الاضلاع سوا معین کے نہین کھچ سکے۔

(۱۹۰) دو خطوط مستقیم اب د اور اس ی دائرہ کو نقاط ب اور س پر مس کرتے ہین اگر د ی
ملایا جائے اور د ی برابر ب د اور س ی کے ہو تو ثابت کرو کہ د ی دائرہ کو مس کرتا ہی۔

(۱۹۱) اگر دائرہ کے اوپر ذوالاربعۃ الاضلاع بنائی جائے تو شکل کے دو مقابل کے اضلاع پر جو
زاویے سامنے مرکز پر واقع ہونگے ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۱۹۲) اگر دائرہ کے اندر نصف قطر متقاطع علی القوائم ہون اور وہ خارج ہو کر ایک خط مستقیم
کو جو دائرہ کو مس کرتا ہی قطع کرین اور نقاط تقاطع سے مماس دائرہ کے نکالے جائین
تو یہہ مماس باہم متوازی ہونگے +

(۱۹۳) ایک خط مستقیم دو دائرون کو مس کرتا ہوا کھینچا گیا ہے تو ثابت کرو کہ وہ اوتار متوازی
ہونگے جو نقاط تماس کو اوران نقطون مین ملائے جائین جنپر دائرون کے مرکزونسے خط
مستقیم گذرتا ہوا محیط دائرون سے ملتا ہی۔

(۱۹۴) اگر دو دائرے ایسے کھینچے جاوین کہ وہ آپسمین بھی مس کرین اور ہر ایک دونمین سے
ذوالاربعۃ الاضلاع کے تین تین ضلعونکو بھی مس کرے تو مقابل کے دو دو ضلعونکے مجموعہ کا فرق
برابر ہوگا دو چند اوس مماس مشترک کے کہ ذوالاربعۃ الاضلاع کے عرض مین کھینچا جائے۔

(۱۹۵) نصف دائرہ کا قطر اب اور مرکز س ہی اور اوسمین دائرہ بنایا ہی جسکا مرکز ی ہے تو

ثابت کرو کہ ت مساوی الابعاد ہوگا س ل اور مماس نصف دائرہ سی جو متوازی ا ب کا نکالا جائے –

(۱۹۶) اگر دائرہ کے باہر نقطہ ہو اور اوس سے دو مماس دائرہ کے نکالین اور نقاط تماس مین خط وصل کرین اور ایک نقطہ تماس سے ایک قطر نکالین تو ان دونو کے درمیان جو زاویہ واقع ہوگا وہ نصف اوس زاویہ سے ہوگا جو اون دو مماسون کے درمیان واقع ہے –

(۱۹۷) ایک ذواربعۃ الاضلاع کی یہ صورت ہی کہ ایک ضلع تو اوسکا قطر دائرہ بنا ہی اور باقی تین اضلاع اس دائرہ کو مس کرتے ہین تو ثابت کرو کہ اس ذواربعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہوگا سطح قطر اور اوس ضلع کے جو اوسکے مقابل واقع ہے +

(۱۹۸) اگر ذواربعۃ الاضلاع کے دو ضلعے متوازی ہون اور وہ دائرہ کے اوپر بنائی جائے تو خط مستقیم جو مرکز دائرہ سی متوازی ان اضلاع متوازیہ مین سے کسی ایک کا کہیچا جائے اور باقی ضلاع پر منتہی ہو تو وہ برابر ہوگا جو تہائی مجموعہ اضلاع ذواربعۃ الاضلاع کے –

(۱۹۹) متسلسل دائرے خط مستقیم قائم کو نقطہ قائمہ پر مس کرتے ہین اور خط مستقیم متوازی قائم کو قطع کررہے ہین تو ان کے نقاط تقاطع سے جو مماس نکالینگے وہ ایک خاص دائرہ کو مس کرینگے –

(۲۰۰) دو نقاط معلوم سی جسقدر خطوط مستقیم محیط دائرہ معلوم کے محدب طرف پر ملتے ہوئے کھیچے جائین اونمین سے سب سے چھوٹا اون دو خطوط مستقیم کا مجموعہ ہوتا ہی جو اوس مماس پر برابر زاویئے بناتے ہین کہ اونکے نقطہ اتصال سے نکالا جائے +

(۲۰۱) دائرہ معلوم کا مرکز س او نصف قطر س ا ہی اور نصف قطر پر ایک نقطہ ب ہی اور ایک اور نصف قطر زاویئے قائمے س ا پر بناتا ہی اور ا ب ملا ہی اور خارج ہو کر محیط دائرہ سے نقطہ د پر ملتا ہے اور نقطہ د سے جو مماس نکالا گیا ہے وہ س ب خارج شدہ سے نقطہ ی پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ب د ی مثلث متساوی الساقین ہے –

(۲۰۲) فرض کرو کہ دائرہ کا قطر ب ا نقطہ ع تک اتنا بڑہائین کہ ا ع برابر نصف قطر کے ہو اور نقطہ ا سے مماس ا ی کھیچین اور نقطہ ع سے ع ی س دائرہ کو نقطہ س پر مس کرتا ہوا کھیچین اور وہ پہلے مماس سے نقطہ ی پر ملے اور ب س کو ملا کر خارج کرین کہ ا ی د سی نقطہ د پر ملے تو مثلث د ی س متساوی الاضلاع ہوگا –

۲۰ سے ۲۲ تک مقالہ سوم

(۲۰۳) دائرہ کے دو مماس ا ب اور ا س کھیچے ہین اور محیط دائرہ مین باہر مثلث ا ب س سے

کوئی نقطہ د مقرر کیا گیا ہی تو زاوئے اب د اور اس د کا مجموعہ ہمیشہ ایک مقدار معینہ مستقل ہوگی -

(۲۰۴) اب پر دو قطعے دائرے بنائے گئے ہین اور اونکے محیطون مین نقاط ع اور ق مقرر کئے گئے ہین اور زاویئے ع ا ق اور ع ب ق خطوط مستقیم ا ر اور ب ر سے جو نقطہ ر پر ملتے ہین تنصیف کئے گئے ہین تو ثابت کرو کہ زاویہ ا ر ب ہمیشہ مقدار معینہ مستقل ہے -

(۲۰۵) ایک ہی قاعدہ اب پر دو قطعے دائرے کھینچے گئے ہین اور ع ایک نقطہ محیط مین کسی قطعہ کے معین ہی اور خطوط مستقیم ا ع د اور ب ع س دوسرے قطعہ کے محیط سے نقاط د اور س پر ملتے ہوئے کھینچے گئے ہین اور ا س اور ب د نقطہ ق پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ا ق ب ایک مقدار معینہ مستقل ہے -

(۲۰۶) دو دائرون ا ق ع اور ع ب ر کے نقطہ تقاطع ع سے ایک وتر مستقیم ا ع ب کھینچا گیا ہے اور ق ع ر ایک اور وتر نقطہ ع پر گذرتا ہوا کھینچا گیا ہے تو ثابت کرو کہ ا ق اور ر ب خارج ہوکر ایک زاویہ معینہ مستقل پر ملینگے -

(۲۰۷) مثلث ا ب ج اور ب ج مین نقطہ س اور ا ج مین نقطہ د ایسے ہین کہ زاویہ د س ب برابر ہے زاویہ د ب ا کے تو ثابت کرو کہ ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د کے گرد دائرہ کھنچ سکتا ہے -

(۲۰۸) دائرہ مین ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د ہے اور اضلاع ا ب اور س د خارج ہو کر نقطہ ر پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ا ر س اور ب ر د متساوی الزوایا ہین -

(۲۰۹) ثابت کرو کہ سوا سطح قائم الزاویہ کی کوئی سطح متوازی الاضلاع دائرہ مین نہین کھنچ سکتے -

(۲۱۰) دائرہ مین مثلث بنا ہوا ہی تو ثابت کرو کہ تینون قطعات دائرہ کے زاوئے جو مثلث باہر واقع ہین ملکر چار قائمون کے برابر ہونگے -

(۲۱۱) دائرہ مین ذو اربعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہے تو ثابت کرو کہ اون چارون قطعات کے زاوئے جو اوس سے باہر واقع ہین ملکر چھہ قائمونکے برابر ہونگے -

(۲۱۲) دائرہ کو ایسے دو قطعون مین تقسیم کرو کہ زاویہ فی القطعہ ایک قطعہ کا دوسرے قطعہ کے زاویہ فی القطعہ سے دو چند ہو -

(۲۱۳) دائرہ کو ایسے دو قطعون مین تقسیم کرو کہ زاویہ ایک قطعہ کا دوسرے قطعہ کے زاویہ سے چگنا ہو -

(۲۱۴) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کا زاویہ خارجہ برابر مقابل کے زاویہ داخلہ کے ہو تو ثابت کرو کہ ذو اربعۃ الاضلاع کا ہر ایک ضلع محاذی برابر زاویون کے

ذوار بعۃ الاضلاع کے مقابل زاویون پر ہوگا -

(۲۱۵) اگر دائرہ مین مسدس بنے اور اوسکے کوئی سے دو ضلعے متصل کے اپنے مقابل کے اضلاع کے متوازی ہون تو باقی ضلعے بہی اپنے اپنے سامنے کے اضلاع کے متوازی ہونگے +

(۲۱۶) دائرہ کے محیط پر بالترتیب چار نقاط آ اور ب اور س اور د متعین کئے گئے ہین اور خطوط مستقیم اب اور س د خارج ہو کر نقطہ ع پر اور اد اور ب س نقطہ ق پر تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ زاویون ا ع س اور ا ق س کی جو خطوط مستقیم تنصیف کرتے ہین وہ عمود ایک دوسرے پر ہین +

(۲۱۷) اگر ذوار بعۃ الاضلاع دائرہ کے اندر بنے اور خط مستقیم برابر زاویئے زوج اضلاع مقابل کے ساتہہ بنایا ہو کہیچا جائے تو وہ دوسری زوج اضلاع مقابل کے ساتہہ ہی مساوی زاویئے بنائیگا +

(۲۱۸) اگر ذوار بعۃ الاضلاع کے اندر اور باہر دائرے بنائین تو ثابت کرو کہ خطوط مستقیم جو مقابل کے نقاط تماس دائرہ اندرونی مین ملائین تو وہ عمود ایک دوسرے پر ہونگے +

۲۳ سے ۳۰ تک مقالہ سوم

(۲۱۹) دائرے کے اندر دو مساوی قوسونکے ایک سمت کی اطراف مین جو خطوط مستقیم ملینگے وہ متوازی ہونگے

(۲۲۰) دو متوازی وترونکے اطراف مین جو خطوط وصل کئے جائین وہ آپسمین مساوی ہونگے -

(۲۲۱) دو دائرون کا وتر مشترک اب ہی اور ایک دائرہ کے محیط مین کسی نقطہ س سے خطوط مستقیم س ا د اور س ب ی کہیچے گئے ہین اور دوسرے دائرہ کے محیط پر ختم ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ قوس د ی مین کبہی کچہہ تغیر نہوگا -

(۲۲۲) دائرہ کے محیط مین کسی نقطہ س سے خطوط مستقیم د س ب اور د س ی دائرہ کو نقاط ب اور ی پر قطع کرتے ہوئے کہیچے گئے ہین تو ثابت کرو کہ جو خط مستقیم زاویون د س ی اور د س ب کی تنصیف کرتا ہے وہ ایسے نقطہ پر محیط سے ملتا ہے کہ اوسکا بعد ب اور ی سے مساوی ہوتا ہی +

(۲۲۳) ذوار بعۃ الاضلاع جو دائرے کے اندر بنی ہوئی ہے اوسکے زاویہ داخلہ اور مقابل کے

زاویہ خارجہ کے خطوط مستقیم تنصیف کرنیوالے محیط سے ایک ہی نقطہ پر ملتے ہین۔

(۲۲۴) دائرہ کا قطر ا ب ہی اور د نقطہ معلوم دائرہ کے محیط پر ایسا واقع ہی کہ قوس د ب چہوٹی نصف قوس د ا سے ہی تو وتر د ی قطر ا ب کے ایک ہی سمت مین ایسا کہیچو کہ ایک قوس ی ا قوس ب د سے سہ چند ہووے

(۲۲۵) مثلث ا ب س کے زاویون ا اور ب سے خطوط مستقیم مقابل کے اضلاع کے ساتھہ مساوی زاویے معلوم نقاطع ع اور ق پر بناتے ہوسے کہیچے گئے ہین تو ع اور ق مین جو خط مستقیم ملایا جائے اسکا طول ہمیشہ یکسان سب اون مثلثون مین رہیگا جو ایک ہی قاعدہ ا ب پر واقع ہین اور جنکا زاویہ راس برابر زاویہ س کے ہے۔

(۲۲۶) اگر دو مساوی دائرے باہم تقاطع کرین اور ایک نقطہ تقاطع سے خط مستقیم دو دائرون کے محیطون پر ختم ہوتا ہوا کہیچا جائے تو خطوط مستقیم جو اس خط کے اطراف اور دوسرے نقطہ تقاطع مین وصل ہونگے آپسمین مساوی ہونگے۔

(۲۲۷) دائرہ کے تین وتر د ا اور د ب اور د س ہین اور زاویہ ا د ب مساوی زاویہ ب د س کے ہے اور د ا بہ نسبت د ب کے نزدیک تر مرکز سے ہی نقطہ ب سے عمود د ا پر اوس سے نقطہ ع پر ملتا ہوا اور ایک عمود د س خارج شدہ پر نقطہ ق پر ملتا ہوا نکالا گیا ہی تو ثابت کرو کہ ا ع برابر ہے س ق کے۔

(۲۲۸) ا ب خط مستقیم محدود معلوم ہی اور نقطہ آ سے دو خط مستقیم غیر محدود یکسان میلان ا ب سے رکہتے ہوئے کہیچے گئے ہین تو کوئی دائرہ جو نقاط آ اور ب پر گذرتا ہوا ونکو ل اور م پر قطع کرے تو اس صورت مین کہ ا ب مابین ا ل اور ا م کے واقع ہو مجموعہ ا ل اور ا م ہمیشہ ایک مقدار معین مستقل ہوگی اور اگر وہ مابین نہین ہے تو فرق ا ل اور ا م ہمیشہ ایک مقدار معین مستقل ہوگی +

(۲۲۹) دائرہ کے قطر ا ب اور س ر دو متقاطع علی القوائم ہین اور قوس ا س مین نقطہ ی ہے اور ی ف ح وتر ہی جو س ر سے نقطہ ف پر ملتا ہوا اوس جہت مین کہیچا گیا ہے کہ ی ف برابر ہی نصف قطر کے تو ثابت کرو کہ ب ح سہ چند ا ی سے ہوگا۔

(۲۳۰) جو مثلث ایک ہی قاعدہ پر ایک ہی جہت مین واقع ہون اور اون کے زاوئے راس آپسمین برابر ہون تو اونکے راس کے زاویون کے خطوط مستقیم تنصیف کرنیوالے سب ایک نقطہ پر تقاطع کرینگے +

(۲۳۱) اگر دو دائرے اندر کی طرف متماسہ ہون تو جو وتر دائرہ بیرونی دائرہ اندرونی کو مس کریگا وہ نقطہ تماس پر ایسے دو حصون مین تقسیم ہوگا کہ اسکے سامنے نقطہ تماس دو دائرہ پر زاوئے برابر ہونگے

۳۱ شکل مقالہ سوم

(۲۳۲) ایک وتر پر مثلثات قائم الزاویہ بنائے گئے ہین تو ثابت کرو کہ اون سب کے راس دائرہ کے محیط پر واقع ہین جو وتر کو قطر بناکر کہیچا جائے۔

(۲۳۳) مثلث متساوی الساقین کے کسی ساق کو قطر بناکر دائرہ کہیچو تو وہ دائرہ قاعدہ کو نقطہ وسط پر قطع کریگا۔

(۲۳۴) ثابت کرو کہ بڑی سے بڑی جو سطح قائم الزاویہ دائرہ مین کہچ سکتی ہے وہ مربع ہے۔

(۲۳۵) مثلث قائم الزاویہ اب س کا وتر اب نقطہ د پر تنصیف کیا گیا ہے اور اب پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا ی د ف کہیچا گیا ہے اور د ی اور د ف مین سے ہر ایک برابر د ا کے قطع ہوا ہے اور س ی اور س ف ملائے گئے ہین تو ثابت کرو کہ یہہ خطوط س ی اور س ف زاویہ س اور اوسکے متمم کی تنصیف کرینگے۔

(۲۳۶) مثلث اب س کے ضلع اب کو قطر بناکر ایک دائرہ کہیچا ہے اور قطر ی ف متوازی ب س کا نکالا ہے تو ثابت کرو کہ ب پر زاویہ داخلہ اور خارجہ کی خطوط مستقیم ی ب اور ف ب تنصیف کرتے ہین۔

(۲۳۷) اگر مثلث اب س کے اضلاع ب س اور اب پر عمود اد اور س ی نکالے جائین اور د ی ملایا جائے تو ثابت کرو کہ زاوئے اد ی اور اس ی آپسمین متساوی ہونگے۔

(۲۳۸) اگر دو دائرے اب س اور اب د نقاط ا اور ب پر قطع کرین اور اس اور اد دو قطر ہون تو ثابت کرو کہ خط مستقیم س د نقطہ ب پر گذریگا۔

(۲۳۹) اگر ت دائرہ کا مرکز اور ت ا نصف قطر ہو اور اس ت ا کو قطر بناکر ایک دائرہ بنائین تو جو وتر دائرہ بیرونی کا نقطہ ا سے اس دائرہ اندرونی کے اندر گذرتا ہوا کہیچا جائیگا وہ محیط دائرہ اندرونی سے تنصیف ہوگا۔

(۲۴۰) ایک دائرہ ایسا کہیچو کہ وہ خط مستقیم کو ایک نقطہ معلوم پر مس کرے اسطرح سے کہ اگر اوس خط مستقیم مین دو نقاط معلوم سے دو مماس نکالین تو وہ متوازی ہون +

(۲۴۱) نصف قطر معلوم پر دائرہ ایسا بناؤ کہ خط مستقیم معلوم کو مس کرے اسطرح سے کہ مماس جو اوسکے دو نقاط معلوم سے کہ اوس خط مستقیم معلوم مین ہین کہینچین تو وہ متوازی ہون -

(۲۴۲) اگر مثلث کے قاعدہ کی زاویون سے عمود مقابل کے ضلعون پر نکالے جائین اور اگر ضرورت ہو تو وہ خارج بہی کر لیئے جائین اور نقاط تقاطع مین خط ملایا جائے تو یہہ خط مستقیم اوس عمود سے تنصیف ہوگا کہ مرکز قاعدہ سے اوسپر نکالا جائے -

(۲۴۳) دائرہ کا قطر ا د ہے اور ا د کی ایک ہی جہت مین محیط پر نقاط ب اور س معین ہین ب س س کی طرف سے س خارج ہوا ہے اور اوسپر نقطہ د سے عمود نکالا گیا ہے اور اوس سے نقطہ ی پر ملتا ہے تو ا د کا مربع ا ب اور ب س اور س د کے مربعون کے مجموعہ سے بقدر دو چند سطح ب س اور س ی کے بڑا ہوگا -

(۲۴۴) نصف دائرہ کا قطر ا ب ہے اور اوسکے محیط مین نقطہ ع ہے اور ع م عمود ا ب پر نکالا ہے اور ا م اور ب م کو قطر بناکر دو نصف دائرے بنائے ہین اور ا ع اور ب ع ان دائرون کے محیطون سے نقاط ق اور ر پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ اون دو نصف دائرون کا مماس مشترک ق ر ہوگا +

(۲۴۵) ا ب اور ا س دو خطوط مستقیم معلوم ہین اور ب اور س اون نقاط معلوم اور ب د عمود ا س پر نکالا ہے اور س ی عمود ا ب پر اور اسی طرح سے س ف عمود ا ب پر اور ف ح عمود ا س پر تو ثابت کرو ب س کا متوازی ی ح ہے -

(۲۴۶) دو دائرے نقاط ا اور ب پر تقاطع کرتے ہین اور ان نقاط سے دو وتر ایک دائرہ کے محیط مین نقطہ س پر ملتے ہوئے کہینچے گئے ہین اور یہ وتر خارج ہوکر دوسرے دائرہ کے محیط کو نقاط د اور ی پر قطع کرتے ہین تو خط مستقیم د ی دائرہ ا ب س کے اوس قطر کو کہ نقطہ س سے کہینچا جائے زاویہ قائمہ پر قطع کریگا -

(۲۴۷) اگر مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع پر اور وتر پر مربعے بنائین اور وتر پر جو مربع بنے اوسکے قطرون کے نقطہ تقاطع اور زاویہ قائمہ مثلث مین خط مستقیم ملائین تو وہ عمود اوس خط مستقیم پر ہوگا جو اور اضلاع کے مربعون کی قطرونکے نقاط تقاطع مین ملائین -

(۲۴۸) دائرہ کا مرکز س ہے اور ایک خط مستقیم س د نصف قطر سے کم ہے محیط مین وہ نقطہ دریافت کرو جہان س د محاذی ایک بڑے سے بڑے زاویہ کے ہو -

(۲۴۹) نصف دائرہ کا قطر اب ہی اور اوسکے محیط مین دو نقطے د اور ی ہین اور اوتار جو ا اور ب
کو نقاط د اور ی کے ساتھ ملاتے ہین وہ ہر سمت مین نقاط ف اور ح پر قطع ہوتے ہین تو
ثابت کرو کہ خط مستقیم ف ح ملا کر کھیچا گیا عمود اب پر ہوگا

(۲۵۰) دو برابر دائرے باہر کیطرف آپسمین مس کرتے ہین اور نقطہ تماس سے ہر دائرہ مین ایک
ایک وتر اسطرح نکالا ہی کہ وہ ایک دوسرے پر زاویہ قائمہ بناتا ہی تو ثابت کرو کہ اونکے دوسرے
اطراف مین جو خط مستقیم ملایا جاویگا مساوی اور متوازی اوس خط مستقیم کا ہوگا جو اونکے
مرکزون مین ملایا جائے +

(۲۵۱) اگر معین کے قطر خرد کو قطر دائرہ بنا کر دائرہ کھیچین جو اضلاع کو قطع کرے اور نقاط تقاطع اور
اطراف قطر معین مین منحرف خط ملائے جائین تو ثابت کرو سطح متوازی الاضلاع جو پیدا
ہوگی وہ معین ہوگی اور اوسکے زاویے برابر معین کے زاویون کے ہونگے۔

(۲۵۲) اگر دائرہ کے دو وتر اوسکے اندر یا اوس سے باہر متقاطع علی القوائم ہون تو حصص اوتار
کے مربعون کا مجموعہ برابر قطر کے مربع کے ہوگا +

۳۲ سے ۳۴ تک م ۳

(۲۵۳) دائرہ کا مرکز س ہی اور اوسکے محیط مین نقطہ ب ہی اور ع د مماس نقطہ ع پر ہے اور وہ س ب
خارج شدہ سے نقطہ د پر ملتا ہی اور ع د عمود س ب پر نکالا گیا ہے تو ثابت کرو کہ خط مستقیم
ع ب زاویہ ا ع د کی تنصیف کرتا ہی +

(۲۵۴) اگر دو دائرے ایک دوسرے کو مس کرین تو جو خط مستقیم نقطہ تماس سے کھیچا جائیگا وہ قطعات
دائرہ متشابہ قطع کریگا +

(۲۵۵) ایک دائرہ کا اب وتر اور د مماس نقطہ د پر ہی اور متوازی وتر اب کا متوازی خط مستقیم
د ع ق محیط دائرہ کو ع اور ق پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ مثلث ع ا د اور مثلث ق ا ب
متساوی الزوایا ہونگے +

(۲۵۶) دو دائرے اب دھ اور اب ح ایک دوسرے کو نقاط ا اور ب پر قطع کرتے ہین اور نقطہ ب سے
خط مستقیم ب د ایک دائرہ کو مس کرتا ہوا دوسرے دائرہ مین کھیچا گیا ہی اور نقطہ د سے ایک وتر دائرون کو
نقاط ح اور ھ پر قطع کرتا ہوا کھیچا گیا ہی تو ثابت کرو کہ د ھ کا متوازی ب ح ہے

(۲۵۷) دو دائرے نقاط ا اور ب پر متقاطع ہین اور نقطہ ا سے ا س اور ا د مماس ہر ایک دائرہ کے

دوسرے دائرہ کے محیط پر ختم ہوتی ہوئی نکالی گئی ہین اور س ب اور ب د ملائے گئے ہین تو ثابت کرو کہ ا ب بغیر خارج ہونیکے یا خارج ہوکر زاویہ س ب د کی تنصیف کریگا-

(۲۵۸) دو دائرے نقاط ا اور ب پر متقاطع ہین اور کسی دائرہ کے محیط مین ایک نقطہ ع سے اوسی وتر ع ا اور ع ب دوسرے دائرہ کو نقاط س اور د پر قطع کرتے ہوئے کھیچے گئے ہین تو ثابت کرو کہ اوس مماس کا متوازی س د ہے جو نقطہ ع سے نکالا جائے +

(۲۵۹) اگر دائرہ کے محیط مین کسی نقطہ سے وتر اور مماس دائرہ کے نکالے جائین تو قوس محاذی الوتر کے نقطہ وسط سے عمود وتر اور مماس پر نکالے گئے آپسمین برابر ہونگے-

(۲۶۰) دائرہ کا وتر ا ب ہی اور اوسکے محیط مین نقطہ ع ہی اور ا ب پر ع م عمود ہے اور وہ خارج ہوکر محیط دائرہ سے نقطہ ق پر ملتا ہی اور ع سے ایک دائرہ کا مماس نکالا گیا ہے اور اوسپر عمود ا ن ڈالا گیا ہی تو ثابت کرو کہ مثلث ن ا م اور ع ا ق متساوی الزوایا ہونگے -

(۲۶۱) ایک دائرہ کے دو قطر ا ء ب اور س ء د متقاطع علی القوائم ہین اور ع ایک نقطہ محیط مین ہے اور مماس جو نقطہ ع سے نکالا جائے وہ س ء د خارج شدہ سے نقطہ ق پر ملتا ہی اور ا ع اور ب ع بھی س ء د سے نقاط ر اور ص پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ر ق اور ص ق آپسمین برابر ہین +

(۲۶۲) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور زاویہ راس اور وہ نقطہ قاعدہ پر جہان راس سے عمود نکالا گیا ملتا ہے معلوم ہین-

(۲۶۳) قاعدہ اور زاویہ راس اور ارتفاع معلوم ہین مثلث بناؤ-

(۲۶۴) قاعدہ اور زاویہ راس اور طول اوس خط مستقیم کا جو زاویہ راس سے نقطہ وسط قاعدہ مین ملایا جائے معلوم ہین مثلث بناؤ-

(۲۶۵) مثلث قاعدہ اور زاویہ راس معلوم ہے تو ثابت کرو کہ مثلث بڑے سے بڑا جب ہوگا کہ متساوی الساقین ہو-

(۲۶۶) دائرہ کا مرکز ء ہی اور اوسکے باہر ا نقطہ ہی اوس سے خط مستقیم دائرہ کو نقاط ب اور س پر قطع کرتا ہوا ایسا کھیچو کہ رقبہ ب ء س حتی الامکان بڑا ہو-

(۲۶۷) دو خطوط مستقیم جنکے درمیان زاویہ معینہ مستقل ہے ہمیشہ دو نقاط متعین پر گذرتے ہین اور اون خطوط کے مقام کی کچھہ قید نہین ہی سوا اسکے کہ وہ دو نقاط متعینہ پر گذریں تو

ثابت کرو کہ خط مستقیم جو اوس زاویہ کی تنصیف کرتا ہے ہمیشہ دو نقاط متعین مین سے
کسی ایک پر ہمیشہ گذرے گا +

(۲۶۸) مثلث بناؤ جسکا زاویہ اور اوسکے مقابل کا ضلع اور باقی دو ضلعونکا مجموعہ معلوم ہین -

۳۵ سے ۳۷ مقالہ سوم

(۲۶۹) اگر دو دائرے متقاطع ہون اور وتر مشترک خارج شدہ مین کوئی نقطہ لیکر مماس اون دائرونکے
کھینچین تو وہ آپسمین مساوی ہونگے -

(۲۷۰) دو دائرے ایک دوسرے کو نقاط ا اور ب پر قطع کرتے ہین تو ثابت کرو ا ب خارج ہوکر
دائرون کے مماس مشترک کو تنصیف کریگا -

(۲۷۱) اگر مثلث ا ب س کے اضلاع ب س اور ا ب پر ا د اور س ی عمود نکالین تو ثابت کرو کہ
سطح ب س اور ب د کی برابر ہے سطح ب ا اور ب ی کے -

(۲۷۲) اگر دو دائرے متقاطع ہون اور اونکے وتر مشترک مین کوئی نقطہ لیکر ایک ایک وتر
ہر ایک دائرہ مین کھینچین تو اون وترون کے چارون طرفین ایک دائرہ کے محیط مین ہونگے -

(۲۷۳) نقطہ معلوم کو مرکز بناکر دائرہ ایسا بناؤ کہ خط مستقیم معلوم کو دو نقطون پر یون قطع کرے
کہ سطح اون فاصلونکی کہ درمیان اون دو نقطون اور خط مستقیم کے ایک نقطہ معین کے درمیان
واقع ہون برابر ہو ایک مربع معلوم کے -

(۲۷۴) دو دائرے ا ب س د اور ی ب س ف جنکی مماس مشترک ا ی اور د ف ہین وہ نقاط
ب اور س پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہین اور وتر ب س خارج ہوکر مماسون کو نقاط ح اور ھ
پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ ح ھ کا مربع ا ی یا د ف کے مربع سے بقدر مربع ب س
کے زیادہ ہے -

(۲۷۵) ایک سلسلہ دوائر متقاطع کا ایسا ہو کہ ایک نقطہ معین سے اونکے مماس نکالے گئے آپسمین متساوی
ہین تو ثابت کرو کہ اون مین سے ہر زوج دائرہ کے نقاط تقاطع مین خط ملایا گیا ضرور
اس نقطہ پر گذریگا -

(۲۷۶) ا ب س ایک مثلث قائم الزاویہ ہے اور وتر ب س مین کسی نقطہ د سے عمود ب س پر نکالا
گیا ہے اور وہ اسی نقطہ ی پر ملتا ہے اور ب ا خارج شدہ سے نقطہ ف پر تو ثابت کرو کہ
د ی کا مربع برابر ہے سطح ب د اور د س اور سطح ا ی اور س ی کے فرق کے اور مربع د ف کا

برابر ہے سطح ب د اور د س اور سطح ا ف اور ف ب کے مجموعہ کے۔

(۲۷۷) دائرہ کے قطر کے ایک طرف سے مماس نکالا گیا ہی تو اس مماس مین ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسمین اور دوسری طرف مین قطر کے خط مستقیم ملایا جائے تو اس خط مستقیم کے حصے جو دائرہ کے اندر اور باہر واقع ہون اونکی سطح برابر ایک مربع معلوم کے ہو جو قطر دائرہ کے مربع سے بڑا نہین ہی +

اسے ہم تک مقالہ چہارم

(۲۷۸) (ش ہ م) مین ثابت کرو کہ خطوط مستقیم نقاط آ اور ب سے جو مس کرتے ہوئے دائرہ کے نکالے گئے ہین آپسمین ملتے ہین۔

(۲۷۹) (ہ ش ہ م) مین ثابت کرو کہ زاویون آ اور ب کی جو خطوط مستقیم تنصیف کرتے ہین آپس مین ملتے ہین۔

(۲۸۰) ہ ش ہ م مین ثابت کرو کہ زاویہ ا کی د آ تنصیف کرتا ہی۔

(۲۸۱) مثلث ا ب س مین دائرہ کھینچا گیا اوسکی اضلاع ا ب اور ا س کو نقاط د اور ی پر مس کرتا ہے اور ایک خط مستقیم نقطہ ا سے مرکز دائرہ مین محیط دائرہ سے نقطہ ح پر ملتا ہوا کھینچا گیا ہے تو ثابت کرو کہ ح اوس دائرہ کا مرکز ہی جو مثلث ا د ی مین بنایا جائے۔

(۲۸۲) جو دائرے مثلث کے ایک ضلع اور دو اضلاع ممدودہ کو مس کرتے ہین اونکے مرکزون مین جو خطوط مستقیم ملائین وہ مثلث کے زاویون کی راسون مین گذرینگے۔

(۲۸۳) مثلث ا ب س کے ضلع ب س اور باقی اضلاع ممدودہ کو ایک دائرہ مس کرتا ہی اور مثلث کے اندر دائرہ بنایا گیا ہی ب س کو جن نقاط پر یہ دونو دائرے مس کرینگے اونکے درمیان کا بعد برابر اضلاع ا ب اور ا س کے تفاوت کے ہی۔

(۲۸۴) مثلث ا ب س کے اندر دائرہ بنایا ہی اور اس مثلث مین سے دائرہ کے مماس نکال کر تین زاویہ پر مثلث قطع کئے ہین تو ثابت کرو کہ سطرح سے جو تین مثلث قطع ہونگے اونکے اضلاع کا مجموعہ ملکر مثلث ا ب س کے اضلاع کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔

(۲۸۵) مثلث ب ا س جو دائرہ کے اندر بنایا جائے اوسکا مرکز د ہی اور ا د ملایا گیا ہے اور خارج کیو اوس خط مستقیم سے جو نقطہ ب سے ب د پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا کھینچا ہے نقطہ ر پر ملتا ہے تو اوس دائرہ کا مرکز ر ہوگا جو ضلع ب س اور اضلاع ا ب اور ا س ممدودہ کو مس کرتا ہی۔

(۲۸۶) تین دائرے کہیچے ہین جنمین سے ہر ایک مثلث ا ب س کے ایک ضلع کو اور دو اضلاع ممدودہ کو مس کرتا ہی اگر د ضلع ب س کا اور ی ضلع ا س کا اور ف ضلع ا ب کا نقطہ تماس اپنے دائرہ کے ساتھہ ہو تو ثابت کرو کہ ا ی برابر ہے ب د کے اور ب ف برابر ہی س ی کے اور س د برابر ہی ا ف کے۔

(۲۸۷) دائرہ کہیچو جو دائرہ معلوم کو مس کرے اور دو خطوط مستقیم معلوم کو جو خود ایک دائرہ معلوم کو مس کر رہے ہین مس کرے۔

(۲۸۸) اگر تینون نقطون مین جہان دائرہ مثلث کے اندر اضلاع کو مس کرتا ہی خطوط مستقیم ملائین تو جو مثلث پیدا ہوگا اوسکو حادة الزوایا ثابت کرو۔

(۲۸۹) ذوار بعۃ الاضلاع کے مقابل کے دو دو ضلعونکے مجموعے آپسمین برابر ہون اور ہر ایک زاویہ دو قائمون سے کم ہو تو ثابت کرو کہ اوسپر دائرہ کہیچ سکتا ہی۔

(۲۹۰) دو دائرے ھ ع ل اور ک ع م ایک دوسریکو باہر کی طرف مس کرتے ہین اور اونکے مماس مشترکہ ھ ک اور ل م ہین اور ھ ل اور ک م آپسمین ملائے گئے ہین تو ثابت کرو کہ ذوار بعۃ الاضلاع ھ ک م ل پر دائرہ کہیچ سکتا ہے۔

(۲۹۱) مثلث کے دوائر خارجی کے مرکزون اور اونکے مقابل کے زاویون مین خطوط مستقیم ملائین تو ثابت کرو کہ یہ خطوط مستقیم مرکز دائرہ پر جو مثلث کے اندر بنایا جائے متقاطع ہونگے۔

(۲۹۲) ایسا مثلث ہی کہ جسکے اضلاع کا مجموعہ ہمیشہ ایک ہی رہتا ہی اوسکے دو ضلعونکا مقام معلوم ہی تو ثابت کرو کہ تیسرا ضلع ہمیشہ اوسکا ایک خاص دائرہ کا مماس ہوگا۔

(۲۹۳) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور زاویہ راس اور نصف قطر دائرہ کا جو مثلث کے اندر بنائیں معلوم ہین +

۵ سے ۹ تک م ۴

(۲۹۴) ۵ ش ۴ م مین ثابت کرو کہ ب س پر نقطہ ف سے جو عمود نکالا جائیگا وہ ب س کی تنصیف کریگا

(۲۹۵) اگر مثلث ا ب س کے قاعدہ ب س کا متوازی د ی نکالا جائے تو جو دائرے کہ مثلث ا ب س اور ا د ی پر بنائے جائینگے وہ ایک مماس مشترک رکھینگے۔

(۲۹۶) اگر مثلث کے اندر اور باہر دائرے بنائے گئے متحد المرکز ہون تو مثلث متساوی الاضلاع ہوگا +

(۲۹۷) مثلث کے اوپر اور اندر جو دائرے بنائے جائین اگر اونکے مرکزونمین خط مستقیم وصل کیا گیا ایک زاوئے پر مثلث کے گذرے تو ثابت کرو کہ مثلث متساوی الساقین ہے -

(۲۹۸) دو دائرونکا وتر مشترک کسی نقطع ع تک خارج کیا گیا ہے اور ع ا ایک دائرہ کو نقطہ ا پر مس کرتا ہوا کہیچا گیا ہے اور ع ب س ایک وتر دوسرے دائرہ کا نکالا گیا ہے تو ثابت کرو کہ دائرہ جو ا اور ب اور س پر گذریگا وہ اس دائرہ کو مس کریگا جسکا ع ا مماس ہے -

(۲۹۹) دائرہ کے اندر ذوا ربعۃ الاضلاع ا ب س د بنی ہے اور ا د اور ب س خارج ہوکر نقطہ ی پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ی س د جو دائرہ پر بنایا جائے گا اوسکا مماس نقطہ ی پر ا ب کا متوازی ہوگا -

(۳۰۰) دائرہ کہیچو جو خط مستقیم معلوم کو مس کرے اور دونو نقطون معلوم پر اسکا محیط گذرے -

(۳۰۱) دائرہ کہیچو جو دو نقاط معلوم پر گذرے اور ایک خط مستقیم معلوم مین سے ایک وتر برابر ایک خط مستقیم معلوم کے قطع کرے +

(۳۰۲) دائرہ کہیچو جسکا مرکز ایک خط مستقیم معلوم مین ہو اور دو اور خطوط مستقیم معلوم مین سے اوتار جنکا طول معلوم ہو قطع کرے -

(۳۰۳) دو مثلثونکے قاعدہ اور زاوئے اس آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ اونکے اوپر جو دائرے بنائے جائینگے اونکے نصف قطر آپسمین مساوی ہونگے +

(۳۰۴) دائرہ کہیچو جو دو نقاط معلوم پر گذرے اسطرح سے کہ ایک اور نقطہ معلوم سے جو اوسکا مماس نکالا جائے وہ ایک طول معلوم کے برابر ہو -

(۳۰۵) ایک دائرہ کا مرکز س ہے اور س ا اور س ب دو نصف قطر متقاطع علی القوائم ہین اور نقطہ ب سے ا ی وتر ب ع قطع کرتا ہوا س ا کو نقطہ ن پر کہیچا گیا ہے اور دائرہ مثلث ا ن ع کے گرد کہیچا گیا ہے تو ثابت کرو کہ وہ ب ا کو مس کریگا -

(۳۰۶) ا ب اور س د دو خطوط مستقیم متوازی ہین اور خطوط مستقیم جو اونکے اطراف مین وصل کئے جائین نقطہ ی پر قطع ہوتے ہین تو دائرے جو مثلث ا ب ی اور س د ی کے اوپر بنائے جائین وہ آپسمین مس کرینگے -

(۳۰۷) مثلث کی اضلاع مین سے تین مساوی وتر ایک دائرہ قطع کرتا ہے اوسکا مرکز دریافت کرو -

(۳۰۸) مثلث ا ب س مین دائرہ بنایا ہے جسکا مرکز ہ ہے اور ہ ا خارج کیا گیا ہے یہان تک وہ

که وه اوس دائره کے محیط سے که مثلث کے اوپر بنایا جائے نقطه ف پر ملتا ہے تو ثابت کرو که
ف ب اور ف د اور ف س آپسمین متساوی ہین +

(۳۰۹) دائره کے اندر ذوالاربعة الاضلاع بنی ہوئی ہے اور اسکے اضلاع مقابل خارج ہوکر نقاط ع
اور ق پر ملتے ہین اور اسیطرح سے مثلث جو باہر ذوالاربعة الاضلاع کے پیدا ہوئے ہین اونپر دائرے
نقطه ر پر ملتے ہوئے کھینچے گئے ہین تو ثابت کرو که نقاط ع اور ق اور ر ایک خط مستقیم مین ہونگے -

(۳۱۰) مثلث کا زاویه ا س ب اور قاعده ا ب قائمی زاویون پر اون خط مستقیم سے تنصیف ہوتا ہے
که نقطه د پر ایک دوسرے کو تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو که زاویے ا س ب اور ا د ب
ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے +

(۳۱۱) نصف دائره ا س د ب ہے اور ا ب اوسکا قطر ہے اور دو وتر ا د اور ب س نقطه ی متقاطع ہین
تو ثابت کرو که س د ی پر جو دائره کھینچا جائیگا وه پہلے دائره کو زاویے قائمے پر قطع کریگا -

(۳۱۲) ذوالاربعة الاضلاع ا ب س د کے اوتار نقطه ه پر متقاطع ہین تو ثابت کرو که مثلثون ا ه ب
اور ب ه س اور س ه د اور د ه ا پر جو دائرے بنائے جائینگے اونکے مرکز ایک سطح متوازی الاضلاع
کے زاویونکے راسونپر واقع ہونگے +

(۳۱۳) مثلث ا ب س پر دائره بنایا ہے اور نقطه س سے مماس نکالا ہے اور وه ا ب خارج شده سے
نقطه د پر قطع ہوتا ہے اور دائره جسکا مرکز د ہے اور نصف قطر د س ہے ا ب کو نقطه ی پر قطع کرتا ہے
تو ثابت کرو که زاویه ا س ب کی تنصیف ی س کرتا ہے -

(۳۱۴) ا ب اور ا س دو خطوط مستقیم معلوم المقام ہین اور ب س ایک خط مستقیم ہے جسکا طول
معلوم ہے اور د اور ی نقاط وسطی ا ب اور ا س کے ہین اور د ف اور ی ف عمود
ا ب اور ا س د پر نکالے گئے ہین تو ثابت کرو که ب س کے سب مقامون مین ا ف
کی ایک ہی مقدار ہوگی +

(۳۱۵) مثلث متساوی الساقین ا ب س پر جسکی ساقین ا ب اور ا س مساوی ہین دائره
بنایا ہے اور نقطه ا سے خط مستقیم قاعده سے نقطه د پر اور دائره سے نقطه ی پر ملتا ہوا کھینچا ہے تو
ثابت کرو که دائره جو نقاط ب اور د اور ی پر گذرتا ہے وه ا ب کو مس کرتا ہے

(۳۱۶) دائره معلوم کا وتر ا س ہے اور ب اور د دو نقاط معلوم آپسمین ہین خواه یه دونو دائره کے اندر
ہون خواه دونو باہر اگر ایک دائره ب اور د پر گذرتا ہوا اور دائره معلوم کو مس کرتا ہوا

کھینچین تو ثابت کرو کہ اب اور س د محاذی مساوی زاویونکے نقطہ تماس پر ہین۔

(۳۱۷) دائرہ کے اندر نقاط معلوم آ اور ب ہین محیط مین نقطع ع ایسا دریافت کرو کہ اگر ع ا ھ اور ع ب ک دائرہ ہی نقاط ھ اور ک پر ملتی ہوئے کھینچے جائین تو وتر ھ ک حتی الامکان بڑا ہو۔

(۳۱۸) دائرہ معلوم کا مرکز مساوی الابعاد دو خطوط مستقیم معلوم سے ہی ایک اور دائرہ ایسا کھینچو کہ وہ ان دونو خطونکو مس کرے اور دائرہ معلوم مین سے ایک قطعہ ایسا قطع کرے کہ اوسکا زاویہ برابر زاویہ معلوم کے ہو۔

(۳۱۹) مثلث ا ب س پر دائرہ بنایا ہی اوسکا مرکز ہ ہی اور د اور ہی اور ف مواقع عمود ہین جو آ اور ب اور س سے مقابل کے اضلاع پر نکالے جائین تو ثابت کرو کہ ہ آ اور ہ ب اور ہ س برابر ہین ی ف اور ف د اور د ی کے موافق اپنی اپنی نظیر کے۔

(۳۲۰) اگر محیط دائرہ کے کسی نقطہ سے خطوط مستقیم دائرہ کے مربع اندرونی کے زاویون کی راسون مین ملائے جائین تو ان چار خطونکے مربعونکا مجموعہ قطر کے مربع سے دوچند ہوگا۔

(۳۲۱) ثابت کرو کہ دائرہ کے گرد کوئی شکل قائم الزاویہ سوا مربع کے نہین کھینچ سکتے۔

(۳۲۲) مستطیل کے گرد دائرہ بناؤ۔

(۳۲۳) دائرون کے دو قطرون کے اطراف سے مماس نکالے جائین تو شکل متوازی الاضلاع جو اسطرح پیدا ہوگی معین ہوگی۔

دانش ہم

(۳۲۴) (دانش ہم) مین ثابت کرو کہ زاویہ ا س د مثلث کے زاویہ راس سے سہ چند ہی۔

(۳۲۵) (دانش ہم) مین ثابت کرو کہ دو مثلث موافق شرائط دعوی کے بن سکتی ہین اور یہہ بہی ثابت کرو کہ ایک مثلث یہان ایسا ہی کہ اوسکے مساوی زاویون مین ہر ایک زاویہ سہ چند تیسرے زاویہ سے ہی۔

(۳۲۶) (دانش ہم) مین ثابت کرو کہ قاعدہ مثلث کا برابر ایک ضلع مسبع منتظم کے ہی جو دائرہ خرد کے اندر بنایا جائے۔

(۳۲۷) خط مستقیم پر ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکا تیسرا زاویہ سہ چند ہر ایک قاعدہ کے زاویہ سے ہو۔

(۳۲۸) (دانش ہم) مین ثابت کرو کہ دو دائرے نقطہ ی پر قطع ہوتے ہین تو د ی برابر د س کے ہوگا۔

(۳۲۹) (دانش ہم) مین جو مثلث بنایا گیا ہی اوسکا راس تو آ ہو اور ب د قاعدہ ہو اور د آ ایک نقطہ

انقاطع دائروںکا ہو جو شکل بنانے مین کہینچی گئی ہین اور ی دوسرا نقطہ تقاطع ہو اور ا ی کہینچا جائے اور ب د خارج شدہ سے نقطہ ح پر ملے تو ثابت کرو کہ مثلث ح ا ب بہی اوسی قسم کا مثلث ہے جس قسم کا اس شکل مین بنایا گیا ہے۔

(۳۳۰) (۱۰ اشکل م) مین دو وتر مساوی دائرہ خرد کے خارج کئے جاوین اور بڑے دائرہ کو قطع کرین اور ان نقاط تقاطع مین خطوط وصل کئے جاوین تو مثلث انہین صفات کا بنجائیگا جیسا کہ اس شکل مین بنایا گیا ہے۔

(۳۳۱) (۱۰ اشکل م) مین فرض کرو کہ دو دائرے نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین اور ا ی اور س ی ملائے ہین اور ا ی اور ب د خارج کئے ہین اور نقطہ ح پر ملتے ہین تو س د ح ی ایک متوازی الاضلاع ہو گی۔

(۳۳۲) شکل دہم مقالہ چہارم مین ثابت کرو کہ چہوٹا دائرہ جو کہینچا گیا ہے وہ برابر اوس دائرہ کے ہے جو مثلث مطلوب کے اوپر بنا مین۔

(۳۳۳) (۱۰ اشکل م) مین اگر ا ف چہوٹے دائرہ کا قطر ہو تو د ف اوس دائرہ کے نصف قطر کی برابر ہوگا جو مثلث ب س د پر بنا ہین۔

۱۱ سے ۱۶ تک مقالہ چہارم

(۳۳۴) مخمس منتظم کے زاویون مین جو متصل نہ ہون اگر خطوط مستقیم وصل کئے جائین تو وہ متقاطع ایک اور مخمس منتظم کے زاون پر ہونگے۔

(۳۳۵) مخمس منتظم ا ب س د ی ہے ملاؤ ا س اور ب ی اور فرض کرو کہ نقطہ ف پر ا س سے ب ی ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ا س برابر ہے مجموعہ ا ب اور ب ف کے

(۳۳۶) ثابت کرو کہ مخمس منتظم مین ہر مثلث جو متصل کے دو ضلعون کے اطراف مین خط مستقیم ملانے سے پیدا ہوتا ہے مساحتاً تہائی مخمس سے کم اور چوتہائی مخمس سے زیادہ ہوتا ہے

(۳۳۷) کسی طرح سے مثلث متساوی الاضلاع سے جو دائرہ کے اندر ہے مسدس پیدا کر سکتے ہین اور شکل کے بناوٹ ہی مین ثابت کرو کہ ضلع مسدس برابر نصف قطر دائرہ کے ہوتا ہے اور مسدس دو چند اوس مثلث سے۔

(۳۳۸) دائرہ مین مثلث ایسا بناؤ کہ اوسکے زاویون مین نسبت ۲ و ۵ و ۸ کی ہو۔

(۳۳۹) اگر ا ب س د ی ف مسدس منتظم ہو اور ا س اور ب د اور س ی اور د ف اور ی ا

اور ف ب ملائے جائین تو ایک اور مسدس پیدا ہوگا جو مساحتًا تہائی مسدس سابق کی ہوگا

(۳۴۰) جو شکل متساوی الاضلاع دائرہ کے اندر بنائی جائیگی مساوی الزوایا ہوگی۔

او ۲ ش مقالہ ششم

(۳۴۱) ثابت کرو کہ شکل دہم مقالہ چہارم مین ایک مثلث وسط فی النسبت باقی دو مثلثون مین ہے۔

(۳۴۲) مثلث ا ب س کی قاعدہ مین کسی نقطہ د سے خطوط مستقیم د ی اور د ف متوازی الاضلاع ا ب اور ا س کے نکالے گئے ہین اور اضلاع سے نقاط ی اور ف پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ا ی ف وسط فی النسبت مثلثون ف ب د اور د ی س مین ہے۔

(۳۴۳) مثلث متساوی الاضلاع کے اضلاع پر کسی نقطہ سے کہ مثلث کے اندر ہے عمود نکالے گئے ہین تو ثابت کرو اونکا مجموعہ ہمیشہ یکسان رہیگا کبھی نہین بدلیگا۔

(۳۴۴) مثلث کی اندر نقطہ الیسا دریافت کرو کہ اگر اوسمین اور مثلث کے زاویون کی راسون مین خطوط مستقیم ملائین تو تینون مثلث جو پیدا ہونگے آپسمین مساوی ہونگے۔

(۳۴۵) مثلثون ا س ب اور ا د ب کے قاعدے مشترک مین کسی نقطہ ی سے ا س اور ا د کے متوازی خطوط مستقیم نکالے ہین اور وہ ب س اور ب د سے نقاط ف اور ح پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ س د کا متوازی ف ح ہے۔

(۳۴۶) مثلث کی قاعدہ کے کسی نقطہ سے خطوط مستقیم متوازی اضلاع کے نکالے جائین تو ثابت کرو کہ جو متوازی الاضلاع سطح سے پیدا ہونگی اونکے قطرونکے نقاط تقاطع ایک ہی خاص خط مستقیم مین ہونگے۔

(۳۴۷) مثلث ا ب س مین خط مستقیم ا د عمود خط مستقیم ب د پر جو زاویہ ب کی تنصیف کرتا ہی نکالا گیا ہے تو ثابت کرو کہ خط مستقیم نقطہ د سے متوازی ب س کا نکالا گیا ا س کی تنصیف کریگا۔

(۳۴۸) مثلث ا ب س ہی اور ب س کا متوازی کوئی خط مستقیم ا ب سے نقطہ د پر اور ا س سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور ب ی اور س د ملائے ہین اور وہ نقطہ ف پر تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ا د ف برابر ہوگا مثلث ا ی ف کے۔

(۳۴۹) مثلث ا ب س ہے اور کوئی خط مستقیم متوازی ب س کا ا ب سے نقطہ د پر اور

اس سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور ب ی اور س و ملائے ہین جو نقطہ ف پر آپسمین ملے ہین اگر ا ف خارج کیا جائے تو ثابت کرو کہ وہ ب س کی تنصیف کریگا۔

(۳۵۰) اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے دو ضلعے متوازی ہون تو ہر خط مستقیم متوازی ان اضلاع کا اوس شکل کے باقی اضلاع کو ایک ہی نسبت پر قطع کریگا۔

(۳۵۱) ا ب س مثلث ہے اور ا ب مین یا ا ب خارج شدہ مین نقطہ معلوم ع ہے اوسے خط مستقیم ا س یا ا س خارج شدہ تک ایسا کھینچو کہ ب س کی تنصیف کرے۔

تیسرے ایک چھٹا مقالہ

(۳۵۲) مثلث ا ب س کا ضلع ب س نقطہ د پر تنصیف ہوا ہے اور زاویے ا د ب اور ا د س خطوط مستقیم د ی اور د ف سے تنصیف ہوئے ہین اور وہ نقاط ی اور ف پر اضلاع ا ب اور ا س سے ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ی ف متوازی ب س کا ہے

(۳۵۳) دائرہ کا قطر ا ب ہے اور وتر د س ا د پر عمود ہے اور س د مین کوئی نقطہ ی ہے ا ی اور ب ی دائرہ کو نقاط ف اور ح پر قطع کرتے ہوئے کھینچے ہین تو ثابت کرو کہ ذو اربعۃ الاضلاع س ف د ح کے کوئی سے دو متصل کے ضلعون مین وہی نسبت ہوگی جو باقی اوسکے اضلاع مین ہوگی +

(۳۵۴) ۳ شکل مقالہ ششم کی استعانت سے خط مستقیم محدود کی تثلیث کرو +

(۳۵۵) دائرہ کا قطر ا ب ہے اور اوسکے محیط مین نقطہ ع ہے اوس سے ا ع کے مقابل جہت مین اوس سے یکسان میلان رکھتے ہوئے ع س اور ع د کھینچے گئے ہین تو قطر ا ب سے نقاط د اور س پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ا س کو ب س سے وہ نسبت ہے جو ا د کو ہے ب د سے۔

(۳۵۶) ا ب ایک خط مستقیم ہے اور د اوسمین کوئی نقطہ ہے ا ب خارج شدہ مین ایک نقطہ ع ایسا دریافت کرو کہ ع ا کو ع ب سے وہ نسبت ہو جو د ا کو ہے د ب سے۔

(۳۵۷) ایک ہی نقطہ ا سے خطوط مستقیم زاویے ب ا س اور س ا د اور د ا ی مین سے ہر ایک برابر نصف قائمہ کے بناتے ہوئے کھینچے ہین اور وہ ایک خط مستقیم ب س د ی سے قطع ہوتے ہین اور وہ ب ا ی مثلث متساوی الساقین بناتا ہے تو ثابت کرو کہ ب س یا د ی وسط فی النسبت ب ی اور س د مین ہے۔

(۳۵۸) مثلث ا ب س کا زاویہ ا خط ا د سے تنصیف ہوتا ہی اور ا د قاعدہ سے نقطہ د پر ملتا ہے اور ب س کا نقطہُ وسط ہ ہے تو ثابت کرو ہ د کو وہی نسبت ہ ب سے ہی جو فرق اضلاع کو ہے مجموعہُ اضلاع سے۔

(۳۵۹) مثلث ا ب س کے نقطہ ا پر زاویہ داخلہ اور زاویہ خارجہ کو خطوط مستقیم ا د اور ا ی تنصیف کرتے ہین اور قاعدہ سے نقاط د اور ی پر ملتے ہین اور ہ نقطہ وسط ب س کا ہے تو ثابت کرو کہ ہ ب وسط فی النسبت ہ د اور ہ ی کا ہے

(۳۶۰) مثلث ا ب س کے اضلاع مین تین نقطے د اور ی اور ف ہین اور انمین خطوط وصل کرنیسے ایک دوسرا ایسا مثلث پیدا ہوتا ہی کہ اوسکے دو ضلعے پہلے مثلث کے جس ضلع پر ملتے ہین اوسکے ساتھہ برابر زاوئے بناتے ہین تو ثابت کرو کہ ا د اور ب ی اور س ف زاوئے قائمے ب س اور س ا اور ا ب پر بناتے ہین۔

۴ سے ۱۵ تک

(۳۶۱) اگر مساوی قاعدون پر دو مثلث درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے ہون تو کوئی خط مستقیم متوازی انکے قاعدون کا نکالین وہ سطوح متساوی ان مثلثون مین سے قطع کریگا +

(۳۶۲) ا ب اور س د خطوط متوازیہ ہین اور س د کا نقطہ وسط ی ہے اور ا س اور ب ی نقطہ ف پر اور ا ی اور ب د نقطہ ح پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ف ح متوازی ا ب کا ہے۔

(۳۶۳) خط مستقیم مین ا اور ب اور س تین نقاط متعینہ ہین اور کوئی خط مستقیم س سے کھیچا ہے تو ثابت کرو کہ اس خط پر جو عمود نقاط ا و ب سے نکالے جاوینگے اونمین ہمیشہ ایک ہی نسبت مقررہ ہوگی۔

(۳۶۴) اگر خط مستقیم پر دو عمود دو نقاط معینہ سے نکالے گئے نسبت مقررہ ہمیشہ رکھین تو ضرور وہ خط مستقیم ایک تیسرے نقطہ متعینہ پر گذریگا۔

(۳۶۵) ایسا خط مستقیم دریافت کرو کہ اگر اوسپر تین نقاط معلومہ سے عمود نکالین تو اونمین ایک دوسرے کے ساتھہ نسبت معلوم ہو۔

(۳۶۶) نقطہ معلومہ سے خط مستقیم ایسا نکالو کہ اوسکے حصّے جو درمیان اس نقطہ اور

اون عمودون کے مستطیلون کے واقع ہون جو د وا ور نقاط متعینہ سے اوسپر نکالے جائین آپسمین نسبت معلوم رکھین

(۳۶۷) دائرہ کا ا ر سے مماس نکالا گیا د و متوازی مماسون کو جو دائرہ کو نقاط د ا ور ی پر مس کرتے ہین نقاط ب اور س پر قطع کرتا ہی اور ب ی اور س د ملائے گئے نقطہ ف پر قطع ہوتے ہین تو ا ر ف متوازی مماسون ب د اور س ی کا ہوگا۔

(۳۶۸) ع اور ق دو نقاط اور ا ب اور س د دو خطوط متوازیہ متعینہ ہین کوئی خط مستقیم نقطہ ع سے کھینچا گیا ہی اور ا ب سے نقطہ م پر ملتا ہے اور نقطہ ق سے خط مستقیم متوازی ع م کا نکالا ہے اور س د سے نقطہ ن پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ نسبت ع م اور ق ن کی ہمیشہ یکسان رہیگی اور اسی سبب سے خط مستقیم وصل کیا گیا م اور ن مین ایک نقطہ متعینہ پر ہمیشہ گذرتا ہے۔

(۳۶۹) ثابت کرو کہ ذو اربعۃ الاضلاع مین جسکے دو ضلعے باہم متوازی ہون اور ایک ضلع دوسرے ضلع سے دو چند ہو تو دونو وتر متقاطع کی نقطہ تقاطع پر تثلیث ہوتی ہی۔

(۳۷۰) دائرہ کا مرکز س ہی اور اوسکے محیط مین دو نقطے ا اور ب ہین اون سے دو مماس نقطہ ط پر ملتے ہوئے نکالے ہین اور نقطہ ا سے ا ن عمود ب س پر نکالا ہے تو ثابت کرو کہ ب ط کو ب س سے وہ نسبت ہی جو ب ن کو ہی ا ن سے۔

(۳۷۱) مثلث ا ب س کے اضلاع ا ب اور ا س مین دو نقطے د اور ی ایسے مقرر کئے گئے ہین کہ ب د برابر ہی س ی کے اور د ی اور ب س خارج ہو کر نقطہ ق پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ا ب کو ا س سے وہ نسبت ہی جو ی ق کو ہی د ق سے۔

(۳۷۲) اگر دو دائرے مثلث کے راس او قاعدہ کے ایک ایک طرف مین گذرتے ہوئے کھینچے جائین اور یہ دائرے قاعدے پر یا قاعدہ ممدودہ پر متقاطع ہون تو اون دائرون کے قطرون مین وہ نسبت ہوگی جو مثلث کے اضلاع مین ہی۔

(۳۷۳) نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اون سے جو عمود اضلاع مثلث پر نکالین اونمین نسبت معلوم ہو۔

(۳۷۴) مستطیل کے دو متصل کے اضلاع ا ب اور ا س پر مثلث متشابہ بنائے گئے ہین اور د ب اور ی س پر اون زاویون سے جنکے وہ محاذی ہین عمود نقطہ ع پر ملتے ہوئے

نکالے ہین پس اگر اب اور اس اضلاع نظیر ہون تو ثابت کرو کہ ع سب صور تون مین مستطیل کے ایک قطر مین ہوگا۔

(۳۷۵) شکل ۳ مقالہ اول مین ثابت کرو کہ اگر ی ح اور ف ھ کو خارج کرین تو وہ اس خارج شدہ پر کہین نہ کہین ضرور ملینگے۔

(۳۷۶) ا ع ب ا ور س ق د خطوط متوازیہ ہین اور ا ع کو ع ب سے وہ نسبت ہی جو د ق کو ق س سے تو ثابت کرو کہ خطوط مستقیم ع ق اور ا س اور ب د ایک نقطہ ملینگے اگر ضرورت ہو تو انکو بڑہا ہی لو اور یہ بہی ثابت کرو کہ خطوط مستقیم ع ق اور ا د اور ب س بہی ایک نقطہ پر ملینگے اگر ضرورت ہو تو انکو بڑہا لو۔

(۳۷۷) ا ب س ایک مثلث ہی اور اوسکا ضلع ا س نقطہ د تک اس قدر بڑہایا کہ س د برابر اس کے بنا ہی اور ب د ملایا ہے پس اگر کوئی خط مستقیم متوازی ا ب کا اضلاع ا س اور س ب کو قطع کرتا ہی اور نقاط تقاطع سے خطوط متوازی د ب کی کہینچے گئے تو ثابت کرو کہ ا ب سے یہ خطوط مستقیم اون نقطون پر ملینگے جنکا بعد ا ب کی اطراف سے متساوی ہے

(۳۷۸) اگر دو دوائر متماسہ بیرونی کو ایک دائرہ مس کرے تو خط مستقیم جو نقاط تماس مین گذرتا ہی اوس خط مستقیم کو جو دوائر معلومہ کے مرکز مین گذرتا ہی ایک نقطہ معینہ پر قطع کرتا ہی۔

(۳۷۹) مثلث ا ب س کی ضلع ب س کا نقطہ وسط د ہی اور ا د مین کوئی نقطہ ع کا ہے اور نقطہ ع سے خطوط مستقیم ب ع ی اور س ع ف اور اضلاع سے نقاط ی اور ف پر ملتے ہوئے کہینچے گئے ہین تو ثابت کرو کہ ی ف متوازی ب س کا ہوگا۔

(۳۸۰) دائرہ کا قطر ا ب ہی اور نصف قطر ء ب کا نقطہ وسط ی ہے اور ی ا اور ی ب کو قطر بنا کر دائرے کہینچے گئے ہین اور ع ق ل مماس مشترک اونکا دائرون سے نقاط ع اور ق پر اور ا ب خارج شدہ سے نقطہ ل پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ ب ل متساوی نصف قطر دائرہ خرد کے ہے۔

(۳۸۱) ا ب س د ی مخمس منتظم ہے اور ا د اور ب ی نقطہ ر پر متقاطع ہین تو ثابت کرو کہ ضلع مخمس کا وسط فی البست ا ر اور ر د مین ہے۔

(۳۸۲) ا ب س د متوازی الاضلاع ہی اور خط مستقیم مین جو متوازی ا ب کا ہی ع اور ق دو نقطے ہین ا ور ع ا اور ق ب نقطہ ر پر ملتے ہین اور ع د اور ق س نقطہ ص پر ملتے ہین تو

ثابت کرو کہ رص متوازی ارد کا ہی۔

(۳۸۳) ا اور ب د نقاط معلوم ہین اور ا س اور ب د عمود ایک خط مستقیم معلوم س د پر ہین اور ا د اور ب س نقطہ ی پر متقاطع ہین اور نقطہ ی سے ی ف عمود س د پر نکالا ہے تو ثابت کرو کہ ا ف اور ب ف مساوی زاویے س د کے ساتھہ بناتے ہین +

(۳۸۴) متوازی الاضلاع ا ب س د کے زاویون کی راسون سے عمود اوسکے قطرون پر نقاط ی اور ف اور ح اور ھ پر ملتے ہوئے نکالے ہین تو ثابت کرو کہ ی ف ح ھ ایک متوازی الاضلاع متشابہ ا ب س د کے ہی۔

(۳۸۵) اگر نقطہ معلوم پر دو دائرے متقاطع ہون اور اس نقطہ سے دو خطوط مستقیم معین گذرتے ہین اور ا ونمین دائرونکے مرکز ہین تو ثابت کرو کہ دائرونکی خواہ کچھہ ہی مقدار ہو اونکے مماس مشترکہ ہمیشہ اون خطوط مستقیمہ مین سے جو اوس نقطہ معلوم پر گذرتے ہین ایک خط مستقیم سے ملینگے +

۷ سے ۱۸ تک مقالہ

(۳۸۶) اگر دو دائرے آپسمین ہی مس کرین اور خط مستقیم کو بہی مس کرین تو اس مماس کا حصہ نقاط تماس کے مابین وسط فی النسبت درمیان دائرونکے قطرونکے ہوگا۔

(۳۸۷) قوس معلوم کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرو کہ اونکے وترونمین نسبت معلوم ہو۔

(۳۸۸) مثلث معلوم کے اندر خط مستقیم متوازی کسی ضلع کا ایسا نکالو کہ وہ وسط فی النسبت جسمیں قاعدہ مین ہو۔

(۳۸۹) ا ب س مثلث ہی اور ا سے عمود مقابل کے ضلع پر نکالا ہے اور اوس سے نقطہ د پر درمیان ب اور س کے ملتا ہی اگر یہہ عمود وسط فی النسبت ب د اور س د مین ہو تو ثابت کرو کہ زاویہ ب ا س قائمہ ہے۔

(۳۹۰) ا ب س مثلث ہی اور ا سے عمود مقابل کے ضلع پر نکالا ہے اور اوس سے نقطہ د پر درمیان ب اور س کے ملتا ہے پس اگر ا د وسط فی النسبت ب د اور ب س کے درمیان ہو تو ثابت کرو کہ زاویہ ب ا س قائمہ ہی۔

(۳۹۱) دائرہ کا مرکز س ہے اور نقطہ ا اوسکے اندر ہے س ا نقطہ ا مین گذرتا ہوا نقطہ ب تک

ایسا کھینچا ہے کہ بنصف قطر وسط فی النسبت س ا اور س ب مین ہے تو ثابت کرو کہ اگر ع کوئی نقطہ محیط مین لین تو زاوئے س ع ا اور س ب ع آپسمین مساوی ہونگے۔

(۳۹۲) خط مستقیم د ا مین نقطہ معین د ہے اور دائرہ بنصف قطر معلوم کا اوس خط مستقیم پر اس طرح سے حرکت کرتا ہے کہ ہمیشہ د ا اوسکا مماس رہتا ہے اور ایک مماس د ع دائرہ کا نقطہ د سے نکالا ہے اور د ع کو بڑھا کر د ق ثالث فی النسبت ر د اور بنصف قطر مین بنایا ہے تو ثابت کرو کہ جب دائرہ د ا پر حرکت کرے گا تو ق ایک خط مستقیم مین متحرک ہوگا۔

(۳۹۳) دائرہ کو دو خط مستقیم مس کرتے ہین اور ص ع ط تیسرا مماس ہے جو پہلے ماسون سے نقاط ص اور ط پر ملتا ہی اور دائرہ کو نقطہ ع پر مس کرتا ہے تو ثابت کرو کہ سطح ص ع اور ع ط کی ہمیشہ یکسان رہیگی خواہ ع کا کوئی مقام ہو۔

(۳۹۴) مثلث کے ضلع مین نقطہ ایسا دریافت کرو کہ اگر اوس سے دو خطوط مستقیم کھینچے جائین ایک تو مقابل کے زاویہ مین اور دوسرا استوازی قاعدہ کا تو دو مثلث مساوی پیدا ہون ایک راس کی طرف دوسرا قاعدہ کی طرف۔

(۳۹۵) ا س ب ایک مثلث قائم الزاویہ ہے جسکا زاویہ س قائمہ ہے ا سے ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ا ب کے ساتھہ نکالا ہے اور وہ ب س خارج شدہ سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور نقطہ ب سے خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ا ب کے ساتھہ نکالا ہی اور اس خارج شدہ کو نقطہ د پر قطع کرتا ہی تو ثابت کرو کہ مثلث ی س د برابر ہے مثلث د ب س کے۔

(۳۹۶) مثلث ا ب س کے زاویہ ا ب س کی خط تنصیف کرنیوالا اون خطوط مستقیم سے کہ ا اور س سے متوازی اضلاع ب س اور ا ب کے نکالین نقاط ی اور ف پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ مثلث س ب ی اور ا ب ف آپسمین برابر ہین۔

(۳۹۷) ثابت کرو کہ ہر ذو اربعۃ الاضلاع کہ دائرہ کے اندر بنائی جائے اپنے وترون سے چار ایسے مثلثون مین تقسیم ہوتی ہے کہ اون مین سے دو دو آپس مین متشابہ ہین اور اسی سے ۳۵ شکل مقالہ سوم کی ثابت کرو۔

(۳۹۸) ا ب اور س د دائرہ کے وتر ہین اور نقطہ ہ پر گذرتے ہین ی ف ایک وتر

متوازی ا ب کا نکالا ہی اور س ی اور د ف ملائے ہین یہ خطوط ا ب کو نقاط ح اور
ھ پر قطع کرتے ہین اور د ی اور س ت ملائے ہین اور یہہ خطوط ا ب کو نقاط
ک اور ل پر قطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح ء ح اور ء ھ کی برابر سطح ء ک
اور ء ل کے ہوگی۔

(۳۹۹) دائرہ مین ذوات الاربعۃ الاضلاع ا ب س د ہی اور خطوط مستقیم س ی اور د ی
زاویون ا س ت اور ا د ب کی تنصیف کرتے ہین اور ب د اور ا س نقاط ت
اور ح پر قطع ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ ی ف کو ی ح سے وہ نسبت ہی جو ی د
کو ہے ی س سے۔

(۴۰۰) مثلث کے زاویون سے دو خطوط مستقیم کھیچے ہین ایک تو مقابل کے ضلع تک اور
دوسرا اوس دائرہ کے محیط تک کہ مثلث کے اوپر بنایا جاوے اور وہ دائرہ سے ایک
قطعہ ایسا جدا کرتا ہے کہ اوسکا زاویہ فی القطعہ برابر ہے اوس زاویہ کے جو پہلے خط مستقیم
اور ضلع مذکور کے درمیان واقع ہی تو ثابت کرو کہ سطح ان دونو خطوط مستقیم کی
مساوی ہوگی مثلث کے اضلاع کی سطح کے۔

(۴۰۱) مثلث کا زاویہ راس س خط مستقیم سے کہ قاعدہ سے نقطہ د پر ملتا ہے تنصیف ہوتا
ہے اور یہ خط مستقیم نقطہ ی تک ایسا بڑھایا ہے کہ سطح س د اور س ی کی مساوی سطح
ا س اور س ب کے ہے برعکس اگر قاعدہ اور زاویہ راس معلوم ہو تو ثابت کرو کہ مقام ی
کا ہمیشہ ایک ہی جگہہ ہوگا۔

(۴۰۲) مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے اندر مربع بنایا ہے اور مربع کا ضلع د ی وتر ا ب پر
منطبق ہے تو ثابت کرو کہ رقبہ مربع کا برابر ہے سطح ا د اور ب ی کے۔

(۴۰۳) ا ب س د متوازی الاضلاع ہی اسکے زاویہ ب سے خط مستقیم کھیچا ہے تو قطر ا س کو
نقطہ ف پر اور ضلع د س کو نقطہ ح پر اور ا د خارج شدہ کو نقطہ ی پر قطع کرتا ہے تو
ثابت کرو کہ سطح ی ف اور ف ح مساوی ہی مربع ب ف کے۔

(۴۰۴) اگر مثلث متساوی الساقین کے زاویے راس سے خط مستقیم قاعدہ تک کھیچین اور
اسی خط کو بڑھائین جب تک کہ محیط دائرہ سے کہ مثلث کے اوپر بنائین ملے تو اس محدودہ
خط مستقیم کی سطح بیچ اوس حصہ کے جو مابین راس اور قاعدہ کے واقع ہے مثلث کی

ایک ساق کے مربع کے برابر ہوگی

(۴۰۵) ایک دائرہ کا مرکز ی ہے اور اوسکے دو مماس نقطہ آ سے نکالے ہین اور انقاط تماس ہین خط مستقیم ملایا ہے جو ی ا کو نقطہ ھ پر قطع کرتا ہے اور ھ آ کو قطر بنا کر ایک دائرہ کھینچا ہے تو ثابت کرو کہ نقطہ ی سے جو مماس اس دائرہ ہ کا کھنچیگا وہ اس دائرہ کو محیط دائرہ مذکور پر مس کریگا۔

۱۹ اسے د تک ۹ م

(۴۰۶) اگر مثلث متساوی الساقین ایسا بنائین کہ ہر ایک فوق القاعدہ کا زاویہ دو چند زاویہ راس سے ہو اور زاوئے فوق القاعدہ کی تنصیف کرین اور جن نقاط پر یہ خطوط مستقیم اضلاع مقابل سے ملین اونکو خطوط مستقیم ملائین تو مثلث ایسے دو حصون مین تقسیم ہوگا کہ اونمین وہ نسبت ہوگی جو قاعدہ اور مثلث کی ایک ساق مین ہے۔

(۴۰۷) اگر دائرہ کے اندر کوئی کثیر الاضلاع منتظم بنائین تو وہ وسط فی النسبت درمیان اون منتظم کثیر الاضلاعون کے ہوگی جنکے اضلاع کی تعداد پہلے کثیر الاضلاع سے نصف ہے اور ایک دائرہ کے اوپر اور دوسرے دائرہ کے اندر بنی ہے

(۴۰۸) ۴۲ ش ۶ مقالہ مین ثابت کرو کہ ی ح اور ک ھ آ ب سمین متوازی ہونگے

(۴۰۹) ایک مثلث کے ایک ایسے خط مستقیم سے دو برابر حصے کرو جو کسی ضلع پر زاوئے قائمے بناوے

(۴۱۰) متوازی الاضلاع آ ب س د کے قطر آ س مین نقطہ ع مقرر کیا ہے اور ایک خط مستقیم ب س سے نقطہ ی پر اور آ د سے نقطہ ف پر ملتا ہوا کھینچا گیا ہے اور نقطہ ع سے ایک دوسرا خط مستقیم آ ب نقطہ ح پر ملتا ہوا اور س د سے نقطہ ھ پر ملتا ہوا کھینچا ہے تو ثابت کرو کہ ح ف متوازی ی ہ کلہ ہے۔

(۴۱۱) دائرہ معلوم مین ایسا وتر کھینچو کہ اوس نقطہ پر نسبت معلوم مین تقسیم ہو۔

(۴۱۲) دائرہ کے باہر نقطہ ہے اوس سے خط مستقیم دائرہ کو قطع کرتا ہوا ایسا کھینچو کہ اوسکے دونون حصے مساوی ہون۔

(۴۱۳) ا ش ۲م مین ثابت کرو کہ سوائے خط معلوم کے اور چار خطوط مستقیم ہین جو موافق دعوی شکل کے تقسیم ہوتے ہین۔

(۱۴م) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ زاویہ راس اور اضلاع مثلث کی سطح معلوم ہے۔

(۱۵م) مثلث متساوی الاضلاع پر دائرہ بنایا ہے اور محیط سے کسی نقطہ کے مثلث کے زاویون مین خطوط مستقیم ملائے ہین تو ثابت کرو کہ ایک خط مستقیم اونمین سے برابر دو خطوط مستقیم کے ہوگا۔

(۱۶م) مثلث متساوی الساقین ا ب س کے قاعدہ کے اطراف ب اور س سے عمود ا ب اور ا س پر نکالے ہین اور یہ عمود نقطہ د پر قطع ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح ب س اور ا د کی دو چند سطح ا ب اور د ب سے ہوگی

(۱۷م) ا ب س مثلث متساوی الساقین ہے اور ساق ا ب برابر ہے ساق ا س کے اور ب س کا نقطہ وسط ف ہے کسی خط مستقیم پر جو نقطہ ا سے گذرے عمود ف ح اور س ی کھینچے ہین تو ثابت کرو کہ سطح ا س اور ی ف کی برابر ہے مجموعہ سطح ف س اور ی ح اور سطح ف ا اور ف ح کے

ا سے ۱۲ تک ۱۱م

(۱۸م) نقطہ معلوم سے خطوط مستقیم متساوی جو ایک سطح تک کھینچین میلان مساوی سطح سے رکھتے ہین۔

(۱۹م) اگر دو خطوط ایک سطح مین دوسرے سطح کے ساتھ میلان مساوی رکھین تو وہ اونکی فصل مشترک کے ساتھ بھی یکسان میلان رکھین گے

(۲۰م) نقطہ ا سے عمود سطح پر قائم ہوا ہے اور اس سطح سے نقطہ ب پر ملتا ہے اور نقطہ ب سے عمود اسی سطح مین ایک خط مستقیم معلوم پر نکالا ہے اور اون سے س پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ا س عمود خط مستقیم پر اوس سطح مین ہے۔

(۲۱م) ا ب س مثلث ہے اور عمود ح ا اور ب سے مقابل کے اضلاع پر کھینچین نقطہ د پر ملتے ہین اور نقطہ د سے عمود سطح مثلث پر قائم کیا ہے اور اس خط مستقیم مین کوئی نقطہ ی مقرر کیا ہے تو ثابت کرو کہ خط مستقیم نقطہ ی اور مثلث کسی زاویہ مین ملایا جاوے عمود اس خط مستقیم پر ہوگا کہ اوس زاویے سے متوازی متساوی مقابل کے ضلع مثلث کا نکالا جاوے

(۲۲م) سطح کے باہر نقطے معلوم ہین اونسے دو خطوط مستقیم کھینچے گئے ہین اور ایک نقطہ پر

اوس سطح مین ملتے ہین تو بتاؤ مجموعہ ان خطوط مستقیم کا کب کم ازکم ہوگا۔

(۴۲۳) تین خطوط مستقیم کہ ایک سطح مین نہین ہین ایک نقطہ پر ملتے ہین اور ایک سطح برابر فاصلہ پر اس نقطہ سے اون خطون کو قطع کرتی ہے تو جو عمود اس نقطہ سے اس سطح پر نکالین تو وہ اوس سے اوس نقطہ پر ملیگا جو مرکز دائرہ اندرونی اوس مثلث کا ہے جو درمیان سطوح کے کہ خطوط مین گذرتے ہین گہرتا ہے

(۴۲۴) تین خطوط مستقیم نقطہ پر ملتے ہین ایک خط ایسا کھینچو کہ وہ اون تینون خطون کے ساتھ یکسان میلان رکھے۔

(۴۲۵) نقطہ ی سے ی س اور ی د عمود دو سطوح س اب اور د اب پر جو اب پر قطع ہوتے ہین نکالے ہین اور نقطہ د سے د ف عمود سطح س اب پر نکالا ہے جو سطح سے نقطہ ف پر ملتا ہی تو ثابت کرو کہ س ف بغیر خارج ہونے کے یا خارج ہوکر عمود اب پر ہوگا۔

(۴۲۶) ایک نقطہ سے دو عمود ایک سطح پر اور دوسرا خط مستقیم پر نکالا گیا ہے اگر مسقط عمودون مین خط ملائین تو وہ خط مستقیم پر عمود ہوگا۔

۱۱م ۱۲ سے ۱۳ تک

(۴۲۷) دو مخروطون کا قاعدہ مشترک ب س د ہے اور اونکی راس ا اور ی اوس سطح مین واقع ہین کہ ب س مین گذرتی ہے اور اب اور اس عمود ہین اطراف ب ی د اور س ی د پر تو ثابت کرو کہ ا پر جو زاوئے ہین اونمین سے ایک مع اون زاویون کے جو نقطہ ی پر ہین ملکر برابر چار قائمون کے ہین۔

(۴۲۸) مثلث اندر مثلث کے بنا ہے تو ثابت کرو کہ مجموعہ اون زاویون کا مثلث اندرونی کے اضلاع کے سامنے کسی نقطہ پر جو مثلثون کے سطح مین نہین ہے کم ہوتا ہے بہ نسبت اون زاویون کے جو مثلث بیرونی کے اضلاع کے سامنے اوس نقطہ پر واقع ہین۔

(۴۲۹) اب اور س د دو خطوط متوازیہ کی اطراف سے خطوط متوازیہ ا ر اور ب ت اور س ش اور د ذ کھینچے گئے ہین اور وہ ایک سطح سے نقاط ر اور ت اور ش اور ذ پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ اب کو س د سے وہ نسبت ہے جو ر ت کو ہے ش ذ سے

(۴۳۰) مجسم جو چار برابر متساوی الاضلاع مثلثون سے بنتے ہین اگر اونکے راس سے عمود مقابل کی طرف

پر نکالین اور موقع عمود سے ایک اور عمود کسی اور طرف پر نکالین تو پہلا عمود دوسرے عمود سے چند ہوگا

(۴۳۱) مخروط مثلثی متساوی الاضلاع قاعدہ پر قائم ہے اور زاویے راس پر قائمے ہین تو ثابت کرو کہ مجموعہ عمود دونکا جو سطح قاعدہ مین کسی نقطہ سے اطراف متقابل پر نکالین ہمیشہ یکسان رہیگا

(۴۳۲) تین خطوط مستقیم جو ایک سطح مین نہین ہین ایک نقطہ پر تقاطع کرتے ہین اور اونکے نقطہ تقاطع سے درمیان زاویہ مجسمہ کے جو اون سے بنا ہے ایک خط نکالا ہے تو ثابت کرو کہ مجموعہ ان زاویون کا جو یہ خط مستقیم اون خطوط سے بناتا ہے چھوٹا کل مجموعہ سے اور بڑا نصف مجموعہ اون زاویون سے جو وہ خطوط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھ بناتے ہین ہوگا۔

(۴۳۳) تین خطوط مستقیم جو ایک سطح مین نہین ہین اور وہ ایک ہی نسبت پر تین سطوح سے قطع ہوتے ہین اور ان سطوح مین سے دو متوازی ہین تو ثابت کرو تیسری سطح بھی اون دونون سطح کی متوازی ہوگی بشرطیکہ وہ تینون خطوط مستقیم کو ایسے نقطون پر نہین قطع کرتے کہ وہ ایک خط مستقیم مین ہون۔

(۴۳۴) دو سطحین متوازی کہینچو ایسی کہ ایک تو اونمین سے ایک خط مستقیم مین گذرے اور دوسری ایک خط مستقیم مین جو پہلے خط سے نہین ملتا۔

(۴۳۵) اگر دو سطوح غیر متوازیہ دو سطوح متوازیہ سے قطع ہون تو فصل مشترک پہلے دو سطوح اور پچھلے دو سطوح کے برابر برابر زاویہ پیدا کرینگے۔

(۴۳۶) نقطہ آ سے جو دو سطوح مین سے کسی ایک مین ہے آب زاوے قائمے بناتا ہوا اول سطح پر نکالا ہے اور اس عمود دوسری سطح پر اور دوسری سطح سے یہ عمود ب اور س پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ ب س عمود اون دونون سطحون کی فصل مشترک پر ہوگا۔

(۴۳۷) منشور کو سطوح متوازیہ قطع کرے جو کثیر الاضلاعین پیدا کرتی ہین آپسمین متوازی ہوتے ہین۔

(۴۳۸) مخروط کو جو سطوح متوازیہ قطع کرتے ہین اون سے کثیر الاضلاعین متشابہ پیدا ہوتی ہین۔

(۴۳۹) خط مستقیم ع ب ت غ دو سطوح متوازیہ کو نقاط ب اور ت پر قطع کرتا ہے

اور نقاط ع اور غ مساوی الابعاد سطوح سے ہین اور اور خطوط مستقیم ع و ر اور غ ش س نقاط ع اور غ سے کھینچے گئے سطوح کو قطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث و ہ س اور ر ث ش آپسمین متساوی ہین۔

(۰۴۴) نقاط آ اور ب سے جو سطح کے اوپر ہین دو عمود ا ی اور ب ف سطح پر نکالے ہین اور نقطہ آ سے ایک سطح عمود ا ب پر کھینچی ہے تو ثابت کرو کہ جس خط مستقیم پر یہ سطح سطح معلوم کو قطع کرے وہ عمود ی ف پر ہے۔

ا سے ۸۴ تک مقالہ اول

(۱۴۴) ا ب س مثلث ہے اور ع اوسکے اندر نقطہ ہے ثابت کرو کہ ع آ اور ع ب اور ع س کا مجموعہ مثلث کے مجموعہ اضلاع سے کم ہے۔

(۲۴۴) دو دائرون کے مرکز آ اور ب سے دو نصف قطر ا ع اور ب ق متوازی نکالے ہین اور خط ع ق محیطون سے نقاط ر اور ص پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ب س کا متوازی ا ر ہے۔

(۳۴۴) اگر سطح متوازی الاضلاع کے اندر نقطہ مقرر کرین تو اون مثلثون کا مجموعہ جو اس نقطہ اور دو مقابل کے اضلاع کے انجاسون مین خطوط ملانے سے پیدا ہوتے ہین متوازی الاضلاع سے نصف ہو گا۔

(۴۴۴) اگر ذوا ربعتہ الاضلاع کے ایک وتر سے تنصیف ہوتی ہو تو دوسرا وتر اس پہلے وتر سے تنصیف ہو گا۔

(۵۴۴) جو ذو اربعتہ الاضلاع اپنے دونون وترون سے تنصیف ہوتی ہے وہ متوازی الاضلاع ہوتی ہے۔

(۶۴۴) شکل پنجم مقالہ اول مین اگر اخراج ساقین قاعدہ کے نیچے نہو بلکہ اس کے اوپر ہو تو ثابت کرو کہ پندرہوین شکل مقالہ اول کا ثبوت اول ہے پانچ شکلون سے ہو سکتا ہے۔

(۷۴۴) نقطہ معلوم آ ہے اور ایک اور نقطہ معلوم ب خط مستقیم مین ہے اب مطلوب یہ ہے کہ نقطہ آ سے خط مستقیم ا ع اوس خط مستقیم تک ایسا کھینچین کہ ا ع اور ع ب کا مجموعہ برابر طول مفروض کے ہو۔

(۸۴۴) ثابت کرو کہ (۲۶ ش ام) کی صورت اول عملی انطباق سے اور صورت دوم

۱۶ اشکل کی استعانت سے ہوسکتی ہے۔
(۴۴۹) مثلث متساوی الساقین کی ایک ساق پر ایک طرف خط مستقیم منتہی ہوتا ہے اور دوسری طرف دوسری ساق ممدودہ پر اور قاعدہ سے تنصیف ہوتا ہے تو ثابت کرو کہ مجموعہ دون خطون کا کہ اس خط مستقیم اور زاویہ راس کے درمیان واقع ہین برابر مجموعہ دونون مساوی ساقون کے ہوتا ہے۔
(۴۵۰) مثلث کے قاعدہ ب س کے نقطہ وسط م سے دم ی ایسا خط مستقیم کھنچا ہے کہ وہ اضلاع اب اور اس مین سے مساوی حصے قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ ب د برابر س ی کے ہے اگر ضرورت پڑے تو اضلاع کو خارج کرلو۔
(۴۵۱) جن سطوح متوازی الاضلاع کے قطر مساوی ہوتے ہین او منین مربع سب سے بڑا ہوتا ہے۔
(۴۵۲) اول مقالہ کے (۱۸ ش اور ۳۲ ش) کی استعانت سے ثابت کرو کہ اگر مثلث قائم الزاویہ اب س کا وتر نقطہ د پر تنصیف ہو تو اد اور ب د اور س د آپسمین برابر ہونگے۔
(۴۵۳) اگر دو مساوی خطوط مستقیم کہین زاویہ قائمہ پر متقاطع ہون تو ذوار بعۃ الاضلاع جو اونکے انتہا مون مین خطوط وصل کرنے سے بنے گی ہر ایک خط مستقیم کے مربع سے نصف ہوگی۔
(۴۵۴) مثلث معلوم مین ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جسکے قطر نقطہ معلوم پر جو مثلث کے اندر ہے متقاطع ہون
(۴۵۵) مثلث بناؤ جسکا رقبہ اور دو ضلعے معلوم ہین۔
(۴۵۶) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور دو اضلاع کا فرق اور زاویون کا فرق معلوم ہے۔
(۴۵۷) اب اور اس دو خطوط مستقیم معلوم ہین مطلوب یہ ہے کہ اب مین ایسا نقطہ ع دریافت کرین کہ اگر ع ق عمود اس پر نکالین تو مجموعہ اع اور اق کا ملکر برابر خط معلوم کے ہو۔
(۴۵۸) اگر مثلث کا زاویہ راس قائمہ ہو تو اوس کے راس کا بعد قاعدہ کے نقطہ وسط سے برابر نصف قاعدہ کے ہوتا ہے اور اگر زاویہ راس حادہ ہو تو نصف قاعدہ سے بڑا ہوتا ہے اور اگر زاویہ راس منفرجہ ہو تو نصف قاعدہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔

(۴۵۹) مربع کے ہر ایک ضلع مین ایک ایک نقطہ برابر فاصلہ پر زاویہ سے مقرر کرین اور انہین خطوط مستقیم ملائین جو شکل پیدا ہوگی وہ مربع ہوگی

(۴۶۰) خط مستقیم معلوم کو قاعدہ بنا کر ایسا مثلث بناؤ جسکے اضلاع مین فرق معلوم ہو اور ایک ضلع اوسکا نقطہ معلوم پر گذرے۔

(۴۶۱) اب س مثلث ہے جس مین ب ا بڑا اس ا سے ہے اور زاویہ ا کو اد س خط مستقیم نصف ہوتا ہے کہ ب س سے نقطہ د پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ب د بڑا س د سے۔

(۴۶۲) اگر مثلث کا ایک زاویہ سہ چند دوسرے زاویہ سے ہو تو مثلث دو متساوی الساقین مثلثون مین تقسیم ہو سکتا ہے۔

(۴۶۳) اگر مثلث کا ایک زاویہ دو چند دوسرے زاویہ سے ہو تو اس مثلث پر ایک مثلث متساوی الساقین ایسا زیادہ ہو سکتا ہے کہ یہ دونون مثلث ملکر ایک مثلث متساوی الساقین ہون۔

(۴۶۴) فرض کر کہ مثلث متساوی الساقین کی ایک ساق نقطہ د پر تنصیف ہوتی ہے اور ایک طرف قاعدہ کی جانب مین ی تک خارج ہو کر دو چند ہوئی ہے تو قاعدہ کے دوسری طرف کا فاصلہ ی سے بہ نسبت د کے دو چند ہوگا۔

(۴۶۵) اوس نقطہ کا مقام التقاط دریافت کرو کہ جسکا بعد ایک نقطہ معلوم سے بہ نسبت دوسرے نقطہ معلوم کے دو چند ہے

(۴۶۶) خط مستقیم اب کی تنصیف نقطہ س پر ہوتی ہے اور اس اور ب س کو قطر بنا کر سطوح متوازی الاضلاع اد س ی اور س ف ب ح بنائی گئی ہین اور وہ متوازی الاضلاع جن کے متصل کے ضلعے س د اور س ف ہین اور س ی اور س ح مکمل بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ ان آخر متوازی الاضلاعون کے قطر ایک خط مستقیم مین ہونگے۔

(۴۶۷) اب س د مستطیل ہے جسکے ا اور س مقابل کے زاویے ہین اور ضلع ب س مین نقطہ ی اور س د مین نقطہ ف مقرر کئے ہین تو ثابت کرو کہ دو چند رقبہ مثلث ا ی ف کا مع سطح ب ی اور د ف کے برابر مستطیل اب س د کے ہوگا

(۴۶۸) ایک ہی قاعدہ پر دو مثلث اب س اور د ب س ہین اور مثلث اب س کا

ضلع اب برابر ضلع اس کے ہے اور دائرہ جو نقاط س اور د پر گذرتا ہے اوسکا
ہی مرکز س ا پر ہے اور دائرہ جو د اور ب پر گذرتا ہے اوسکا مرکز ب ا پر ہے تو
ثابت کرو کہ ذو اربعۃ الاضلاع ا ی د ت کے دو ضلعون کا مجموعہ برابر ہے باقی دو ضلعون کے
مجموعے کے اگر ضرورت پڑے تو اس اور اب کو بڑہا لو۔

(۴۶۹) دو خطوط مستقیم اب اور اس معلوم المقام ہین مطلوب یہ ہے کہ اب مین ایسا
نقطہ ع دریافت کرین کہ اگر اوس سے عمود اس پر نکالین تو خط مستقیم اع س
عمود سے بقدر طول مفروض کے بڑا ہو۔

(۴۷۰) مسدس مساوی الزوایا کے اضلاع متقابل کے متوازی ہوتے ہین اور کوئی سے
دو ضلعے اوسکے ملکر اپنے متوازی دو ضلعون کے برابر ہوتے ہین۔

(۴۷۱) مثلث قائم الزاویہ اب س کے وتر ب س پر مربع ب د ی س کے دو گوشون د
اور ی سے عمود دم اور ی ن اضلاع اب اور اس پر نکالے ہین تو ثابت کرو کہ
ام برابر ہے اب کے اور ان برابر اس کے

(۴۷۲) اب اور اس دو خطوط مستقیم معلوم ہین اور ع نقطہ معلوم ہے اور مطلوب
یہ ہے کہ نقطہ ع سے ایک ایسا خط مستقیم کہینچین کہ اب اور اس کے ساتھ وہ شامل
ہو کر حتی الامکان چھوٹا مثلث پیدا کرے۔

(۴۷۳) اب س مثلث ہے اور اوسکا زاویہ س قائمہ ہے تو بتاؤ کہ کس طرح سے
خط مستقیم متوازی خط مستقیم معلوم کا نکالین کہ وہ س ا اور س ب پر منتہی ہو اور
اب سے تنصیف۔

(۴۷۴) اب س مثلث متساوی الساقین ہے اور اوسکا زاویہ ب چوچند ہر ایک زاویہ
مثلث سے ہے اور اب د تک ایسا خارج کیا ہے کہ ب د دوچند اب سے ہے اور س د ملایا ہی
تو ثابت کرو کہ مثلث اس د اور اب س متساوی الزوایا ہین۔

(۴۷۵) سطح متوازی الاضلاع اب س د کے اندر ایک نقطہ ک ہی اور اوس سے خطوط
متوازی اضلاع سطح کے کہنچے ہین تو ثابت کرو کہ فرق سطوح متوازی الاضلاع کا جنکے
قطر ک ا اور ک س ہین برابر دوچند مثلث ب ک د کے ہے

(۴۷۶) مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکا ایک ضلع اور دوسرے ضلع اور وتر کا فرق معلوم ہے۔

(۴۷۷) مثلث کے اضلاع ب س اور ا س کی خطوط مستقیم ا د اور ب ی تنصیف کرتے ہین اور نقطہ ح پر متقاطع ہین تو ثابت کرو کہ ا ح دوچند ح د سے ہے

(۴۷۸) ب ا س مثلث قائم الزاویہ ہے اور زاویہ قائمہ ا کے خط مستقیم تنصیف کرتا ہوا کھنچا ہے اور دوسرا خط قاعدہ ب س کے زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے اور یہ خطوط نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین پس اگر ب س کا نقطہ وسط د ہو تو ثابت کرو کہ د ی برابر ہے د ا کے

(۴۷۹) مربع ا ب س د کے قطر ا س پر ایک معین ا ی ف س جو مساحتاً برابر مربع کے بنایا ہے اور اوسکا زاویہ حادہ نقطہ ا پر ہے اگر ا ف ملائین تو ثابت کرو کہ زاویہ ب ا س تین برابر زاویون مین تقسیم ہوگا۔

(۴۸۰) ا ب اور ا س دو خطوط مستقیم متعین زاویے قائمے بناتے ہین اور د کوئی نقطہ ا ب مین ہے اور ی کوئی نقطہ ا س مین ہے اور د ی کو قطر بنا کر نصف مربع جس کا راس ح ہے بنایا گیا ہے تو ثابت کرو کہ ح کا مقام النقاط ایک خط مستقیم ہے جو زاویہ ب ا س کی تنصیف کرتا ہے

(۴۸۱) ثابت کرو کہ سطوح متوازی الاضلاع مین جنکے مجموعہ اضلاع آپس مین برابر ہین مربع کا رقبہ سب سے بڑا ہوتا ہے۔

(۴۸۲) مربع معلوم مین مربع معلوم المقدار بناؤ۔

(۴۸۳) ا ب س مثلث ہے اور ا د تہائی ا ب کی اور ا ی ایک تہائی ا س کی ہے اور س د اور ب ی نقطہ ف پر متقاطع ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ب ف س نصف مثلث ب ا س سے ہے اور ذو اربعۃ الاضلاع ا د ی ف برابر ہے ہر ایک مثلث س ف ی اور ب د ف کے۔

(۴۸۴) ا ب س مثلث ہے اور اوسکا زاویہ س قائمہ ہے اور زاویہ ا خط مستقیم سے تنصیف کیا گیا ہے اور وہ ب س سے نقطہ د پر ملتا ہے اور زاویہ ب خط مستقیم تنصیف کیا گیا ہے اور وہ ا س سے نقطہ ی پر ملتا ہے اور ا د اور ب ی نقطہ ع پر تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ا ع ب ذو اربعۃ الاضلاع ا ب د ی کا نصف ہے

(۴۸۵) ثابت کرو کہ مثلث مختلف الاضلاع ایسے دو حصون مین تقسیم نہین ہوسکتا کہ وہ ایک دوسرے پر منطبق ہوجائین۔

(۴۸۶) برابر قاعدون ب س اور س ی پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ا د اور
ب ی کے سطوح متوازی الاضلاع ا ب س د اور ا س ی د واقع ہین اور خطوط مستقیم
ب د اور ا ی نقطہ ف پر متقاطع ہین تو ثابت کرو کہ ب ف برابر ہے دوچند د ف کے

(۴۸۷) مثلث ا ب س سے باہر ا س اور ب س پر سطوح متوازی الاضلاع ا ف ح س
اور س ب ک ہ بنائے ہین اور ف ح اور ک ہ نقطہ ط پر ملتے ہین اور ط س ملایا ہے اور
ا اور ب سے خطوط مستقیم ا د اور ب ی دونون متوازی ط س کے کھینچے ہین اور
ف ح اور ک ہ سے نقاط د اور ی پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ شکل ا د ی ب متوازی الاضلاع
ہے اور متوازی الاضلاعون ف س اور س ک کے مجموعہ کی برابر ہے۔

(۴۸۸) اگر ذوار بعۃ الاضلاع کے دو ضلعے متوازی ہون تو ثابت کرو کہ خط مستقیم جو انکا متوازی نقطہ
تقاطع اوتار ذوار بعۃ الاضلاع سے نکالا جاے اس نقطہ تقاطع پر تنصیف ہوگا۔

(۴۸۹) ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان برابر قاعدون پر دو مثلث واقع ہین تو ثابت کرو
کہ جو خط مستقیم ان قاعدون کا متوازی ہو اسکے حصے مثلثون کے اندر جو آتے ہین متساوی ہین۔

(۴۹۰) مثلث قائم الزاویہ ہین جسکا آ زاویہ قائمہ ہے اگر ضلع ا س دوچند ضلع ا ب سے
ہو تو زاویہ ب بڑا دوچند زاویہ س سے ہوگا۔

(۴۹۱) متوازی الاضلاع کے کسی زاویہ سے خطوط مستقیم کھینچکر اوسکی تثلیث کرو۔

(۴۹۲) ا ک ہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور ا ب س د ایک معین ہے جسکا ایک ضلع برابر
مثلث کے ایک ضلع کے ہے اور جسکے ضلعے ب س اور س د نقطے ہ اور ک پر گذرتے ہین تو ثابت
کرو کہ معین کا زاویہ ا قائمہ کے دس نوین حصے کے برابر ہوگا۔

(۴۹۳) مثلث کے ایک ضلع مین نقطہ معلوم ہے اوس سے خطوط مستقیم کھینچکر مثلث کی تثلیث کرو۔

(۴۹۴) ہ س ش ام مین متوازی الاضلاعون کے قطر قاعدہ کی ہر ایک طرف سے ملائے جائین
تو قطرون کے نقطہ تقاطع اور اضلاع کے نقطہ تقاطع مین خط ملایا گیا قاعدہ کو تنصیف کریگا
اگر ضرورت پڑے تو اضلاع کو بڑہا لو۔

ا سے ۱۴ تک ۲ مقالہ

(۴۹۵) مثلث کے ضلع کو اتنا بڑہاؤ کہ سطح اس ضلع اور حصہ محدودہ کے برابر دونون
ضلعون کے مربعون کے فرق کے ہو۔

(۴۹۶) ایک خط مستقیم کو اس قدر زیادہ کرو کہ اس خط مستقیم کا مربع مع حصہ زائد کے مربع کے برابر ہو دو چند سطح کل خط مع حصہ زائد اور حصہ زائد کے۔

(۴۹۷) خط مستقیم کو اسقدر زیادہ کرو کہ خط معلوم پر کا مربع مع مربع کل خط ممدودہ کے برابر ہو دو چند سطح خط ممدودہ اور حصہ ممدودہ کے

(۴۹۸) خط مستقیم کو اسقدر زیادہ کرو کہ سطح کل خط ممدودہ اور حصہ ممدودہ کے برابر ہو مربع معلوم کے

(۴۹۹) مثلث متساوی الساقین منفرجہ الزاویہ ایسا بناؤ کہ ضلع اعظم کا مربع ساق کے مربع سے سہ چند ہو

(۵۰۰) اوس مثلث کا زاویہ منفرجہ دریافت کرو کہ جسمین زاویہ منفرجہ کے سامنے کے ضلع کا مربع باقی دو ضلعون کے مربعون کے مجموعہ سے بڑا ہے بقدر دو چند سطح اضلاع کے جو زاویہ منفرجہ کے محیط ہین۔

(۵۰۱) متوازی الاضلاع قائم الزاویہ برابر مربع معلوم کے ایسے بناؤ کہ اوسکے متصل کے دو ضلعون کا مجموعہ برابر ایک مقدار معلوم کے ہو۔

(۵۰۲) سطح قائم الزاویہ برابر مربع معلوم کے ایسے بناؤ کہ اوسکے دو متصل کے ضلعون کا فرق برابر مقدار معلوم کے ہو۔

(۵۰۳) مربع کے اندر جو سب سے چھوٹا مربع بنے گا وہ اوس مربع سے نصف ہوگا۔

(۵۰۴) خط مستقیم کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ مربع کل خط کا مع مربع ایک حصے کے دو چند ہو دوسرے حصہ کے مربع سے

(۵۰۵) دو سطوح متوازی الاضلاع قائمہ الزاویہ ساحتاً مساوی ہین اور اونکے مجموعہ الاضلاع بھی آپسمین مساوی ہین تو ثابت کرو کہ سب طرح سے وہ آپسمین مساوی ہونگے

(۵۰۶) ا ب س د متوازی الاضلاع قائمہ الزاویہ ہی اور ع ایک نقطہ ایسا ہی کہ مجموعہ ع ا اور ع س کا برابر ہے مجموعہ ع ب اور ع د کے تو ثابت کرو کہ ع کا مقام التقا دو خطوط مستقیم ہین جو مرکز متوازی الاضلاع قائم الزاویہ سے متوازی اوسکے اضلاع کے نکالین۔

۱ سے ۷ تک ۳ م

(۵۰۷) دائرہ کھینچو کہ نقطہ معلوم پر گذرے اور خط مستقیم معلوم کو نقطہ معلوم پر مس کرے۔

(۵۰۸) دائرہ کھینچو کہ نقطہ معلوم پر گذرے اور دائرہ معلوم کو نقطہ معلوم پر مس کرے۔

(۵۰۹) دائرہ کھینچو کہ دائرہ معلوم کو نقطہ معلوم پر مس کرے اور خط مستقیم معلوم کو مس کرے

(۵۱۰) مثلث کے زوایا ا ر اور ب سے مقابل کے اضلاع پر عمود ا د اور ب ی نکالے ہین اور ب ف عمود ہے ی د پر یا ی د خارج شدہ پر تو ثابت کرو کہ زاویہ ف ب د برابر ہی زاوی ب ا ر کے

(۵۱۱) اگر ا ب س مثلث ہو اور ب ی او س ف عمود ضلعون پر مقابل کے زاویون سے نکالین اور ک نقطہ وسط تیسرے ضلع کا ہو تو ثابت کرو کہ زاویے ف ی ک اور ی ف ک آپسمین مساوی ہین۔

(۵۱۲) دائرہ کا قطر ا ب ہے اور ا س اور ا د دو وتر ہین جو اوس مماس سے کہ نقطہ ب سے نکالین نقاط ی اور ف پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ زاویے ف س ی اور ف د ی آپس مین متساوی ہین۔

(۵۱۳) کسی ذو اربعۃ الاضلاع کے زاویون کی تنصیف کرنے والے چار خطوط سے جو ذو اربعۃ الاضلاع پیدا ہوتی ہے وہ دائرہ کے اندر کھینچ سکتی ہے۔

(۵۱۴) جو دائرے آپسمین ملتے نہون اونین چھوٹے سے چھوٹا فاصلہ دریافت کرو۔

(۵۱۵) دو دائرے نقطہ ا پر متقاطع ہین مطلوب یہ ہے کہ نقطہ ا سے ایسا خط مستقیم کھینچین کہ اوسکا وہ حصہ کہ درمیان دوائر کے واقع ہو برابر ایک خط مستقیم معلوم کے ہو۔

(۵۱۶) اگر دائرہ کے اندر جفت اضلاع کی کثیر الاضلاع بنائی جاے تو اوسکے زوایا علی التبادل کا مجموعہ سہ دو قائمون کے اتنے قائمے ہونگے جتنی تعداد اضلاع کثیر الاضلاع ہے

(۵۱۷) دائرہ کے محیط مین نقطہ معلوم ہے اوس سے ایسا وتر کھینچو کہ وہ دائرہ کے معلوم سے قطع ہو کر نقطہ تقاطع پر تنصیف ہو۔

(۵۱۸) اگر دائرہ کے اوپر کثیر الاضلاع مساوی الاضلاع کھینچی جاے تو ضرور متساوی الزوایا ہوگی بشرطیکہ تعداد اضلاع طاق ہو اور کسی اور صورت مین یہ کیفیت نہین ہوگی۔

(۵۱۹) دائرہ کا مرکز س ہے اور اوسکا قطر ا ب ہے اور د س ی اوسکا ایک قطاع ہے جسکے قوس د ی کبھی بدلتے نہین ا د اور ب ی ملاؤ جو نقطہ ع پر تقاطع کرین تو زاویہ ا ع ب ہمیشہ یکسان رہیگا کبھی بدلنے کا نہین۔

(۵۲۰) قاعدہ ب س پر ایک ہی جہت مین بہت سے مثلث واقع ہین جنکے زاویے راس آپسمین مساوی ہین اور ب اور س سے عمود نقطہ و پر قطع ہوتے ہوئے مقابل کی اضلاع پر نکالین تو

تو دریافت کرو کہ مقام التقاط نقطہ د کا کیا ہوگا اور یہ ثابت کرو کہ خطوط مستقیم جو زاویہ ب د س کی تنصیف کرین گے ہمیشہ ایک ہی نقطہ پر گذرین گے۔

(۵۲۱) دائرہ کے محیط مین فرض کرو کہ ر ا اور س نقاط معینہ ہین اور ر ا وتر ہے اگر س ا ملائین اور ب تک اتنا بڑہائین کہ ر ب برابر ر ا کے ہو تو ب کا مقام التقاط ایک دائرہ برابر پہلے دائرہ کے ہوگا

(۵۲۲) سطح متوازی الاضلاع ا ب س د کے قطر ب د مین کسی نقطہ ع سے عمود ع ی اور ع ف اور ع ح اور ع ہ اضلاع ا ب اور ب س اور س د اور د ا پر علی التناظر نکالے گئے ہین تو ثابت کرو کہ ح ہ کا متوازی ی ف ہوگا۔

(۵۲۳) دائرہ کے وتر مین ایک نقطہ متعین ہے اوس سے اور اوتار دائرہ کھینچے ہین تو ثابت کرو کہ خطوط مستقیم جو اول وتر کے نقطہ وسط اور اور وترون کے نقاط وسط مین ملائین گے وہ سب ایک زاویہ اون وترون کے ساتھ بنائین گے۔

(۵۲۴) ا ب س خط مستقیم ہے اور کسی نقطہ پر دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ا د ب اور س د ب دائرہ کے قطعات متشابہ ہین جنکا وتر مشترک ب د ہے اور س د اور ا د خارج کئے ہین اور محیط سے نقاط ف اور ی پر ملتے ہین اور ا ف اور س ی اور ب ف اور ب ی ملائے ہین تو ثابت کرو کہ ا ب ف اور س ب ی مثلث متساوی الساقین ہین اور آپسمین اونکے زاوئے بھی برابر ہین۔

(۵۲۵) اگر دو دائرے باہر کی طرف متماسہ ہون اور اونکے مرکز متعین ہون تو اونکا مماس مشترک اوس دائرہ کا مماس ہوگا جسکا قطر وہ خط مستقیم ہے کہ اون دائرون کے متعینہ مرکزون مین ملایا جاے۔

(۵۲۶) نقطہ معلوم آ سے دو خط ایسے کھینچو کہ اونکے درمیان زاویہ معلوم ہو اور خط معلوم کا حصہ اونکے درمیان مین برابر طول معلوم کے آئے۔

(۵۲۷) دو دائرے اور ایک خط مستقیم معلوم ہین اور خط مستقیم مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جس سے مماس دائرون کے نکالین تو وہ آپسمین متساوی ہون۔

(۵۲۸) دائرہ معلوم مین دو وتر جنکا طول معلوم ہے کھینچے ہین اس طرح سے کہ تقاطع نہین کرتے اور ایک کا اونمین سے مقام متعین ہے اب اون وترون کے اطراف مقابل مین خطوط مستقیم وصل کئے ہین جو دائرہ کے اندر تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ نقطہ تقاطع کا

مقام التقاء محیط دائرہ کا وہ حصہ ہوگا جو وتر متعینہ کے اطراف مین گذریگا۔

(۵۲۹) دو دائرے اندر کی طرف نقطہ س پر باہم مس کرتے ہین اور آ اور ب اونکے مرکز ہین اور وہ ایک تیسرے دائرہ کو بھی جسکا مرکز د ہے اندر اور باہر کی طرف نقاط ی اور ف پر مس کرتے ہین تو ثابت کرو کہ زاویہ ا د ب دو چند زاویہ ی س ف سے ہوگا۔

(۵۳۰) ایک دائرہ کا مرکز س ہے اور س ع ایک عمود وتر ا ع ب پر ہے پس جب س ع برابر ہوگا ا ع کے تو س ع اور ا ع کا مجموعہ نہایت بڑا ہوگا۔

(۵۳۱) دائرہ مین کثیر الاضلاع بنائی ہے اور اوسکے تین متصل کے اضلاع ا ب اور ب س اور س د ہین اور قوسین ا ب اور ب س اور س د نقاط ل اور م اور ن پر منصف ہوتے ہین اور ب ا اور ب س کو ل م نقاط ع اور ق پر تقاطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ ب ع ق مثلث متساوی الساقین ہے اور زاویے ا ب س اور ب س د دو چند ہین زاویہ ل م ن سے۔

(۵۳۲) دائرہ معلوم کے محیط مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اگر اوس سے دائرہ کے وتر ایک وتر معلوم کے اطراف تک کھینچین تو ان وترون کا فرق برابر ہو ایک خط مستقیم معلوم کے جو وتر معلوم سے بڑا نہین ہے۔

(۵۳۳) مثلث بناؤ جسکے اضلاع کا مجموعہ اور قاعدہ کے اون حصون کا فرق جو اوس عمود سے بنتے ہین کہ زاویہ راس سے قاعدہ پر لگالین اور فوق القاعدہ کے زاویون کے فرق معلوم ہین۔

(۵۳۴) خط مستقیم ا ب کو قاعدہ بنا کر دو قطعے دائرے ایک جہت مین بنائے ہین اور ع ایک نقطہ کسی ایک قطعہ دائرہ کے محیط مین ہے اور خط مستقیم ع ب دوسرے قطعہ دائرہ کے محیط کو نقطہ ق پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ زاویہ ع ا ق برابر ہے اوس زاویہ کے جو دریان مماسون کے کہ نقطہ ا سے کھینچین واقع ہے۔

(۵۳۵) ا ک ل خط مستقیم متعین ہے اور دائرہ معلوم کو نقاط ک اور ل پر قطع کرتا ہے اور ا ع ق اور ا ر ص دو اور خطوط مستقیم ہین اور برابر زاویے ا ک ل کے ساتھ بناتے ہین دائرہ کو نقاط ع اور ق اور ر اور ص پر قطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ مقامات ا ع ق اور ا ر ص کے خواہ کچھ ہی ہون نقاط وسط ع ق اور ر ص مین خط مستقیم ملایا گیا ہمیشہ ر ص کا متوازی رہیگا۔

(۵۳۶) اگر ذواربعۃ الاضلاع کے گرد ایک اور ذواربعۃ الاضلاع اس طرح سے بنائین کہ اوسکا ہر ایک ضلع پہلے ذواربعۃ الاضلاع کے دو ضلعون کے ساتھہ جو اوس سے ملتے ہین یکسان میلان رکھے تو پہلے ذواربعۃ الاضلاع پر دائرہ کھینچ سکتا ہے

(۵۳۷) دو دائرے ایک دوسرے کو اندر کی طرف نقطہ آ پر مس کرتے ہین مطلوب یہ ہے کہ نقطہ آ سے خط مستقیم ایسا کھینچین کہ اوسکا ایک حصہ مابین دائرون کے برابر ایک خط مستقیم کے ہو اور یہ خط معلوم لیکن دائرون کے قطرون کے فرق سے بڑا نہین ہے۔

(۵۳۸) ا ب س د متوازی الاضلاع ہے اور ا ی ضلع ا ب کے ساتھہ اور س ی ضلع س ب کے ساتھہ زاویے قائمے بناتا ہے تو ثابت کرو کہ اگر ی د بڑہائین تو ا س کو زاویہ قائمہ پر قطع کریگا۔

(۵۳۹) اگر مثلث کے ہر ایک زاویہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکالین تو نقطہ تقاطع پر تینون عمودون مین سے ہر عمود کے ایسے حصے ہون گے کہ اونکی سطحین آپسمین برابر ہونگی۔

(۵۴۰) مثلث کے دو زاویے فوق القاعدے کے دو خطوط مستقیم سے تنصیف ہوے ہین اور اون خطوط پر زاویہ راس سے عمود نکالے ہین اور موقع عمودون مین خط مستقیم وصل کیے گئے ہین تو ثابت کرو کہ یہہ خط متوازی قاعدہ کا ہوگا اور اضلاع کی تنصیف کریگا۔

(۵۴۱) دائرہ معلوم مین سطح متوازی الاضلاع قائم الزاویہ برابر شکل مستقیمۃ الاضلاع کے بناؤ۔

(۵۴۲) مثلث حادۃ الزوایا ا ب س مین عمود ا و اور ب ی اضلاع ب س اور س ا پر نکالے ہین اور ا س اور ب س کو قطر بنا کر جو دائرے کے کھینچے ہین وہ ب ی اور ا د سے نقاط ف اور ح اور ہ اور ک پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ نقاط ف اور ح اور ہ اور ک ایک دائرہ کے محیط مین ہین۔

(۵۴۳) دائرہ کے اندر دو قطر متقاطع علی القوائم ہین اونکے اطراف سے چار خطوط متوازی نکالے گئے ہین تو ثابت کرو کہ وہ محیط دائرہ کو چار مساوی حصون مین تقسیم کرتے ہین۔

(۵۴۴) نصف قوس محیط ا ی ب کا نقطہ وسطی ی ہے اور س د ی وتر ہے کہ قطر کو نقطہ د پر اور محیط کو نقطہ س پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ مربع س ی کا مربع دو چندی ذواربعۃ الاضلاع د ی ب س سے۔

(۵۴۵) دائرہ کا وتر اب متعین ہے اور اپنی جگہ سے ہلتا نہین ہے اور اوسی دائرہ مین دوسرا وتر اس متحرک ہے ایک متوازی الاضلاع ایسی بنائی ہے جسکے اضلاع متصلہ اب اور اس مین تو سطح متوازی الاضلاع کے قطرون کے نقطہ تقاطع کا مقام النقاط دریافت کرو۔

(۵۴۶) دائرہ کا وتر اب ایسا ہے کہ اپنی جگہ سے ہلتا نہین اور اس وتر متحرک اوس دائرہ کا ہے اور ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائی ہے جسکے اضلاع متصلہ اب اور اس مین تو نقطہ اسے جو قطر بڑے سے بڑا اس متوازی الاضلاع کا کہنچ سکے وہ دریافت کرو۔

(۵۴۷) اگر برابر دو دائرے اس قدر فاصلہ سے رکہین کہ ایک دائرہ کے مرکز سے جو دوسرے دائرہ کا مماس نکالا جاے تو وہ برابر ایک دائرہ کے قطر کے ہو تو ثابت کرو کہ اونکا مماس مشترک برابر نصف قطر دائرہ کے ہوگا

(۵۴۸) دائرہ معلوم مین ایک ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جس سے اگر دو مماس ایک دائرہ معلوم کے کہینچین تو وتر اس دائرہ کا جو مابین نقاط تماس کے واقع ہو برابر ہو پہلے دائرہ کے اوس وتر کے جو مابین نقاط تقاطع خارج شدہ مماسون کے واقع ہے اور یہ بہی دریافت کرو کہ یہ سوال کس حدتک ممکن ہے۔

(۵۴۹) ایک دائرہ کا اب قطر ہے اور اف وتر ہے اور اب مین کوئی نقطہ س ہے اوسے خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا اب پر نکالا ہے اور وہ اف سے نقطہ ح پر اور محیط دائرہ سے نقطہ د پر ملتا ہے تو سطح اف اور اح کی اور سطح اب اور اس کی اور مربع اد کا سب آپسمین برابر ہین اگر ضرورت ہو تو اف کو خارج کرو۔

(۵۵۰) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور زاویہ راس اور وہ خط مستقیم جو زاویہ راس کی تنصیف کرتا ہوا قاعدہ تک کہینچا ہے معلوم ہے۔

(۵۵۱) دائرہ کے محیط مین تین نقطے ا اور ب اور س معلوم ہین نقطہ ع ایسا دریافت کرو کہ اگر اع اور بع اور سع دائرہ سے نقاط د اور ی اور ف پر ملین تو قوسین دی اور ی ف برابر معلوم قوسون کے ہون۔

(۵۵۲) دائرہ معلوم کے محیط مین ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جسکے بعدون کا مجموعہ دو خطوط مستقیم متقاطع علی القوائم سے کہ دائرہ کو قطع نہین کرتے نہایت بڑے سے بڑا یا چہوٹے سے چہوٹا ہو۔

(۵۵۳) مثلث کے اضلاع پر قطعات دائرہ اندر کی طرف مثلث مین بنائین اور ہر قطعہ کا زاویہ فی القطعہ برابر ہی اوس زاویہ کے جو اپنے مقابل کے زاویہ مثلث کے ساتھہ ملکر برابر دو قائمون کے ہوتا ہی تو ثابت کرو کہ دائرونکے نصف قطر آپسمین مساوی ہین اور سب ایک نقطہ مین ہو کر گذرتے ہین اور اونکے اوتار کہ نقاط تقاطع مین ملائین عمود مقابل کے اضلاع پر ہین ٭

اسے ۲ آتک مقالہ چہارم

(۵۵۴) مثلث ا ب س کے زاویون سے مقابل کے اضلاع پر عمود نکالین اور وہ اضلاع سے نقاط د اور ی اور ف پر ملین تو ثابت کرو کہ د ی اور د ف یکسان میلان ا د کے ساتھہ رکھتے ہین -

(۵۵۵) مثلث کے دائرہ اندرونی کے نقاط تماس مین خطوط مستقیم ملائین اور مثلث جو اسطرح سے پیدا ہوا اوسکے زاویونسے عمود مقابل کے اضلاع پر نکالین اور موقع عمودون مین خطوط ملائین تو مثلث جو اسطرح سے پیدا ہوگا اوسکے ضلع متوازی اصل مثلث کے اضلاع کے ہونگے -

(۵۵۶) مثلث بناؤ جسکے دائرہ اندرونی اور بیرونی کی نصف قطر اور اوسکا ایک زاویہ معلوم ہین -

(۵۵۷) ایک ہی قاعدہ پر مثلث جنکے زاوئے راس آپسمین مساوی ہین بنائے ہین تو ثابت کرو کہ مقام النقاط اون دائرون کے مرکزونکا جو ایک ضلع کو باہر کی طرف اور دوسرے ضلع اور قاعدہ ممدودہ کو مس کرتے ہین وہ قوس دائرہ ہی کہ جسکا مرکز اوس محیط دائرہ مین ہے کہ مثلث کے اوپر بنائین

(۵۵۸) مثلث کے زاویون آ اور ب اور س سے عمود مقابل کے اضلاع پر نکالین اور وہ نقاط د اور ی اور ف پر محیط دائرہ سے کہ مثلث کے اوپر بنائین ملین اور ان تینون عمودون کا نقطہ تقاطع ل ہو تو ل د اور ل ی اور ل ف اضلاع مثلث سے تنصیف ہونگے -

(۵۵۹) ا ب س د ی مخمس منتظم ہے ا س اور ب د نقطہ ہ پر تقاطع کرتے ہوئے ملائے ہین تو ثابت کرو کہ ا ی برابر ہے د ہ کے اور ا س اور س ہ کی سطح برابر ہے ب س کے مربع کے -

(۵۶۰) خط مستقیم ع ق جسکا طول معلوم ہی متحرک اسطرح سے ہی کہ ہمیشہ اسکے دونو طرف خطوط مستقیم معلوم متعین س ع اور س ق پر رہتے ہین اور خطوط مستقیم ع اور ق سے زاویہ قائمہ بناتے ہوئے س ع اور س ق نقطہ ر پر تقاطع کرتے ہین اور عمود نقاط ع اور ق سے س ف اور س ع پر نکالے گئے نقطہ ص پر تقاطع کرتے ہین تو ثابت کرو کہ ر اور ص کے مقام النقاط دائرے ہونگے جنکا مرکز مشترک س ہوگا -

(۵۶۱) وتر واحد پر مثلث قائم الزاویہ بنائے ہین تو ثابت کرو کہ مقام النقاط اون دائرونکے

مرکزون کا جو اون شکلون کی اندر بنائے ہین ربع محیط ایک دائرہ کا ہوگا جسکا وتر شکلون کا وتر مشترک ہوگا +

(۵۶۲) کسی خط مستقیم معلوم اب پر کوئی مثلث اب س بنایا ہے اور اوسکے اضلاع ا س اور ب س کی تنصیف کی ہی اور نقاط تنصیف سی عمود اونپر نکالے ہین جو نقطہ د پر ملتے ہین نقطہ د کا مقام النقاط دریافت کرو۔

(۵۶۳) مثلث بناؤ جسکا قاعدہ اور زاویہ قاعدہ پر کا اور بعد اون دو دائرونکے مرکزونکا کہ ایک مثلث کے اندر اور دوسرا خارج مین اسطرح سے بنایا جائے کہ ایک ضلع اور دو اضلاع ممدودہ کو مس کرے معلوم ہین۔

(۵۶۴) دائرہ کہینچو کہ ایک خط مستقیم کو ایک نقطہ معلوم پر مس کرے اور دائرہ معلوم کے محیط کو تنصیف کرے۔

(۵۶۵) دائرہ کہینچو جو نقطہ معلوم پر مس کرے اور دو معلوم دائرونکے محیط کو تنصیف کرے۔

(۵۶۶) دائرہ کے اندر دو دائرے ایسے بناؤ کہ وہ باہم ہی مس کرین اور دائرہ معلومہ کو بہی مس کرین

(۵۶۷) اگر دائرہ معلوم کا نصف قطر موافق اا شکل ۲ م کے تقسیم کیا جاوے تو حصہ کلان اوسکا اوس مشعر منتظم کا ضلع ہوگا جو دائرہ کے اندر بنایا جائے۔

(۵۶۸) اگر دائرہ کا نصف قطر موافق اا شکل ۲ م کے تقسیم ہو تو بڑے حصہ کا مربع مع مربع نصف قطر کے برابر ضلع مخمس کے مربع کے ہوگا۔

(۵۶۹) مثلث کی راس سے قاعدہ تک ایسا خط مستقیم کہینچو کہ اوسکا مربع برابر ہو سطح حصص قاعدہ کے جو اوس سے پیدا ہون۔

(۵۷۰) ایک بسیط مین چار خطوط مستقیم اسطرح کہینچے ہین کہ چار مثلث پیدا ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ ان مثلثونپر جو دائرہ کہینچے جاوین وہ ایک نقطہ پر تقاطع کرینگے۔

(۵۷۱) مثلث کی زاویون ا اور ب سے عمود مقابل کے اضلاع پر نکالے ہین اور وہ نقطہ د پر تقاطع کرتے ہین تو دائرے جو مثلث ا د س پر اور د ب س پر بنائین وہ اب یا اب خارج شدہ کو نقاط ی اور ف پر قطع کرین تو ثابت کرو کہ ا ی برابر ب ف کے ہوگا۔

(۵۷۲) چار دائرے جنمین سے ہر ایک اون چار دائرون مین سے تین کے مرکز پر گذرتا ہے جو اضلاع مثلث کو مس کرتے ہین آپسمین برابر ہونگے۔

(۵۷۳) چار دائرے اس طرح سے کھیچے ہین کہ ہر ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے تین ضلعونکو مس کرتا ہی تو ثابت کرو کہ دائرہ ایسا کھنچ سکتا ہی کہ وہ اون چارون دائرونکے مرکزونپر گذرے –

(۵۷۴) مثلث ا ب س کے گرد دائرہ کھیچا ہے اور محیط مین کسی نقطہ ع سے عمود اضلاع ب س اور س ا اور ا ب پر نکالے ہین جو دائرے سے پہر نقاط د اور ی اور ن ملتے تو ثابت کرو کہ مثلث ا ب س اور د ی ن سب طرح سے آپسمین مساوی ہونگے اور خطوط مستقیم ا د اور ب ی اور س ن متوازی ہونگے

(۵۷۵) دائرہ معلوم کے محیط مین کسی نقطہ کو مرکز بناکر دائرہ کھیچا جاتا ہے جو دائرہ معلوم کو نقاط ا اور ب پر قطع کرتا ہے اور نقطہ ب سے ایک وتر ب د اس کھیچے ہوئے دائرے مین برابر اوسکے نصف قطر کے بنایا ہی اور ا د ملایا ہے جو دائرہ معلوم کو نقطہ ق پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ ق د برابر ہے نصف قطر دائرہ معلوم کے +

(۵۷۶) مربع کے باہر ایک ایسا نقطہ مقرر کیا ہی کہ اون سے جو خطوط مستقیم مربع کے زاویون مین ملائے ہین اونمین سے جو دو خطوط مستقیم کہ انتہا پر واقع ہین اونکے درمیان کا زاویہ باقی دو خطوط مستقیم سے تثلیث ہوتا ہی تو ثابت کرو کہ مقام النقاط اس نقطہ کا وہ دائرہ ہوگا جو مربع کے گرد اور برابر مربع

(۵۷۷) مثلث کا ہر ایک راس سے مقابل کے ضلع پر عمود نکالنے سے جو دو مثلث بنتی ہین اونکے اندر دائرے بنائے ہین اور علی ہذا القیاس اور اسیطرح کے عمودون سے جو دو دو مثلث پیدا ہوتے ہین اونکے اندر اسطرح کے دائرے بنائے ہین تو ثابت کرو کہ اون چھہون دائرون کے قطرونکا مجموعہ مع مجموعہ اضلاع مثلث کے برابر دو چند مجموعہ عمودونکے ہوتا ہے –

(۵۷۸) ایک بسیط مین تین دائرے متحد المرکز کھیچے ہین ایک خط مستقیم ایسا کھیچو کہ اوسکا وہ حصہ کہ دائرہ اندرونی اور بیرونی کے مابین واقع ہو محیط متوسط سے تنصیف ہو –

اسے وتاب ۶م

(۵۷۹) دائرہ کا قطر ا ب ہی اور محیط مین اوسکے کوئی سا نقطہ ع ہی اور ا ع اور ب ع ملائے ہین اور ضرورت کی صورت مین خارج ہی کرلئے ہین اور ا ب مین کسی نقطہ س سے ایک خط مستقیم ا ع سے نقطہ د پر اور ب ع سے نقطہ ی پر اور محیط دائرہ سے نقطہ ف پر ملتا ہوا نکالا ہے تو ثابت کرو کہ س د ثالث فی النسبت س ی اور س ف مین ہوگا –

(۵۸۰) خط مستقیم مین ا اور ب اور س تین نقطے ہین اور د اوسکے اوپر ایسا نقطہ دکہا ہے کہ

زاویے جو سلتے اب اور ب س کے بنتے ہین آپسمین مساوی ہین تو ثابت کرو کہ مقام النقاط
د کا محیط دائرہ ہے۔

(۵۸۱) اگر مربع کے ایک گوشہ سے جو تہائی قطر کو قطع کرتا ہوا خط مستقیم کھیچا جائے تو وہ تہائی
ایک ضلع کے قطع کرے گا اور اگر اسی طرح سے ہر گوشہ سے خطوط مستقیم کھیچے جائین اسطرح
سے کہ ایک مربع بنجائے تو یہہ مربع دو خمس اصل مربع کا ہوگا۔

(۵۸۲) اگر مثلث اب س کے اضلاع اب اور اس نقاط د اور ی تک ایسے خارج ہون کہ
د ی متوازی ب س کا ہو اور خط مستقیم د ی نقطہ ق پر ایسا تقسیم ہو کہ د ق کو ق ی سے وہ نسبت
ہو جو ب د کو ہ س ی سے ہے تو ثابت کرو کہ مقام النقاط نقطہ ق کا خط مستقیم ہوگا۔

(۵۸۳) خط مستقیم مین آ اور ب اور س بالترتیب تین نقطے ہین نقطہ ع خط مستقیم کین ایسا دریافت کرو
کہ ع ب وسط فی النسبت ع آ اور ع س مین ہو۔

(۵۸۴) دائرہ معلوم کے محیط مین دو نقطے آ اور ب ایسے ہین کہ اپنی جگہہ سے ہلتے نہین اور ع
ایک نقطہ متحرک محیط مین ہے ع ب پر نقطہ د ایسا مقرر کیا ہی کہ نسبت ع د اور ع آ کی ایک
نسبت مقررہ ہے اور ع آ پر نقطہ ی ایسا مقرر کیا ہی کہ نسبت ع ی اور ع ب مین پہلی ہی
سی نسبت ہی تو ثابت کرو کہ د ی ہمیشہ ایک دائرہ متعینہ کو مس کریگا۔

(۵۸۵) اب س مثلث متساوی الساقین ہی اور اوسکا زاویہ آ چوچند ہر ایک زاویہ مثلث سے ہی
اگر ب س کی تثلیث نقاط د اور ی پر ہو تو مثلث ا د ی متساوی الاضلاع ہوگا۔

(۵۸۶) سطح متوازی الاضلاع قائم الزاویہ کے دو مقابل کے زاویون سے قطر پر عمود نکالے ہین
تو ثابت کرو کہ یہہ عمود قطر کو برابر حصون مین تقسیم کرینگے اگر سطح کے ایک ضلع کا مربع دوسرے
ضلع کے مربع سے دوچند ہو۔

(۵۸۷) خط مستقیم اب کسی دو حصون مین نقطہ س پر تقسیم ہوا ہے اور کل خط پر اور اوسکے دونو
حصون پر مثلث متساوی الاضلاع ا د ب اور ا س ی اور ب س ق اسطرح سے بنائے ہین کہ
اونمین سے دو پچھلے مثلث تو خط مستقیم کے ایک طرف اور تیسرا مثلث اوسکے مقابل سمت
مین ہی اور ح اور ھ اور ک مرکز اون دائرون کے ہین جو اون مثلثون مین بنائین تو ثابت
کرو زاویے د ح ھ اور ب ح ک علی التناظر متساوی زوایا د س اور ب د س کے ہونگے اور
ح ھ برابر ح ک کے۔

(۵۸۸) مثلث قائم الزاویہ کے دو ضلعون پر جو زاویہ قائمہ کے محیط مین مربعے بنائے ہین اور مثلث کے حادہ زاویون اور مربعہ کے مقابل کے زاویون مین خطوط مستقیم وصل کئے ہین تو ثابت کرو کہ یہ خطوط مساوی حصے اضلاع مین سے قطع کرینگے اور ہر ایک ان مساوی حصون مین سے وسط فی النسبت باقی حصون مین ہوگا۔

(۵۸۹) دو خطوط مستقیم اور ایک نقطہ درمیان مین اونکے معلوم المقام ہین اس نقطہ سے دو خطوط مستقیم ایسے کھینچو کہ وہ خطوط معلومہ پر منتہی ہون اور اونکے درمیان کا زاویہ برابر زاویہ معلوم کے ہو اور انمین نسبت باہم ایک نسبت معلوم ہو۔

(۵۹۰) ایک دائرہ معلوم اب س کی محیط مین نقطہ ا کو مرکز مانکر ایک دائرہ ع ب س کھینچا گیا ہی اور وہ دائرہ معلوم کو نقاط ب اور س پر قطع کرتا ہے اور دائرہ اول کا کوئی وتر ا د وتر مشترک ب س کو نقطہ ی پر اور محیط دائرہ ثانی کو نقطہ د پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ زاوئے ی ع د اور د ع د برابر ہین خواہ ع کا مقام کہین ہو۔

(۵۹۱) مثلث اب س اور اب ف ایک ہی قاعدہ پر واقع ہین اور انمین نسبت دو اور ایک کی ہے اور ا ف اور ب ف خارج ہو کر اضلاع سے نقاط د اور ی پر ملتے ہین اور ف ب مین سے ایک حصہ ف ح برابر ف ی کے قطع ہوا ہے اور ب ح نقطہ د پر تنصیف ہوا ہی تو ثابت کرو کہ ب ہ کو ب ی سے وہ نسبت ہی جو د ف کو ہی د ا سے۔

(۵۹۲) دائرہ کا مرکز ا ہے اور اوسپر دوسرا دائرہ گذر کر پہلے دائرہ کو نقاط ب اور س پر قطع کرتا ہے اور ا د وتر دوسرے دائرہ کا ب س سے نقطہ ی پر ملتا ہی اور د سے د ف اور د ح مماس پہلے دائرہ کے نکالے ہین تو ثابت کرو کہ ح اور ی اور ف ایک خط مستقیم مین واقع ہین۔

(۵۹۳) مثلث کی دو اضلاع اب اور ا س مین نقاط د اور ی مقرر کئے ہین اور اب اور ا س خارج ف اور ح تک ایسے کئے ہین کہ ب ف برابر ہے ا د کے اور س ح برابر ہے ا ی کی اور ب ح اور س ف ملائے ہین اور وہ نقطہ ھ پر ملتے ہین تو ثابت کرو کہ مثلث ف ھ ح برابر ہے مجموعہ مثلثون ب ھ س اور ا د ی کے۔

(۵۹۴) اگر کسی مثلث اب س مین ب د برابر ایک ربع ب س کے اور س ی برابر ایک ربع ا س کے قطع کرین تو خط مستقیم نقطہ س سے نقطہ تقاطع ب ی اور ا د مین کھینچا گیا اب کو ایسے دو حصون مین تقسیم کریگا کہ اونمین نسبت ۹ اور ا کی ہوگی۔

(۵۹۵) دائرہ کے اندر شکل مستقیمۃ الاضلاع بنائی ہی تو ثابت کرو کہ قوسون کے نقاط تنصیف سے مماس متوازی الاضلاع کے نکال کر ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع متشابہ مستقیمۃ الاضلاع اندرونی کے دائرہ کے اوپر بنا سکتے ہین۔

(۵۹۶) اون دو مثلثون قائم الزاویہ متشابہ کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو جنکے اندر ایک ضلع زاویہ قائمہ کا مشترک ہی۔

(۵۹۷) مثلث ا ب س کے اضلاع ا س اور ب س مین نقاط د اور ی ایسے مقرر کئے ہین کہ س د تہائی ا س کا اور س ی تہائی ب س کا ہی اور ب د اور ا ی نقطہ ر پر تقاطع کرتے ہوے کہیچے ہین تو ثابت کرو کہ ی ر چوتہائی حصہ ا ی کا اور د ر چوتہائی حصہ ب د کا ہی۔

(۵۹۸) دو دائرے باہر کی طرف نقطہ س پر مس کرتے ہین اور س ا اور س ب اونکے قطر ہین اور ت ر ا د ایک دائرہ کا خارج ہوکر دوسرے دائرہ کو نقطہ ی پر مس کرتا ہی اور دوسرے دائرہ کا د ت ر ب ق خارج ہوکر پہلے دائرہ کو نقطہ ح پر مس کرتا ہے تو ثابت کرو کہ سطح ا د اور ب ق کے چوچند د ی اور ق ح کی سطح سے ہی۔

(۵۹۹) دو دائرے نقطہ آ پر تقاطع کرتے ہین اور ب آ س اد س نقاط ب اور س پر ملتا ہوا کہیچا ہے ب اور س کو مرکز بنا کر دو دائرے ایسے کہیچے ہین کہ انمین سے ہر ایک پہلے دائرہ کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو ثابت کرو کہ یہہ دونو دائرے اور وہ دائرہ جسکا قطر ب س ہے ایک نقطہ پر ملتے ہین۔

(۶۰۰) ا ب س د ی ق مسدس منتظم ہے ثابت کرو کہ آ د کو ایک او تین کی نسبت پر ب ق تقسیم کرتا ہے۔

(۶۰۱) دو مثلث ا ب س اور د ی ق مین زاویہ آ برابر ہی زاویہ د کے اور ا ب برابر ہے د ق کے تو ثابت کرو کہ مثلثون کی سطحون مین وہ نسبت ہی جو ا س کو ہے د ی سے۔

(۶۰۲) مثلث ا ب س کا دائرہ اندرونی اور دائرہ خارجی مثلث کے ضلع ا س کو نقاط م اور ن پر مس کرتے ہین تو ثابت کرو کہ اگر ب م خارج کیا جائے اور دائرے خارجی کو نقطہ ح پر تقاطع کرے تو ع ن قطر دائرہ ہوگا۔

(۶۰۳) مثلث ا ب س کا زاویہ آ قائمہ ہی اور آ د موقع عمود ہے جو آ سے ب س پر نکالا گیا ہے

اور دم اور دن عمود اب اور اس پر نکالے گئے ہین تو ثابت کرو کہ زاویہ ب م س
اور ب ن س آپسمین مساوی ہین -

(۶۰۴) ایک دائرہ کی قوس معلومہ کے نقطہ وسط سے دو خطوط مستقیم وتر قوس معلومہ اور محیط دائرہ کو قطع کرتے ہوئے کھیچے ہین تو چارون نقطے تقاطع کے ایک دائرہ کے محیط مین ہونگے -

(۶۰۵) مثلث ا ب س کے ضلع اب کو دائرہ اندرونی نقطہ د پر اور دائرہ خارجی کے نقطہ ی پر مس کرتا ہے تو ثابت کرو کہ دائرون کے نصف قطرون کی سطح برابر ہے سطح ا د اور ب د کے اور سطح ا ی اور ی ب کے -

(۶۰۶) ثابت کرو کہ مقام النقاط نقاط وسط اون خطوط مستقیم کا کہ متوازی ایک مثلث کے قاعدہ کے ہین اور اضلاع پر منتہی ہین ایک خط مستقیم ہوتا ہے -

(۶۰۷) مثلث مین متوازی الاضلاع بنائی ہے جسکا ایک ضلع قاعدہ پر منطبق ہے اور دو متصل کے اضلاع ایک جہت مقررہ کی متوازی ہین تو ثابت کرو کہ اس سطح متوازی الاضلاع کے قطرونکے نقطہ تقاطع کا مقام النقاط ایک خط مستقیم ہوگا جو قاعدہ مثلث کو تنصیف کریگا -

(۶۰۸) ایک خط مستقیم معلوم اب کو وتر بنا کر اوسپر مثلث قائمۃ الزاویہ بنایا ہی اور نقاط ا اور ب سے خطوط مستقیم اضلاع مقابل کی تنصیف کرتے ہوئے کھیچے ہین تو ثابت کرو کہ اونکے نقطہ تقاطع کا مجمع النقاط ایک دائرہ ہوگا -

(۶۰۹) ایک نقطہ باہر دو دائرونسے جو آپسمین ملتے نہین ہین واقع ہے اوسسے ایک خط مستقیم ایسا کھیچو کہ اوسکے حصے جو دائرونکے اندر آوین متناسب دو دائرے کے نصف قطرون کے ہون -

(۶۱۰) مثلث مین معین بناؤ جسکا ایک ضلع قاعدہ پر ہو اور اوسکے ایک زاویہ کا راس قاعدہ کے کسی نقطہ پر منطبق ہوتا ہو -

(۶۱۱) ا ب س مثلث ہی جسکا زاویہ س قائمہ ہی وتر اب پر مربع ا ب د ی بنایا ہی اور ف اور ح اور مقعہ اور ان مربعون کے قطرون کے نقاط تقاطع ہین جو وتر اور اضلاع پر بنائین تو ثابت کرو کہ زاویہ د س ی اور ح ف جبہ مل کر برابر ایک قائمہ کے ہونگے +

سوالات متفرقہ

(۶۱۲) ا ایک نقطہ معین ہے جس سے ایسا خط مستقیم کھینچا ہے کہ وہ ایک خط مستقیم متعین سے نقطہ ع پر ملتا ہے اور اع مین نقطہ ق مقرر کیا ہے ایسا کہ سطح اع اور اق ایک مقدار مقررہ ہے تو ثابت کرو کہ مقام النقاط ق کا دائرہ کا محیط ہے۔

(۶۱۳) دائرہ کے محیط مین ا نقطہ متعین ہے اور اوس سے کوئی خط مستقیم محیط دائرہ سے نقطہ ع پر ملتا ہوا کھینچا ہے اور اع مین نقطہ ق ایسا مقرر کیا ہے کہ سطح اع اور اق کی مقدار ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے تو ثابت کرو کہ مقام النقاط نقطۂ ق کا خط مستقیم ہے۔

(۶۱۴) اگر دائرہ کے ذوار بعۃ الاضلاع اندرونی کے اضلاع مقابل کے خارج ہوکر نقاط ع اور ق پر ملین تو ثابت کرو کہ مربع ع ق کا برابر ہے مجموعۂ مربعون اون مماسونکے کہ ع و ق سے دائرہ کے نکالین۔

(۶۱۵) دائرہ کے اندر اب س د ذوار بعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہے اور اضلاع مقابل اب اور د س خارج ہوکر نقطہ ف پر ملتے ہین اور اضلاع مقابل ب س اور اد کے خارج ہوکر نقطہ ی پر تو ثابت کرو کہ دائرہ جو ی ف کو قطر بنا کر کھینچین گے وہ دائرہ اب س د کو زاویہ قائمہ پر قطع کریگا۔

(۶۱۶) مثلث قائم الزاویہ کے زاویہ راس سے وتر پر عمود نکالا ہے اور موقع عمود سے ہر ایک ضلع مقابل پر عمود نکالا ہے تو ثابت کرو کہ رقبہ اوس مثلث کا جسکے دو ضلع یہہ پچھلے دو عمود ہین جو تہائی اصل مثلث کے رقبہ سے زیادہ نہین ہوسکتا۔

(۶۱۷) اگر دو خطوط مستقیم متقاطع کے اطراف مین خطوط مستقیم ملانے سے دو مثلث مقابل الراس پیدا ہون تو شکل جو خطوط معلومہ کے نقاط تنصیف مین ملانے سے پیدا ہوگی وہ متوازی الاضلاع ہوگی اور جسکا رقبہ برابر مثلثون کے رقبہ کے تفاوت کے ہوگا۔

(۶۱۸) دائرہ کے اب اور اس مماس ہین اور دائرہ کو نقاط ب اور س پر مس کرتے ہین اور ایک نقطہ اوس خط مستقیم مین ہے کہ اب اور اس کے نقاط وسط مین ملتا ہے تو ثابت کرو کہ اُ برابر ہی اوس مماس کے کہ نقطہ ت سے دائرہ کا نکالا ہے۔

(۶۱۹) دائرہ کے اب اور اس مماس ہین اور ع ق ایک وتر ہے جو خط مستقیم سے کہ نقاط وسط اب اور اس مین وصل ہوا ہے نقطہ ر پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ زاویئے ر ا ع اور ر ا ق باہم برابر ہین اگر ضرورت پڑے تو ع ق کو خارج کرلو۔

(۶۲۰) ذوارابعۃ الاضلاع مین چار مثلث کہ دو دو متصل کے ضلعون اور اوسکے وتر سے بنتے ہین اونمین سے ہر ایک مثلث کے اضلاع کے نقاط وسط مین ایک ایک دائرہ کھیچا ہے تو چارون دائرے ایک نقطہ پر تقاطع کرینگے۔

(۶۲۱) مثلث متساوی الاضلاع کے زاویون کے تنصیف کرنیوالے خطوط پر کسی نقطہ سے عمود نکالین تو اونمین سے ایک عمود برابر باقی دو عمودونکے مجموعہ کے ہوگا۔

(۶۲۲) دو دائرے نقاط ا اور ب پر متقاطع ہین اور س ب د عمود اب پر نقطہ ب سے نکلا ہے اور دائرون سے ملتا ہے اور نقطہ ا سے خط مستقیم تنصیف کرتا ہوا زاویہ داخلہ یا خارجہ کے جو مابین اس اور ا د کے واقع ہے کھیچا ہے اور وہ محیط سے نقاط ی اور ف پر ملتا ہے تو ثابت کرو کہ ی اور ف سے جو مماس دائرہ کے کھیچینگے وہ خط اب خارج شدہ پر متقاطع ہونگے۔

(۶۲۳) ایک مثلث کو دو دو خطوط مستقیم سے ایسے تین حصون مین تقسیم کرو کہ اگر اونکو ترتیب سے رکھین تو شکل متوازی الاضلاع ایسی بنے کہ اوسکے زاویے متساوی معلومہ ہوان

(۶۲۴) ا ب س د متوازی الاضلاع ہے اور ع کوئی نقطہ ہے تو ثابت کرو کہ مثلث ع ا س برابر فرق مثلثون ع ا ب اور ع ا د کے بشرطیکہ ع زاویہ ب ا د کے درمیان ہو اور اگر ع کا کوئی اور مقام ہو تو مثلث ا ع س برابر مجموعہ مثلثون ع ا ب اور ع ا د کے ہوگا۔

(۶۲۵) دو دائرے متقاطع ہین اور خط مستقیم ا ب س د ی کھیچا ہے جو ایک دائرے سے نقاط ا اور د پر ملتا ہے اور دوسرے سے ب اور ی پر اور اونکے وتر مشترک سے نقطہ س پر تو ثابت کرو کہ مربع ب د کا ا ی کے مربع سے وہ نسبت رکھتا ہی جو کہ س ب اور س د کی سطح نسبت رکھتی ہے اس اور س ی کی سطح سے فقط

اشتہار

ممالک مغربی و پنجاب اودہ کے مڈل سکول کی جماعتون مین بہت تھوڑا سا جغرافیہ طبعیہ و طبعیہ اور علوم طبعیہ کا درس جاری ہوا ہی اور دو ایک چھوٹی چھوٹی کتابین بھی انکے درس مین جاری ہین جنکو طلبہ حفظ کر کے امتحانون مین پاس ہو جاتے ہین مینے یہ چار کتابین ایسی لکھی ہین کہ طالب علم ان اپنی کتب درسیہ مین جو مضامین پڑھتے ہین انکی توضیح اور تشریح کرین اور سوا اسکے کچھہ اور مضامین بھی زیادہ کیے ہین اگر معلم اور طالب علم ان کتابون کو غور سے پڑھینگے تو مجھے یقین ہے کہ وہ کتب درسیہ مروجہ کے مضامین کو زیادہ خوبی سے سمجھنے لگینگے

نام کتاب	قیمت	محصول
جغرافیہ طبعیہ	۶ر	۱ر
جغرافیہ ریاضیہ	۸ر	۱ر
علوم طبعیہ کی الف بے تے	۶ر	۱ر
صحیفۂ [illegible]ت	۶ر	۱ر

محمد ذکاء اللہ [illegible]

آخری درج شدہ تاریخ پر یہ کتاب مستعار
لی گئی تھی مقررہ مدت سے زیادہ رکھنے کی
صورت میں ایک آنہ یومیہ دیرانہ لیا جائے گا۔

کتب خانہ
جامعہ عثمانیہ

۱۔ اراکین مجلس اعلیٰ، مجلس تعلیمی، مجلس انتظامی
عمالی تنخواہ ... کتابیں ایک وقت میں اپنے پاس رکھ سکیں گے

۲۔ اساتذہ جامعہ عثمانیہ و ملازمین ... دفاتر جامعہ
اور اراکین دارالترجمہ ... کتابیں ایک وقت میں اپنے پاس رکھ سکیں گے

۳۔ طلباء ... دو کتابیں ... اپنے پاس رکھ سکیں گے
... کتابیں ... اور ... سے

۴۔ مدت ... کتابیں ... واپس کی جائیں ... مطالبہ کیا جائے

۵۔ ... کتابیں ... کتاب کا ... لازم ہے
... کتابیں ... جائیں گی

۶۔ کتابوں پر کسی قسم کا نشان ... نہ کیا جائے

۷۔ ... قلمی نسخے ... کتابیں ... فقط