UNIVERSAL
LIBRARY

OU_191051

UNIVERSAL
LIBRARY

رسائل ابن قرة

للعلامة ثابت بن قرة الحرانى

المتوفى سنة ٢٨٨ هـ

وهى رسالتان لارشميدس

نقلهما من اليونانية الى العربية

عن المجموعة النادره المحفوظة

فى مكتبة بانكى فور - پتنه

(رقم ٢٤٦٨ / ٢٩ و ٢٨)

الطبعة الاولى

دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن الهند

سنة ١٣٦٦ هـ = ١٩٤٧ م

OSMANIA UNIVERSITY LIBRARY

Call No. ر - ق / ٥١٣٤ Accession No ٣٤١٩

Author ثابت بن قرة الحراني

Title رسائل ابن قرة

This book should be returned on or before the date last marked below.

رسائل ابن قرة

للعلامة ثابت بن قرة الحرانى

المتوفى سنة ٢٨٨ هـ

وهى رسالتان لارشميدس

فى اصول الهندسية

وفى الدوائر المتماسه

نقلهما من اليونانية الى العربية

* * * * *

عن المجموعة النادره المحفوظة

فى مكتبة بانكى فور - پتنه

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

حيدر آباد الدكن (الهند)

سنة ١٣٦٦ هـ / ١٩٤٧ م

تعداد الطبع ٥٠٠ / ١٣٥٩ ف

RASÁI'LU IBN QURRA

BY

THÁBIT B. QURRA AL-HARRÁNÍ

d. 288 A.H. = 900 A.D.

Containing translation of
two Geometrical tracts of Archemedes

★ ★ ★

Based
on
the Unique Compendium of
Mathematical & Astronomical Treatises
in the Oriental Public Library, Bankipore

(Arabic Ms. No. 2468/29 & 28)

Edited and Published
by
The Dáiratu'l-Ma'árif'il-'Osmánia
(Osmania Oriental Publications Bureau)
Hyderadad-Dn.
1948

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

الحمد لله رب العالمين الذى خلق سبع سموات طباقا وجعل فيها الشمس المضيئة والقمر المنير ، والصلاة والسلام على رسوله افضل المرسلين الذى هو للخلق بشير ونذير ، وآله الذين هم مصابيح العلوم واصحابه الذين هم للاهتداء نجوم .

اما بعد فالعلوم كلها كالمصابيح لارتفاع ظلم الجهالات ، وخصوصا الرياضيات والهيئات ، فتكاد تلمع قلوب المهتدين بنور هدايتها وتسطع بصائر المتمسكين بلمع اقتدائها ، بها اتضحت آثار الآباء العلوية ، ومنها تبرهنت تأثرات الامهات السفلية ومنها استقامت ظهور النتائج بافعال العلويين وانفعال السفليين وبالرياضيات استقامت معاملات المتمدنين وبالهيئة استدامت عمارات الساكنين ، لولاهما لم يمكن التعمير ولا يستوى التدبير ، بهما بقاء المعاشات العالمية ومنهما استواء المعاشرات الدنيوية ، فلذا اراد ارباب دائرة المعارف العلمية والحكمية اشاعة امثال هذه الاشياء

والاشتغال بتنظيم امثال هذه الدرر الثمينة لان هذه الخدمات هى خدمة الخلائق العامرة فى العالم كله ، ومنها تحصل النتائج الصحيحة لتعمير امور الدنيا وتقويمها ، ففتشوا فى فهارس المكاتب الشائعة ووجدوا مجموعة نادرة فى علم الرياضى والهيئة وهى مشتملة على اثنتين واربعين رسالة من تصانيف العلماء المشهورين ومشاهير الفلاسفة المتقدمين فى القرون الوسطى ، وكانت هذه محفوظة ومصونة فى المكتبة العالية النادرة ببانكى فورپتنه ، وكانت قد ادرجت هذه المجموعة فى الفهرست العربى ج ٢٢ المتعلق بالعلوم الحكمية رقم ٢٤٦٨ من صفحات ٦٠ الى ٩٢ — فقد اشتغل علماء الدائرة بتحقيق هذه الرسائل فى ضمن تتبع رسائل البيرونى التى لم تطبع الى الآن ، فلما وجدوها للعلماء المختلفين والحكماء المتشتتين ، فرقوا ما بينها وهذبوها على ترتيب تاريخى بحسب زمان المؤلف ورتبوها على خمسة اجزاء وجعلوا لكل جزء مجموعة واحدة :

اولها — رسالتان لابن قرة الحرانى المتوفى سنة ٢٨٨ هـ :

وثانيها — ست رسائل لابراهيم بن سنان الحرانى المتوفى سنة ٣٣٥ هـ

وثالثها — خمس عشرة رسالة لابى نصر منصور بن على بن عراق المتوفى حوالى سنة ٤٢٧ هـ

ورابعها — احدى عشرة رسالة متفرقة فى الهيئة للمتقدمين ومعاصرى البيرونى

وخامسها — اربع رسائل للبيرونى نفسه المتوفى سنة ٤٤٠ هـ ونحن الآن فى المجموع الاول وفيه رسالتا ابن قرة الحرانى . ولا يخفى على العالم الخبير أهمية علم الهندسة والنجوم وان ارشميدس المقتول سنة (٢١٢ ق م) له مهارة عظيمة وسلطان قويم فى هـذا العلم بحيث صار معتمدا ومستندا للمشتغلين فى علم الهندسة والهيأة ، له رسائل متفرقة ومقالات متعددة فى هذا العلم .

منها رسالته فى اصول الهندسة ، واخرى فى الدوائر المتماسة . اللتان ترجمها ثابت بن قرة الحرانى من اليونانية الى العربية فى زمن خلافة المعتضد بالله — لقد اوضح الاصول الهندسية فى هذه الرسالة باحسن اسلوب ، وادل استدلالات بحيث بينها بانحاء الطرق الممكنة والمفروضة وما ترك شقا من الشقوق التى تحتمل فيها كما يظهر على المتأمل فى الرسالة .

فمنها انه اوضح هـذه المسائل بطريق الدائرة المفروضة ونصف الدائرة وايضا استدل عليها بطريق التسطيح العام سواء ان يكون فى الدائرة او المثلث اوالمربع المستطيل اومتساوى الاضلاع ، ثم قسمها على المثلثات المتساوية الساقين القائمة الزوايا واستدل على دعواه بطرق وبيانات واضحة شافية ، وان توهم الايجاز المخل فى عبارته فاوضحها مرة ثانية بعبارة اخرى ، وغير ذلك من المزايا التى تظهر على المتأمل فيها .

وهكذا رسالته الاخرى فى الدوائر المتماسة، اوضح فيها اقسام تماس الدائرة بالاخرى يعنى مع اتحاد المركز واختلافه وقد يتفق حدوث مثلثات مختلفة من التقاء الدائرتين المتساويتى الاضلاع ومختلفتيها، فبين واستدل بفرض كل شق منها، وبرهن عليها ببرهانات سهلة التفهم، بحيث يقدر يستفيد منها متعلم علوم الهندسة فضلا عن العلماء الماهرين فيها، وما اقتنع على برهان واحد على دعواه، بل اوردها بعبارات متعددة وبيانات مختلفة وخصوصا فى الاشكال التى اوردها متعلقة بدعواه ما اكتفى على طريق واحد بل مرة بعد اخرى اوضحها بحيث صارت قريبة الفهم والادراك لكل متعلم هذا العلم .

ترجمة المؤلف (١)

هو ابو الحسن ثابت بن قرة بن مروان بن ثابت بن كرايا ابن ابراهيم بن كرايا بن مارينوس بن سلاجريوس الحاسب الحكيم الحرانى الصابىء ، ولد سنة احدى وعشرين ومائتين بحران ، كان فى مبدأ امره صيرفيا بحرّان ثم انتقل الى بغداد واشتغل بعلوم الاوائل فمهر فيها وبرع فى علم الطب وكان الغالب عليه الفلسفة ، وله تآليف كثيرة فى فنون من العلم كالمنطق والحساب والهندسة والتنجيم والهيئة التى تبلغ الى عشرين تأليف . واخذ كتاب اقليدس الذى عربه حنين بن اسحاق فهذبه ونقحه واوضح منه ما كان مستعجما وكان من اعيان عصره فى الفضائل واجلة العلماء الذين نقلوا العلوم من اليونانية والسريانية الى اللغة العربية .

وجرى بينه وبين اهل مذهبه اشياء انكروها عليه فى المذهب ، فرافعوه الى رئيسهم ، فانكر عليه مقالته فمنعوه من دخول الهيكل فتاب ورجع عن ذلك ثم عاد بعد مدة الى تلك المقالة ، فمنعوه ايضا من دخول المجمع ، فخرج من حران ونزل كفرتوثا ، واقام بها مدة الى ان قدم محمد بن موسى من بلاد الروم

(١) ما خودة من الفهرست لابن النديم ووفيات الاعيان لابن خلكان وتاريخ الحكماء للقفطى ودائرة المعارف للبستانى وبراكلمن .

راجعا الى بغداد ، فاجتمع به فرآه فاضلا فصيحا فاستصحبه الى بغداد وانزله فى داره و وصله الى الخليفة المعتضد بالله فادخله فى جملة المنجمين فسكن بغداد و بقى عقبه بها •

ومن ولده ابراهيم بن ثابت بن قرة بلغ رتبة ابيه فى الفضل وكان من حذاق الاطباء ومقدمى اهل زمانه فى صناعة الطب ، عالج مرة السرى الرفاء فقال فيه •

هل للعليل سوى ابن قرة شافى بعد الاله وهل له من كافى
احيا لنا رسم الفلاسفة الذى اودى و اوضح رسم طب عافى
فكأنه عيسى بن مريم ناطقا يهب الحياة بايسر الاوصاف

ومن حفدته ايضا ثابت بن سنان بن ثابت بن قرة ، كان طبيبا عالما نبيلا سلك مسلك جده فى الطب و الفلسفة والهندسة وجميع الصناعات الرياضية للقدماء ، وله تصنيف فى التاريخ احسن فيه وكان فكاكا للمعانى ، مشهورا بالحذق ، قرأ عليه معز الدولة ابن بويه كتب ابقراط وجالينوس ، وكان مذهب ثابت واولاده مذهب الصابئة وتوفى ابو الحسن سنة ٢٨٨ هجرية وعمره (٦٧) سنة •

وقد طبعت هذه الرسائل الجليلة فى عهد رئاسة ذى الفضل البارع والمجد الفارع النواب على ياور جنگ بهادر عميد الجامعة العثمانية ورئيس الدائرة وهو من بيت الشرف والعلم والرئاسة والعناية بهذه الدائرة العلمية فجزاه الله خير الجزاء •

وعهد ادارة العالم الجليل الفاضل النبيل الدكتور محمد نظام الدين الساعى اصلاح شئون هذه الدائرة وتوسعة اعمالها ورافعها الى المستوى اللائق بها فنسأل الله تعالى ان يكلل مساعيه الجميلة بالنجاح الباهر ويثيبه على عنايته الجزيلة الثواب الوافر •

فالحمد لله رب العالمين وصلى الله على خاتم انبيائه محمد افضل المرسلين وآله الطاهرين وصحبه المنتجبين وسلم •

السيد زين العابدين الموسوى
مصحح دائرة المعارف العثمانية
بحيدرآباد الدكن

كتاب

في الاصول الهندسية لارشميدس

نقله من اليونانية الى اللغة العربية

لابي الحسن علي بن يحيى مولى امير المؤمنين

ثابت بن قرة المتوفى سنة ثمانية وثمانين

ومائتين من الهجرة

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

بعاصمة الدولة الآصفية الاسلامية

حيدرآباد الدكن

لازالت شموس افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى آخر الزمن

١٣٦٦ هـ

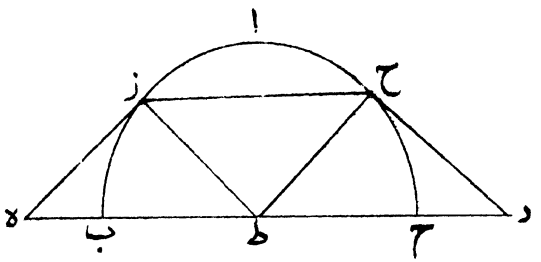
١٩٤٧ م

تعداد الطبع ٥٠٠ / ١٣٥٦ ف

بسم الله الرحمن الرحيم

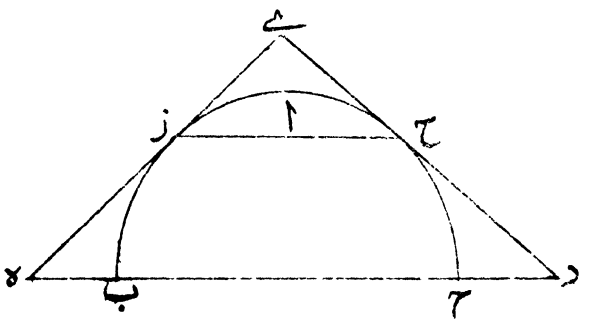
لنفرض نصف دائرة ـ اب ج ـ ولنخرج خط ـ ب ج على استقامة فى كلتى الجهتين الى نقطتى ـ د ه ـ ولنفرض خطى ب ه ـ ح د ـ متساويين ولنخرج من نقطتى ـ ه د ـ خطين يماسان نصف دائرة ـ ا ج ـ وهما خطا ـ ه ز ـ د ح ـ ولنصل ـ د ح فاقول ان خط ـ ز ح ـ موازلخط ـ ه د ٠

برهان ذلك لنستخرج مركز دائرة ـ اب ج ـ ولتكن نقطة ط ـ ولنصل ـ ز ط ـ ط ح ـ فمن اجل ان خط ـ ه ب ـ مساو لخط ـ ج د ـ وخط ـ ب ج ـ مشترك يكون جميع خط ـ ه ج مساويا لجميع خط ـ ب د ـ وخط ـ ه ب ـ مساو لخط ـ ج د فمسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مساو لمربع ـ ه ز ـ ومسطح ـ ب د ـ فى د ج ـ مساو لمربع ـ د ح ـ فمربع ـ ه ز ـ مساو لمربع ـ د ح ـ فخط د ح ـ مساو لخط ـ ه ز ـ ومن اجل ان خطى ـ ح ط ـ ط د مساويان لخطى ـ ز ط ـ ط ه ـ وقاعدة ـ ه ز ـ مساوية لقاعدة ح د ـ تكون زاوية ـ ز ط ه ـ مساوية لزاوية ـ ح ط د ـ فقوس



الاصول الهندسية ص٣

شكل (١)



الاصول الهندسية ص٣

شكل (٢)

ح ج ـ مساوية لقوس ـ ز ب ـ نخط ـ ز ح ـ موازلخط ـ ه د وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

وعلى هذا الوضع تبين ماقلنا بيانا كليا بهذا العمل انا نقول من اجل ان مسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مساولمربع ـ ه ز ـ ومسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مساولمربع ـ د ح ـ ومسطح ـ ب د ـ فى د ج ـ مساولمسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ يكون مربع ـ ه ز مساويا لمربع ـ د ح ـ وخط ـ ه ز ـ مساويالخط ـ د ح ـ ولنخرج خطى ـ ه ز ـ ح د ـ فى جهتى ـ ز ح ـ حتى يلتقيا على نقطة ـ ى نخط ـ ى ز ـ مساولخط ـ ب ح ـ لانهما جميعا خرجا من نقطة واحدة وهى نقطة ـ ى ـ يماسان دائرة ـ ا ب ج ـ وقدكان تبين ان خط ـ ه ز ـ مساولخط ـ د ح ـ فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ى مثل نسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ى ـ نخط ـ ح ز ـ موازلخط ـ ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

ولنفرض دائرة عليها ـ ا ب ج ـ وليكن خطا ـ د ب د ج ـ يماسانها فلنصل ـ ب ج ـ ولنخرجه على استقامة الى نقطة ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا يماس دائرة ـ ا ب ج ـ ويلقى خط د ب ـ على نقطة ـ ط ـ وهو خط ـ ه ز ٠

فاقول ان نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ز

---

(١) الشكل الاول (٢) الشكل الثانى .

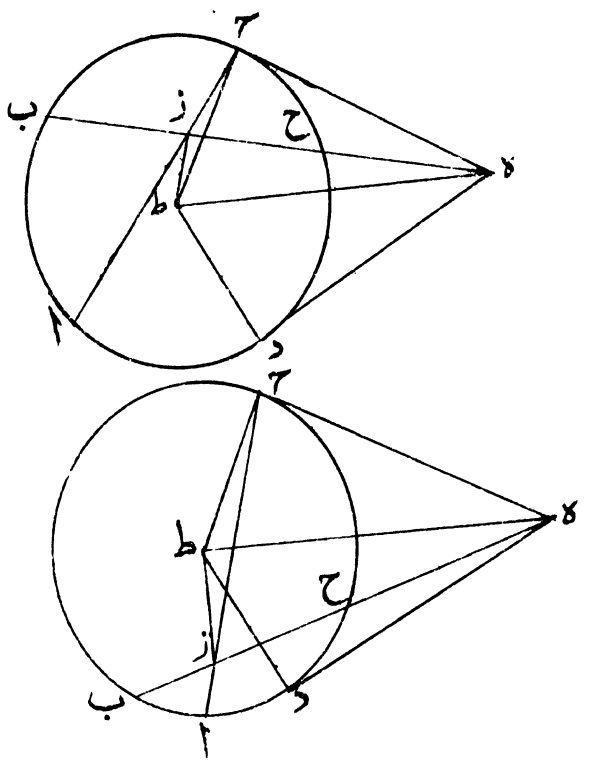
برهانه لنخرج من نقطة ـ ز ـ خطا موازيا لخط ـ ط ب وهو ـ ز ح ـ فنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ج ولكن خط ـ ب د ـ مساو لخط ـ د ج ـ فخط ـ ح ز ـ مساو لخط ـ ز ج ـ ومن اجل ان نسبة ـ ط ه ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ط ب الى ـ ز ح ـ و ـ ز ح ـ مساو ـ لز ج ـ تكون نسبة ـ ط ه ـ الى ه ز ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ز ج ـ ولكن ـ ط ب ـ مساو لخط ط ا ـ لأنهما يماسان الدائرة وخط ـ ح ز ـ مساو لخط ـ ز ا ـ فنسبة ط ه ـ الى ـ ه ز ـ مثل نسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ز ـ وذلك ما اردنا ان نبين ـ (١)•

لنفرض دائرة عليها ـ ا ب ج ـ وليكن خطا ـ د ه ـ ه ج يماسانها ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا يقطع الدائرة كيف وقع وهو خط ـ ه ج ب ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ه ب ـ وهو خط ـ د ا ـ ولنصل ـ ا ج ـ ولنقطع خط ـ ب ح على نقطة ـ ز ـ •

فاقول ان ـ ب ز ـ مساو لخط ـ ز ح•

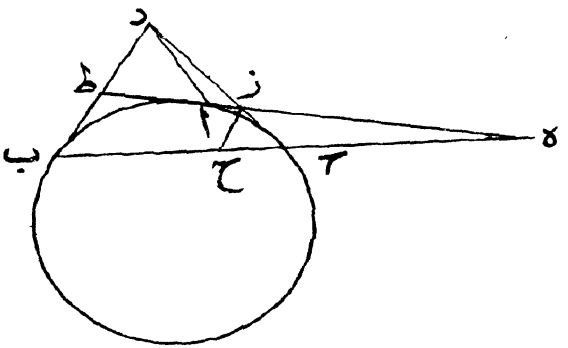
برهان ذلك لنستخرج مركز الدائرة ولتكن نقطة ـ ط ولنصل ـ ط ز ـ ط ه ـ ط د ـ ط ج ـ فمن اجل ان خط ـ ط د مساو لخط ـ ط ج ـ وخط ـ ط ه ـ مشترك تكون خطا ـ ط ج ط ه ـ مساويين لخطى ـ ه ط ـ ط د ـ وقاعدة مساوية لقاعدة

(١) الشكل الثالث .



الاصول الهندسية ص ٤

شكل (٣)



الاصول الهندسية ص٥

شكل (٤)

ه ج ـ فزاويـــة ـ ج ط ه ـ مساوية لزاويـــة ـ ه ط د ـ فزاوية ـ د ط ج ـ ضعف زاويـــة ـ ج ط ه ـ وزاويـة ـ د ط ج ـ ضعف زاوية ـ ج ا د ـ فزاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ج ط ه ـ ولكن زاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ز ج ـ فزاوية ه ط ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ز ج ـ فذوا ربعة اضلاع ـ ه ج ز ط ـ فى دائرة فزاويتا ـ ه ج ط ـ ه ز ط ـ متساويتان وزاوية ـ ه ج ط ـ قائمةفزاوية ـ ه ز ط ـ قائمة فخط ـ ط ز ـ عمود على خط ـ ح ز وقد خرج من نقطة ـ ط ـ التى هى مركزدائرة ـ ا ب ج د ـ عمود على خط ـ ح ب ـ وهو ـ ط ز ـ فقد قسمه اذن بنصفين فخط ب ز ـ مساو لخط ـ ز ح ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج خط ـ ا د ـ عمودا على خط ـ ب ج ـ ولنجعل مربع ـ د ب مساويا لمسطح ـ ه ب ـ فى ـ ب ز ـ ولنصل ـ د ز ـ ولنخرج من نقطة ـ ز ـ خطا موازيا لخط ـ ب ج ـ وهوخط ـ ز ح ـ ولنصل ه ح ـ فاقول ان زاوية ـ ه ح ج ـ ضعف زاوية ـ ا ز د .

برهان ذلك لنصل ـ د ح ـ د ه ـ فمن اجل ان مسطح ـ ه ب فى ـ ب ز ـ مسا ولمربع ـ د ب ـ تكون زاوية ـ ز د ب ـ مساوية لزاوية ـ ز ه د ـ وزاوية ـ ز د ب ـ مساوية لزاوية ـ ح ز د ـ فزاوية ز ه د ـ مساوية لزاوية ـ ح ز د ـ ولكن زاوية ـ ح ز د ـ مساوية

---

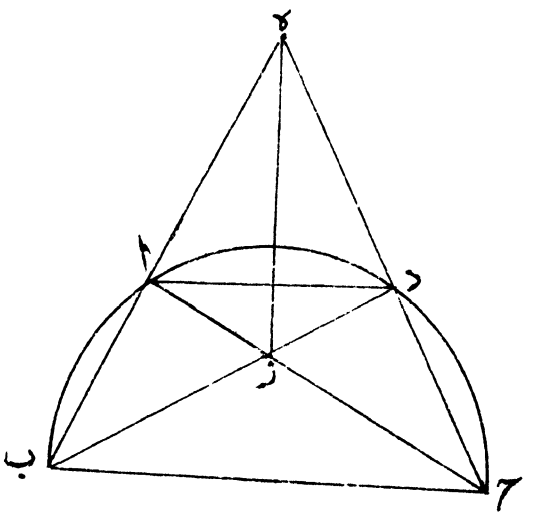
(١) الشكل الرابع .

لزاوية ـ زج د ـ لأن مثلث ـ ح زد ـ تكون مساوية الساقين فزاوية زه د ـ مساوية ـ لزاوية ـ زح د ـ فذو اربعة اضلاع ـ ه زد ح ـ فى دائرة ولنخرج خط ـ ه ج ـ على استقامة الى نقطة ـ ط ـ فزاوية د ح ط ـ مساوية لزاوية ـ ه زد ـ ولانها خارجة عن ذى اربعة اضلاع ـ ه زد ح ـ وزاوية ـ د زد ا ـ مساوية لزاوية ـ ا ح د فزاوية ـ ا ح د ـ ضعف زاوية ـ ا ح ب ـ ولكن زاوية ـ ا ح ط مساوية لزاوية ـ ه ح ج ـ وزاوية ـ ا ح ب ـ مساوية لزاوية ا زد ـ فزاوية ـ ه ح ج ـ ضعف زاوية ـ ا زد ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

ولنفرض نصف دائرة عليه ـ اب ج د ـ ولنصل ـ اج ب د ـ ولنصل ايضا ـ ب ا ج د ـ ولنخرجها على استقامة حتى تلتقيا على نقطة ه ـ فاقول ـ ان مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ مسا ولمسطح ـ ح د ـ فى ـ د ه ـ .

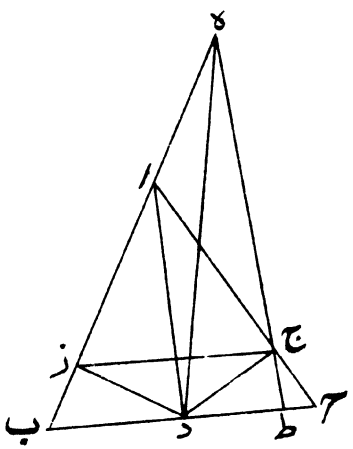
برهان ذلك انه اذا كان مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ مثل مسطح ـ ج د ـ فى ـ د ه ـ تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج مثل نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ فاذا وصلنا ـ ه ز ـ يكون مثلثا ب ز ج ـ ه زد ـ متشابهين وتكون زاوية ـ د ب ج ـ مساوية لزاوية ـ د ه ز ـ واذا وصلنا ـ د ا ـ كانت زاوية ـ د ب ج متساوية لزاوية ـ ج ا د ـ فتكون زاوية ـ د ا ز ـ مساوية لزاوية

(١) الشكل الخامس .



الاصول الهندسية مر٦

شكل (٥)



الاصول الهندسية ص٧

شكل (٦)

د ه ز ـ فيجب ان تكون ذوا ربعة اضلاع ـ ه ا د ز ـ فى دائرة ومن البين انه فى دائرة لأن كل واحدة من زاويتى ـ ه ا ز ـ ز د ه ـ قائمة فقد وجب ان يكون مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ مساويا لمسطح ج د ـ فى ـ د ه ـ و ذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض نصف دائرة عليه ـ ا ب ج د ـ ولنوصل ـ ا ج ب د ـ وليكن مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ى ـ مساويا لمربع ـ د ب ومسطح ـ ح ا ـ فى ـ ا ى ـ مساويالمربع ـ ا ه ـ ولنصل ـ ه ب ز ج ـ فاقول ان خط ـ ز ح ـ مساو لخط ـ ح ه ـ ٠

برهان ذلك لنصل ـ ب ا ـ ج د ـ ولنخرجهما على استقامة حتى يلتقيا على نقطة ـ ط ـ فمسطح ـ ب د ـ فى ـ د ى ـ مساو لمسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ كما قد تبين فيما تقدم ومسطح ـ ج ا فى ـ ا ى ـ مساولمسطح ـ ب ا ـ فى ـ ب ط ـ فمسطح ـ ب ا فى ـ ا ج ـ مساولمربع ـ ا ه ـ ومسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط مساولمربع ـ د ز ـ وزاويتا ـ ط د ز ـ ط ا ه ـ كل واحدة منهما قائمة فاذا وصلنا ـ ز ط ـ ط ه ـ كل واحد من زاويتى ـ ط ز ح ط ه ح ـ قائمة ومن اجل ان مسطح ـ ا ط ـ فى ـ ط ا ـ مساولمسطح ج ط ـ فى ـ ط د ـ ومسطح ـ ب ط ـ فى ـ ط ا ـ مساولمسطح ب ا ـ فى ـ ا ط ـ مع مربع ـ ا ط ـ ومسطح ـ ح ط ـ فى ـ ط د ـ مساولمسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ مع مربع ـ ط د ـ ومربعات

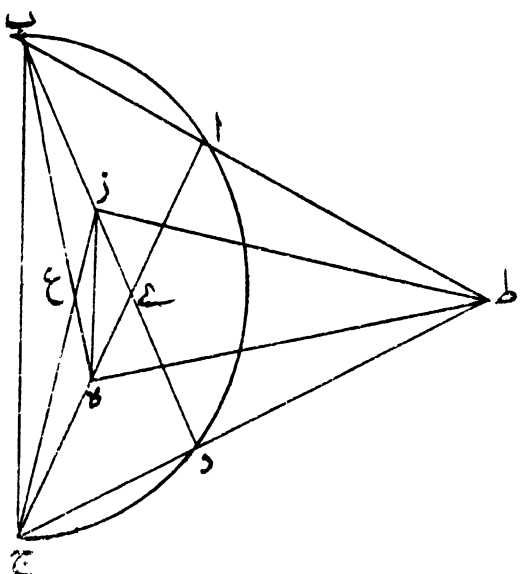
(١) الشكل السادس .

ب ا ـ ا ط ـ ج د ـ د ط ـ مساوية لمربعى ـ ا ه ـ د ز ـ يكون مربعا ـ ط ا ـ ا ه ـ مساويين لمربعى ـ ط د ـ د ز ـ ولكن مربعى ـ ط ا ـ ا ه ـ مساويان لمربع ـ ط ه ـ لان زاوية ـ ط ا ه ـ قائمة فمربع ط ز ـ مساويا لمربع ـ ط ه ـ فخط ـ ط ز ـ مساو لخط ـ ط ه فاذا وصلنا ـ ز ه ـ تكون زاوية ـ ط ز ه ـ مساوية لزاوية ـ ط ه ز ـ ولكن زاوية ـ ط ز ح ـ القائمة مساوية لزاوية ـ ط ه ح القائمة فزاوية ـ ح د ه ـ الباقية مساوية لزاوية ـ ز ه ح ـ الباقية فخط ـ ح ز ـ مساو لخط ـ ح ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١)•

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ ا ب ج د ـ ولنخرج فيه اعمدة ـ ب د ـ ج ه ـ ا ز ـ فاقول ان اعمدة ـ ب د ـ ج ه ا ز ـ متساوية •

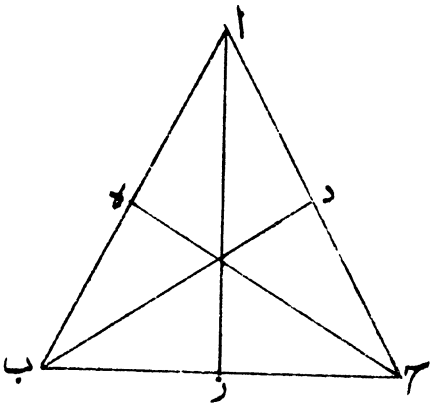
برهان ذلك من اجل ان مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الساقين وقد اخرج فيه عمود ـ ا ز ـ يكون خط ـ ب ز ـ مساويا لخط ز ج ـ وايضا من اجل ان مثلث ـ ج ب ا ـ متساوى الساقين وقد اخرج فيه عمود ـ ج ه ـ يكون خط ـ ا ه ـ مساويا لخط ـ ه ب فخط ـ ج ز ـ مساو لخط ـ ا ه ـ ولنجعل خط ـ ا ج ـ مشتركا فيكون خطا ـ ه ا ـ ا ج ـ مساويين لخطى ـ ا ج ـ ج ز ـ وزاوية ج ا ه ـ مساوية لزاوية ـ ا ج ز ـ فقاعدة ـ ا ب ـ مساوية لقاعدة ج ه ـ وايضا من اجل ان مثلث ـ ب ج ا ـ متساوى الساقين وقد

(١) الشكل السابع.



الاصول الهندسية ص ٨

شكل (٧)



الاصول الهندسية ص ٩

شكل (٨)

اخرج فيه عمود ـ ب د ـ يكون خط ـ ا د ـ مساويا لخط ـ د ه فخط ـ ه ب ـ مساو لخط ـ ج د ـ ولنجعل خط ـ ب ج ـ مشتركا فيكون خطا ـ ه ب ـ ب ج ـ مساويين لخطى ـ ب ج ـ ج د وزاوية ـ ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ج ب د ـ فقاعدة ـ ب د مساوية لقاعدة ـ ج ه ـ وقد كان تبين ان خط ـ ه ج ـ مساو لخط ا ز ـ فخط ـ ب د ـ مساو لخط ـ ا ز ـ فخطوط ـ ه ج ـ ا ز ـ د ب ـ الثلاثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج فيه عمود ـ ا د ـ ولنعلم على خط ـ ب د ـ نقطة كيف ما وقعت وهى نقطة ـ ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ الى خطى ـ ج ا ـ اب عمودين وهما خطا ـ ز ه ـ ه ح ـ فاقول ان ـ ا ه ـ مساو لخطى ز ه ـ ه ج ـ ٠

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا موازيا ـ لاج وهو خط ـ ه ط ـ ولنخرج من نقطة ـ ب ـ خطا يكون عمودا على خط ـ ا ج ـ وهو خط ـ ب ى ـ فمن اجل ان مثلث ـ ا ب ج متساوى الاضلاع وخط ـ ا ج ـ مواز لخط ـ ط ه ـ يكون مثلث ـ ب ط ه ـ متساوى الاضلاع ومن اجل ان خط ـ ب ى عمود على خط ـ ا ج ـ وخط ـ ا ج ـ مواز لخط ـ ط ه ـ فيكون خط ـ ب ك ـ عمودا على خط ـ ط ه ـ وخط ـ ك ى ـ مساو

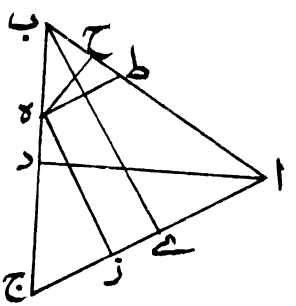
(١) الشكل الثامن.

لخط ـ ه ز ـ لأن سطح ـ ك ه زى ـ متوازى الاضلاع فجميع خط ـ ب ى ـ مساو لخطى ـ ه ح ـ ه ز ـ ولكن خط ـ ب ى مساو لخط ـ ا د ـ فخط ـ ا د ـ مساو لخطى ـ ه ز ـ ه ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج فيه عمود ـ ا د ـ ولنعلم فى داخله نقطة كيف وقعت وهى نقطة ـ ه ولنخرج منها الى اضلاع المثلث اعمدة وهى خطوط ـ ز ه ـ ه ح ه ط ـ فاقول ان خط ـ ا د ـ مساو لخطوط ـ ه ز ـ ه ح ـ ه ط .

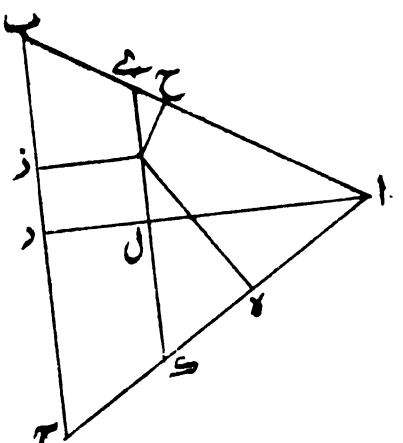
برهان ذلك لنخرج على نقطة ـ ه ـ خطا موازيا لخط ـ ب ج ـ وهو خط ـ ى ه ل ك ـ فمن اجل ان خط ـ ب ك ـ موازٍ لخط ـ ب ج ـ وخط ـ ه ز ـ موازٍ لخط ـ د ل ـ يكون سطح ه د ـ متوازى الاضلاع ومن اجل ان مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الاضلاع وقد اخرج فيه عمود ـ ا د ـ وخط ـ ب ك ـ موازٍ لقاعدته وهى لقاعدته وهى خط ـ ب ج ـ يكون مثلث ـ ا ى ك متساوى الاضلاع ومن اجل ان مثلث ـ ا ى ك ـ متساوى الاضلاع وقد اخرج فيه عمود ـ ا ل ـ ونعلم على خط ـ ب ك ـ نقطة ما كيف وقعت وهى نقطة ـ ه ـ واخرج منها عمود ان على خطى ـ ى ا ـ ا ك ـ وهما خطا ـ ه ح ـ ه ط ـ يكون خط ـ ا ل ـ مساويا لخطى ه ح ـ ه ط ـ وقد كان تبين ان خط ـ ل ه ـ مساو لخط ـ ه ز ـ فخط

(١) الشكل التاسع.



الاصول الهندسية ص۱۰

شکل (۹)



الاصول الهندسية ص ٦١

شكل (١٠)

اد – اذن هو مساو لخطوط – ه ز – ه ح – ه ط – وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه – ا ب ج – ولنخرج من نقطة – ا – عمودا على خط – ا ب – وهو – ا د – ولنخرج خط – ب ج – على استقامة حتى يلتقى خط – ا د – على نقطة – د ولنقسم خط – ا ب – بنصفين على نقطة – ه – ولنصل – ه ز د ولنخرج من نقطة – ز – خطا موازيا لخط – ا ب – وهو خط – ز ح – فاقول ان مسطح – د ا – فى – ا ح – مساو لمربع ا ج – .

برهان ذلك لنخرج – ز ح – على استقامة الى نقطة – ط فمن اجل ان مثلث – ا ب ج – متساوى الساقين وخط – ز ط مساويا لخط – ا ب – يكون خط – ز ط – مساويا لخط – ز ج وايضا من اجل ان خط – ا ه – مساو لخط – ه ب – وخط – ه ب موازلخط – ح ط – يكون خط – ح ز – مساويا لخط – ز ط وقد كان تبين ان خط – ز ط – مساو لخط – ز ج – لخط – ز ج مساو لخط – ز ج – لخطوط – ز ط – ز ح – ز ج – الثلاثة متساوية فاذا وصلنا – ح ج – تكون زاوية – ج ح ط – قائمة فزاويتا – ز ح ج – ح ط ج – الباقيتان متساويتان لقائمة واحدة وزاوية – ز ط ج – مساوية لزاوية – ا ب ج – فزاوية – ا ب ج – مع زاوية

(١) الشكل العاشر .

زح ج ـ مساويتان لقائمة واحدة وزاوية ـ ا ب ج ـ مع زاوية ا د ب ـ مساويتان لقائمة واحدة فزاوية ـ ا د ب ـ مساوية لزاوية زح ج ـ وزاوية ـ زح ج ـ مساوية لزاوية ـ ز ج ح ـ فزاوية ـ ا د ب ـ مساوية لزاوية ـ ز ج ح ـ فسطح ـ د ا ـ فى ـ أ ح ـ مساولمربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

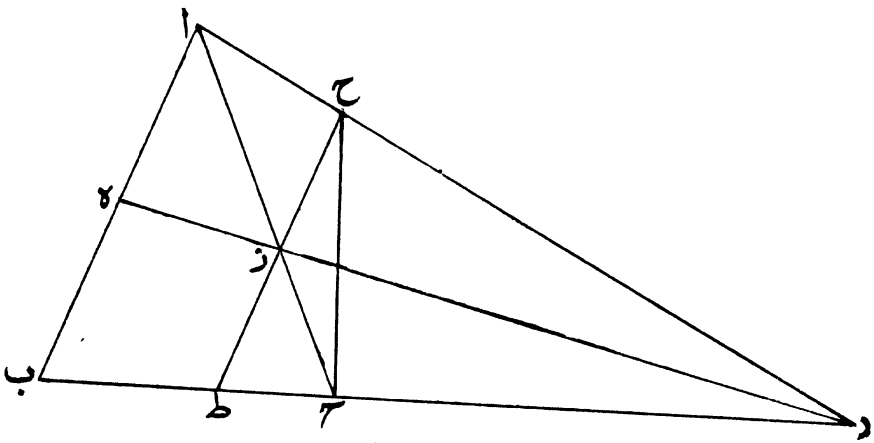
لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ لى خط ـ ب ج ـ خطا يحيط مع ـ ب ا ـ بزاوية مساوية لزاوية ـ ا ج ب ـ وهو خط ـ ا د ـ فزاوية ـ ب ا د ـ مساوية لزاوية ـ ا ج د ـ فاقول ان مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مساولمربع ـ ا ب •

برهان ذلك من اجل ان زاوية ـ ا ج ب ـ مساوية لزاوية ب ا د ـ فجعل زاوية ـ ا ب ج ـ مشتركة لمثلثى ـ ا ب ج ـ ا ب د فتكون زاوية ـ ب د ا ـ الباقية مثل زاوية ـ ب ا ج ـ فمثلثا ـ ا ب ج ـ ا ب د ـ متساويا الزوايا فهما اذن متشابهان فنسبة ـ ج ب الى ـ ب ا ـ مثل نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ فمسطح ـ ج ب فى ب د ـ مساولمربع ـ ا ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) •

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ ا ب ج ـ وليكن ساقاه المتساويان خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا خطا يكون عمودا على خط ـ ب ج ـ وهو خط ـ ا د ـ فاقول ان

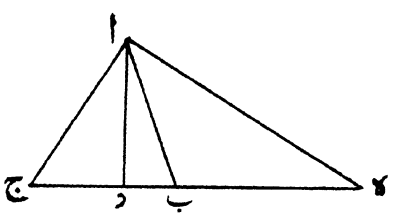
---

(١) الشكل الحادى عشر (٢) الشكل الثانى عشر .



الاصول الهندسية ص ١٢
شكل (١١)

بياض فى الاصل
الاصول الهندسية ص ١٢
شكل (١٢)



الاصول الهندسية ص٣

شكل (١٣)

مسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ب ـ مرتين مساولمربع ـ ا ج ـ ٠

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ا ـ عمودا على خط ـ ا ج وهوخط ـ ا ه ـ ولنخرج خط ـ ب ج ـ على استقامة حتى يلقى خط ـ ا ه ـ وليكن التقاؤهما على نقطة ـ ه ـ فمن اجل ان زاوية ه ا ج ـ قائمة وخط ـ ج ب ـ مساو ـ لخط ـ ا ب تكون خطوط ـ ، ب ـ ب ج ـ ب ا ـ الثلاثة متساوية فخط ـ ه ج ضعف خط ـ ج ب ـ فمسطح ـ ه ج ـ فى ـ ج د ـ مساولمربع ج ا ـ لأن زاوية ـ ه ا ج ـ قائمة وخط ـ د ا ـ عمود على خط ب ج ـ فمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ب ـ مرتين مساولمربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج د ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج ـ عمود ـ ا د ـ فاقول ان زيادة مربع ـ ب د ـ على مربع ـ د ج ـ مثل زيادة مربع ـ ب ا ـ على مربع ـ ا ج ٠

برهان ذلك من اجل انه اذا زيد على زيادة مربع ـ ب د على مربع ـ د ج ـ مربع ـ ا د ـ كانت مثل زيادة مربعى ـ ب د د ا ـ على مربعى ـ ا د ـ د ج ـ ومربعا ـ ب د ـ د ا ـ مساويان لمربع ـ ا ب ـ ومربعا ـ ا د ـ د ج ـ مساويان لمربع ـ ا ج ـ فتكون زيادة مربع ـ ب د ـ على مربع ـ د ج ـ مثل زيادة مربع ـ ب ا

(١) الشكل الثالث عشر.

على مربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

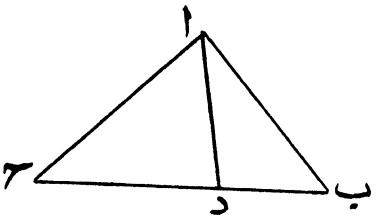
لنفرض مثلثا قائم الزاوية عليه ـ اب ج ـ ولتكن زاويته القائمة زاوية ـ ا ـ ولنقسم ـ ب ج ـ بنصفين على نقطة د ـ ولنصل ـ اد ـ فاقول ان خطوط ـ اد ـ ب د ـ د ج ـ متساوية .

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ اب وهو خط ـ د ه ـ فمن اجل ان خط ـ ب د ـ مساو لخط ـ د ج وخط ـ د ه ـ موازٍ لخط ـ اب ـ يكون خط ـ اه ـ مساويا لخط ـ ه ج ـ وزاوية ـ ب ا ج ـ فرضت قائمة فزاوية ـ ح ـ التي تليها قائمة وكذلك زاوية ـ ز ـ ومن اجل ان خط ـ اه ـ مساو لخط ـ ه ج ـ وخط ـ ه ا ـ مشترك وزاوية ـ ح ـ مساوية لزاوية ز ـ تكون قاعدة ـ اه ـ مساوية لقاعدة ـ د ج ـ ولكن خط د ج ـ مساو لخط ـ د ب ـ فخطوط ـ اد ـ ب ه ـ د ج ـ الثلاثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

لنفرض مثلثا متساوي الساقين عليه ـ اب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج ـ خطا كيف ما وقع وهو خط اد ـ فاقول ان مسطح ـ ب د ـ في ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا مساو لمربع ـ ا ج .

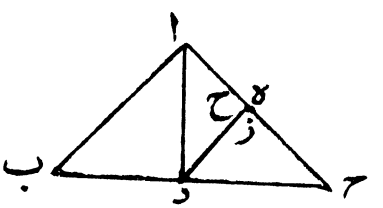
---

(١) الشكل الرابع عشر (٢) الشكل الخامس عشر .



الاصول الهندسية ص١٣

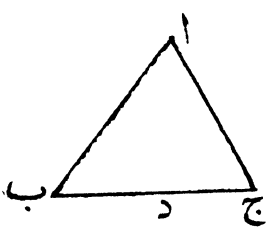
شكل (١٤)



الاصول الهندسية ص١٣

شكل (١٥)

٣٤١٩



الاصول الهندسية ص١٥

شكل(١٦)

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج عمود ـ اه ـ فمن اجل ان خط ـ ب ج ـ قد قسم بنصفين على نقطة ـ ه ـ وبقسمين مختلفين على نقطة ـ د ـ يكون مسطح ـ ب د فى ـ د ج ـ مع مربع ـ ه د ـ مساويا لمربع ـ ه ج ـ ولنجعل مربع اه ـ مشتركا فيكون مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربعى اه ـ ه د ـ مساولمربعى ـ اه ـ ه ج ـ ولكن مربعى ـ اه ـ ه د مساويان لمربع ـ ا د ـ لأن زاوية ـ اه د ـ قائمة ومربعا ـ اه ه ج ـ مساويان لمربع ـ اج ـ لأن زاوية ـ اه ج ـ قائمة فمسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ مساولمربع ـ اج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ خطين وهما خطا ـ ا د ـ اه ـ ولتكن نسبة مسطح ب د ـ فى ـ د ج الى مربع ـ د ا ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى ه ب ـ الى مربع ـ ه ا ـ فاقول ان خط ـ د ا ـ مساوخط ـ اه ٠

برهان ذلك من اجل ان نسبة مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ الى مربع اه ـ فانا اذا ركبنا كانت نسبة مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى

(١) الشكل السادس عشر .

ه ب ـ مع مربع ـ ه ا ـ الى مربع ـ ا ه ـ ولكن مسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ مساولمربع ـ ا ب ـ ومسطح ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مع مربع ـ ه ا ـ مساولمربع ـ ا ج ـ فنسبة مربع ـ ج ا ـ الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مربع ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ه ـ والمقدمان متساويان فالتاليان اذن متساويان فخط ـ د ا مساوخط ـ ا ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

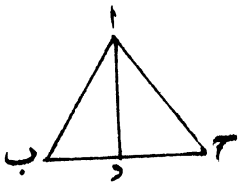
لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج ـ ولنقسم زاوية ـ ا ـ بنصفين بخط ـ ا د ـ فاقول ان نسبة خطى ـ ب ا ـ جميعا الى خط ـ ج ب مثل ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ ٠

برهان ذلك من اجل ان زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ج قد قسمت بنصفين بخط ـ ا د ـ تكون نسبة ـ ب ا ـ الى ـ ا ج مثل نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ واذا بدلنا كانت نسبة ـ ا ب الى ـ ب ـ د ـ مثل نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج د ـ ونسبة الجميع الى الجميع مثل نسبة واحد الى واحد فنسبة خطى ـ ب ا ـ ا ج ـ الى خط ـ ج ب مثل نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج خطى ـ ج ا ـ ب ا على استقامة الى نقطى ـ د ه ـ ولنصل ـ د ج ـ ه ب ـ ولنخرج

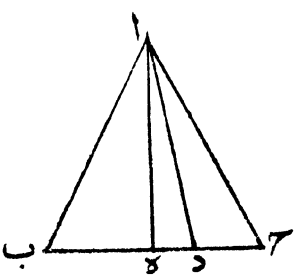
---

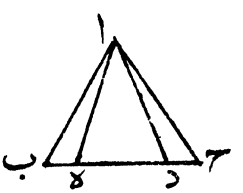
(١) الشكل السابع عشر (٢) الشكل الثامن عشر .



الاصول الهندسية ص ١٦

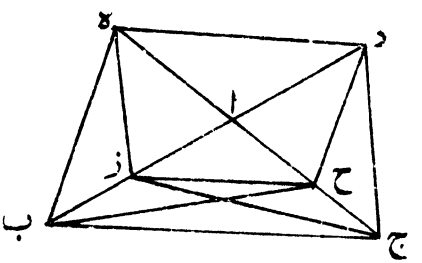
شكل (١٧)





الاصول الهندسية ص ١٦

شكل (١٨)



الاصول الهندسية ص ١٧

شكل (١٩)

من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ ه ب ـ وهو خط ـ د ح ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا موازيا لخط ـ د ج ـ وهو خط ـ ه ز ـ ولنصل ـ ز ح ـ فاقول ان خط ـ ز ح ـ موازلخط ـ ب ج.

برهان ذلك لنصل ـ ز ج ـ ه ب ـ ه د ـ فمثلث ـ ز ه ج ـ مساولمثلث ـ د ز ج ـ لأنهما على قاعدة واحدة وهى خط ز ج ـ وبين خطين متوازيين وهما خطا ـ د ج ـ ه ز ـ ويلقى مثلث د ا ج ـ المشترك فيكون مثلث ـ د ا ه ـ الباقى مساويا لمثلث ـ ج ا ز ـ الباقى ومثلث ـ د ه ب ـ مساولمثلث ـ ح ه ب ـ لأنهما على قاعدة واحدة وهى خط ـ ه ب ـ وبين خطين متوازيين وهما ـ ه ب ـ د ح ـ ويلقى مثلث ـ ه ا ب ـ المشترك فيكون ـ د ا ه الباقى مساويالمثلث ـ ا ب ج ـ الباقى ولكن قدكان تبين ان مثلث د ا ه ـ مساولمثلث ـ ج ا ب ـ فمثلث ـ ا ب ج ـ مساولمثلث ـ ا ز ج ـ ويلقى مثلث ـ ا ز ح ـ المشترك يكون مثلث ـ ب ز ح الباقى مساولمثلث ـ ح ز ج ـ وهما على قاعدة واحدة وهى خط ـ ز ح ـ فهما بين خطين متوازيين فخط ـ ز ح ـ موازلخط ـ ب ج وذلك ـ ما اردنا ان نبين (١).

لنفرض خط ـ ا ب ـ مساويا لخط ـ ا ج ـ وخط ـ ب د مساويالخط ـ د ج ـ وليكن كل واحدة من زاويتى ـ ب ا ج ـ ب

---

(١) الشكل التاسع عشر.

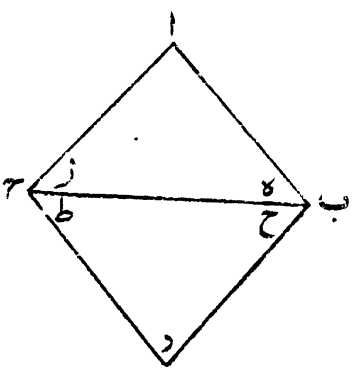
د ج ـ قائمة فاقول ان زاوية ـ ا ب د ـ مساوية لزاوية ـ ا ج د ٠

برهان ذلك لنصل ـ ب ج ـ فمن اجل ان زاوية ـ ا ـ قائمة تكون زاويتا ـ ه ـ ز ـ مساويتين لقائمة واحدة وايضا من اجل ان زاوية ـ د ـ قائمة تكون زاويتا ـ ح ـ ط ـ مساويتين لقائمة واحدة وقد كانتا زاويتا ـ ه ـ ز ـ مساويتين لقائمة واحدة فزاويتا ـ ه ـ ز مساويتان لزاويتى ـ ح ـ ط ـ فجميع زاوية ـ ه ح ـ مساوية لجميع زاوية ـ ز ط ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

تم كتاب ارشميدس فى الاصول الهندسية وهو عشرون شكلا

ولله الحمد وصلواته على نبيه محمد وآله

(١) الشكل العشرون .



الاصول الهندسية ص١٨
شكل (٢٠)

كتاب

فى الدوائر المتماسة

لارشميدس

المقتول سنة مائتين واثنا عشر قبل الميلاد

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

بعاصمة الدولة الآصفية الاسلامية

حيدرآباد الدكن

لازالت شموس افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى آخر الزمن

سنة ١٣٦٦ هـ / ١٩٤٧ م

تعداد الطبع ٥٠٠٠ / ١٣٥٦ ف

بسم الله الرحمن الرحيم

قال ارشميدس اذا كانت دوائر كم كانت متتالية متماسة ومراكزها على خط واحد واخرج ذلك الخط على استقامة وتعلمت عليه نقطة ما واخرج منها خط يماس الدوائر فان الدوائر متناسبة على توالها وان كانت الدوائر متناسبة على توالها فان الخط الذى يماس دائرتين متتاليتين منها اذا اخرج على استقامة ماس باقى الدوائر.

مثال ذلك لنفرض دوائر متتالية متماسة على مراكزها اب ج ـ وليكن مراكز ـ اب ج ـ على خط واحد بمستقيم وهو خط ـ اج ـ ولنفرض الدوائر يماس بعضها بعضا على نقطتى ـ د ه ـ ولنعلم على خط ـ اج ـ نقطة ـ ز ـ وليخرج منها خط يماس الدوائر على نقط ـ ح ط ك.

فاقول ان نسبة دائرة (١) الى دائرة ـ ب ـ كنسبة دائرة ب ـ الى دائرة ـ ج.

برهان ذلك لنخرج من النقطة المماسة اقطارا على المراكز وهى خطوط ـ ك ا ل ـ ط ب م ـ ح ج ن ـ ولنصل ـ ل د د ط ـ م ه ـ ه ح ـ فمن اجل ان خطوط ـ ك ل ـ ط م ـ ح ز قد اخرجت من النقط المماسة على المراكز فانها اعمدة على الخط

(١) بياض بالاصل

المماس فهى اذن متوازية فزاوية ـ ل ا د ـ اذن مساوية لزاوية ـ د ل ط ـ ومثلثا ـ ل ا د ـ د ل ط ـ متساويا الساقين فزاوية ـ ا د ب اذن مساوية لزاوية ـ ب د ط ـ فخط ـ ا ب ـ مستقيم فخط ـ ل ط اذن ايضا مستقيم وبمثل ذلك تبين ان خط ـ م ح ـ مستقيم ومن اجل ان مثلثى ـ ل ك ط ـ م ط ح ـ القائمى الزوايا زاويتا ـ ا ل ج ـ ب م د ـ منهما متساويتان فان الزاويتين الباقيتين منهما وهما ـ ك ط ل ط ح م ـ متساويتان فخط ـ ل ط ـ اذن موازلخط ـ م ح ـ ومن اجل ان مثلثى ـ ك ل ط ـ م ط ح ـ متشابهان تكون نسبة ـ ل ك الى ـ ل ط ـ مثل نسبة ـ م ط ـ الى ـ ط ح ـ واذا بدلنا تكون نسبة ل ك ـ الى ـ م ط ـ مثل نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ح ـ ولكن نسبة ك ل ـ الى ـ ط م ـ مثل نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ط ب ـ اعنى مثل نسبة ك ز ـ الى ـ ز ط ـ فنسبة (١) اذن الى ـ ز ط ـ مثل نسبة ـ ك ط ـ الى ط ح ـ ومن اجل ان نسبة كل ـ ك ز ـ الى كل ـ ز ط ـ مثل نسبة ك ط ـ المنقوص الى ـ ط ح ـ المنقوص تكون نسبة ـ ط ن الباقى الى ـ ز ح ـ الباقى مثل نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ط ـ ولكن نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ط ـ مثل نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ط ب ـ اعنى مثل نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط م ـ ونسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ مثل نسبة ط ب ـ الى ـ ح ج ـ اعنى مثل نسبة ـ ط م ـ الى ـ ح ن ـ فنسبة ك ل ـ اذن الى ـ ط م ـ مثل نسبة ـ ط م ـ الى ـ ح ن ـ فنسبة مربع

(١) هنا خرم فى الاصل .

ك ل ـ الى مربع ـ ط م ـ مثل نسبة مربع ـ ط م ـ الى مربع ـ ح ن ونسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات اقطارها بعضها الى بعض فنسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة دائرة ـ ب ـ الى دائرة ـ ج وذلك ما اردنا ان نبين (١)٠

وايضا لتكن الدوائر متناسبة على توالبها ولنفرض خط ـ ز ح ـ تماس دائرتى ـ ج ب ـ على نقطتى ـ ح ط ٠

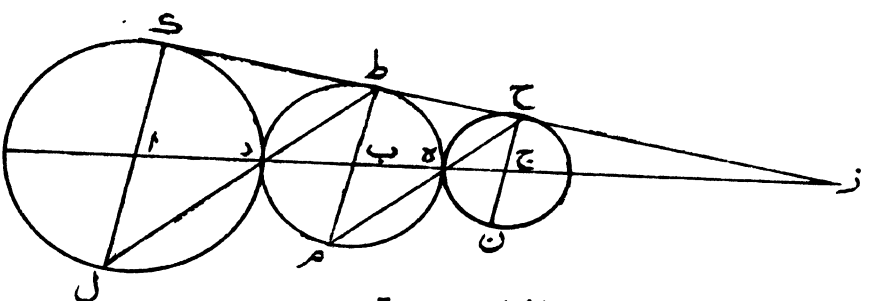
فاقول انا اذا اخرجنا خط ـ ز ط ـ على استقامته ماس باقى الدوائر٠

برهان ذلك لنخرج على نقطة ـ ا ـ خطا موازيا لخط ـ ط م وهو قطر ـ ك ا ل ـ ولنصل ـ ط ك ـ ولنتمم باقى الرسم على ما فى الشكل الذى تقدم فتبين لنا (٢) ان خط ـ ل ج ـ على استقامة خط ج ط ـ وان خط ـ ل ط ـ موازلخط ـ م ح ـ وان مثلث ـ ك ل ط ـ مشابه لمثلث ـ ط م ح ـ ومن اجل ان الدوائر متناسبة على توالبها فان نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط م ـ مثل نسبة ـ ط م ـ الى ـ ح ن ولكن نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط م ـ اعنى نسبة ـ ا ل ـ الى ـ ط ب ـ مثل نسبة ـ ل د ـ الى ـ ز ط ـ اعنى مثل ـ ل د ـ الى ـ م ه ـ ونسبة ط م ـ الى ـ ح ن ـ اعنى نسبة ـ ب م ـ الى ـ ج ح ـ مثل نسبة ـ م ه ـ الى ـ ه ح ـ اعنى مثل نسبة ـ د ط ـ الى ـ ه ح ـ وقد كانت نسبة ل د ـ الى ـ م ه ـ مثل نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط م ـ ونسبة ـ ك ل ـ

---

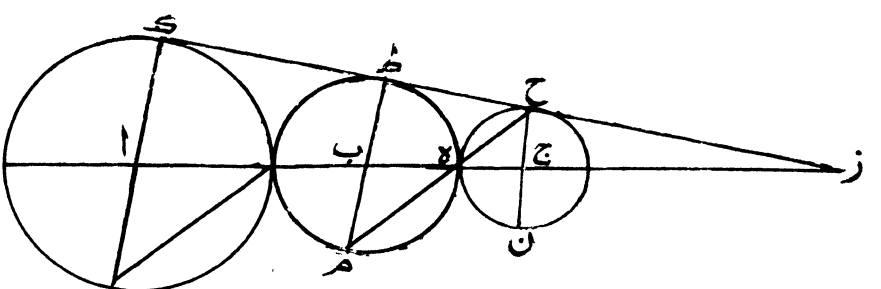
(١) الشكل الاول (٢) هنا خرم فى الاصل.

اذن



الدوائر المتماسة ص ٢

شكل (١)



الدوائر المتماسة ص٥

شكل (٢)

اذن الى ـ ط م ـ مثل نسبة ـ ل د ـ الى ـ م ه ـ ومثل نسبة ـ د ط ـ الى ه ح ـ اعنى مثل نسبة جميع ـ ل ط ـ الى جميع ـ م ح ـ ومن اجل ان نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط م ـ مثل نسبة ـ ل ط ـ الى ـ م ح ـ والزاويتان اللتان محيط بها متساويتان فان مثلثى ـ ك ل ط ـ ط م ح ـ متشابهان فزاوية ـ ل ك ط ـ مساوية لزاوية ـ م ط ح ـ وزاوية ـ م ط ح قائمة فزاوية ـ ل ك ط ـ قائمة وخط ـ ك ل ـ موازلخط ـ ط ب فزاوية ـ ك ط م ـ اذن قائمة وقد كانت زاوية ـ ب ط ح ـ قائمة فخط ـ ح ط ـ اذن على استقامة خط ـ ط ك ـ ويماس دائرة ـ ا ٠

وبمثل ذلك تبين انه اذا كانت دوائر اكثر من هذه كم كانت تماسها كلها ٠

وايضا لنفرض الدوائر على مافى المقدمة ولنصل ـ ل ك ـ ك د ط ه ـ ه ح ـ ح ن ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا يماس كل واحدة من دائرتى ـ ا ب ـ وهو خط ـ د م ـ فخط ـ د م ـ عمود على خط ل ز ـ ومن اجل ان كل واحد من خطى ـ ك م ـ م د ـ يماس دائرة ا ـ يكون خط ـ ل م ـ مساويا لخط ـ م د ـ وكذلك ايضا يكون خط ـ ط م ـ مساويا لخط ـ م د ـ فخطوط ـ ك م ـ م د ـ ط م الثلاثة متساوية والدائرة المرسومة على مركز ـ م ـ وببعد ـ م ك كدائرة ـ ك د ط ـ تجوز على نقط ـ ك د ط ـ فزاوية ـ ك د ط قائمة وزاوية ـ ل ك د ـ قائمة فخطا ـ ل ك ـ ط د ـ متوازيان ٠

---

(١) الشكل الثانى.

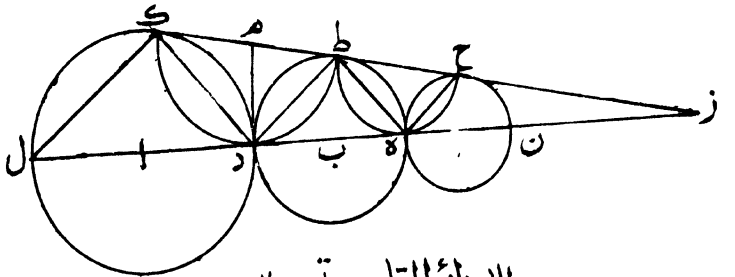
وبمثل ذلك تبين ان خطى ـ د ط ـ ه ح ـ متوازيان وايضا من اجل ان خط ـ ز ح ك ـ يماس دائرة ـ ا ـ على نقطة ـ ك ـ وخط ك د ـ لما يفصلها تكون زاوية ـ ط ك ـ مساوية لزاوية ـ ك ل د ومثلثا ـ ل ك د ـ ك د ط ـ قائمة الزاويتين فزاوية ـ ك د ل ـ الباقية مساوية لزاوية ـ ك ط د ـ الباقية فمثلثا ـ ل ك د ـ ك د ط ـ متشابهان ولكن مثلث ـ ل ك د ـ هو مشابه لمثلث ـ د ط ه ـ ومثلث ـ ك د ط ـ مشابه لمثلث ـ ط ه ح ـ فمثلثات ـ ل ك د ـ ك د ط ـ ط ه ح ه ح ن ـ اذن متشابهة فنسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك د ـ مثل نسبة ـ ك د ـ الى ـ ط د ـ ومثل نسبة ـ د ط ـ الى ـ ط ه ـ ومثل نسبة ـ ط ه ـ الى ـ ه ح ـ فاذا القينا الاوساط تصير نسبة ـ ل ك ـ الى ـ د ط ـ مثل نسبة ـ د ط ـ الى ـ ه ح ـ ولكن نسبة ـ ل ك ـ الى ـ د ط مثل نسبة ـ ل د ـ الى ـ د ه ـ ونسبة ـ د ط ـ الى ـ ه ح ـ مثل نسبة د ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ل د ـ الى ـ د ه ـ اذن مثل نسبة ـ د ه الى ـ ه ز ـ فنسبة مربع ـ ل د ـ اذن الى مربع ـ د ه ـ مثل نسبة مربع د ه ـ الى مربع ـ ه ز ـ فنسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة دائرة ـ ب ـ الى دائرة ـ ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

وايضا لتكن الدوائر متناسبة على توالبها وليكن خط ـ ز ح يماس دائرتى ـ ج ب ـ على نقطتى ـ ح ط ـ .

فنقول انا اذا اخرجنا خط ـ ز ح ط ـ على استقامته ماس

---

(١) الشكل الثالث . دائرة



الدوائر المتماسة ص٦

شكل (٣)

دائرة ـ ا ـ ٥

برهان ذلك لنصل خطوط ـ ب ح ـ ح ه ـ ه ط ـ ط د ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ ط ه ـ وهو خط ـ دك ولنصل ـ ط ك ـ ك ل ـ فمن اجل ان خط ـ ك د ـ موازلخط ـ ط ه تكون زاوية ـ ك د ل ـ مساوية لزاوية ـ ط ه د ـ وزاوية ط ه د ـ قائمة وهى مساوية لزاوية ـ ط د ك ـ لأن خطى ـ ك د ط ه ـ متوازيان وزاوية ـ د ك ل ـ قائمة لانها فى نصف دائرة ل ك د ـ فزاوية ـ ط د ك ـ اذن مساوية لزاوية ـ د ك ل ـ فخط ا ك ـ اذن مساولخط ـ د ط ـ ومن اجل ان المثلثات متشابهة على ما تبين فيما تقدم تكون نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ح ه ـ مثل نسبة ـ ح ه الى ـ ه ط ـ ومثل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ فنسبة ـ ز ح ـ اذن الى ـ م ط ـ مثل نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ه ط ـ مثناة ولكن نسبة ـ ز ح الى ـ ه ط ـ مثل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ د ك ـ ونسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ه كنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ فنسبة ـ ء ط ـ اذن الى ـ ط د كنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ مثناة فنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ مثل نسبة ـ ط د ـ الى ـ د ك ـ وهى تحيط بزوايا متساوية فمثلث ـ ك د ط ـ مشابه لمثلث ـ د ط ه ـ وزاوية ـ د ك ط ـ مساوية لزاوية د ط ه ـ وقد كانت زاوية ـ ح ط ه ـ مساوية لزاوية ـ ط د ه فزاوية ـ ح ط ه ـ اذن مساوية لزاوية ـ ط ك د ـ ومن اجل ان

زاويتى ـ ك ط ح ـ ط ح ه ـ معادلتين لقائمتين وزاوية ـ ك د ط مساوية لزاوية ـ ط ح ه ـ تكون زوايا ـ د ب ه ـ د ط ح ـ معادلتين لقائمتين فخط ـ ك ط ـ على استقامة خط ـ ه ز ـ وايضا من اجل ان زاوية ـ ط ك د ـ مساوية لزاوية ـ د ل ك ـ يكون خط ـ ز ك ـ مماسا لدائرة ـ ا ـ لقلت ما قيل فى المقالة الثالثة من كتاب اوقليدس الموسوم بالاسطقسات وقد يحصل لنا معا بينا انه اذا كان دائرتان تتماسان من خارجهما وما بينهما جميعا خط واحد كخط ـ ط ك ـ فان الخط المماس يكون وسطا بين قطرى الدائرتين على توالى النسبة وذلك انه يتشابه المثلثات تكون نسبة ـ ل د ـ الى ـ ك ط ـ كنسبة ـ ك ط الى ـ د ه (١) .

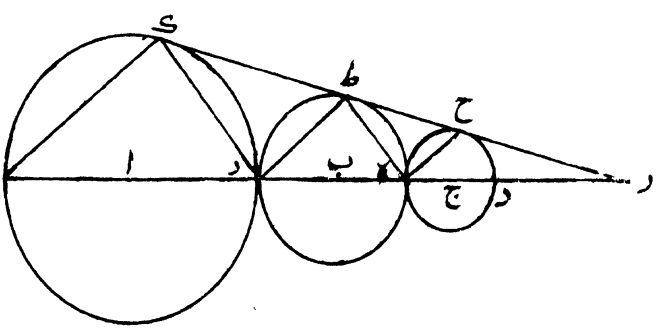
اذا كانت دوائر متتالية مراكزها على خط واحد مستقيم واخرج ذلك الخط وفرض على المخرج منه نقطة ماء اخرج منها خط مستقيم يماس الدوائر فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات الخطوط التى يماسها بعضها الى بعض .

مثال ذلك لنفرض دائرتين على مركزى ـ ا ب ـ وليكن مركزا ـ اب ـ على خط واحد مستقيم وليخرج خط ـ اب ـ وليتعلم على دائرة ـ ب ـ نقطة ـ ه ـ ويخرج خطا يلقى خط ـ اب ـ وتماس دائرة ـ ب ـ على ـ ه ـ ودائرة ـ ا ـ على ـ ز .

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ مثل نسبة المربع

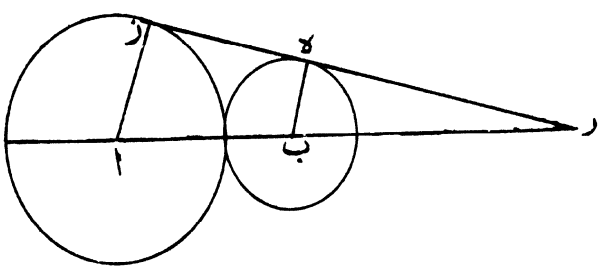
---

(١) الشكل الرابع .



الدوائر المتماسة ص ٨

شكل (٣)



الدوائر المتماسة ص ٩

شكل (٥)

الذى يكون من خط ـ ز د ـ المماس الى المربع الذى يكون من خط ه د ـ المماس ٠

برهانه لنصل ـ ز ا ه ب ـ فمن اجل ان كل واحدة من زاويتى ا ز د ـ ب ه د ـ قائمة يكون خط ـ ز ا ـ موازيا لخط ـ ه ب ـ فنسبة ز ا ـ الى ـ ه ب ـ اعنى نسبة قطر دائرة ـ ا ـ الى قطر دائرة ـ ب كنسبة ـ ز د ـ المماس الى ـ د ه ـ المماس فنسبة مربع قطر دائرة ـ ا الى مربع قطر دائرة ـ ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب كنسبة مربع خط ـ ز د ـ المماس الى مربع خط ـ د ه ـ المماس وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

اذا كانت دوائر متماسة مراكزها على خط واحد وهى متناسبة على توالبها واخرج من مراكزها خطوط تماسها على ترتيب فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات الخطوط الذى يماسها بعضها الى بعض فلنفرض دوائر متماسة على مراكز ـ ا ـ ب ـ ج د ـ وليكن مراكز ـ ا ـ ب ـ ج ـ د ـ على خط واحد ولتكن متناسبة على توالبها وليخرج من خط ـ ا ـ ب ـ ج د ـ خطوط تماس دوائر ـ ا ـ ب ـ ج ـ د ـ على ترتيب وهى خطوط ـ ب ط ج ك ـ د ـ ل ٠

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب كنسبة مربع خط ب ط ـ الى مربع خط ـ ح ك ـ ونسبة دائرة ـ ب ـ الى دائرة ـ ج

(١) الشكل الخامس .

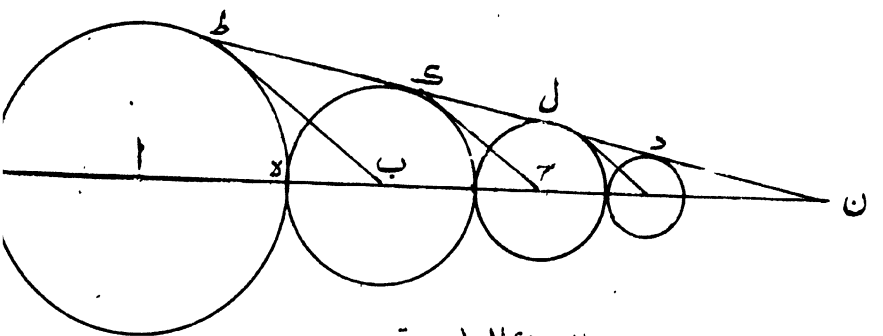
كنسبة مربع خط ـ ج ك ـ الى مربع خط ـ د ل .

برهان ذلك من اجل ان الدوائر متناسبة على تواليها تكون نسبة قطر ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ مثل نسبة ـ ه ز ـ ال ـ زح ـ اعنى مثل نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ج ـ فاذا بدلنا تكون نسبة ـ م ه ـ الى ـ ه ب كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ج ـ واذا ركبنا تكون نسبة ـ م ب ـ الى ب ه ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ب ـ ولكن خط ـ ب ط ـ هو متوسط بين خطى ـ م ب ـ ن ه ـ وخط ـ ك ج ـ متوسط بين خطى ـ ه ج ـ ج ز ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ب ه ـ اذن كنسبة ك ج ـ الى ـ ج ز ـ واذا بدلنا تكون نسبة ـ ب ط ـ الى ـ ك ج كنسبة ـ ه ب ـ الى ـ ز ج ـ ونسبة ـ ه ب ـ الى ـ ز ج ـ كنسبة م ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ك ج ـ اذن كنسبة قطر ـ م ه الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ مربع ـ م ه ـ الى مربع ـ ه ز ـ اعنى نسبة دائرة ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع ـ ط ب ـ الى مربع ـ ك ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين .

وقد يحصل لنا من هاهنا ان نعلم ان خطوط ـ ط ب ـ ك ج ل د ـ متناسبة على تواليها متوازية وعلم ذلك سهل ولقرب مأخذه اذا وصلنا بين النقط المماسة وبين المراكز فانه تحدث لنا مثلثات قائمة الزوايا متشابهة فى الحلقة والوضع (١) .

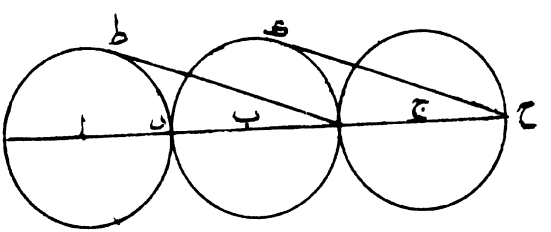
واقول ان هذا بعينه يعرض اذا اخرجت الخطوط المماسة من

(١) الشكل السادس .



الدوائر المتماسة ص ١٠

شكل (٦)



الدوائر المتماسة ص ١١

شكل (٧)

اطراف الاقطار لا من المراكز كالذى هو مرسوم فى هذه الصورة

برهان ذلك من اجل ان نسبة قطر ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ه ز ـ الى ـ ز ح ـ فانا اذا ركبنا تكون نسبة ـ م ز ـ الى ـ ز ه مثل نسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ز ـ ولكن خط ـ ز ط ـ هو موسط بين خطى ـ م ز ـ ز ه ـ وخط ـ ك ج ـ هو موسط بين خطى ـ ه ح ح ز ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ك ح ـ مثل نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح اعنى كنسبة ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة مربع ـ م ه ـ الى مربع ـ ه ز اعنى نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع خط ـ ط ز المماس الى مربع ـ ك ح ـ المماس ٠

وقد تبين ايضا مما تقدم ان هذه الخطوط المماسة متوازية متناسبة على تواليها كم كانت (١) ٠

اذا كانت دوائر تتماس من داخل على نقطة واحدة كانت متناسبة على تواليها واخرج من اطراف اقطارها خطوط تماسها على ترتيب فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسبة مربعات الخطوط التى تماسها بعضها الى بعض ٠

مثال ذلك لنفرض دوائر على اقطار ـ اب ـ اج ـ اد ولتكن متناسبة على تواليها وليماس بعضها بعضا على نقطة ـ ا ـ ولنخرج من نقطتى ـ ج ـ د ـ خطين يماسان الدوائر وهما خطا ـ ح ه ـ د ز ٠ فاقول ان نسبة دائرة ـ اه ب ـ الى دائرة ـ ا ز ج ـ كنسبة

---

(١) الشكل السابع

مربع خط ـ ه ج ـ المماس الى مربع خط ـ زد ـ المماس •

برهان ذلك من اجل ان نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ج ا ـ الى ـ ا ب ـ فانا اذا فصلنا وبدلنا كما بينا فيما تقدم تكون نسبة زد ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ب ـ فنسبة مربع ـ زد اذن ـ الى مربع ـ ه ج ـ كنسبة مربع ـ ج ا ـ الى مربع ـ ا ب اعنى مثل نسبة دائرة ـ ج ز ا ـ الى دائرة ـ ب ه ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

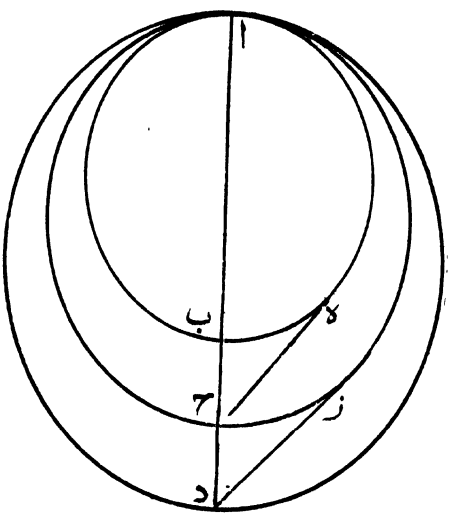
وبالجملة فانه اذا كانت دوائر تماسها خطوط وتحيط مع الخطوط المخرجة على مراكزها زوايا متساوية فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسبة الخطوط المماسة بعضها الى بعض •

مثاله لنفرض دائرتين على مركزى ـ ا ب ـ ولنخرج على المركزين خطى ـ ا ج ـ ب د ـ ولنخرج ـ ج ه ـ تماس دائرة ـ ا و ـ د ز ـ تماس دائرة ـ ب ـ ولتكن زاوية ـ ا ج ه ـ مساوية لزاوية ـ ب د ز ـ •

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع خط ـ ح ه ـ المماس الى مربع خط ـ د ز ـ المماس •

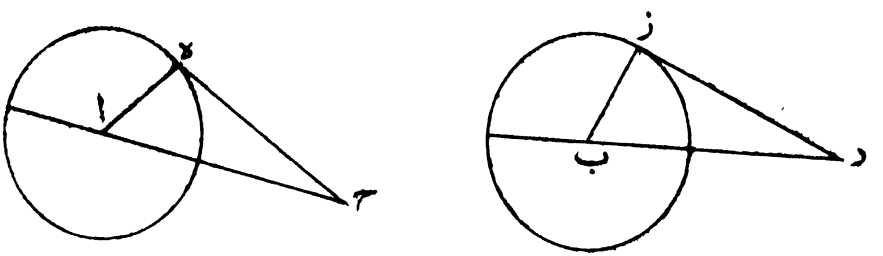
برهان ذلك من اجل ان مثلثى ـ ا ه ج ـ ب زد ـ القائمى الزاويـة متشابهان فان نسبة ـ ه ج ـ الى ـ ز د ـ مثل نسبة ـ ه ا الى ـ ز ك ـ فنسبة مربـع ـ ه ج ـ الى مربـع ـ زد ـ كنسبة مربع

(١) الشكل الثامن .



الدوائر المتماسة ص ١٢

شكل (٨)



الدوائر المتماسة ص ٣

شكل (٩)

خط ـ ه ا ـ الى مربع خط ـ ز ب ـ اعنى نسبة قطر دائرة ـ ا ـ الى قطر دائرة ـ ب ـ اعنى مثل نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

اذا كان دائرتان تتماسان واخرج من طرفى الخط الذى يمر على مركزيهما وعلى النقطة المماسة خطان متباد لان يتقاطعان وتماس الدائرتين فان نسبة الدائرة الى الدائرة مثل نسبة الخطين المتبادلين المتقاطعين اللذين يماسانهما مثناة ٠

مثال ذلك لنفرض دائرتين على مركزى ـ ا ب ـ وليتماسا على نقطة ـ ج ـ ولنخرج الخط الذى يمر على مركزيهما وهو خط د ج ه ـ وليخرج من نقطتى ـ د ه ـ خطان يتقاطعان ويماسان الدائرتين على نقطتى ـ ز ح ٠

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة خط د ح ـ المماس الى خط ـ ه ز ـ المماس مثناة ٠

برهان ذلك من اجل ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب مثل نسبة قطر ـ د ج ـ الى قطر ـ ج ه ـ مثناة ونسبة قطر ـ د ج الى قطر ـ ج ه ـ مثناة ونسبة قطر ـ د ج ـ الى قطر ـ ج ه ـ مثل نسبة مسطح ـ ه د ـ فى ـ د ج ـ الى مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ج ـ تكون نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مسطح ـ ه د ـ فى ـ د ج الى مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ج ـ مثناة اعنى مثل نسبة مربع ـ د ح

---

(١) الشكل التاسع

المماس الى مربع ـ ه ز ـ المماس وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

اذا كانت دائرة واخرج من احد طرفى قطرها خط يماسها واخرج من طرفه الآخر خط يقطع الدائرة ويلقى الخط المماس فان مسطح الخط القاطع فى قسمه الذى فى داخل الدائرة مساولمربع القطر فلنفرض دائرة قطرها ـ اب ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ خطا يماسها وهو خط ـ اج ـ ولنوصل ـ ب د ج ـ .

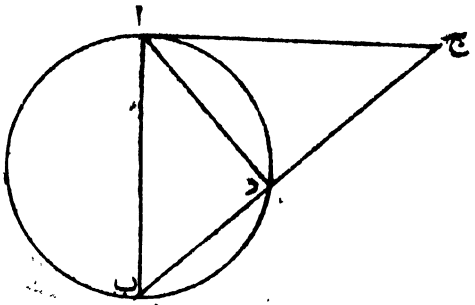
فاقول ان مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مسا ولمربع ـ اب .

برهان ذلك لنصل ـ اب ـ فمن اجل ان مثلث ـ ج د ا القائم الزاوية مشابه لمثلث ـ اب د ـ القائم الزاوية تكون نسبة ج ب ـ الى ـ ب ا ـ مثل نسبة ـ ب ا ـ الى ـ ب د ـ فمسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مثل مربع ـ اب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان مربع ـ ج ب اعنى مسطح ـ ب ج ـ فى ـ ج د ـ مع مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د مثل مربع ـ ج ا ـ مع مربع ـ اب ـ ومسطح ـ ب ج ـ فى ـ ج د مثل مربع ـ ج ا ـ يكون مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ الباقى مثل مربع ـ اب ـ الباقى وذلك ما اردنا ان نبين .

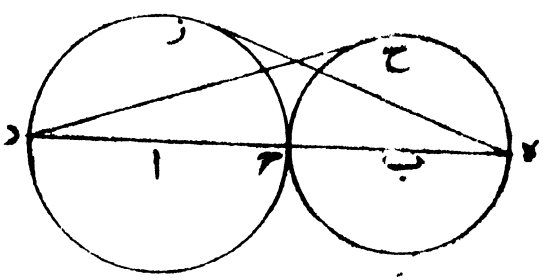
برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان مسطح ج د ـ فى ـ ب د ـ مسا ولمربع ـ اد ـ فانا نجعل مربع ـ د ب مشتركا فيكون مربعا ـ اد ـ دب ـ اعنى مربع ـ اب ـ مساولمسطح

(١) الشكل العاشر (٢) الشكل الحادى عشر .



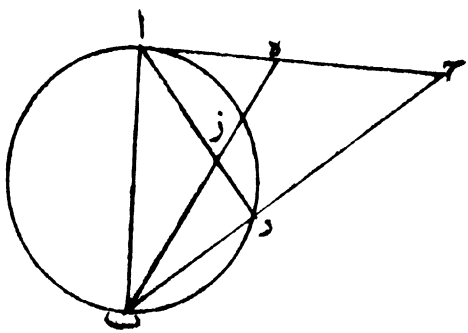
الدوائر المتماسة ص١٣

شكل (١٠)



الدوائر المتماسة ص١٣

شكل (١١)



الدوائر المتماسة ص١٥

شكل (١٢)

ج د ـ فى ـ د ب ـ مع مربع ـ د ب ـ اعنى مسطح ـ ج ب ـ فى ب د ـ وذلك ما اردنا ان نبين ٠

وكذلك ايضا اذا اخرجنا خطوطا كم كانت مثل ـ ه ز ب يكون مسطح الخط كله فى قسمه الذى يقع داخل الدائرة مساويا لمربع قطرها وتكون السطوح التى يحيط بها كل واحد من الخطوط المخرجة مع قسمه الذى يقع داخل الدائرة متساوية ٠

اذا ماس خط دائرة من طرف قطرها وفرضت عليه نقطة ما واخرج منها خط آخر يماس الدائرة فان مسطح احد قسمى الخط المماس فى الآخر مثل مسطح الخط الذى يمر بالمركز كله فى قسمه الذى من مركز الدائرة الى محيطها ومسطح الخط المماس كله فى قسمه الذى بين نقطة الالتقاء والنقطة المماسة مساو لمسطح الخط الذى يمر على المركز فى قسمه الذى بين نقطة الالتقاء ومركز الدائرة (١) ٠

مثاله لنفرض دائرة على مركز ـ ا ـ وقطرها ـ ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ب ـ خطا يماسها وهو خط ـ ب د ـ ولنفرض على خط ـ ب د ـ نقطة ما كيف ما وقعت وهى نقطة ـ د ـ ونخرج منها خطا آخر يماس الدائرة على نقطة ـ ه ـ وهو خط ـ د ه ز ـ ولتى الخط الذى يمر بالمركز على نقطة ـ ز ـ ٠

فاقول ان مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ز ـ مساو لمسطح ـ د ب ـ فى

(١) الشكل الثانى عشر .

ب ا ـ وان مسطح ـ د ز ـ فى ـ ز ه ـ مساولمسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ا

برهان ذلك لنصل ـ ا ه ـ فمن اجل ان مثلثى ـ د ب ز ـ ز ه ا زاوية ـ د ب ز ـ القائمة من احدهما مساوية لزاوية ـ ز ه ا ـ القائمة من الآخر وزاوية ـ د ز ب ـ مشتركة لهما يكونان متشابهين فنسبة د ب ـ الى ـ ب ج ـ اعنى الى ـ د ه ـ مثل نسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ا اعنى الى ـ ب ا ـ فمسطح ـ ز ب ـ فى ـ ب ا ـ مساولمسطح ـ د ه فى ـ ه ز ٠

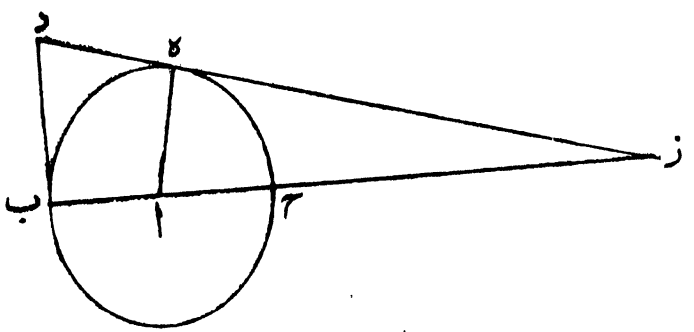
واقول ان مسطح ـ د ز ـ فى ز ه ـ مساولمسطح ـ ب ز فى ـ ز ا ٠

برهان ذلك من اجل ان مثلثى ـ د ب ز ـ ز ه ا ـ متشابهان تكون نسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ب ـ مثل نسبة ـ ا ز ـ الى ز ه ـ فمسطح د ز ـ فى ـ ز ه ـ مساولمسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

فان كان الخط المماس على طرف القطر لا يماس على نقطة ـ ب لكن على نقطة ـ ج ـ مثل خط ـ ج د ـ فان مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ز يكون مساويا لمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ز ـ ومسطح ـ ه ز ـ فى ز د ـ يكون مساويا لمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ز ـ ومسطح ـ ه ز ـ فى ز د ـ يكون مساويا لمسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز ٠

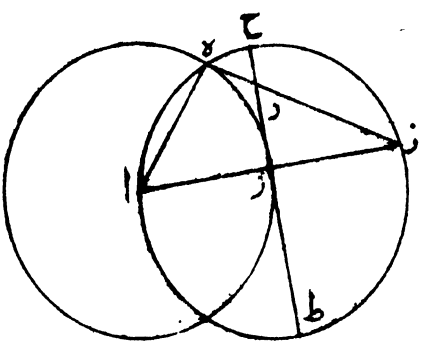
---

(١) الشكل الثالث عشر .



الدوائر المتماسة ص ١٦

شكل (١٣)



الدوائر المتماسة ص١٧

شكل (١٣)

برهان ذلك من اجل ان مثلثي ـ زه ا ـ ز ج د ـ متشابهان تكون نسبة ـ زه ـ الى ـ ه ا ـ مثل ـ ز ج ـ الى ـ ج د ـ اعنى الى ـ ه د ـ فسطح ـ زه ـ فى ـ ه د ـ مساو لمسطح ـ ا ج ـ فى ج ز • .

واقول ان مسطح ـ ه ز ـ فى ـ ز د ـ مساو لمسطح ـ ا ز ـ فى ز ج •

برهان ذلك من اجل ان المثلثين متشابهان تكون نسبة ـ ه ز الى ز ا ـ مثل نسبة ـ ج ز ـ الى ـ ز د ـ فسطح ـ ه ز ـ فى ـ ز د مساو لمسطح ـ ز ا ـ فى ـ ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

برهان هذا الشكل بعمل آخر

نرسم على مثلث ـ ا زه ـ القائم الزاوية دائرة ـ زط ـ فيكون خط ـ ا ز ـ قطرها ولنخرج خط ـ ط ج ح ـ فمن اجل ان خط ط ح ـ قد قسم بنصفين على نقطة ـ ج ـ وبقسمين مختلفين على نقطة د ـ يكون سطح ـ ط د ـ فى ـ د ح ـ مع مربع ـ ج د ـ مساويا لمربع ـ ج ح ـ ولكن مسطح ـ ط د ـ فى ـ د ح ـ مساو لمسطح ز د ـ فى ـ د ه ـ ومربع ـ ج د ـ مساو لمربع ـ ه د ـ فسطح ـ ز د ـ فى ـ د ه ـ مع مربع ـ ه د ـ اعنى مسطح ـ زه ـ فى ـ ه د مساو لمربع ـ ج ح ـ فمربع ـ ج ح ـ مساو لمسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز ـ فسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز ـ مساو لمسطح ـ زه ـ فى ـ ه د

(١) الشكل الرابع عشر

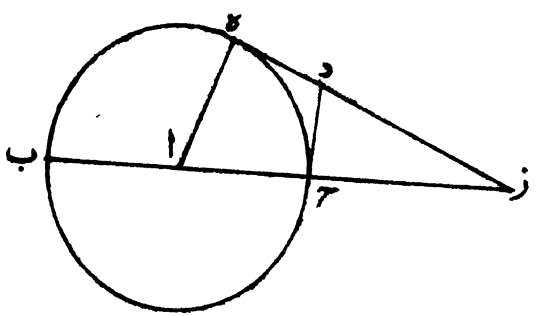
وذلك ما اردنا ان نبين ٠

وايضا من اجل ان مسطح ـ ح د ـ فى ـ د ط ـ اعنى مسطح ه د ـ فى ـ ز د ـ اقل من ربع ـ ح ج ـ اعنى من مسطح ـ ا ج فى ـ ج ز ـ بمربع ـ ج د ـ ومربع ـ د ز ـ اعظم من مربع ـ ز ج بمثل مربع ـ ح د ـ فان مسطح ـ ه د ـ فى ـ د ز ـ مع مربع ـ ز د اعنى مسطح ـ ه ز ـ فى ـ ه ج ـ مساو لمسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز ـ مع مربع ـ ه ج ـ اعنى مسطح ـ ا ز ـ فى ـ ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

اذا كان دائرتان تتماسان من داخلهما واخرج خط يماسهما ويحيط مع الخط الذى يجوز على النقطة المماسة ونقطتى المركزين بزاوية قائمة وفرض على الخط الذى يجوز على المركزين نقطة ما واخرج منها خطان آخران يماسان الدائرة ويلتقيان الخط الآخر المماس فان نسبة الدائرة العظمى الى الدائرة الصغرى مثل نسبة السطح الذى يحيط به قسما الخط الذى يماس الدائرة العظمى الى السطح الذى يحيط به قسما الخط الذى يماس الدائرة الصغرى مثناة ٠

مثاله لنفرض الدائرة التى على مركز ـ ا ـ يماس الدائرة التى على مركز ـ ب ـ من داخل على نقطة ـ ج ـ ونخرج على النقطة المماسة والمركزين خط ـ ج د ه ز ـ فقطر دائرة ـ ا ـ خط ـ ج د و ـ قطر دائرة ـ ب ـ خط ـ ج ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ز ـ خطى

(١) الشكل الخامس عشر (٢) ز



الدوائر المتماسة ص١٨

شكل (١٥)

قسمى احد الخطين المماسين مساو لمسطح قسمى الخط الآخر المماس

مثاله لنفرض دائرتين غير متقاطعتين ومركزاهما وهما نقطتا اب ـ على خط واحد وهو ـ اب ـ ولنخرج من مركزى ـ اب خطى ـ اج ـ ب د ـ يماسان الدائرتين على نقطتى ـ دج ـ ويتقاطعان على نقطة ـ ه ٠

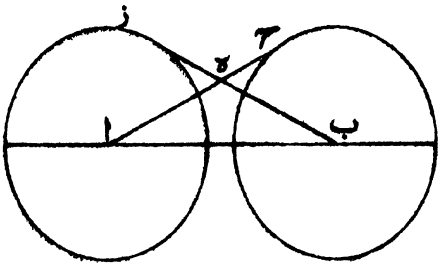
فاقول ان مسطح ـ اه ـ فى ـ ه ج ـ مساو لمسطح ـ ب ه فى ـ ه د ـ ٠

برهان ذلك انا نصل ـ د ا ـ ج ب ـ فمن اجل ان مثلثى ـ ا د ه ب ج ه ـ القائمى الزوايا متشابهان تكون نسبة ـ ه ا ـ الى ه د ـ مثل نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ج ـ فمسطح ـ اه ـ فى ـ ه ح ـ مساو لمسطح ز ه ـ فى ـ ه د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

برهان هذا الشكل بعمل آخر من اجل ان كل واحدة من زاويتى ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ قائمة ومثلثا ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ على خط واحد وهو خط ـ اب ـ فان مثلثى ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ هما فى نصف دائرة فلنرسم عليها نصف دائرة ـ ا د ج ب ـ فمن اجل ان خطى ـ اه ج ـ ب ه د ـ يتقاطعان فى دائرة على نقطة ـ ه ـ يكون مسطح ـ اه ـ فى ـ ه ج ـ مساويا لمسطح ـ ب ه ـ فى ـ ه د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

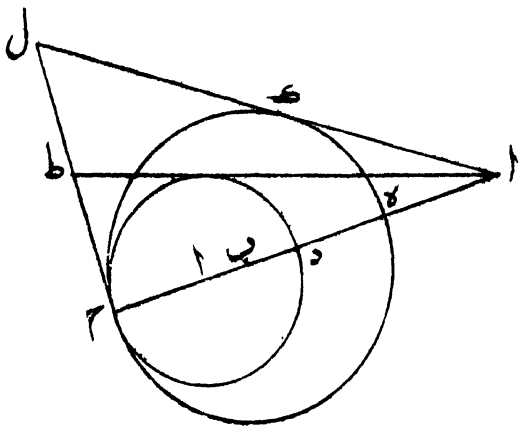
---

(١) الشكل السادس عشر (٢) الشكل السابع عشر والثامن عشر .

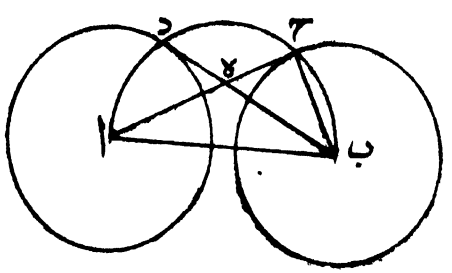


الدوائر المتماسة ص٢

شكل (١٦)



الدوائر المتماسة ص٢٠
شكل (١٧)



الدوائر المتماسة ص٢٠
شكل (١٨)

اذا كان خطان يماسان دائرة واحدة واخرج الخط الذى يمر بالنقطة المماسة على استقامة وفرضت عليه نقطة ما واخرج من النقطة المفروضة خط يماس الدائرة ويقطع احد الخطين المماسين وينتهى الى الآخر فان نسبة الخط المخرج كله الى قسمه الذى يقع خارج الخطين المماسين كنسبة قسميه اللذين يقعان بين الخطين المماسين اللذين تفصلهما النقطة المماسة الاعظم منهما عند الاصغر .

فلنفرض خطى ـ اب ـ اج ـ يماسان دائرة ـ ب ج ـ على نقطتى ـ ب ج ـ ولنصل خط ـ ب ج ـ ولنخرجه على استقامة ولنفرض على المخرج منه نقطة ـ د ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا آخر يماس الدائرة وهو خط ـ د ه ز ح ـ ولتكن المماسة على نقطة ـ ز

فاقول ان نسبة ـ ح د ـ الى ـ د ه ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ز ه ـ .

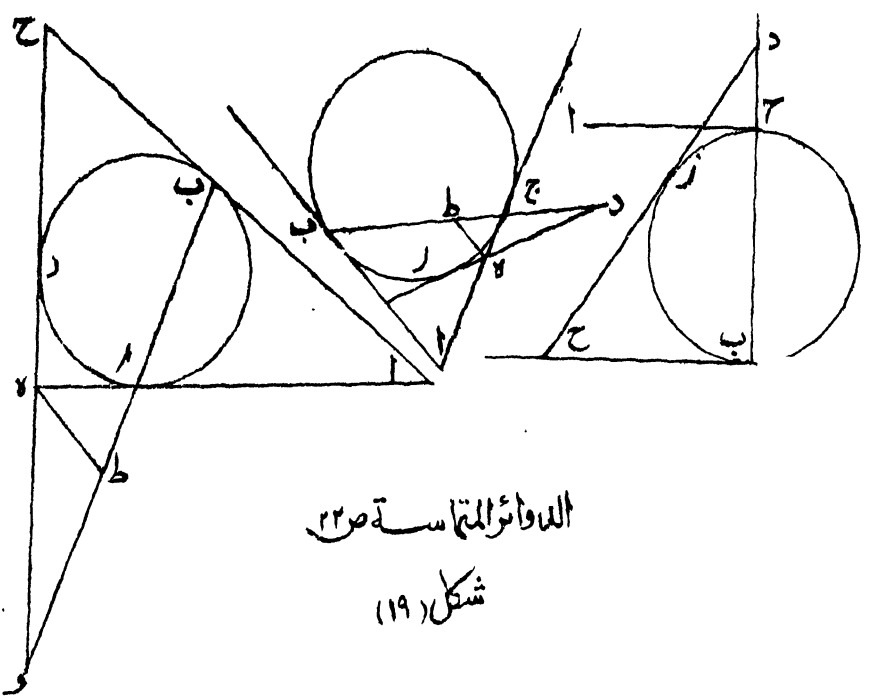
برهان ذلك انه ليس يخلو من ان يكون خطا ـ اب ـ اج متوازيين او غير متوازيين فلنفرضهما اولا متوازيين فتكون زاوية ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ج ه د ـ ويكون مثلث ـ ج ه د ـ فنسبة ح د ـ الى ـ د ه ـ مثل نسبة ـ ح ب ـ الى ـ ه ج ـ ولكن خط ج ز ـ مساو لخط ـ ح ب ـ لأنهما يماسان الدائرة من نقطة واحدة وهى ـ ح ـ وكذلك ايضا خط ـ ه ز ـ مساو لخط ـ ه ح ـ فنسبة ح د ـ الى ـ د ه ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ه ـ وان لم يكونا متوازيين

فيلقيان على نقطة ـ ا ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا موازيا لخط اب ـ وهو خط ـ ه ط ـ فمن اجل ان خطى ـ اب ـ ا ج ـ يماسان الدائرة يكونان متساويين فزاوية ـ ا ج ب ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ج ـ ولكن زاوية ـ ه ط ج ـ مساوية لزاوية ـ اب ج ـ لموازاة الخطين فزاوية ـ ه ط ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ج ط ـ فخط ه ط ـ مساو لخط ـ ه ج ـ وايضا من اجل ان نسبة ـ ح د ـ الى د ه ـ كنسبة ـ ح ب ـ الى ـ ه ط ـ اعنى الى ـ ه ج ـ وخط ـ ح ب مساو لخط ـ ح ز ـ وخط ـ ه ج ـ مساو لخط ـ ه ز ـ تكون نسبة ح ط ـ الى ـ د ه ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين(١)

اذا كان خط يماس دائرة على طرف قطرها واخرج القطر على استقامة وفرضت عليه نقطة ما واخرج منها خط آخر يماس الدائرة ويلقى الخط الذى هو عمود على القطر واخرج من نقطة مماسة طرف القطر الى الخط المخرج عمود عليه فان نسبة الخط المخرج كله الى قسمه الذى بين النقطة المفروضة وبين النقطة المماسة مثل نسبة قسمه الذى بين النقطة الماسة وبين الخط القائم على القطر الى قسمه الذى بين النقطة المماسة والنقطة التى وقع عليها العمود .

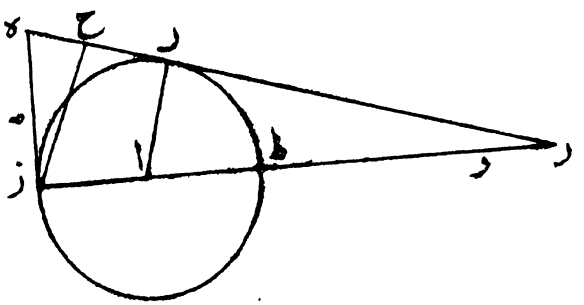
مثال ذلك لنفرض دائرة على مركز ـ ا ـ وليكن قطرها خط ح ا ط ـ ولنخرج على القطر عمود ايماس الدائرة وهو خط ـ ج ه ولنخرج خط ـ ج ط ـ ولنفرض على المخرج منه نقطة مساوى

(١) الشكل التاسع عشر.



الدوائر المتماسة ص ٢٢

شكل (١٩)



الدوائر المتماسة ص٢٣

شكل (٢٠)

نقطة ـ د ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا يماس الدائرة على نقطة ز ـ وهو خط ـ د ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ج ـ عمودا على خط د ه ـ وهو خط ـ ج ح .

فاقول ان نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح

برهان ذلك لنصل ـ ا ز ـ فمن اجل ان زاوية ـ ا ز د ـ قائمة وزاوية ـ ج ح د ـ قائمة يكون ـ ج ح ـ موازيا لخط ـ ا ز ويكون مثلث ـ د ه ج ـ القائم الزاوية مشابها لمثلث ـ د ا ز القائم الزاوية فنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ اعنى نسبة ـ د ه ـ الى ه ز ـ مثل نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ز ـ اعنى الى ـ ا ج ـ لكن نسبة د ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ح ـ فنسبة ـ د ه ـ الى ه ز ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ح ـ واذا بدلنا تكون نسبة ـ ه د ـ الى د ز ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

وقد تبين انا اذا فصلنا تكون نسبة ـ ه ز ـ الى ز د ـ كنسبة ه ح ـ الى ـ ح ز ـ وعلى هذا الوضع اقول ان نسبة ـ ه ز ـ الى ز د ـ كنسبة ـ ا ط ـ الخارج من المركز الى ـ ط د .

برهانه لنصل خطى ـ ه ا ـ ز ط ـ فمن اجل ان خط ـ ج ه مساو لخط ـ ه ز ـ وخط ـ ج ا ـ مساو لخط ـ ا ز ـ والقاعدة واحدة للمثلثين تكون زاوية ـ ج اه ـ مساوية لزاوية ـ ز اه فزاوية ـ ج ا ز ـ ضعف زاوية ـ ج اه ـ وزاوية ـ ج ا ز ـ ضعف

---

(١) الشكل العشرون.

زاوية ـ ح ط ز ـ لان احداهما على المركز والاخرى على المحيط ووترهاقوس واحدة فزاوية ـ ج ا ه ـ مساوية لزاوية ـ ح ط ز ـ فخط ـ ه ا ـ موازلخط ـ ز ط ـ فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ا ط ـ الى ـ ط د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

فان كان الخط المماس الذى يخرج على طرف القطر لا يماس الدائرة على نقطة ـ ج ـ لكن على طرف القطر الآخر كما فى هذه الصورة مثل خط ـ ط ك •

اقول ان نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ز ك ـ الى ك ط ـ •

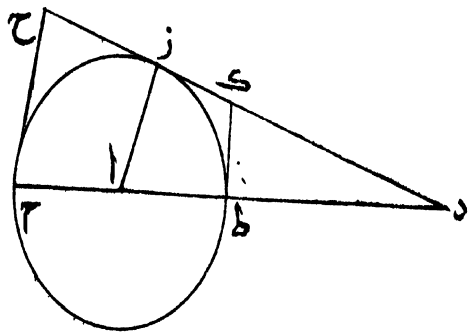
برهان ذلك من اجل ان مثلث ـ ز ا د ـ القائم الزاوية مشابه لمثلث ـ ط ك د ـ القائم الزاوية تكون نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا د ـ اعنى نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د ـ مثل نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ك د ـ اعنى مثل نسبة ـ ز ك ـ الى ـ ك د ـ وذلك ما اردنا ان نبين •

اذا اخرج قطر دائرة على استقامة وفرض على المخرج منه نقطة ما واخرج منها خط يماس الدائرة واخرج من نقطة المماسة عمود على القطر فان نسبة الخط المخرج على المركز كله الى قسمه الذى وقع خارج الدائرة كنسبة قسمى القطرين اللذين فصلهما العمود الاعظم منها عند الاصغر •

---

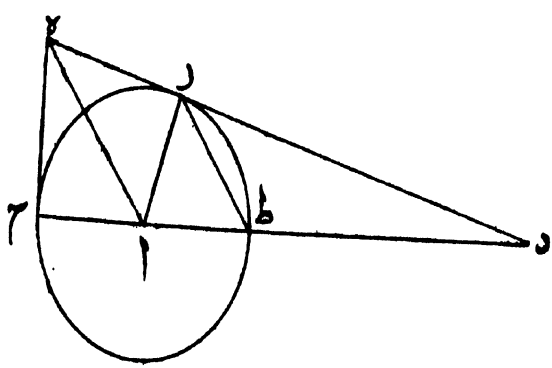
(١) الشكل الحادى والعشرون والثانى والعشرون .

فلنفرض



الدوائر المتماسة ص٢٤

شكل (٢١)



الدوائر المتماسة ص٢٤

شكل (٢٢)

بياض فى الاصل

الدوائر المتماسة ص٢٥

شكل (٢٣)

فلنفرض دائرة على مركز ـ ا ـ وقطرها خـــط ـ ب ج ولنخرجه على استقـامة ولنعلم على المخرج منه نقطة ـ د ـ ولنخرج منها خطا يماس الدائرة على نقطة ـ ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ عمودا على خط ـ ب ج ـ وهو ـ ه ز ـ .

فاقول ان نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ب ز الى ـ ز ج .

برهان ذلك انا نصل ـ د ب ـ ه ج ـ فمن اجل ان نسبة ـ ز د الى ـ د ه كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ج ـ تكون مثلثا ـ ب د ه ـ ه د ج متشابهين وتكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ه ج ـ ولكن نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ مثناة فنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ اذن كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج مثناة ونسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ج ـ هى ايضا كنسبة ـ ب ز ـ الى ز ه ـ مثناة فاذن نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

برهان هذا الشكل بعمل آخر لنخرج من خط ـ ب ج ـ خطى ب ح ـ ج ط ـ يحيطان معه بزاوية قائمة وينتهيان الى خط ـ ح د فتكون خطوط ـ ب ح ـ ز ه ـ ح ط ـ متوازية فمن اجل ان نسبة ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ط ـ اعنى مثل نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ط ـ ونسبة ـ ح ه ـ الى ـ ه ط ـ كنسبة

(١) الشكل الثالث والعشرون .

ب ز ـ الى ـ ز ط ـ تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ب ز ـ الى ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

فاذا انحنى فى قطعة من دائرة خط يوتر قوسين مختلفتين واخرج من نقطة قسمة القطعة بنصفين عمود على الخط الاعظم من قسمى الخط المنحنى فان العمود يقسم الخط المنحنى بنصفين ٠

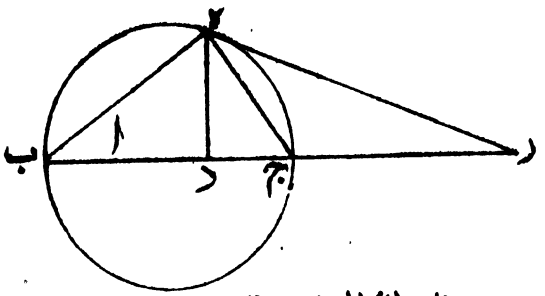
فلنفرض قطعة من دائرة على قاعدة ـ ا ب ـ ولينحنى فيها خط ا ج ب ـ على نقطة ـ ج ـ وليكن خط ـ ا ج ـ اعظم من خط ـ ج ب ـ ولنقسم محيط قوس ـ ا ب ـ بنصفين على نقطة ـ د ـ ولنخرج منها عمودا على خط ـ ا ج ـ وهو خط ـ د ه ٠

فاقول ان خط ـ ا ج ـ قد انقسم بنصفين على نقطة ـ ه اعنى ان خط ـ ا ه ـ مساو لخطى ـ ه ج ـ ج ب (٢) ٠

برهان ذلك لنفصل من قوس ـ ا د ـ العظمى قوسا مساوية لقوس ـ د ج ـ الصغرى وهى قوس ـ د ح ـ ولنصل ـ ا ح ـ ح د ا د ـ لنفصل من خط ـ ا ه ـ الاعظم خطا مساويا لخط ـ ه ح ـ وخط ه ز ـ ولنصل ـ د ز ـ فمن اجل ان خط ـ ه د ـ عمود مشترك يكون ـ د ز ـ مساويا ـ لد ج ـ وكذلك ـ ا ح ـ فتكون الخطوط الثلاثة متساوية ومن اجل ان نسبة قوس ـ ا ح ـ الى قوس ا ح د ـ كنسبة زاوية ـ ا د ح ـ الى زاوية ـ ا ح د ـ ونسبة قوس

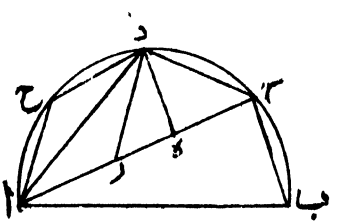
(١) الشكل الرابع والعشرون (٢) الشكل الخامس والعشرون .

ح د



الدوائر المتماسة ص ٢٦

شكل (٢٤)



الدوائر المتماسة ص ٢٦

شكل (٢٥)

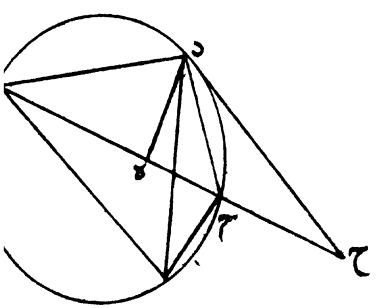
ح د ـ الى قوس ـ ا ح د ـ مثل نسبة زاوية ـ ح ا د ـ الى زاوية ا ج د ـ تكون نسبة قوس ـ ا ح ـ ح د ـ جميعا الى قوس ـ ا ح د كنسبة زاويتى ـ ح ا د ـ ا د ح ـ الى زاوية ـ ا ح د ـ وقوسا ا ج ـ ح د ـ مساويتان لقوس ـ ا ح د ـ فزاويتا ـ ح د ا ـ ا د ح جميعا مساويتان لزاوية ـ ا ج د ـ اعنى لزاوية ـ د ز ه ـ ولكن زاوية ـ د ز ه ـ مساوية لزاويتى ـ ز ا د ـ ز د ا ـ فزاويتا ـ ح ز ا ح ا د ـ اذن مساويتان لزاويتى ـ ز ا د ـ ز د ا ـ وزاوية ـ ج د ا مساوية لزاوية ـ ز ا د ـ فزاوية ـ ح د ا ـ الباقية مساوية لزاوية ز د ا ـ الباقية ومن اجل ان خطى ـ د ز ـ د ح ـ متساويان وخط د ا ـ مشترك والزاويتان متساويتان تكون قاعدة ـ ا ز ـ مساوية لقاعدة ـ ا ح ـ ولكن خط ـ ا ح ـ مساو لخط ـ ج ب ـ وخط د ه ـ مساو لخط ـ ه ج ـ فمجموع ـ ا ه ـ اذن مساو لخطى ـ ه ج ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين ٠

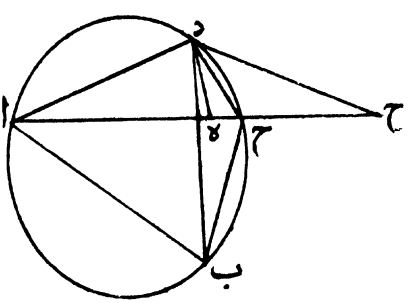
برهان هذا الشكل بعمل آخر لنرسم الصورة على ما فى المقدمة ولنتم دائرة ـ ا ز ب د ـ ولنخرج خط ـ ا ج ـ على استقامة ولنفرض خط ـ ه ح ـ مساويا لخط ـ ه ا ـ ولنصل خطوط ـ ج د د ج ـ ب د ـ ا د ـ فمن اجل ان قوس ـ ا د ـ مساوية لقوس د ج ب ـ تكون وتر ـ ا د ـ مساويا لوتر ـ ا ب ـ وخط ـ د ح مساو لخط ـ ا د ـ فخط ـ د ح ـ مساو لخط ـ د ب ـ ومن اجل

ان زاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ـ د ل ج ـ لأنهما على قو
واحدة وزاوية ـ د ح ه ـ مساوية لزاوية ـ د ا ه ـ تكون زا
د ح ه ـ مساوية لزاوية ـ د ل ج ـ وايضا من اجل ان قوس
ا ز ب ـ مساوية لجميع قوس ـ د ج ب ز ا ـ ولكن زاوية ـ د ح
هى على قوس ـ د ا ز ب ـ وزاويتا ـ د ا ج ـ ا د ج ـ جميعا
على قوس ـ د ج ب ز ا ـ اما زاوية ـ د ا ج ـ فعلى قوس ـ
واما زاوية ـ ا د ج ـ فعلى قوس ـ ح ب ز ا ـ فزاويتا ـ د
ا د ج ـ مساويتان لزاوية ـ د ح ب ـ وزاوية ـ د ج ح ـ مسا
لزاويتى ـ د ا ج ـ ا د ج ـ فزاوية ـ د ج ح ـ اما (١) مسا
لزاوية ـ د ح ب ـ وقدكان تبين ان زاوية ـ د ح ج ـ مساو
لزاوية ـ د ب ج ـ فزاوية ـ ح د ج ـ الباقية مساوية لزاوية
ل ج ـ الباقية ومن اجل ان خط ـ د ج ـ مساو لخط ـ د ب ـ و
د ح ـ مشترك والزاويتان متساويتان يكون خط ـ ج ح ـ مس
لخط ـ ج ب ـ فخطا ـ ه ج ـ ج ب ـ مساويان لخطى ـ ه ج ـ
اعنى خط ـ ا ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

برهان هذا الشكل بعمل آخر لنثبت الصورة على حالها ونق
من اجل ان قوس ـ د ح ب ـ اقل من نصف دائرة تكون الزا
التى تقع فيها وهى زاوية ـ د ج ب ـ منفرجة وايضا من اجل ان قو

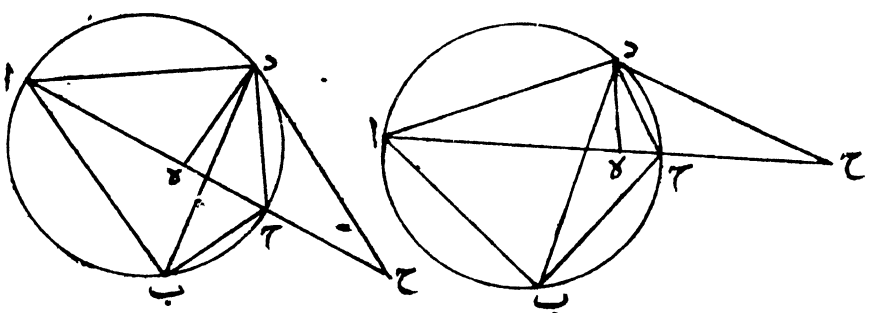
(١) هنا سقط فى العبارة (٢) للشكل السادس والعشرون .





الدوائر المتماسة ص٣٢

شكل (٢٦)



الدوائر المتماسة ص٢٩

شكل (٢٧)

د ب ا ـ اعظم من نصف دائرة تكون الزاوية التى تقع فيها وهى زاوية ـ د ج ا ـ حادة فزاوية ـ د ج ح ـ منفرجة فزاويتا ـ د ج ب د ج ح ـ منفرجتان وزاوية ـ د ح ج ـ مساوية لزاوية ـ د ل ج وخط ـ د ب ـ مساو لخط ـ د ح ـ وخط ـ د ج ـ مشترك فمثلثا د ج ح ـ د ج ب ـ زاوية من احدهما وهى زاوية ـ ح ـ مساوية لزاوية من الآخر وهى زاوية ـ ب ـ والاضلاع التى تحيط بزاويتين اخريين متناسبة والزاويتان الباقيتان وهما زاويتا ـ د ج ح ـ د ج ب كل واحدة منهما اعظم من قائمة فالزوايا الباقية متساوية فخط ح ج ـ مسا ولخط ـ ج ب ـ فكل خط ـ ه ح ـ اعنى خط ا ه ـ مسا ولخطى ـ ه ج ـ ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١).

تم كتاب ارشميدس فى الدوائر المتماسة والحمد لله
وحده وصلواته على نبيه محمد وآله

(١) الشكل السابع والعشرون