

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224579

UNIVERSAL
LIBRARY

سلسلہ کتب اسلامیہ

مساحت

حصہ اول

پیر پوانٹ کی قصاب میٹوریشن حصہ اول کا ترجمہ
انجینئرنگ اور میٹرک یونیون کے لیے

مترجم

مولوی محمد عزیز الرحمن سنابلی اے (عثمانیہ) ایم۔ ایس سی (ٹھاکر)

پکھار سائنس انٹریڈیٹ کالج (اورنگ آباد دکن)

۱۳۲۸ھ م ۱۳۳۸ھ م ۱۹۲۹ء

طبع خانہ انبیا علیہ السلام

یہ کتاب مسر لاٹنگ انس گرین اینڈ ڈیکینی کی اجازت سے
جنھیں حق اشاعت حاصل ہے اردو میں ترجمہ
کر کے طبع و شائع کی گئی ہے

فہرست مضامین

مساحت

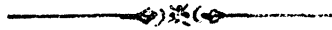
حصہ اول

۷۱

صفحہ	مضمون
	علامات
۱	باب اول - تمہید - بیانے
۷	باب دوم - متطیل
۲۶	باب سوم - اشاعتشاریہ
۳۵	باب چہارم - قائم الزاویہ مثلث
۴۹	باب پنجم - کوئی سا مثلث
۷۴	باب ششم - متوازی الاضلاع
۸۶	باب ہفتم - ذواربۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل
۱۰۳	باب ہشتم - مختلف کثیر الاضلاع
۱۲۳	باب نہم - غیر منظم مستقیم ضلعی شکلیں
۱۳۵	باب دہم - پانچ بیاض
۱۵۰	باب یازدہم - منشاہ اشکال - ان کا طول
۱۶۰	باب دوازدہم - دائرہ محیط اور رقبہ
۱۸۵	باب سیزدہم - دائرہ وتر اور قوس

صفحہ	مضمون
۲۰۲	باب چہارم - قطعہ دائرہ اور قطعہ دائرہ
۲۲۶	باب پانزدہم - مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے
۲۳۶	باب شانزدہم - سپین کا قاعدہ
۲۴۴	باب ہفتم - آتشاہ اشکال - رقبہ
۲۵۳	باب ہشودہم - سوالات حل کرنے کے لیے اشارات اور ضابطوں کا مجموعہ
۲۶۵	جوابات

ی م ی



علامات

علامت + سے مراد مثبت			علامت :- سے مراد اس لیے		
منفی	=	-	چونکہ	=	∴
ضرب	=	×	زاد یہ	=	<
تقسیم	=	÷	مثلث	=	Δ
جدول المربع	=	7	بڑا ہے	=	<
مساوی	=	=	چھوٹا ہے	=	>

بسم اللہ الرحمن الرحیم

مساحت

حصہ اول

باب اول

تمہید۔ بیانے

۱۔ مساحت وہ علم ہے جس میں خطوط کے طول، سطحوں کے رقبے اور محبات کے مجموعے سے بحث کی جاتی ہے۔

۲۔ کسی قسم کی مقدار کو ناپنا ہو تو یہ ضروری امر ہے کہ اس کا مقابلہ اور اظہار اسی قسم کی ایسی چند مقررہ مقداروں میں کیا جائے جن کا کہ رواج عام ہو گیا ہے اور جو اکائیاں کہلاتی ہیں۔ مثلاً طول کے ناپنے کے لیے فٹ کی اکائی استعمال کی جاسکتی ہے۔ اسی طرح وزن کے تعین کے لیے اکائی پونڈ کا استعمال ہو سکتا ہے۔

۳۔ ہر قسم کی مقدار کو ناپنے کے لیے چند اکائیوں پر اتفاق کر لینے میں سہولت ہوتی ہے۔ مثلاً اگر ہم کسی بہت ہی وسیع رقبہ کو ناپ رہے ہوں تو مربع انچ یا مربع فٹ کی اکائیاں استعمال کرنے سے ایکن یا مربع میل کی اکائیاں استعمال کرنا زیادہ سوزوں ہوگا۔ ۴۔ اکثر اوقات میں طول، سطح اور حجم کی متناظر اکائیاں استعمال کرنے میں سہولت ہوگی۔ اگر ہم طول کی کوئی اکائی لے کر اس پر مربع بنائیں تو اس مربع کا رقبہ، رقبہ کی

وہ اکائی ہو گا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔ اور اس مربع کو قاعدہ مان کر اگر ایک کعب بنایا جائے تو اس کعب کا حجم اجم کی وہ اکائی ہو گا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔

اس طرح مربع فٹ اور کعب فٹ طولی فٹ کے متناظر ہیں۔
 — ذیل میں طول اور رقبہ کی ان اکائیوں کی جدہ لیں دی جاتی ہیں جو علم مساحت میں عام طور سے مستعمل ہیں۔

خطی ناپ (انگریزی)

۱۲ انچ = ۱ فٹ

۳ فٹ = ۱ گز

۱۶ گز = ۱ آرڈو پول یا پیرچ (Perch)

۳۰ پول = ۱ فرلانگ

۸ فرلانگ یا ۶۰ گز = ۱ میل

۲ میل = ۱ لیگ

رقبہ کے پیمانے (انگریزی)

۳۳ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ۱ مربع گز

۱۶ مربع گز = ۱ مربع آرڈو پول یا پیرچ (Perch)

۳۰ مربع پول = ۱ آرڈو

۴ روڈ یا ۴۸ مربع گز = ۱ ایکر (Acre)

زمینات کی پیمائش کے لیے عموماً بلور اکائی کے ایک زنجیر استعمال کی جاتی ہے جس کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور اس میں ۱۰۰ اکڑیاں ہوتی ہیں اس زنجیر کو گنٹر کی زنجیر (Gunter's chain) کہتے ہیں۔

اس طرح جدا دل بالا کئے متہ کے طو پر ہیں حسب ذیل دیگر اکائیاں

حاصل ہوگی۔

۱۰۰ کڑی (لٹک) یا ۲۲ گزہ ازنجیر
اور مربع کڑی (مربع لٹک) = مربع ازنجیر
۱۰ مربع ازنجیر = ایک

خطی ناپ (برطانوی ہند)

۸ گزہ = ۱ ہاتھ

۲ ہاتھ = ۱ گزہ

۲ ۱/۲ گزہ = ۱ لاکھ

۲۰ لاکھ یا کاتھ یا ۵۵ انگریزی گزہ = اسی یا جریب

رقبہ کے پیمانے (برطانوی ہند)

۲۰ بسوائی = ۱ بسوا

۲۰ بسوا یا ۱ مربع راسی = ابگہ

اس لیے ابگہ = (۵۵ × ۵۵) انگریزی مربع گزہ

= ۳۰۲۵ انگریزی مربع گزہ

= ۵/۳۲ ایکڑ

لیکن مختلف اضلاع میں بیگہ کا رقبہ مختلف ہوتا ہے۔

توضیحی مثالیں

—۶

مثال ۱۔ بتاؤ کہ ۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پل کتنے گزہ کے برابر ہے۔

۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پل

$$\begin{array}{r} ۳۳۳۳ \\ - ۳۰ \\ \hline ۳۳۳۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۳۳۴ \\ - ۲۰ \\ \hline ۳۳۱۴ \end{array}$$

پل

$$\begin{array}{r} 51 \\ 91 \overline{) 461} \\ \underline{455} \\ 60 \end{array}$$

مثال ۱۲۔ ۲۲۵۶۰۸ پنچ کو سیلوں میں تقویٰ کر۔

۱۲) ۲۲۵۹۰۰
 ۳) ۲۶۱۳۳
 ۹۰۳۳ - ۲۶۱۳۳

نصف گز $\frac{2}{11}$ ۱۸۰.۸۸
۴ نصف گز -- پهل ۱۶۳۳
۳ پهل -- فراز ۱۱۱
۱ فراز ۵

۴-۰۲۵۶ = میخ - ۵ میل افلاک ۲ پیل ۲ گز ۲ فٹ

مثال ۳ :- بتاؤ کہ ۲ ایکڑ ۲ روٹھم ۱۴ مربع پل ۱۰ مربع گز کے کتنے مربع فٹ

ہوں گے !

۳ ایکڑ ۲ روڈ ۴ مربع پل ۱۰ مربع گز

$$\begin{array}{r}
 \text{مربع یول} \leftarrow 14^2 = 196 \\
 \hline
 196 \\
 14 \times 14 \\
 \hline
 196 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\frac{9}{283240}$$

۵ مربع فٹ — مربع گز — ۵۳۶۹۵

$$\frac{1}{121} \left\{ \begin{array}{l} \frac{21380}{11} \\ \frac{19525}{11} \rightarrow 5 \\ \frac{1465}{11} \rightarrow 132 \\ \frac{44}{11} \rightarrow 4 \end{array} \right\}$$

۵ مربع پول — ۱۱ ایکڑ ۵ مربع پول ۱۲ مربع گز — ۱۱ ایکڑ ۵ مربع پول ۱۲ مربع گز

∴ ۲۸۳۲۴۰ مربع فٹ = ۱۱ ایکڑ ۵ مربع پول ۱۲ مربع گز ۵ مربع فٹ

مثلاً نمبری (۱)

- ۱ — ۲ فرلانگ ۵ پول ۲ گز کو گزوں میں تحويل کرو۔
- ۲ — ۲ میل ، فرلانگ ۱۲ گز کو فٹوں میں تحويل کرو۔
- ۳ — ۵ میل ۶ فرلانگ ۱۹ پول ۲ گز کو فٹوں میں بیان کرو۔
- ۴ — بتاؤ کہ ۶ میل کتنے زنجیر کے مساوی ہے ؟
- ۵ — ۳ ایکڑ ۲ روڈ کو مربع پول میں تحويل کرو۔
- ۶ — ۴ ایکڑ ۳ روڈ ۴ مربع پول کے مربع گز بتاؤ۔
- ۷ — ۹ ایکڑ کو مربع زنجیروں میں بیان کرو۔
- ۸ — بتاؤ کہ ۹۸۷۳۴ فٹ میں کتنے میل ، فرلانگ وغیرہ شریک ہیں ؟
- ۹ — ۳۸۶۲۹ ، مربع زنجیر کو ایکڑ میں تحويل کرو۔
- ۱۰ — ۸۹۲۶۷۱ مربع فٹ کے ایکڑ روڈ وغیرہ بتاؤ۔
- ۱۱ — اگر ۶ گز ۶ فٹ ۶ پچ طول کی اکائی ان لی جائے تو بتاؤ کہ ۳ فرلانگ ۲۰ پول کا ناپ کیا ہوگا ؟
- ۱۲ — اگر ۸ مربع گز کے رقبہ کو اکائی مانا جائے تو بتاؤ کہ ۳ ایکڑ کا ناپ کیا ہوگا ؟
- ۱۳ — اگر ۲ میل کا فاصلہ ۲۲۰ کے مائل ہو تو بتاؤ کہ طول کی اکائی کیا ہونی چاہیے
- ۱۴ — اگر ۵ ایکڑ رقبہ والے میدان کا ناپ ۴۰ ہو تو بتاؤ کہ رقبہ کی

اکائی کیا ہونی چاہیے؟

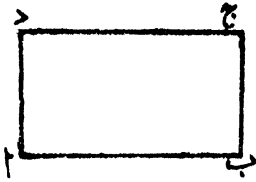
اشلہ نمبری ۱ (ب)

- ۱۵ — ۲ لاکھ ۲ گزوں کو گرہ میں تحویل کرو۔
 ۱۶ — ۴۰۰ گرہ کو لاکھ میں بیان کرو۔
 ۱۷ — ۱۰۰۵ راسی کے کتنے ہاتھ ہونگے؟
 ۱۸ — ۳۸۵ انگریزی گز کی گرہ بناؤ۔
 ۱۹ — بتاؤ کہ ۱۰ ایکڑ میں کتنے بسوائی ہونگے؟
 ۲۰ — ۵۳۲۱ بسوائی کو بیگہ، بسواس وغیرہ میں تحویل کرو۔
 ۲۱ — ۱ ایکڑ کے کتنے بسوائی ہونگے؟
 ۲۲ — ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۰ مربع پول کو بسواس میں تحویل کرو۔
-

باب دوم

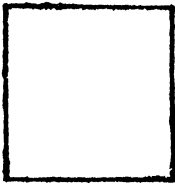
مستطیل

۷۔ مستطیل وہ چار ضلعی شکل ہے جس کا ہر ایک زاویہ قائمہ ہو۔
کسی مستطیل کے طول اور عرض کو اس کے ابعاد کہتے ہیں۔ پس



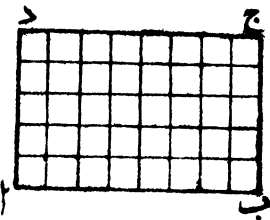
ا ب اور ب ج مستطیل ا ب ج د کے ابعاد ہیں۔

جب کسی مستطیل کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں تو ایسی شکل کو مربع کہتے ہیں (دیکھو شکل) کسی شکل کے احاطہ سے اس کی سرحدوں کا مجموعہ مراد ہے۔



مسئلہ (۱)

۸۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے ابعاد دیئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د مستطیل وضع کے ایک کمرے کا نقشہ ہے جس میں ا ب ۸ گز کے طول کو اور ب ج ۶ گز کے

طول کو تقبیر کرتے ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ کمرہ کا رقبہ دریافت کریں۔

اب کو ۵ مساوی حصوں میں اور ب ج کو ۵ مساوی حصوں میں تقسیم کر دو۔ اس طرح ان میں کا ہر ایک حصہ ایک گز کو تقبیر کریگا۔

اب میں کے نقاط تقسیم سے ب ج کے متوازی اور ب ج میں کے نقاط تقسیم سے اب کے متوازی خطوط اکھینچو۔ اب مستطیل ایسی ۵ قطاروں میں منقسم ہو جائیگا کہ ہر ایک قطار میں آٹھ ایسے مربے ہونگے جن میں سے ہر ایک کا رقبہ ایک مربع گز ہوگا۔

دیکھو قطاروں کی تعداد وہی ہے جو ب ج میں گزوں کی تعداد ہے اور ہر قطار میں مربوں کی تعداد وہی ہے جو اب میں گزوں کی تعداد ہے۔

∴ مستطیل میں $۵ \times ۸ = ۴۰$ مربے ہیں اور ہر مربع ایک مربع گز کو تقبیر کرتا ہے۔

∴ مستطیل وضع کے کمرہ کا ناپ ۴۰ مربع گز ہے۔

اس صورت خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔

اگر کسی مستطیل کے ابعاد میں سے ایک کا ناپ کسی طولی اکائی کی رقم میں لے ہو اور دوسرے بعد کا اسی طولی اکائی میں لے ہو تو مستطیل کے رقبہ کا ناپ ہا قبہ کی متناظر اکائی میں لے ہوگا۔

پس قاعدہ —

کسی مستطیل کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو ہا قبہ میں متناظر اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً — مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

$$ق = ل \times ع \dots \dots \dots (۱)$$

$$\therefore \text{مستطیل کا طول} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$$

$$ل = \frac{ق}{ع} \dots \dots \dots (۲)$$

اور مستطیل کا عرض = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$

$$\text{ع} = \frac{\text{ق}}{\text{ل}} \dots \dots (۳)$$

صورتِ خاص

۹ — مربع

اس صورت میں ابعاد ایک دوسرے کے سادے ہوتے ہیں یعنی

طول = عرض = ضلع (مربع کا)

اب کسی مستطیل کا رقبہ = طول $\times$ عرض دفعہ

$\therefore$ مربع کا رقبہ = ضلع $\times$ ضلع = (ضلع)^۲

ق = ل^۲

$\therefore$ مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{رقبہ}}$

ل = $\sqrt{\text{ق}}$

پس قاعدہ —

کسی مربع کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی جو تعداد ہوتی

ہے اس کا جذر اس کے ایک ضلع کی متناظر طولی اکائیوں کی

تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً —

مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{رقبہ}}$

ل = $\sqrt{\text{ق}}$

۱۰ — طالب علم کو چاہیے کہ اس قسم کے مختصر طریق کتابت کا صحیح مفہوم ہمیشہ

ذہن نشین رکھے۔ جب ہم کہتے ہیں کہ —

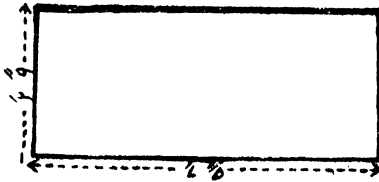
رقبہ = مستطیل کا طول عرض

تو اس سے یہ مطلب ہوتا ہے کہ جب کسی رقبہ کو کسی عرض سے تقسیم کیا جاتا ہے تو ہمیں طول حاصل ہوتا ہے۔ لیکن ایسا کہنا بالکل مہمل ہے۔ حقیقتاً جو ہمارا مطلب ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ کسی مستطیل کے رقبہ میں کی طرح اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی "متناظر" طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو ہمیں اس کے طول کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ مساحت کے تمام مضامین کی توضیح میں اس قسم کی احتیاط کا مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

توضیحی مثالیں

— ۱۱ —

مثال ۱۔ ایک ایسے مستطیل کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول، فٹ ۵ انچ اور عرض ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔



مستطیل کا رقبہ = (د × ع) مربع انچ دفعہ ۸

$$\text{جہاں } ل = (۵ + ۱۲ \times ۴) = ۸۹ \text{ انچ}$$

$$\text{اور } ع = (۲ + ۱۲ \times ۲) = ۲۶ \text{ انچ}$$

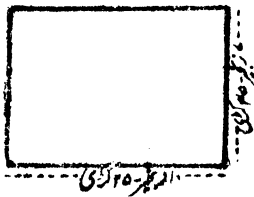
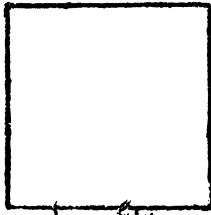
∴ مستطیل کا رقبہ = ۸۹×۲۶ مربع انچ

$$= ۲۹۲۰ \text{ مربع انچ} = ۲ \text{ مربع گز} ۲ \text{ مربع فٹ} ۵ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲۔ اس مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا نام

۲ فلانگ ۲۶ پل ہے۔

مربع کا رقبہ = لا مربع پل دفعہ ۹



جہاں $و = (۲۰ + ۳۰ \times ۲) = ۱۰۰$ پول

۲ مربع کا رقبہ $= (۱۰۰) \times$ مربع پول

$= ۱۲۳۶$ مربع پول

$= ۶۰$ ایکڑ روڈ ۳۶ مربع پول

مثال ۳۔۔۔ ۳۰ روپیہ فی ایکڑ کے

حساب سے اس مستطیلی وضع کے میدان کا

کرایہ معلوم کرو جس کا طول ۱۰ زنجیر ۲۵ کڑی

اور عرض ۲ زنجیر ۴۵ کڑی ہے۔

میدان کا رقبہ $= (ل \times ع)$ مربع زنجیر..... دفعہ ۸

جہاں $ل = ۱۰.۵۲۵$ زنجیر اور $ع = ۲.۴۵$ زنجیر

۲: میدان کا رقبہ $= (۱۰.۵۲۵ \times ۲.۴۵)$ مربع زنجیر

$= ۲۵.۶۳۶۲۵$ مربع زنجیر

$= ۴۹۳۶۲۵$ ایکڑ

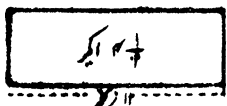
اس لیے کرایہ $= ۴۹۳۶۲۵ \times ۳۰$ روپے

$= ۱۴۸۰۸۷۵۰$ روپے

$= ۲۲۹۶۰۸۰۰$ روپے آٹھ ۸۸ پائی

مثال ۴۔۔ اس مستطیل کا عرض معلوم کرو جس کا رقبہ $\frac{۱}{۲}$ ایکڑ اور طول

۱۲ زنجیر ہے۔



مستطیل کا عرض $= \frac{ق}{ل}$ زنجیر..... دفعہ ۸

جہاں $ق = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ = ۲۵$ ایکڑ

اور $ل = ۱۲$ زنجیر

۵: مستطیل کا عرض $= \frac{۲۵}{۱۲}$ زنجیر

$= ۲.۰۸۳$ زنجیر

$= ۲$ زنجیر ۵ کڑی

مثال ۵۔ اس مربع کا احاطہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۳۵۲۹ مربع انچ ہے۔

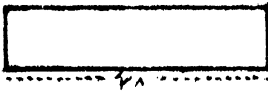


مرج کا ایک ضلع = اقی انچ
 چس قی = ۵۳.۲۹ مرج انچ
 مربع کا ایک ضلع = ۵۳.۲۹ انچ
 = ۴۳.۳۰ انچ
 اور احاطہ = ایک ضلع $\times$ $\times$ $\times$ (۳۴۴۳) انچ
 = ۲۹۵۲ انچ

مثال ۷۔ ۲۰ آنے ۶ پائی فی مرج گز کے حساب سے ایک مستطیل وضع کی دیوار کو رنگوانے میں ۵ روپے ۱۵ آنے صرف ہوتے ہیں۔ اگر دیوار کا طول ۳۸ فٹ ہو تو اس کی بلندی دریافت کرو۔

دیوار کا رقبہ = (۵ روپے ۱۵ آنے + ۲ آنے ۶ پائی) مرج گز
 = ۳۸ مرج گز

اب دیوار کی بلندی = $\frac{۳۸}{۱۱}$ فٹ = ۸ دھو



چس قی = ۹ $\times$ ۳۸ مرج فٹ

اور ل = ۳۸ فٹ

$\therefore$ دیوار کی بلندی = $\frac{۹ \times ۳۸}{۳۸}$ فٹ = ۹ فٹ

مثالی ۸۔ ایک کمرہ کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۱ فٹ، ۱۴ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں۔ کمرہ میں ۲ فٹ طول اور ۳ فٹ عرض کا ایک دروازہ ہے اور دو کھڑکیاں ہیں جن میں سے ہر ایک کھڑکی کا طول ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ $\frac{۱}{۲}$ آنے فی گز والی کاغذ کی ٹپی سے کمرہ کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں کیا خرچ ہوگا۔ کاغذ کی ٹپی کا عرض ۲ فٹ ہے۔

بازو کی دیواروں کا رقبہ = ۲ $\times$ ۲۱ $\times$ ۱۱ مرج فٹ = ۸ دھو

سروں کی دیواروں کا رقبہ = ۲ $\times$ ۱۴ $\times$ ۱۱ مرج فٹ = ۸ دھو

دروازہ کا رقبہ = ۳ $\times$ ۲ $\times$ ۱۱ مرج فٹ = ۸ دھو

دونوں کھڑکیوں کا رقبہ = ۲ $\times$ ۸ $\times$ ۴ مرج فٹ = ۸ دھو

مجموعی رقبہ جس پر کاغذ لگایا جائیگا = ۴ دیواریں - ایک دروازہ - ۲ کھڑکیاں

= ۸ دھو (۲۸ $\times$ ۲ - ۳ $\times$ ۲ - ۱۱ $\times$ ۲ $\times$ ۲ + ۱۱ $\times$ ۲ $\times$ ۲) = ۸ دھو

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ}$$

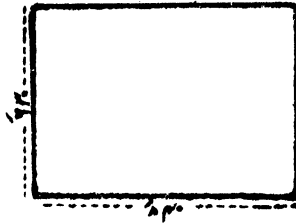
اب کاغذ مستطیلی وضع کی دھبیوں میں بچا جاتا ہے۔

$$\therefore \text{کاغذ کا مطلوبہ طول} = \frac{\text{کاغذ کا مطلوبہ رقبہ}}{\text{کاغذ کا عرض}} \dots\dots\dots$$

$$= \frac{۲۹ \text{ فٹ}}{۲}$$

$$= ۱۴.۵ \text{ فٹ}$$

$$\therefore ۱۴.۵ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۹ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۲۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۸۵۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۷۱۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۴۲۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۴۸۴۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۹۶۹۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۹۳۹۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۱۸۷۸۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۳۷۵۶۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۷۵۱۳۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۵۰۲۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۹۰۰۵۴۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۸۰۱۰۸۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۶۰۲۱۷۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۲۰۴۳۵۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۰۴۰۸۷۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۰۸۱۷۴۰۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۱۶۳۴۸۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۴۳۲۶۹۶۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۸۶۵۳۹۲۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۷۳۰۷۸۵۲۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۹۴۶۱۵۷۰۵۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۸۹۲۳۱۴۱۱۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۷۸۴۶۲۸۲۲۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۵۶۹۲۵۶۴۴۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۱۱۳۸۵۱۲۸۹۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۲۲۷۷۰۲۵۷۹۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۴۵۵۴۰۵۱۵۸۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۴۹۱۰۸۱۰۳۱۱۶۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۹۸۲۱۶۰۶۲۲۳۳۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۹۶۴۳۲۱۲۴۴۶۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۹۹۲۸۶۴۲۴۸۹۳۴۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۹۸۵۷۲۸۴۹۷۸۶۸۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۹۷۱۴۵۷۶۹۹۵۳۷۷۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۹۴۲۹۱۳۹۹۱۰۷۵۵۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۱۸۸۵۸۲۷۹۸۲۱۱۵۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۳۷۷۱۶۵۵۹۶۴۲۲۲۲۰۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۷۵۴۳۳۱۱۹۳۲۴۴۴۴۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۵۵۰۸۶۶۲۳۸۶۴۸۸۸۸۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۱۰۱۷۳۲۴۷۷۳۳۷۷۷۶۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۲۰۳۴۶۴۹۵۴۶۷۵۵۵۵۳۲۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۰۴۰۶۹۲۹۹۱۱۹۳۱۱۱۱۰۵۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۰۸۱۳۸۵۹۸۲۳۸۶۲۲۲۲۲۰۱۱۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۱۶۲۷۷۱۹۶۴۷۷۳۴۴۴۴۴۰۲۲۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۶۳۲۵۴۳۹۲۹۵۴۶۸۸۸۸۸۸۰۴۴۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۲۶۵۰۸۷۸۵۹۹۰۹۷۷۷۷۷۶۰۸۹۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۵۳۰۱۷۵۷۱۹۹۸۱۹۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۳۰۶۰۳۵۴۳۳۹۵۹۷۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۶۱۲۰۷۰۸۶۷۷۹۹۹۱۹۸۲۲۲۲۲۰۷۵۴۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۲۲۴۱۴۱۳۳۵۵۹۹۹۸۹۶۴۴۴۴۰۱۵۰۸۸۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۴۴۸۲۸۲۶۷۱۱۱۹۹۹۷۹۲۸۸۸۸۰۳۰۱۷۷۷۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۰۸۹۶۵۶۵۳۴۲۲۳۹۹۹۵۸۵۷۷۷۶۰۶۰۳۵۵۵۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۱۷۹۳۱۳۰۶۸۴۶۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۳۵۸۶۲۶۱۳۶۹۳۳۹۹۸۳۴۲۳۱۱۱۱۰۲۴۱۴۲۲۰۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۶۷۱۷۲۵۲۲۷۳۸۷۷۹۹۶۶۸۴۴۲۲۲۲۰۴۸۲۸۴۴۰۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۳۴۳۴۵۰۴۴۶۷۷۵۹۹۳۳۶۸۸۸۸۸۰۹۶۵۶۸۸۸۰۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۶۸۶۹۰۰۸۹۳۵۵۱۱۹۸۷۷۷۷۷۶۰۱۹۳۱۳۷۷۶۰۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۳۳۷۳۸۰۱۷۸۷۱۱۱۹۹۷۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۶۷۴۷۶۰۳۵۷۴۲۳۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۳۴۹۵۲۰۷۱۴۸۴۶۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۶۹۹۰۴۱۲۸۹۳۳۹۹۸۳۴۲۳۱۱۱۱۰۲۴۱۴۲۲۰۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۱۳۹۸۰۸۲۵۷۷۷۹۹۹۶۶۸۴۴۲۲۲۲۰۴۸۲۸۴۴۰۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۲۷۹۶۱۶۵۱۵۵۹۹۹۳۳۶۸۸۸۸۸۰۹۶۵۶۸۸۸۰۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۵۵۹۲۳۳۰۱۱۱۹۹۹۷۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۷۱۱۸۴۶۰۲۲۳۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۴۲۳۶۹۲۰۴۴۷۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۸۴۷۳۸۴۰۸۹۵۵۱۱۹۸۷۷۷۷۷۶۰۱۹۳۱۳۷۷۶۰۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۳۶۹۴۷۶۰۱۷۸۷۱۱۱۹۹۷۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۷۳۸۹۵۲۰۳۵۷۴۲۳۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۴۷۷۹۰۴۱۲۸۹۳۳۹۹۸۳۴۲۳۱۱۱۱۰۲۴۱۴۲۲۰۸ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۹۵۵۸۰۸۲۵۷۷۹۹۹۶۶۸۴۴۲۲۲۲۰۴۸۲۸۴۴۰۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۱۹۱۱۶۰۱۵۵۹۹۹۳۳۶۸۸۸۸۸۰۹۶۵۶۸۸۸۰۳۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۳۸۲۳۲۰۳۱۱۹۹۹۷۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۷۶۴۶۴۰۶۲۳۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۷۵۲۹۲۸۰۱۲۴۷۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۵۰۵۸۵۶۰۲۴۹۵۵۱۱۹۸۷۷۷۷۷۶۰۱۹۳۱۳۷۷۶۰۶۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۰۱۱۷۱۲۰۴۹۹۱۱۱۹۹۷۵۵۵۵۵۵۱۱۹۱۶ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۴۰۲۳۴۲۴۰۹۹۸۲۳۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۸۰۴۶۸۴۸۰۱۹۹۶۴۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۶۰۹۳۶۹۶۰۳۹۹۲۹۹۹۱۱۱۱۱۱۰۳۷۷۲ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۱۲۱۸۷۳۹۲۰۷۹۸۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۲۴۳۷۴۷۸۴۰۱۵۹۷۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۴۸۷۴۹۵۶۸۰۳۱۹۴۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۹۷۴۹۹۱۳۶۰۶۳۸۸۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۷۹۴۹۹۲۷۲۰۱۲۷۷۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۵۸۹۹۸۵۴۴۰۲۵۵۵۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۱۷۹۹۷۰۸۸۰۵۱۱۱۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۴۳۵۹۸۰۱۷۶۰۱۰۲۲۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۸۷۱۹۶۰۳۵۲۰۲۰۴۴۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۷۴۳۹۲۰۷۰۴۰۸۹۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۱۴۸۷۸۴۰۱۴۰۱۷۹۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۲۹۷۵۶۸۰۲۸۰۳۵۸۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۵۹۵۱۳۶۰۵۶۰۷۱۶۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۱۹۰۲۷۲۰۱۱۲۱۴۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۸۳۸۰۵۴۴۰۲۲۴۲۸۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۶۷۶۱۰۸۸۰۴۴۸۵۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۳۵۲۲۱۷۶۰۸۹۷۱۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۴۷۰۴۴۳۵۲۰۱۷۹۴۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۹۴۰۸۸۷۰۳۵۸۸۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۸۸۱۷۷۴۰۷۱۷۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۱۷۶۳۵۴۸۰۱۴۳۵۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۳۵۲۷۰۹۶۰۲۸۷۱۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۷۰۵۴۱۹۲۰۵۷۴۲۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۴۱۰۸۳۸۴۰۱۱۴۸۴۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۸۸۲۱۶۷۶۸۰۲۲۹۶۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۷۶۴۳۳۵۲۰۴۵۹۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۵۲۸۶۷۰۴۰۹۱۸۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۰۵۷۳۶۸۰۱۸۳۷۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۰۱۱۴۷۳۶۰۳۶۷۵۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۰۲۲۹۴۷۲۰۷۳۵۰۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۰۴۵۸۹۴۴۰۱۴۷۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۴۰۹۱۷۸۸۸۰۲۹۴۰۱۵۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۸۱۸۳۵۷۶۰۵۸۸۰۳۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۶۳۶۷۱۵۲۰۱۱۷۶۰۶۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۹۲۷۳۴۳۰۴۳۵۲۰۱۲۷۲۰۱۲۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۸۵۴۶۸۶۰۸۷۰۲۵۴۰۲۵۴۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۷۰۹۳۷۲۰۱۷۴۰۵۰۸۰۵۰۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۴۱۸۷۴۴۰۳۴۸۰۱۰۱۶۰۱۰۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۰۸۳۷۴۸۸۰۶۹۶۰۲۰۳۲۰۲۰۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۱۶۷۴۹۷۶۰۱۳۹۲۰۴۰۶۴۰۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۳۳۴۹۹۲۰۲۷۸۴۰۸۰۱۲۸۰۸۰۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۴۶۶۹۹۸۴۰۵۵۶۸۰۱۶۰۲۵۶۰۱۶۰۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۹۳۳۹۹۶۸۰۱۱۱۳۶۰۳۲۰۵۱۲۰۳۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۹۸۶۷۹۹۳۶۰۲۲۲۷۲۰۶۴۰۱۰۲۴۰۶۴۰۱۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۹۷۳۵۹۸۷۲۰۴۴۵۴۴۰۱۲۸۰۲۰۴۸۰۱۲۸۰۳۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۹۴۷۱۹۷۴۰۸۹۰۸۹۶۰۴۰۹۶۰۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۷۸۹۴۳۹۴۸۰۱۷۸۱۷۹۲۰۸۱۹۲۰۸۱۹۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۵۷۸۸۷۹۶۰۳۵۶۳۵۸۴۰۱۶۳۸۴۰۱۶۳۸۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۱۵۷۷۵۹۲۰۷۱۲۷۱۶۸۰۳۲۷۶۸۰۳۲۷۶۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۳۱۵۵۱۸۴۰۱۴۲۵۳۶۰۶۵۵۳۶۰۶۵۵۳۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۶۳۱۰۳۶۸۰۲۸۵۰۷۲۰۱۳۱۰۷۲۰۱۳۱۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۵۲۶۲۰۷۳۶۰۵۷۰۱۴۴۰۲۶۲۰۲۶۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۰۵۲۴۱۴۷۲۰۱۱۴۰۲۸۸۰۵۲۴۰۵۲۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۱۰۴۸۲۹۴۴۰۲۲۸۰۵۷۶۰۱۰۴۸۰۱۰۴۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۰۲۰۹۶۵۸۸۸۰۴۵۶۱۱۵۲۰۲۰۹۶۰۲۰۹۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۰۴۱۹۳۱۷۶۰۹۱۲۲۳۰۴۰۹۲۰۴۰۹۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۰۸۳۸۶۳۵۲۰۱۸۲۴۴۶۰۸۱۸۴۰۸۱۸۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۶۱۶۷۲۷۰۴۰۴۸۴۸۹۲۰۱۶۳۶۸۰۱۶۳۶۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۲۳۳۴۵۴۸۰۹۶۹۷۸۴۰۳۲۷۳۶۰۳۲۷۳۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۴۶۶۹۰۹۶۰۱۹۳۹۵۶۸۰۶۵۴۷۲۰۶۵۴۷۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۲۹۳۳۸۱۹۲۰۳۸۷۹۱۳۶۰۱۳۰۹۴۴۰۱۳۰۹۴۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۵۸۶۷۶۳۸۴۰۷۷۵۸۲۷۲۰۲۶۱۸۸۰۲۶۱۸۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۱۷۳۵۲۷۶۸۰۱۵۵۱۶۵۴۴۰۵۲۳۷۶۰۵۲۳۷۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۳۴۷۰۵۵۳۶۰۳۱۰۳۳۰۱۰۴۷۵۲۰۱۰۴۷۵۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۰۶۹۴۰۱۱۰۷۲۰۶۲۰۲۰۹۵۰۲۰۹۵۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۱۳۸۸۰۲۲۱۴۰۱۲۴۰۴۱۹۰۴۱۹۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۲۷۷۶۰۴۴۲۸۰۲۴۸۰۸۳۸۰۸۳۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۶۵۵۵۲۰۸۸۵۶۰۴۹۶۰۱۶۷۶۰۱۶۷۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۳۱۱۰۴۱۷۱۱۲۰۹۹۲۰۳۳۵۲۰۳۳۵۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۶۶۲۲۰۸۳۴۲۲۴۰۶۷۰۴۹۰۴۹۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۳۲۴۴۱۶۶۸۴۸۰۱۳۴۰۹۸۰۹۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۶۴۸۸۳۳۳۶۹۶۰۲۶۸۰۱۹۶۰۱۹۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۵۲۹۷۶۶۶۷۹۲۰۵۳۶۰۳۹۲۰۳۹۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۰۵۹۵۳۳۵۸۳۸۴۰۱۰۷۲۰۷۸۴۰۷۸۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۲۱۱۹۰۶۷۱۶۷۷۶۸۰۲۱۴۴۰۱۵۶۸۰۱۵۶۸۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۴۲۳۸۱۳۴۳۵۳۶۰۴۲۸۸۰۳۱۳۶۰۳۱۳۶۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۸۴۷۶۲۶۸۷۰۸۵۷۶۰۶۲۷۲۰۶۲۷۲۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۱۶۹۵۲۵۳۷۴۰۱۷۱۵۲۰۱۲۵۴۰۱۲۵۴۰۷۹۹۹۱۷۱۱۵۵۵۵۲۰۱۲۰۷۱۱۰۴ \text{ فٹ} \times ۲ = ۳۳۹۰۵۰۷۴۸۰۳۴۳۰$$



احاطہ کا رقبہ = ۶۳۰×۸۰ مربع فٹ [دفعہ ۸]

ہر ایک پتھر کا رقبہ = $۴ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}$ مربع فٹ [دفعہ ۸]

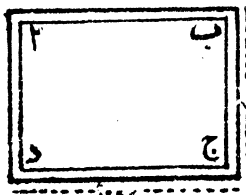
$$= \frac{۶۳۰ \times ۸۰}{۴ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}} = \text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد}$$

$$\frac{۴ \times ۲۰ \times ۸۰}{۱۰۰ \times ۴ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{اس لئے تم بوجھے سیکرہو گے کہ} \\ \text{حساب سے پتھروں کی قیمت} \end{array} \right.$$

$$= ۱۰۰۸ \text{ روپے}$$

مثال مسئلہ۔ ایک باغ کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۸۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے اندر گردا گرد مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا $\frac{1}{4}$ ہو۔ بتاؤ کہ اس راستہ کی چوڑائی کیا ہونی چاہیے؟
فرض کرو کہ راستہ کی چوڑائی لاٹ ہے۔

تب مستطیل ا ب ج د کا رقبہ = $(۱۰۰ - لا) (۸۰ - لا)$ مربع فٹ [دفعہ ۸]



لیکن باغ کا رقبہ = ۸۰×۱۰۰ مربع فٹ [دفعہ ۸]

$$= \{ ۸۰ \times ۱۰۰ - (۱۰۰ - لا) (۸۰ - لا) \} \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۳۶۰ - لا) \text{ مربع فٹ}$$

لیکن رہستہ کا رقبہ = باغ کے رقبہ کا $\frac{1}{4}$ چاہاں حصہ

$$= ۳۶۰ - لا = ۱۶۰$$

$$\text{لا} - ۱۱۹۰ = ۴۰۰$$

$$\text{لا} - ۱۱۹۰ + (۴۵) = ۴۰۰ - ۲۰۲۵ = ۱۹۲۵$$

$$(۴۵ - \text{لا}) = \pm ۲۰۶۳۱۱$$

$$\text{لا} = ۴۶۸$$

• راستہ کی چڑائی = ۴۶۸ فٹ تقریباً

مشکل نمبری ۲ (۱)

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۔ طول ۱۳ فٹ، عرض ۱۱ فٹ

۲۔ طول ۲ فٹ، عرض ۱۹ فٹ

۳۔ طول ۲ فٹ، عرض ۲۳ فٹ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت کرو جن کے

ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۴۔ طول ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱۱ فٹ، ۱۱ انچ

۵۔ طول ۳ فٹ ۹ انچ، عرض ۲ فٹ ۲ انچ

۶۔ طول ۵ فٹ ۸ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت

کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۷۔ طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ گز ۶ انچ

۸۔ طول ۳ گز ۱۱ فٹ ۴ انچ اور عرض ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ۔

۹۔ طول ۵ گز ۱۰ انچ اور عرض ۲ گز ۱۱ فٹ، ۱۱ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے ایکڑوں میں معلوم کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۰۔ طول ۲۶ زبیر اور عرض ۸ زبیر

۱۱۔ طول ۱۲ زبیر ۶ اکڑی اور عرض ۹ زبیر

۱۲۔ طول ۱۲ زبیر ۳ اکڑی اور عرض ۱۰ زبیر ۸ اکڑی

ان مستطیلوں کے رقبے ایکڑ، روڈ، پول میں دریافت کرو۔ جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں :-

۱۳۔ طول ۵ زنجیر ۵ اکڑی اور عرض ۳ زنجیر۔

۱۴۔ طول ۱۰ زنجیر ۲۲ کڑی اور عرض ۶ زنجیر ۳ کڑی۔

۱۵۔ طول ۸ زنجیر ۳ کڑی اور عرض ۴ زنجیر ۹ کڑی۔

ان مستطیلوں کے طول معلوم کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں :-

۱۶۔ رقبہ ۳ مربع گز اور عرض ۱ گز۔

۱۷۔ رقبہ ۱ روڈ اور عرض ۱۰ گز۔

۱۸۔ رقبہ ۱ ایکڑ اور عرض ۴۰ گز۔

۱۹۔ رقبہ ۱/۲ ایکڑ اور عرض ۵ زنجیر۔

۲۰۔ رقبہ ۵۹ مربع گز ۱۱ مربع فٹ ۲ مربع انچ اور عرض ۱ گز ۱۱ فٹ ۱۱ انچ۔

ان مستطیلوں کے عرض دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں :-

۲۱۔ رقبہ ۲۳ ایکڑ اور طول ۱۶ زنجیر۔

۲۲۔ رقبہ ۲ ایکڑ اور طول ۱۱۰ گز۔

۲۳۔ رقبہ ۶۵۳۵ ایکڑ اور طول ۱۰۰۰ کڑی۔

۲۴۔ رقبہ ۲۸۸ ایکڑ ۳ روڈ ۲۱ پول ۵ فٹ ۱۱ انچ ۱۱ پول۔

ان مربعوں کے رقبے مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو جن کے ناپ

حسب ذیل ہیں :-

۲۵۔ ضلع ۹ گز ۱۱ فٹ۔

۲۶۔ ضلع ۲ گز ۲ فٹ۔

۲۷۔ ضلع ۱۲ گز ۲ فٹ۔

۲۸۔ ضلع ۱۶ گز ۱۱ فٹ۔

ان مربعوں کے رقبے ایکڑوں میں دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں :-

۲۹۔ ضلع ۵ زنجیر۔

۳۰۔ ضلع ۱۳ زنجیر ۲۹ کڑی۔

۳۱ — ضلع ۶ زنجیر ۸ کڑی۔

۳۲ — ضلع ۱۱ زنجیر ۹ کڑی

اُن میں بھوں کے اضلاع کے طول دریافت کرو جن کے رقبے حسبِ ذیل ہیں۔

۳۳ — رقبہ ۲۲۴ مربع فٹ (جواب فٹ میں مطلوب ہے)

۳۴ — رقبہ ۱۵۲۲۵ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۵ — رقبہ ۵۶۴۵۹ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۶ — رقبہ ۴ ایکڑ ۲ مربع زنجیر ۵۱۰۴ مربع کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں

مطلوب ہے۔)

۳۷ — ایک روپیہ بارہ آنے فی مربع گز کے حساب سے ۳۶ گز لمبے اور ۲۸ گز

چوڑے صحن میں پیچر بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۳۸ — ۸ انٹ طول اور ۱۴ فٹ ۹ انچ عرض کے کمرے میں ۲ روپے فی مربع گز کے

حساب سے قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۳۹ — مستطیلی وضع کے ایک کمرے کا طول ۶ عرض اور بلندی ۲۵ فٹ

۸ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں بتاؤ کہ اس کی دیواروں کا رقبہ کتنے مربع گز اور مربع فٹ ہوگا؟

۴۰ — بتاؤ کہ ۴۴ مربع گز رقبہ کے فرش کے لیے ۸ انچ چوڑے قالین کس قدر

طول نہ کار ہوگا؟

۴۱ — ایک مستطیل کا عرض اُس کے طول کا ایک تہائی ہے: اگر اس کا طول

۳۲ زنجیر ہو تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۲ — ایک مربع کا احاطہ ۵ گز ۸ انچ ہے۔ اس کا رقبہ مربع فٹ اور

مربع انچوں میں دریافت کرو۔

۴۳ — ایک مربع کا رقبہ ۵۶۲۵ ایکڑ ہے۔ اس کا احاطہ زنجیروں میں دریافت کرو۔

۴۴ — ۲ روپے آٹھ آنے فی فٹ کے حساب سے ایک ایسے مربع کے گرد

ٹٹی لگانے کا صرفہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۴ مربع فٹ ہے۔

۴۵ — ۱۲ آنے فی فٹ کے حساب سے اگر کسی فرش کی ہمواری میں ۲۶۶ روپے

صرف ہوتے ہیں اور اگر فرش کا طول ۸ گز ہو تو اس کا عرض دریافت کرو۔

۴۶ — ۱۲ روپے ۸ آنے فی ایکڑ کے حساب سے مستطیل وضع کے زمین کے ایک ٹکڑے کا کرایہ ۵۰۰ روپے ہوتا ہے؛ اُس کے ابعاد زنجیروں میں دریافت کرو اگر اُس کا طول اُس کے عرض کا چار گنا ہو۔

۴۷ — ۳ روپے ۴ آنے فی گز کے حساب سے ایک مربع وضع کے میدان کے گرد ٹٹی لگانے میں اگر ۲۰۸ روپے صرف ہوں تو بتاؤ کہ اُس کا متبہ کتنے مربع گز ہوگا؟
۴۸ — بتاؤ کہ ۸ فٹ ۶ انچ طول اور ۶ فٹ ۶ انچ بلند دیوار کے لیے ایسے کتنے گز کاغذ کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۲۰ انچ ہے۔

۴۹ — ۶ فٹ ۶ انچ چوڑے تالین سے ۲ روپے ۸ آنے فی گز کے حساب سے ۲۶ فٹ لمبے اور ۱۲ فٹ چوڑے کمرے میں فرش کیا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟
۵۰ — ایک مچھ ۲۱ گز ۲ فٹ لمبا اور ۱۱ گز ۲ فٹ چوڑا ہے۔ اگر ۸ آنے فی درجن کے حساب سے اس میں ایسی اینٹوں کا فرش کیا جائے جن کا طول ۹ انچ اور عرض ۴ انچ ہو تو بتاؤ کہ کیا اخراجات ہوں گے؟

مشالہ نمبری ۲ (ب)

اُن مستطیلوں کے رقبے جگہ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:-

۵۱ — طول ۷ راسی۔ عرض ۵ راسی

۵۲ — طول ۸ راسی۔ عرض ۴ راسی

۵۳ — طول ۲۱ گز۔ عرض ۵ گز

اُن مستطیلوں کے طول دریافت کرو جن کی پائشیں حسب ذیل ہیں:-

۵۴ — متبہ ۳ بیگہ عرض ۱۰۰ الاقد۔

۵۵ — رقبہ ۵ بیگہ ۱۰ بسواس عرض ۲ راسی۔

۵۶ — رقبہ ۴ بیگہ ۲ بسواس ۱۰ بسوائی عرض ۸ گز۔

سوالات امتحانات

(۲) جامعہ الہ آباد میٹرک یوٹیشن

۱۔ ایک کرے کا طول ۳ فٹ اور عرض بلندی کا دو چند ہے۔ اس کی چاروں دیواروں پر ۲ فٹ چوڑی پٹی سے کاغذ لگایا جائے تو ۴۴ گز کی ضرورت ہوتی ہے کرے کے فرش کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۔ ۵ ایک رقبہ اور ۲۰ گز طول کے ایک مستطیلی وضع کے میدان میں ایسی قطاروں میں درخت لگائے گئے ہیں جو طول پر علی القوائم ہیں۔ ہر ایک قطار کا درمیانی فاصلہ ایک گز اور ایک ہی قطار میں ہر دو درختوں کا درمیانی فاصلہ بھی ایک گز ہے۔ اگر میدان کے گرد اگر دو ایک گز عرض میں کوئی درخت نہ لگایا جائے تو درختوں کی تعداد معلوم کرو۔

۳۔ ایک مستطیلی وضع کے حوض کا طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۱۲ فٹ ۹ انچ، ۸ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۶ انچ ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ حوض میں سیسہ کی چاندیوں سے استراکری کی جائے۔ سیسہ کے تختوں کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے اور یہ اپونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈر ویٹ کے حساب سے بچتے ہیں۔ بتاؤ کہ استراکاری میں جلد لاگت کیا ہوگی؟

(ب) جامعہ پنجاب۔ امتحان ٹل

۴۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ ایک طالب علم کے لیے ۴ فٹ طول اور ۲۰ انچ عرض کی جگہ کی ضرورت ہے تو بتاؤ کہ اس کرے میں کتنے لمبے، میڈیکس گئے جس کا طول اور عرض بالترتیب ۲۰ گز اور ۲ فٹ ہیں۔

(ج) جامعہ کلکتہ۔ میٹرک سیشن

۵۔ ایک کرے کا طول ۲۴ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ شلنگ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے کا صرفہ معلوم کرو۔

(د) صوبہ متحدہ کے یورپین مدارس کا آخری امتحان

۶۔ ایک کرے کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۴ فٹ، ۱۶ فٹ اور ۱۲ فٹ اور ۱۳ فٹ ہے۔ اس کی دیواروں، فرش اور چھت کا مجموعی رقبہ مربع فٹوں میں دریافت کرو۔
۷۔ کلری کا ایک تختہ ۸ انچ چوڑا ہے۔ بتاؤ کہ اس کا کس قدر طول کاٹ لیا جائے

چاہیے کہ اس کا رقبہ ایک مربع گز ہو جائے۔

(۴) موڑ کی کی انجینیری جماعت کا امتحان داخلہ

۸۔ ۲۴ اینچ چوڑے قالین سے ۴ شلنگ ۸ پنس فی گز کے صاب ۲۶ فٹ طول اور ۸ فٹ عرض کے کمرے میں قالین بکھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۹۔ ایک مربع وضع کے میسہ لان کا رقبہ ۲۱ ایکڑ ۱۰ رڈ ۲۵ مربع پال ہے اس کے ایک ضلع کا طول معلوم کرو۔

۱۰۔ مستطیلی وضع کے ایک میدان کا طول اور عرض بالترتیب ۴ گز ۲ فٹ ۴ اینچ اور ۲ گز ۲ فٹ ۱۱ اینچ ہیں، ایک ایسے مستطیلی وضع کے میدان کا عرض دریا نعتہ جس کا طول ۳ گز ۶ فٹ ۷ اینچ ہے اور جس کا رقبہ ابتدائی میدان کے رقبہ کا ۳ ہے۔

۱۱۔ ایک مستطیلی وضع کے قلعہ زمین پر جس کے اضلاع ۳، ۲ کی نسبت میں ہیں، ۴ پنس فی مربع گز کے صاب سے گھاس لگوانے میں ۴ اپونڈ ۸ شلنگ خرچ ہوتے ہیں اس کے اضلاع کے طول معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک مستطیلی وضع کے کمرے کی دو طرف کی دیواروں کا رقبہ ۸۰۶ مربع فٹ اور بقیہ دو دیواروں کا رقبہ ۵۴۶ مربع فٹ ہے۔ کمرے کے ابعاد دریافت کرو۔

۱۳۔ بحساب ایک روپیہ دو آنے فی مربع فٹ سیسے کی چادروں سے ایک مستطیلی وضع کے حوض کی استرکاری کرنا مقصود ہے۔ حوض کے اندر دنی الہا وحب ویل ہیں: طول ۳ فٹ ۲ اینچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ اینچ اور گہرائی ۲ فٹ ۶ اینچ ہے۔ بتاؤ کہ حوض کی استرکاری میں کیا صرف ہوگا؟

۱۴۔ دو مربع وضع کے میدانوں کا مجموعی رقبہ ۱۶ ایکڑ ہے اور ایک کے ضلع کا طول دوسرے کے ضلع کے طول کا ۳ ہے۔ ہر ایک میدان کا رقبہ علیحدہ علیحدہ دریافت کرو۔

۱۵۔ ایک باغ کا طول ۴۰ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے گرد چاروں طرف مستقل چٹرائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا ٹھیک ایک چوتھائی ہو۔ بتاؤ کہ راستہ کا عرض کیا ہونا چاہیے۔

(۵) رُڑکی کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا امتحان داخلہ

۱۶۔ مستطیل وضع کے کسی لمک میں $۲۰،۰۰۰،۰۰۰$ باشندے آباد ہو سکتے ہیں۔ اس کا طول اور عرض بالترتیب ۶۰۰ میل اور ۲۰۰ میل ہے۔ بتاؤ کہ ایک شخص کی رہائش کے لیے اوسطاً کتنے ایکڑ رقبہ کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ مستطیل وضع کے ایک کمرے کا عرض اس کے لمول کا دوہلی ہے۔ اس میں ۲۴ اینچ چوڑے قالین سے بحساب ۵ شلنگ ۳ پیس فی گز فرش کر دینے میں ۲۹ پونڈ ۸ شلنگ ۸ پیس صرف ہوتے ہیں اور ۱۱ اینچ چوڑے کاغذ سے بحساب ۲ شلنگ ۴ پیس فی گز اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں ۲ پونڈ ۳ شلنگ ۴ پیس خرچ ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی معلوم کرو۔

۱۸۔ ۱۹ فٹ ۱۱ اینچ مربع کمرے کے وسط میں ایک مربع وضع کا قالین بچھا ہوا ہے اور بقیہ فرش مستقل چوڑائی کا لکڑی کا حاشیہ ہے۔ آخر الذکر کی قیمت ۱۷ پیس فی مربع فٹ ہے۔ اگر قالین کی قیمت ۱۰ پیس فی مربع فٹ ہو اور قالین اور لکڑی کی جمالیات ۱۴ پونڈ ۱۳ شلنگ ۳ پیس ہو تو بتاؤ کہ لکڑی کے حاشیہ کا عرض کیا ہوگا؟

۱۹۔ ایک ہی بلندی کے دو مستطیل وضع کے کمرے ہیں۔ ایک کمرے کے بلندی ۱۹ فٹ ۴ فٹ اور دوسرے کے ابعاد ۱۵ فٹ ۵ فٹ ہیں۔ ۲۴ اینچ چوڑے کاغذ سے بحساب ۳ شلنگ ۹ پیس فی گز دیواروں پر کاغذ لگانے میں ۳ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پیس صرف ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۰۔ دو مربع وضع کے کمرے جن میں سے ایک پنبت دوسرے کے ہر سمت میں ۲ فٹ زیادہ ہے مساوی بلندی ہیں۔ اور ۱۱ پیس فی مربع گز کے حساب سے دیواروں پر کاغذ لگانے میں بالترتیب ۲ پونڈ ۴ شلنگ ۹ پیس اور ۳ پونڈ ۸ شلنگ ۳ پیس صرف ہوتے ہیں بلندی دریافت کرو۔

۲۱۔ بتاؤ کہ ۱۲ اینچ موٹی ناٹ میں سے ۱۱ اینچ دباؤ کے کتنے تختے کاٹے جاسکتے ہیں۔ جبکہ آہ کی ہر کاٹ کے لیے ۱۱ اینچ کی فضا درکار ہو۔

۲۲۔ ایک مربع کا رقبہ ۲۲۵۲ ہے؛ ایک ایسے مربع کا ضلع معلوم کرو جو اس کا

نصف ہو۔

۲۳۔ تباؤ کو ۳۰ گز طول اور ۱۲ گز عرض کے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۰ انٹ اور عرض ۸ انچ ہے؟

۲۴۔ تباؤ کو ۱۶ میل فی گھنٹہ کے حساب سے ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ مربع گز رقبہ کے مربع دفع کے میدان کے گرد چلنے کے لیے کتنی مدت چاہیئے؟

۲۵۔ ۲ پونڈ ۱۴ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے ایک مربع میدان کی قیمت ۲۰ پونڈ ۵ شلنگ ہوتی ہے۔ ۹ پنس فی گز کے حساب سے اس میدان کے گرد ٹی لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۲۶۔ ۲۸ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے فرش کے رقبہ اور اس سے نصف ابعاد کے اردو فرشوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

(من) رُٹ کی انجینیئر جماعت کا آخری امتحان

۲۷۔ ایک مربع کا احاطہ ۴۰، ۸ انچ ہے اور ایک دوسرے مربع کا احاطہ ۳۶، ۳۲ انچ ہے۔ ایک ایسے مربع کا احاطہ دریافت کرو جس کا رقبہ ان دو مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۲۸۔ ایک کمرے کا طول ۱۵ فٹ کے عرض سے دو چند ہے۔ چھت کو بحساب ۱۶ پنس فی مربع گز رنگ کروانے کی لاگت ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۱ پنس ہوتی ہے اور اس کی دیواروں پر بحساب ۲ شلنگ ۴ پنس فی مربع گز روغن کروانے کی اجرت ۲۵ پونڈ ہوتی ہے۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۹۔ ایک کمرے کا طول ۱۵ انٹ ۸ انچ اور عرض ۱۰ انٹ ۳ انچ ہے تباؤ کو اس کے فرش کے لیے ۱۶ گز عرض کی کتنی چٹائی دے گا ہوگی اور اس کی قیمت بحساب ۴۶ سنے فی گز کیا ہوگی؟

۳۰۔ ایک مستطیل صحن کا رقبہ ۲۰۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع ۱۸۵۲۵ کی نسبت میں ہیں صحن کے چاروں طرف مستقل چوڑائی میں پتھر کا راستہ بنایا گیا ہے اور اس کا رقبہ صحن کے رقبہ کا نصف ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

- ۳۱۔ ایک کمرے کا طول ۲۳ فٹ عرض ۱۹ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۱۴ فٹ ہے۔
بتاؤ کہ اس کی دیواروں کے لیے پتہ گز عرض کا کتنے گز کاغذ درکار ہوگا؟
- ۳۲۔ ایک صندوق کو جس کے اوپر ڈھکنا نہیں ہے اور جو اینچ دبیز لکڑی کا
بنا ہوا ہے اندر اور باہر دونوں طرف ۱/۲ انچ مٹلاوب ہے۔ اس کا بیرونی طول عرض اور بلندی بالترتیب
۲۱/۲ اور ۱۱/۲ فٹ ہیں بتاؤ کہ کتنے سطحی فٹ روغن اس کے لیے درکار ہوگا؟

(ح) رُڑ کی آپر سب آرڈینیٹ جماعت کا ماہانہ امتحان

- ۳۳۔ ایک جنگل میں جس کا طول اہل اور عرض ۱/۲ میل ہے کتنے درخت
ہونگے اگر اوسطاً ہر ایک مربع زنجیر میں ۴ درخت آگئے ہوں؟
- ۳۴۔ ایک مستطیل باغ کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۹۰ فٹ ہے اس کے گرد اگر
ایک راستہ ہے جس کا بیرونی کنار باغ کی دیوار سے ۱۰ فٹ پر ہے۔ اور راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کا
ایک چوتھائی ہے: اس کا عرض دریافت کرو۔
- ۳۵۔ ایک کمرے کا طول ۲۲ فٹ عرض ۲۰ فٹ اور بلندی ۱۳ فٹ ہے اس کی دیواروں
پر کاغذ منٹھنے کے لیے ۱/۲ گز عرض کا کتنا کاغذ درکار ہوگا؟
- ۳۶۔ مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۱۰ ایکڑ ہے اناج ایک ایسے کسان سے
کٹوا یا جاتا ہے جو گرد اگر د کام کرے کسان کی کاٹ ۵ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ کھیت کا تین چوتھائی حصہ
کاٹنے کے لیے کسان کو کتنی مرتبہ جگر کاٹنا پڑے گا؟
- ۳۷۔ ایک ریل کی سڑک کا طول ۱/۲ میل ہے اور اس کی تیاری کے لیے زمین
کا اوسط عرض ۵ گز ہونا چاہیے: اگر زمین ۵۰ پونڈ فی ایکڑ کے حساب سے خریدی جائے تو بتاؤ کہ کیا
مصرف ہوگا؟
- ۳۸۔ ایک مستطیل کمرے کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۷۰ فٹ ہے۔ اس کے باہر
کی طرف گرد اگر مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنا ہوا ہے جس کا رقبہ کمرے کے رقبہ کے مساوی
ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(ط) رُڑ کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا آخری امتحان

۳۹ — ایک کمرے کا طول ۲۸ فٹ اور عرض ۱۶ فٹ ہے۔ اس کے بیچوں بیچ ۳۴ فٹ لمبا اور ۱۲ فٹ چوڑا ایک ترکی قالین بچھا ہوا ہے اگر بقیہ فرش پر موم جامہ بچھایا جائے تو بتاؤ کہ ۲۰ انچ چوڑا کس قدر موم جامہ درکار ہوگا؟
۴۰ — ایک کمرے کا طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ اس میں دو درتکچے ۶ فٹ x ۴ فٹ، ایک دروازہ ۷ فٹ x ۴ فٹ اور ایک آتش دان ۳ فٹ اونچا اور ۳ فٹ ۶ انچ چوڑا ہیں۔ بتاؤ کہ ۲۰ انچ چوڑا کاغذ اس کی دیواروں پر کتنا لگے گا؟
۴۱ — بتاؤ کہ ۴۰ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۲ فٹ ۶ انچ اور عرض ۶ فٹ ۹ انچ ہے؟

زائد سوالات امتحان

۴۲ — اگر اخبار ٹائمز کی روزانہ ۱۰۰۰ اکاپیاں شائع ہوتی ہوں اور ہر کاپی دو اوراق پر مشتمل ہو اور ہر ورق کی تختی ۳۴ فٹ x ۲۰ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ایک ادیشن کتنے ایگر جگہ پر پھیلے گا؟

جامعہ پنجاب۔ سیول انجینئرنگ کا پہلا ۱۲ امتحان۔

۴۳ — ایک باغ کا طول ۱۶۰ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ۔ اس میں ایک حوض ہے جس کے گرد اگر ایک مستقل چڑائی کا حاشیہ زمین چھوڑا گیا ہے۔ جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا نصف ہے۔ حوض کا طول اور عرض دریافت کرو۔

(سڑا کی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۴۴ — ایک سنٹیلیل کمیٹ کا رقبہ ۱۵ ایگر اور طول اس کے عرض کا ۱/۲ گنا ہے۔ اگر کوئی شخص اس کے گرد ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چار مرتبہ چکر لگائے تو کتنی مدت صرف ہوگی؟
(یوہا پین سکولز: فائینل صوبہ جات متخل)

۴۵ — ایک کمرے کا طول ۱۸ فٹ عرض ۱۵ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس میں دو دروازے ہر ایک ۷ فٹ x ۴ فٹ ہیں۔ اور زمین سے ۴ فٹ کی بلندی پر دو کھڑکیاں ۳ فٹ x ۳ فٹ

کی ہیں اور فرش سے $2\frac{1}{2}$ فٹ اونچا ایک دغنی حاشیہ بھی کمرے کے چاروں طرف ہے۔
اس کی دیواروں پر ایک آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے کاغذ لگوانے کی اجازت
دیافت کرو۔

۴۶ — ایک عمارت میں ۶۳ کھڑکیاں ہیں ان میں سے ۴۰ کھڑکیوں کو
۱۲ اینٹ لگانے کے فریم ہر ایک 20×14 ہیں اور بقیہ کھڑکیوں کو ۹ فریم ہر ایک ۶ اینچ مربع
ہیں۔ ۲ روپے فی مربع فٹ کے حساب سے تمام فریموں میں آئینہ لگوانے کی لاگت معلوم کرو۔
(سڑک کی انجینئر فائینل)



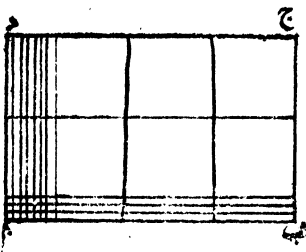
باب سوم

اشنا اعشاریہ

۱۲۔ جب کسی مستطیل کے ابعاد مرکب مقادیر میں دیے ہوئے ہوں (یعنی دو یا زیادہ اکائیوں کی رقوم میں بیان کیے جائیں) تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ہم نے اس امر کو ضروری سمجھا کہ ان دونوں کو ایک ہی اکائی کی رقوم میں بطور سادہ مقادیر کے ظاہر کیا جائے۔

اشنا اعشاریہ کے استعمال سے یہ سمویل نظر انداز کی جاسکتی ہے۔

۱۳۔ مستطیل ا ب ج د پر غور کرو۔



فرض کرو کہ اس کا طول ا ب ۳ فٹ، اینچ اور عرض ا د ۲ فٹ ۲ اینچ کو تقبیر کرتے ہیں۔

ایک ہی پاد پر ب سے ج ا پر تین ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کا

متناظر ہو اور سات ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک اینچ کا متناظر ہو۔ اور اسی طرح د سے د ا پر دو ایسے طول قلع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کو اور تین ایسے طول کہ ہر ایک ایک اینچ کو تقبیر کر سکے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ا د اور ب ا کے متوازی خطوط کھینچو۔ اب میں

معلوم ہو گا کہ مستطیل کا رقبہ تین مختلف جسامتوں کے کئی ٹکڑوں میں بٹکتا ہے۔
 بڑے سے بڑے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ
 ہر سمت میں افٹ ہے (یعنی مربع فٹ کو) اور ایسے ہمارے پاس 2×3 مربع ہیں۔
 چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ
 ہر سمت میں انچ ہے (یعنی مربع انچ کو) اور ایسے 3×4 مربع ہیں۔
 بقیہ ٹکڑے ایسے مستطیلوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کے ناپ
 افٹ $\times$ انچ ہیں ہم انہیں سطحی اولیات کہیں گے اور اس صورت میں ان
 کی تعداد $(2 \times 3 + 2 \times 4)$ ہوگی۔

پس مستطیل ا ب ج د ایک ایسے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے جو۔

$$(1) \quad 2 \times 3 \text{ مربع فٹ} = 6 \text{ مربع فٹ}$$

$$(2) \quad (2 \times 3 + 2 \times 4) \text{ سطحی اولیات} = 22 \text{ سطحی اولیات}$$

$$(3) \quad 2 \times 4 \text{ مربع انچ} = 21 \text{ مربع انچ}$$

کے مجموعہ کے برابر ہے۔ اور چونکہ ایک سطحی اولی ایک ایسا مستطیل ہے جس کے
 ناپ افٹ $\times$ انچ ہیں اس لیے ظاہر ہے کہ

$$12 \text{ مربع انچ} = \text{ایک سطحی اولی}$$

$$12 \text{ سطحی اولیات} = 1 \text{ مربع فٹ}$$

ہم دیکھیں گے کہ ذیل کے حل سے جس میں مستطیل کے ایک ٹکڑے کی ہر رقم کو
 دوسرے ٹکڑے کی ہر رقم سے ضرب دیا جاتا ہے نتیجہ بالا حاصل ہو سکتا ہے۔

انچ ۴	۳ فٹ
انچ ۲	۲ فٹ
۲ × ۴ سطحی اولیات	۲ × ۳ مربع فٹ
۲ × ۴	۲ × ۳
۲۱ مربع انچ	۶ مربع فٹ

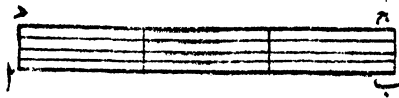
اور چونکہ $12 \text{ مربع انچ} = \text{ایک سطحی اولی}$

اور $12 \text{ سطحی اولیات} = 1 \text{ مربع فٹ}$

اس لیے یہ نتیجہ اس طرح دکھایا جاسکتا ہے۔

۸ مربع فٹ . سہلی اولیات ۹ مربع انچ
اس عمل سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ، انچ کو جب ۲ فٹ سے ضرب دیا جاتا ہے تو، ۲x۲
سہلی اولیات حاصل ہوتے ہیں اور جب ۳ فٹ کو ۳ انچ سے ضرب دیا جاتا ہے تو
۳x۳ سہلی اولیات حاصل ہوتے ہیں۔

حقیقتاً ہم جس قانون کو فرض کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ مستطیل کے ایک
بجہ میں کے فٹوں کی تعداد کو دوسرے بجہ میں گئے انچوں کی تعداد سے ضرب دینے سے
ہمیں رقبہ میں سہلی اولیات کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔
اب اس کو ہم ثابت کریں گے۔



مستطیل ۱ ب ج ۲ پر غور کرو۔
فرض کر دو کہ ۱ ب ۳ فٹ کے طول اور ۲ ب ج ۲ انچ کے طول کو تعبیر
کرتے ہیں۔

۱ ب کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کر دو تاکہ ہر حصہ ایک فٹ کو
تعبیر کرے اور ۲ ب ج کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دو تاکہ ہر حصہ ایک انچ کو
ظاہر کرے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ب ج اور ۱ ب کے متوازی
خطوط کھینچو۔

اس طرح ہم نے مستطیل کو کئی مساوی حصص میں تقسیم کر دیا ہے اور ہر حصہ
ایک سہلی اولیٰ کو تعبیر کرتا ہے۔

اور ان کی تعداد ۲x۳ ہے یعنی (۱ ب میں فٹوں کی تعداد) x (۲ ب ج میں
انچوں کی تعداد)۔

پس ہم ذیل کے عام نتیجے پہ پہنچتے ہیں کہ۔

طولی فٹ $\times$ طولی اینچ = سطحی اولیات

مثال بالا کامل اس طرح مختصر کیا جاسکتا ہے۔
 فٹ ۳ اینچ ۲ = سطحی اولیات
 پس ۱ مربع فٹ حاصل کیا اور ۲ سطحی اولیات باقی رہے
 ۳ فٹ $\times$ ۲ فٹ = ۶ مربع فٹ اور حاصل کا ایک ملا کر
 ۶ مربع فٹ لکھے گئے۔ ۶ اینچ $\times$ ۳ اینچ = ۱۸ مربع اینچ، ۱ سطحی
 اولیات حاصل آیا اور باقی رہے ۹ مربع اینچ۔

۳ فٹ $\times$ ۳ اینچ = ۹ سطحی اولیات اور حاصل کا ۱ ملا کر ۱۰ سطحی اولیات لکھے گئے۔
 اب جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے: ۹ مربع اینچ ۱۰ اور ۲ = ۱۲ سطحی اولیات، یعنی ایک
 مربع فٹ حاصل آیا اور باقی رہے سطحی اولیات ۱ اور ۴ = ۸ مربع فٹ۔

یہاں عمل کا انحصار ایسے مستطیل کی خاصیت پر ہے جس کا طول (و + ب)
 اکائیاں اور جس کا عرض (ج + د) اکائیاں ہے۔ یعنی یہ کہ اس کا رقبہ ایسے چار مستطیلوں
 کے رقبوں کا مجموعہ ہوتا ہے جن کے ناپ بالترتیب 'و $\times$ د'، 'و $\times$ ج'، 'ب $\times$ د'، 'ب $\times$ ج'
 مربع اکائیاں ہیں

و	ب $\times$ د	و $\times$ د
ج	ب $\times$ ج	و $\times$ ج
	ب	و

مستطیل کی بحث میں ہم نے معلوم کیا ہے کہ —
 فٹ طول میں $\times$ فٹ عرض میں = مربع فٹ رقبہ میں
 فٹ $\times$ اینچ = سطحی اولیات رقبہ میں
 اینچ $\times$ اینچ = مربع اینچ رقبہ میں

۱ فٹ × ب فٹ = (۱ ب) مربع فٹ

۱ فٹ × ب انچ = (۱ ب) سطحی اولیات

۱ انچ × ب انچ = (۱ ب) مربع انچ

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ ظاہر کرتے ہیں۔

اب ایک انچ کے بارہویں حصہ کو طول کی ایک دائد اکائی فرض کرو۔

ایک مستطیل کا رقبہ جس کی پائش $\frac{1}{12}$ انچ × $\frac{1}{12}$ انچ یعنی $\frac{1}{144}$ مربع

انچ ہوگی دفعہ ۸

اور $\frac{1}{12}$ انچ × $\frac{1}{12}$ انچ پائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ $\frac{1}{12}$ مربع انچ ہوگا دفعہ ۸

اور ۱ فٹ × $\frac{1}{12}$ انچ پائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ۱ مربع انچ ہوگا دفعہ ۸

اور اوپر کی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ —

$$۱ (\frac{1}{12} \text{ انچ}) \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ۱ ب (\frac{1}{144} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ انچ} \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ۱ ب (\frac{1}{12} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ فٹ} \times ب (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = ۱ ب (\frac{1}{12} \text{ مربع فٹ})$$

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب ہم نے ۱ فٹ × ۱ انچ مستوی مستطیل کو ایک سطحی اولی کے نام

سے نامزد کیا ہے۔ اب ہم اس اصطلاح کا اطلاق کسی بھی میاری اکائی کے

بارہویں حصے پر کریں گے اور اس طرح ہم ایک طولی فٹ کے بارہویں حصہ (یعنی ایک انچ) کو طولی

اولی اور ایک لمب فٹ کے بارہویں حصے کو ایک لمب فٹ یا ٹھوس اولی کہیں گے۔

نیز کسی اولی کے بارہویں حصہ کو خواہ وہ طولی ہو یا سطحی ہو یا کمبی ہو ایک

ثانوی کے نام سے موسوم کریں گے۔

اور اس اثنا عشریہ تقسیم کی سب خواہش تو سب کی جاسکتی ہے۔

پس

۱ میاری اکائی = ۱۲ اولیات (طریقہ کتابت ۱۲)

توضیحی مثالیں

—۱۴

مثال ۱:- ۱۵ فٹ $\frac{1}{4}$ انچ کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

$$۱۵ \text{ فٹ } \frac{1}{4} \text{ انچ} = (۱۵ + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۲}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۵ \text{ فٹ } \frac{۱}{۶}$$

مثال ۱۲:- ۲۹ مربع فٹ ۷۶ مربع انچ کو اثنا عشریہ میں ظاہر کرو۔

$$۲۹ \text{ مربع فٹ } ۷۶ \text{ مربع انچ} = \frac{۷۶}{۱۴۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۷۶}{۱۴۴}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۱۹}{۳۶} + \frac{۱۹}{۳۶}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ } \frac{۱}{۶}$$

مثال ۱۳:- ۱۰۵ اکعب فٹ $\frac{1}{4}$ اکعب انچ کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

$$۱۰۵ \text{ اکعب فٹ } \frac{1}{4} \text{ اکعب انچ} = \frac{۱۰۵ + \frac{1}{۱۶}}{۱۶۳۸} \text{ اکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸}) \text{ اکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸} + \frac{۱}{۱۶۳۸}) \text{ اکعب فٹ}$$

∴ مستطیل کا رقبہ = ۲۴ مربع فٹ + سطحی اولیات ۸ مربع فٹ (یا سطحی ثانویات)
 سطحی ثانیات ۴۴ مربع فٹ

امثلہ نمبری (۳)

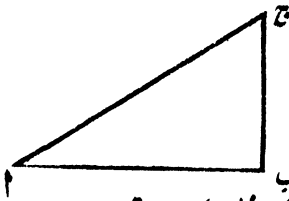
ذیل کے طول، رقبوں اور محبوں کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

۱۔ ۳ فٹ، ۶ انچ	۲۔ ۱۳ فٹ + ۸ انچ
۳۔ ۹ فٹ $\frac{۳}{۴}$ ، ۶ انچ	۴۔ ۱۰ فٹ $\frac{۱}{۲}$ ، ۶ انچ
۵۔ ۸ فٹ $\frac{۱}{۲}$ ، ۹ انچ	۶۔ ۶ مربع فٹ ۲۴ مربع انچ
۷۔ ۱۰ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ	۸۔ ۸ مربع فٹ ۱۰۳ مربع انچ
۹۔ ۱۳ مکعب فٹ ۳۶ مکعب انچ	۱۰۔ ۱۲ مکعب فٹ ۳۱ مکعب انچ
۱۱۔ ۱۶ مکعب فٹ ۹۳ مکعب انچ	۱۲۔ ۱۸ مکعب فٹ $\frac{۱}{۲}$ ۱۳۶۲ مکعب انچ
- ذیل کے ابعاد کے مستطیلوں کے رقبے اثنا عشریہ کے طریقہ سے دریافت کرو۔
- | | |
|----------------------------------|---|
| ۱۳۔ ۳ فٹ، ۶ انچ، ۳ فٹ | ۱۴۔ ۱۴ فٹ، ۳ فٹ، ۶ انچ |
| ۱۵۔ ۱۰ فٹ، ۹ انچ، ۵ فٹ ۴ انچ | ۱۶۔ ۸ فٹ، ۶ انچ، ۵ فٹ ۱۰ انچ |
| ۱۷۔ ۶ فٹ، ۸ انچ، ۵ فٹ ۳ انچ | ۱۸۔ ۱۰ فٹ، ۶ انچ، ۵ فٹ ۶ انچ |
| ۱۹۔ ۸ فٹ، ۶ انچ، ۵ فٹ ۵ بارہویں | ۲۰۔ ۶ فٹ، ۶ انچ، ۵ فٹ ۸ بارہویں |
| ۲۱۔ ۱۰ فٹ، ۶ انچ، ۵ فٹ ۸ بارہویں | ۲۲۔ ۹ فٹ، ۱۰ انچ، ۵ فٹ ۱۰ انچ، ۵ فٹ ۸ بارہویں |

باب چہارم

قائم الزاویہ مثلث

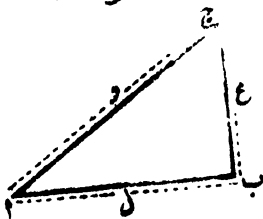
۱۵۔ قائم الزاویہ مثلث ایسی تین ضلعی مستقیم شکل کو کہتے ہیں جس کا ایک زاویہ قائم ہو۔
قائم الزاویہ مثلث میں زاویہ قائمہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔
قائم الزاویہ مثلث کے وہ اضلاع جن سے زاویہ قائمہ بنتا ہے بالترتیب قاعدہ اور عمود کہلاتے ہیں۔



پس قائم الزاویہ $\triangle$ ا ب ج میں
ا ج وتر ہے۔ ب قاعدہ اور ب ج عمود ہے۔
قائم الزاویہ مثلث میں قاعدہ اور عمود عموماً
زاویہ قائمہ بنانے والے ضلعے یا زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلعے کہلاتے ہیں۔

مسئلہ (۲)

۱۶۔ قائم الزاویہ مثلث کا وتر معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور عمود دیے گئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ
مثلث ہے اور قاعدہ ا ب اور عمود ب ج
کے ناپ ایک ہی طوں اکائی کے لحاظ سے بالترتیب
ل اور ع ہیں۔ مطلب یہ ہے کہ وتر ا ج،
ل اور ع کی درجہ میں دریافت کیا جائے۔

چونکہ — — — — — ا ج پر کا مربع = ا ب پر کا مربع + ب ج پر کا مربع
... تعلیمیں مقالہ اول شکل ۴۷

لیکن ا ب پر کا مربع = ل مربع اکائیاں وضع ۹

اور ب ج پر کا مربع = ع^۲ مربع اکائیاں دفعہ ۹

∴ ا ج پر کا مربع = (ل^۲ + ع^۲) مربع اکائیاں

∴ ا ج = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ طولی اکائیاں دفعہ ۹

پس قاعدہ - قائم الزاویہ مثلث کے زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں طوی اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کا مجموعہ دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ کا جذر المربع اُس کے وتر میں متناظر طوی اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً - قائم الزاویہ مثلث کا وتر = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (قاعدہ) + (عمود)

یعنی و = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (۱)

(وتر) = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (قاعدہ) + (عمود)

(قاعدہ) = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (عمود)

(عمود) = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (قاعدہ)

قاعدہ = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (عمود)

عمود = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (قاعدہ)

ل = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (قاعدہ) (۲)

ع = $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (وتر) - (عمود) (۳)

نوٹ - اکثر اوقات جملہ ما^۲ - ع کے بجائے جملہ ما^۲ (د - ع) (د + ع) اور جملہ ما^۲ - ل کے بجائے جملہ ما^۲ (د - ل) (د + ل) استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے خصوصاً جبکہ بڑے اعداد شامل ہوں۔

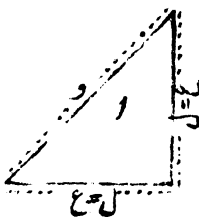
خاص صورتیں

— ۱۷

(۱) مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث -

اس صورت میں قاعدہ = عمود

اب کسی قائم الزاویہ مثلث کا وتر



= $\sqrt{ل^2 + ع^2}$ (قاعدہ) + (عمود) دفعہ ۱۶

∴ مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر = $2\sqrt{2}$ (قاعدہ) یا $2\sqrt{2}$ (عمود)

$$2\sqrt{2} \text{ یا } 2\sqrt{2}$$

$$ل = 2\sqrt{2} \text{ یا } 2\sqrt{2} \dots (۱)$$

اس لئے مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ یا عمود = $\frac{2}{\sqrt{2}}$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = ل \dots (۲)$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = ع \dots (۳)$$

نوٹ — مربع کا وتر مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر ہوتا ہے۔

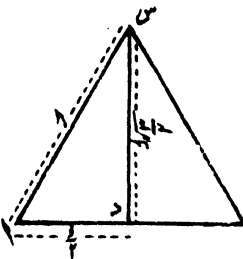
۲۔ مثلث مساوی الاضلاع

اس صورت میں تینوں اضلاع آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔
فرض کرو کہ مثلث مساوی الاضلاع ا ب س کے ہر ایک ضلع کا ناپ کسی طوئی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے یعنی ۱ ب = ۱ س = ۱ س = ۱ طوئی اکائیاں

تب اگر س د، ا ب پر عمود ہو تو

$$1 = \frac{1}{2} \text{ طوئی اکائیاں}$$

$$اب س د = 1 - 1 = 0 \dots \text{دفعہ ۱۶}$$



$$\therefore س د = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore س د = \frac{3}{4} \text{ طوئی اکائیاں}$$

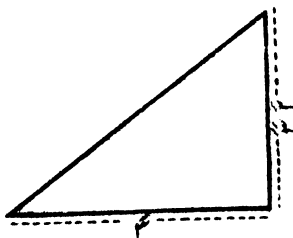
یہ اہم نتیجہ اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے:

مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع = ضلع $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

توضیحی مثالیں

— ۱۸

مثال ۱ — ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ اور عمود بالترتیب ۳ فٹ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں۔ اس کا درجہ دریافت کرو۔



وتر = $\sqrt{3^2 + (2.5)^2}$ (عمود) (قاعدہ) + ۱۶ دفعہ ۱۶

جہاں قاعدہ = $36 = (12 \times 3)$ ۳۶ انچ

عمود = $24 = (3 + 12 \times 2)$ ۲۴ انچ

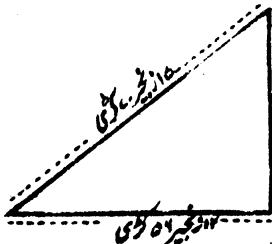
∴ وتر = $\sqrt{3^2 + (2.5)^2}$ ۲ (۲۴) + ۲ (۳۶) انچ

= $\sqrt{20.25}$ انچ

= ۴.۵ انچ

= ۳ فٹ ۹ انچ

مثال ۲ — قائم الزاویہ مثلث کی وضع کے ایک قطر زمین کے دو طول ۵۰ زنجیر اور ۶۰ کڑی اور باقی سرحدوں میں سے ایک کا طول ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی ہے بقیہ سرحد کا طول دریافت کرو۔



بقیہ سرحد = $\sqrt{50^2 + 60^2}$ (قاعدہ) (وتر) ۱۶ دفعہ ۱۶

جہاں وتر = ۱۵ زنجیر ۶۰ کڑی = ۱۵۶۰ کڑی

قاعدہ = ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی = ۱۲۵۶ کڑی

∴ بقیہ سرحد = $\sqrt{1256^2 + 1560^2}$ کڑی

= $\sqrt{1256^2 + 1560^2}$ کڑی

= $\sqrt{884392}$ کڑی

= ۹۴۲ کڑی

= ۹ زنجیر ۴۲ کڑی

مثال ۳ — ایک مربع کا ضلع ۲ فٹ ۹ انچ ہے اس کا وتر دریافت کرو۔ مربع کا وتر ایک ایسے
سادے الساقین مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہوتا ہے جس کا قاعدہ اور عمود مربع کے ضلعے جوتے ہیں۔۔۔ دفعہ ۱۰

∴ مربع کا وتر = ضلع $\times \sqrt{2}$ دفعہ ۱۰
اگر ضلع = ۲ فٹ ۹ انچ = $(9 + 12 \times 2) = 33$ انچ تو

مربع کا وتر = $33 \times \sqrt{2}$ انچ

= 33×1.414213562 انچ

= 46.6690475 انچ

مثال ۴ — ایک مربع کا وتر ۵ زنجیر ۲۰ کڑی ہے۔ اس کا ضلع
دریافت کرو۔

مربع کا ضلع = $\frac{\text{وتر}}{\sqrt{2}}$ دفعہ ۱۰

جہاں وتر = ۵۵۲ زنجیر

∴ مربع کا ضلع = $\frac{552}{\sqrt{2}}$ زنجیر

= $\frac{\sqrt{2} \times 552}{2}$ زنجیر

= $\frac{\sqrt{2} \times 552}{2}$ زنجیر

= $\sqrt{2} \times 276$ زنجیر

= 389.669 زنجیر

= ۳ زنجیر ۶۶۵ کڑی

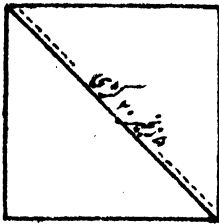
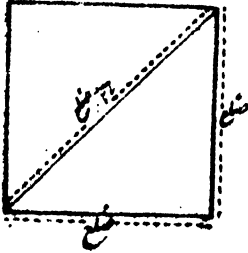
مثال ۵ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ ۴۸ انچ ہے اور اُس کے وتر اور ارتفاع کا فرق
۳۶ انچ ہے۔ وتر اور ارتفاع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ وتر = ۷۰ انچ

تب ارتفاع = $(70 - 36)$ انچ

لیکن ارتفاع = $\frac{1}{2}(\text{وتر}) - \frac{1}{2}(\text{قاعدہ})$ دفعہ ۱۰

جہاں وتر = ۷۰ انچ اور قاعدہ = ۴۸ انچ



$$\therefore \text{ارتفاع} = \sqrt{(لا)^2 - (۳۸)^2}$$

$$\therefore \sqrt{(لا)^2 - (۳۸)^2} = (۳۶ - لا)$$

$$\therefore لا^2 - ۲(لا)(۳۶) + ۳۶^2 = (۳۸)^2$$

$$\therefore لا^2 - ۷۲لا + ۱۲۹۶ = ۱۴۴۴$$

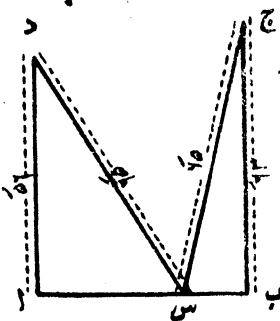
$$لا^2 - ۷۲لا = ۱۴۴$$

$$\therefore لا = \frac{۷۲ \pm \sqrt{۷۲^2 - 4 \times ۱۴۴}}{2} = ۵۰$$

$$\therefore لا = ۵۰ = ۳۶ - ۱۴ = ۲۲$$

۵۰ اینچ ہے اور ارتفاع ۱۴ اینچ ہے

مثال ۶۔ ایک سیرس کو سڑک کے ایک ٹیچ پر رکھا گیا تو وہ ۶۳ فٹ اونچے دریچے تک پہنچی۔ پھر اسے سڑک کے دوسرے ٹیچ پر لٹ دیا گیا تو وہ ۵۶ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیرس کا طول ۶۵ فٹ ہو تو سڑک کا عرض دریافت کرو۔



فرض کرو کہ خط 'ا ب' سڑک کے عرض کو ظاہر کرتا ہے اور نقطہ 'س' سیرس کے پائین کو۔ اب ہمیں حسب ذیل پیمائشیں حاصل ہوتی ہیں:

$$س ج = س د = ۶۵$$

$$ب ج = ۶۳$$

$$ا د = ۵۶$$

$$\text{پس اس} = \sqrt{(۶۵)^2 - (۵۶)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۳۳ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور س ب} = \sqrt{(۶۵)^2 - (۶۳)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

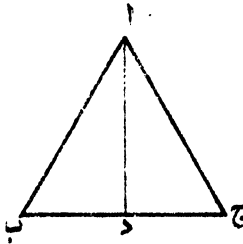
$$= ۱۶ \text{ فٹ}$$

لیکن سڑک کا عرض = اس + س ب

$$\therefore \text{سڑک کا عرض} = (۱۶ + ۳۳) \text{ فٹ}$$

$$= ۴۹ \text{ فٹ}$$

مثال ۷۔ ایک کھیت مساحی الاضلاع مثلث کی وضع کا ہے اس کی احاطہ بندی کی لاگت ۳ آنہ فی فٹ کے حساب سے ۵۶ روپیہ ۴ آنہ ہوتی ہے۔ اس کے کسی راس سے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو۔



$$\text{مثلث کا احاطہ} = \frac{۵۶ \times ۳}{۲} = ۸۴ \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۹۰۰}{۳} \text{ فٹ}$$

$$= ۳۰۰ \text{ فٹ}$$

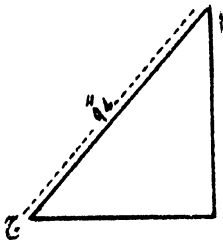
$$\therefore \text{مثلث کا ہر ایک ضلع} = \frac{۳۰۰}{۳} = ۱۰۰ \text{ فٹ}$$

لیکن اگر مساحی الاضلاع مثلث 'ا ب ج' کا ایک ضلع 'ا ب' کا ناپ ۱۰۰ فٹ ہو تو اسے 'ب ج' پر کا عود ۱۵۰ یعنی کسی راس سے اس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ ذیل سے حاصل ہوگا۔

$$\frac{۱۰۰ \times ۳}{۲} = ۱۵۰ \text{ فٹ} \times ۵۰ = ۱۵۴۳۲ \text{ فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۸۶۵۶ \text{ فٹ}$$

مثال ۸۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا احاطہ ۲۳۳ اینچ اور اس کا وتر ۹۰ اینچ ہے۔ اس کے باقی دو ضلعوں کے طول دریافت کرو۔



فرض کرو کہ 'ا ب ج' ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا 'ب' پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے تو 'ب ج' کا طول ۹۰ اینچ ہوگا۔

$$\text{فرض کرو کہ } 'ا ب' = 'لا' \text{ اینچ اور } 'ب ج' = 'ما' \text{ اینچ}$$

$$۱ \text{ } 'ا ب' = 'لا' + 'ما' = ۲ = ۲(لا - ما) = ۲(لا + ما) \quad (۹۰) \times ۲ = ۲(لا + ما) \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\text{لیکن } (لا + ما) = ۹۰ - ۲۳۳ = ۱۳۴$$

$$\therefore (لا - ما) = \frac{۲(۱۳۴) - ۲(۹۰) \times ۲}{۲} = ۱۸۸$$

$$۱۸۸ + ۹۰ = ۲۷۸$$

$$۲۷۸ = ۱۳۹$$

$$۱۳۹ = ۱۳۹$$

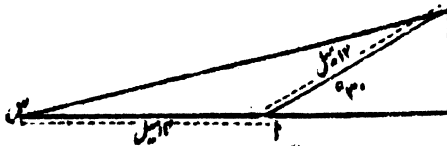
لیکن $۱۳۷ = ۶ + ۱۲۱$

$۷۲ = ۱۲$

اور $۶۵ = ۱۲$

پس دیے ہوئے قائم الزاویہ مثلث کے باقی دو ضلعوں کے طول بالترتیب ۷۲، ۶۵ اور ۱۲۱ یوں ہیں۔

مثال ۹ — ایک مقام سے دوسرے ایک دوسری سے ۱۵۰ کے لایہ پر متبع ہوتی ہیں۔ دو شخص اس مقام سے مختلف سمتوں پر بالترتیب ۳ اور $\frac{۱}{۲}$ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے روانہ ہوتے ہیں تباؤ کہ اپنی اپنی سمت پر مسلسل ۳ گھنٹوں تک سفر کرنے کے بعد ان کے درمیان براہ راست کتنا فاصلہ ہوگا؟



اگر ا ب اور ا ج دونوں

آدمیوں کے علیحدہ علیحدہ طے کردہ فاصلوں کو تعبیر کریں تو ب سے اس فاصلہ کو ظاہر کرے گا جو چھ گھنٹہ کے اختتام پر ب سے دونوں کے درمیان ہوگا

چونکہ $۱۵۰ > ۳$ ا ب =

$۳۰ > ۱$ ا ب =

اور $۹۰ > ۱$ د ب =

$\frac{۳}{۲} \times ۱۲۱ = ۱۸۱ \frac{۳}{۲}$ د ب =

لیکن ا ب کا طول = $۳ \times ۳ = ۱۲$ میل

د ا کا طول = $۳ \times \frac{۱}{۲} = ۱ \frac{۱}{۲}$ میل

$۱۲ + ۱ \frac{۱}{۲} = ۱۳ \frac{۱}{۲}$ ج د =

پھر $\frac{۱}{۲} \times ۱۸۱ \frac{۳}{۲} = ۴۵ \frac{۳}{۲}$ ب د =

$۹ = ۱۲$ میل

اور $۱۲ + ۴۵ \frac{۳}{۲} = ۸۱ \frac{۳}{۲}$ ب ج =

$\sqrt{۱۲^2 + (۱۳ \frac{۱}{۲})^2} = ۱۷ \frac{۱}{۲}$ میل

$\sqrt{۱۲^2 + ۴۵ \frac{۳}{۲}^2} = ۴۷ \frac{۳}{۲}$ میل

$\sqrt{۱۲^2 + ۸۱ \frac{۳}{۲}^2} = ۸۲ \frac{۳}{۲}$ میل

۹ — ۱۶۲ کڑی ، ۱۳۶ کڑی

۱۰ — ۶۵ انچ ، ۵۶ انچ

۱۱ — ۲ فٹ ۱ انچ ، ۲ فٹ

۱۲ — ۹ میل ۲ فرلانگ ، ۸ میل ۶ فرلانگ

۱۳ — ۷ زنجیر ۸ کڑی ، ۳ زنجیر ۹۶ کڑی

۱۴ — ۸ میل ۶ فرلانگ ۳۶ پول ، ۳ میل ۱ فرلانگ ۳۶ پول

۱۵ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۱۲۶ گز اور اُس کے وتر اور دوسرے ضلع

کا فرق ۲۲ گز ہے۔ وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

۱۶ — ایک مربع کا ضلع ۶ فٹ ہے۔ مربع کے وسطی نقطہ کا راسوں سے فاصلہ دریافت کرو۔

۱۷ — ۱۵ فٹ لمبی سیڑھی ایک دیوار سے استعصاً کھڑی ہوئی ہے۔ سیڑھی کے نچلے سرے

کو کس قدر کھینچا جائے کہ اُس کا بالائی سر ۳ فٹ نیچے آئے؟

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ ۱۵۳ انچ اور اس کا دوسرا

ضلع ۵۱ انچ ہے۔ وتر معلوم کرو۔

۱۹ — ایک مستطیل کے ابعاد بالترتیب ۲ فٹ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا وتر

دریافت کرو۔

۲۰ — ایک ایسے مربع کا وتر دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۳ انچ ہے۔

۲۱ — ایک مساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع کا طول ۴ فٹ ۲ انچ ہے اور

اس کا قاعدہ ۶ فٹ ۸ انچ ہے۔ راس سے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔

۲۲ — ۹ فٹ ۲ انچ لمبی سیڑھی ایک مکان کی کھڑکی تک عین پہنچ سکتی ہے۔ اگر

سیڑھی کا مکان کی دیوار سے ۵ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہو تو زمین سے کھڑکی کی بلندی دریافت کرو۔

۲۳ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۵ زنجیر ہے اور ارتفاع قاعدہ کا دو چندان

ہے۔ اعتبار یہ کے دوسرے مقام تک اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔

۲۴ — ایک کھیت قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کی شکل کا ہے اور اس کے

وتر کا طول ۱۰۰ گز ہے۔ ۳ روپیہ فی گز کے حساب سے قریب ترین آمد تک اس کی احاطہ بندی کی

لاگت دریافت کرو۔

- ۲۵ — ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چکر اگر کوئی شخص ۴ منٹ میں ایک مربع کے دھڑکے عبور کر سکے تو قریب ترین فٹ تک مربع کا احاطہ دریافت کرے۔
- ۲۶ — کسی سیرٹیج کو ایک گلی کے ایک رخ پر اس طرح رکھا گیا کہ وہ ۶ فٹ بلند دریچے تک پہنچے۔ پھر اُسے گلی کے دوسرے رخ پر پلٹا دیا گیا تو وہ ۲ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیرٹیج کا طول ۱۰ فٹ ہو تو شریک کا عرض دریافت کرے۔
- ۲۷ — ایک شہر دوسرے شہر سے شمال کو ۳۲ میل کے فاصلہ پر ہے اور ایک تیسرے شہر ج سے مغرب کو ۲۰ میل کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ ب، ج سے کتنی دُور ہے؟
- ۲۸ — ۴ فٹ ۵ انچ طول کی ایک رسی کسی جھنڈے کی لکڑی کی چوٹی سے زمین کے ایک ایسے نقطہ تک پہنچتی ہے جس کا فاصلہ لکڑی کے پایہ سے ۱۳ فٹ ۹ انچ ہے۔ جھنڈے کی لکڑی کی بلندی دریافت کرو۔
- ۲۹ — سو فٹ بلند مینار کے سامنے ایک خندق واقع ہے۔ خندق کا عرض دریافت کرو اگر مینار کی چوٹی اور خندق کے مقابل کنارہ کو لانے والے خطِ مستقیم کا طول ۱۱۸ فٹ ہو۔
- ۳۰ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۸ انچ ہے دو ضلعوں کے طول دریافت کرو اگر ایک ضلع دوسرے کا تین چوتھائی ہو۔

امثلہ نمبری ۴ (ب)

- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے وتر دریافت کر جن میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔
- | | |
|----------------------|-------------------------|
| ۳۱ — ۲۴ راسی، ۷ راسی | ۳۲ — ۱۳ لاقہ، ۸۴ لاقہ |
| ۳۳ — ۸۵ گز، ۱۳۲ گز | ۳۴ — ۶۰ لاقہ، ۲۲۱ لاقہ |
| ۳۵ — ۷ گز، ۳۵ گز | ۳۶ — ۱۴۵ راسی، ۴۰۸ راسی |
- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کا بقیہ ضلع دریافت کر جن میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں:
- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| ۳۷ — ۱۱ لاقہ، ۴۰ لاقہ | ۳۸ — ۵۳ راسی، ۴۵ راسی |
| ۳۹ — ۱۰۹ گز، ۹۱ گز | ۴۰ — ۱۳۴ لاقہ، ۸۸ لاقہ |
| ۴۱ — ۲۰۵ گز، ۱۸۴ گز | ۴۲ — ۴۰۹ راسی، ۳۹۱ راسی |

سوالات امتحانات

- ۱۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کے ضلعوں کا فرق ۲۱ فٹ اور اس کا وتر ۳۹ فٹ ہے دونوں

ضلعوں کی لمبائی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲۔ ایک سیرمچی جس کا طول ۲۴ فٹ ہے ایک دیوار سے سیدھی اعتباراً لگی ہوئی ہے۔ بتاؤ کہ سیرمچی کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اُس کا بالائی حصہ ۳ فٹ اتر جائے۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۳۔ ایک برج افقی میدان میں کھڑا ہے میدان کے ایک نقطہ پر جو پائین برج سے ۱۶۰ فٹ کے فاصلہ پر ہے برج کوئی زاویہ بناتا ہے۔ اس مقام سے ۱۰۰ فٹ برج کی طرف بڑھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برج اب جو زاویہ بناتا ہے وہ پہلے زاویہ کا دو چند ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مقام پر ملنے والی دو سڑکوں کا میلان ۱۲۰° کا زاویہ ہے۔ دو شخص مختلف سڑکوں پر بالترتیب ۴ اور ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے اس مقام سے روانہ ہوتے ہیں بتاؤ کہ ۹ گھنٹہ تک اپنی اپنی سڑک پر چلنے کے بعد ان شخصوں کے درمیان راست فاصلہ کیا ہو گا؟

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵۔ اگر کسی قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کا احاطہ = ۲۷ + ۱ ہو تو اُس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۶۔ قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ یا فرق نیز دوسرا ضلع معلوم ہو تو اُس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۷۔ ایک مثلث قائم الزاویہ ا ب ج میں ب پر کا زاویہ قائم ہے اور ضلع ا ب میں کوئی نقطہ د ہے۔ اگر ب د = ج = ۳۳ فٹ = $\frac{1}{2}(a + c)$ تو ا ب کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۸۔ ایک ایسے مربع کا وتر اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو جس کا ضلع

ایک میل ہے۔ نیز مربع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۹۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۲۳ فٹ اور ایک ضلع ۹ گز ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۰۔ ایک مربع کا ضلع ۶ گز ہے : اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو اس مربع کے گز بنایا گیا ہو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۱۔ کسی نالہ کے ایک کنارہ پر ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ وہ ۲۰ فٹ لمبی سیڑھی کو مقابل کے کنارہ پر کے انتصابی درخت کی ٹہنی پر عین ٹکنا سکتا ہے۔ درخت کی ٹہنی زمین سے ۱۲ فٹ بلندی پر ہے۔ نالہ کی چوڑائی دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹریکیولیشن)

۱۲۔ ثابت کرو کہ کوئی مثلث جس کے اضلاع میں ۳ : ۴ : ۵ کی نسبت ہو قائم الزاویہ مثلث ہوگا۔

(یورپین اسکول : فائینل صوبائی امتحان)

۱۳۔ ایک ایسا گڑھا کھدوانا مطلوب ہے جسکی تہ کا عرض ۱۶ فٹ گہرائی ۹ فٹ اور بالائی حصہ سے مقابل کے زونوں کا میلان بالترتیب ۳۰° اور ۵۴° ہو بتاؤ کہ بالائی حصہ پر گڑھے کا عرض کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکول : فائینل صوبائی امتحان)

۱۴۔ ایک چمٹ کا ضلع ۲۱ فٹ اور ارتفاع ۷ فٹ ہے ہر مائل ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدارس تکنیکل : ابتدائی)

۱۵۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ ہے۔ اُس کے اندر جو بڑے سے بڑا مربع بن سکتا ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

(مدارس تکنیکل : انٹرمیڈیٹ)

۱۶۔ مربع و منہ کے ایک کھیت کا رقبہ ۳۱ ایکڑ ۲۵ روڈ ۱۰ مربع پول ہے۔ اُس کے وتر کا طول معلوم کرو۔

(روڈ کی انجینیر : فہرہ)

۱۷۔ کسی متعلیل کے ایک اندرونی نقطہ سے مقابل کے نادریوں تک تھپے ہوئے خطوط کا طول ۱۶ انچ اور ۲۰ انچ ہے نیز بقیہ نادریوں میں سے ایک تک ۱۲ انچ ہے۔ اس نقطہ کا بقیہ زاویہ سے حاصل دریافت کرو۔

(روڈ کی انجینیر : داخلہ)

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۵۸۸ فٹ اور دوسرا دوسرے ضلع کا مجموعہ ۸۸۲ فٹ ہے۔ دوسرا دوسرے ضلع کے طول دریافت کرو۔

(ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : دامنہ)

۱۹ — ۱۰ فٹ ۱۰۰ فٹ کے ایک حوض کے درمیان ایک پودا اگایا ہے۔ پودے کا بالائی حصہ پانی کی سطح سے ۱ فٹ بلند ہے۔ کنارہ پر ایک رخ کے درمیان نقطہ پر کھڑا ہوا ایک شخص پودے کی جڑوں کو کھینچ کر ساحل کے کنارہ سے عین لگا سکا۔ پانی کی گہرائی کیا تھی؟

(ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : دامنہ)

۲۰ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فٹ اور دوسرا دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فٹ ہے۔ دوسرا دوسرا ضلع دریافت کرو۔

۲۱ — ۲۵ فٹ لمبی ایک سیرٹھی کسی دیوار سے اس طرح لگی ہوئی ہے کہ اس کا پایہ دیوار سے ۷ فٹ کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ سیرٹھی کا پایہ کس قدر کھینچا جائے کہ سیرٹھی کا بالائی حصہ پایہ کو ہٹائے ہوئے فاصلہ سے نصف فاصلہ نیچے آئے۔

(ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : مامنہ)

۲۲ — مربع وضع کے ایک صحن کا وتر ۳۰۰ فٹ ہے۔ اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : مامنہ)

۲۳ — اس مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے (ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : مامنہ)

۲۴ — اس بڑے سے بڑے مربع کے وتر کا طول کیا ہوگا جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جائے جس کا ہر ایک ضلع ۴۰ فٹ ہے؟ (ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : مامنہ)

۲۵ — دس روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایسی کوئے دار چھت کی ڈھکوالی میں کیا صرف ہوگا جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں اولیٰ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۸ فٹ اور ۳۹ فٹ اور چھت کا ڈھال ۴۵° ہے۔

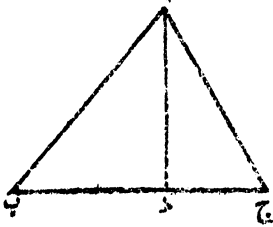
فرض کرو کہ $15 \times 13 \times 21 = 321$

(ریڈ کی ایپریس آرڈینیٹ : مامنہ)

باب پنجم

کوئی سا مثلث

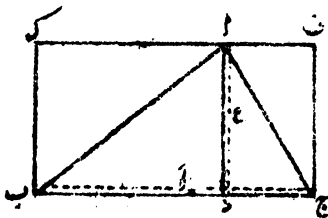
۱۹۔ مثلث اُس مستوی شکل کو کہتے ہیں جو تین مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔
 مثلث کے کسی ضلع کو اُس کا قاعدہ قرار دے سکتے ہیں اور مقابلہ کے زاویہ سے
 جو عمود اس قاعدہ پر ڈالا جاتا ہے اُس کو مثلث کا
 ارتفاع کہتے ہیں۔



پس $\triangle$ ا ب ج میں ب ج کو قاعدہ
 اور ا د کو ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ (۳۰)

۲۰۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیئے گئے ہوں۔



مثلث ا ب ج میں فرض کرو کہ اس کے قاعدہ ب ج
 اور ارتفاع ا د کے ناپ ایک ہی ہوئی ہوگی
 کے لحاظ سے بالترتیب ا و اور ح میں ملے
 یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ا و اور ح کی رقوم میں دریافت
 کیا جائے۔

اُسی قاعدہ ب ج پر کہ ایک ایسا مستطیل بناؤ جس کا ارتفاع ا د کے برابر ہو۔
 اب چونکہ۔

$\triangle$ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ مستطیل ب ج کا رقبہ بقید س مقالہ اول شکل ۱۴

= $\triangle$ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ا د}$ دفعہ ۸

$$\frac{1}{p} \times \text{ب ج} \times \text{ا د} =$$

$$\frac{1}{p} \times \text{و} \times \text{ع} \times \text{مرج اکانیاں} =$$

پس قاعدہ: مثلث کے قاعدہ کی طولی اکانیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع میں کی اسی طولی اکانیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا نصف مثلث کے رقبہ کو متناظر مرج اکانیوں میں فیہ کرنا ہے۔
یا اختصاراً۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{p} \times \text{و} \times \text{ع} \quad (۱)$$

$$\text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{\text{مرج} \times \text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ق} \times \text{ا}}{\text{و}} \quad (۲)$$

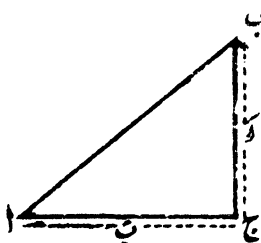
$$\text{اور} \quad \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{\text{مرج} \times \text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{و} = \frac{\text{ق} \times \text{ا}}{\text{ع}} \quad (۳)$$

خاص صورتیں

۲۱۔

(۱) قائم الزاویہ مثلث



فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا ج ب ج کا زاویہ ایک قائمہ ہے۔
اب اگر ا ج کو مثلث کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج اس کا ارتفاع ہوگا۔

$$\text{اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \quad \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{مثلث ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times \text{ا ج} \times \text{ب ج}$$

$$\text{کسی قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{p} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع کا حاصل ضرب})$$

$$\frac{1}{2} \times \text{و ب} = \text{مربع اکائیاں}$$

(۲) مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ
یہاں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

$$\text{یعنی } \text{ب} = \text{ا}$$

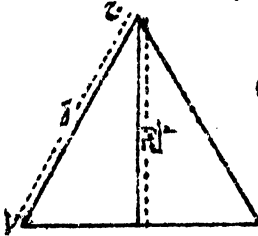
اس لئے کسی مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کا مربع})$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{و ب} = \text{مربع اکائیاں}$$

(۳) مساوی الاضلاع مثلث

فرض کرو کہ مساوی الاضلاع مثلث اب ج کے ہر ضلع کا ناپ کسی طویل اکائی کے لحاظ سے ہے۔



تب یہ جب دفعہ ۱، مثلث کے ارتفاع کا ناپ اسی طویل اکائی کی رقم میں $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{ب}$ ہوگا۔

$$\text{اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

..... دفعہ ۲۰

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع اب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ب} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{ب} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{و ب} = \text{مربع اکائیاں}$$

تیسری مثالیں

۲۲۔

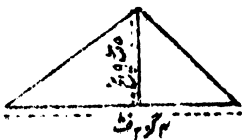
مثال ۱۔ کسی مثلث کا قاعدہ ۴۰ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ۹ اینچ ہے۔

مربع گزہ میں اس کا رقبہ دریافت کرو۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{و ب} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times 40 \times 5.75 = 115 \text{ فٹ}$$

$$\text{یہاں } \text{و ب} = (2 + 3 \times 4) = 14 \text{ فٹ}$$

$$\text{اور } \text{ع} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ فٹ}$$



$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times \frac{۲۳}{۳} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{1}{2} \times ۳۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۳ \text{ مربع گز} \frac{۲}{۳} \text{ مربع فٹ} ۳۶ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲۔ ایک مثلث کا رقبہ ۳ ایکڑ اور اس کا ارتفاع ۳ زنجیر ۷۵ کوڑی ہے۔ اس کا قاعدہ معلوم کرو۔

$$\text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۲ \times \text{ق}}{\text{ع}} \text{ طولی اکائی} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یہاں ق} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰ \text{ مربع زنجیر اور ع} = ۳۶ \text{ ۷۵ زنجیر}$$

$$\therefore \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۳۰ \times ۲}{۳۶ \text{ ۷۵}} \text{ زنجیر}$$



$$= \frac{۶۰}{۳۶ \text{ ۷۵}} \text{ زنجیر}$$

$$= ۱۶ \text{ زنجیر}$$

مثال ۳۔ ایک قائم الاویہ مثلث کا رقبہ ۲۰ اردو ۲۰ مربع پول اور دائیہ قائمہ کے گز کے متسلاع میں سے ایک ضلع ۶۶ گز ہے۔ دوسرا ضلع دریافت کرو۔

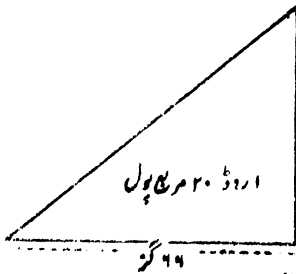
$$\text{قائم الاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{۱}{2} \times \text{ا ب} \times \text{اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\text{یہاں ب} = ۶۶ \text{ گز}$$

$$\therefore \text{ا} = \frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{ب}} = \frac{۲ \times ۲۰}{۶۶}$$

$$\text{جہاں ق} = (۲۰ + ۳۰ \times ۱) \times \frac{۱}{2} = ۲۵$$

$$= ۳۰ \times \frac{۱}{2} \times ۶۰ \text{ گز}$$



$$\therefore \text{دوسرا ضلع مطلوبہ} = \frac{۱}{2} \times \frac{۱}{2} \times ۶۰ \times ۳۰ \text{ گز}$$

۵۵ گز

مثال ۴۔ ایک ایسے مساوی الاویہ مثلث کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ ایکڑ ہے۔

$$\text{مساوی الاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ا}^2 \text{ مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

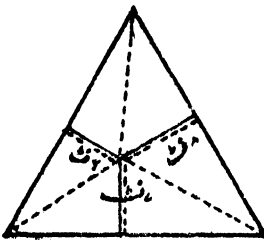


$$\frac{۳}{۳۶} = \frac{۳ \times ۳}{۳۶} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

جہاں ق = ۱۰ × ۳ = مربع زنجیر

$$\text{ساوی الاضلاع مثلث کا ضلع} = \left(\frac{۱۰ \times ۳ \times ۳}{۳۶} \right) \text{ زنجیر}$$

$$= ۸۱۳۲ \dots \dots \dots \text{ زنجیر}$$



مثال ۵ :- ایک ساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے اُس کے تینوں اضلاع پر عمود نکال گئے جن کے طول بالترتیب ۶، ۷ اور ۸ فٹ ہیں: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث کے ہر ایک ضلع کا آپ ۱ فٹ ہے۔

$$\text{تب - مثلث کا رقبہ} = \left(\frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۷ + \frac{۱}{۲} \times ۷ \times ۸ + \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۶ \right) \text{ مربع فٹ} \dots \dots \dots \text{ وضع ۲}$$

$$= \frac{۶۱}{۲} \text{ مربع فٹ}$$

لیکن ۱ فٹ ضلع کے مثلث ساوی الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱ = \frac{۱}{۲}$ مربع فٹ $\dots \dots \dots$ وضع ۱

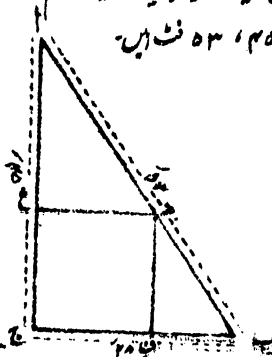
$$\frac{۶۱}{۲} = \frac{۳۶}{۲} = ۱۸$$

$$۳۶ \times ۱۸ = \frac{۳۶}{۳۶} = ۱$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{۳۶ \times ۱۸}{۳۶} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۵۳۱۹ \dots \dots \dots \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۶ :- اُس بڑے سے بڑے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳ فٹ ہیں۔



اس طرح کہ مربع کا ایک زاویہ نقطہ مثلث کے وتر پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مربع کے ہر ایک ضلع کا طول ۱ فٹ ہے

اب اگر ۱ بج مثلث ہو اور ۱ فٹ ۲ بج ۳ مربع تو

$$۱ \text{ فٹ کا طول} = (۴۵ - ۲۸) \text{ فٹ}$$

$$۱ \text{ فٹ} = (۲۸ - ۱۸) \text{ فٹ}$$

$$\triangle \text{ اے ب د} = \frac{1}{2} \times (۲۵ - ۱۱) \times ۲۰ \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{اور } \triangle \text{ ب ف د} = \frac{1}{2} \times (۲۸ - ۱۱) \times ۲۰ \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{پس} - \frac{1}{2} \times (۲۵ - ۱۱) \times ۲۰ + \frac{1}{2} \times (۲۸ - ۱۱) \times ۲۰ = ۱۱ \times ۲۸ \times \frac{1}{2} = ۲۵ \times ۲۸ \times \frac{1}{2}$$

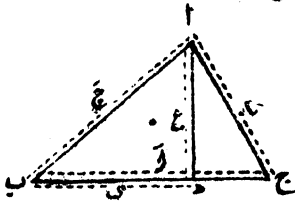
$$\therefore ۲۵ \times ۲۸ = ۱۱ \times ۶۳$$

$$۱۱ \times \frac{۱۹}{۳} = ۱۱$$

اس لئے مربع کے ضلع کا ناپ $\frac{۱۹}{۳}$ ۱۱ انٹ ہونا چاہیے۔

مسئلہ (۳)

۲۳۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے تینوں اضلاع کے طول دئے ہوئے ہوں۔



فرض کر دو کہ دیئے ہوئے مثلث ا ب ج میں
ب ج، ج ا، ا ب، ا د، اور ب د کے
ناپ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب کو ا ب،
ج ا، ع اور ک ہیں جہاں ا د ضلع ب ج پر
جو مقابل کے زاویہ ا سے عمود گرایا گیا ہے مطلوب

یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ا ب ج کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
اب چھ نکہ۔

$$\text{کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\therefore \triangle \text{ ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ا د}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ع} \times \text{مرج اکائیاں}$$

اب مزور سے کہ ع کو ا ب اور ج کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اور اس کے
لئے پہلے ک کو دریافت کرنے میں سہولت ہوگی۔

$$\text{ا ب ا د} = \text{ا ب} - \text{ب د} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\text{یعنی ع} = \text{ج} - \text{ک}$$

$$\text{پھر ا د} = \text{ا ج} - \text{ج د} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\text{یعنی ع} = \text{ب} - (\text{ا} - \text{ک}) = (\text{ج} - \text{د}) - \text{ب} - \text{ج} = \text{د} - \text{ب} - \text{ج} - \text{ب}$$

$$\therefore \text{ج} - \text{ک} = \text{ب}^2 - (\text{ا} - \text{ا}^2) \text{ک}$$

$$= \text{ب}^2 - \text{ا}^2 + \text{ا}^2 \text{ک} - \text{ک}$$

$$\therefore \text{ا} \text{ک} = \text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2$$

$$\therefore \text{ک} = \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}}$$

$$\text{نیز چونکہ ع} = \text{ج} - \text{ک}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ج} - \left(\frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right)$$

$$= \left(\text{ج} - \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) \left(\text{ج} + \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) =$$

$$= \frac{\text{ب} - \left(\text{ج} + \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) \times \left(\text{ج} + \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) - \text{ب}^2}{\text{ا}}$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - \left(\text{ج} + \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) \times \left(\text{ج} + \frac{\text{ج} + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}} \right) - \text{ب}^2}{\text{ا}}$$

$$= \frac{(\text{ب} + \text{ج} - \text{ا})(\text{ب} - \text{ج} + \text{ا})(\text{ج} + \text{ا} - \text{ب})(\text{ب} + \text{ج} + \text{ا} - \text{ب})}{\text{ا}}$$

۴

$$\text{ص} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} \text{ رکھو تو ظاہر ہے کہ}$$

اب

$$\text{ص} - \text{ا} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ا} = \frac{\text{ب} + \text{ج} - \text{ا}}{۲}$$

$$\text{ص} - \text{ب} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ب} = \frac{\text{ج} + \text{ا} - \text{ب}}{۲}$$

$$\text{ص} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{ج}}{۲}$$

$$\text{اور } \text{ع} = \text{ب} + \text{ج} - \text{ا} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ا} = \frac{\text{ب} + \text{ج} - \text{ا}}{۲} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} \times \frac{\text{ج} + \text{ا} - \text{ب}}{۲} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{ج}}{۲}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ج})(\text{ص} - \text{ب})}{۱}$$

$$\therefore \frac{۱}{۱} \text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}{۱}$$

۱. مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{ع} \times \text{مربع اکائیوں}$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج}) \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے ہر ضلع کو اس کے نصف احاطہ میں سے علیحدہ علیحدہ تفریق کرو اور اس طرح حاصل شدہ تینوں باتوں میں ایک ہی طویل اکائیوں کی تعداد اور نصف احاطہ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔ تب اس حاصل ضرب کا جذر مربع متناظر مربع اکائیوں میں مثلث کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔ یا محققاً۔

مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2} - \text{ایک ضلع} \right) \left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2} - \text{دوسرا ضلع} \right) \left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2} - \text{تیسرا ضلع} \right)$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج})$$

نوٹ۔ اگر جہد ص، (ص - و) (ص - ب) (ص - ج) کا مل مربع ہو تو اس کو جائزے ضربی میں تحلیل کر کے مطابق کرنے سے اس کا جذر مربع لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً

$$52 \times (52 - 24) (52 - 36) (52 - 52) = 0$$

$$= \frac{1}{2} \times 52 \times 28 \times 16 = 1088$$

$$= \sqrt{9 \times 2 \times 9 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4} = 36$$

$$= 36 \times 3 \times 9 \times 4 = 3888$$

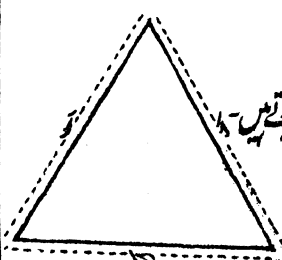
خاص صورتیں

۲۴۔

(۱) مثلث مساوی الاضلاع۔

اس صورت میں تینوں ضلع ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{یعنی} \quad \text{و} &= \text{ب} = \text{ج} \\ \text{ص} &= \frac{3\text{و}}{2} \end{aligned}$$



∴ مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ

$$\begin{aligned} &= \left\{ \frac{(ا + ب) + (ا + ۲ب) + (ا + ۳ب) + \dots + (ا + (ن-۱)ب)}{۲} \times \frac{(ا + ب) + (ا + ۲ب) + (ا + ۳ب) + \dots + (ا + (ن-۱)ب)}{۲} \right\} \frac{۱}{۲} \\ &= \left\{ \frac{(ا + ب) + (ا + ۲ب) + (ا + ۳ب) + \dots + (ا + (ن-۱)ب)}{۲} \times \frac{(ا + ب) + (ا + ۲ب) + (ا + ۳ب) + \dots + (ا + (ن-۱)ب)}{۲} \right\} \frac{۱}{۲} \\ &= \left\{ \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \right\} \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴} \end{aligned}$$

یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی کیا گیا تھا۔

توضیحی مثالیں

۲۵۔

مثال ۱: اس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۵۱، ۳۴، ۲۰ گز ہیں۔

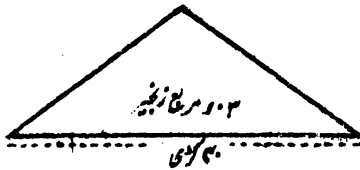
مثلث کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} \times (ص - ا) \times (ص - ب) \times (ص - ج)$ مرتبہ اکائیاں ... دفعہ ۲۳
یہاں $ا = ۵۱$ گز، $ب = ۳۴$ گز، $ج = ۲۰$ گز۔

$$\begin{aligned} \therefore ص &= \frac{۲۰ + ۳۴ + ۵۱}{۲} = ۵۲.۵ \text{ گز} \\ \text{اور } ص - ا &= ۵۲.۵ - ۵۱ = ۱.۵ \\ ص - ب &= ۵۲.۵ - ۳۴ = ۱۸.۵ \\ ص - ج &= ۵۲.۵ - ۲۰ = ۳۲.۵ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{مرتبہ گز} &= \frac{۱}{۲} \times ۱.۵ \times ۱۸.۵ \times ۳۲.۵ \\ &= \frac{۱}{۲} \times ۹.۰۷۵ \times ۳۲.۵ \\ &= ۱۴۷.۳۷۵ \text{ مربع گز} \\ &= ۳۰.۶ \text{ مربع گز} \end{aligned}$$

مثال ۲: ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۰.۳ و ۰.۳ مربع زبیر ہے اور قاعدہ ۴.۴ کڑی۔

ثلث مساوی الساقین کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{مقام} \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}}$ مربع اکائیوں دفعہ ۳۳
لیکن یہاں ثلث کا رقبہ = ۵۰۳ مربع فٹ نیز ۳۰۰ مربع کڑی اور $\frac{1}{2} \times ۳۰۰ \times ۳ = ۴۵۰$ کڑی



$$\frac{300}{2} \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 300 \times \sqrt{3.75} = 300 \times 1.936 = 580.8$$

$$300 = 1400 - \frac{1}{4} \times 1400 = 1400 - 350 = 1050$$

$$300 \times 1.936 = 580.8 \approx 581$$

$$50 = 2 \times 25$$

$$25 = 5 \times 5$$

اس نے ہر ضلع کا ناپ ۲۵ کڑی ہے۔

مثال ۳ :- مساوی الساقین ثلث کی وضع کے ایک میدان پر ۹ آنہ فی مربع فٹ کے حساب گھاس لگانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں اگر قاعدہ کا طول ۷۲ فٹ ہو تو مساوی ضلعوں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

مساوی الساقین ثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{مقام} \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}}$ مربع اکائیوں دفعہ ۳۴
جہاں ۱ = مساوی ضلع میں طوی اکائیوں کی تعداد
اور $\frac{1}{2} \times ۷۲ = ۳۶$ فٹ

$$\frac{36}{2} \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 36 \times \sqrt{3.75} = 36 \times 1.936 = 69.7$$

اب میدان کا رقبہ = $\left(\frac{\text{گھاس لگانے کی مجموعی لاگت}}{\text{۱ مربع فٹ پر گھاس لگانے کی لاگت}} \right) \times \text{مربع فٹ}$

$$\frac{1400 \times 900}{9} = \frac{1400 \times 900}{9} = 140000$$

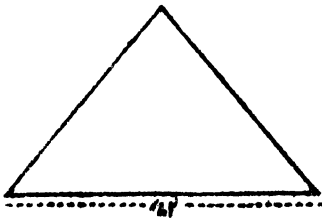
$$\frac{140000}{9} = 15555.56$$

$$15555.56 = \frac{1}{2} \times 72 \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 36 \times \sqrt{3.75} = 36 \times 1.936 = 69.7$$

$$\frac{140000}{9} = \frac{140000}{18} = 7777.78 = 5182 - \frac{1}{2} \times 72 \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 5182 - 36 \times 1.936 = 5182 - 69.7 = 5112.3$$

$$\frac{140000}{9} = 5182 - \frac{1}{2} \times 72 \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 5182 - 36 \times 1.936 = 5182 - 69.7 = 5112.3$$

$$\frac{140000}{9} = 5182 + \frac{1}{2} \times 72 \times \sqrt{4 - \frac{1}{4}} = 5182 + 36 \times 1.936 = 5182 + 69.7 = 5251.7$$



$$\frac{10599.3}{81} = 13$$

$$\frac{10299.214}{9} = 12$$

$$569194 = 1$$

اس لئے میدان کی ہر ساق کا طول ۵۷۵۱۹۶ فٹ ہے۔

مثال ۴ :- ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳۵۶، ۱۲۵۵، ۹۶۹ انج ہیں: سب سے بڑے ضلع کا مقابلہ کی راس سے فاصلہ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج)$ مربع اکائیاں

$$اب یہاں آ = ۱۳۵۶، ب = ۱۲۵۵، ج = ۹۶۹$$

$$\therefore ص = \frac{959 + 1255 + 1356}{2}$$

$$18 =$$

$$اور ص - آ = 1356 - 18 = 1338$$

$$ص - ب = 1255 - 18 = 1237$$

$$ص - ج = 969 - 18 = 951$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{18 \times 1338 \times 1237 \times 951} = 80136.2$$

$$= 5912 \text{ مربع انج}$$

$$اب \frac{1}{2} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} \times \text{بڑا ضلع} = \text{مثلث کا رقبہ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{بڑا ضلع}}$$

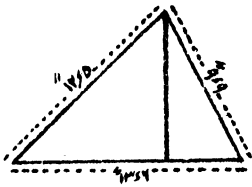
$$انج \frac{5912}{1356} =$$

$$\therefore \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{5912}{458} \text{ انج}$$

$$انج \frac{8 \times 25}{33} =$$

مثال ۵ :- ایک مثلث کے تین اضلاع بالترتیب $\frac{1}{2}، \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ انج ہیں۔ اگر غلطی سے پہلا ضلع $\frac{1}{2}$ انج کے بجائے $\frac{1}{3}$ انج دیا گیا ہو تو بتاؤ کہ مثلث کے رقبہ کی تخمینہ میں کس قدر غلطی ہوگی؟

$$\text{صحیح رقبہ} = \frac{1}{2} \times (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج) \text{ مربع انج} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۳}$$



$$ا = ۳۲۵ = \text{انچ}$$

$$ب = ۴۵۰ = \text{انچ}$$

$$ج = ۴۶۵ = \text{انچ}$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۶۵}{۲} \times \frac{۱۳۲۵}{۲} = \text{انچ} \times ۶۵۰$$

$$\text{اور مس-ا} = ۴۵۰ - ۳۲۵ = ۱۲۵$$

$$\text{مس-ب} = ۴۶۵ - ۴۵۰ = ۱۵$$

$$\text{مس-ج} = ۴۶۵ - ۴۶۵ = ۰$$

$$\therefore \text{صحیح رقبہ} = \frac{۲ \times ۱۲۵ \times ۱۵ \times ۰}{۲ \times ۱۳۲۵} = \text{مرتبہ انچ}$$

$$= ۰$$

$$+ ۸۱۴۱۲ = \text{مرتبہ انچ}$$

$$\text{تخمینی رقبہ} = \text{مس-ا} (\text{مس-ب}) (\text{مس-ج}) = \text{مرتبہ انچ}$$

$$\text{جہاں } ا = ۳۲۵ \text{ " ب } = ۴۵۰ \text{ " ج } = ۴۶۵$$

$$\therefore \text{مس} = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۶۵}{۲} = \frac{۱۲۴۰}{۲} = ۶۲۰$$

$$\text{اور مس-ا} = ۴۵۰ - ۳۲۵ = ۱۲۵$$

$$\text{مس-ب} = ۴۶۵ - ۴۵۰ = ۱۵$$

$$\text{مس-ج} = ۴۶۵ - ۴۶۵ = ۰$$

$$\therefore \text{تخمینی رقبہ} = \frac{۱۲۵ \times ۱۵ \times ۰}{۲ \times ۱۲۴۰} = \text{مرتبہ انچ}$$

$$= ۰$$

$$+ ۱۵۰۱۵ = \text{مرتبہ انچ}$$

$$\therefore \text{غلطی} = \text{صحیح رقبہ} - \text{تخمینی رقبہ}$$

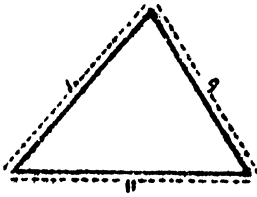
$$= \{ (۸۱۴۱۲) - (۱۵۰۱۵) \} = \text{مرتبہ انچ}$$

$$= ۱۵۰۹۹ = \text{مرتبہ انچ}$$

مثال ۶:- ایک مثلث کے اضلاع ۱۰، ۱۱ کے تناسب میں ہیں اور اُس کا احاطہ ۳۰۰ مربع

پہرے قریب ترین مربع انچ تک اس کا رقبہ قیمت کے ساتھ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = مس-ا (مس-ب) (مس-ج) = مرتبہ اکائیوں دفعہ ۲۳



$$\text{پہاں ۹} = ۳۰۰ \times \frac{۹}{۱۱ + ۱۰ + ۹}$$

$$۹۰ = ۳۰۰ \times \frac{۹}{۳۰} = \text{زنجیر}$$

$$۱۰۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۰}{۳۰} = \text{پہاں}$$

$$۱۱۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۱}{۳۰} = \text{ج}$$

$$۱۵۰ = ۳۰۰ \times \frac{۱۵}{۳۰} = \text{ص}$$

$$\text{منہ شلث کا قہ} = \frac{۳۰ \times ۵۰ \times ۹۰ \times ۱۵۰}{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۱۰۰} = \text{مرج زنجیر}$$

$$۲۷۲۲ = \text{مرج زنجیر}$$

$$۲۷۳۰۰۰ = \text{مرج زنجیر}$$

$$۱۲۴۱۴۳۳ = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

$$۳۲۲۲ = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

مثال ۶ :- بتاؤ کہ اُس مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کے قہ پر ۱۰ آنہ فی مرج منہ کے حساب سے پتھر بچھوانے ہیں آٹما ہی صوفہ ہو تاکہ ۱۲ لہجہ ہونی لڑکے کے حساب سے اُس کے تینوں اضلاع کی احاطہ بندی میں ہوتا ہے؟

فرض کرو کہ ہر ایک ضلع ۱۰ فٹ ہے۔

$$\text{تب شلث کا قہ} = \frac{۳}{۴} \times \text{مرج فٹ ہوگا} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$۱۰ آنہ فی مرج منہ کے حساب سے پتھر بچھوانے کی لاگت = \frac{۱۰ \times ۳}{۴} \times \text{آنہ}$$

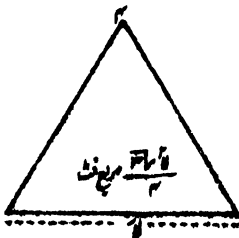
$$\text{پھر چونکہ مثلث کا احاطہ} = ۳ \text{ لافٹ}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ لہجہ فی گز یا ۳ روپیہ فی فٹ \\ \text{کے حساب سے احاطہ بندی کی اجرت} \end{array} \right\} = ۳ \times ۳ = ۹ \text{ لہجہ}$$

$$۱۹ = ۳ \times ۳ \times ۱۰ = \text{آنہ}$$

لیکن پتھر بچھوانے کی اجرت = احاطہ بندی کی اجرت

$$۱۹ = \frac{۳ \times ۳ \times ۱۰}{۴} = \text{آنہ}$$



$$\frac{\sqrt{128}}{5} = 1$$

$$333 + \frac{144320 \times 128}{5} =$$

اس لئے ضلع کا ناپ $333\sqrt{5}$ فٹ ہے۔

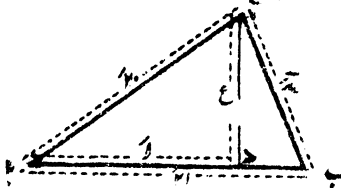
مثال ۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۱ فٹ، ۲۰ فٹ اور ۱۳ فٹ ہیں؛ سب سے بڑے ضلع پر مقابل کی راس سے عمود کھینچنے سے دو مثلثات میں تقسیم ہو جاتا ہے ان کے رقبے دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج میں

$$ا ب = ۲۱ \text{ فٹ، } ا ج = ۲۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور } ب ج = ۱۳ \text{ فٹ}$$

تب۔



$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۲۱ \times ۱۲ = ۱۲۶ \text{ مربع فٹ} \quad \text{دفعہ ۲}$$

$$= ۱۲۶ \text{ مربع فٹ}$$

پھر اگر ج د کا طول ع سے ہمیر کیا جائے تو۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۲۱ \times ۱۲ = ۱۲۶ \text{ مربع فٹ} \quad \text{دفعہ ۲}$$

$$۱۲۶ = ۲۱ \times ۱۲ \times \frac{1}{2}$$

$$۱۲ = ۱۲ \times \frac{1}{2}$$

پھر فرض کرو کہ $ا د = ۱۲$ فٹ

$$\text{تب } ۱ = \frac{1}{2} (۲۰ - ۱۳) \quad \text{دفعہ ۱۹}$$

$$= ۱۹ \text{ فٹ}$$

اس لئے $\Delta ا ج د$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۹ = ۱۱۴ \text{ مربع فٹ}$ دفعہ ۲

$$= ۹۶ \text{ مربع فٹ}$$

اور $\Delta ب ج د$ کا رقبہ $= \Delta ا ب ج - \Delta ا ج د$

$$= (۱۲۶ - ۱۱۴) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۳۰ \text{ مربع فٹ}$$

امثلہ نمبری ۵ (۱۱)

ذیل کے معطیات پر مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

- ۱۔ قاعدہ ۳۳ فٹ اور ارتفاع ۱۶ فٹ (جواب - مربع فٹ میں نکالو)۔
- ۲۔ قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ (جواب - مربع گز اور مربع فٹ میں ہونا چاہیے)۔
- ۳۔ قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ، ایچ (جواب - مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔
- ۴۔ قاعدہ ۱۳ زنجیر ۵ کڑی، ارتفاع ۹ زنجیر ۳ کڑی (جواب - ایکروں میں نکالو)۔
ذیل کے مثلثات کے ارتفاع معلوم کرو۔
- ۵۔ رقبہ ۷۲ مربع فٹ قاعدہ ۱۶ فٹ (جواب - فٹ میں ہونا چاہیے)۔
- ۶۔ رقبہ ۵۲ مربع گز، ۱۸ مربع ایچ، قاعدہ ۸ گز ۳ فٹ ۳ ایچ (جواب - گز، فٹ اور ایچ میں درکار ہے)۔
- ۷۔ رقبہ ۳۴ ایکڑ، قاعدہ ۸ زنجیر ۳ کڑی (جواب - زنجیر میں نکالو)۔
- ۸۔ رقبہ ۲۲۵ ایکڑ، قاعدہ ۹۳۶ کڑی (جواب - زنجیر میں ہونا چاہیے)۔
ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔
- ۹۔ وتر ۸۵ ایچ، ضلع ۶۸ ایچ (جواب - مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔
- ۱۰۔ وتر ۲ گز ۲ فٹ ۶ ایچ، ضلع ۲ گز ۲ فٹ ۳ ایچ (جواب - مربع گزوں میں نکالو)۔
- ۱۱۔ وتر ۲ زنجیر ۲ کڑی، ضلع ۶ زنجیر ۴ کڑی (جواب - ایکروں میں ہونا چاہیے)۔
- ۱۲۔ وتر ۲ گز ۲ فٹ ۶ ایچ، ضلع ۲ گز ۲ فٹ ۳ ایچ (جواب - مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں درکار ہے)۔
ذیل کے مساوی الاضلاع مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ضلع ۷ فٹ (جواب - مربع فٹ میں بتاؤ)۔
- ۱۴۔ ضلع ۳ گز ۲ فٹ ۶ ایچ (جواب - مربع گز، مربع فٹ اور مربع ایچ میں نکالو)۔
- ۱۵۔ ضلع ۶ زنجیر ۴ کڑی (جواب - مربع زنجیر میں ہونا چاہیے)۔
ان مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو جن کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔
- ۱۶۔ ۱۲، ۱۴، ۲۵ فٹ
- ۱۷۔ ۱۳۲، ۱۲۵، ۳۷ کڑی
- ۱۸۔ ۱۵۵، ۳۶۴، ۵۳۳ ایچ
- ۱۹۔ ۴۲۵، ۸۶۴، ۱۲۵۸ فٹ
- ۲۰۔ ۱۰۱، ۱۵۴، ۱۶۱ کڑی
- ۲۱۔ ۴، ۴، ۱۰۵ زنجیر

- ۳۴ — قاعدہ ۴ راسی ۱۲ لائقہ ارتفاع ۵ راسی ۱۶ لائقہ (جواب) بیگمہ سبوس برہوتی میں درکار ہے۔
- ۳۵ — ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا رقبہ ۲ بیگمہ اور ارتفاع ۲۵ لائقہ ہے۔
- ۳۶ — ایک ایسے مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵ لائقہ ہے۔
- ۳۷ — ایک ایسے مثلث کا قاعدہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۲ راسی ۴ لائقہ اور رقبہ ۵ بیگمہ سبوس ہے
- (جواب لائقہ میں ہونا چاہیے)
- ۳۸ — اُس مساوی اضلاع مثلث کا رقبہ بیگمہ میں دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۳ راسی ہے۔
- ۳۹ — ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۶، ۱۸، ۵۰ لائقہ ہیں اُس کا رقبہ سبوس اور لبواسی میں دریافت کرو۔

سوالات امتحانات — ۵

(۱) جامعہ الہ آباد میٹری کیولیشن

- ۱ — ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۵، ۳۹، ۵۶ فٹ ہیں: ۵۶ فٹ والے ضلع پر مقابل کے راس سے جو عمود کرتا ہے اُس کا طول دریافت کرو۔
- ۲ — (۱) رقبہ "سے کیا مراد ہوتی ہے۔
- (ب) ایک مثلث حادہ الزاویہ کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے اور اضلاع ۲۶ فٹ اور ۳۰ فٹ ہیں: قاعدہ دریافت کرو۔
- ۳ — کسی مثلث ا ب ج کے اضلاع ا ب، ب ج، ج ا بالترتیب ۵، ۶، ۸ اور ۷ فٹ ہیں: ۱۔ اُسے ب ج پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔
- ۴ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے اُس کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۵ — دس مربع فٹ رقبہ والے مثلث میں کم سے کم احاطہ والے مثلث کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۶ — ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ ۶۰ کا زاویہ بناتی ہے پھر وہ ۳۰۰ فٹ کا فاصلہ چل کر ایک زاویہ قائمہ میں مڑتا ہے اور ۴۰۰ فٹ کا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد معلوم کرتا ہے کہ وہ بُرج کی دوسری طرف یعنی اپنی ابتدائی وضع کے متضاد سمت میں پہنچ گیا ہے۔ اب بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ ۳۰ کا زاویہ بناتی ہوئی معلوم ہوئی

برج کی بلندی دریافت کرو۔

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۱۴ فٹ ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔
جامعہ پنجاب: میٹرک کیولیشن

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۲۴، ۲۵ فٹ ہیں رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۹۔ اضلاع کی رقوم میں مثلث کا رقبہ دریافت کر کے کا قاعدہ لکھو۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲، ۳، ۴ فٹ ہیں۔ مثلث کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

(ج) جامعہ پنجاب: امتحان مڈل

۱۰۔ ایک مثلث کے دو ضلع بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ اور اس کا احاطہ ۳۴ فٹ ہے۔ مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۷ فٹ ہے۔ رقبہ دریافت کرو۔

(د) جامعہ کلکتہ: میٹرک کیولیشن

۱۲۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۸، ۲۰، ۲۲ ہیں۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۔ مثلث ABC کے اضلاع B ج، C ج، AB بالترتیب ۱۳، ۱۲ اور ۵ ہیں اور D ضلع B ج کا نقطہ وسطی ہے، مثلث ABC کا رقبہ اور خط AD کا طول دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک مثلث نامیدان کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳۳ بجیر ہے اور اس سے قاعدہ پر کے عمود کا طول ۱۳ فٹ ہے: قاعدہ کا طول زنجیر اور کڑی میں معلوم کرو۔

صوبہات متحدہ کے یورپین اسکولز کا آخری امتحان

۱۵۔ ایک مکان کا عرض ۴۴ فٹ ہے اس کی چھت کے ڈھال غیر مساوی ہیں اور ان کے طول ۲۶ اور ۴۴ فٹ ہیں اولتی (Eave) سے گری (Ridge) کی بلندی دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۴، ۱۵ فٹ ہیں اور ۲۰ پونڈ ۳ شنگ فی ایکڑ کے حساب سے میدان کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۲۰، ۳۴ اور ۵۰ فٹ ہیں۔

(مدراس ٹیکنیکل: ابتدائی)

- ۱۸۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اس کا رقبہ مربع فٹ میں دریا۔
 ۱۹۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے رقبہ کا ناپ ۳۶۲ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدراس ٹیکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

- ۲۰۔ اس مثلث ناقطع زمین کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۲ فٹ ہیں۔
 ۲۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ناپ ۱ ایکڑ ہے: اس کے ایک ضلع کا طول فٹ میں دریافت کرو۔

(گرڈ کی انجینئرنگ: داخلہ)

- ۲۲۔ اس مثلث نامیدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۸۰۰ اور ۲۴۰۰ کڑی ہیں۔
 (جواب ایکڑ روڈ اور پروج میں مطلوب ہے)

۲۳۔ قائم الزاویہ مثلث کی وضع کا ڈیڑھ ایکڑ قطع زمین ایک ایسے خط کے ذریعہ دو حصوں میں تقسیم کیا گیا جو اوپری خانہ کی تصفیہ کرتا ہے اور جس کا طول $۸۲\frac{1}{2}$ گز ہے: دو حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

- ۲۴۔ ایکڑ راڈ اور پروج میں ایک ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸۴، ۹۰ اور ۹۸ کڑی ہیں۔

۲۵۔ اس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۸ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنے ہی اخراجات ہوتے ہوں جتنے اخراجات کہ ایک گہنی فی گز کے حساب اس کی احاطہ بندی میں ہوتے ہیں۔

۲۶۔ مثلث متفرجہ الزاویہ کے دو اضلاع ۲۰ اور ۴۰ پول دیے ہوئے ہوں تو اس کا تیسرا ضلع دریافت کرو۔ مثلث ایسا ہو کہ وہ ٹھیک ۱ ایکڑ زمین کا احاطہ کر سکے۔

۲۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۵۱، ۵۲، ۵۳ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۵۲ فٹ کے ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔ نیز ان دو مثلثات کے رقبہ حاصل کرو جن میں ابتدائی مثلث منقسم ہوتا ہے۔

۲۸ — ایک مستطیل میدان کا طول ۲۰۰ گز اور عرض ۱۱۵ گز ہے: ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مستطیل کے ایک کونے سے مقابل کے خط تک کھینچا گیا ہو اس طرح کہ وہ ۳۰ ایکڑ زمین قطع کرے۔

۲۹ — ایک مثلث کے اضلاع ۱۴، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۸ گز ہے مقابل کی راسوں سے اضلاع پر کے عمودوں کے طول دریافت کرو۔

۳۰ — ایک مثلث نما میدان کے اضلاع ۱۹۱، ۲۴۵، اور ۳۱۰ فٹ ہیں: اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(ڈوکی اپوسب آرڈینینٹ: داخلہ)

۳۱ — ایک مثلث کے تین اضلاع ۸۰۰ / ۵۰۰ اور ۳۴۷ / ۲ اکڑی ہیں غلطی سے میسر ضلع بجائے ۱۲۳۷ کے ۵۰ لکھ دیا گیا: تاہم کہ اس غلطی سے مثلث کا رقبہ شمار کرنے میں کیا خطا ہوگی؟

۳۲ — ایک ۱ راڈ اور ۱ پیرچ میں اس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ ۴۰۵، ۳۷۸، اور ۳۵۱ فٹ ہیں۔

۳۳ — اس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ اتنے ہی مربع گز ہے جتنے گز اس کا گھیرا ہے؟

۳۴ — ایک مثلث کے اضلاع ۴۸۹، ۴۴۲، اور ۲۹۸ فٹ ہیں اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

۳۵ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے تینوں اضلاع پر عمود کھینچے گئے ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۸، ۱۰، اور ۱۲ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع کا طول اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۶ — ایک رقبہ کا ایک باغ مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ کی وضع کا ہے: سرحدی دیوار سے ۶ فٹ کے فاصلہ پر اس کے گرو کے راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کے چوتھائی ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(ڈوکی اپوسب آرڈینینٹ: داخلہ)

۳۷ — ایک مثلث نما کھیت کا قاعدہ ۱۲۱۰ گز اور ارتفاع ۹۶ گز ہے کھیت ۲۴۸

پونڈ سالہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ فی ایکڑ اس کا کرایہ کیا ہے؟
۳۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۵۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۳۹۔ ایک مربع کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اس کے اندر ایک ایسا نقطہ لیا گیا ہے جس کے ایک ضلع کے انتہائی نقاط سے بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۸۰ فٹ کے فاصلوں پر ہے: نقطہ کو مربع کے چاروں کونوں سے ملانے سے جو چار مثلث بنتے ہیں ان کے رقبے دریافت کرو۔
۴۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱، ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ فٹ ہیں: رقبہ، ایکڑ، گز اور پیرچ میں دریافت کرو۔

۴۱۔ اس مثلث کا رقبہ کیا ہوگا جس کے ضلع ۱۶، ۲۲، ۲۷ فٹ ہیں؟
(جواب ایکڑ، روقہ اور پیرچ میں دریافت کرو)

(رڈ کی انجینیر۔ آخری امتحان)

۴۲۔ ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع معلوم کرو جس کا رقبہ ۵ ایکڑ ہے۔ (جواب فٹوں میں دیا جائے)
۴۳۔ ایک مساوی الساقین مثلث کا احاطہ ۳۰۶ فٹ اور مساوی ساقوں میں سے ہر ایک قاعدہ کا ۵ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۴۴۔ ایک مثلث نما میدان جس کے اضلاع کے ناپ ۳۷، ۳۰، اور ۲۵ گز ہیں ۸۵ پونڈ میں فروخت کیا جاتا ہے اس کی قیمت فی ایکڑ دریافت کرو۔
۴۵۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۳۷، ۳۳، ۱۹ مربع فٹ ہے اس کا ضلع دریافت کرو۔

۴۶۔ ایک مثلث کا احاطہ ۶۲ فٹ ہے اور اس کے اضلاع ۶، ۷ اور ۸ کے تناسب میں ہیں: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۷۔ ۱۲ پونڈ فی ایکڑ کی شرح سے ایک مثلث نما میدان ۵ پونڈ ۱۱ شلنگ ۶ پنس کرایہ پر دیا گیا: اس کا ایک ضلع ۳۸، ۷ کڑی ہے: مقابلہ کے زاویہ سے اس ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۴۸۔ ۱ شلنگ ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے ایک مکان کی مستطیل مثلث نما دیوار کو رنگوانے کی لاگت دریافت کرو۔

مکان کا عرض ۲۷ فٹ۔ زمین سے اولیٰ کا فاصلہ ۳۳ فٹ اور چھت کی عمودی بلندی ۱۲ فٹ ہے۔

ڈرٹ کی اپوسب آرڈینیٹ: اسحقان ماہواری

۴۹۔ ایک مثلث نما کھیت کے اضلاع ۳۵۰، ۴۴۰ اور ۷۵۰ گز ہیں یہ کھیت ۲۶ پونڈ سالانہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ کس قیمت فی ایکڑ پر وہ کھیت کرایہ پر دیا گیا؟
۵۰۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۵، ۴۹، اور ۵۶ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے پڑے ضلع پر عمود کھینچا جائے تو وہ جن دو مثلثوں میں منقسم ہو گا ان کے رقبے دریافت کرو۔
۵۱۔ ایک مثلث ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک مثلث ناصحن کو فرش کروانے کی اجرت ۱۰۰ پونڈ ہوتی ہے۔ اگر اضلاع میں سے ایک کا طول ۴ گز ہو تو بقیہ دو مساوی ضلعوں کا طول دریافت کرو۔

۵۲۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۱۴، اور ۱۳ فٹ ہیں: مربع کرایوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۳۔ مثلث ناصحن کا ایک ضلع ۸ فٹ اور مقابل کے زاویہ سے اُس پر سے عمود کا طول ۳ فٹ ہے، اسی پر ۳ آنے فی مربع گز کے حساب اُس کو فرش کروانے کی اجرت معلوم کرو۔
۵۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۲۰، ۱۳۵، اور ۱۶۵ فٹ ہیں، مربع گزوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۵، ۱۴۵، اور ۱۷۵ فٹ ہیں، ایکڑ روڈ اور برج میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۶۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴، اور ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۷۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۵۷۔ اُس سوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہو گا جس کا رقبہ ۱۲۰ فٹ و تروا۔ لے مربع کے رقبہ کے برابر ہے؟

۵۸۔ ۴۳ گز طول اور ۲۴ گز ارتفاع کے ایک مثلث نما کھیت سے ۳۶ پونڈ سالانہ کرایہ ہوتی ہے، بتاؤ کہ وہ فی ایکڑ کس کرایہ پر دیا گیا۔

۵۹۔ ۵ آنے فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایک میدان میں جس کے تینوں اضلاع

مساوی ہیں گھاس لگانے کی اُجرت ۵۵ روپے ۶ آنے ۹ پائی ہوتی ہے اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

ڈرنکی اپر سب آرڈینٹ: آخری امتحان

۶۰۔ ایک مقام پر زمین ۴۰ چوڑائی ایکڑ کے حساب سے بکتی ہے یہاں ایک ایسا مثلث نما میدان ۳۰۰ چوڑائی میں خرید گیا جس کے ایک ضلع کا پ ۳۰۲ گز ۸ فٹ ۶ انچ ہے اس مثلث کا ارتفاع گزوں میں دریافت کرو۔

سینڈ ہرسٹ

۶۱۔ ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ فٹ (اور ہر ایک ضلع کا طول ۱۷ فٹ ہے۔

۶۲۔ انچ کے ہزار میں حصہ تک صحت کے ساتھ ایک ایسے مثلث مساوی الساقین کی مساوی ساقوں کا طول دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۳ انچ اور رقبہ ۴ ۹۲۵ مربع انچ ہے۔

ملیشیا لائوری

۶۳۔ اگر ایک مساوی الاضلاع مثلث کے ہر ضلع کے طول میں ۱ فٹ زیادہ کر دیا جائے تو اس کے رقبہ میں ۳۴ مربع فٹ کی زیادتی ہو جاتی ہے ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

زائد امتحانی سوالات ۷

۶۴۔ ایک برج کی چوٹی میں کسی نقطہ پر کھڑا ہو کر ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ برج کی چوٹی افق کے ساتھ ۶۰ کا زاویہ بناتی ہے۔ پھر نقطہ ب تک جو ۱۰ سے مغرب کی طرف ہے جاتا ہے اور یہاں ۵۰ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے اور پھر ۱۰ ب سے ۱۰ کے ایک نقطہ ج پر ۳۰ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے۔ بتاؤ کہ ب، نقاط ۱۰ اور ج کے وسط میں واقع ہے۔

(جامعہ کلکتہ امتحان ایف۔ اے)

۶۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۵، ۱۱، ۱۴ ہیں مقابل کے زاویہ سے بڑے ضلع پر عمود نکالا جائے تو ان حصوں کے طول معلوم کرو جن میں کہ وہ ضلع منقسم ہو جائے گا۔

(یورپین اسکولز: فائنل بورڈ۔ بی)

۶۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۷، ۱۵، ۸ انچ ہیں اس خط مستقیم کا طول

دریافت کرو جو ۱۷ فٹ طول کے ضلع کے نقطہ وسطیٰ کو مقابل کے زاویہ سے ملتا ہے۔
(آلہ آباد یونیورسٹی : میٹری کیولیشن)

۶۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایکری میں دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب

$$\frac{121}{3}, 101, 222, 25, 12, \frac{4}{3} \text{ مگز ہیں۔}$$

(پنجاب یونیورسٹی : میٹری کیولیشن)

۶۸۔ ایک مثلث کے خطوط وسطیٰ بالترتیب ۱۰۵، ۱۵۶، ۲۱۹ فٹ ہیں مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز : فائنل - یو۔ پی)



باب ششم

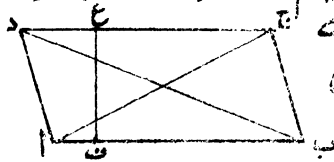
متوازی الاضلاع

۲۵۔ متوازی الاضلاع چار ضلعوں کی ایک ایسی مستقیم الاضلاع شکل ہے جس کے متقابل کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کے دو قس (یا قطر) وہ خطوط مستقیم ہیں جو مقابل کے نقاط زاویہ کو کاٹتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کا وہ ضلع جس پر اس کا قیام سمجھا جاتا ہے قاعدہ کہلاتا ہے۔

متوازی الاضلاع کے اس ارتفاع سے وہ عمودی فاصلہ اور ہے جو قاعدہ اور اس کے مقابل کے ضلع کے درمیان ہوتا ہے۔



پس متوازی الاضلاع AB ج د میں

AB اور B د دو وتر ہیں۔ نیز AB کو قاعدہ اور C فضا کو

ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

جب متوازی الاضلاع کے ضلع برابر ہوتے ہیں تو

اس کو معین کہتے ہیں۔ (دیکھو شکل)

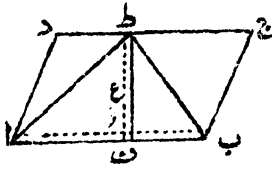


مسئلہ ۵

۲۷۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ AB ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور ایک ہی طولی اکائی کے

لحاظ سے قاعدہ AB اور ارتفاع ط ف کے ناپ بالترتیب ۱۰ اور ۷ ہیں۔



مطلوبہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ
اور اس کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
ب ط اور ا ط کو طو
اب چونکہ۔

متوازی الاضلاع (ب ج د کا رقبہ = $2 \times \triangle$ (ا ط ب کا رقبہ... اقلیدس متوالوں شکل ۱)
۲۰ = $2 \times \frac{1}{2} \times$ (ب ج د کا رقبہ = $2 \times$ ط ف د... د فہ ۲۰
= روم مربع اکائیوں

قاعدہ - متوازی الاضلاع کے قاعدہ میں طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع
میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں
متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔
یا مختصراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ $\times$ ارتفاع

(۱) = روم =

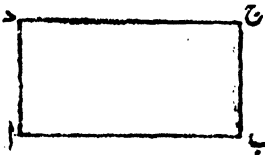
متوازی الاضلاع کا قاعدہ = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$

(۲) = $\frac{\text{ق}}{\text{ع}}$

اور متوازی الاضلاع کا ارتفاع = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

(۳) = $\frac{\text{ق}}{\text{ع}}$

خاص صورت



۲۸ ————— مستطیل
فرض کرو کہ ا ب ج د ایک مستطیل ہے۔

تب اگر ڈب کو اس کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج ارتفاع ہوگا۔

اب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ $\times$ ارتفاع دفعہ ۲۷

یہ مستطیل ڈب ج دکھائیے = ڈب $\times$ ب ج

= طول $\times$ عرض

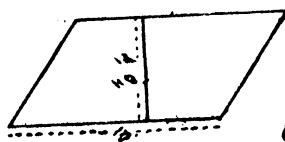
ق = ل $\times$ ع

یہ نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۸ میں حاصل کیا جا چکا ہے۔

توضیحی مثالیں

۲۹۔

مثال ۱۔ ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فٹ اور ارتفاع ۲ فٹ ۵ انچ ہے: اس کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔



متوازی الاضلاع کا رقبہ = ق $\times$ ع مربع اکائیاں دفعہ ۲۷

یہاں ق = ۱۲ $\times$ ۵ = ۶۰ انچ، ع = ۲ $\times$ ۱۲ + ۵ = ۲۹ انچ

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ = ۲۹ $\times$ ۶۰ مربع انچ

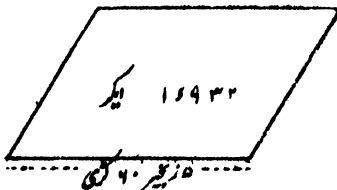
= ۱۷۴۰ مربع انچ

مثال ۲۔ ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۹۵۳۲ ایکڑ ہے۔ اگر اس کا قاعدہ ۵ زنجیر ۶ کڑی ہو۔ اس کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے؟

متوازی الاضلاع کا ارتفاع = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ق}}$ زنجیر دفعہ ۲۷

یہاں ق = ۱۰ $\times$ ۱۹۵۳۲ = ۱۹۵۳۲۰ مربع زنجیر

اور ق = ۵۶ زنجیر



∴ متوازی الاضلاع کا ارتفاع = $\frac{۱۹۵۳۲}{۵۶}$ زنجیر

= ۳۵۵ زنجیر

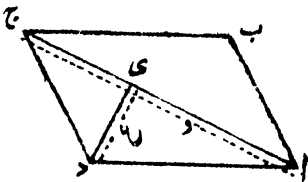
= ۳ زنجیر ۲۵ کڑی

مسئلہ ۶

۳۰۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر پر عمود کا طول دیا جواہو۔

نوٹ - علم ہند سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ متوازی الاضلاع کے ایک وتر پر مقابل کی راسوں سے گزرنے والے عمودوں کا طول سادہ ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور اس کے وتر ا ج میں و طولی اکائیاں شامل ہیں۔



نیز فرض کرو کہ د سے ا ج پر کے عمود د ی کا ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ د اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
اب چونکہ۔

$$\text{متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ} = ۲ \times \triangle \text{ ا ج د کا رقبہ}$$

(اقلیدس مقالہ اول شکل ۳)

$$۲ \times \triangle \text{ ا ج د کا رقبہ} = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times \text{ا ج} \times \text{د ی} = \text{ا ج} \times \text{د ی}$$

۲۰ دفعہ۔

پس قاعدہ - متوازی الاضلاع کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کے عمودی فاصلہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں متناسط طرح اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔

یا اختصاراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = وتر کسی بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ

(۱) ق = د ع

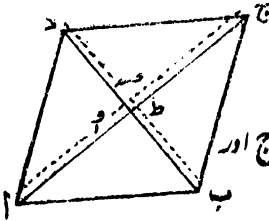
وتر = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عمودی فاصلہ}}$

(۲) $\frac{\text{ق}}{\text{ع}} = \text{و}$

اور عمودی فاصلہ = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{وتر}}$

(۳) $\frac{\text{ق}}{\text{و}} = \text{ع}$

خاص صورت



۳۱ — معین

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک معین ہے۔

علم ہند سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس کے وتر ا ج اور

ب د ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تقصیف کرتے ہیں۔

یعنی د ط = $\frac{1}{2}$ د ب = ع

اور اگر ا ج اور د ب کے ناپ ایک ہی طولی کافی کے لحاظ سے بالترتیب د، م ہوں تو

ع = $\frac{1}{2}$ د ب = $\frac{1}{2}$ م

اور معین کا رقبہ = ا ج × د ط دفعہ ۳۰

= م × $\frac{1}{2}$ مربع اکائیاں

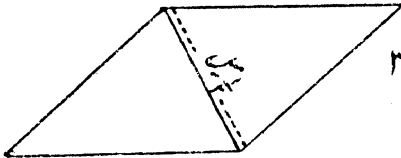
پس قاعدہ —

معین کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × دتروں کا حاصل ضرب

ق = $\frac{1}{2}$ م و

توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک شہر کا رقبہ ۲۰۰ ایکڑ ہے اور اس کے ایک وتر کا طول $\frac{1}{2}$ میل ہے بقیہ راسوں سے اس وتر کے عمودی فاصلے دریافت کرو۔

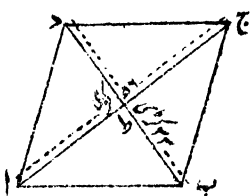


مطلوبہ فاصلہ = $\frac{Q}{W}$ گز دفعہ ۳۰

یہاں $Q = ۲۰۰ \times ۳۸۳۰$ مربع گز

اور $W = ۸۸۰$ گز

$$\therefore \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{۲۰۰ \times ۳۸۳۰}{۸۸۰} = ۸۷۰ \text{ گز}$$



مثال ۲۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں : اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

معین Δ ب ج د میں فرض کرو کہ ا ج اور ب د کے ناپ بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں۔

اب چونکہ معین کے دو ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تضییف کرتے ہیں دفعہ ۳۱

$\therefore \Delta$ ط ب میں۔

Δ ط ب ایک قائمہ ہے

$$\Delta ط = \frac{1}{2} ا ج = ۲۸ \text{ کڑی}$$

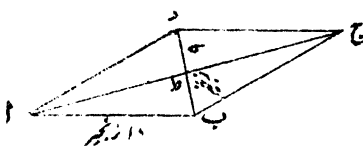
$$ب ط = \frac{1}{2} ب د = ۱۶.۵ \text{ کڑی}$$

اس لئے۔

$$\Delta ب = ۲(۲۸) + ۲(۱۶.۵) \text{ کڑی} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۳۲.۵ \text{ کڑی}$$

مثال ۳۔ ایک معین Δ ب ج د کا ضلع ۱۸ زنجیر اور ایک وتر ب د کا طول ۹ زنجیر ہے۔ دوسرے وتر کا طول اور معین کا رقبہ دریافت کرو۔



$\therefore \Delta$ ب ج د ایک مثلث قائم الزاویہ ہے۔ دفعہ ۳۱

$$\therefore \Delta ط = \frac{1}{2} ا ب - \frac{1}{2} ب د = ۱۶ \text{ دفعہ}$$

$$= 2(18) - 2\left(\frac{9}{2}\right) \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{81 - 12.99}{2} \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{12.15}{2} \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{325856 \dots}{2} \text{ زنجیر}$$

$$\therefore (ج) = 325856 \dots \text{ زنجیر}$$

پھر —

مربع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 325856 \dots$ مربع اکٹیاں دفعہ ۳۱

جہاں $\frac{1}{2} = 9$ زنجیر اور $325856 \dots$ زنجیر

$\therefore$ رقبہ = $1545856 \dots$ مربع زنجیر

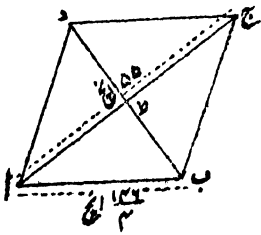
مثال ۳ :- ایک مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ اور اس کا ایک وتر ۵۵ انچ ہے دوسرا دریافت کرو۔

مربع ا ب ج د میں فرض کرو کہ ج کا ناپ ۵۵ انچ اور

مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ ہے۔

تب ا ب کا طول = 345 انچ

اور د ط = 245 انچ



$$\therefore \text{ب ط} = \frac{1}{2} \text{ب د} = \frac{1}{2} \text{ا ب} - \text{د ط} = 14 \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= 2(245) - 2(345) \text{ انچ}$$

$$= 22 \text{ انچ}$$

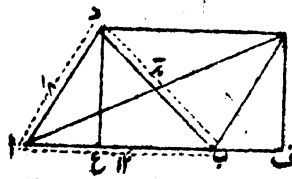
اس لئے دوسرا وتر = 22 انچ

مثال ۵ :- ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلعے ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کے ایک

وتر کا طول ۱۰ فٹ ہے دوسرے وتر کا طول دریافت کرو۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د میں فرض کرو کہ

ا ب = 12 فٹ، د د = 8 فٹ



اور $ب د = ۱۰$ فٹضلع $ا ب$ اور $ا س$ کے مدد پر نقطہ $د$ اور $ج$ سے $د ع$ اور $ج ف$ عمود گراؤ۔اب $د ب = د ا + ا ب = ۲ + ۱۲ = ۱۴$ فٹ آٹھویں مقالہ دوم شکل ۱۳اور $ا ج = ب ج + ج ا = ۲ + ۱۲ = ۱۴$ فٹ آٹھویں مقالہ دوم شکل ۱۳

اس لئے جمع کرنے سے

 $د ب + ا ج = ۱۴ + ۱۴ = ۲۸$ فٹ (کیونکہ $د ع = ب ف$)اس لئے اگر $ا ج$ کا طول لافٹ ہو تو

$$۲(۱۰) - ۲(۱۴) + ۲(۸) \times ۲ = ۱۰$$

$$۱۰۰ - ۲۸۸ + ۱۲۸ =$$

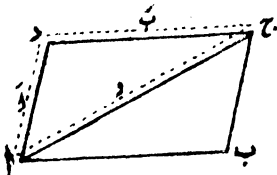
$$۳۱۶ =$$

$$\sqrt{۳۱۶} = ۱۷.۷۶$$

تقریباً ۱۷.۷۶ فٹ ہےاس لئے دوسرے وتر کا طول تقریباً ۱۷.۷۶ فٹ ہے۔

مسئلہ

۳۳۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ ایک وتر اور دو متصل ضلع دیئے ہوئے ہیں۔



متوازی الاضلاع $ا ب ج د$ میں
فرض کرو کہ وتر $ا ج$ کا طول کسی طولی کافی
کے لحاظ سے وہ ہے اور $ا س$ کے متصل اضلاع
 $ا د$ ، $د ج$ کے ناپ اسی طولی کافی کے
لحاظ سے بالترتیب $ا$ اور $ب$ ہیں۔

تب $ب ج$ اور $ا ب$ کے ناپ بھی $ا$ اور $ب$ سے بتیرہ جائیں گے۔

(آٹھویں مقالہ اول شکل ۳۳)

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ $ا ب$ اور $ا د$ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
اب چونکہ

متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ $\Delta \times 2 = ۱۰ \times ۵ = ۵۰$ ج کا رقبہ (اقلیدس متبادل شکل ۳۳)

$$۵۰ = ۲ \times (ص - د) \quad (ص - ب) \quad (ص - و) \quad \text{مرجہ اکائیاں} \quad \text{دفعہ ۳۳}$$

پس قاعدہ۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ ایک ایسے مثلث کے رقبہ کا دو چند ہوتا ہے جس کے اضلاع متوازی الاضلاع کا ایک وتر اور کوئی سے دو متصل ضلع ہوتے ہیں۔

توضیحی مثال

۳۴۔

مثال :- ایک ایسے متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کر جس کے ایک وتر کا ناپ ۶۵ اینچ اور دو متصل اضلاع کے ناپ بالترتیب ۴۰ اینچ اور ۴۵ اینچ ہیں۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ $۲ \times (ص - د) = ۲ \times (ص - ب) \quad (ص - و) \quad \text{مرجہ اکائیاں} \quad \text{دفعہ ۳۳}$

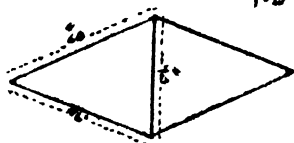
$$\text{یہاں } ۴۰ = ۲ \times (ص - د) \quad ۴۵ = ۲ \times (ص - ب) \quad ۶۵ = ۲ \times (ص - و)$$

$$۱۰۵ = \frac{۶۵ + ۴۵ + ۴۰}{۲} = ص$$

$$۳۵ = ۴۰ - ۱۰۵ = و \quad \text{اور}$$

$$۳۰ = ۴۵ - ۱۰۵ = ب$$

$$۴۰ = ۶۵ - ۱۰۵ = د$$



متوازی الاضلاع کا رقبہ $۲ \times (ص - د) = ۲ \times (۳۵ - ۴۰) = ۲ \times (-۵) = -۱۰$ مرجہ انچ

$$۲ \times (۳۰ - ۴۰) = ۲ \times (-۱۰) = -۲۰ \quad \text{مرجہ انچ}$$

$$۲ \times (۴۰ - ۳۵) = ۲ \times ۵ = ۱۰ \quad \text{مرجہ انچ}$$

$$۲ \times (۴۵ - ۳۵) = ۲ \times ۱۰ = ۲۰ \quad \text{مرجہ انچ}$$

امثلہ نمبری ۴ (۱)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:—

۱ — قاعدہ ۲۳ فٹ، ارتفاع ۱۳ فٹ

۲ — قاعدہ ۵ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۹ گز ۱ فٹ

۳ — قاعدہ ۴۶ و ۱۵ زنجیر، ارتفاع ۱۲ و ۷ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے قاعدے دریافت کرو:

۴ — رقبہ ۲۵۶ مربع فٹ، ارتفاع ۳۲ فٹ

۵ — رقبہ ۲۳ مربع گز ۸ مربع فٹ، ارتفاع ۱۴ گز ۱ فٹ

۶ — رقبہ ۱۶ گز، ارتفاع ۳ و ۸ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:

۷ — ایک وتر ۵ فٹ ۸ انچ، بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ

۳ انچ ہے۔

۸ — ایک وتر ۱۵ زنجیر ۶ کڑی اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ

۷ زنجیر ۴ کڑی ہے۔ (جواب ایکڑ میں نکالا جائے)

۹ — ایک متوازی الاضلاع کے رقبہ کا ناپ ۱۵ مربع گز اور اُس کے ایک وتر کا طول ۷ گز ۱ فٹ

۶ انچ ہے کسی ایک بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۱۰ — کسی معین کے وتروں کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۲ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا

احاطہ معلوم کرو۔

۱۱ — متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک قطعہ زمین پر ۴ آتہ ۶ پانی فی مربع گز کے حساب سے

گھاس لگوانے کی اجرت دریافت کرو۔ متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۶۲ فٹ اور ارتفاع ۴۶ فٹ ہے۔

۱۲ — ایک معین کا احاطہ ۴۸ مربع ۲ انچ اور ایک وتر ۱۰۴ انچ ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳ — ایک معین کا ضلع ۶۵ زنجیر اور اُس کے ایک وتر کا ناپ ۱۱۲ زنجیر ہے: دوسرے وتر کا

طول دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۶ (ب)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:—

۱۳۔ قاعدہ ۲۰ راسی، ارتفاع ۱۶ راسی

۱۵۔ قاعدہ ۱۰ راسی ۶ لائق، ارتفاع ۳۲ لائق

۱۶۔ قاعدہ ۳۰ راسی، ارتفاع ۶۵ راسی

۷۔ اُس متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کرو جس کا رقبہ دو بیگمہ اور جس کے ارتفاع کا ناپ ۳ راسی ۶ لائق ہے۔

۱۸۔ اُس متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۲ راسی ۸ لائق اور رقبہ راسوں میں سے ایک سے اُس وتر کا عمودی فاصلہ ۱۰ لائق ہے۔

۱۹۔ اُس مثل معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ بالترتیب ۱۵ لائق اور ۱۳ لائق ہے۔

سوالات امتحانات

۱۔ ایک معین کے وتر ۶ فٹ اور ۸ فٹ ہیں؛ ایک ضلع کا طول اور اُس کا ارتفاع کیا نکالو۔

(جامعہ اللہ آباد: میٹریکولیشن)

۲۔ ایک معین کے وتر ۷ اور ۹۶ ہیں؛ اُس کا رقبہ اور اضلاع کے طول دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ: میٹریکولیشن)

۳۔ ایک معین کا ہر ایک ضلع ۳۳۰ فٹ اور ایک وتر ۵۰۰ فٹ ہے اس کا رقبہ ایک میں دریافت کرو۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۴۔ معین کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اُس کے وتر ۱۶۰ فٹ اور ۱۰۰ فٹ ہیں۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۵۔ مثل معین کی وضع کی ایک چٹائی کا رقبہ ۸ مربع گز اور اُس کا احاطہ ۳۶ فٹ ہے اس کا عمودی عرض دریافت کرو۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۶۔ ایک معین کے نصف وتر بالترتیب ۸ اور ۱۶ اینچ ہیں۔ معین کا رقبہ اور اُس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(پور بین اسکولز: فائنل صوبہ متحدہ)

۷۔ ایک معین کا رقبہ ۱۲۰۰۰ مربع فٹ اور ضلع ۴۰۰ فٹ ہے اس کے وتر معلوم کرو۔

(گڈ کی انجینیر: ۱۰ حصہ)

۸۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں؛ اُس کا رقبہ احاطہ اور ارتفاع

دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۹۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۸ اور ۳۴ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ نیز معین کے ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۰۔ ایک معین کا ضلع ۳۶ فٹ اور اس کا ایک وتر ۸ فٹ ہے: دوسرا وتر اور شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی انجینیر: فائنل)

۱۱۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ اور اس کا بڑا وتر ۴۴ فٹ ہے: رقبہ اور دوسرا وتر دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی انجینیر: فائنل)

۱۲۔ ایک معین کا رقبہ ۴۴ مربع فٹ اور ایک وتر ۶۷ فٹ ہے: دوسرا وتر دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۳۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۵۴ فٹ ہیں: اس کا رقبہ دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۴۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ فٹ اور اس کا چھوٹا وتر بڑے وتر کا تین چوتھائی ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۵۔ ایک معین کے وتر ۱ فٹ اور ۲ فٹ ہیں: ضلع اور رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ الہ آباد : میٹریکیولیشن)

۱۶۔ شکل معین کی وضع کے ایک میدان کے وتر ۲۸۷۰ کڑی اور ۸۵ کڑی ہیں: لمبائی ۱۰ مثلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے قریب ترین پستی تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : امتحان ایف۔ ای)

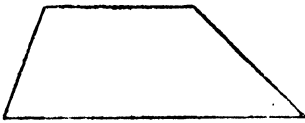
۱۷۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۰ اور ۶۰ فٹ ہیں: معین کا رقبہ: ضلع کا طول اور ارتفاع دریافت کرو۔

(ڈرڈ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

ابستم

ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل

۳۵ ——— ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل اس شکل کو کہتے ہیں جو چار مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو۔



اگر چار ضلعی کے کوئی سے دو مقابل کے اضلاع متوازی ہوں تو ایسی شکل کو منحرف کہتے ہیں (شکل ملاحظہ ہو)۔

چار ضلعی کا کوئی ایک وتر کھینچا جائے اور بقیہ راسوں سے اس پر عمود لگائے جائیں تو ان عمودوں کو بیرونی عمود کہتے ہیں۔

پس چار ضلعی

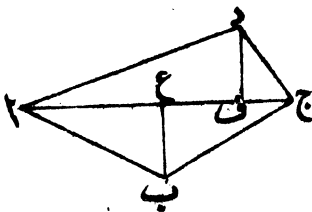
۱ ب ج د میں عمود

د ف اور ب ع وتر

۲ ج سے راس د اور

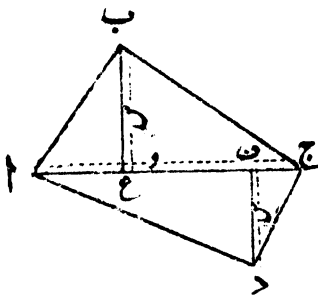
ب تک کے بیرونی

عمود ہیں۔



مسئلہ ۸

۳۶۔ چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں تک اُس کے بیرونی عمود کے طول دیے ہوئے ہوں۔



چار ضلعی

۱ ب ج د میں فرض

کر و کہ وتر ۱ ج کا ناپ

کسی طولی اکائی کے رقوم

میں و ہے۔ اور اس وتر

سے د اور ب پر کے

بیرونی عمود د ف اور

ب ج کے طول اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب س اور پ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ چار ضلعی کا رقبہ و، س اور پ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ —

چار ضلعی ۱ ب ج د کا رقبہ = ۱ ب ج کا رقبہ +

۱ د ج کا رقبہ

∴ چار ضلعی ۱ ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۱ \times ج + د ف + \frac{1}{2} \times ۱ \times ج \times ب ج$ د ف (۲۰)

$$= \left(\frac{1}{2} د س + \frac{1}{2} د س \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} د (س + س) \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

چار ضلعی شکل کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو مقابل کے زاویہ نقطہ پر اُس کے بیرونی عمود میں اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو۔

تب اس حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں چار ضلعی کے رقبہ کو تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً

چار ضلعی شکل کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times$ بیرونی عمودوں کا مجموعہ

$$ق = \frac{1}{2} \times (س + س) \dots\dots (۱)$$

∴ ذواریقہ الاضلاع کا وتر = $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{بیرونی عمودوں کا مجموعہ}}$

$$و = \frac{۲ق}{س + س} \dots\dots (۲)$$

نوٹ :- اگر وتر شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو جیسا کہ ظاہر ہے قاعدہ بالا حسب ذیل

بدلتا ہے۔

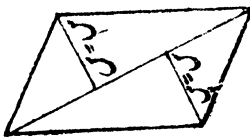
چار ضلعی شکل کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times$ وتر $\times$ (اس کے بیرونی عمودوں کا فرق)

ذواریقہ الاضلاع ا ب ج د سے اس کی توضیح ہو سکتی ہے۔

۳۷۔ خاص صورتیں

۱۔ متوازی الاضلاع۔

اس صورت میں کسی وتر سے بقیہ زاویہ نقاط پر کے بیرونی عمود ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ ∴ دفعہ ۳۰



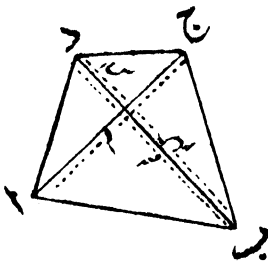
یعنی $س = س = س$
اب کسی چار ضلعی کا رقبہ =

$$\frac{1}{2} \times (س + س) \times \text{مربع اکائی} \dots\dots \text{دفعہ ۳۱}$$

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times (س + س) \times$ مربع اکائیاں

= وس مربع اکائیاں
یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۳۰ میں بھی حاصل کیا گیا تھا۔

۲۔ چار ضلعی جس کے وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔



فرض کرو کہ اب ج د ایک
ایسا چار ضلعی ہے جس کے وتر اج او
ب د ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر
کاٹتے ہیں۔

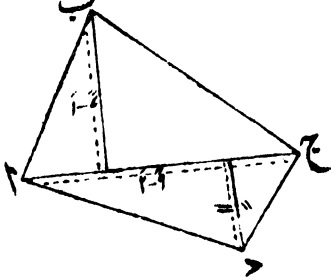
فرض کرو کہ وتر او اج اور ب د
کے ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب
م، م' ہیں۔ ظاہر ہے کہ وتر اج سے
کھینچے ہوئے بیرونی عمودوں کا مجموعہ دوسرے
وتر ب د کے مساوی ہے۔

$$\text{یعنی } م + م' = د$$

اب کسی چار ضلعی کا رقبہ = $\frac{1}{2} د (م + م')$ مربع اکائیاں دفعہ ۳۶
∴ چار ضلعی ۲ اب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2} د د$ مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک چار ضلعی ۱ اب ج د میں وتر اج کا طول ۲ فٹ ۹ انچ



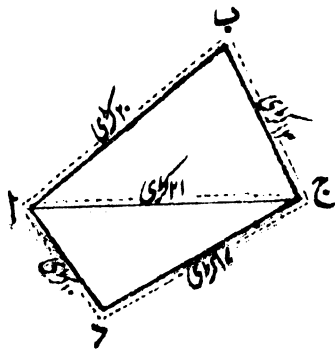
اور اس وتر سے ب اور د پر کے بیرونی عمود
کے طول بالترتیب انٹ، انچ اور ۱۱ انچ ہیں۔
چار ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔ ذواریقۃ الاضلاع
کا رقبہ = $\frac{1}{2} د (م + م')$ مربع انچ دفعہ ۳۶

$$\text{یہاں } د = ۲۲ \times ۱۲ + ۹ = ۳۳ \text{ انچ}$$

$$م = ۱۱ \times ۱۲ + ۶ = ۱۹ \text{ انچ}$$

اور س = ۱۱ انچ
 $\therefore$ چار ضلعی کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۳۳ \times (۱۱ + ۱۹)$ مربع انچ
 $= \frac{1}{2} \times ۳۳ \times ۳۰$ مربع انچ
 $= ۴۹۵$ مربع انچ
 $= ۳$ مربع فٹ ۶۳ مربع انچ

مثال ۷ :- ایک چار ضلعی ا ب ج د میں اضلاع ا ب، ب ج، ج د، د ا کے ناپ بالترتیب ۲۰، ۱۶، ۱۳، ۲۰ اکڑی اور دائرہ ج کا طول ۲۱ اکڑی ہے: چار ضلعی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چار ضلعی کا رقبہ = ۵ ا ب ج کا رقبہ + ۵ ا ج د کا رقبہ

$$= \left[\frac{1}{2} \times ۲۰ \times ۱۳ + \frac{1}{2} \times ۱۶ \times ۲۰ \right] + \left[\frac{1}{2} \times ۲۰ \times ۲۱ \right] \text{ مربع اکڑی} \dots \text{ دفعہ ۲۲}$$

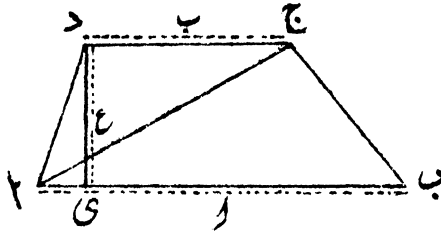
$$= ۱۲۶ \text{ مربع اکڑی} + ۸۴ \text{ مربع اکڑی}$$

$$= ۲۱۰ \text{ مربع اکڑی}$$

مسئلہ ۹

۳۹ - شکل منحرف کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے متوازی اضلاع

اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ایک شکل منفرج ہے۔ اور اس کے متوازی اضلاع ا ب اور ج د کے طول کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ا اور ب ہیں نیز ان کے درمیانی عمودی فاصلہ د ی کا طول اسی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ شکل منفرج کا رقبہ ا ب اور ع کی رقوم میں معلوم کیا جائے۔

ا ج کو ملاؤ۔

اب چونکہ شکل منفرج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ا ج د کا رقبہ + $\frac{1}{2}$ ا ب ج کا رقبہ

∴ شکل منفرج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ا ج د × د ی + $\frac{1}{2}$ ا ب د ی × د ی دفعہ ۲

$$= \left(\frac{1}{2} ب ع + \frac{1}{2} ا ع \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} ع (ا + ب) \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

شکل منفرج کے متوازی اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ کو ان کے درمیانی عمودی فاصلہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا نصف متساوی مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو تعبیر کر لیا۔ یا اختصاراً

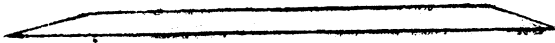
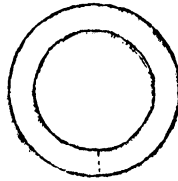
شکل منفرج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × متوازی اضلاع کا مجموعہ × ارتفاع

$$ق = \frac{1}{p} (1 + b) \dots \dots \dots (1)$$

∴ شکل منحرف کے متوازی اضلاع کا $\frac{2 \times \text{رقبہ}}{\text{متوازی اضلاع کا مجموعہ}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{درمیانی فاصلہ یا اس کا ارتفاع} \end{array} \right.$

$$ع = \frac{2 ق}{1 + b} \dots \dots \dots (2)$$

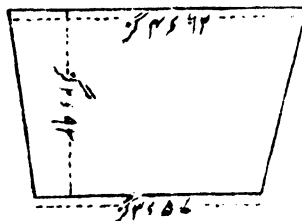
اگر کسی حلقہ کو اس کے بیرونی محیط کے کسی نقطہ پر سے کاٹا جائے



اور پھر اسے سیدھا کیا جائے تو اس کی سطح ایک ایسی شکل منحرف کی سطح اختیار کر لے گی جس کے متوازی اضلاع بالترتیب حلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیط ہوں گے اور جس کے متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ حلقہ کے عرض کے برابر ہوگا۔

توضیحی مثالیں

۴۰۔ مثال ۱ :- ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۵۷ گز اور ۶۲ گز ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۹۳ گز ہے۔ شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔



شکل منحن کارقبہ = $\frac{1}{4} (ا + ب) ع$ مربع گز دفعہ (۳۹)

جہاں $ا = ۳۵۷$ گز

$ب = ۴۶۲$ گز

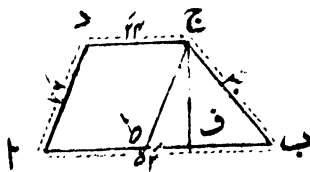
$ع = ۲۹۳$ گز

$$\therefore \text{شکل منحن کارقبہ} = \left\{ \frac{1}{4} (۳۵۷ + ۴۶۲) \times ۲۹۳ \right\} \text{ مربع گز}$$

$$= ۱۱۵۹۹۸۳۵ \text{ مربع گز}$$

مثال ۷ :- ایک شکل منحن کے متوازی اضلاع ۲۴ اور ۵۲ فٹ اور دوسرے

اضلاع ۲۲ اور ۲۰ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔



شکل منحن اب ج د میں فرض کرو کہ

د ج = ۲۴ فٹ، ا ب = ۵۲ فٹ

د ا = ۲۶ فٹ، ج ب = ۲۰ فٹ

ج سے ج ط، د ا کے متوازی

اور ج ف، ا ب پر عمود نکالو۔

$$\text{تب } ط ب = ا ب - ا ط = ۲۰ - ۲۶ = ۶ \text{ فٹ}$$

$$\text{اب، } \Delta ط ب ج \text{ کا رقبہ} = \left[\text{ص} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) \right] \text{ مربع فٹ} \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

جہاں $ا = ۲۶$ ، $ب = ۲۸$ ، $ج = ۳۰$

$$\therefore \text{ص} = ۴۲ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \Delta ط ب ج \text{ کا رقبہ} = \left[۴۲ \times ۱۶ \times ۱۴ \times ۱۲ \right] \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۳۳۶ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{لیکن ج ف} = \frac{\Delta ط ب ج \text{ کا رقبہ}}{\text{ب}} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= \frac{۳۳۶}{۲۸} \text{ فٹ}$$

$$= ۲۴ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{ شکلِ منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ا + ب) \times \text{ع} \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{اس میں } ا = ۲۴ \text{ ب} = ۵۲ \text{ ع} = ۲۴$$

$$\therefore \text{ شکلِ منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۵۲ + ۲۴) \times ۲۴ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۹۱۲ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۳ :- ایک ایسے سطحِ مستدیر حلقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے بیرونی اور اندرونی محیط بالترتیب ۵۰۵۲۶۵۴۴ انچ اور ۴۳۵۹۸۲۲۶ انچ ہیں اور حلقہ کا عرض ایک انچ ہے۔

$$\frac{۴۳۵۹۸۲۲۶}{۵۰۵۲۶۵۴۴}$$

$$\text{حلقہ کا رقبہ} = \text{شکلِ منحرف کا رقبہ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$\frac{1}{2} (ا + ب) \times \text{ع} \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۹}$$

$$\text{یہاں } ا = ۴۳۵۹۸۲۲۶ \text{ انچ}$$

$$ب = ۴۳۵۹۸۲۲۶ \text{ انچ}$$

$$\text{اور ع} = ۱ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ حلقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۴۳۵۹۸۲۲۶ + ۴۳۵۹۸۲۲۶) \times ۱ \text{ مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{2} \times ۹۴۱۹۶۴۵۲ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۴۷۰۹۸۲۲۶ \text{ مربع انچ}$$

۴۱ — دائرہ کے اندرونی ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ اُس کے چار اضلاع کی رقوم میں اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) (ص - د) \text{ مربع اکائیاں}$$

جہاں 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے ذواریبۃ الاضلاع کے ضلعوں کے لول کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور

$$ص = \frac{ا + ب + ج + د}{۲}$$

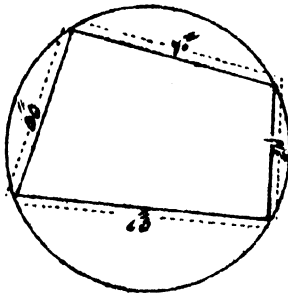
اس ضابطہ کے ثبوت کا انحصار اس مسئلہ پر ہے کہ دائرے کے اندر کوئی
ذو الرتبة الاضلاع بنایا جائے تو اس کے متقابل زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا
ہے۔ اقلیدس متالہ سوم شکل ۲۲

توضیحی مثال

۴۲۔ مثال ۱۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک شکل ذو الرتبة الاضلاع کے ضلعوں
کے طول ۶۰، ۵۵، ۴۵ اور ۳۰ پانچ ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

ذو الرتبة الاضلاع کا رقبہ۔
[(ص۔ آ) (ص۔ ب) (ص۔ ج) (ص۔ د)] مربع اکائیاں دلوہام
یہاں $ا = ۶۰$ ، $ب = ۵۵$ ، $ج = ۴۰$ اور $د = ۳۰$

$$\therefore \text{ص} = \frac{۶۰ + ۶۰ + ۵۵ + ۴۵}{۲} = ۱۱۵$$



$\therefore$ ذو الرتبة الاضلاع کا رقبہ = $۱۱۵ \times ۳۰ = ۳۴۵۰$ مربع پانچ

$$= ۱۱۵ \times ۳۰ = ۳۴۵۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$= ۳۴۵۰ \text{ مربع پانچ تقریباً}$$

$$= ۳۴۵۰ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

امثلہ نمبری ۷ (۱)

ذیل کے ذو الرتبة الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:-

۱۔ وتر ۲۱۳ فٹ، بیرونی عمود ۹ اور ۱۰۳ فٹ

۲۔ وتر ۵ گز ۲ فٹ، بیرونی عمود ۲ گز ۲ فٹ اور ۲ گز ۱۰ فٹ

۳۔ وتر ۹ ذخیجہ ۱۲ کرطی، بیرونی عمود ۴ ذخیجہ ۲۳ کرطی اور ۵ ذخیجہ ۵۶ کرطی۔

۴۔ وتر ۱۲ ذخیجہ ۲۲ کرطی، بیرونی عمود ۳ ذخیجہ ۱۳ کرطی اور ۵ ذخیجہ ۴۳ کرطی۔

ذیل کے احکامات منفرج کے رقبے دریافت کرو:-

- ۵ — متوازی اضلاع، ۵ اور ۳ فٹ، عمودی فاصلہ ۶ انٹ
- ۶ — متوازی اضلاع، ۴ گز، ۲ فٹ اور ۳ گز، ۲ فٹ، عمودی فاصلہ ۲ فٹ
- ۷ — متوازی اضلاع، ۴ زنجیر، ۱۰ کڑی اور، ۲ زنجیر، عمودی فاصلہ ۸ کڑی۔
- ۸ — متوازی اضلاع، ۹ زنجیر، ۳ اور ۱۵ کڑی اور، ۵ کڑی، عمودی فاصلہ ۲ زنجیر۔
ذیل کے اشکال مخروط کے متوازی اضلاع کے درمیانی فاصلے دریافت کرو :-
- ۹ — رقبہ ۳۴ مربع گز، متوازی اضلاع، ۳ فٹ اور ۸ انٹ۔
- ۱۰ — رقبہ ۶۲ ایکڑ ۳ روڈ، متوازی اضلاع، ۳ زنجیر اور ۲۰ زنجیر۔
- ۱۱ — ایک میدان شکل مخروط کی وضع کا ہے، اس کے متوازی اضلاع کے طول و زنجیر ۵ کڑی اور ۸ زنجیر، ۵ کڑی ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۱ زنجیر ۵ کڑی ہے۔ ۲۳ روپے فی ایکڑ کے حساب سے اس کا کرایہ دریافت کرو۔
- ۱۲ — ۷۲۰ فی مربع فٹ کے حساب سے شکل مخروط کی وضع کے ایک میدان پر پتھر لگوانے کی اُجرت معلوم کرو۔ اگر اس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۰ گز، ۲ فٹ اور ۷ گز، ۲ فٹ اور ۸ انٹ اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ گز ہو۔
- ۱۳ — ۳۰۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایسے چار ضلعی قطعہ زمین کی قیمت دریافت کرو جس کے ایک وتر کا طول ۷ زنجیر ۶ کڑی اور اس وتر سے مقابل کے زاویہ نفاطہ کے بیرونی عمودوں کے طول ۱۶ زنجیر ۳ کڑی اور ۶ زنجیر ۱۹ کڑی ہیں۔
- ۱۴ — ۴۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے چار ضلعی میدان کا کرایہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ زنجیر ۵ کڑی اور جس کے بیرونی عمود ۵ زنجیر ۴ کڑی اور ۷ زنجیر ۱۱ کڑی ہیں۔
- ۱۵ — ایک چار ضلعی میدان کا کرایہ ۳۹۵ روپے ہے۔ اس میدان کے ایک وتر کا ناپ ۶ زنجیر ۶ کڑی اور مقابل زاویوں پر اس کے بیرونی عمود کے طول بالترتیب ۵ زنجیر ۱۰ کڑی اور ۳ زنجیر ۳ کڑی ہیں۔ کرایہ فی ایکڑ دریافت کرو۔
- ۱۶ — ایک کمرہ شکل مخروط کی وضع کا ہے اور اس کے متوازی رُخوں کے ناپ بالترتیب ۳۵ فٹ، ۲۰ فٹ اور ۲۴ فٹ ۵ انچ ہیں۔ ان رُخوں کا درمیانی عمودی فاصلہ ۸ فٹ ہے۔ ۳ گز عرض والی چٹائی سے اس کمرے کا فرش کرنے کے لیے کتنے طول کی چٹائی کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ ایک ایسے ذواربۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر بالترتیب ۵ گز ۹ فٹ ۹ گز ۲ فٹ ۶ پانچ ہیں اور یہ وتر ایک دوسرے پر علی القوائم بھی ہیں۔
 ۱۸۔ ایک مثل منفرج کے متوازی اضلاع کا فرق ۸ فٹ، اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۴ فٹ اور مثل منفرج کا رقبہ ۳۱۲ مربع فٹ ہے۔ دونوں متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔

۱۹۔ دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ایسی ذواربۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۷۷، ۷۷، ۷۷ اور ۴۰ کروی ہیں۔

مشکل نمبری ۷ (ب)

ذیل کی چار مثلثی شکلوں کے رقبے دریافت کرو:-

۲۰۔ وتر ۱۰ راسی، بیرونی عمود ۵ راسی اور ۲ راسی۔

۲۱۔ وتر ۳ راسی ۸ لاقہ، بیرونی عمود ۲ راسی اور ۵ راسی ۶ لاقہ۔

ذیل کے اشکال منفرج کے رقبے دریافت کرو:-

۲۲۔ متوازی اضلاع ۲۳ راسی اور ۳۷ راسی، عمودی فاصلہ

۳۶ راسی۔

۲۳۔ متوازی اضلاع ۶ راسی ۴ لاقہ، ۴ راسی ۱۲ لاقہ اور عمودی

فاصلہ ۳ راسی ۴ لاقہ۔

ذیل کے ابعاد کے منفرج کے متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ

دریافت کرو:-

۲۴۔ رقبہ ۲ بگیہ ۱۰ بسواس۔ متوازی اضلاع ۱ راسی ۵ لاقہ اور ۱ راسی

۵ لاقہ۔

۲۵۔ رقبہ ۵ بگیہ ۱۵ بسواس، متوازی اضلاع ۲ راسی ۱۰ لاقہ اور ۱ راسی

۵ لاقہ۔

سوالات امتحانات

۱۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک ذواربۃ الاضلاع کے ضلع بالترتیب

۲۵، ۳۹، ۶۰ اور ۵۲ فٹ ہیں: ذواریتہ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یو لیشن)

۲ — ایک ذواریتہ الاضلاع کے متقابل کے ضلعے متوازی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۵۰ کڑی ہے: اگر رقبہ ۶۵۷۵ ایکڑ اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰۰ کڑی ہو تو دوسرے متوازی ضلع کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یو لیشن)

۳ — شکل منفرج کا رقبہ دریافت کرنے کے قاعدے کو ثابت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹرک یو لیشن)

۴ — ا ب ج د ایک ذواریتہ الاضلاع ہے۔ زاویوں ا ب ج اور

د ا ج میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے۔ اور ذیل کے طول فٹ میں ہیں: ا ب = ۱۱۲،

ج د = ۱۷۵، د ا = ۱۰۵۔ رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: ٹیڈ اسکول)

۵ — ایک ذواریتہ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۱۲، ۱۳ اور ۱۵ فٹ

ہیں اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ٹیڈ اسکول)

۶ — ذواریتہ الاضلاع ا ب ج د میں ا ج = ۱۳ فٹ، ب د = ۱۲ فٹ

اور ا ج، ب د کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ٹیڈ اسکول)

۷ — ایک ذواریتہ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۷، ۷، ۷، ۷، ۷ فٹ

ہیں اور یہ ایک دائرے کے اندر بنایا جاسکتا ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکول: فائینل - صوبائی امتحان)

۸ — ایک شکل منفرج میں متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲، ۲۰ اور ۱۸

درمیانی عمودی فاصلہ ۲۸ گز ہے: شکل منفرج کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکول: فائینل - صوبائی امتحان)

۹ — ایک ایسی شکل منفرج کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فٹ

اور ۵۰۰ فٹ اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ فٹ ہے۔ (مدراں ٹیکنیکل: ابتدائی)

۱۷۔ ایک شکل منفرج کا رقبہ ۵، ۴ مربع فٹ اور متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۹ فٹ ہے: دو متوازی اضلاع معلوم کرو اگر ان کا فرق ۴ فٹ ہو۔
(مڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۸۔ ایک شکل منفرج کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۱، ۱۵، اور ۲۵ ہوں اور دوسرا ضلع چوتھے ضلع کے متوازی ہو۔
(مڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۹۔ ذواریقہ الاضلاع کی وضع کے اس صحن کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا جس کا وتر ۵ فٹ اور مقابل کے کونوں سے اس پر کے عمود بالترتیب ۲۵ اور ۲۷ فٹ ہیں۔
(مڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۰۔ ۲×۱۲ کے مستطیل میں سے ایک ایسی شکل منفرج کاٹی گئی جس کے متوازی اضلاع کے غولوں کی نسبت ۳: ۴ اور جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ایک تہائی ہے: متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔
(مڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۱۔ ایک شکل منفرج کے متوازی اضلاع ۵۵ اور ۷۷ فٹ اور دوسرے اضلاع ۲۵ اور ۳۱ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔
(مڑکی انجینیر: فائیل)

۲۲۔ ایک میدان کی چار سرحدی جھاڑیوں میں سے دو جھاڑیاں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۰۰ گز اور ۹۳۶ گز ہیں۔ ان متوازی جھاڑیوں کے درمیان بیچوں بیچ گھوڑا ۲۵ گز بھی رسی کے ذریعہ ایک گھوڑے کو دائرے میں پھرتے وقت ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ اپنے مقام سے دونوں متوازی جھاڑیوں تک کے چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم پر سے گزرتے وقت گھوڑا اس کی تنصیف کرتا ہے: میدان کا رقبہ ایکڑ میں مطلوب ہے۔

۲۳۔ ا ب ج د ایک ذواریقہ الاضلاع ہے۔ رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جبکہ ا ب = ۳۰ گز، ب ج = ۵۰ گز، ج د = ۷۰ گز، د ا = ۶۰ گز،
(مڑکی انجینیر: فائیل)

۲۴۔ ایک ذواریقہ الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۸، ۷، ۵ فٹ ہیں

اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ 90° ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ — ایک مثلث منفرج کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۲۰ فٹ اور ۱۲ اور ۱۹ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۲۶ — ذواربۃ الاضلاع کا ایک وتر جو مثل کے باہر واقع ہوتا ہے، ۵۰ فٹ اور اس پر کے عمودوں کا فرق ۱۴ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۷ — ایک ریلوے پلیٹ فام کے دو مقابل کے رخ متوازی ہیں اور باقی دو رخ مساوی ہیں متوازی رخ بالترتیب ۱۰۰ اور ۱۲۰ فٹ ہیں اور مساوی رخوں میں سے ہر ایک ۵۰ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۸ — ایک مثلث منفرج $\triangle ABC$ میں $\angle B = 37^\circ$ ، $\angle C = 56^\circ$ ج $= 23.3$ ، $\angle A = 192^\circ$ وتر $AB = 38$: رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ — ایک ایسی خندق کی گہرائی مطلوب ہے جس کی عرضی تراش مثلث منفرج ہے اور اس کا رقبہ $= 14.5 \times 14.5$ بالالائی حصہ پر عرض $= 20$ اور بازوؤں کے آثار میں ۱ اور ۲ میں آجیے۔

۳۰ — ایک مثلث منفرج کا رقبہ $\frac{1}{2} \times 3$ ایکر اور دو متوازی اضلاع کا مجموعہ ۲۹۶ گز ہے: ان کے درمیان عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۳۱ — دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ذواربۃ الاضلاع کے چار ضلعے ۶۰، ۸۰، ۹۰ اور ۸۶ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۳۲ — کسی مثلث منفرج کے متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول دوسرے کے طول سے ۵ فٹ زیادہ ہے اس کا عرض ۱۵ فٹ اور رقبہ 214 مربع انچ ہے: متوازی اضلاع میں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

۳۳ — ایک ذواربۃ الاضلاع کا وتر ۶ گز اور اس پر کے عمودوں کے طول ۱۲.۵ پانچ اور ۳.۵ پانچ ہیں۔ بتاؤ کہ ذواربۃ الاضلاع میں کتنے مربع گز ہوں گے؟

۳۴ — ایک ذواربۃ الاضلاع کا وتر ۶ گز اور اس پر کے عمودوں کے طول ۱۲.۵ پانچ اور ۳.۵ پانچ ہیں۔ بتاؤ کہ ذواربۃ الاضلاع میں کتنے مربع گز ہوں گے؟

رٹ کی ایپر سب آرڈینیٹ: فائیل

۳۵ — ایک ایسی مثلث منفرج کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع

۷ اور $\frac{1}{2}$ فٹ اور بقیہ ضلعے ۲۰ اور $\frac{1}{2}$ فٹ ہیں۔

۳۵ — ایک خندق کا عرض بالائی حصہ پر ۳ فٹ اور تہ پر ۸ فٹ ہے اس کو کھودنے سے جو مٹی نکلی تھی اس کا ایک ایسا ڈھیر بنایا گیا جس کا عرض بالائی حصہ پر ۲۸ فٹ اور تہ پر ۴ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ خندق کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۶ — ایک منحرف نامیدان کا رقبہ $\frac{1}{2} \times ۱۰$ میٹر، متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۰ اگر اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ زنجیر ہے: دوسرا متوازی ضلع دریافت کرو۔ (سینڈھس۔ ط)

۳۷ — ۱ ب ج د ایک ذواریبۃ الاضلاع ہے جس کے ب اور د پر کے زاویے قائم ہیں۔ نیز ۱ ب = ۳۶ زنجیر، ۱ ج = ۷۷ زنجیر، ج د = ۶۸ زنجیر۔ رقبہ دریافت کرو۔ (یورہین اسکول: فائینل - یو۔ پی)

۳۸ — منحنی منحرف کے رقبہ کے لیے ایک جملہ دریافت کرو اگر اس کے متوازی اضلاع کے طول ۱ اور ۲ اور دوسرے ضلعے ج اور د ہوں۔ (مڑکی انجینیر دا خلد)

۳۹ — ذواریبۃ الاضلاع ۱ ب ج د کا رقبہ دریافت کرو اگر ۱ ب = ۲۰، ۱ ج = ۱۰، ۱ د = ۲۵، ۱ ب ج = ۲۸، ۱ ج د = ۲۶، ۱ ب د = ۲۸۔ (جامعہ الہ آباد: میٹرک یویشن)

۴۰ — کسی ذواریبۃ الاضلاع کا ایک وتر جو منحنی کے باہر واقع ہوتا ہے ۴۰ گز ہے اور ذواریبۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۴۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔ (مڑکی ایپرس آرڈینیٹ: واخلد)

۴۱ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے ضلعے ۲۰، ۳۶، ۳۲، ۱۶ گز ہیں اور دوسرا اور چوتھا ضلع اہم متوازی ہیں: ثابت کرو کہ پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ نیز ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (یورہین اسکول: فائینل - یو۔ پی)

مفتطم کثیر الاضلاع

چار ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو ذرا بعد الاضلاع یا حار ضلعی کہتے ہیں۔

یا پنج " " " " " خمس یا پانچ ضلعی کہتے ہیں۔

چھ " " " مسدس یا چھ ضلعی کہتے ہیں۔

سات " " مسیح یاسات ضلعی کہتے ہیں۔

آٹھ " " " مٹمن یا آٹھ ضلعی کہتے ہیں۔

نو " " " نوضلعی کہتے ہیں۔ (منع)

دس ۔ ۔ ۔ معاشرہ یا دس ضلعی کہتے ہیں۔

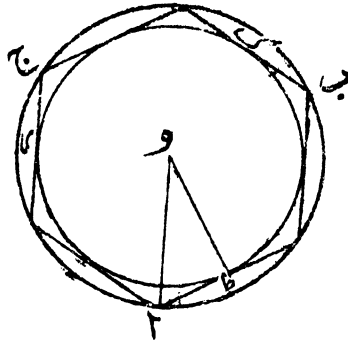
گیارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو گیارہ ضلعی کہتے ہیں۔

بارہ " " " " بارہ ضلعی کہتے ہیں۔

پندرہ " " " " پندرہ ضلعی کہتے ہیں۔

یہ ظاہر ہے کہ منتظم کثیر الاضلاع کا درمیانی نقطہ اُس کے اندرونی اور بیرونی دونوں دائروں کا مرکز ہوتا ہے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ منتظم کثیر الاضلاع کے درمیانی نقطہ سے اُس کے کسی ضلع پر



عمود نکالا جائے تو وہ اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا۔ نیز کثیر الاضلاع کے درمیانی نقطہ کو اُس کے کسی زاویہ کے نقطہ سے ملانے والا خط مستقیم اُس کے بیرونی دائرہ (محاطہ دائرہ) کا نصف قطر ہوگا۔

مثلاً و دائروں ا ب ج اور ط ک س دونوں کا مرکز ہے۔ یہ دائرے بالترتیب کثیر الاضلاع کے بیرونی اور اندرونی دائرے ہیں۔

نیز و ط دائرہ ط ک س کا نصف قطر اور و ا دائرہ ا ب ج کا نصف قطر ہے۔

مسئلہ ۱۰

۴۴ — بن اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے

ایک ضلع کا طول اور اس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ $ا ب ج د ع ف$ ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے درمیانی نقطہ سے وگ، $ا ب$ پر عمود نکالو۔

تب وگ اندرونی دائرے کا نصف

قطر ہوگا..... دفعہ ۳۳

فرض کرو کہ وگ کا $ا ب$ کسی

طولی اکائی کے لحاظ سے $ر$ ہے اور $ا ب$ کا طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے $ا$ ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ $ن$ ، $ا$ اور $ر$ کی رقوم میں دریا کیا جائے۔

$ا$ ، $ا ب$ ، $ا ب ج$ ، $ا ب ج د$ ، $ا ب ج د ع$ کو ملاؤ۔
اس طرح کثیر الاضلاع اتنے ہی مساوی الرقبہ مثلثوں میں منقسم ہو جائیگی جتنی کہ شکل کے ضلعوں کی تعداد ہے۔

کثیر الاضلاع کا رقبہ $= ۱۵ \times ا ب$ کا رقبہ $\times$ کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد
 $= ۱۵ \times ا ب \times ۲۰$ دفعہ ۲۰

$$= \frac{۱۵}{۲} \times ا \times ر \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ — منتظم کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی طولی اکائیوں

کی تعداد اور اس کے اندرونی دائرے کے نصف قطر میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو اضلاع کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو متناظر

مربع اکائیوں میں کثیر الاضلاع کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

یا مختصراً —

مقننہ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{ضلع} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}{۲}$

$$ق = \frac{۴}{۲} \times ۱ \dots\dots\dots (۱)$$

اس لیے

مقننہ کثیر الاضلاع کا ضلع = $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}$

$$۱ = \frac{۲ ق}{ن} \dots\dots\dots (۲)$$

اور کثیر الاضلاع کا احاطہ = $ن = ۱ = \frac{۲ ق}{۲}$

$$ط = \frac{۲ ق}{۲} \dots\dots\dots (۳)$$

خاص صورتیں

۴۵ — (۱) مسدس یا چھ ضلعی
اس صورت میں ۲ و ۳ مساوی الاضلاع شلث ہوگا۔

$$\therefore \text{وگ} = \frac{۳۱ \times ۱}{۲} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\text{یعنی } ر = \frac{۳۱}{۲}$$

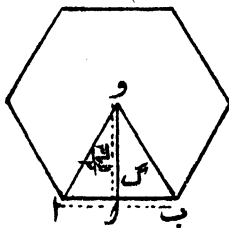
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اب کسی مقننہ} \\ \text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{۴}{۲} \times ۱ \times \text{مریج اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۴}$$

$$\therefore \text{مقننہ مسدس کا رقبہ} = \frac{۳۱}{۲} \times ۱ \times \frac{۴}{۲} \times \text{مریج اکائیاں}$$

$$= \frac{۳۱ \times ۲}{۲} \times \text{مریج اکائیاں}$$

(۲) مشن یا آٹھ ضلعی

اس صورت میں

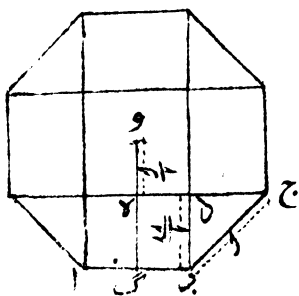


وگ = و + لگ

$\frac{1}{p} + ل = ب$

لیکن ل ب ایک ایسے مربع کا ضلع ہے جس کا وتر ب ج = ۱

$\therefore ل ب = \frac{1}{p} \dots \dots \dots$ دفعہ ۱
 $\therefore وگ = \frac{1}{p} + \frac{1}{p}$



$1 = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p} \right)$

$1 = \left(\frac{p+1}{p} \right)$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{p} \times ۱ \times ۱$ ر مربع اکائیاں دفعہ ۲

$\therefore$ منتظم مشن کا رقبہ = $\frac{1}{p} \times ۱ \times ۱ \times (p+1)$ مربع اکائیاں

$= ۲ (p+1)$ مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

— ۴۶

مثال ۱: ایک ایسے منتظم مستس کا رقبہ دریافت کرو جس کے

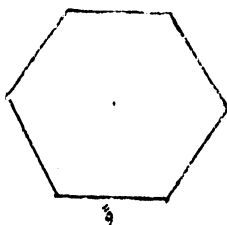
ضلع کا ناپ ۹ اینچ ہے۔

منتظم مستس کا رقبہ = $\frac{۳۱۵۹۳}{۲}$ مربع اینچ دفعہ ۳

جہاں ۱ = ۹

$\therefore$ منتظم مستس کا رقبہ = $\frac{۳۱۵۹۳ \times ۳}{۲}$ مربع اینچ

$= \frac{۱۵۷۹۶۵ \times ۳}{۲}$



$= ۲۳۴۰۵۰$ مربع اینچ

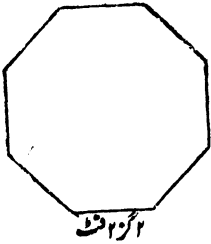
مثال ۲: ایک ایسی منتظم مثلثی کا

رقبہ دریافت کر د جس کے ضلع کا ناپ ۲ گز ۲ فٹ ہے۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{منتظم آٹھ ضلعی} \\ \text{کا رقبہ} \end{array} \right. = ۲ \times ۲ (۲۸ + ۱) \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۳۵}$$

$$\text{یہاں } ۱ = (۲ + ۳ \times ۲) \text{ فٹ}$$

$$= ۸ \text{ فٹ}$$



∴ آٹھ ضلعی کا رقبہ = $۲ \times ۲ (۲۸ + ۱) \text{ مربع فٹ}$

$$= ۱۲۸ (۲۸ + ۱) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۲۸ \times ۳۱۳۲۱ \text{ مربع فٹ}$$

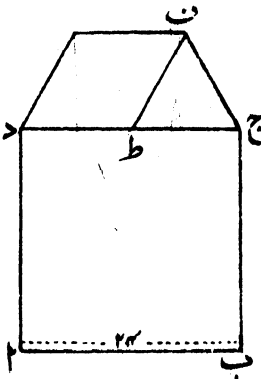
$$= ۳۹۹۰۰۲۰ \dots \dots \dots \text{مربع فٹ}$$

$$= ۳۳ \text{ مربع گز} - ۱۰ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۳: مربع وضع کا ایک

کرہ ہے اور ایک رُخ پر نصف مسدس یعنی سہ پہلو پیش بنا کر اس کی توسیع کرنا مطلوب ہے۔
توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۴ فٹ ہو؟

شکل میں (جو فرش کے نقشہ کو تعبیر کرتی ہے) مربع ا ب ج د کے ضلع
د ج کے وسطی نقطہ ط کو ف سے ملاؤ۔



تب یہ ظاہر ہے کہ ف ط ج

ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

$$\therefore \text{ف ج} = \text{ط ج} = \text{ف ط} = ۱۲ \text{ فٹ}$$

اس لیے توسیع شدہ فرش کا رقبہ

۱۲ فٹ ضلع کی منتظم مسدس کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

$$= \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۲} (۲۸ + ۱) \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

یہاں ۱ = ۱۲ فٹ

اس لیے

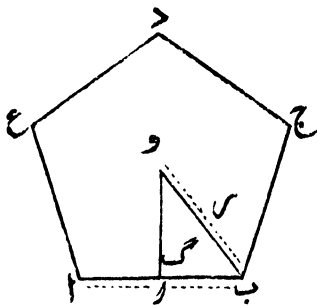
$$\text{توسیع شدہ فرش کا رقبہ} = \frac{۳ \times ۳ \times ۱۲ \times ۳}{۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۸۰۶۰۶۱ \dots \dots \dots \text{مربع فٹ}$$

مسئلہ ۱۱

۴۴۔ — ان اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے ایک ضلع کا طول اور بیرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔
فرض کرو کہ ا ب ج د ع ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے درمیانی نقطہ و کو ب سے ملاؤ۔
تب و ب اُس کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔



فرض کرو کہ و ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔ اور ا ب کا طول اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔
کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ۱ اور ۱ کی رقوم میں معلوم کرنا مطلوب ہے۔
ا ب پر عمود و گ نکالو۔

ا ب : و گ اندرونی دائرے کا نصف قطر ہے دفعہ ۴۳
∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} \times ۱ \times \text{و گ}$ دفعہ ۴۴

لیکن و گ = [ا ب - گ ب] دفعہ ۱۶

$$= [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$ مربع اکائیاں

اور ∴ ن = کثیر الاضلاع کا احاطہ
∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} [۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)]$

$$یا \quad \frac{n}{2} \text{ ما سہ۔۔۔ } \left(\frac{1}{2} \right) \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع میں سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف کے مربع کو تفریق کرو۔ تب بقیہ کے جذر المربع کو احاطہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب سربقہ میں متساوی مربع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً

منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{احاطہ}$ (بیرونی دائرہ کا نصف قطر) - $\left(\frac{1}{2} \right) \text{ ضلع}$

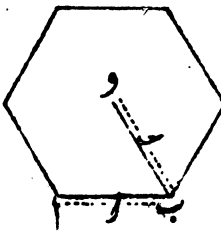
$$ق = \frac{n}{2} \text{ ما سہ۔۔۔ } \left(\frac{1}{2} \right)$$

خاص صورتیں

۳۸ — (۱) مسدس

ہاں و ب = س = ا ب = ۱

اور کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\left\{ \frac{n}{2} \text{ ما سہ۔۔۔ } \left(\frac{1}{2} \right) \right\}$ مربع اکائیوں



۳۹ — منتظم مسدس کا رقبہ = $\left\{ \frac{1}{2} \text{ ما سہ۔۔۔ } \left(\frac{1}{2} \right) \right\}$ مربع اکائیوں

∴ بارہ ضلعوں کی کسی منظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} - 3$ مربع اکائیاں

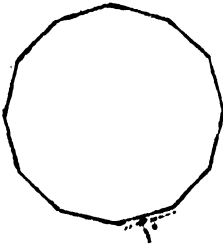
$= 6\sqrt{3} - 3$ مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

مثال ۱: بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ انچ ہے۔

بارہ ضلعوں کی منظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} - 3$ مربع اکائیاں دفعہ ۳۸

یہاں ۱ = ۱۰ انچ



∴ رقبہ = $\frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} - 3$

$\approx 16.3906 + 1.5 = 17.8906$

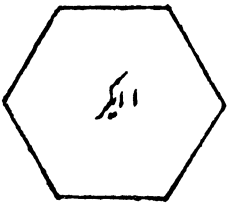
$\frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} - 3$

$\approx 17.8906 + 1.5 = 19.3906$

$\approx 19.3906 + 1.5 = 20.8906$

مثال ۲: ایک ایسے منظم سدس نما احاطہ کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

منظم سدس کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ مربع اکائیاں دفعہ ۳۵



∴ $\frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ مربع گز = ۱ ایکڑ = ۴۸۴۰ مربع گز

∴ $\frac{4840 \times 2}{3\sqrt{3} - \frac{3}{2}} = 1$

∴ $\frac{4840 \times 2}{3\sqrt{3} - \frac{3}{2}} = 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{منتظم سندس کا ضلع} &= \sqrt{\frac{36 \times 28 \times 20 \times 2}{36 \times 36 \times 3}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{36 \times 9480}{9}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{14330.5 \times 9480}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \sqrt{\frac{144444}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{129}{3} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{23}{3} \text{ گز تقریباً} \end{aligned}$$

مثال ۳: منتظم آٹھ ضلعی اور بارہ ضلعی شکلوں کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر دونوں کے احاطے مساوی ہوں۔

فرض کرو کہ ہر ایک کا احاطہ لا پنج ہے۔
تب آٹھ ضلعی کا ہر ایک ضلع $\frac{1}{6}$ پنج اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا ہر ضلع $\frac{1}{12}$ پنج ہوگا۔

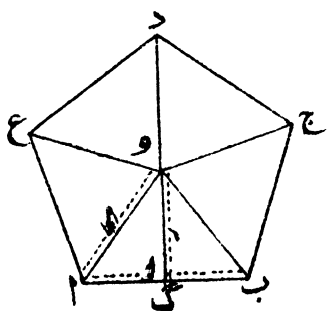
لیکن مشن کا رقبہ = $2 \times 2 (26+1) \times 2$ مربع پنج دفعہ ۴۵
جہاں $1 = \frac{1}{6}$ پنج

اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ = $4 \times 4 \left(26 + \frac{4}{3}\right) \times 4$ مربع پنج دفعہ ۴۸
جہاں $1 = \frac{1}{12}$ پنج
یہ مشن کا رقبہ: بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 2 (26+1) \times 2}{48} : \frac{4 \times 4 \left(26 + \frac{4}{3}\right) \times 4}{144} \\ &= \frac{26+1}{36} : \frac{26 + \frac{4}{3}}{36} \\ &= 2 : (26+1) \times 2 = \end{aligned}$$

مسئلہ ۱۲

۵۰۔ منتظم فی ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ (۱) ایک ضلع کا طول یا (۲) اندرونی دائرہ کا نصف قطر یا (۳) بیرونی دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ع
ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے وسطی نقطہ و کو
زاویہ نقاط ا ب ج د ع سے
ملاؤ اور ا ب پر عمود و گ نکالو۔

تب و ا کثیر الاضلاع
کے بیرونی دائرے کا نصف قطر اور
و گ اس کے اندرونی دائرے کا
نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے اور
و گ اور و ا کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ۱ اور
سا ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ

(۱) ۱ اور ۱

(۲) ۱ اور ۱

(۳) ۱ اور ۱

کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{وگ}$ دھم ۴۴

اور وگ = $\frac{1}{2} \times \text{وگ}$

= $\frac{1}{2} \times \text{وگ}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \text{م م مربع اکائیاں}$

= $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \text{م م مربع اکائیاں}$ (۱)

پھر: کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۲۰ \times \text{ب ب مربع اکائیاں}$ (۲)

اور $۲ \times \text{ب ب مربع اکائیاں} = \text{ا د گ}$

= $۲ \times \text{م م مربع اکائیاں}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۲ \times \text{م م مربع اکائیاں}$

= $\frac{1}{2} \times \text{م م مربع اکائیاں}$ (ب)

نیز: کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{ا د ب} \times \text{ن}$

اور $\frac{1}{2} \times ۱۰ \times \text{ب ب مربع اکائیاں} = \text{ا د ب}$

= $\frac{1}{2} \times \text{ب ب مربع اکائیاں}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{ب ب مربع اکائیاں} \times \text{ن}$

= $\frac{1}{2} \times \text{ب ب مربع اکائیاں}$ (ج)

پس قاعدہ —

منتظم ن ضلعی کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی تعداد

حاصل ہوتی ہے اگر —

(۱) اُس کے ایک ضلع میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کے

مربع کو $\frac{1}{2} \times \text{م م مربع اکائیاں}$ سے ضرب دیا جائے۔

(ب) اُس کے اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی

اکائیوں کی تعداد کے مربع کو n سے ضرب دیا جائے۔
(ج) اس کے بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی
اکائیوں کی تعداد کے مربع کو n جب $\frac{n}{240}$ سے ضرب دیا جائے۔
یا مختصراً —

$$(۱) \text{ منظم } n \text{ ضلعی کا رقبہ} = (\text{ضلع } ۲) \times \frac{n}{۴} \text{ مم } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$= ۲ \times \frac{n}{۴} \text{ مم } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$(۲) = \text{ (اندرونی دائرہ کا نصف قطر } \times n \text{ مس } \frac{n}{۱۸۰})$$

$$= ۲ \times n \text{ مس } \frac{n}{۱۸۰}$$

$$(۳) = \text{ (بیرونی دائرہ کا نصف قطر } \times \frac{n}{۴} \text{ جب } \frac{n}{۲۴۰})$$

$$= ۲ \times \frac{n}{۴} \text{ جب } \frac{n}{۲۴۰}$$

ذیل کی جدول میں اعشاریہ کے جو تھے مقام تک صحیح اضافیہ $\frac{n}{۴}$ مم $\frac{n}{۱۸۰}$

n مس $\frac{n}{۱۸۰}$ اور $\frac{n}{۴}$ جب $\frac{n}{۲۴۰}$ کی قیمتیں ان کثیر الاضلاع کے لیے دی

گئی ہیں جو عام طور سے مردج ہیں۔

کثیر الاضلاع کا نام	$\frac{n}{۴}$ مم $\frac{n}{۱۸۰}$	n مس $\frac{n}{۱۸۰}$	$\frac{n}{۴}$ جب $\frac{n}{۲۴۰}$
مخمس	۱۵۷۲۰۳	۳۵۶۳۲۷	۲۵۳۷۷۶
سدس	۲۵۵۹۸۰	۳۵۲۶۳۱	۲۵۵۹۸۰
سات ضلعی	۳۵۶۳۲۹	۳۵۳۷۱۰	۲۵۷۳۶۲

کثیر الاضلاع کا نام	پ م $\frac{۱۸۰}{n}$	ن مس $\frac{۱۸۰}{n}$	پ جب $\frac{۳۶۰}{n}$
آٹھ ضلعی	۳۵ ۸۲۸۳	۳۵ ۳۱۳۶	۳۵ ۸۲۸۳
نوں ضلعی	۶۵ ۱۸۱۸	۳۵ ۳۶۵۶	۳۵ ۸۹۲۵
دس ضلعی	۷۵ ۶۹۲۲	۳۵ ۲۲۹۲	۳۵ ۹۳۸۹
گیارہ ضلعی	۹۵ ۳۶۵۶	۳۵ ۲۲۹۹	۳۵ ۹۶۳۵
بارہ ضلعی	۱۱۵ ۱۹۶۱	۳۵ ۲۱۵۳	۳۵ ۰۰۰۰

توضیحی مثالیں

۵۔

مثال ۱: ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا
ناپ ۵ زنجیر ۳ کڑی ہے۔

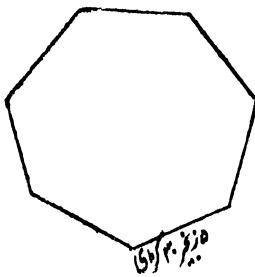
منتظم سات ضلعی کا رقبہ $\left\{ \frac{۱۸۰}{n} \times \frac{۱۸۰}{n} \times \text{مربع اکائیاں} \right\}$ مربع اکائیاں دفعہ ۵۰

یہاں $n = ۵۳$ زنجیر

اور $\frac{۱۸۰}{n} \times \frac{۱۸۰}{n} = ۳۵ ۶۳۲۹$ دفعہ ۵۰

∴ رقبہ $= (۵۳)^۲ \times ۳۵ ۶۳۲۹$ مربع زنجیر
 $= ۱۰۲۶۰۰۶۲$ مربع زنجیر تقریباً

$= ۱۰$ ایکڑ مربع زنجیر ۶۲ مربع کڑی تقریباً

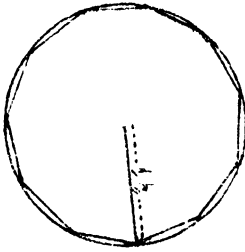


مثال ۲: ۲ فٹ ۶ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم
گیارہ ضلعی بنائی گئی ہے۔ اس گیارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔

منتظم گیارہ ضلعی کا رقبہ $\left\{ \frac{۳۶۰}{n} \times \frac{۳۶۰}{n} \times \text{مربع اکائیاں} \right\}$ مربع اکائیاں دفعہ ۵۰

یہاں $s = (6 + 12 \times 2) = 30$ پنج

اور $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ جب $299, 35 = 50$ دہ



∴ رقبہ $= (30) \times 299, 35$ مربع پنج

$= 299, 35$ مربع پنج تقریباً

$= 18$ مربع فٹ $18, 1$ مربع پنج تقریباً

مثال ۸: افٹ ۸ پنج نصف

قطر کے دائرے کے گرد ایک منظم مخمس بنائی گئی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

مخمس کا رقبہ $= 5 \times 18 = 90$ مربع کاٹیاں دہ

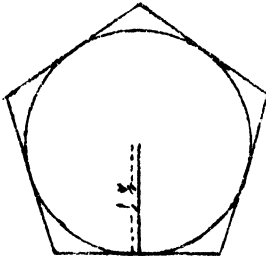
یہاں $r = 8 + 12 \times 1 = 20$ پنج

اور $18 = \frac{1}{2} \times 36$ دہ

∴ مخمس کا رقبہ $= (20) \times 36$ مربع پنج

$= 720$ مربع پنج تقریباً

$= 10$ مربع فٹ 12 مربع پنج تقریباً



امثلہ نمبری ۸ (۱)

۱۔ ایک ایسے منظم مخمس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۵ زنجیرہ ۵ کڑی اور اس کے اندرونی دائرہ کا قطر ۲ زنجیرہ ۸ کڑی ہے۔

۲۔ منظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۸ پنج ہے۔

۳۔ ایک منظم سدس کا ضلع ۲ زنجیرہ ۵ کڑی ہے اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

۴۔ ایک ایسے منظم مخمس کا رقبہ دریافت کرو جو ۵ افٹ نصف قطر کے

دائرہ میں بنایا گیا ہے۔

۵۔ ایک ایسے منظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے دائرے کے گرد بنایا گیا ہے۔ جس کا نصف قطر ۳۷۷۰ یاز ہے۔

۶۔ ایک ایسی منظم نو ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ اکرزی ہے۔

۷۔ ایک منظم مخمس کے ضلع کا ناپ لگڑ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۸۔ ۲ روپینی مربع گز کے حساب سے ایک ایسے مشن وضع کے فرش کے لیے چٹائی بنوانے کی لاگت معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۹ فٹ ہے (۱۳۲۱۴۲۱ = ۱۳۲۱)

۹۔ ۵ روپے فی گز کے حساب سے ایک منظم بارہ ضلعی احاطہ کے گرد ٹی لگوانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۸ (ب)

۱۰۔ ایک ایسے منظم مسدس کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ نصف راسی ہے (جواب بسو اسی میں بیان کرو)۔

۱۱۔ ایک ایسے منظم آٹھ ضلعی کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲۱ راسی ہے (جواب بیگہ میں ظاہر کرو)۔

۱۲۔ اس منظم مسدس کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا رقبہ ابیکہ ہے (جواب راسی میں بیان کرو)۔

سوالات امتحانات ۷

۱۔ منظم مسدس کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس پر اہل طرح گھاس لگایا جائیگا کہ اس کے اندر گرد و آلودہ فٹ عرض کا حاشیہ چھوٹ جائے: گھاس کے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب میٹرک یونیورسٹی لیشن)

۲۔ عشریہ کے تیسرے مقام تک ایک ایسے منظم مسدس کا

رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ انٹ کے مساوی ہے۔

(جامعہ کلکتہ میٹریکولیشن)

۳۔ ایک رڈ وغیرہ میں ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ رنچر ہے۔

(جامعہ کلکتہ میٹریکولیشن)

۴۔ مربع وضع کا ایک کمرہ ہے جس کے متعلق توسیع کی تجویز ہے کہ ایک رخ پر مشن وضع کا ایسا پیش بنایا جائے کہ مشن کے تین اضلاع پیش کی سرحد ہوں۔ تباؤ توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۰ فٹ ہو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۵۔ ۱۰ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم دس ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۶۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع، مربع اور ایک منتظم سدس کے احاطے مساوی ہیں ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۷۔ ایک منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ ۵ مربع گز ہے: اس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۸۔ ایک محس کے گرد کے دائرے کا نصف قطر $\frac{3000}{\pi}$ فٹ ہے جہاں $\pi = 3.14159$ اور محس کے ضلع کا طول اور رقبہ دریافت کرو۔

(سٹریٹ کی انجینیر: داخلہ)

۹۔ $72 + 6$ مربع فٹ رقبہ کے مربع کے اندر ایک منتظم مشن بنائی گئی ہے۔ اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(سٹریٹ کی انجینیر: فائینل)

۱۰۔ ایک منتظم سات ضلعی کا ضلع ۴۵ فٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (سٹریٹ کی انجینیر: فائینل)

۱۱۔ اگر ایک منتظم سدس، ایک مربع اور ایک مثلث مساوی الاضلاع ۱۲ فٹ قطر کے ایک دائرے کے اندر بنائے جائیں تو تباؤ کہ مثلث کے ضلع پر کا

مربع باقی دو جھکوں میں سے ہر ایک کے ایک ایک ضلع ہر کے مربعوں کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔ (سُرٹس کی انجینیر۔ فائٹل)

۱۲۔ ایک ضلع کی ایک منتظم شش دائرے کے اندر بنی ہوئی ہے، دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۳۔ منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے اضلاع کی تعداد اور ضلع کے طول کی رقم میں ایک ضابطہ اخذ کرو اور اس سے ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ہر ایک ضلع کا طول ۲ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۴۔ ایک دائرے کا نصف قطر انٹ ہے: اس کے اندر ایک منتظم آٹھ ضلعی بنائی جائے تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(سُرٹس کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۵۔ ۱۰ فٹ ضلع کے مربع کے اندر ایک منتظم مشن بنائی گئی ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (سُرٹس کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۶۔ ۳ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم بارہ ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۷۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ ۱ روڈ ہے اس کا ضلع دریافت کرو۔ نیز بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منتظم کثیر الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے۔ (ایضاً)

۱۸۔ ایک ایسے منتظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۹۔ ایک سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ضلع ۳ فٹ ہے (ایضاً)۔

۲۰۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۲۰ فٹ ہے (ایضاً)

۲۱۔ ایک دائرے کا نصف قطر انٹ ہے: دائرے کے اندر بنی ہوئی منتظم بارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو (ایضاً)

۲۲۔ ۲۲ فٹ عرض والے ایک کمرے کا برآمدہ شکل مشن کے

تین ضلعوں کی وضع میں بنا مطلوب ہے: اس کا خاکہ آٹرو۔ اس کی وجہ سے مکروہ کے وسطی خط کے مجموعی طول میں کس قدر اضافہ ہو جائے گا۔ نیز بتاؤ کہ رقبہ میں کس قدر زیادتی ہو جائیگی۔
(ٹریٹس کی اپر سب آفس ڈیفیٹ ماہانہ)

۲۳۔ ایک منتظم مشن کا رقبہ ۴۸۶۳ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔ (ایضاً)

۲۴۔ ایک مربع اور ایک منتظم سدس کے رقبے دریافت کرو اگر ہر ایک کا احاطہ ۲۰۰ فٹ ہو۔ (ایضاً)

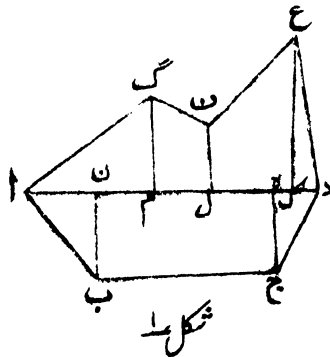
۲۵۔ ۲۵ ضلعوں کی ایک ایسی کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۰ فٹ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنائی گئی ہو۔ جب $۲۴۹ = ۱۶۳$ ۔

(رڈ کی انجینئری: داخلہ)
۲۶۔ ایک دائرے کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندر ایک سولہ ضلع بنائی جائے تو اس کے ضلع کا طول اعشاریہ کے تین مقامات تک صحیح نکالو۔
(جامعہ پنجاب، سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان)

انجمن

غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں

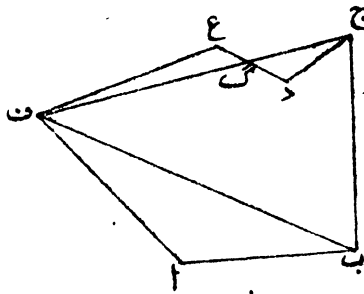
۵۲ — غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل اب ج د ع ف گ (شکل ۱) پر غور کرو۔



اگر ہم اس کو ایسے حصوں میں منقسم کر سکیں کہ ہر ایک حصہ کا رقبہ
 علیحدہ علیحدہ معلوم ہو جائے تو پھر ان حصص کے رقبوں کو جمع کرنے سے ہم تمام
 شکل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اسی خطوں اور بیرونی عمودوں کی مدد سے

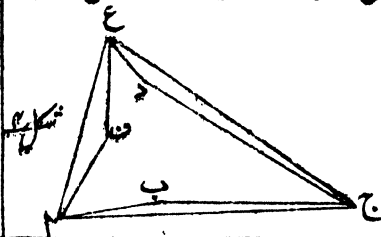
گ ل کیجئے جائیں۔

۵۵۔ بعض اوقات ایسے اساسی خطوط کیجئے میں سہولت ہوتی ہے جو کلیہٴ
یا جزئہٴ شکل کے باہر ہوتے ہیں۔
مثلاً غیر منظم مستقیم الاضلاع شکل ۱ اب ج د ع ف (شکل ۲) پر
غور کرو۔



شکل ۱۔ اگر اساسی خطوط ف ب اور ف ج کیجئے جائیں تو شکل کا رقبہ مثلثات
ف ب ج، ا ب ف اور ف ع گ کے رقبوں کے مجموعہ میں سے
ثلث گ د ج کا رقبہ منہا کرنے سے حاصل ہو جائیگا۔
جب کسی زاویہٴ نقطہ سے کسی اساسی خط پر کینچا پڑا عمود شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو اسے
اندھاؤنی عمود کہتے ہیں۔
پس اساسی خط ف ج سے زاویہٴ نقطہ د پر کے عمود کو اندھا عمود
کہیں گے۔

۵۶۔ اب غیر منظم مستقیم الاضلاع شکل ۱ اب ج د ع ف (شکل ۲) پر
غور کرو۔



اگر اساسی خطوط ا ب ج، ا ج ع،
ع ا کیجئے جائیں تو شکل کا رقبہ
۵ ا ج ع کے رقبہ میں سے مثلثات

ا ب ج، ج د ع اور ع ف ا کے رقبوں کے مجموعہ کو تفریق کرنے سے حاصل ہو جائے گا۔

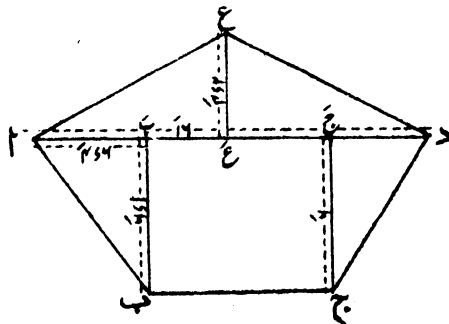
اس طریقہ کو عملاً یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ۔

- (۱) اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کا رقبہ معلوم کرو۔
 (۲) اُن شکلوں کے رقبوں کو جمع کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے باہر واقع ہوتے ہیں۔
 (۳) اُن شکلوں کے رقبوں کو تفریق کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

توضیحی مثالیں

۵۔ مثال ۷: ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک مستقیم الاضلاع شکل ہے، ا ب ب، ج ج، ع ع، ا بالترتیب ا د پر عمود نکالے گئے ہیں۔ اور معلوم ہے کہ۔

ا د پر = ۱۶ فٹ، ع ع = ۲۴ فٹ، ب ب = ۱۶ فٹ، ا ب = ۲۴ فٹ،
 ا ج = ۱۲ فٹ اور ج ج = ۶ فٹ۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چونکہ ب ج = ۱۲ - ۱۶ = ۴

∴ ب ج = (۱۲ - ۱۶) فٹ = ۴ فٹ

اور چونکہ ج = د - ۱۲ - ۱۲ ج

∴ ج = د = (۱۲ - ۱۲) فٹ = ۴ فٹ

شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = ۵ ا ع د کا رقبہ + ۵ ا ب ب کا رقبہ +
 ۵ ج د ج کا رقبہ + شکل مغز ب ج ج ب کا رقبہ

$$۵ ا ع د کا رقبہ = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۵ ا ب ب کا رقبہ + ۵ ج د ج کا رقبہ + ۵ ج ب ب کا رقبہ$$

$$= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= ۴۴۴۴ فٹ$$

$$۵ ا ب ب کا رقبہ = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= ۴۴۴۴ فٹ$$

$$۵ ج د ج کا رقبہ = \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= ۱۲ فٹ$$

شکل مغز ب ج ج ب کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$ (ب ب + ج ج) دفعہ ۲۹

$$= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۲ + ۴۴۴۴ فٹ$$

$$= ۴۴۴۴ فٹ$$

∴ شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = (۴۴۴۴ + ۱۲ + ۴۴۴۴ + ۳۲۸۴) فٹ

$$= ۱۰۴۴۴ فٹ$$

مثال ۵: شکل ا ب ج د ع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو اگر

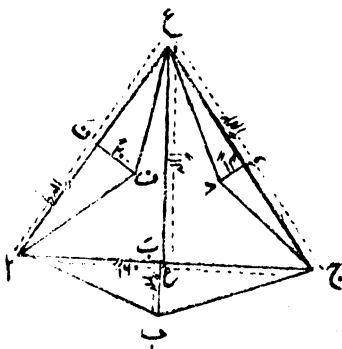
د = ۲۴۰۰ کڑی، فٹ ب = ۲۰۵۰ کڑی، ب د = ۱۹۰۰ کڑی

$$= ۲۱۸۰۰۰۰ \text{ مربع کروی}$$

$$= ۳۱۶۸ \text{ ایکه}$$

مثال ۵: مربع کز، مربع فث اور مربع پنج یک مستقیم الامتلات شکل

ا ب ج د ع ف کارقبه دریائت کرو اگر ا ج = ۱۴۰ پنج، ج ع = ۱۴۲ پنج،
ع ا = ۱۳۹ پنج، ب ب = ۲۴ پنج، د ک = ۱۳ پنج، ف ف = ۲۰ پنج اور
ع ع = ۱۱۳ پنج۔



شکل ا ب ج د ع ف کارقبه
= $\triangle$ ا ج ع کارقبه +
 $\triangle$ ا ب ج کارقبه - $\triangle$ ج د ع کا
رقبه - $\triangle$ ع ا ف کارقبه -

$$\text{ا ب ج ع کا کارقبه} = \left\{ \frac{1}{4} \times \text{ا ج} \times \text{ع ج} \times \text{ع د} \dots \right.$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۱۳ \times ۱۴۰ \times ۱۴۲ \text{ مربع پنج}$$

$$= ۹۱۲۰ \text{ مربع پنج}$$

$$\triangle \text{ ا ب ج کارقبه} = \frac{1}{4} \times \text{ا ج} \times \text{ب ب} \times \text{ب د} \dots \text{دفعه ۲۰}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۴ \times ۱۴۰ \times ۱۴۲ \text{ مربع پنج}$$

$$= ۱۹۲۰ \text{ مربع پنج}$$

$$\triangle \text{ ج د ع کارقبه} = \frac{1}{4} \times \text{ج ع} \times \text{د د} \times \text{د ا} \dots \text{دفعه ۲۰}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۴۲ \times ۱۴۰ \times ۱۳۹ \text{ مربع پنج}$$

$$= ۹۹۳ \text{ مربع پنج}$$

$$\triangle \text{ ع ا ف کارقبه} = \frac{1}{4} \times \text{ع ا} \times \text{ف ف} \times \text{ف د} \dots \text{دفعه ۲۰}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۲۰ \times ۱۳۹ \times ۱۴۲ \text{ مربع پنج}$$

$$= ۱۳۹۰ \text{ مربع پنج}$$

∴ شکل کا رقبہ = $(9120 + 1920 - 992 - 1390)$ مربع انچ

= (۱۱۰۴ - ۲۳۸۴) مرچ انج

۱۶۵۶ = مرجع النجی

= ۶ مربع گز ۶ مربع فٹ ۱۶ مربع انچ

ف

مثال ۷: اب ج د ایک ذواربۃ الاضلاع ہے جس میں اب = ۵

بج = ۲ فٹ، ج = ۹۰ فٹ، ا سے > ج پر کا عمود ۶۲ کا طول ۲۸ فٹ ہے

اور یہ دج کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے: اب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔

ابج دکارقبه = ۱۵ حج دکارقبه +

۵۱ ب. ج. کا رقبہ

کافیه = { ا ب ج د } = ۱۰ ع ج د و غیره

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 90 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1260 \text{ مربع فٹ}$$

10

۵ ابج = { ص (ص سو) (ص ب) (ص ج) }
کا قریب

مرج فٹ دفعہ ۲۳

جہاں $\sqrt{5} = \sqrt{28+7} = \sqrt{35}$ دفعہ ۱۶

۷۸۵

∴ ۵ اب ج کا رقبہ = $\sqrt{25 \times 24 \times 24 \times 61}$ مربع فٹ

$$\sqrt{2 \times 5 \times 3 \times 2} =$$

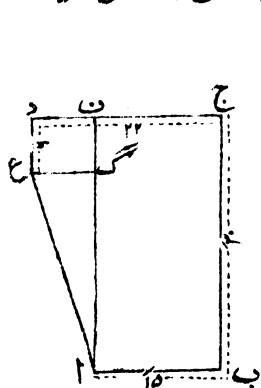
$= 1160$ مربع فٹ

$$\therefore \text{اب ج د کا رقبہ} = (1140 + 1160) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 2300 \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۷: اب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں

ب، ج اور د پر کے زاویے قلمی ہیں۔ اگر ا ب = ۱۵ فٹ، ب ج = ۲۰ فٹ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۶ فٹ تو شکل کا رقبہ اور ع ا کا طول دریافت کرو۔



ا سے ب ج کے متوازی
ا ف کیمنیو اور ع سے د ف کے
متوازی ع گ کیمنیو۔

ا ب ا ب ج د ع کا رقبہ = ا ب ج ف کا رقبہ +
د ع گ ف کا رقبہ + ا گ ع کا رقبہ

$$= \text{ا ب} \times \text{ب ج} + \text{د ع} \times \text{ع گ}$$

$$+ \frac{1}{2} \times \text{ا گ} \times \text{ع گ} \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= 22 \times 20 + 6 \times 15 + \frac{1}{2} \times 22 \times 6 =$$

$$= (880 + 90 + 66) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1036 \text{ مربع فٹ}$$

پھر

$$\text{ع ا} = \sqrt{\text{ا ب}^2 + \text{ب ج}^2} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{15^2 + 20^2} \text{ فٹ}$$

$$= 25 \text{ فٹ}$$

مشئلہ نمبری ۹ (۱)

— ذوالربیع الاضلاع اب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ اگر

ا ج = ۶۰۰ کڑی اور ب اور د سے ا ج پر کے عمودوں کے طول ۸۰۰ کڑی

اور ۸۰۰ کڑی ہوں۔

۲۔ — اب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں ۱۰ کا طول ۲ فٹ، ۱ ج کا طول ۱۱ فٹ ۶ انچ، ج اور ع سے ۱۰ پر کے عمودوں کے طول بالترتیب ۶ فٹ اور ۲ فٹ ۶ انچ اور ب سے ۱ ج پر کے عمود کا طول ۲ فٹ ۹ انچ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۳۔ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع کا رقبہ مربع پانچ میں دریافت کرو۔ اگر ۱ ج کا ناپ ۱۶ انچ، ۱۰ کا ۱۴ انچ، ب سے ۱ ج پر کے عمود کا طول ۶ انچ، د سے ۱ ج پر کا عمود ۸ انچ اور ع سے ۱۰ پر کا عمود ۴ انچ ہو۔

۴۔ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ قائم ہے ج ع = ۲۴ فٹ، ۱۰ ب = ۵۶ فٹ، ۱۰ ع = ۴۴ فٹ، ب سے ج ع پر کا عمود ۸ فٹ اور د سے ج ع پر کا عمود ۳۴ فٹ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۵۔ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ ایک قائم ہے اور د ع متوازی ہے اب کا، نیز اب = ۱۷۰۰ کڑی، ب د = ۱۰۰ کڑی، د ع = ۹۰۰ کڑی، ع ۱ = ۶۰، ۱۰ کڑی اور ج سے ب د پر کا عمود = ۳۰ کڑی۔ رقبہ دریافت کرو۔

مشکل نمبری ۹ (ب)

۶۔ — چار ضلعی اب ج د میں کتنے بیگہ ہوں گے اگر ۱ ج کا ناپ ۶۵ راسی اور ب اور د سے ۱ ج پر کے عمودوں کے ناپ بالترتیب ۴۳ اور ۴۸ راسی ہوں؟

۷۔ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع کا رقبہ بیگہ دیو اس میں معلوم کرو۔ اگر ۱۰ کا ناپ ۸۴ راسی، ۱ ج ۲۸ راسی اور ج اور ع سے ۱۰ پر کے عمود بالترتیب ۴۱ اور ۱۹ راسی، نیز ب سے ۱ ج پر کا عمود ۲ راسی ہے۔

۸۔ — پانچ اضلاع کی شکل اب ج د ع میں ۱۰ اور د پر کے زاویے قائم ہیں اور اب = ۴، راسی، ج د = ۶ راسی، د ع = ۳ راسی

ع ۱ = ۲۶ راسی اور ج سے ع ب پر کا عمود = ۲۴ راسی؛ شکل کا رقبہ بیگہ میں دریافت کرو۔

سوالات امتحانات

۱ — میدان اب ج د کا خاکہ آتا اور ذیل کی پیمائشوں سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ نیز اسے ج د پر کے عمود کا طول معلوم کرو :-

ب سے ا ج پر کا عمود ب م = ۲۰۰ کڑی

د = = = دن = ۳۰۰

ا م = ۳۰۰ کڑی، ا ن = ۳۰۰ کڑی، ا ج = ۶۲۵ کڑی

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یونیورسٹی)

۲ — شکل ذوالربطۃ الاضلاع اب ج د میں ا ب = ب ج = ج د = ۶۰ گز، د ا = ۸۰ گز اور زاویہ د اب ایک قائمہ ہے؛ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۳ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع کے اضلاع اب = ۲۵ فٹ، ب ج = ۲۹ فٹ، ج د = ۳۹ فٹ، د ع = ۴۲ فٹ اور ع ا = ۲۴ فٹ، نیز ا ج = ۳۶ فٹ اور ج ع = ۵۵ فٹ، اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۴ — ا ب ج د ایک ذوالربطۃ الاضلاع ہے جس میں اب = ۳۱ فٹ، ب ج = ۴۱ فٹ، ج د = ۴۳ فٹ، د ا = ۴۵ فٹ اور یہ ج د پر کا عمود و فٹ اور یہ ج د کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے؛ ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: میٹرک یونیورسٹی)

۵ — پانچ ضلعوں کی شکل اب ج د ع میں ب ج اور د پر کے زاویے قائمہ ہیں۔ اگر ا ب = ۲۰ فٹ، ب ج = ۸ فٹ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۳ فٹ؛ شکل کا رقبہ اور ا ج کا طول دریافت کرو۔ (سہ ماہی کی انجینیر: داخلہ)

۶ — ایک خمس کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰، ۱۳۰، ۱۹۰، ۱۳۳ اور

۴۹ فٹ ہیں اور پہلے اور آخری ضلع کے نقطہ تقاطع میں سے گزرنے والے وتر ۲۰۹ اور ۱۹۳ فٹ ہیں: شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (مٹا ٹھکی انجینیر: داخلہ)
 ۷۔ — محسوس نمائیدان ا ب ج د ع میں ا ج کا طول ۵۰ گز اور ب د اور ع سے ا ج پر کے عمود ۱۰، ۲۰ اور ۵ گز، نیز ا اور عمودوں کے پائیں د اور ع کے درمیانی فاصلے ۴ اور ۱۰ گز ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ (سینڈ ٹھرسٹ)
 ۸۔ — چھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف کے اضلاع کے طول (گز د میں) حسب ذیل ہیں: ا ب = ۲۱، ب ج = ۱۳۰، ج د = ۳۸، د ع = ۴۱، ع ف = ۱۳۰، ف ا = ۲۲۔ نیز ا اور د پر کے زاویے ٹائے ہیں اور ب ف متوازی ہے ج ع کا، میداں کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(ملیشیا لٹریٹری)

۹۔ — آٹھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف گ ل کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر وتر ا ع کو اساسی خط فرض کیا جائے اور زاویہ تقاطع سے ل ع پر ب ب ج ج د د ف پر ع و د کھینچے گئے ہیں۔ وتر کے اوپر کے عمودوں کے طول ب ب ب ج ۲۹۴، ج د = ۱۴۲، ۵، د ع = ۲۲۴ اور وتر کے نیچے عمودوں کے طول ف گ = ۱۲۱، گ ل = ۱۹۵، ل ا = ۱۴۲، اور مقطوعات ل ا = ۴۲، ۵، ل ب = ۱۲۴، ۲۵، ب گ = ۸۰، گ ج = ۴۱، ج د = ۱۳۰، ۵، د ف = ۵۰، ف ع = ۵۲، ۵ (جامعہ پنجاب بیٹریکولیشن)

باب دہم

(۵۰)

پیمائش بیاض

۵۸۔ اگر کسی میدان کی سرحد مستقیم الاضلاع شکل ہو تو اس کا رقبہ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں کی مدد سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔

۵۹۔ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں پر کے فاصلے گنتی کی زنجیر سے ناپے جاتے ہیں۔ اس زنجیر کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور یہ ۱۰۰ اکڑیوں پر مشتمل ہوتی ہے [اس پورے زنجیر کے طول کو ایک جریب یا ایک زنجیر اور اس کی ہر ایک کڑی کے طول کو ایک کڑی کہتے ہیں]

۶۰۔ وہ تختہ جہ جس میں پیمائش کنندہ ان پیمائشوں کو قلم بند کرتا جاتا ہے پیمائش بیاض کہلاتا ہے۔

پیمائش بیاض کا ہر ایک صفحہ تین کالموں میں منقسم ہوتا ہے۔ درمیانی کالم میں وہ پیمائش لکھی جاتی ہیں جو اساسی خطوط سے متعلق ہوں اور بائیں و دائیں کالموں میں بیرونی عمودوں کی پیمائشیں مندرج کی جاتی ہیں۔

اساسی خط کا ہر ایک انتہائی نقطہ مقاصد کہلاتا ہے۔

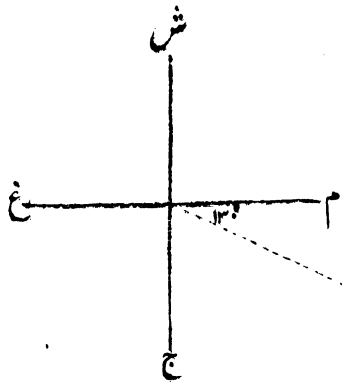
۶۱۔ پیمائش کنندہ اپنی پیمائشوں کا داخلہ درمیانی کالم میں نیچے سے

شریوں کو ہے اور پائشوں کو یکے بعد دیگرے اُپر کے رخ لکھتا جاتا ہے۔
 سب سے پہلے وہ جو کچھ قلم بند کرتا ہے اُس سے پہلے اساسی خط کی
 سمت ظاہر ہوتی ہے۔ دوسری مرتبہ جو کچھ لکھتا ہے اُس سے اس خط پر کا وہ فاصلہ
 مراد ہوتا ہے جو پہلے مقام اور پہلے بیرونی عمود کے درمیان ہوتا ہے۔ تیسری تحریر
 سے اُس بیرونی عمود کا لول ظاہر ہوتا ہے اور اس کا اندراج دائیں یا بائیں کالم میں
 ہوتا ہے بجا اُس کے کہ بیرونی عمود اساسی خط کے دائیں یا بائیں جانب ہو۔ چوتھے
 اندراج سے اساسی خط کا وہ فاصلہ معلوم ہوتا ہے جو پہلے مقام اور دوسرے بیرونی عمود
 کے درمیان ہوتا ہے۔ پانچواں اندراج اُس بیرونی عمود کے لول کو ظاہر کرتا ہے۔ اور
 اسی طرح پائش کنندہ اندراجات کرتا جاتا ہے یہاں تک کہ وہ پہلے اساسی خط کے انتہائی
 سرے تک پہنچ جاتا ہے اساسی خط کا یہ سرا دوسرا مقامہ "کہلا آ ہے۔
 میدان کی پائش میں اگر ایک ہی اساسی خط استعمال کیا گیا ہو تو اس سے زیادہ اور
 پائشوں کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ اگر دو یا زیادہ اساسی خطوط استعمال کیے گئے ہوں
 تو پائش کنندہ دوسرے اساسی خط پر دوسرے مقامہ سے تیسرے مقامہ تک اُسی
 طریقہ سے روانہ ہوتا ہے جس طرح کہ وہ پہلے اساسی خط پر پہلے مقامہ سے دوسرے
 مقامہ تک پہنچا تھا۔ اور اسی طرح بعید اساسی خطوط پر بھی یہاں تک کہ وہ پہلے مقامہ پر
 واپس آتا ہے۔

پیش بیاض میں عام طور پر مقاموں کی نشاندہی اس طرح کی جاتی ہے:

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ج ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵ ۳۶ ۳۷ ۳۸ ۳۹ ۴۰ ۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴ ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ ۴۹ ۵۰ ۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۶۸ ۶۹ ۷۰ ۷۱ ۷۲ ۷۳ ۷۴ ۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹ ۸۰ ۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵ ۸۶ ۸۷ ۸۸ ۸۹ ۹۰ ۹۱ ۹۲ ۹۳ ۹۴ ۹۵ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۹۹ ۱۰۰ ۱۰۱ ۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰ ۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۴ ۱۱۵ ۱۱۶ ۱۱۷ ۱۱۸ ۱۱۹ ۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰ ۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰ ۱۶۱ ۱۶۲ ۱۶۳ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۶۶ ۱۶۷ ۱۶۸ ۱۶۹ ۱۷۰ ۱۷۱ ۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵ ۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸ ۱۷۹ ۱۸۰ ۱۸۱ ۱۸۲ ۱۸۳ ۱۸۴ ۱۸۵ ۱۸۶ ۱۸۷ ۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷ ۱۹۸ ۱۹۹ ۲۰۰ ۲۰۱ ۲۰۲ ۲۰۳ ۲۰۴ ۲۰۵ ۲۰۶ ۲۰۷ ۲۰۸ ۲۰۹ ۲۱۰ ۲۱۱ ۲۱۲ ۲۱۳ ۲۱۴ ۲۱۵ ۲۱۶ ۲۱۷ ۲۱۸ ۲۱۹ ۲۲۰ ۲۲۱ ۲۲۲ ۲۲۳ ۲۲۴ ۲۲۵ ۲۲۶ ۲۲۷ ۲۲۸ ۲۲۹ ۲۳۰ ۲۳۱ ۲۳۲ ۲۳۳ ۲۳۴ ۲۳۵ ۲۳۶ ۲۳۷ ۲۳۸ ۲۳۹ ۲۴۰ ۲۴۱ ۲۴۲ ۲۴۳ ۲۴۴ ۲۴۵ ۲۴۶ ۲۴۷ ۲۴۸ ۲۴۹ ۲۵۰ ۲۵۱ ۲۵۲ ۲۵۳ ۲۵۴ ۲۵۵ ۲۵۶ ۲۵۷ ۲۵۸ ۲۵۹ ۲۶۰ ۲۶۱ ۲۶۲ ۲۶۳ ۲۶۴ ۲۶۵ ۲۶۶ ۲۶۷ ۲۶۸ ۲۶۹ ۲۷۰ ۲۷۱ ۲۷۲ ۲۷۳ ۲۷۴ ۲۷۵ ۲۷۶ ۲۷۷ ۲۷۸ ۲۷۹ ۲۸۰ ۲۸۱ ۲۸۲ ۲۸۳ ۲۸۴ ۲۸۵ ۲۸۶ ۲۸۷ ۲۸۸ ۲۸۹ ۲۹۰ ۲۹۱ ۲۹۲ ۲۹۳ ۲۹۴ ۲۹۵ ۲۹۶ ۲۹۷ ۲۹۸ ۲۹۹ ۳۰۰ ۳۰۱ ۳۰۲ ۳۰۳ ۳۰۴ ۳۰۵ ۳۰۶ ۳۰۷ ۳۰۸ ۳۰۹ ۳۱۰ ۳۱۱ ۳۱۲ ۳۱۳ ۳۱۴ ۳۱۵ ۳۱۶ ۳۱۷ ۳۱۸ ۳۱۹ ۳۲۰ ۳۲۱ ۳۲۲ ۳۲۳ ۳۲۴ ۳۲۵ ۳۲۶ ۳۲۷ ۳۲۸ ۳۲۹ ۳۳۰ ۳۳۱ ۳۳۲ ۳۳۳ ۳۳۴ ۳۳۵ ۳۳۶ ۳۳۷ ۳۳۸ ۳۳۹ ۳۴۰ ۳۴۱ ۳۴۲ ۳۴۳ ۳۴۴ ۳۴۵ ۳۴۶ ۳۴۷ ۳۴۸ ۳۴۹ ۳۵۰ ۳۵۱ ۳۵۲ ۳۵۳ ۳۵۴ ۳۵۵ ۳۵۶ ۳۵۷ ۳۵۸ ۳۵۹ ۳۶۰ ۳۶۱ ۳۶۲ ۳۶۳ ۳۶۴ ۳۶۵ ۳۶۶ ۳۶۷ ۳۶۸ ۳۶۹ ۳۷۰ ۳۷۱ ۳۷۲ ۳۷۳ ۳۷۴ ۳۷۵ ۳۷۶ ۳۷۷ ۳۷۸ ۳۷۹ ۳۸۰ ۳۸۱ ۳۸۲ ۳۸۳ ۳۸۴ ۳۸۵ ۳۸۶ ۳۸۷ ۳۸۸ ۳۸۹ ۳۹۰ ۳۹۱ ۳۹۲ ۳۹۳ ۳۹۴ ۳۹۵ ۳۹۶ ۳۹۷ ۳۹۸ ۳۹۹ ۴۰۰ ۴۰۱ ۴۰۲ ۴۰۳ ۴۰۴ ۴۰۵ ۴۰۶ ۴۰۷ ۴۰۸ ۴۰۹ ۴۱۰ ۴۱۱ ۴۱۲ ۴۱۳ ۴۱۴ ۴۱۵ ۴۱۶ ۴۱۷ ۴۱۸ ۴۱۹ ۴۲۰ ۴۲۱ ۴۲۲ ۴۲۳ ۴۲۴ ۴۲۵ ۴۲۶ ۴۲۷ ۴۲۸ ۴۲۹ ۴۳۰ ۴۳۱ ۴۳۲ ۴۳۳ ۴۳۴ ۴۳۵ ۴۳۶ ۴۳۷ ۴۳۸ ۴۳۹ ۴۴۰ ۴۴۱ ۴۴۲ ۴۴۳ ۴۴۴ ۴۴۵ ۴۴۶ ۴۴۷ ۴۴۸ ۴۴۹ ۴۵۰ ۴۵۱ ۴۵۲ ۴۵۳ ۴۵۴ ۴۵۵ ۴۵۶ ۴۵۷ ۴۵۸ ۴۵۹ ۴۶۰ ۴۶۱ ۴۶۲ ۴۶۳ ۴۶۴ ۴۶۵ ۴۶۶ ۴۶۷ ۴۶۸ ۴۶۹ ۴۷۰ ۴۷۱ ۴۷۲ ۴۷۳ ۴۷۴ ۴۷۵ ۴۷۶ ۴۷۷ ۴۷۸ ۴۷۹ ۴۸۰ ۴۸۱ ۴۸۲ ۴۸۳ ۴۸۴ ۴۸۵ ۴۸۶ ۴۸۷ ۴۸۸ ۴۸۹ ۴۹۰ ۴۹۱ ۴۹۲ ۴۹۳ ۴۹۴ ۴۹۵ ۴۹۶ ۴۹۷ ۴۹۸ ۴۹۹ ۵۰۰ ۵۰۱ ۵۰۲ ۵۰۳ ۵۰۴ ۵۰۵ ۵۰۶ ۵۰۷ ۵۰۸ ۵۰۹ ۵۱۰ ۵۱۱ ۵۱۲ ۵۱۳ ۵۱۴ ۵۱۵ ۵۱۶ ۵۱۷ ۵۱۸ ۵۱۹ ۵۲۰ ۵۲۱ ۵۲۲ ۵۲۳ ۵۲۴ ۵۲۵ ۵۲۶ ۵۲۷ ۵۲۸ ۵۲۹ ۵۳۰ ۵۳۱ ۵۳۲ ۵۳۳ ۵۳۴ ۵۳۵ ۵۳۶ ۵۳۷ ۵۳۸ ۵۳۹ ۵۴۰ ۵۴۱ ۵۴۲ ۵۴۳ ۵۴۴ ۵۴۵ ۵۴۶ ۵۴۷ ۵۴۸ ۵۴۹ ۵۵۰ ۵۵۱ ۵۵۲ ۵۵۳ ۵۵۴ ۵۵۵ ۵۵۶ ۵۵۷ ۵۵۸ ۵۵۹ ۵۶۰ ۵۶۱ ۵۶۲ ۵۶۳ ۵۶۴ ۵۶۵ ۵۶۶ ۵۶۷ ۵۶۸ ۵۶۹ ۵۷۰ ۵۷۱ ۵۷۲ ۵۷۳ ۵۷۴ ۵۷۵ ۵۷۶ ۵۷۷ ۵۷۸ ۵۷۹ ۵۸۰ ۵۸۱ ۵۸۲ ۵۸۳ ۵۸۴ ۵۸۵ ۵۸۶ ۵۸۷ ۵۸۸ ۵۸۹ ۵۹۰ ۵۹۱ ۵۹۲ ۵۹۳ ۵۹۴ ۵۹۵ ۵۹۶ ۵۹۷ ۵۹۸ ۵۹۹ ۶۰۰ ۶۰۱ ۶۰۲ ۶۰۳ ۶۰۴ ۶۰۵ ۶۰۶ ۶۰۷ ۶۰۸ ۶۰۹ ۶۱۰ ۶۱۱ ۶۱۲ ۶۱۳ ۶۱۴ ۶۱۵ ۶۱۶ ۶۱۷ ۶۱۸ ۶۱۹ ۶۲۰ ۶۲۱ ۶۲۲ ۶۲۳ ۶۲۴ ۶۲۵ ۶۲۶ ۶۲۷ ۶۲۸ ۶۲۹ ۶۳۰ ۶۳۱ ۶۳۲ ۶۳۳ ۶۳۴ ۶۳۵ ۶۳۶ ۶۳۷ ۶۳۸ ۶۳۹ ۶۴۰ ۶۴۱ ۶۴۲ ۶۴۳ ۶۴۴ ۶۴۵ ۶۴۶ ۶۴۷ ۶۴۸ ۶۴۹ ۶۵۰ ۶۵۱ ۶۵۲ ۶۵۳ ۶۵۴ ۶۵۵ ۶۵۶ ۶۵۷ ۶۵۸ ۶۵۹ ۶۶۰ ۶۶۱ ۶۶۲ ۶۶۳ ۶۶۴ ۶۶۵ ۶۶۶ ۶۶۷ ۶۶۸ ۶۶۹ ۶۷۰ ۶۷۱ ۶۷۲ ۶۷۳ ۶۷۴ ۶۷۵ ۶۷۶ ۶۷۷ ۶۷۸ ۶۷۹ ۶۸۰ ۶۸۱ ۶۸۲ ۶۸۳ ۶۸۴ ۶۸۵ ۶۸۶ ۶۸۷ ۶۸۸ ۶۸۹ ۶۹۰ ۶۹۱ ۶۹۲ ۶۹۳ ۶۹۴ ۶۹۵ ۶۹۶ ۶۹۷ ۶۹۸ ۶۹۹ ۷۰۰ ۷۰۱ ۷۰۲ ۷۰۳ ۷۰۴ ۷۰۵ ۷۰۶ ۷۰۷ ۷۰۸ ۷۰۹ ۷۱۰ ۷۱۱ ۷۱۲ ۷۱۳ ۷۱۴ ۷۱۵ ۷۱۶ ۷۱۷ ۷۱۸ ۷۱۹ ۷۲۰ ۷۲۱ ۷۲۲ ۷۲۳ ۷۲۴ ۷۲۵ ۷۲۶ ۷۲۷ ۷۲۸ ۷۲۹ ۷۳۰ ۷۳۱ ۷۳۲ ۷۳۳ ۷۳۴ ۷۳۵ ۷۳۶ ۷۳۷ ۷۳۸ ۷۳۹ ۷۴۰ ۷۴۱ ۷۴۲ ۷۴۳ ۷۴۴ ۷۴۵ ۷۴۶ ۷۴۷ ۷۴۸ ۷۴۹ ۷۵۰ ۷۵۱ ۷۵۲ ۷۵۳ ۷۵۴ ۷۵۵ ۷۵۶ ۷۵۷ ۷۵۸ ۷۵۹ ۷۶۰ ۷۶۱ ۷۶۲ ۷۶۳ ۷۶۴ ۷۶۵ ۷۶۶ ۷۶۷ ۷۶۸ ۷۶۹ ۷۷۰ ۷۷۱ ۷۷۲ ۷۷۳ ۷۷۴ ۷۷۵ ۷۷۶ ۷۷۷ ۷۷۸ ۷۷۹ ۷۸۰ ۷۸۱ ۷۸۲ ۷۸۳ ۷۸۴ ۷۸۵ ۷۸۶ ۷۸۷ ۷۸۸ ۷۸۹ ۷۹۰ ۷۹۱ ۷۹۲ ۷۹۳ ۷۹۴ ۷۹۵ ۷۹۶ ۷۹۷ ۷۹۸ ۷۹۹ ۸۰۰ ۸۰۱ ۸۰۲ ۸۰۳ ۸۰۴ ۸۰۵ ۸۰۶ ۸۰۷ ۸۰۸ ۸۰۹ ۸۱۰ ۸۱۱ ۸۱۲ ۸۱۳ ۸۱۴ ۸۱۵ ۸۱۶ ۸۱۷ ۸۱۸ ۸۱۹ ۸۲۰ ۸۲۱ ۸۲۲ ۸۲۳ ۸۲۴ ۸۲۵ ۸۲۶ ۸۲۷ ۸۲۸ ۸۲۹ ۸۳۰ ۸۳۱ ۸۳۲ ۸۳۳ ۸۳۴ ۸۳۵ ۸۳۶ ۸۳۷ ۸۳۸ ۸۳۹ ۸۴۰ ۸۴۱ ۸۴۲ ۸۴۳ ۸۴۴ ۸۴۵ ۸۴۶ ۸۴۷ ۸۴۸ ۸۴۹ ۸۵۰ ۸۵۱ ۸۵۲ ۸۵۳ ۸۵۴ ۸۵۵ ۸۵۶ ۸۵۷ ۸۵۸ ۸۵۹ ۸۶۰ ۸۶۱ ۸۶۲ ۸۶۳ ۸۶۴ ۸۶۵ ۸۶۶ ۸۶۷ ۸۶۸ ۸۶۹ ۸۷۰ ۸۷۱ ۸۷۲ ۸۷۳ ۸۷۴ ۸۷۵ ۸۷۶ ۸۷۷ ۸۷۸ ۸۷۹ ۸۸۰ ۸۸۱ ۸۸۲ ۸۸۳ ۸۸۴ ۸۸۵ ۸۸۶ ۸۸۷ ۸۸۸ ۸۸۹ ۸۹۰ ۸۹۱ ۸۹۲ ۸۹۳ ۸۹۴ ۸۹۵ ۸۹۶ ۸۹۷ ۸۹۸ ۸۹۹ ۹۰۰ ۹۰۱ ۹۰۲ ۹۰۳ ۹۰۴ ۹۰۵ ۹۰۶ ۹۰۷ ۹۰۸ ۹۰۹ ۹۱۰ ۹۱۱ ۹۱۲ ۹۱۳ ۹۱۴ ۹۱۵ ۹۱۶ ۹۱۷ ۹۱۸ ۹۱۹ ۹۲۰ ۹۲۱ ۹۲۲ ۹۲۳ ۹۲۴ ۹۲۵ ۹۲۶ ۹۲۷ ۹۲۸ ۹۲۹ ۹۳۰ ۹۳۱ ۹۳۲ ۹۳۳ ۹۳۴ ۹۳۵ ۹۳۶ ۹۳۷ ۹۳۸ ۹۳۹ ۹۴۰ ۹۴۱ ۹۴۲ ۹۴۳ ۹۴۴ ۹۴۵ ۹۴۶ ۹۴۷ ۹۴۸ ۹۴۹ ۹۵۰ ۹۵۱ ۹۵۲ ۹۵۳ ۹۵۴ ۹۵۵ ۹۵۶ ۹۵۷ ۹۵۸ ۹۵۹ ۹۶۰ ۹۶۱ ۹۶۲ ۹۶۳ ۹۶۴ ۹۶۵ ۹۶۶ ۹۶۷ ۹۶۸ ۹۶۹ ۹۷۰ ۹۷۱ ۹۷۲ ۹۷۳ ۹۷۴ ۹۷۵ ۹۷۶ ۹۷۷ ۹۷۸ ۹۷۹ ۹۸۰ ۹۸۱ ۹۸۲ ۹۸۳ ۹۸۴ ۹۸۵ ۹۸۶ ۹۸۷ ۹۸۸ ۹۸۹ ۹۹۰ ۹۹۱ ۹۹۲ ۹۹۳ ۹۹۴ ۹۹۵ ۹۹۶ ۹۹۷ ۹۹۸ ۹۹۹ ۱۰۰۰ ۱۰۰۱ ۱۰۰۲ ۱۰۰۳ ۱۰۰۴ ۱۰۰۵ ۱۰۰۶ ۱۰۰۷ ۱۰۰۸ ۱۰۰۹ ۱۰۱۰ ۱۰۱۱ ۱۰۱۲ ۱۰۱۳ ۱۰۱۴ ۱۰۱۵ ۱۰۱۶ ۱۰۱۷ ۱۰۱۸ ۱۰۱۹ ۱۰۲۰ ۱۰۲۱ ۱۰۲۲ ۱۰۲۳ ۱۰۲۴ ۱۰۲۵ ۱۰۲۶ ۱۰۲۷ ۱۰۲۸ ۱۰۲۹ ۱۰۳۰ ۱۰۳۱ ۱۰۳۲ ۱۰۳۳ ۱۰۳۴ ۱۰۳۵ ۱۰۳۶ ۱۰۳۷ ۱۰۳۸ ۱۰۳۹ ۱۰۴۰ ۱۰۴۱ ۱۰۴۲ ۱۰۴۳ ۱۰۴۴ ۱۰۴۵ ۱۰۴۶ ۱۰۴۷ ۱۰۴۸ ۱۰۴۹ ۱۰۵۰ ۱۰۵۱ ۱۰۵۲ ۱۰۵۳ ۱۰۵۴ ۱۰۵۵ ۱۰۵۶ ۱۰۵۷ ۱۰۵۸ ۱۰۵۹ ۱۰۶۰ ۱۰۶۱ ۱۰۶۲ ۱۰۶۳ ۱۰۶۴ ۱۰۶۵ ۱۰۶۶ ۱۰۶۷ ۱۰۶۸ ۱۰۶۹ ۱۰۷۰ ۱۰۷۱ ۱۰۷۲ ۱۰۷۳ ۱۰۷۴ ۱۰۷۵ ۱۰۷۶ ۱۰۷۷ ۱۰۷۸ ۱۰۷۹ ۱۰۸۰ ۱۰۸۱ ۱۰۸۲ ۱۰۸۳ ۱۰۸۴ ۱۰۸۵ ۱۰۸۶ ۱۰۸۷ ۱۰۸۸ ۱۰۸۹ ۱۰۹۰ ۱۰۹۱ ۱۰۹۲ ۱۰۹۳ ۱۰۹۴ ۱۰۹۵ ۱۰۹۶ ۱۰۹۷ ۱۰۹۸ ۱۰۹۹ ۱۱۰۰ ۱۱۰۱ ۱۱۰۲ ۱۱۰۳ ۱۱۰۴ ۱۱۰۵ ۱۱۰۶ ۱۱۰۷ ۱۱۰۸ ۱۱۰۹ ۱۱۱۰ ۱۱۱۱ ۱۱۱۲ ۱۱۱۳ ۱۱۱۴ ۱۱۱۵ ۱۱۱۶ ۱۱۱۷ ۱۱۱۸ ۱۱۱۹ ۱۱۲۰ ۱۱۲۱ ۱۱۲۲ ۱۱۲۳ ۱۱۲۴ ۱۱۲۵ ۱۱۲۶ ۱۱۲۷ ۱۱۲۸ ۱۱۲۹ ۱۱۳۰ ۱۱۳۱ ۱۱۳۲ ۱۱۳۳ ۱۱۳۴ ۱۱۳۵ ۱۱۳۶ ۱۱۳۷ ۱۱۳۸ ۱۱۳۹ ۱۱۴۰ ۱۱۴۱ ۱۱۴۲ ۱۱۴۳ ۱۱۴۴ ۱۱۴۵ ۱۱۴۶ ۱۱۴۷ ۱۱۴۸ ۱۱۴۹ ۱۱۵۰ ۱۱۵۱ ۱۱۵۲ ۱۱۵۳ ۱۱۵۴ ۱۱۵۵ ۱۱۵۶ ۱۱۵۷ ۱۱۵۸ ۱۱۵۹ ۱۱۶۰ ۱۱۶۱ ۱۱۶۲ ۱۱۶۳ ۱۱۶۴ ۱۱۶۵ ۱۱۶۶ ۱۱۶۷ ۱۱۶۸ ۱۱۶۹ ۱۱۷۰ ۱۱۷۱ ۱۱۷۲ ۱۱۷۳ ۱۱۷۴ ۱۱۷۵ ۱۱۷۶ ۱۱۷۷ ۱۱۷۸ ۱۱۷۹ ۱۱۸۰ ۱۱۸۱ ۱۱۸۲ ۱۱۸۳ ۱۱۸۴ ۱۱۸۵ ۱۱۸۶ ۱۱۸۷ ۱۱۸۸ ۱۱۸۹ ۱۱۹۰ ۱۱۹۱ ۱۱۹۲ ۱۱۹۳ ۱۱۹۴ ۱۱۹۵ ۱۱۹۶ ۱۱۹۷ ۱۱۹۸ ۱۱۹۹ ۱۲۰۰ ۱۲۰۱ ۱۲۰۲ ۱۲۰۳ ۱۲۰۴ ۱۲۰۵ ۱۲۰۶ ۱۲۰۷ ۱۲۰۸ ۱۲۰۹ ۱۲۱۰ ۱۲۱۱ ۱۲۱۲ ۱۲۱۳ ۱۲۱۴ ۱۲۱۵ ۱۲۱۶ ۱۲۱۷ ۱۲۱۸ ۱۲۱۹ ۱۲۲۰ ۱۲۲۱ ۱۲۲۲ ۱۲۲۳ ۱۲۲۴ ۱۲۲۵ ۱۲۲۶ ۱۲۲۷ ۱۲۲۸ ۱۲۲۹ ۱۲۳۰ ۱۲۳۱ ۱۲۳۲ ۱۲۳۳ ۱۲۳۴ ۱۲۳۵ ۱۲۳۶ ۱۲۳۷ ۱۲۳۸ ۱۲۳۹ ۱۲۴۰ ۱۲۴۱ ۱۲۴۲ ۱۲۴۳ ۱۲۴۴ ۱۲۴۵ ۱۲۴۶ ۱۲۴۷ ۱۲۴۸ ۱۲۴۹ ۱۲۵۰ ۱۲۵۱ ۱۲۵۲ ۱۲۵۳ ۱۲۵۴ ۱۲۵۵ ۱۲۵۶ ۱۲۵۷ ۱۲۵۸ ۱۲۵۹ ۱۲۶۰ ۱۲۶۱ ۱۲۶۲ ۱۲۶۳ ۱۲۶۴ ۱۲۶۵ ۱۲۶۶ ۱۲۶۷ ۱۲۶۸ ۱۲۶۹ ۱۲۷۰ ۱۲۷۱ ۱۲۷۲ ۱۲۷۳ ۱۲۷۴ ۱۲۷۵ ۱۲۷۶ ۱۲۷۷ ۱۲۷۸ ۱۲۷۹ ۱۲۸۰ ۱۲۸۱ ۱۲۸۲ ۱۲۸۳ ۱۲۸۴ ۱۲۸۵ ۱۲۸۶ ۱۲۸۷ ۱۲۸۸ ۱۲۸۹ ۱۲۹۰ ۱۲۹۱ ۱۲۹۲ ۱۲۹۳ ۱۲۹۴ ۱۲۹۵ ۱۲۹۶ ۱۲۹۷ ۱۲۹۸ ۱۲۹۹ ۱۳۰۰ ۱۳۰۱ ۱۳۰۲ ۱۳۰۳ ۱۳۰۴ ۱۳۰۵ ۱۳۰۶ ۱۳۰۷ ۱۳۰۸ ۱۳۰۹ ۱۳۱۰ ۱۳۱۱ ۱۳۱۲ ۱۳۱۳ ۱۳۱۴ ۱۳۱۵ ۱۳۱۶ ۱۳۱۷ ۱۳۱۸ ۱۳۱۹ ۱۳۲۰ ۱۳۲۱ ۱۳۲۲ ۱۳۲۳ ۱۳۲۴ ۱۳۲۵ ۱۳۲۶ ۱۳۲۷ ۱۳۲۸ ۱۳۲۹ ۱۳۳۰ ۱۳۳۱ ۱۳۳۲ ۱۳۳۳ ۱۳۳۴ ۱۳۳۵ ۱۳۳۶ ۱۳۳۷ ۱۳۳۸ ۱۳۳۹ ۱۳۴۰ ۱۳۴۱ ۱۳۴۲ ۱۳۴۳ ۱۳۴۴ ۱۳۴۵ ۱۳۴۶ ۱۳۴۷ ۱۳۴۸ ۱۳۴۹ ۱۳۵۰ ۱۳۵۱ ۱۳۵۲ ۱۳۵۳ ۱۳۵۴ ۱۳۵۵ ۱۳۵۶ ۱۳۵۷ ۱۳۵۸ ۱۳۵۹ ۱۳۶۰ ۱۳۶۱ ۱۳۶۲ ۱۳۶۳ ۱۳۶۴ ۱۳۶۵ ۱۳۶۶ ۱۳۶۷ ۱۳۶۸ ۱۳۶۹ ۱۳۷۰ ۱۳۷۱ ۱۳۷۲ ۱۳۷۳ ۱۳۷۴ ۱۳۷۵ ۱۳۷۶ ۱۳۷۷ ۱۳۷۸ ۱۳۷۹ ۱۳۸۰ ۱۳۸۱ ۱۳۸۲ ۱۳۸۳ ۱۳۸۴ ۱۳۸۵ ۱۳۸۶ ۱۳۸۷ ۱۳۸۸ ۱۳۸۹ ۱۳۹۰ ۱۳۹۱ ۱۳۹۲ ۱۳۹۳ ۱۳۹۴ ۱۳۹۵ ۱۳۹۶ ۱۳۹۷ ۱۳۹۸ ۱۳۹۹ ۱۴۰۰ ۱۴۰۱ ۱۴۰۲ ۱۴۰۳ ۱۴۰۴ ۱۴۰۵ ۱۴۰۶ ۱۴۰۷ ۱۴۰۸ ۱۴۰۹ ۱۴۱۰ ۱۴۱۱ ۱۴۱۲ ۱۴۱۳ ۱۴۱۴ ۱۴۱۵ ۱۴۱۶ ۱۴۱۷ ۱۴۱۸ ۱۴۱۹ ۱۴۲۰ ۱۴۲۱ ۱۴۲۲ ۱۴۲۳ ۱۴۲۴ ۱۴۲۵ ۱۴۲۶ ۱۴۲۷ ۱۴۲۸ ۱۴۲۹ ۱۴۳۰ ۱۴۳۱ ۱۴۳۲ ۱۴۳۳ ۱۴۳۴ ۱۴۳۵ ۱۴۳۶ ۱۴۳۷ ۱۴۳۸ ۱۴۳۹ ۱۴۴۰ ۱۴۴۱ ۱۴۴۲ ۱۴۴۳ ۱۴۴۴ ۱۴۴۵ ۱۴۴۶ ۱۴۴۷ ۱۴۴۸ ۱۴۴۹ ۱۴۵۰ ۱۴۵۱ ۱۴۵۲ ۱۴۵۳ ۱۴۵۴ ۱۴۵۵ ۱۴۵۶ ۱۴۵۷ ۱۴۵۸ ۱۴۵۹ ۱۴۶۰ ۱۴۶۱ ۱۴۶۲ ۱۴۶۳ ۱۴۶۴ ۱۴۶۵ ۱۴۶۶ ۱۴۶۷ ۱۴۶۸ ۱۴۶۹ ۱۴۷۰ ۱۴۷۱ ۱۴۷۲ ۱۴۷۳ ۱۴۷۴ ۱۴۷۵ ۱۴۷۶ ۱۴۷۷ ۱۴۷۸ ۱۴۷۹ ۱۴۸۰ ۱۴۸۱ ۱۴۸۲ ۱۴۸۳ ۱۴۸۴ ۱۴۸۵ ۱۴۸۶ ۱۴۸۷ ۱۴۸۸ ۱۴۸۹ ۱۴۹۰ ۱۴۹۱ ۱۴۹۲ ۱۴۹۳ ۱۴۹۴ ۱۴۹۵ ۱۴۹۶ ۱۴۹۷ ۱۴۹۸ ۱۴۹۹ ۱۵۰۰ ۱۵۰۱ ۱۵۰۲ ۱۵۰۳ ۱۵۰۴ ۱۵۰۵ ۱۵۰۶ ۱۵۰۷ ۱۵۰۸ ۱۵۰۹ ۱۵۱۰ ۱۵۱۱ ۱۵۱۲ ۱۵۱۳ ۱۵۱۴ ۱۵۱۵ ۱۵۱۶ ۱۵۱۷ ۱۵۱۸ ۱۵۱۹ ۱۵۲۰ ۱۵۲۱ ۱۵۲۲ ۱۵۲۳ ۱۵۲۴ ۱۵۲۵ ۱۵۲۶ ۱۵۲۷ ۱۵۲۸ ۱۵۲۹ ۱۵۳۰ ۱۵۳۱ ۱۵۳۲ ۱۵۳۳ ۱۵۳۴ ۱۵۳۵ ۱۵۳۶ ۱۵۳۷ ۱۵۳۸ ۱۵۳۹ ۱۵۴۰ ۱

”ج سے ج ش۔ م ج“ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ دوسرے مقام اور تیسرے مقام کے درمیان اساسی خط کی سمت ایسی ہے جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتی ہے یعنی دوسرے مقام سے مواد ہو کر اگر ایسے خط پر جائیں جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتا ہے تو تیسرے مقام تک پہنچ سکتے ہیں (دیکھو شکل)۔



”ب سے بائیں جانب پائش“ کا یہ مطلب ہوتا ہے کہ مقام ب پر پہنچنے کے بعد پائش کنندہ بائیں جانب پلٹتا ہے لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ زاویہ قائمہ میں سے پلٹے اور پھر دوسرے اساسی خط پر روانہ ہوتا ہے۔

اگر کسی بازو کے کالم میں صفر لکھا ہوا ہو تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ میدان کی سرحد پر کا متناظر نقطہ اساسی خط سے کچھ بھی فاصلہ پر نہیں ہے یا بالفاظ دیگر اس نقطہ پر اساسی خط سرحد سے مل جاتا ہے۔

۶۲۔ توضیح کے لیے ذیل کے اندراجات پر غور کرو جو ایک پائش بیاض سے لیے گئے ہیں۔

وسطی کالم کے نیچے سے شروع کر کے اوپر کے رخ پڑھا جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ

(۱) اساسی خط ۱ سے شروع ہو کر مشرق کی طرف بڑھتا ہے۔

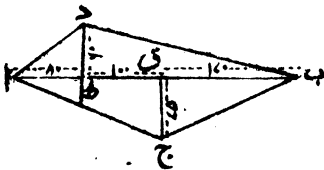
کڑی			
ب	۵		
۲۵۰	۱۸۰	ج ۷۵	(۲) اس اساسی خط پر اگر ۸۰ سے ۸۰ کڑی کا فاصلہ ٹاپ لیا جائے اور پھر بائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت میں ۶۰ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم نقطہ د پر پہنچیں گے جو سرحد کا ایک زاویہ نقطہ ہے۔
۶۰	۸۰		
جاؤم	۱۰		

(۳) ۱ سے اساسی خط پر

۸۰ کڑی کا فاصلہ ٹاپ لیا جائے اور پھر دائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت میں ۷۵ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم سرحد کے دوسرے زاویہ نقطہ ج پر پہنچیں گے۔

(۴) اگر ہم اساسی خط پر ۲ سے ۳۵۰ کڑی کا فاصلہ لے کریں تو ہم نقطہ

ب پر جو دوسرا مقام ہے پہنچیں گے پس بازو کی شکل ان اندراجات سے تعمیر ہونے والے میدان کے خاکہ کو ظاہر کرتی ہے۔



اس میں ۲ ط = ۸۰ کڑی

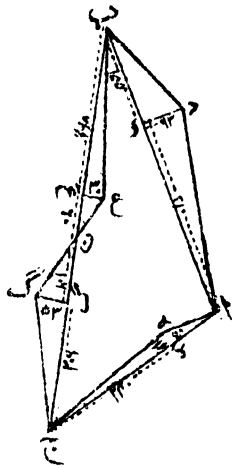
۱ ق = ۱۸۰

۲ ب = ۲۵۰

۳ د = ۶۰

۴ ج = ۷۵

اب پائش بایض کے ذیل کے اندراجات اور ان سے تعمیر ہونے والے میدان کے خاکہ پر مقرر کرو۔



۵۱۲
بائیں جانب پڑو

۴۳
منہ سے ۹۰ ج جاؤ

ش کی طرف جاؤ

کڑی

○ ۱ کو

۲۳۰

۲۴۰

○ ج سے

○ ج کو

۶۳۰

۲۳۲

۳۲۸

۲۶۸

○ ب سے

○ ب کو

۲۶۵

۳۱۰

ا سے

گ ۵۳

۶۲۵

یہاں تین اساسی خطوط ان کی سمتیں اور لمبوں دیے ہوئے ہوں اس لیے
یہ سب سے پہلے کیے جاسکتے ہیں۔

پھر ہر اساسی خط سے بیرونی عمود بھی کھینچے جاسکتے ہیں جیسا کہ دفعہ ۶ میں
معلوم ہو چکا ہے۔

شکل کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے دفعہ ۵۶ میں سمجھایا چوڑا طے لیتے
استعمال کرو۔

امثلہ نمبری ۱۰

سوالات امتحانات

۱۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرلی	
○ د کو	
۶۰۰	
۴۰۰	ج ۱۲۰
۳۶۰	۱۰۰ ع
۲۵۰	ب ۱۴۰
۲۰۰	۶۰ ف
○ ۱ سے	

(یوسہ پین اسکولز: فائینل: مجموعیات مختلا)

۲۔ پائش بائیں کے ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرلی	
○ ب کو	۵۰
۳۰۰	۰
۲۴۰	۵۰
۱۶۰	۰

۶۰	۱۰۰	
	۸۰	۵۰
۰	۰	۴۰
	۱۰	

(یوس بین اسکولز: فائیل - صوبجات متعلیٰ)
 س— ذیل کے اندراجات سے میدان اب ح گ ف د ج کا خاکہ تیار
 اور اس کا رقبہ معلوم کرو:۔

گز	
۲۰۴	۱۹۸
۱۲۲	۱۱۶
۵۶	۸۸
۶۳	۷۲
۱۰	۱۰

(جامعہ پنجاب - میٹر کیو لیشن)

س— ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس
 کا رقبہ نکالو:۔

	کڑی	
	○ گھگھو	
	۱۰۲۰	
۴۰ م ن کو	۹۹۰	
	۶۱۰	۵۰ ع
> ۲۲۰	۵۸۵	
۴۰ ج	۳۲۰	
	۳۱۵	۳۵۰ ب
	○ ۱ سے	

۵۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ آٹا رو اور اس کا رقبہ دریافت کرو :

	کڑی	
	○ ۱	
	۵۰۰	
۲۰ ج	۳۲۰	
۳۰ گ	۱۴۰	
	○ ج	
	سیدی جانب پٹ	
	○ ج	
	۴۰۰	
	۱۸۰	۲۰ م
جاؤش م	○ ب سے	
	○ ب	
	۳۰۰	
۱۲ ع	۲۰۰	
> ۱۰	۹۰	
	○ ۲ سے	

(جامعہ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۶۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس کا رقبہ اکیڑا، روٹا اور پل میں دریافت کرو:-

کڑی		
۱۰		
۴۰۹		
۶۰	۲۰	نک
۳۰	۰۸	
۲۰	۱۰	گ
ج	۰	
بائیں جانب	پلٹو	
ج		
۱۶۹		
۲۰	۲۰	ن
ب	۰	
بائیں جانب	پلٹو	
ب		
۵۱۰		
۱۶۰	۳۰	ع
۵۰	۱۰	د
۰	۰	
۱۰		

۱۰۔ جاؤ مشرق (جامعہ اللہ آباد: میٹریکیو لیشن)

۷۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کی نقشہ کشی کرو اور اُس کا رقبہ ایکڑ روڈ اور پول میں دریافت کرو۔

کڑی	
۲۰	
۵۰۰	
۳۸۰	۲۵ گ
ج	
سیدھی جانب	پٹو
ج	
۵۰۰	
۲۲۰	۱۴۵ ف
ب	
سیدھی جانب	پٹو
ب	
۸۰۰	
۶۵۰	۱۰۰ ع
۴۰۰	۲۰۰ >
۲۰	

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)
۸۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ آٹرو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

	کڑی	
	⊙ د کو ۶۵۰ ۶۲۰ ۳۰۰	ج ۱۴۰
ع ۱۲۰	(ب) دائیں جانب پلٹر	
	⊙ ب ۸۰۰ ۲۰۰	ج ۲۵۰
جاؤ مغرب	⊙ ۱ ←	

(یوہا مین اسکولز: فائینل - صوبہ بہارات متحدہ)

۹۔ میدان ۱۰ پ ج کا خاکہ اُتارو اور اس کا رقبہ معلوم کرو :-

کڑی	
۱۰	
۸۵۰	
۶۳۰	
۵۰۰	
۳۵۰	
ج	
ابجس جان	

ج ۵ ۶۸۰ ۳۰۰ ب ۵ بائیں جانب پلٹو	
ب ۵ ۵۱۰ ۲۶۰ ۱۰۰ ۱۰ سے شروع کردار جاؤ ج مغ	
(جامعہ کلکتہ : میٹر کیو لیشن) ۱۰۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اور رقبہ معلوم کرو۔	
کرپی ع ۵ ۲۵۰ ۳۰۰ ۲۰۰ ۱۶۰ ۱۰ بائیں جانب پلٹو ۱۰	ج ۵ ب ۵

	۴۸۱	۰
	۴۱۵	قی ۳۰
	۳۶۰	ط ۳۰
ن ۰	۳۲۰	
م ۶۰	۲۲۰	
ک ۳۰	۱۸۰	
ہک ۵۰	۱۵۰	
۰	۴۰	
پلو	بائیں جانب	
	۴۰	
	۵۸۹	۰
	۳۵۰	گ ۸۶
	۱۲۰	فت ۷۰
	۴۰	۰

۱۱۔ میدان ا ب ج کا خاکہ بناؤ اور زیل کے اندراجات سے اس کا رقبہ معلوم کرو۔ اس میں خطوط میدان کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

	کڑی
۱۰	۲۰۲۵۰
۵۰	۲۰۰
۰	۰
	ج ۰

۰ ج ۰۲۹۰
۳۰ ۲۰۰
۳۰ ۱۰۰
۱۰ ۰
۰ ب

۰ ۰۵۶۲
۳۰ ۱۰۰
۰ ۰
ش ۲ مغ
۱۰ ۰

(یوسا پین اسکولز: فائٹل صوبہ جات متعلقہ)
۱۲۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

کرلی
۱۰
۰ ۸۱۸
۳۰ ۱۲۰
۰ ۶۰ ۲۰
۳۰ ۰
۰ ج
پائیں بابہم پلٹ
۰ ج

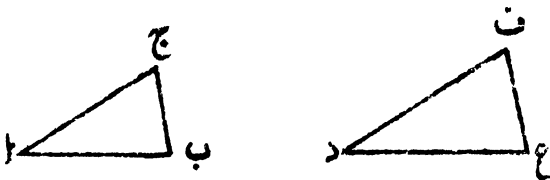
	۳۳۸	۰
	۶۰	۳۰
ب	۰	۰
بائیں جانب پلو		
	ب	
	۱۰۲۰	۰
	۳۲۰	۶۰
	۱۰۰	۲۰
	۰	۰
جاؤ مشرق	۱۰ سے	

(یورپین اسکولز: فائنل - صوبہ جات متحدہ)

بایز دہم

متشابه اشکال: ان کا طول

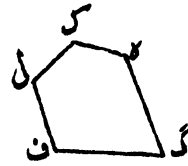
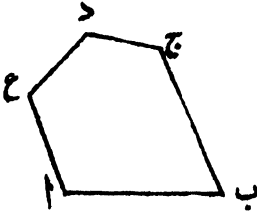
۴۔ اشکال کو متشابه کہتے ہیں اگر ان کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن ان کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔ پس $\triangle$ ا ب ج اور $\triangle$ د ع ف متشابه ہیں۔



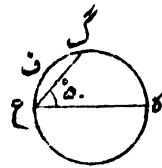
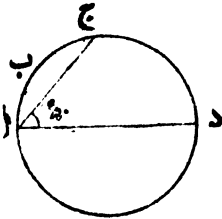
تمام مربعے اور نیز تمام دائرے ایک دوسرے کے متشابه ہوتے ہیں۔ کسی این کا خاکہ خود میدان کے متشابه ہوتا ہے۔ کسی جسم کی تکمیر کی جائے تو وہ اور اُس کا خیال متشابه ہوتے ہیں۔ اگر کسی بڑے مثلث میں سے اُس کے کسی ضلع کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک چھوٹا مثلث قطع کر لیا جائے تو چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے متشابه ہوتا ہے۔

۵۔ متشابه مستقیم الاضلاع شکلیں مساوی الزوایا ہوتی ہیں اور ان کے متناظر اضلاع متناسب ہوتے ہیں۔ پس متشابه مستقیم الاضلاع شکلوں ا ب ج د ع ا د ف گ ہ ک ل میں۔

ا ب : ج د = ف گ : ہ ک



۶۵۔ اگر کسی شکل میں دو خطوط، مستقیم یا منحنی کھینچے جائیں اور پھر دو متناظر خطوط اس کی متشابهہ شکل میں بھی کھینچے جائیں تو یہ چاروں خطوط تناسب میں ہونگے۔ پس دائروں ا ب ج د اور ع ف گ ک میں —
 قوس ا ب ج : قوس ع ف گ = ا د : ع ہ

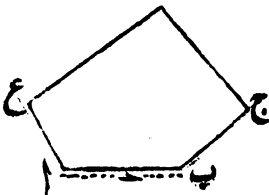


نیز — محیط ا د ج ب : محیط ع ہ گ ف : قطر ا د = محیط ع ہ گ ف : قطر ع ہ

مسئلہ ۱۳

۶۶۔

مستقیم الاضلاع شکل کا ایک ضلع دیا ہوا ہو تو اس کے بقیہ اضلاع معلوم کرنا جبکہ اس کے متشابهہ مستقیم الاضلاع شکل کے تمام اضلاع دیے ہوئے ہیں



فرض کرو کہ ا ب ج د ع اور ف گ ل "متشابه مستقیم الاضلاع

شکلیں ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ا ب ج د ع کے ضلع ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔ نیز فرض کرو کہ شکل ف گ ل کے متناظر ضلع ف گ کا طول اور اس کے "دوسرے اضلاع گ ل، ل ک، ک ل، ل ف کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ط، ق، ر، ص، ٹ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ شکل ا ب ج د ع کے بقیہ ضلعوں کے طول ط، ق، ر، ص، ٹ کی رقوم میں معلوم کئے جائیں۔

چونکہ ب ج متناظر ہے گ ل کے اور ا ب متناظر ہے ف گ کے۔

ب ج : ا ب = گ ل : ف گ دفعہ ۶۲

یعنی۔

ب ج : ا ب = ق : ط

اسی طرح معلوم ہوتا ہے کہ۔

ج د : ا ب = ر : ط

د ع : ا ب = ص : ط

ع ل : ا ب = ٹ : ط

پس قاعدہ۔

مستقیم الاضلاع شکل کا کوئی سا ضلع معلوم ہو سکتا ہے اگر شکل کے کسی معلومہ ضلع کے ساتھ اس کا تناسب معلوم کیا جائے اور پھر اس تناسب کو کسی متشابه شکل کے متناظر ضلعوں کی نسبت کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً۔

پہلی شکل کا کوئی سا ضلع : پہلی شکل کا معلومہ ضلع =

"دوسری شکل کے متناظر اضلاع کی نسبت۔

پہلی شکل کا کوئی سا ضلع: $ا = ق : ط$

جہاں ط متناظر ہے ا کے۔

نوٹ: ایک شکل کے تمام اضلاع کے تپ ایک ہی طوی اکائی میں بیان کرنا ضروری ہیں۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک مثلث کے اضلاع کے تپ بالترتیب ۱۱، ۱۵ اور ۲۳ فٹ ہیں۔ اس کا ۱۱ فٹ طول کا

ضلع ایک متساوی مثلث کے، مگر طول کے ضلع کے متناظر ہے۔ اس مثلث کے بقیہ ضلعوں کے طول معلوم کرو۔

دوسرے مثلث کا ایک ضلع: $ا$ ، مگر: $ق : ط$ دفعہ ۶۶

جہاں $ا = ۱۱$ ، $ق = ۱۵$

دوسرے مثلث کا ایک ضلع: $ا$ ، مگر: $۱۱ : ۱۵$

∴ دوسرے مثلث کا ایک ضلع: $ا$ ، مگر: $\frac{۱۵}{۱۱} \times ۱۱$

$= ۱۵$ مگر

$\frac{۱۵}{۱۱} \times ۱۱ = ۱۵$ مگر

دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع: $ا$ ، مگر: $۱۱ : ۲۳$

∴ دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع: $ا$ ، مگر: $\frac{۲۳}{۱۱} \times ۱۱$

$= ۲۳$ مگر

$\frac{۲۳}{۱۱} \times ۱۱ = ۲۳$ مگر

مثال ۲: کسی $\triangle$ ا ب ج میں، ا ب = ۱۴، ا ج = ۲۳، ج ب = ۱۰، ا کڑی = ۱۰، ا کڑی = ۱۰

ضلع ا ب میں کے ایک نقطہ د سے ب ج کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچا گیا جو ا ج سے نقطہ

ج پر ملتا ہے۔ اگر ا د = ۱۰، ا کڑی تو ا ج معلوم کرو۔

مشکلات ا د ج اور ا ب ج متساوی ہیں۔ دفعہ ۶۳

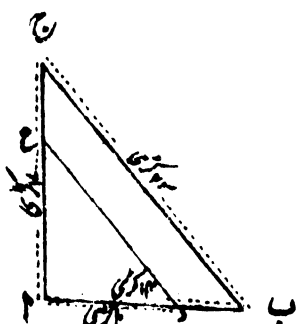
∴ ا د = ۱۰، ا ج = ۱۰، ا ب = ۱۰ دفعہ ۶۳

لیکن ا د = ۱۰، ا کڑی = ۱۰، ا ج = ۱۰، ا کڑی = ۱۰

ا ج = ۱۰، ا کڑی = ۱۰، ا کڑی = ۱۰

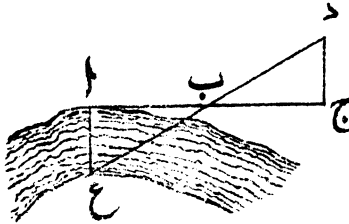
∴ ا ج = ۱۰، ا کڑی = ۱۰، ا کڑی = ۱۰

$\frac{۱۰}{۱۰} \times ۱۰ = ۱۰$ مگر



= ۱۲ کراسی

مثال ۲۲:- کسی غیر ممکن الجبور دریا کا عرض معلوم کرنا۔
 دریا کے قریبی کنارہ کے کسی نقطہ سے جو دوسرے کنارہ کے کسی جسم ع کے عین
 مقابل ہے ایک خط مستقیم ا ب، ا ع پر علی القوائم کھینچو۔
 ا ب کو ج تک اتنا بڑھانا



کہ ب ج = ا ب

ج سے ج د، ا ج پر عمود نکالو۔

ع ب کو یہاں تک بڑھانا

ج د سے نقطہ د پر مل جائے۔

تب د، شنات، ا ب، ع،

ب ج د کلثیہ ایک دوسرے

کے مساوی ہیں

(اقلیدس مقالہ اول شکل ۲۶)

ج د = ا ع

لیکن دریا کو عبور کرنے کے بغیر ج د کو ناپ سکتے ہیں۔

اس طرح دریا کو عبور کرنے کے بغیر ا ع معلوم کیا جاسکتا ہے۔

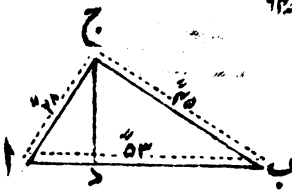
مثال ۲۳:- ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳

اور ۵۳ اینچ ہیں: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث ہے اور ج د زاویہ قائمہ سے وتر پر کا عمود ہے۔

اب مثلث ا ب ج، ب ج د، اور ا ج د تمام ایک دوسرے کے متشابه ہیں۔

(اقلیدس مقالہ ششم شکل ۸)



ج د : ج ا = ا ب : ج ب = ۱۲ : ۱۲ : ۱۲

لیکن ج ا = ۲۸ اینچ

ب ج = ۴۵ اینچ

ا ب = ۵۳ اینچ

ج د : ج ا = ج ب : ا ب = ۲۸ : ۴۵ : ۵۳

$$\therefore ج = \frac{۲۵ \times ۲۸}{۵۳} = ۱۱$$

$$= \frac{۲۱}{۵۳} = ۲۳$$

مشکل نمبری ۱۱ (۱)

۱۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جس کا قاعدہ ۹ فٹ ہے۔

۲۔ کسی مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲ فٹ ۳ فٹ اور ۹ فٹ ۹ فٹ ہیں: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ اگر ہے۔

۳۔ ایک آدمی کا قد ۵ فٹ ۱۰ فٹ ہے۔ اگر اس کے سایہ کا طول ۳ فٹ

۲ فٹ ہوگا تو بتاؤ کہ اسی وقت اور اسی مقام پر ۵ فٹ ۹ فٹ قد کے آدمی کے سایہ کا طول کیا ہوگا؟

۴۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۳۷ اور ۱۲ فٹ ہوں تو زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۵۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹، ۲ فٹ ۲ فٹ ۲ فٹ ۳ گز ۱۰ فٹ اور ۱۰ گز ۱۰ فٹ ہوں تو زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۶۔ کسی میدان کے نقشہ کا عرض ۱۸ فٹ ۸ فٹ ہے: میدان کا عرض دریافت کرو اگر نقشہ ۴ فٹ = ۱ میل کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو۔

۷۔ ایک نقشہ میں دو شہروں کے درمیان ۵۷ ۱۵ فٹ کا فاصلہ ہے: اگر نقشہ ۱۷۰ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو تو شہروں کا درمیانی فاصلہ فی الحقیقت

کیا ہوگا؟

۸۔ ایک نقشہ میں جو ۲۵۰ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہے کسی ملک کا طول ۳۷۷ فٹ ۳۷۷ فٹ ۳۷۷ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ ایک دوسرے نقشہ پر اس ملک کا کیا طول

ظاہر ہوگا اگر یہ ۲۸۵ میل = ایک فٹ کے پیمانہ پر آمارا گیا ہو؟

۹۔ ایک جیل کا طول ۴ میل ہے اور ایک نقشہ میں اس کا طول ۷۵۔

ایچ ظاہر ہوتا ہے اس کا عرض دریافت کرو جو اسی نقشہ میں ۵۶۔ ایچ معلوم ہوتا ہے۔
۱۰۔ کسی گرجا کے ایک ایسے مینار کی بلندی دریافت کرو جس کے سایہ کا طول
۱۳۳ فٹ ہوتا ہے اگر اسی وقت اور اسی مقام پر ۴ فٹ ۶ اینچ لمبی چھڑی کے
سایہ کا طول ۳ فٹ ۴ اینچ ہوتا ہے۔

۱۱۔ ایک مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب کے نقطہ د سے قاعدہ ب ج کے
متوازی ایک خط مستقیم کھینچا گیا جو ضلع ا ج سے نقطہ ع پر ملتا ہے۔ د ع کا طول معلوم
کرو اگر ا ب = ۴ کڑی، ب ج = ۱۰ کڑی اور د = ۹ کڑی۔

۱۲۔ سطح زمین کے قریب آنکھ رکھ کر ایک شخص ایسی وضع اختیار کرتا ہے کہ وہ ایک
انقباضی چھڑی اور ایک برج کی چوٹی کو ایک خط مستقیم میں دیکھ سکتا ہے۔ اگر چھڑی کا
طول ۵ فٹ ہو اور اگر وہ اس شخص سے ۹ فٹ اور برج سے ۳۵ گز کے فاصلہ پر
نصب کیا جائے تو برج کی بلندی دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۱۱ (ب)

۱۳۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲ اور ۱۹ راسی ہیں ایک ایسے
مشابہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۱۵ لاقہ ہے۔

۱۴۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۳ راسی ۱۲ لاقہ اور ۵ راسی
۹ لاقہ ہے: ایک ایسے مشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۷ راسی ہے۔

۱۵۔ اگر ایک قائم الزاویہ مثلث کے اضلاع ۳۸، ۵۵، اور ۷۳ لاقہ ہوں تو
زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کا احاطہ اور ارتفاع بالترتیب ۵ راسی اور ۱۲ لاقہ ہے:
ایک ایسے مشابہ مثلث کا احاطہ معلوم کرو جس کے ارتفاع کا ناپ ۲ راسی ۹ لاقہ ہے۔

سوالات امتحانات

۱۔ ہندسہ کی مدد سے ایک ایسا عملی طریقہ بتاؤ جس کی مدد سے کسی لمبے ہوئے
مقام ب سے ایک ایسے جسم ا تک کا فاصلہ معلوم کیا جاسکتا ہے جس تک

پہنچنا ناممکن ہو: اپنے مطلب کو مکمل سے واضح کرو۔ (جامعہ آباد: میٹری کیولیشن)
۲۔ ایک شکل منحرف کا رقبہ ۳۰ مربع فٹ اور دو متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۸ فٹ ہیں۔ غیر متوازی خطوط بڑھائے جانے پر جس نقطہ پر بیس کے دہان سے بڑے متوازی تک کا عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)
۳۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲.۳ فٹ اور ایک ضلع ۵ گز ہے: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مثل اسکول)
۴۔ ا ب اور ج د دو ڈنڈے ہیں جو زمین میں انحصاراً نصب کر دیے گئے ہیں: ا ب = ۱۰ فٹ اور ج د = ۵۰ فٹ۔ دوڑیوں کی مدد سے ا کو د سے اور ب کو ج سے ملا دیا گیا۔ دوڑیوں کا نقطہ تقاطع ح پر ہوتا ہے: ب د ح کی بلندی دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)
۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ مرکز سے ۲۵ انچ کے فاصلہ پر کے ایک نقطہ سے دائرہ کے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ تقاطع مماس کو ملانے والے وتر سے اس نقطہ تک کا فاصلہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)
۶۔ ایک مثلث کا قاعدہ = ۱ اور ارتفاع = ۶، مثلث کے اندر اگر ایک مربع بنایا جائے تو اس کا ضلع دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)
۷۔ ایک شخص جو ایک گرجا کے مینار کی بلندی دریافت کرنا چاہتا ہے، مشاہدہ کرتا ہے کہ ۴ فٹ بلند قندیل کے ڈنڈے کو جو مینار کے قاعدہ سے ۸ فٹ ۹ انچ کے فاصلہ پر ہے اُن کے قاعدوں کو ملائے والے خط کی سیدھ میں قندیل سے پرے ۱۱ فٹ ۳ انچ کے فاصلہ سے اگر دیکھا جائے تو قندیل اور مینار کی چوٹیاں ایک ہی خط مستقیم میں نظر آتی ہیں: مینار کی بلندی کیا ہے۔ ۹

(رژکی انجینیر: داحسل)

۸۔ ایک خندق کی تراش کا عرض بالائی حصہ پر ۳۲ فٹ، تہ پر ۱۴ فٹ اور گہرائی ۸ فٹ ہے۔ اگر بانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اسکی گہرائی کیا ہوگی؟

(رژکی انجینیر: داحسل)

۹۔ ذیل کے امور کو دریافت کرنے کے عملی طریقے بیان کرو۔ (۱) کسی دریا کا عرض اور (۲) دو نقاط کا درمیانی فاصلہ جن میں سے ایک بہت دور ہے اور اُس تک پہنچ نہیں سکتے۔

(رژکی انجینیر: داحسل)

۱۰۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۶ اور ۲۰ فٹ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ دوسرے دو اضلاع کو بڑھایا گیا یہاں تک کہ وہ ایک دوسرے سے مل گئے؛ نقطہ تقاطع سے بڑے متوازی ٹکس کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔ (رژکی ایسب آرڈینیٹ: داحسل)

۱۱۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۴ فٹ ہیں۔ ان کے متوازی، شکل پر سے گزرتے ہوئے دو خطوط مستقیم کھینچے گئے اس طرح کہ چاروں خطوط مساوی الفصل ہیں؛ خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔ (رژکی ایسب آرڈینیٹ: داحسل)

۱۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۱۲ اور ۱۶ ہیں۔ اس کے اندر بنے ہوئے ایک ایسے مستطیل کے اضلاع کے طول مطلوب ہیں جس کا رقبہ مثلث کے رقبہ کا نصف ہے۔

(رژکی انجینیر: فائینل)

۱۳۔ مقابل کے زاویہ سے عمود کھینچ کر مثلث قائم الزاویہ کا دوازیہ دو قطعات میں تقسیم کیا گیا جن کے طول بالترتیب ۳۰ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رژکی انجینیر: فائینل)

۱۴۔ اگر کسی مثلث میں ایک ضلع ۱ (جو بڑے زاویہ کے مقابل ہے) اگر

مثلث قائم الزاویہ یا منفرجہ الزاویہ ہو) اور مقابل کے زاویہ سے اُس پر کا عودوب دیے ہوئے ہوں تو Δ اور Δ کی رقوم میں ایک ایسے مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کا ایک ضلع Δ پر واقع ہے اور باقی دو درادہ Δ کی مثلث کے دوسرے اضلاع پر ہیں۔

(مڑکی انجینیئر: فائنل)

۱۵۔ ایک خندق کے پہلوؤں کے ٹھال بالترتیب ۵ میں ۲ اور ۲ میں ۲ ہیں اور بالائی حصہ پر اس کا عرض ۲۲ فٹ ہے۔ یہ فرض کر کے کہ اُس کے منہ بڑے قاعدہ پر ملے ہیں اس کی تراش کا رقبہ معلوم کرو۔

(مڑکی ایئرپ آرٹینیٹ: ماہانہ)

۱۶۔ تال رخنوں کے ایک تالاب میں سطح آب کا عرض ۸۰ ہاتھ ہوتا ہے جبکہ پانی کی گہرائی ۶ ہاتھ ہے۔ اور اگر پانی کی گہرائی دس ہاتھ ہو تو سطح آب کا عرض ۸۵ ہاتھ ہوتا ہے: عرض کیا ہو گا اگر پانی کی گہرائی ۱۲ ہاتھ ہو؟

(جامعہ پنجاب - میٹری کیولیشن)

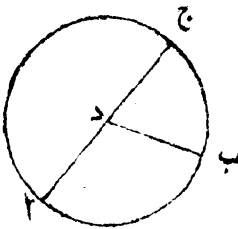
۱۷۔ ایک خاص فاصلہ پر نصف انچ لمبی سوئی سے اتنا ہی زاویہ بنتا ہے جتنا کہ $\frac{1}{4}$ فٹ لمبی سلاخ سے .. اگرز کے فاصلہ پر بنتا ہے: بتاؤ کہ مقام مشاہدہ سے سوئی کتنے فاصلہ پر ہے؟

(مڑکی ایئرپ آرٹینیٹ: دانشدہ)

باب دوازدهم

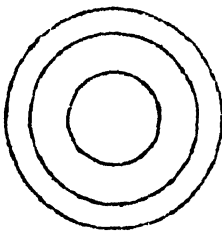
دائرہ - محیط اور رقبہ

۶۸۔ دائرہ ایسی شکل مستوی ہے جو ایک ہی خط سے (جسے محیط کہتے ہیں) گھری ہوئی ہو اور اس کے اندرونی ایک مخصوص نقطہ سے محیط تک پہنچنے ہوئے تمام مستقیم خطوط ایک دوسرے کے مساوی ہوں۔



اس مخصوص نقطہ کو دائرہ کا مرکز کہتے ہیں۔

دائرہ کا نصف قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز سے محیط تک پہنچا گیا ہو۔
دائرہ کا قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز پر سے گزر کر دونوں طرف محیط تک پہنچے۔



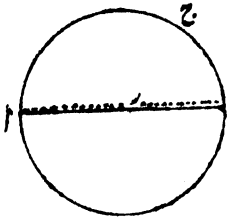
پس دائرہ ا ب ج میں ا ب د نصف قطر اور ا ج قطر ہے۔

ہم مرکز دائرے کیسے دائرے ہوتے ہیں جن کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے (شکل ملاحظہ ہو)

مسئلہ (۱۴)

۶۹

دائرہ کا محیط معلوم کرنا جبکہ اُس کا قطر دیا ہوا ہو۔



فرض کرو کہ دائرہ ا ب ج کے قطر ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔
مطلوب یہ ہے کہ دائرہ ا ب ج کا محیط ب ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

چونکہ ذفقہ ۶۳ سے تمام دائرے متشابہ

شکلیں ہوتے ہیں اس لئے کسی دائرہ کے محیط

اور قطر میں مستقل نسبت ہوگی ذفقہ ۶۵

اس نسبت کی قیمت قبائض ہے یعنی اس کو اعلاو میں ٹھیک ٹھیک بیان نہیں کیا جاسکتا لیکن حسب خواہش اس کی قیمت اعشاریہ کے کسی مقام تک صحیح نکالی جاسکتی ہے۔

عبرانی زبان کے حرف ۳۲ (ہیت) سے اس نسبت کو تعبیر کیا جاتا ہے۔
اعشاریہ کے پانچ مقامات تک ۳۲ کی صحیح قیمت ۳،۱۴۱۵۹ ہے
لیکن عملی طور پر اس کو ۳،۱۴ کے مساوی لیا جاتا ہے۔

اس طرح تمام دائروں میں

$$\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}} = \pi$$

$$\therefore \frac{\text{دائرہ ا ب ج کا محیط}}{\text{ا ب}} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ ا ب ج کا محیط} = \pi \times \text{ا ب}$$

$$= \pi \times \text{رخی اکائیاں}$$

پس قاعدہ : دائرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو ۳۲ سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے محیط میں اُنھی طولی اکائیوں کی تعداد ظاہر کرے گا۔

یا مختصراً

$$\text{دائرہ کا محیط} = ۲۲ \times \text{قطر}$$

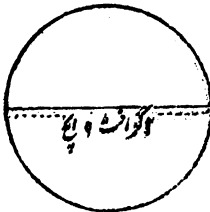
$$\text{ط} = ۲۲ \times \text{ر} \quad (۱)$$

$$\text{ر} = \frac{\text{ط}}{۲۲} \quad (۲)$$

توضیحی مثالیں

۷۰۔

مثال ۱۔ ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جس کے قطر کا ناپ ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ ہے (۲۲ = $\frac{۲۲}{۲}$)



دائرہ کا محیط = ۲۲ ر دفعہ ۶۹

$$\text{یہاں } ۲۲ = ۲۲ \times ۱۲ = ۹۳ \text{ انچ}$$

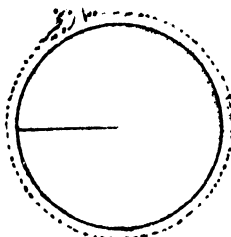
$$\text{اور } ۲۲ = ۲۲$$

$$\therefore \text{دائرہ کا محیط} = ۲۲ \times ۹۳ = ۲۰۴۶ \text{ انچ}$$

$$= \frac{۲۰۴۶}{۲} = ۱۰۲۳ \text{ انچ}$$

$$= ۸ گز ۰ فٹ ۳ انچ$$

مثال ۲۔ ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کے محیط کا ناپ ۱۰۰ زنجیر ہے (۲۲ = $\frac{۲۲}{۲}$)



$$\text{دائرہ کا قطر} = \frac{\text{ط}}{۲۲} \text{ زنجیر دفعہ ۶۹}$$

$$\text{یہاں } ۲۲ = ۱۰۰ \text{ زنجیر}$$

$$\text{اور } ۲۲ = ۲۲$$

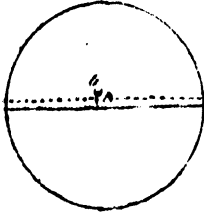
$$\therefore \text{دائرہ کا قطر} = \frac{۱۰۰}{۲۲} = ۴ \frac{۱۰}{۱۱} \text{ زنجیر}$$

$$\text{اور دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۴}{۲} = ۲ \frac{۵}{۱۱} \text{ زنجیر}$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۴}{۲} \times ۵۰ = ۱۰۰ \text{ زنجیر}$$

$$= \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰ \text{ زنجیر}$$

مثال ۳ :- بتاؤ کہ نصف میل کا فاصلہ طے کرنے میں ایک پہیہ کتنی گردشیں کرے گا اگر اس کا قطر ۲۸ انچ ہو ؟ ($\frac{22}{7} = \pi$)



پہیے کا محیط = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$ انچ

یہاں $\pi = \frac{22}{7}$ ، $r = 14$ انچ

پہیہ کا محیط = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$ انچ

$88 =$ انچ

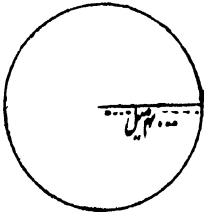
∴ نصف میل طے کرنے میں { نصف میل گردشوں کی تعداد

$$= \frac{340 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 12 \text{ انچ}}{88} =$$

مثال ۴ :- زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰ میل فی گھنٹہ کی اوسط رفتار سے کوئی شخص خط استوا کے گرد کتنی مدت میں سفر کرے گا -

خط استوا کا طول = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 4000 = 52800$ انچ

۵۲۸۰۰ انچ



یہاں $r = 4000$ میل

اور $\pi = \frac{22}{7}$

∴ خط استوا کا طول = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 4000 = 52800$ انچ

∴ مطلوبہ مدت = $\frac{52800 \times \frac{22}{7}}{10 \times 60} =$ گھنٹہ

$$= \frac{52800 \times \frac{22}{7}}{600} =$$

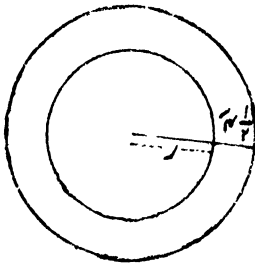
$$= 10 \frac{4}{7} \text{ دن } 18 \frac{1}{2} \text{ گھنٹہ } 14 \text{ منٹ}$$

مثال ۵ :- دو پہیوں کی ایک گاڑی کو ایک دائرہ کے گرد چلائے میں معلوم ہوا کہ اندرونی پہیہ کی ایک گردش جتنی مدت میں ہوتی ہے بیرونی پہیہ اتنی ہی مدت میں چلا کر گردشیں کرتا ہے۔ دونوں پہیوں کا درمیانی فاصلہ ۴ فٹ ۶ انچ ہے : اگر ہر ایک

پہلیہ کا قطر ۳ فٹ ہو تو بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بیرونی دائرہ کا محیط:} \\ \text{اندرونی دائرہ کا محیط:} \end{array} \right. = \frac{3}{4} : 1$$

$$4 : 3 =$$



اب اگر اندرونی دائرہ کا نصف قطر
رقبہ ہو بیرونی دائرہ کا نصف قطر $(ر + \frac{3}{4}ر)$
فٹ ہوگا۔

$$\therefore 22 \frac{1}{2} : (ر + \frac{3}{4}ر) = 4 : 3$$

$$4 : 3 = \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۹}$$

$$یا ۱۶ = (ر + \frac{3}{4}ر) \times 3$$

$$یا ۶ = ر$$

$$\therefore \text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = (۶ + \frac{3}{4} \times ۶) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۰ \frac{1}{4} \text{ فٹ}$$

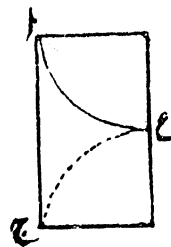
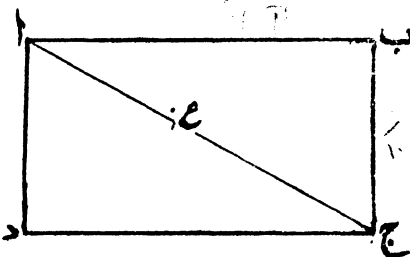
اس لئے۔

$$\text{بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط} = ۲ \times ۳ \times \frac{1}{4} \times ۱۰ \frac{1}{4} \text{ فٹ}$$

$$= ۲ \times \frac{۳}{۲} \times \frac{۴۱}{۴} \text{ فٹ}$$

$$= ۶۹ \text{ فٹ}$$

مثال ۵۷۔ کسی مکان کی چھ نما سیرھون کے طبقہ کا قطر ۶ فٹ ہے اور اوپر کے فرض
تک اس کی بلندی ۳ فٹ ہے اگر کٹہرے سے $\frac{3}{4}$ گردشیں بنتی ہیں تو طول معلوم
کرد $(\frac{۳۲}{۳} = ۱۰ \frac{۲}{۳})$



مستطیل ل ب ج د پر غور کرو اور فرض کرو کہ ل ب کا ناپ ۲۲×۶ فٹ اور ب ج کا ناپ $(۳۵ + \frac{۳}{۴})$ فٹ = ۱۰ فٹ ہے۔

اگر اس کو مرکز کر ایک کھوکھلا آستوانہ بنایا جائے تو در ل ج سے آستوانہ کے گرد ایک کامل گردش بنیگی۔

اس لئے اگر اس آستوانہ سے سیڑھیوں کی تراش ظاہر ہوتی ہو تو خط ل ج بلحاظ طول اور وضع کے کٹھنرے کے متناظر ہوگا۔

اب بروے سوال دستی سلاخ سے $\frac{۳}{۴}$ گردشیں بنتی ہیں

∴ دستی سلاخ کا مجموعی طول = ا ج کا طول $\times \frac{۳}{۴}$

$$۱۶ = \sqrt{۲۲^2 + ۲^2} \times \frac{۳}{۴} \times \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\sqrt{۲۲^2 + ۲^2} \times ۱۰۰ \times \frac{۳}{۴} = \text{فٹ}$$

$$= \sqrt{\frac{۲(۲۲) \times ۳۶}{۲۴}} \times ۱۰۰ \times \frac{۳}{۴} \text{ فٹ}$$

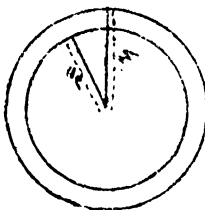
$$= \frac{۱}{۴} \sqrt{۲۲۳۲۴} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۴} \times ۱۴۹.۶۱۴ \dots \text{ فٹ}$$

$$= ۳۷.۴۰۶ \text{ فٹ}$$

مثال ۷: ایک گھڑی کی سوئیوں کے طولی بالترتیب ۶ انچ ۳ انچ ہیں تو ۳ مارچ ۱۱ بجے صبح سے ۵ مئی ۹ بجے صبح تک سوئیوں کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق درجہ

کرد $(\frac{۲۲}{۴} = ۱۱)$



$$\left. \begin{array}{l} ۳ \text{ مارچ ۱۱ بجے صبح سے} \\ ۵ \text{ مئی ۹ بجے صبح تک} \end{array} \right\} = ۶۲ \text{ دن } ۲۲ \text{ گھنٹہ}$$

$$= ۱۵۱۰ \text{ گھنٹہ}$$

اب گھنٹہ کی سوئی ۱۲ گھنٹوں میں ایک کامل گردش کرتی ہے اس لئے معلومہ

$$3842 = 512 \therefore$$

$$322 \frac{2}{3} = 5 \therefore$$

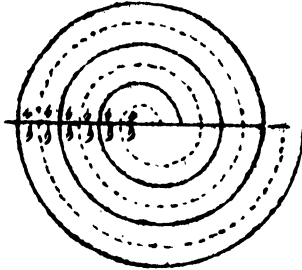
میدان کے محیط کا ناپ $\frac{2}{3}$ ۳۲۲ گز ہے۔

مثال ۹ :- ایک کامل پچکدار سوئی رستی (جسکی عمودی تراش کا قطر ۲ گز ہے) کا پچکا بنایا گیا ہے اور پچھے میں ن کامل چکر ہیں۔

ثابت کرو کہ رسی کا طول $= 2\pi + (1 + n)\pi$ انچ

اگر شکل سے رسی کا پچھا تعبیر ہو تا ہو تو نقطہ دار خط سے رسی کا طول تعبیر ہو سکتا ہے۔ لیکن یہ نصف دائروں کے ایک سلسلہ

پر مشتمل ہے یعنی



(۱) ۲ انچ قطر کا ایک نصف دائرہ

(۲) ۳ انچ قطر کا ایک نصف دائرہ

(۳) ۴ انچ قطر کا ایک نصف دائرہ

(۴) ۵ انچ قطر کا ایک نصف دائرہ

دیگر وغیرہ

اس لئے —

رسی کا طول $= \pi + 2\pi + 3\pi + \dots + (n+1)\pi + n\pi$ انچ

$$= \pi (1 + 2 + 3 + \dots + n + 1 + n)$$

$$= \pi \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

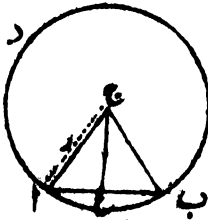
$$= \pi n (n+1) / 2$$

مسئلہ ۱۵

۷۱-

دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا نصف

قطر دیا ہوا ہو۔



فرض کرو کہ دائرہ A B د کے نصف قطر

ج) اکاناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔
 دائرہ ا ب د کا رقبہ ر کی رقوم میں در یافت کرنا مطلوب ہے۔
 فرض کر کہ دائرہ ا ب د کے اندر بی ہوئی ان اضلاع کی ایک تنظیم کثیر الاضلاع کا
 ایک ضلع ا ب ہے۔

دائرہ کے مرکز ج سے ا ب پر ج ج ع عمود نکالو اور ج ب کو ملاؤ۔
 تب
 کثیر الاضلاع کا رقبہ = $n \times \frac{a \times b \times c}{2}$ دفعہ ۲۴

$$= \frac{n \times a \times b}{2} \times c$$

$\frac{1}{4}$ = (کثیر الاضلاع کا احاطہ) اندرونی دائرہ کا نصف قطر
 لیکن بیسے جیسے کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے
 ویسے اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے قریب تر ہوتا جاتا ہے
 اور انتہا میں جب کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھادی جائے
 تو اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے برابر اور اس کا احاطہ دائرہ
 ا ب د کے محیط کے برابر اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر دائرہ ا ب د کے
 نصف قطر کے برابر ہو جائے گا۔
 اس لیے۔

دائرہ ا ب د کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times (\text{دائرہ ا ب د کا محیط}) \times (\text{دائرہ ا ب د کا نصف قطر})$
 لیکن دائرہ ا ب د کا محیط = $2\pi r$ طولی اکائیاں دفعہ ۶۹
 دائرہ ا ب د کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times 2\pi r \times r$ مربع اکائیاں
 $= \frac{1}{2} \pi r^2$ مربع اکائیاں

پس قاعدہ لا۔
 دائرہ کے نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو
 π سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب رقبہ میں متناظر مربع

۱۰ اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔
یا مختصراً۔

دائرہ کا رقبہ = π (نصف قطر)

(۱) $\pi = \frac{r^2}{2}$ (۱)

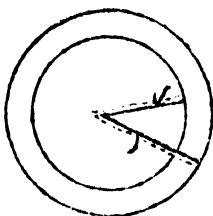
(۲) اسلئے $r = \frac{2\pi}{\pi}$ (۲)

۴۔ اگر ایک مستطیل حلقہ کے اندر دو فی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب r اور R ہیں تو ظاہر ہے کہ

حلقہ کا رقبہ = $(\pi R^2 - \pi r^2)$ مربع اکائیاں

= $\pi (R^2 - r^2)$ مربع اکائیاں

= $\pi (R + r)(R - r)$ مربع اکائیاں



۳۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک ایسے دائرہ کا رقبہ معلوم کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۶ فٹ ۳ انچ ہے
($\pi = \frac{22}{7}$)

دائرہ کا رقبہ = πr^2 مربع اکائیاں دہم ۱۰

یہاں $r = ۶ + ۱۲ \times \frac{۱}{۴} = ۳ + ۳ = ۶$

اور $\pi = \frac{22}{7}$

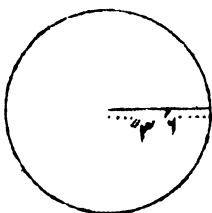
∴ دائرہ کا رقبہ $\frac{22}{7} \times (۶)^2$ مربع انچ

= $\frac{۱۲۳۶۰}{۷}$ مربع انچ

= $\frac{۱۷۶۸۰}{۷}$ مربع انچ

= ۱۲۲ مربع فٹ $\frac{۱۰}{۷}$ مربع انچ

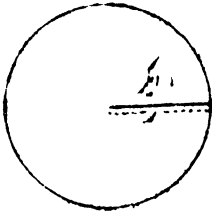
مثال ۲۔ قریب ترین فیٹ تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دیانٹ کہ جس کا رقبہ
(اگر $\pi = \frac{22}{7}$)



دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ اکائیاں دہوا ۷

یہاں ق = ۳۸۴۰ مربع گز

$$\text{اور } \frac{۲۲}{۷} = \pi$$



$$۸ \text{ دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۴ \times ۳۸۴۰}{۲۲}}$$

$$= \sqrt{۱۵۴۰} \text{ گز}$$

$$= ۳۹۵۳۴۲ \dots$$

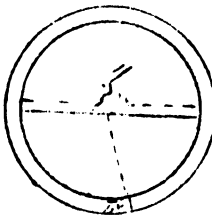
$$= ۳۹ \text{ گز } ۹ \text{ فٹ تقریباً}$$

مثال ۱۳ :- ۱۲۰ گز قطر والے دائری وضع کے ایک قطعہ زمین کے گرو ۳۱ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہے۔ راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ ($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = ۳ \times ۹۰ = ۱۸۰ \text{ فٹ}$$

$$\text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = (۱۲ + ۱۸۰)$$

$$۱۹۲ \text{ فٹ}$$



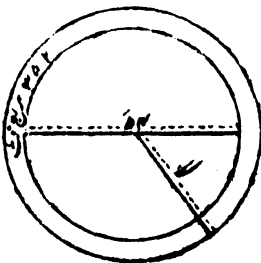
$$۵ \text{ راستہ کا رقبہ} = \pi (۱۸۰ - ۱۹۲) \times$$

$$(۱۸۰ + ۱۹۲) \text{ مربع فٹ } \dots \text{ دہوا } ۷۲$$

$$= \frac{۲۲}{۷} \times ۱۲ \times ۳۶۴ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۶۴۵۶ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱۸۲۸ \text{ مربع گز } ۴ \text{ مربع فٹ}$$



مثال ۱۴ :- ایک دائری وضع کی عمارت کا

اندرونی قطر ۵۴ فٹ ہے اور دیوار کا قاعدہ

۳۵۲ مربع فٹ جگہ گھیرے ہوئے ہے۔ دیوار

کی موٹائی معلوم کرو۔ ($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

فرض کرو ۱۸ فٹ = عمارت کا بیرونی نصف

تب دیوار کے قاعدے سے گھری ہوئی جگہ

$$\frac{۲۲}{۲} = \{ ۲(۲۷) - ۵ \} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

$$\therefore \frac{۲۲}{۲} = \{ ۲(۲۷) - ۵ \}$$

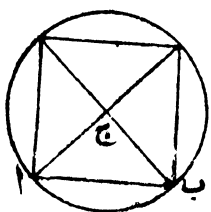
$$\therefore ۲(۲۷) + \frac{۷ \times ۳۵۲}{۲۲} = ۵$$

$$۸۳۱ =$$

$$\therefore ۲۹ = ۵$$

اس لئے دیوار کی موٹائی = ۲ فٹ

مثال ۵: ایک دائرہ کا رقبہ ۱۵۴ مربع انچ ہے: اس کے اندر بنے ہوئے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو ($\frac{۲۲}{۷} = ۳$)



دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۱۵۴}{۳}}$ انچ دفعہ ۱

$$\text{جہاں } ۱۵۴ =$$

$$\frac{۲۲}{۷} = ۳$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۷ \times ۱۵۴}{۲۲}}$$

$$۷ = \text{انچ}$$

اب ا ب ج ایک ایسا متساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ ہے جس میں ا ب ج

$$۷ = \text{انچ}$$

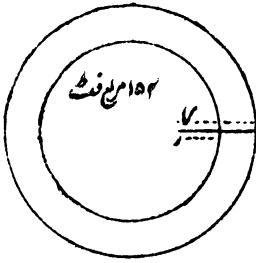
$$\therefore \text{ا ب} = ۲۲ \text{ انچ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

$$۷ \times ۲۱۳ =$$

$$۹۷۸۹ =$$

مثال ۶: دو ہم مرکز دائروں کے رقبے بالترتیب ۱۵۴ مربع انچ اور ۳۰۸ مربع انچ ہیں: حلقہ کی موٹائی دریافت کرو۔ ($\frac{۲۲}{۷} = ۳$)

بڑے دائرے کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۳۰۸}{۳}}$ انچ دفعہ ۱



جہاں $ق = 30.8$

$$\frac{22}{\pi} = \pi$$

$$\therefore \text{بڑے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{4 \times 30.8}{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 152}{\pi}}$$

$$= 27.4$$

$$\text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{4 \times 152}{\pi}}$$

یہاں $ق = 152$

$$\frac{22}{\pi} = \pi$$

$$\therefore \text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{4 \times 152}{\pi}}$$

$$= 27.4$$

$$\therefore \text{حلقہ کی موٹائی} = (27.4 - 27.4) = 0$$

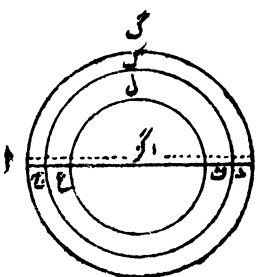
مثال :- اگر ۳ آدمی لکڑی کا قطر کا ایک ساں پتھر خریدیں تو بتاؤ کہ ہر شخص کتنے انچ قطر گھس کر خرچ کر سکتا ہے ؟

اگر ایک ب سنگ ساں کی ایک تراش

کو تعبیر کرتا ہو تو اس کا قطر ہوگا۔

دائرہ ایک ب کا رقبہ = π لا مربع اکائیوں

..... دفعہ ۱



$$\text{جہاں } ر = 18 = \frac{22}{\pi}$$

$\therefore$ دائرہ ایک ب کا رقبہ = $\pi (18)^2$ مربع انچ

$\therefore$ اس حصہ کا رقبہ جو ہر ایک آدمی کو گھسنا چاہیے = $\frac{1}{3} \pi (18)^2$ مربع انچ

$\therefore$ دائرہ ایک ب کا رقبہ = $\frac{1}{3} \pi (18)^2$ مربع انچ

یعنی $\frac{1}{3} \pi (18)^2 = 36\pi$ مربع انچ

$$ع ف = ۲۳۱۲ = اچ$$

$$۲۰۵۷۸۲۰۰۰ = اچ$$

پھر اندرونی حلقہ کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} (ج د - ع ف) = \frac{۱}{۲} (۲۳۱۲ - ۲۰۵۷۸۲) = ۱۱۸$ مربع اچ۔۔۔۔۔

$$\therefore \frac{۱}{۲} (ج د - ۲۳۱۲) = \frac{۱}{۲} (۲۳۱۲ - ۲۰۵۷۸۲) = ۱۱۸ \text{ مربع اچ}$$

$$\therefore ج د = ۸۶۴ \text{ مربع اچ}$$

$$\therefore ج د = ۸۶۴ = اچ$$

$$۲۹۵۳۹۳ = اچ$$

$$\text{اور } ج ع + ع ف = ج د - ع ف$$

$$\therefore ج ع + ع ف = ج د - ع ف \quad (۲۰۵۷۸۲ - ۲۹۵۳۹۳) = اچ$$

$$۸۵۶۰۹ = اچ تقریباً$$

نیز

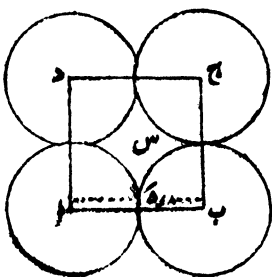
$$ل ج + د ب = ل ب - ج د$$

$$(۳۶ - ۲۹۵۳۹۳) = اچ$$

$$۹۵۶۰۹ = اچ تقریباً$$

پس ہر ایک آدمی بالترتیب تقریباً ۶۵۶۰۹ / ۸۵۶۰۹ = اچ اور ۲۰۵۷۸۲ / ۲۹۵۳۹۳ = اچ قطر گھسنے کا مقدار ہے۔

مثال :- ایک مربع کے چاروں کونوں کے گرد چار مساوی دائرے اس طرح



کھینچے گئے ہیں کہ ہر ایک بقیہ میں سے ۲ کوس کرتا ہے : دائروں کے محیطوں کی درمیانی جگہ کا رقبہ دریافت کر کے ہر ضلع کا پ ۸۵۶۰۹ فٹ ہو (۲۲ = ۲۲)

چونکہ مربع کا ہر ایک ضلع = ۸۵۶۰۹ فٹ
 ∴ ہر ایک دائرہ کا نصف قطر = ۲۲۹ فٹ

∴ ہر دائرہ کے ایک مربع کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \pi \times (۲۵۹)^2$ مربع فٹ دفعہ ۱۷
اب محیطوں سے گھری ہوئی جگہ میں کا رقبہ = مربع کا رقبہ - $\frac{1}{2} \times \pi \times$ کسی دائرہ کے
ایک مربع کا رقبہ

$$= (۵۵۸)^2 \text{ مربع فٹ} - \frac{1}{2} \times \pi \times (۲۵۹)^2 \text{ مربع فٹ} \dots\dots \text{دفعہ ۹}$$

$$= ۳۳۵۶۲ - \text{مربع فٹ} - ۲۶۵۴۳ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۷۰۱۸ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

امثلہ نمبری (۱۲)

محیط

دائروں کے محیط معلوم کرو جن کے قطر حسب ذیل ہیں :-

$$\begin{aligned} ۱ - ۲۱ \text{ انچ} & \quad ۲ - ۱۸ \text{ انچ} & ۳ - ۱۷ \text{ انچ} & ۴ - ۱۶ \text{ انچ} \\ ۵ - ۱۵ \text{ انچ} & ۶ - ۱۴ \text{ انچ} & ۷ - ۱۳ \text{ انچ} & ۸ - ۱۲ \text{ انچ} \end{aligned}$$

۹ - ۱۱ انچ ۱۰ - ۱۰ انچ ۱۱ - ۹ انچ ۱۲ - ۸ انچ

دائروں کے قطر دریافت کرو جن کے محیط حسب ذیل ہیں :-

$$۱ - ۸۸ \text{ انچ} \quad ۲ - ۸۷ \text{ انچ} \quad ۳ - ۸۶ \text{ انچ} \quad ۴ - ۸۵ \text{ انچ}$$

$$۵ - ۸۴ \text{ انچ} \quad ۶ - ۸۳ \text{ انچ} \quad ۷ - ۸۲ \text{ انچ} \quad ۸ - ۸۱ \text{ انچ}$$

۹ - ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۳۰ انچ ہے۔ بتاؤ ۲۱۰۰ گز میں گز کرنے کے لئے
اسے کتنی مسافت طے کرنا چاہیے ؟

۱۰ - ۱۲ انچ فی گز کے حساب سے ایک ایسے مستطیل قطعه نگاہ کی احاطہ بندی کی لاگت
معلوم کرو جس کا نصف قطر ۵۶ فٹ ہے۔

۱۱ - اس مربع کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا احاطہ ایک ایسے دائرہ کے محیط کے برابر
ہے جس کا قطر ۳۲ انچ ہے۔

۱۲ — بائیکل کو کس رفتار سے چلانا چاہیے تاکہ اُس کا پہیہ جس کا قطر ۲۸ انچ ہے ہر ۵ منٹ میں ۵۰ گز گزین کرے؟

۱۳ — ایک متدیر طلق کی دہانت معلوم کرو اگر اندرونی اور بیرونی محیطوں کے ناپ بالترتیب ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں۔

۱۴ — اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں حرکت کرتی رہے اھا اگر زمین آفتاب سے ۹۵ میل کے فاصلہ پر ہو تو معلوم کرو کہ نصف سال میں زمین نے کتنا فاصلہ طے کیا۔

۱۵ — کسی بائیکل کے ایک پہیہ کا قطر دوسرے پہیہ کے قطر سے بقدر ۲ انچ زیادہ ہے اور ایک میل کی مسافت طے کرنے میں معلوم ہوا کہ پہلے پہیہ نے دوسرے سے ۴۸ گز گزین کم کیں ہر ایک پہیہ کا قطر دریافت کرو

۱۶ — ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں ۲ دن ۶ گھنٹوں میں ان کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷ — ایک دائری میلو سے کی پٹریوں کی درمیانی مسافت ۵ فٹ ۶ انچ ہے بیرونی پہیوں میں سے ہر ایک ۱۰۰۰ گز گزین کرتا ہوا معلوم ہوا جبکہ اندرونی پہیوں میں سے ہر ایک ۹۹۹ گز گزین کرتا ہے۔ اندرونی پہیوں سے بننے والے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

رقبہ

$$\left(\frac{۲۲}{۷} = \pi\right)$$

دائرہ کے رقبہ دریافت کرو جن کے نصف قطر حسب ذیل ہیں۔

- ۱۸ — ۱۲ گز — ۱۹ — $۱۰\frac{۱}{۲}$ انچ — ۲۰ — ۲ فٹ ۲ انچ — ۲۱ — ۹ گز
۲۲ — ۲ گز، ۲ انچ — ۲۳ — ۴ زبیر، ۲ کڑی — ۲۴ — ۲ پول ۲ گز
۲۵ — ۳ زبیر، ۲ کڑی

دائرہ کے نصف قطر دریافت کرو جن کے رقبہ حسب ذیل ہیں۔

۲۶ — ۱۵۴ مربع گز — ۲۷ — ۲۶۲ مربع انچ — ۲۸ — ۱۰ مربع فٹ — ۱۰ مربع انچ

۲۹ — ۱۵۴ مربع انچ

۳۰ — ۱۵۰ روپیہ فی ایکڑ کے حساب سے ایک دائرہ نما میدان کا کرایہ ۴۲۰ روپیہ ہے
بتاؤ کہ اس کا قطر کتنے زنجیر ہے ؟

۳۱ — دھات کے ایک سکہ ٹکڑے کی قیمت ۷ روپے اور اس کا نصف قطر ۱ فٹ
۹ انچ ہے اس کی قیمت فی مربع انچ کیا ہے ؟

۳۲ — ایک دائری میدان کا قطر ۹ فٹ ہے۔ ۱۲ آنے مربع گز کے حساب سے
اس میں گھاس لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۳۳ — ۱۵ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے دائرہ نما میدان کا کرایہ دریافت کرو
جس کے قطر کا پ ۴۰۸ گز ہے۔

۳۴ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ فٹ ہے : دوسرے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر
دریافت کریں کہ رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کا ایک تہائی ہے

۳۵ — دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کا محیط ایک میل ہے۔

۳۶ — ۶ آنے فی مربع گز کے حساب سے قریب ترین آنے تک ایک ایسے دائری
وضع کے قطعہ گھاس کے گروہم فٹ مستقل عرض کا راستہ بنوانے کی اجرت معلوم
کرو جس کا قطر ۴۲ فٹ ہے۔

۳۷ — ایک علاقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب ۲۴ اور ۲۵ فٹ ہیں :
اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۸ — ایک علاقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۲۱ انچ ہے : اندرونی دائرہ کا نصف قطر
دریافت کرو اگر علاقہ کا رقبہ ۲۶ مربع انچ ہے۔

۳۹ — ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے۔

۴۰ — جس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ وہی ہے جو ایک ایسے مستطیل
کا رقبہ ہے جس کے ابعاد ۳۲ فٹ و ۶ فٹ ہیں۔

۴۱ — اس مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ وہی ہے جو ایک
ایسے دائرہ کا رقبہ ہے جس کا نصف قطر ۷ فٹ ہے۔

۴۲ — ایک مربع کا ضلع ۴۲ لچ ہے؛ مربع اور اس کے اندر وہی دائرہ کی درمیانی فضا کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۳ — ایک ایسی رسی کا طول دریافت کرو جس سے ایک گھوڑا اس طرح باز رہا گیا ہو کہ وہ ۲۲۰۰ مربع گز رقبہ پر گھاس کھا سکے۔

۴۴ — ایک دائرہ کا محیط ایک مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کے برابر ہے؛ ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۴۵ — ایک دائرہ کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے مساوی ہے؛ ان کے احاطہ کا مقابلہ کرو۔

سوالات امتحانات

۶ جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ ہو ۲۱ = ۲۲ فرض کیا جائے

۱۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ دائرہ کا محیط اُس کے قطر کا $\frac{3}{2}$ گنا ہوتا ہے تو ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۳۸۶ مربع فٹ ہے۔

(جامعۃ الہ آباد میٹریکیولیشن)

۲۔ ۴۰ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ بنا گھاس کا قطعہ مستقل چڑھائی کے راستہ سے گھرا ہوا ہے؛ راستہ کا عرض دریافت کرو اگر گھاس کا رقبہ راستہ کے رقبہ کے مساوی ہو۔

(جامعۃ الہ آباد میٹریکیولیشن)

۳۔ ایک دائرہ کے رقبہ میں سے دوسرے دائرہ کا رقبہ تقریبی کرنے کے عمل کے بغیر کسی اور طریقہ سے ایک ایسے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ جس کے بیرونی اور اندرونی نصف قطر بالترتیب ۳ گز اور ۵ فٹ ہیں۔

(جامعۃ پنجاب : میٹریکیولیشن)

۴۔ اعتباریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو ایک ایک رقبہ کو احاطہ کر سکتا ہے۔ (ایضاً)

۵ — ۳ شلنگ ۴ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۸۰ فٹ قطر کے ایک دائری صحن میں اس طرح پتھر بچھوانے کی اجرت دریافت کرو کہ اس کے وسط میں اگر ضلع کے مساوی وضع کے حوض کے لئے جگہ چھوٹ جائے۔
(جامعہ پنجاب : میٹری کیولیشن) (۳۱۴ = ۳۱۴)

۶ — ایک مستطیلی میدان کا رقبہ ۳۵ ایکڑ اور طول اس کے عرض کا دو چندان ہے : اس کے ضلعوں کے طول تقریباً دریافت کرو۔ (ایضاً)
اگر ایک ٹوٹاؤں میدان کے بڑے ضلعوں میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ پر بانڈھا جائے تو اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح طور پر رسی کا طول گزروں میں دریافت کرو تاکہ وہ نصف میدان پر چر سکے (۳۱۴ = ۳۱۴) (ایضاً)
(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۷ — ایک دائرہ کا رقبہ ۳۸۵ ایکڑ ہے : اس کا محیط دریافت کرو۔

۸ — دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۶ اور ۸ فٹ ہیں : ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۹ — یہ فرض کر کے کہ دائرہ کا محیط اس کے قطر کا ۳۱۴/۷ گنا ہوتا ہے ایک ایکڑ دائرہ کا نصف قطر اعشاریہ کے چار مقامات تک دریافت کرو جس کا محیط ۲ فٹ ۸ انچ اور ۶۰ گز ہے۔

۱۰ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۴۲ فٹ اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر اس کا نصف ہے۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱ — ایک دائرہ کا رقبہ ۵۰ مربع گز ہے : نصف قطر دریافت کرو۔

۱۲ — ایک مستطیلہ قطعہ گھانسن کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰ گز اور اندرونی محیط ۳۰ گز ہے : سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)

۱۳ — ایک دائرہ کا محیط ۱۰۰ فٹ ہے : اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ محیط اور قطر کا تناسب ۳۱۴ : ۷۱ ہے (جواب

اعتباریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے۔

۱۴۔ ایک دہریہ گاڑی جس کے محور کا طول ۳ فٹ ہے ایک دائرہ کے گرد چلائی جاتی ہے۔ بیرونی پہیہ اندرونی پہیہ کی ہر ایک گردش کے لئے ڈیڑھ گردش کرتا ہے۔ ہر ایک پہیہ ۳ فٹ بلند ہے؛ بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط کیا ہوگا؟

۱۵۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس پر سے قطر اچل کر ایک آدمی معلوم کرتا ہے کہ اس طرح چلنے میں اس وقفہ سے ۴۵ سکند کم صرف ہوتے ہیں جو باہر کے رخ گول راستہ اختیار کرنے میں صرف ہوتا؛ اگر وہ آدمی ۸۰ گز فی منٹ چلتا ہو تو قطعہ گھاس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکول: آخری امتحان صوبائی سطح)

۱۶۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۳۴۰ فٹ ہے؛ دائرہ کے اندرونی مربع اور مربع کے اندرونی دائرہ کے رقبوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷۔ ایک فٹ نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس بنایا گیا ہے؛ سدس اور دائرہ کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸۔ ایک دائرہ کے محیط اور قطر کا فرق ۶۰ فٹ ہے؛ نصف قطر معلوم کرو۔
(ڈرہکی انجینیر: داخلہ)

۱۹۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس کے گرد ب فٹ عرض کا راستہ بنایا گیا ہے؛

اگر اس دائرہ کا نصف قطر جس میں راستہ بھی شامل ہے ۸ فٹ ہو تو ۱ اور ب کا درمیانی ربط معلوم کرو اگر گھاس اور راستہ کے رقبے مساوی ہوں۔

۲۰۔ شکل منحرف کی واضح کے ایک باغ کے متوازی اضلاع ۱۰۰۰ اور

۹۰۰ گز اور اس کا ارتفاع ۸۰۰ گز ہے۔ باغ کے وسط میں ایک ایسا ناقص بنا

عرض ہے جس کے محور بالترتیب ۳۰۰ اور ۴۰۰ گز ہیں؛ بتاؤ کہ کتنے مربع پل

رقبہ پر باغ لگایا جاسکتا ہے؟ (نوٹ۔ ناقص کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ا} \times \text{ا}$)

ب اس کے نصف محور ہے) (۳۱۶۱ = ۳۱۶۱)۔

۲۱۔ ایک دائرہ نما قطعہ گھاس کے اندر جس کا قطر ۴۰ گز ہے ۱ فٹ عرض

کا راستہ بنا ہوا ہے جو اُس کے گرد کنارہ سے اگز کے فاصلہ پر ہے: ۴ پنس فی مربع گز کے حساب سے قطعہ گھاس پر پتہ لگانے کی اجرت کیا ہوگی؟
 ۲۲ — چھ تاروں کو ایک درمیانی تار کے گرد پیٹ کر ایک طناب بنایا گیا ہے ہر ایک تار کا قطر ایک انچ کا آٹھواں حصہ ہے۔ درمیانی تار سیدھا ہے اور بقیہ تار ۸ انچ میں ایک پیٹ کھاتے ہیں ایک گز لمبا طناب بنانے کے لئے مطلوبہ تار کا طول معلوم کرو۔

۲۳ — ۲۴ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا ہے جو ۲۴ کال حلقوں پر مشتمل ہے: رسی کا طول کیا ہے؟

۲۴ — دو ہم مرکز دائروں کے محیط ۳۲ ۸ ۶۲ ۵ اور ۶۹ ۹۲ ۵ ۳۷ فٹ ہیں: دائروں کا درمیانی رقبہ دریافت کرو۔ (۳۵۱۴۱۶ = ۲)

۲۵ — ۲ ٹلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۳۰ فٹ قطر کے مستدیر اجلاس پر پتھر بچوانے میں کیا اخراجات ہونگے اس طرح کہ وسط میں ۳ ۱/۲ فٹ ضلع کی مسدس بنا جگہ چھوٹ جائے؟

۲۶ — دو شخص ۱ اور ۲ ب اگز قطر کا ایک سان ۱۵ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے اول الذکر ۸ روپے اور ثانی الذکر ۷ روپے ادا کرتا ہے: اب اگر یہ مندرض کیا جائے کہ اُس کے محور کے شعورخ کا قطر ۱ فٹ ہے تو بتاؤ کہ سان کو ب کے پاس بچوانے سے قبل ۱ کتنے انچ نصف قطر ریس کر صرف کر سکتا ہے؟

۲۷ — ذیل کے مسئلہ کو ثابت کرو: دو ہم مرکز دائروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ ایک ایسے دائرہ کے رقبہ کے برابر ہوتا ہے جس کا قطر بیرونی دائرہ کے ایسے وتر کے برابر ہوتا ہے جو اندرونی دائرہ کا مماس ہو۔

۲۸ — ایک مرتبہ گاڑی کو ایک حلقہ کے گرد چلائے وقت یہ دیکھا گیا کہ اندرونی پہیہ کی ۱۱ گرد خیش جتنی دیر میں ہوتی ہیں بیرونی پہیہ کی ۱۳ گرد خیش ہوتی ہیں دونوں پہیہ ایک دوسرے سے ۴ فٹ ۱۰ ۱/۲ انچ کے فاصلہ پر ہیں پہیوں کا قطر اور اندرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا قطر

دریافت کرو۔

۲۹۔ ایک کمرہ کی ایک سرحد کا عرض ۲۴ فٹ بلندی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں ۹ فٹ قطر کا ایک مستدیر دریچہ ہے جس کا مرکز فرش سے ۸ فٹ بلند ہے : ۱۸ اینچ عرض کے کاغذ کا طول دریافت کرو جو اس کو ڈھانکنے کے لئے درکار ہو گا۔

۳۰۔ اگر زمین کو کوڑی فرض کیا جائے اور اُس کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہو اور حیدر آباد اور پورنا کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۲۰۰ میل ہو۔ بتاؤ کہ ان میں سے کسی ایک مقام پر کسی شخص کو انتصاباً کتنی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ دوسرا مقام نظر آ سکے۔ (۳۱ = ۱۴۱۶/۳)

(ڈزکی اپوسب آرڈینینٹ : داخلہ)

۳۱۔ ۷ گز قطر کے ایک قطعہ گھاس کے گرد کنارے سے ۱۵ گز کے فاصلہ پر ۵ گز عرض کا راستہ بنا ہوا ہے : بتاؤ کہ ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے اس پر تپہ لگوانے میں کیا اخراجات ہونگے۔

۳۲۔ دو آدمی ۱ اور ب ۳۰ اینچ قطر کی ایک سان ۱۲ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے ۱ روپے ادا کرتا ہے اور ب ۵ روپے یہ فرض کر کے کہ عین وسطی ۱۰ اینچ قطر بیکار ہیں تو بتاؤ کہ ب کے پاس سان بھجوانے کے قبل اکتنے اینچ نصف قطر گھاس کو صرف کر سکتا ہے ؟

۳۳۔ ایک مستدیر جھاڑی کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵ فٹ اور اندرونی محیط ۴۲۰ فٹ ہے سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۴۔ ایک مربع کا رقبہ ۵۴۹۹۰۲۵ مربع فٹ ہے۔ اس کے اندرونی بڑے سے بڑے دائرہ کا رقبہ کیا ہو گا ؟ اُس کے محیط کا طول بھی دریافت کرو۔
۳۵۔ اُس ۴ فٹ عرض کے راستہ کا رقبہ دریافت کرو جو ۵۵ فٹ قطر کے مستدیر قطعہ کے گرد بنا ہوا ہے۔

۳۶۔ ٹمڑاں سیڑھیوں کا قطر ۵ فٹ ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۴۵ فٹ کتھرا سے ۱/۳ گروہیں بنتی ہیں : اُس کا طول مطلوب ہے۔

۳۷۔ ۱۰ اینچ مربع مقوہ کے ٹکڑے میں سے چار مساوی اور بڑے سے بڑے دائرے کاٹنے میں کتنے مربع اینچ مقوہ ضائع ہونا ضروری ہے؟
($361 \frac{1}{4} = 19$)۔

(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۸۔ ایک دائری عمارت کا اندرونی قطر ۹۸ فٹ ۱۰ اینچ اور دیوار کی دہانت ۲۲ اینچ ہے: بتاؤ کہ دیوار کا قاعدہ کتنے مربع فٹ زمین کو گھیرے ہوئے ہے۔

(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ) ($351 \frac{1}{4} = 11$)

۳۹۔ اگر ایک دائرہ کا محیط اور ایک مثلث کا احاطہ مساوی ہوں تو دائرہ کا قیہ مثلث کے رقبہ سے زیادہ ہوتا ہے: مثلث کے اضلاع ۱۰، ۹ اور ۷ فٹ کے کر مسئلہ بالائی تصدیق کرو۔
(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۰۔ ایک دائرہ مانا کٹھکڈا نامعلوم ہے: اس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کی مدد سے کٹھنہ کا محیط کھینچا جائے تاکہ وہ ٹھیک نصف ایکڑ رقبہ گھیرے۔

(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۱۔ ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۲ اینچ ہے: طے کارقبہ ۱۰ مربع اینچ ہے: بیرونی سرحد کا نصف قطر دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینیر فائینل)

۴۲۔ ایک گھٹنم (gig) کو کسی دائری میدان کے گرد چلاتے وقت یہ دیکھا گیا کہ وہ پہرے جو گھٹنم کے قریب تر تھا اتنی ہی دیر میں دو گروٹیں کرتا ہے جتنی مدت میں کہ دوسرے پہرے کی عین گروٹیں ہوتی ہیں: میدان کا رقبہ دریافت کرو اگر پہیوں کے درمیان ۵ فٹ کا فاصلہ ہے۔ جواب مربع فٹ میں دیا جائے۔ ($3159 \frac{1}{4} = 11$) (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۳۔ ۲ میل نصف قطر کے دائرہ میں ایک ریل گاڑی حرکت کرتی ہے: اگر پٹریوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ۶ اینچ ہو اور ریل گاڑی کا دور ۴۰ منٹ میں ختم ہوتا ہو تب بتاؤ کہ بیرونی پٹری اندرونی پٹریوں سے کتنے میل فی گھنٹہ تیز حرکت کرتے ہیں؟

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۴ — مخروطوں سیڑھیوں کے حلقہ کا قطر ۷ فٹ ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۳۶ فٹ ہے اور کٹھن سے تین گردشیں بنتی ہیں : اس کا طول مطلوب ہے۔ (رڈ کی انجینیئر : فائینل)

۴۵ — ایک دائری قطعہ زمین کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے ۴۴ گز زیادہ ہے : سڑک کا عرض دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۶ — ایک گھوڑا ایک زنجیر سے باندھا گیا جو ایک ایسے حلقہ سے ملحق ہے جو ایک مثلث نما سلاخ پر پھسل سکتا ہے : مثلث کے باہر کا وہ رقبہ دریافت کرو جس پر وہ گھوڑا چر سکتا ہے۔ اگر مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۰ ، ۴۰ ، اور ۵۰ فٹ اور زنجیر کا طول ۱۵ گز ہو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۷ — اگر ۱۰ فٹ محیط کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس بنایا جائے تو انکے درمیان گہری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۸ — ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر فٹ میں اعدادیہ کے عین مقامات تک دریافت کرو جبکہ رقبہ ۲ فٹ ضلع کے منظم سدس کے برابر ہے (۱۱ = ۱۴۱۶/۳۷۷) (سینڈ ہرسٹ)

۴۹ — ایک چورس سطح پر ۱۰۵ پیسے اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ان کے کناروں میں تماس ہوتا ہے اور یہ مساوی الاضلاع مثلثی فریم سے خلیک ٹھیک گھیرے جاسکتے ہیں۔ اگر ایک پیسہ کا قطر ۱ انچ ہو تو ثابت کرو کہ مثلث کا ضلع (۱۳ + ۴۴) انچ ہونا چاہیے۔ نیز اس کا رقبہ تقریباً معلوم کرو۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۰ — — — ۱۴۱۶/۳۷۷ فرض کر کے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اور محیط دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۹۳۰۴ و ۵ مربع فٹ ہے۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۱ — ۹ انچ قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں اور نقطہ تماس کو مرکز مان کر ۹ انچ نصف قطر کا ایک تیسرا دائرہ کھینچا گیا : تینوں دائروں سے گہری ہوئی دو جگہوں میں سے کسی ایک جگہ کے اندر وہ

دائرہ کا نصف قطر اور رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۵۲۔ کسی دائری راستہ کے بیرونی اور اندرونی کناروں کے گرد مستقل شرح سے جانے میں ایک سائیکل سوار کا جو وقت صرف ہوتا ہے اس میں ۲۲:۲۳ کی نسبت ہے اور راستہ کا عرض ۱۵ فٹ ہے: اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس سے کہ راستہ کا اندرونی کنارہ بنتا ہے۔ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

۵۳۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منتظم سدس اور سدس کے اندر ایک دوسرا دائرہ بنائے گئے ہیں: اعشاریہ کے چار مقامات تک صحیح دونوں دائروں کے درمیان گھرے ہوئے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۳۱۵۹ = ۲۲۔

۵۴۔ مساوی رقبہ کے ایک دائرہ اور ایک سدس کے محیطوں کا تناسب چار اعداد تک دریافت کرو۔ ۳۱۵۹ = ۲۲ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

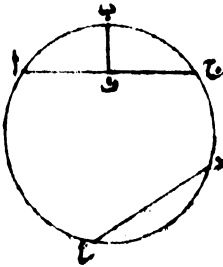
باب سیم

دائرہ :- وتر اور قوس

۳۷ — دائرہ کا وتر وہ خطِ مستقیم ہے جو اُس کے محیط پر کے کوئی سے دو نقاط کو ملاتا ہے۔

دائرہ کا قوس اُس کے محیط کا ایک حصہ ہے۔
کسی قوس کے انتہائی نقاط تھے ملائے والے خطِ مستقیم کو قوس کا وتر کہتے ہیں۔

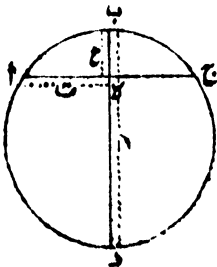
قوس کے وسطی نقطہ سے اُس کے وتر پر کے عمود کو قوس کا ارتفاع کہتے ہیں۔



پس دائرہ ا ب ج د ع میں ع د
ایک وتر ہے، ا ب ج ایک قوس، ا ج
قوس ا ب ج کا وتر اور ب ف
قوس ا ب ج کا ارتفاع ہے۔

مسئلہ ۱۶

۷۵ — دائرہ کے قوس کے وتر کا طول
معلوم کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر
دیئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج، دائرہ ا ب ج کا ایک قوس ہے۔

نیز فرض کرو کہ قوس کے ارتفاع ب ۴ اور اُس کے قطرب د کے
 ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ع اور ر ہیں۔
 مطلوب یہ ہے کہ قوس کا وتر ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
 ب ۴ اور ۴ د سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

$$= ۴ د اور ۴ ج سے بننے والے مستطیل کا رقبہ$$

(آٹھویں مقالہ سوم شکل ۳۵)

لیکن ب ۴ اور ۴ د سے بننے والے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ع (ر-ع)
 متناظر مربع اکائیاں ہے د ۴
 ∴ مستطیل ۴ د = ج = ع (ر-ع) مربع اکائیاں

یعنی —

$$۱) \text{ پر کا مربع} = ع (ر-ع) \text{ مربع اکائیاں [کیونکہ } ۴ د = ۴ ج]$$

$$۲) ۴ د = ۴ ج = ع (ر-ع) \text{ خطی اکائیاں د ۴}$$

$$۳) ۴ د = ۴ ج = ع (ر-ع) \text{ " "}$$

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس تعداد اور دائرہ
 کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے فرق سے ضرب دو۔ تب
 حاصل ضرب کے جذر المربع کے دو چند سے قوس کے وتر میں اُن ہی طولی اکائیوں
 کی تعداد حاصل ہوگی۔
 یا اختصاراً

$$\text{قوس کا وتر} = ۲ \sqrt{\text{ارتفاع} \times (\text{قطر} - \text{ارتفاع})}$$

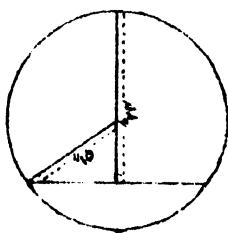
$$۲) \text{ ت} = ۲ \sqrt{ع (ر-ع)} \text{ (۱)}$$

$$\text{اس لئے } ر = ع + \frac{\text{ت}^2}{۴} \text{ (۲)}$$

$$\text{اور } ع = \frac{ر^2 - \frac{\text{ت}^2}{۴}}{۲} \text{ (۳)}$$

توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ ایک ایسے قوس کا وتر دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے اور جس دائرہ کے محیط کا یہ حصہ ہے اُس کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔



قوس کا وتر = $2 \times 24 \times \left(\frac{1}{2} - \cos 45^\circ \right)$ دہنہ

یہاں $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ انچ ۳۰ =

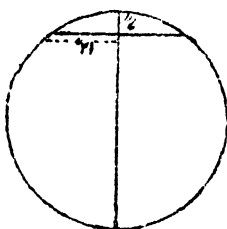
∴ قوس کا وتر = $2 \times 24 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$$= 2 \times 24 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= 2 \times 24 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= 2 \times 24 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۴ انچ اور اُس کا وتر ۴۲ انچ ہے : دائرہ کا قطر دریافت کرو۔



دائرہ کا قطر = $\left(\frac{42^2}{4} + 4^2 \right)^{1/2}$ دہنہ ۴۵

یہاں $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ت ۲۱ =

∴ دائرہ کا قطر = $\left(\frac{42^2}{4} + 4^2 \right)^{1/2}$

$$= 40 \text{ انچ}$$

مثال ۳:۔ ۲۵ انچ قطر کے دائرہ کے ایک قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے : اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

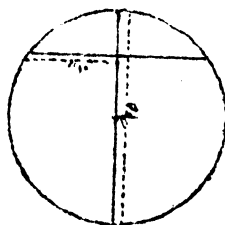
قوس کا ارتفاع = $\frac{25^2 - 20^2}{2 \times 25}$ دہنہ ۱۵

یہاں $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ اور ت ۱۰ =

∴ قوس کا ارتفاع = $\frac{(25^2 - 20^2)}{2 \times 25}$ انچ

$$= \frac{25^2 - 20^2}{2 \times 25}$$

$$= \frac{15^2 - 25^2}{2}$$



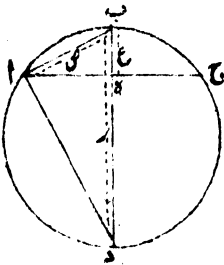
= ۲۰ انچ یا ۵ انچ

ظاہر ہے کہ یہ دونوں جوابات اس قوس کو تعبیر کرتے ہیں جن میں کہ دائرہ کا محیط وتر سے منقسم ہوتا ہے۔

مسئلہ (۱۷)

۷۷۔ دائرہ کی نصف قوس کا وتر دریافت کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے اور قوس کے ارتفاع ب کا اور دائرہ کے قطر ب د کے ناپ ایک ہی طویل اکائی کے لحاظ سے بالقریب ۷ اور ۷ ہیں۔



مطلوب یہ ہے کہ نصف قوس کا وتر ۷ اور ۷ کی رقوم میں دریافت کیا جائے ا ب اور ا د کو ملائے۔

ثلاثت ا ب کا اور ا ب د متشابه ہیں۔

(اقلیدس مقالہ ۳ شکل ۳ اور مقالہ ۴ شکل ۳)

∴ د ب : ا ب = ا ب : ب کا دفعہ ۶۴

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = د ب اور ب کا سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

..... اقلیدس مقالہ ۳ شکل ۳

لیکن د ب اور ب کا سے بننے والے مستطیل کا رقبہ = ر × ع تناظر

مربع اکائیوں دفعہ ۸

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = ر ع مربع اکائیاں

∴ ا ب = مربع طویل اکائیاں دفعہ ۹

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو دائرہ کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب اُس حاصل ضرب کا جذر المربع اُسی طولی اکائی میں نصف قوس کے وتر کے طول کو تعبیر کرے گا۔
یا اختصاراً۔

نصف قوس کا وتر = $\sqrt{2}$ دائرہ کا قطر $\times$ قوس کا ارتفاع

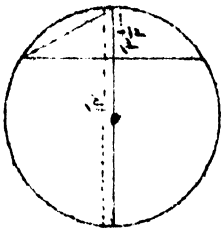
(۱) $\sqrt{2} = \text{ص}$

(۲) $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}} = \text{اس لئے ر}$

(۳) $\frac{\text{ص}^2}{\text{ر}} = \text{ع اور}$

توضیحی مثالیں

۸۔ مثال ۱:۔ ایک قوس کا ارتفاع $\frac{1}{4}$ فٹ اور دائرہ کا قطر ۱۴ فٹ ہے:



نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔

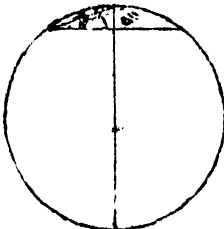
نصف قوس کا وتر = $\sqrt{2} = \text{ص}$ فٹ۔۔۔ دفعہ ۱

یہاں $\text{ر} = ۱۴$ فٹ اور $\text{ع} = \frac{1}{4}$ فٹ

$\therefore$ نصف قوس کا وتر = $\sqrt{2} \times ۱۴ \times \frac{1}{4}$ فٹ

$\sqrt{2} = \text{ص}$

$\text{ع} = \frac{1}{4}$ فٹ



مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۵ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۱۴ فٹ ۳ اینچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

دائرہ کا قطر = $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}}$ طولی اکائیاں۔۔۔ دفعہ ۲

یہاں ص = ۱۵ اینچ

اور ح = ۵ اینچ

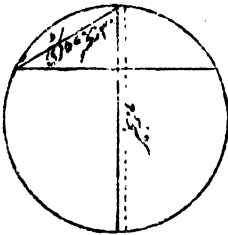
$$\therefore \text{دائرہ کا قطر} = \frac{۱۵ \times ۱۵}{۵} \text{ اینچ}$$

$$= ۴۵ \text{ اینچ}$$

$$= ۳ \text{ فٹ } ۹ \text{ اینچ}$$

مثال ۱۳ :- دائرہ کی قوس کا ارتفاع دریافت کرو جبکہ نصف قوس کا وتر ۳ زنجیر ۵ کڑی اور دائرہ کا قطر ۷ زنجیر ہے۔

قوس کا ارتفاع = $\frac{\text{قوس کی طولی اکائیاں}}{۲}$ دفعہ ۷



یہاں ص = ۳۵۵۷ زنجیر

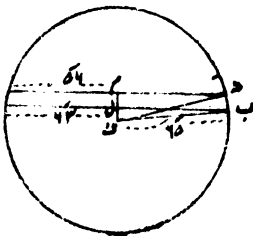
ر = ۷ زنجیر

$$\therefore \text{قوس کا ارتفاع} = \frac{۳۵۵۷ \times ۳۵۵۷}{۷}$$

$$= ۳۵۵۷ \times ۵۱ \text{ زنجیر}$$

$$= ۱۵۸۲۰۷ \text{ زنجیر}$$

مثال ۱۴ :- ۶۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں مرکز کے ایک ہی طرف دو وتر کھینچ گئے ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۲۶ فٹ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ ان کا درمیانی فاصلہ دریافت کرو۔



ل م = متوازی وتروں کا درمیانی فاصلہ
ن م - ن ل =

$$= \sqrt{۶۵^2 - ۱۲^2} - \sqrt{۶۵^2 - ۱۲۶^2}$$

... دفعہ ۱۶

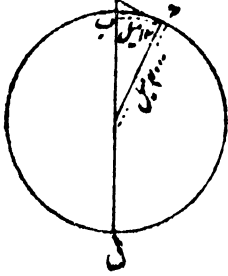
$$= \sqrt{۶۵^2 - ۱۲۶^2} - \sqrt{۶۵^2 - ۱۲^2}$$

$$= (۶۵ - ۳۳) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۴ \text{ فٹ}$$

مثال ۱۵ :- اگر زمین کا نصف قطر ۳۰۰ میل فرض کیا جائے تو تقریباً معلوم کرو کہ ایک

شخص کو زمین کی سطح سے کتنے فٹ کی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ وہ سطح زمین پر کے ایک ایسے جسم کو ٹھیک دیکھ سکے جو اس سے ۱۲ میل کے فاصلہ پر ہے۔
وہ شخص جو مقام ب پر مقیم ہے اگر یہ چاہے کہ مقام د پر رکھے ہوئے جسم کو دیکھ سکے تو اس کو ۸ تک چڑھنا پڑے گا۔



$$اد^2 = ا ب \times ا ب \dots \text{قلیدس مقدار معلوم کل } ۳۶$$

$$= (ا ب + ب ا) \times ا ب$$

اب ۱۲ کو قوس ب د کے سادی لے سکتے ہیں جو

۱۲ میل ہے اور اگر اس سے ۸ ب میں کے فٹوں کی تعداد ظاہر ہو تو $\frac{ع}{۵۲۸۰}$ سے سیلوں کی تعداد ظاہر ہوگی۔

اس طرح

$$\frac{ع}{۵۲۸۰} \times (۸۰۰۰ + \frac{ع}{۵۲۸۰}) = ۱۲$$

$$\frac{ع \times ۸۰۰۰}{۵۲۸۰} + \left(\frac{ع}{۵۲۸۰}\right)^2 =$$

لیکن ۵۲۸۰ کے مقابل میں $\frac{ع}{۵۲۸۰}$ ایک قلیل مقدار ہے اس لئے $\frac{ع}{۵۲۸۰}$ ایک چھوٹی کسر ہے۔ اور اس بنا پر $\left(\frac{ع}{۵۲۸۰}\right)^2$ اور بھی چھوٹی کسر ہونے کی وجہ سے نظر انداز کر دی جاسکتی ہے۔
اس لئے —

$$\frac{ع \times ۸۰۰۰}{۵۲۸۰} \approx ۱۲$$

$$ع \approx \frac{۵۲۸۰ \times ۱۲}{۸۰۰۰}$$

$$= ۹۵۵.۴ \text{ تقریباً}$$

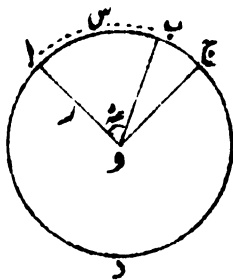
اس طرح —

مطلوبہ بلندی = ۹۵۵.۴ فٹ

نوٹ: ع جب ۵۲۸۰ کے مقابل میں چھوٹا ہوتا ہے تو ہی ہم کسر $\left(\frac{ع}{۵۲۸۰}\right)^2$ کو نظر انداز کر سکتے ہیں۔

مسئلہ (۱۸)

۷۹۔ دائرہ کے قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ اب دائرہ اب ج د کا ایک قوس ہے اور دائرہ اب ج د کے نصف قطر و ا کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔ و ب کو ملاؤ اور فرض کرو کہ قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ اب ج کی مقدار ۹۰ ہے

مطلوب یہ ہے کہ قوس کا طول ر اور ۹۰ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
۱۰ پر و ج علی القوائم کیجیو۔

کسی دائرہ کی قوسیں اُن زاویوں کے متناسب ہوتی ہیں جو اُن کے محاذی مرکز پر بنتے ہیں..... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳ (۳۳)

∴ دائرہ اب ج د میں

قوس اب : قوس اب ج = > اوج : اوج

لیکن زاویہ اوج = ۹۰

اور قوس اب ج محیط کا چوتھا حصہ ہے

∴ قوس اب : $\frac{\text{دائرہ کا محیط}}{۴} = > اوج : ۹۰$

یعنی قوس اب : $\frac{\pi r}{۲} = ۹۰ : ۹۰$ دفعہ ۶۹

∴ قوس اب = $\frac{\pi r}{۲} \times \frac{۹۰}{۹۰}$ ر خطی اکائیاں

پس قاعدہ —

دائرہ کے محیط کے طول کو $\frac{\pi r}{۲}$ سے ضرب دیا جائے تو قوس کا طول

حاصل ہوتا ہے۔ جہاں θ قوس کا مرکزی زاویہ ہے۔
یا اختصاراً۔

$$\text{قوس کا طول} = \frac{\text{قوس کا مرکزی زلویہ}}{360} \times \text{دائرہ کا محیط}$$

$$\text{س} = \frac{360}{2\pi r} \times 22 \times 7 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{اس لیے} \quad \theta = 360 \times \frac{3}{22r} \dots\dots\dots (2)$$

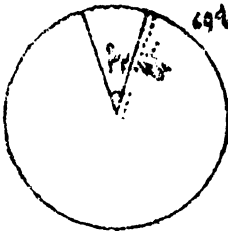
$$\text{اور} \quad r = \frac{180}{\theta} \times \frac{3}{\pi} \dots\dots\dots (3)$$

توضیحی مثالیں

۸۰۔

مثال ۷۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ انچ ہے: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر 32° کا زاویہ بنتا ہے۔ ($\frac{22}{7} = \pi$)

$$\text{قوس کا طول} = \frac{360}{2\pi r} \times 22 \times 7 \times \dots\dots\dots \text{دفعہ ۷۹}$$



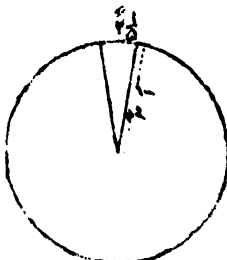
$$\text{یہاں } r = 100 \text{ انچ } \theta = 32^\circ \text{ اور } \pi = \frac{22}{7}$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{360}{2\pi r} \times \frac{22}{7} \times 100 \times 22 \times 7 \text{ انچ}$$

$$= \frac{35200}{7} \text{ انچ}$$

$$= \frac{5500}{7} \text{ انچ}$$

مثال ۷۲: ایک دائرہ کا نصف قطر ۳۰ انچ ہے: $\frac{1}{6}$ انچ طول کے قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔ ($\frac{22}{7} = \pi$)



$$\text{مرکزی زاویہ} = \frac{360}{2\pi r} \times \frac{1}{6} \times 22 \times 7 \dots\dots\dots \text{دفعہ ۷۹}$$

$$\text{یہاں } s = \frac{1}{6} \text{ انچ } r = 30 \text{ اور } \pi = \frac{22}{7}$$

$$\therefore \text{مرکزی زاویہ} = \frac{1}{6} \times \frac{360}{2\pi r} \times 22 \times 7 \times 30$$

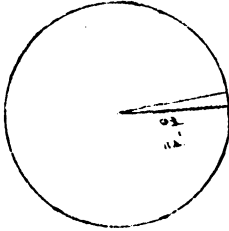
$$\frac{۲۲}{۷} = \text{درجہ}$$

$$۶۳ \text{ } ^{\circ} ۸' =$$

مثال ۱۰: کسی دائرہ کے قوس کا طول ۱۱ زنجیر ہے اور اس کے محاذی مرکز پر $۶۳ \text{ } ^{\circ} ۸'$ کا زاویہ بنتا ہے: نصف قطر دریافت کرو۔ ($\frac{۲۲}{۷} = \pi$)

$$\text{دائرہ نصف قطر} = \frac{۱۱}{\pi} \times \frac{۱۸۰}{۶۳}$$

... دفعہ ۷۹



$$\text{یہاں } \pi = ۱۱ \text{ زنجیر } = \frac{۱}{\pi} \times ۳ \text{ اور } \frac{۲۲}{۷} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۳ \times ۱۱ \times ۷ \times ۱۸۰}{۱۰ \times ۲۲} \text{ زنجیر}$$

$$= ۱۸۹ \text{ زنجیر}$$

مسئلہ (۱۹)

۸۱۔۔ دائرہ کی قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر دیے ہوئے ہوں۔

قاعدہ۔

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گنے میں سے قوس کا وتر تقرباً کرو۔ تب حاصل کا ایک تہائی قوس کے طول کو تعبیر کریگا۔ یا مختصراً۔

$$\text{دائرہ کا قوس} = \frac{\pi \times \text{نصف قوس کا وتر} - \text{قوس کا وتر}}{۳}$$

$$\text{مس} = \frac{۸ - ۲}{۳}$$

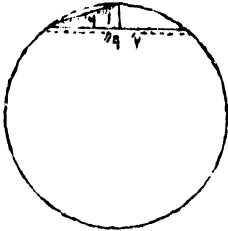
اس ضابطہ کا ثبوت ریاضی اعلیٰ کی واقعیت پر مبنی ہے اور اس لئے یہاں اُسے نظر انداز کیا جاتا ہے۔

اس منابطہ سے قوس کے حقیقی طول کی صرف تقریبی قیمت حاصل ہوتی ہے۔ قوس کے مرکزی زاویہ کی مقدار جوں جوں کم ہوتی جاتی ہے غلطی میں بھی کمی ہوتی جاتی ہے۔ اس لیے جب قوس کا مرکزی زاویہ بڑا ہو تو نصف قوس کا طول اس منابطہ کی مدد سے دریافت کرنا بہتر ہوگا اور پھر محصلہ نتیجہ کو دو چند کر دیا جاسکتا ہے۔

توضیحی مثالیں

۸۲۔

مثال ۱:۔ ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۹ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱ فٹ ۶ انچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{\pi \times \text{وتر}^2}{3} = \frac{\pi \times 2.9^2}{3}$$

..... نصف ۸۱

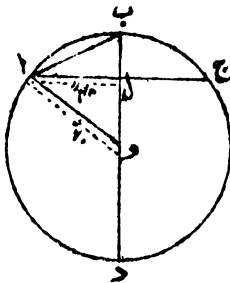
$$\text{ہیاب ۲ ت} = ۳.۳ \text{ اور } \text{وتر} = ۱.۸$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{\pi \times 3.3 - 1.8^2}{3} = \frac{\pi \times 8.91}{3}$$

$$= \frac{\pi \times 8.91}{3}$$

$$= 3.14 \times 2.97 = 9.33 \text{ فٹ ۱ انچ}$$

مثال ۲:۔ ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۹۶ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۶۰ انچ ہے۔



فرض کر دو کہ اب ج د دیا ہوا دائرہ ہے۔

تب۔

$$۱ = ۶۰ \text{ انچ، } ۲ = ۲۸ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ول} = \frac{\pi \times (2(۶۰) - ۲(۲۸))}{3} = \frac{\pi \times 44}{3}$$

$$= \frac{\pi \times 148}{3}$$

$$= 154 \text{ انچ}$$

∴ ب ل = (۱۰ - ۳۶) انچ

= ۲۲ انچ

∴ اب = $\sqrt{۲(۳۸) \times ۲(۲۲)}$ انچ دفعہ ۱۶

انچ ۵۳.۶۶۵

اب قوس اب ج کا طول = $\frac{۲۲}{۳}$ دفعہ ۸۱

پہاں ص = ۵۳.۶۶۵ انچ

اور ب = ۲۸ انچ

∴ قوس اب ج کا طول = $\frac{۲۲}{۳} \times ۳.۱۴۱۵۹$ انچ

= ۱۱۱.۶۱۱ انچ

دائروں کے دتروں کی متعلقہ مثالوں کے حل کرنے میں ترین مصلحت یہ ہے کہ ہر صورت میں ایک شکل آماری جائے اور ضابطوں کے حفظ کرنے کے بجائے اُن کی متعدد مشعدہ تحقیق کی جائے۔

نمبری ۱۳

وتر دائرہ

($\frac{۲۲}{۷} = ۳.۱۴$)

- ۱۔ ایک قوس کا وتر ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۴۰ فٹ ہے؛ قوس کا وتر دریا کر۔
- ۲۔ ایک قوس کا ارتفاع ۹ انچ اور اُس کے وتر کا طول ۲ فٹ ۶ انچ ہے؛ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک قوس کا وتر ۵ زنجیر ۵۰ کڑی اور دائرہ کا قطر ۲ زنجیر ۵۰ کڑی ہے؛ قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ اور دائرہ کا قطر ۲ گز ۱ فٹ ہے؛ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
- ۵۔ ایک قوس کا ارتفاع ۴ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۱۲ زنجیر ۶ کڑی ہے؛

دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۶۔ ایک قوس کا وتر ۴ گز ۲ فٹ اور اُس کا ارتفاع ۱ فٹ ۱ اینچ ہے، نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۷۔ ایک قوس کا ارتفاع ۳۶ ۱/۲ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۵۵ ۱/۲ زنجیر ہے قوس کا وتر دریافت کرو۔

۸۔ ایک قوس کا وتر ۴ زنجیر ۴ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۲ زنجیر ۱ کڑی ہے، قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۹۔ ثابت کرو کہ $r = \frac{ص}{ص - ۲}$

جہاں r قوس کے نصف وتر، $ص$ نصف قوس کے وتر اور r دائرہ کے قطر کو تعبیر کرتے ہیں۔

۱۰۔ ایک قوس کا وتر ۹ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۱ ۱/۲ اینچ ہے، دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک قوس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۵ فٹ ۳ اینچ دائرہ کے مرکز سے قوس کے وتر کا فاصلہ دریافت کرو۔

قوس دائرہ

$$\left(\frac{۲۲}{۷} = ۳\right)$$

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطرها ۴ اینچ ہے، اُس کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر ۲۰ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ۷ اینچ ہے، اُس قوس کا طول معلوم کرو جس سے مرکز پر ۴۵ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ اینچ ہے، ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے محاذی مرکز پر ۱۲ کا زاویہ بنتا ہے۔

- ۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے : ۱۱ انچ قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۵ کڑی ہے : ۳۳ کڑی کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے : ۴ فٹ ۷ انچ طول کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۸۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۷ کڑی ہے اور اس کے محاذی مرکز پر ۱۵° کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۹۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ ہے اور مرکز پر اس کے محاذی ۳۰° کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۲۰۔ ایک قوس کا وتر ۷ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱۱ انچ ہے : قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔
- ۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۶ زنجیر ۲ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۴ زنجیر ۳ کڑی ہے : قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔
- ۲۲۔ ایک قوس کا وتر ۴۸ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۳۳ انچ ہے : قوس کا طول دریافت کرو۔
- ۲۳۔ ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ہے : قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔

سوالات امتحانات

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے ۲۱ = $\frac{۲۲}{۷}$)

- ۱۔ ایک دائرہ کے اندرونی اور بیرونی مربعوں کے رقبوں کا فرق ۳۳۸ مربع فٹ ہے : دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
- (جامعہ الہ آباد، میٹری کیولیشن)

۲۔ ایک قوس کا وتر ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۷ فٹ ہے: اعشاریہ کے چار مقامات تک انچوں میں قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(جامعۃ پنجاب: مڈل اسکول)

۳۔ ایک قوس کا وتر ۸ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۳ فٹ ہے: دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

۴۔ ایک قوس کا وتر ۱۰ فٹ اور اس کا ارتفاع ۲ گز ہے: دائرہ کا قطر اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۵۔ ایک قوس کا وتر ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کے محاذی محیط پر ۵۰۰ گز کا زادیہ بنتا ہے: دائرہ کا نصف قطر، قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعۃ کلکتہ: میٹرک کولیشن)

۶۔ ایک قوس کا وتر ۳۶ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۷۔ ۶ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جبکہ وتر ۸ فٹ ہے۔

۸۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ فٹ ہے۔

۹۔ زمین کی سطح پر کے دو انتصابی ڈنڈوں کے بالائی حصے ایک دوسرے سے عین نظر نہیں آتے جبکہ ان کا درمیانی فاصلہ ۸ میل ہوتا ہے اگر ایک ڈنڈے کی بلندی ۱۰ فٹ ہو تو زمین کا نصف قطر دریافت کرو۔

(ڈنڈ کی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ایک طول کے خط مستقیم P کا نقطہ وسطی O ہے اور O کو مرکز مان کر، P کا نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچا گیا۔ N محیط پر کا ایسا نقطہ ہے کہ ON P سے ON کا معلوم کرو۔

۱۱۔ ایک مثلث اسامی الاضلاع کا قاعدہ ایک نصف دائرہ کے قطر پر اور اس کا راس نصف دائرہ کی قوس کے نقطہ وسطی پر واقع ہوتے ہیں

اور مثلث کا رقبہ ۱۰۰ مربع اکائیوں ہے: نصف دائرہ کا قطر کیا ہے؟
(رڈ کی انجینیر: داخلہ)
۱۲۔ ایک دائرہ کی قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں:
قطر اور قوس کا طول دریافت کرو۔

(ایضاً)
۱۳۔ ا ب اور ا ج ایک دائرہ کے دو علی القوائم وتر ہیں اور ا ن کے طول
بالترتیب ۳ فٹ اور ۴۰ فٹ ہیں۔ قوس ا ج کا ارتفاع اور دائرہ کا
قطر دریافت کرو۔
(رڈ کی ایسب آرڈینٹ: داخلہ)

۱۴۔ ایک نصف قوس کا وتر ۲ فٹ ۶ انچ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ۲ انچ
ہے: قوس کا وتر دریافت کرو۔

(ایضاً)
۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ ہے، ۸ فٹ طول کے وتر پر مرکز
سے کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۶۔ ایک دائری حلقہ کا قطعہ $\frac{1}{4}$ ۲ فٹ دبیر اور اندرونی قوس کا
وتر نصف قطر کے مساوی ہے: قطعہ کا طول اوسطاً دریافت کرو۔ نصف قطر
کا طول ۱۰ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۷۔ ایک قوس کا وتر ۴۹ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فٹ ہے:
دائرہ کا قطر دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۸۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کا طول دریافت کرو اگر سوئی کا انتہائی
نقطہ ۵ انچ طول کے قوس پر $\frac{1}{4}$ منٹ میں حرکت کرے۔

(ایضاً)
۱۹۔ پیمائش کرنے سے ایک قوس کا ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ اور نصف
قوس کا وتر ۵ فٹ ۱ انچ معلوم ہوئے: بتاؤ کہ کس نصف قطر سے قوس

کھینچی گئی تھی۔ (ایضاً)
۲۰۔ ایک دائرہ میں دو متوازی وتروں کے طول ۶ انچ اور ۸ انچ ہیں

اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱ انچ ہے: قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی انجینیر: فائنل)

- ۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۲۴ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینئر: فائینل)
- ۲۲۔ ایک دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینئر: فائینل)
- ۲۳۔ ۳۴ نصف قطر کے مربع دائرہ کے ایسے اندرونی مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کے دو اضلاع نصف قطروں پر منطبق ہوتے ہیں۔ (ایضاً)
- ۲۴۔ ایک چل قوس دائرہ کی شکل کا ہے۔ اس کا فصل ۹۶ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی ایروسب آرڈینینٹ: ماہانہ)
- ۲۵۔ ایک دائری راستہ کا عرض ۴ فٹ اور ایک ایسے خط کا طول جو بیرونی محیط کا وتر اور اندرونی محیط کا ماس ہے ۴ فٹ ہے: راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ [رڈ کی ایروسب آرڈینینٹ: ماہانہ]
- (۳۱ = ۱۴۱۵۹)
- ۲۶۔ ایک مشاہدہ کرنے والا شخص قطب منار پر کھڑا ہوا ہے۔ اس کی آنکھ سے دائرہ افق کا فاصلہ دریافت کرو۔ جبکہ زمین سے آنکھ کی بلندی ۴۰ فٹ ہے اور زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے۔ (جامعہ پنجاب: میٹریکیولیشن)
- ۲۷۔ چار دائروں میں سے ہر ایک کا قطر ایچ ہے۔ انکو اس طرح رکھا گیا کہ ان میں سے دو دوسرے دو دائروں کو مس کرتے ہیں اور بقیہ دو میں سے ہر ایک تین دائروں کو مس کرتا ہے: اس شکل میں کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویے ان کے مرکزوں پر واقع ہوتے ہیں۔ (سوپریورکونٹریکٹنگ)
- ۲۸۔ اب ایک دائرہ کا قطر ہے۔ بج ایسا وتر ہے جو $\frac{1}{2}$ کا زاویہ بناتا ہے۔ ج د عمود ہے اب پر، اگر $\frac{1}{2}$ = ۱۰۴ ایچ تو اب اور $\frac{1}{2}$ دریافت کرو۔ [رڈ کی ایروسب آرڈینینٹ: داخلہ]
- ۲۹۔ کسی بندرگاہ سے ۴۲ میل کے فاصلہ پر ایک روشنی گھر بنانا مطلوب ہے۔ آدمی کی اوسط بلندی ۶ فٹ فرض کیجئے تو بتاؤ کہ اس کی بلندی کتنی ہونی چاہیے تاکہ بندرگاہ سے روشنی عین نظر آسکے؟ (رڈ کی ایروسب آرڈینینٹ: ماہانہ)

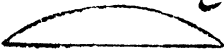
باب چہارم

قطعہ دائرہ اور قطاع دائرہ



۸۳ - قطاع دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو نصف قطروں اور ان کے درمیانی قوس سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

ان دو نصف قطروں کے درمیانی زاویہ کو قطاع کا زاویہ کہتے ہیں۔
قطعہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو ایک وتر اور محیط کے اس قوس سے گھری ہوئی ہے جو وتر سے قطع ہوتا ہے (دیکھو شکل)۔

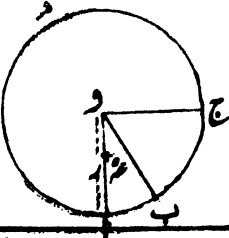


منطقہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو متوازی دتروں اور ان سے قطع ہونے والے قوسوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔



مسئلہ (۲۰)

۸۴ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور قطاع کا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ OAB دائرہ کا ب ج د کا ایک قطاع ہے اور دائرہ کے نصف قطر O کا ناب کسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے۔ نیز فرض کر دو قطاع کے زاویہ α و β کا ناپ α° ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ R اور α° کی رقوم میں دریافت کیا جائے
و لا بد و ج عموماً نکالو۔

کسی دائرہ میں قطاعوں کے رقبے α کے زاویوں کے متناسب
ہوتے ہیں۔ (اقلیدس۔ مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دائرہ } \alpha \text{ ب ج د میں قطاع} \\ \text{و } \alpha \text{ ب کا رقبہ: قطاع و } \alpha \text{ ج کا رقبہ} \end{array} \right\} = \frac{\alpha \text{ ب} : \alpha \text{ ج}}{\alpha \text{ ب} : \alpha \text{ ج}} \quad \text{لیکن } \alpha \text{ ج} = 90^\circ$$

قطاع و $\alpha \text{ ج}$ دائرہ $\alpha \text{ ب ج د}$ کا چوتھا حصہ ہے

$$\text{قطاع و } \alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\text{دائرہ } \alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{4} = \frac{\alpha \text{ ب} : \alpha \text{ ج}}{4} = 90^\circ$$

یعنی قطاع و $\alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب}}{4} \times \text{مرجہ اکائیاں} = \alpha^\circ : 90^\circ \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۹}$

$$\text{قطاع و } \alpha \text{ ب کا رقبہ} = \frac{\alpha \text{ ب}}{4} \times \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \text{مرجہ اکائیاں}$$

پس قاعدہ۔
دائرہ کے رقبہ کو $\frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$ سے ضرب دینے سے قطاع کا رقبہ حاصل
ہوتا ہے جہاں α° قطاع کے زاویہ کو تعبیر کرتا ہے۔

یا مختصراً۔
 $\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{\text{قطاع کا زاویہ}}{90^\circ} \times \text{دائرہ کا رقبہ}$

$$ق = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \frac{340}{4} \dots \dots \dots (۱)$$

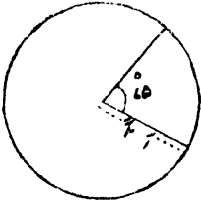
$$\text{اسلئے } \alpha^\circ = \frac{ق}{\frac{340}{4}} \dots \dots \dots (۲)$$

$$\alpha^\circ = \sqrt{\frac{ق}{\frac{340}{4}}} \dots \dots \dots (۳)$$

توضیحی مثالیں

۸۵۔

مثال ۱: ایک دائرہ ۲ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ 25° ہے $(\frac{22}{7} = \pi)$



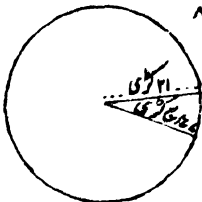
قطاع کا رقبہ = $\frac{\pi}{360} \times 22 \times 22$ مربع اکائیاں... دفعہ

جہاں $\pi = 3.14$ ، $\frac{22}{7} = \pi$ ، $25^\circ = 1^\circ$

قطاع کا رقبہ = $\frac{25}{360} \times 22 \times 22$ مربع انچ

$\frac{1}{4} \times 128$ مربع انچ

مثال ۲: ایک قطاع کا رقبہ ۷۷ مربع کڑی اور نصف قطر ۲۱ کڑی ہے۔ قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔ $(\frac{22}{7} = \pi)$



قطاع کا زاویہ = $\frac{\pi}{360} \times 90 \times 90$ دفعہ.....

یہاں $\pi = 3.14$ مربع کڑی، $\frac{22}{7} = \pi$ اور $21 = r$

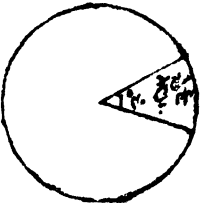
قطاع کا زاویہ = $\frac{77 \times 77}{21 \times 21 \times \pi}$

25°

مثال ۳: ایک قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع انچ اور اس کا زاویہ 90° ہے۔ قطاع کا نصف قطر دریافت کرو $(\frac{22}{7} = \pi)$

قطاع کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{44 \times 77}{\pi}} = \frac{22}{7}$ طولی اکائیاں..... دفعہ ۸۴

یہاں $\pi = 3.14$ ، $44 =$ مربع انچ اور $90^\circ = 25^\circ$

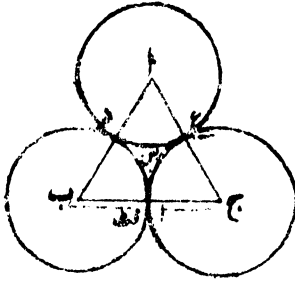


قطاع کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{44 \times 77}{\pi}} = \frac{22}{7}$ انچ

$\sqrt{1296} =$

$36 =$ تقریباً

مثال تین مساوی دائروں کو اس طرح دکھایا گیا کہ ہر ایک کا محیط بقیہ دو کو مس کرتا ہے اگر ہر ایک دائرہ کے قطر کا نصف ۱ فٹ ہو تو ان کے ملے غیر داغ شدہ حصہ معلوم کرنا جس کا رقبہ معلوم کرو ($\frac{22}{7} = 3\frac{1}{2}$)



جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے اگر دائروں کے مرکز A، B، C کو ملا دیا جائے تو بدیہاً A، B، C ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہو گا جس کا ضلع = ۱ فٹ

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

مربع فٹ دفعہ ۲۱

اب دائروں کے اندر واقع $\left\{ \begin{array}{l} \text{مثلث A، B، C کا رقبہ} - 3 \times \text{قطاع A، B، C کا رقبہ} \end{array} \right\}$ ہونے والی جگہ

$$\text{اور قطاع A، B، C کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 3 = \frac{3\pi}{8} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱}$$

(کیونکہ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$)

$$\therefore \text{مس کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \text{ مربع فٹ}$$

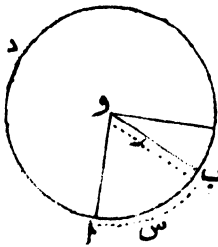
$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} - \frac{3\pi}{8}$$

مسئلہ (۲۱)

۸۶- قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کی قوس کا طول اور دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرکہ و اب دائرہ اب ج د کا

ایک قطاع ہے

فرض کرکہ قطاع کے قوس اب کا طول ج

کسی طولی اکائی کے لحاظ سے س اور دائرہ اب

ج د کا نصف قطر اسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ س اور ر کی رقم میں درایت کیا جائے۔ اور ج علی التوکل ہو

کسی دائرہ میں قطعوں کے رقبے ان کی قوسوں کے متناسب ہوتے

ہیں۔..... (اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دائرہ اب ج د میں قطاع} \\ \text{و اب کا رقبہ و قطاع و اب ج د کا رقبہ} \end{array} \right. = \text{قوس اب : قوس اب ج}$$

$$\text{لیکن } \frac{90}{\text{و ج}} = 90$$

∴ قطاع و اب ج دائرہ اب ج د کا چوتھا حصہ ہے

اور قوس اب ج محیط اب ج د کا چوتھا حصہ ہے

∴ قطاع و اب ج کا رقبہ : دائرہ اب ج د کا رقبہ

$$= \text{قوس اب : } \frac{\text{دائرہ اب ج د کا محیط}}{۴}$$

یعنی۔

$$\text{قطاع و اب ج کا رقبہ : } \frac{\pi}{۴} = \text{س : } \frac{\pi}{۲} \dots\dots\dots \text{دفعات ۶۹، ۷۱}$$

$$\therefore \text{قطاع و اب ج کا رقبہ} = \text{س} \times \frac{\pi}{۴} \times \frac{۲}{\pi} = \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{۱}{۴} \text{س مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ۔

قطاع کے قوس میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو نصف قطر

میں کی اسی طولی اکائی کی تعداد سے ضرب دو تبا حاصل

ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو

تعبیر کرے گا۔
یا اختصاراً —

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قوس} \times \text{نصف قطر}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{2} \text{ س ر} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{اس لئے س} = \frac{2}{\text{ق}} \dots\dots\dots (۲)$$

$$\text{اور ر} = \frac{2\text{ق}}{\text{س}} \dots\dots\dots (۳)$$

توضیحی مثالیں

۸۷

مثال ۷۱: ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس اگر ۲ فٹ ہے۔



$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \text{ س ر مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

$$\text{یہاں ر} = \frac{2}{\text{ق}} \text{ فٹ اور س} = 5 \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{2}{3} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{5}{3} \text{ مربع فٹ}$$

$$= 6 \text{ مربع فٹ } 96 \text{ مربع انچ}$$

مثال ۷۲: ایسے قطاع کی قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰ مربع گز ۶ مربع فٹ اور جس کا نصف قطر ۸۶ ہے۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{2\text{ق}}{\text{ر}} \text{ طوی اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

$$\text{یہاں ق} = 96 \text{ مربع فٹ اور ر} = 86 \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{2 \times 96}{86} \text{ فٹ}$$

$$= 8 \text{ فٹ}$$

مثال ۲: ایک قطاع کا رتبہ ۸۴ درجہ زنجیر اور اُس کی قوس کا طول ۶۰ کڑی ہے: نصف قطر معلوم کرو۔

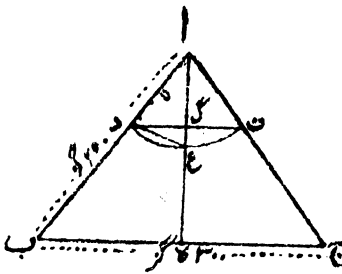
$$\text{قطاع کا نصف قطر} = \frac{۲}{\pi} \times \text{طول اکائیاں} \dots\dots ۸۶$$

$$\text{میان قی} = ۵۸ = \text{مرتبہ زنجیر اور س} = ۵۶ \text{ زنجیر}$$

$$\text{قطاع کا نصف قطر} = \frac{۵۶ \times ۲}{\pi} = \text{زنجیر}$$

$$= ۱۶ \text{ زنجیر}$$

مثال ۳: مثلث سیادی الساتین کی وضع کے ایک میدان کی مساوی ساق کا طول ۲۵ گز ہے اور اس کا قاعدہ ۳۰ گز ہے۔ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے



جس کا ایک ساق میدان کے راس پر ہے اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب باندھ دیا گیا ہو طرح کہ گھوڑا ٹھیک ٹھیک میدان کے پانچویں حصہ پر چسکتا ہے۔

فرض کرو کہ $\triangle ABC$ میدان کو تقسیم کرتا ہے۔

اگر d سے مطلوبہ رسی کا طول تعبیر ہوتا ہو

تو قطاع ADC ف اُس رقبہ کو تقسیم کرے گا جس پر کہ گھوڑا گھاس کھاتا ہے۔
ب ج پر d کا عمود نکالو۔ d اور DF کو ملاؤ اور فرض کرو کہ d کا ناپ لاگڑ ہے۔

اب d اور DF دونوں کو لاکھ رقوم میں دریافت کرنا ضروری ہوگا تاکہ قوس DF کا طول لاکھ رقوم میں اور پھر قطاع ADC کا رقبہ لاکھ رقوم میں بیان کیے جاسکیں۔

DF کو معلوم کرنے کے لیے متغایہ مثلثات سے حاصل ہوتا ہے کہ

$$DF : B = d : A \dots\dots\dots \text{دفعہ ۶۴}$$

$$: \text{د ف} = \frac{۳۰}{۲۵۰} \text{ گز}$$

$$= \frac{۷۶}{۵} \text{ گز}$$

د ع دریافت کرنے کے لیے متشابہ مثلثات سے حاصل ہوا ہے کہ

$$\text{اگ : اد} = \text{ا ب : ا ف} \quad \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\text{لیکن } ۷۶ = ۷۶ \sqrt{\frac{۲(۲۵۰) - ۲(۱۵۰)}{۲}} \text{ گز} \quad \text{دفعہ ۶۴}$$

$$= \sqrt{۱۰۰ \times ۳۰۰} \text{ گز}$$

$$= ۲۰۰ \text{ گز}$$

$$: \text{اگ} = \frac{۷۶}{۲۵۰} \text{ گز}$$

$$= \frac{۷۶}{۵} \text{ گز}$$

$$: \text{گ ع} = \text{ا ع} - \text{اگ} = \left(۷۶ - \frac{۷۶}{۵} \right) \text{ گز}$$

$$= \frac{۷۶}{۵} \text{ گز}$$

$$\text{ا ب} \quad \text{د ع} = \text{د گ} + \text{گ ع} \quad \text{دفعہ ۶۴}$$

$$: \text{د ع} = \sqrt{\left(\frac{۷۶}{۵} \right)^2 + \left(\frac{۳۰}{۵} \right)^2} \text{ گز}$$

$$= \frac{۷۶.۷۰}{۵} \text{ گز}$$

$$\text{اس لیے قوس د ع ف کا طول} = \frac{۱}{۳} (\text{د ف} - \text{د ع} \times ۸) \quad \text{دفعہ ۸۱}$$

$$= \frac{۱}{۳} \left(\frac{۷۶}{۵} - \frac{۷۶.۷۰}{۵} \times ۸ \right) \text{ گز}$$

$$\text{اور قطاع ا د ع ف کا رقبہ} = \frac{۱}{۲} \times ۷۶ \times \text{قوس د ع ف} \quad \text{دفعہ ۸۶}$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۷۶ \times \left(\frac{۷۶}{۵} - \frac{۷۶.۷۰}{۵} \right) \text{ مربع گز}$$

لیکن قطاع (د) ف کا رقبہ $\Delta \times \frac{1}{6} =$ اب خج کا رقبہ

$$\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \sqrt{2(500) - 2(300)} = \text{مرج گز} \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

جہاں ج = ۳۰۰ اور ک = ۲۵۰

$$\therefore \text{یہ رقبہ} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \sqrt{2(500) - 2(300)} = \text{مرج گز}$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \times 200 = \text{مرج گز}$$

$$= 66.67 \text{ مرج گز}$$

$$\therefore 66.67 = \left(\frac{14}{6} - \frac{10.66}{6} \right) \frac{1}{3} \times 11 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore 66.67 = (3 - 10.66) \frac{1}{15}$$

$$\therefore \frac{999.9}{3 + 10.66} = 99.99$$

$$\frac{(3 + 10.66) 99.99}{9 - 190} =$$

$$\frac{155.679 \times 99.99}{151} =$$

$$= \frac{155.679}{151} \text{ تقریباً}$$

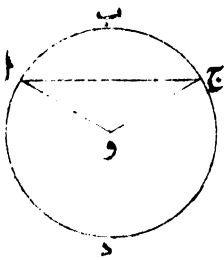
$$= 1.031 \text{ تقریباً}$$

$$\therefore 99 = 1.031 \text{ تقریباً}$$

اس لیے رسی کا مطلوبہ طول = ۹۹ گز تقریباً

مسئلہ (۲۲)

۸۸۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا۔



جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کوئی وتر ا ج
دائرہ ا ب ج د کو دو قطعات میں منقسم
کرتا ہے۔

(۱) قطعہ ا ج ب جو نصف دائرہ سے
چھوٹا ہے اور جس کو ہم قطعہ صغیر
کہیں گے۔

(۲) قطعہ ا ج د جو نصف دائرہ سے بڑا
ہے اور جس کو ہم قطعہ کبیر کہیں گے۔
یہ بھی ظاہر ہے کہ۔

(۱) قطعہ صغیر ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ - $\triangle$ و ا ج کا رقبہ
(۲) قطعہ کبیر ا ج د کا رقبہ = قطاع و ا د ج کا رقبہ + $\triangle$ و ا ج کا رقبہ
پس قاعدہ۔

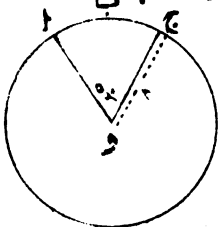
قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے قطاع کا رقبہ معلوم
کرد جس کا قوس وہی ہے اور پھر اس میں سے نصف قطروں
اور وتر سے بننے والے مثلث کا رقبہ تفریق کرو یا اس میں
جمع کرد بلحاظ اس کے کہ قطعہ نصف دائرہ سے چھوٹا یا بڑا ہو
یا مختصراً۔

قطعہ کا رقبہ = قطاع کا رقبہ $\mp$ مثلث کا رقبہ

توضیحی مثالیں

۸۹۔

مثال: ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ اور قطاع کا زاویہ ۹۰° ہے
قطعہ کا رقبہ دریافت کرو ($\frac{22}{7} = \pi$)
قطعہ ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ
- $\triangle$ و ا ج کا رقبہ - دفعہ ۸۸
اب قطاع و ا ب ج کا رقبہ = $\frac{22}{7} \times 8 \times 8$ مربع اکائیوں
..... دفعہ ۸۲

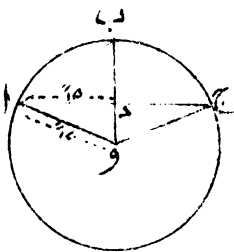


جہاں $۵ = ۶۰ = ۸$ فٹ
 $\therefore$ قطاع و اب ج کارقبہ $= \frac{۶۰}{۳۶۰} \times \frac{۲۲}{۷} \times ۲۸$ مربع فٹ
 $= \frac{۷۰۴}{۲۱}$ مربع فٹ

$= ۳۳.۵$ مربع فٹ تقریباً
 اور $\triangle$ و اب ج کارقبہ $= \frac{۳۶}{۳} = ۱۲$ مربع اکائیاں دفعہ ۲۱
 یہاں $۸ = ۸$ فٹ

$\therefore$ $\triangle$ و اب ج کارقبہ $= ۱۲$ و ۲۷ مربع فٹ تقریباً
 اس لیے قلعہ کارقبہ $= (۳۳.۵ + ۱۲ + ۲۷)$ مربع فٹ تقریباً
 $= ۷۲.۵$ مربع فٹ تقریباً

مثال ۲: ۱۷ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ۳۰ اینچ طول کے وتر سے ایسا قطعہ
 نکال دیا گیا: قطعہ کارقبہ دیکھتے ہیں۔



قطعہ اب ج ب = قطاع و اب ج - $\triangle$ و اب ج
 دفعہ ۸۸

اب $\triangle$ و اب ج $= \frac{1}{2} \times ۱۷ \times ۱۷ \times ۳۰$ مربع اکائیاں
 دفعہ ۲۰

یہاں اب ج = ۳۰ اینچ

اور $۸ = \sqrt{۱۷^2 - ۱۷^2} = \sqrt{۱۷^2 - ۱۷^2} = ۸$ دفعہ ۱۶

$\therefore$ $\triangle$ و اب ج $= \frac{1}{2} \times ۳۰ \times ۸$ مربع اینچ
 $= ۱۲۰$ مربع اینچ

..... دفعہ ۸۹
 قطاع و اب ج $= \frac{1}{2} \times$ قوس $\times$ نصف قطر

$= \frac{1}{2} \times$ مس $\times$ مربع اینچ

یہاں ر = ۱۷

اور $s = \frac{u - v}{3} = \frac{2 - 1}{3}$ دفعہ ۱۰

14 دفعه $\frac{30-16579 \dots \times A}{2}$

۴۴ ۴۵ تقریباً

∴ **تقاطع و اب ج** = $\frac{1}{4} \times 44 \times 34 \times 14$ مربع فٹ تقریباً

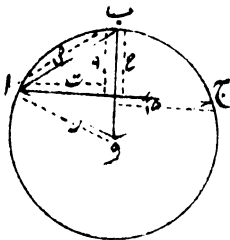
= ۳۴ و ۳۱۱ مربع اینج تفسیراً.

پس —

قطعه ۱ ج ۱ = (۴۴ و ۳۱۱-۱۲۰) مرجع النسخ تقریباً

= ۱۹۱۴۴۴ مربع اینچ تقریباً

مثال ۳: ایک ایسے قطعہ کا رتبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۳۰ اینچ اور جس کا ارتفاع ۹ اینچ ہے۔



ص ۲ = ۲۷ ع ۲ دفعه ۷۷

اور $ص^۱ = ت^۱ + ع^۱ \dots\dots\dots$ دفعہ ۱۶

$$2\text{ع} = \text{ع} + 2\text{ت} \quad \therefore$$

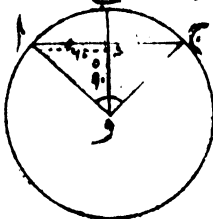
$$16 \pi \frac{r(9) + r(15)}{9 \times 2} = \frac{r_6 + r_7}{2} = 1 \quad \therefore$$

یعنی دائرہ کا نصف قطر = ۱۷ اینچ

اب سابقہ مثال کی طرح عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ قطعہ کا رقبہ تقریباً ۱۹۱۴

مرتبہ اینج ہے۔

مثال ۴۰ کی ایک مستطیرکمان کا نصف ۱۲۰ فٹ ہے : قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔



قطعه ا ب ج = قطاع و ا ب ج - Δ و ا ج
..... دفعه ۸۸

$$ab > 9. = 9.$$

∴ ود = د۱ = ۲۰ فک

اور $و ا = ا د م ا = ۲ م ا = ۶۰$ فٹ قطعہ ۱۷
 ہر قطاع و ا ب ج = دائرہ کا $\frac{1}{4}$

∴ قطاع و ا ب ج کا رقبہ = $\frac{۲۲}{۴} \times ۶۰$ مربع فٹ قطعہ ۱۷

جہاں $ر = ۶۰$ فٹ

اور $\triangle و ا ج$ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۶۰ \times ۶۰$ مربع فٹ قطعہ ۲۰

جہاں $ص = ۱۲۰$ اور $ع = ۶۰$

∴ قطعہ کا رقبہ = $(\frac{۲۲}{۴} \times ۶۰ - \frac{۱}{2} \times ۶۰ \times ۶۰)$ مربع فٹ

= $(۳۶۰۰ - ۱۸۰۰)$ مربع فٹ

= ۱۸۰۰ مربع فٹ

مثال ۱۷۔ اس مربع کے ضلع کا طول معلوم کر دو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے۔
 فرض کر دو کہ مربع کے ہر ضلع کا ناپ ۱۱ انچ ہے۔
 تب جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

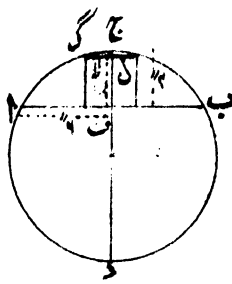
ل = ۱۱ انچ

ا ب = ۱۲ انچ

ج ت = ۴

ا ب، د ف $\times$ ف ج = ا ت اظہار مسئلہ

سوم شکل ۳۵



∴ د ف = $\frac{۱۲}{۴}$ انچ

= ۳ انچ

∴ د ل = د ف + ف ل = $(۳ + ۱۱)$ انچ

اور ح ل = $(۱۱ - ۳)$ انچ

لیکن $ج ل \times ل د = گ ل$ اقلیدس مقالہ سوم شکل ۳۵

$$\frac{لا}{م} = (۷-۳)(۷+۳) = ۲۰$$

$$\frac{لا}{م} = ۲۰ \Rightarrow لا = ۲۰ \times م$$

$$۱۴۴ - لا = لا \Rightarrow لا = ۷۲$$

$$لا + م = ۱۴۴ \Rightarrow م = ۷۲$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوگا کہ —

$$لا = ۷۲ \text{ تقریباً } ۳۶ \times ۲$$

اس لئے مربع کے ہر ضلع کا ناپ تقریباً ۳۶ × ۲ ہے۔

مسئلہ ۳۳

۹۰۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ وتر اور قوس کے ارتفاع دیئے ہوئے ہوں۔
قاعدہ —

قوس کے وتر میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کے رُبع میں ارتفاع میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کا $\frac{۲}{۵}$ جمع کرو۔ پھر حاصل جمع کے جذراً مربع کو ارتفاع میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے $\frac{۲}{۳}$ سے ضرب دو۔ یہ حاصل ضرب قطعہ کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر کرے گا۔
یا اختصاراً —

$$\text{قطعہ کا رقبہ} = \frac{۲}{۳} \times \text{ارتفاع} \times \left(\frac{۱}{۳} \times \text{وتر}^۲ + \frac{۲}{۵} \times \text{ارتفاع}^۲ \right)$$

$$ق = \frac{۲}{۳} \times ع \times \left(\frac{۱}{۳} \times ت^۲ + \frac{۲}{۵} \times ع^۲ \right)$$

اس ضابطہ کا ثبوت اعلیٰ ریاضی پر مبنی ہے اس لئے اسے یہاں

ہیں دیا جائے گا۔

قطعہ کارتہ جو اس ضابطہ سے حاصل ہوگا وہ اس کے حقیقی رقبہ سے قدرے زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن غلطی بالکل خفیف سی ہوتی ہے، خاص کر جبکہ توس کا مرکزی زاویہ چھوٹا ہے۔

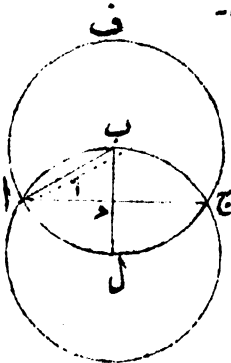
نوٹ۔ دوسرے طریقے کے لئے دفعہ ۸۹ کی مثال ۳ ملاحظہ ہو۔

۹۱۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ دو مساوی دائرے اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرنے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔ اگر ہر ایک دائرہ کا نصف قطر ا فٹ ہو تو جس جگہ کارتہ دریا فٹ کرو جو دونوں دائروں میں مشترک ہے۔

دونوں دائروں میں مشترک جگہ کا رقبہ = $2 \times$

قطعہ ا ج ب کا رقبہ



$$2 \times \frac{\pi}{4} \times 2 = \left(\frac{\pi}{4} \times 2 + \frac{\pi}{4} \times 2 \right) \times 2 =$$

مربع فٹ دفعہ ۹۰

چاں ج = ب د میں فٹ کی تعداد

اور ت = ا ج

اب ب د = ب ل = ل فٹ

ت = ب ل = فٹ

۱۱ نیز ا ج = ا ب = ب د دفعہ ۱۶

$$\left(\frac{\pi}{4} \right) \times 2 = \left(\frac{\pi}{4} \right) \times 2 - \left(\frac{\pi}{4} \right) \times 2 = \frac{\pi}{2}$$

ت = ب ل = فٹ

اس لئے

$$\text{مطلوبہ رقبہ} = 2 \times \frac{\pi}{4} \times 2 = \left(\frac{\pi}{4} \times 2 + \frac{\pi}{4} \times 2 \right) \times 2 = \text{مربع فٹ}$$

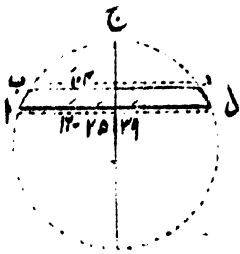
$$= \sqrt{\frac{4}{5} + \frac{9}{5}} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{4}{5} \times 9.22 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 15.22 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

مثال ۱: اگر ایک منطوقہ کے دو متوازی دھڑوں کے طول جو مرکز کے ایک جانب واقع ہیں ۱۲۰ فٹ اور ۱۰۴ فٹ ہوں اور مرکز سے ان کے فاصلے ۲۵ فٹ اور ۳۹ فٹ ہوں تو منطوقہ کا رقبہ دریافت کرو۔



منطوقہ اب دل کا رقبہ = قطعہ ا ج ل کا رقبہ قطعہ ب ج د کا رقبہ

$$\text{اب قطعہ ا ج ل کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 120 + \frac{1}{2} \times 104 \right) \times 25 = 900 \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{جاں } ۱۲۰ = \text{ت}$$

$$\text{اور } ۳۰ = \text{ع} \quad (۵۰ + ۲۰) = ۷۰ \times ۲۰ = ۱۴۰۰ \text{ یعنی ع}$$

$$\therefore \text{قطعہ ا ج ل کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۱۲۰ \times \left(\frac{1}{2} \times 120 + \frac{1}{2} \times 104 \right) = 900 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 3242.54 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{اور قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 104 + \frac{1}{2} \times 120 \right) \times 25 = 900 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{جہاں } ۱۰۴ = \text{ت} \quad \text{اور } ۲۰ = \text{ع} \quad (۵۲ + ۵۲) = ۱۰۴ \text{ یعنی ع}$$

$$\therefore \text{قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۱۰۴ \times \left(\frac{1}{2} \times 104 + \frac{1}{2} \times 120 \right) = 900 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 1890.54 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

پس منطوقہ اب دل کا رقبہ = (۱۸۹۰.۵۴ - ۳۴۷۲.۵۴) مربع فٹ تقریباً

$$= 1582.01 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

امثلہ نمبری (۱۴)

قطاع دائرہ

$$(A = \frac{1}{2} \pi r^2)$$

- ۱۔ ۱۶ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۹۰° ہے۔
- ۲۔ ۳ فٹ ۲ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۴۵° ہے۔
- ۳۔ ۴ گز نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۶۰° ہے۔
- ۴۔ ۱۳ زرخیر ۵۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۱۳۰° ۴۰' ہے۔
- ۵۔ ایک قطاع کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے اور نصف قطر ۱۵ فٹ، قطاع کا زاویہ دریافت کرو۔
- ۶۔ ایک قطاع کا رقبہ ۸۰ مربع فٹ اور نصف قطر ۱۶ فٹ ہے، قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔
- ۷۔ ایک قطاع کا رقبہ ۸ مربع فٹ اور زاویہ ۴۵° ہے، قطاع کا نصف قطر دریافت کرو۔
- ۸۔ ایک قطاع کا رقبہ ۳۶ مربع انچ اور زاویہ ۶۰° ہے، قطاع کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۹۔ ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۱۵ انچ اور قوس ۲۸ انچ ہے۔
- ۱۰۔ ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۳ گز ۲ فٹ اور اور جس کا قوس ۴ گز ۱ فٹ ہے۔
- ۱۱۔ ایسے قطاع کے قوس کا طول معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور نصف قطر ۶ فٹ ہے۔
- ۱۲۔ ایک ایسے قطاع کے قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ اور نصف قطر ۴ گز ۲ فٹ ہے۔

- ۱۳۔ ایک قطاع کے رقبہ کا ناپ ۲۴ مربع اینچ اور اُس کے قوس کا طول ۸ اینچ ہے، اس کا نصف قطر دریافت کرو۔
- ۱۴۔ ایک قطاع کا رقبہ ۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع اینچ اور اس کے قوس کا طول ۵ فٹ ۶ اینچ ہے، اس کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۵۔ ایک قطاع کا رقبہ ۷۵ مربع اینچ اور دائرہ کا رقبہ ۱۲۵ مربع اینچ ہے قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک قطاع کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۵ اینچ ہے، رقبہ معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک قطاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فٹ اور دائرہ کا رقبہ ۹۶۰ مربع فٹ ہے، قوس کا طول دریافت کرو۔ $\pi = 3.14159$
- ۱۸۔ ایک دائرہ کے رقبہ کا ناپ ۱ ایکڑ ہے، اُس کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ ۷۵° ہے۔

قطعہ دائرہ

$$\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$$

- ۱۹۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۱ اینچ اور قطاع زاویہ ۹۰° ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۲۰۔ ۲ فٹ ۶ اینچ نصف قطر کے دائرہ کے ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۱۲۰° کا زاویہ بنتا ہے۔
- ۲۱۔ ایک ایسے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے اور جس کے سامنے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے۔
- ۲۲۔ ایک قطعہ کا وتر ۸ زنجیر ۲۰ کڑی ہے اور اُس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۲۳۔ $\frac{1}{4}$ زنجیر نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطعہ کا رقبہ معلوم کرو جس کا وتر دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہے۔
- ۲۴۔ ۱۰ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منقطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے

- ۹۰۔ مساوی وتر مرکز کے ایک ہی جانب ہیں اور جن کے محاذی مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۶۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۵۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریا فت کرو جس کے متوازی وتر مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہیں اور اُن سے مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۱۲۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۶۔ ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریا فت کرو جس کے وتر کا ناپ ۸ گز اور جس کا ارتفاع ۲ گز ہے (دفعہ ۹۰ استعمال کرو)
- ۲۷۔ ۹۰ کی ایک مستدیر کمان کا فضل ۱۴۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریا فت کرو۔
- ۲۸۔ ۳۰ انہجیر ۳۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ کو از بنجیر طول کے وتر سے قطع کیا جائے تو بڑے قطعہ کا رقبہ دریا فت کرو۔

سوالات امتحانات ۱۹۵۷ء (۱۹۵۷ء)

(۱۱ = ۱۲ جبکہ اس کی کوئی اور قیمت نہ دی جائے)

- ۱۔ ۱ فٹ نصف قطر کے تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: انہجی درمیانی مسخنی شکل کا رقبہ دریا فت کرو۔ $۳۵۱۴۱۵۹ = ۱۱$ (جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)
- ۲۔ ۱ فٹ قطر کی مقوۃ کی ایک مدور تختی کو ۶ مساوی قطاعوں میں مرکزی خطوط سے منقسم کیا گیا۔ ہر ایک قطاع میں ایک دائرہ کھینچا گیا جو اُس کے سرحدی نصف قطروں کو اور اُن کے سروں کو ملانے والی قوس کے نقطہ وسطی کو مس کرتا ہے۔ اگر ان چھ قطاعوں میں سے دائروں کو کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقوۃ کا رقبہ دریا فت کرو (جامعہ پنجاب: میٹریکیولیشن)
- ۳۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ ۲۰۵.۵ مربع فٹ ہے۔ اُس کے ہر ایک زاویہ کی نقطہ کو مرکز اور مثلث کے نصف ضلع کے طول کو قطر مانکر

ایک ایک دائرہ کھینچا گیا۔ تینوں دائروں کی درمیان میں جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔
(۳۱ = ۱۵۹ × ۳)

(جامعہ پنجاب : میٹری کیولیشن)
۳۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرے کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۵۱° ہے۔

(جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)
۵۔ کسی دائرہ کے ایک وتر کے مقابل مرکز پر ۶۰° کا زاویہ بنتا ہے؛ اگر وتر کا طول ۱۰۰ ہو تو اُن دونوں قطعات کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ وتر دائرہ کو منقسم کرتا ہے۔ (جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)
۶۔ مثلث مساوی الاضلاع کی وضع کے ایک میدان کا رقبہ نصف ایکڑ ہے؛ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سرا تو مثلث کے ایک زاویہ پر اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ میدان کے ٹھیک نصف حصہ پر چرسکے؟

(یورین اسکولز : فائینل - صوبہ متحدہ)
۷۔ ایک دائرہ کے قوس کا طول ۴ فٹ اور نصف قطر ۱۰ فٹ ہے؛ قطاع کا رقبہ معلوم کرو۔

(مدرا اس ٹکنیکل : اہستائی)
۸۔ ایک قطاع کا رقبہ معلوم کرو جبکہ نصف قطر ۵۰ فٹ اور قوس کا طول ۱۶ فٹ ہے۔
(ایضاً ~ ~)
۹۔ ۶ فٹ نصف قطر کے ایک دائرے کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کی قوس کا وتر ۸ فٹ ہے۔
(ایضاً ~ ~)

(ڈر کی انجینیر : داخلہ)
۱۰۔ ۱۰ فٹ نصف قطر کے ایک ربع دائرہ کے سرحدی نصف قطروں کو قطر بنا کر دو دائرے کھینچے جائیں تو اُس شکل کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں دائروں

میں مشترک ہے۔ (۳۷۱۴۱۵۹ = ۲۱)

۱۱۔ اس جگہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے چار متقاطع دائروں میں مشترک ہے جن کے مرکز ایک مربع کے زاویائی نقاط پر ہیں اور جن کے نصف قطر مربع کے ضلع کے برابر ہیں۔

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ ہے۔ اس دائرہ کے منطقہ کا ایک متوازی وتر قطر پر منطبق ہوتا ہے اور اس کا دوسرا وتر نصف قطر کے برابر ہے۔ منطقہ کا رقبہ کیا ہے؟ (۳۷۱۴۱۵۹ = ۲۱)

۱۳۔ دائرہ کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے دو متوازی وتروں کے درمیان ہے جن کے طول ۹۶ اور ۶۰ اینچ اور جن کا درمیانی فاصلہ ۲۶ اینچ ہے۔

۱۴۔ ایک قطعہ دائرہ کا رقبہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے ایک مربع اینچ ہے۔ اس کے قوس کا طول $2\frac{1}{4}$ اینچ اور قوس کے ایک سرے سے قطر پر کے عمود کا طول جو دوسرے سرے میں سے پچھلی گزرتا ہے $\frac{1}{4}$ اینچ ہے۔ دائرہ کا نصف قطر کیا ہے؟

۱۵۔ کسی شخص کا سنبڑا مستدیر وضع کا ہے اس کو وہ رُبعات میں تقسیم کرتا ہے اور ہر ایک رُبع میں ۱۰ فٹ عرض کا ایسا دائرہ نما راستہ بناتا ہے جس کا بیرونی کنارہ رُبع کے قوس اور اس کے دونوں نصف قطروں کو مس کرتا ہے اگر بڑے دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ فٹ ہو تو گھاس سے ڈھکی ہوئی زمین کا مجموعی رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۰ ہے اس کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر ۱۲ اور ۱۶ ہیں اور دونوں قطر کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

۱۷۔ ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جو ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۲۰ اور ارتفاع ۵ اینچ ہے۔

۱۸۔ اگر ایک دائرہ کا مرکز جس کا قطر ۲۰ ہے دوسرے ایسے دائرہ کے

محیط میں واقع ہو جس کا قطر ۴۰ ہے تو دائروں سے گھرے ہوئے تین حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۹۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۵ اور مرکز کے ایک ہی جانب اس کے دو متوازی وتر ۲۰ اور ۱۵ ہیں: ان کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰۔ ایک منطقہ کے دو متوازی وتروں کے طول جو مرکز کے متقابل جانبوں میں واقع ہوتے ہیں ۱۸ اور ۲۴ ہیں اور مرکز سے ان کے فاصلے ۱۲ اور ۹ ہیں: منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۱۔ ایک گھڑی کے گھنٹہ اور منٹ کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۱۰ اور ۱۳ اینچ ہیں: ۱۱ گھنٹہ ۴۸ منٹ اور ۱۲ گھنٹہ ۴۴ منٹ کے درمیان سوئیوں سے بننے والے قطاعوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

۲۲۔ اس بڑے سے بڑے مربع کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے قطعہ میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا وتر ۱۶ اور ارتفاع ۴ ہے۔

۲۳۔ ایک دائرہ کے قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیکھئے ہوئے ہیں۔ قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴۔ مثلث، منظم کثیر الاضلاع اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔

(دُرّ کی اپوسب آرڈینیٹ: داحنلہ)

۲۵۔ تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے دونوں دائروں کے مرکوزوں میں سے گزرتا ہے: ان کے رقبے کا رقبہ دریافت کرو جو تینوں دائروں میں مشترک ہے۔

۲۶۔ ایک قطعہ کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۹ اینچ ہے: قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷۔ ایک میدان کی وضع مثلث مساوی الساقین ہے جس کا قاعدہ ۵۰۰ گز اور ضلع ۸۰۰ گز ہے: ایک گھورے کو مثلث کے راس پر باندھنے کے لئے کس قدر طول کی رسی کی ضرورت ہوگی تاکہ وہ ۱۰۰۰ مربع گز پر چرسکے؟

۲۸۔ دو لڑکے جو ۳۰ فٹ بلند کردہ کے اندر سیب ڈھکیٹنے کا کھیل کھیل رہے ہیں معلوم کرتے ہیں کہ اگر وہ ایک دوسرے سے ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر کھڑے ہوں تو سیب جو ایک ڈوری کے ذریعہ چھت سے لٹک رہا ہے ہر ایک کے منہ تک عین پہنچتا ہے: اس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جو سیب اور ڈوری سے بنتا ہے جبکہ فرش سے ہر لڑکے کے منہ کی بلندی ۳ فٹ ہے۔

۲۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۱۰ اینچ ہے۔ اس کے اندر دو متوازی خطوط مستقیم کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک مرکز سے ایک اینچ کے فاصلہ پر ہے: دائرہ کے اس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو ان خطوط کے درمیان ہے۔

۳۰۔ ایک دائرہ کا محیط ۱۱ فٹ ہے نصف قطر کا طول اور ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جو نصف قطر کے مساوی طول کے وتر سے قطع ہوتا ہو۔

۳۱۔ قطاع کا رقبہ اور قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۴ اور ارتفاع ۶ ہے۔
۳۲۔ ایک روپیہ کا قطر ۱ اینچ ہے: اگر ایسے تین سیکوں کو میز پر اس طرح رکھا جائے کہ ہر ایک کا کنارہ باقی دو سے مس کرے تو ان کی درمیانی مشترکہ جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فٹ ہے۔ دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک نصف قطر کے برابر ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔
 $361 \times 159 = 57409$

۳۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی طرف دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک تو مرکز پر ۹۰° کا زاویہ اور دوسرا ۹۰° کا زاویہ بناتا ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔
۳۵۔ ۱۲ نصف قطر کے دائرہ کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ ہے۔

۳۶۔ اس قطاع دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کے قوس کا ناپ ۱۰ فٹ ہے اور مرکز پر ۲۴° کا زاویہ بناتا ہے۔

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۳۷۔ انچ نصف قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہیں۔ اور ایک ڈوری اُنکے گرد اس طرح کھینچی گئی ہے کہ وہ دائروں کے وسط میں قطع کرتی ہے، ڈوری کا طول اور اُس سے گھرا ہوا رقبہ دریافت کرو۔ ($3.14159 = \pi$)

۳۸۔ ۱۰ فٹ قطر کا ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے ایک قطر کے سروں میں سے گزرتا ہے اور ایک نصف قطر کی زاویہ قائمہ پر تقصیف کرتا ہے : اُس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں میں مشترک ہے۔ ($3.14159 = \pi$)

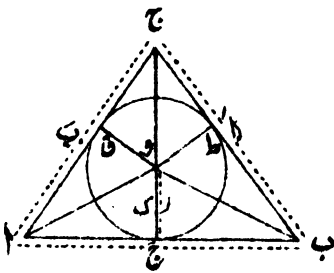
۳۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی جانب دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک کے سامنے مرکز پر ۶۰ کا زاویہ اور دوسرے کے محاذی ۱۲۰ کا زاویہ بنتا ہے، وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

باب پانزدہم

مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے

مسئلہ (۲۴) ^{۹۳}

۹۲۔ مثلث کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ مثلث کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مثلث ا ب ج کے اندرونی دائرہ ط ق ک کا مرکز ہے۔ تب اگر اس دائرہ اور مثلث کے نقاط تماس ط، ق، ک ہوں تو د ط، وق اور وک اندرونی دائرہ کے نصف قطر ہونگے اور یہ

بالترتیب ب ج، ج ا اور ا ب پر عمود ہونگے۔ (اقلیس مقالہ چارٹھم ص ۴) فرض کرو کہ دائرہ ط ق ک کے نصف قطر وک کا ا ب کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر اور ب ج، ج ا، ا ب کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب د، ب، ج ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ ر کی قیمت د، ب، ج کی رقوم میں دریافت کی جائے۔

و، د ب، و ج کو ملاؤ۔

اب —

$\triangle$ ا ب ج کا رقبہ = $\triangle$ ب و ج کا رقبہ + $\triangle$ ج و ا کا رقبہ + $\triangle$ ا و ب کا رقبہ

$$\frac{1}{2} \times \text{وط} \times \text{ب ج} + \frac{1}{2} \times \text{وق} \times \text{ج ا} + \frac{1}{2} \times \text{وک} \times \text{ا ب} \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \text{ا} + \frac{1}{2} \times \text{ب} + \frac{1}{2} \times \text{ج} \right) \times \text{مربع اکائیوں}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}) \times \text{مربع اکائیوں}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}) \times \text{مربع اکائیوں}$$

$$= \text{ر ص} \times \text{مربع اکائیوں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

$$\therefore \text{ر خطی اکائیاں} = \frac{\triangle \text{ا ب ج کا رقبہ}}{\text{ص طولی اکائیاں}}$$

$$= \frac{\triangle}{\text{ص}}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے رقبہ میں کسی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے نصف احاطہ کی متناسط طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں انھی طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا اختصاراً —

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{مثلث کا نصف احاطہ}}$$

$$= \frac{\triangle}{\text{ص}}$$

جہاں $\Delta = ۴$ (ص - ۳۵) (ص - ۴۴) (ص - ۷۵) دفعہ ۲۳

$$۷۷ = \frac{۷۵ + ۴۴ + ۳۵}{۲} = \text{اور ص}$$

$$\sqrt{۲ \times ۳۳ \times ۴۲ \times ۷۷} = \Delta = \text{یعنی}$$

$$۲۶۲ =$$

$$\therefore \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۲۶۲}{۲} = ۱۳۱ \text{ فٹ}$$

مثال ۲: ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جو ۹ گز منسلک کے مثلث مساوی الاضلاع کے اندر بنایا گیا ہے۔ $\frac{۲۲}{۲} = \pi$

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۱}{۳۱۲} \text{ گز دفعہ ۹۳}$$

$$\text{جہاں } ۹ = ۱$$

$$\therefore \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۹}{۳۱۲} \text{ گز}$$

$$= \frac{۳۱۲.۳}{۲} \text{ گز}$$

$$\text{دائرہ کا محیط} = ۳۱۲ \text{ ر گز دفعہ ۶۹}$$

$$\text{جہاں } r = \frac{۳۱۲.۳}{۲} \text{ اور } \frac{۲۲}{۲} = \pi$$

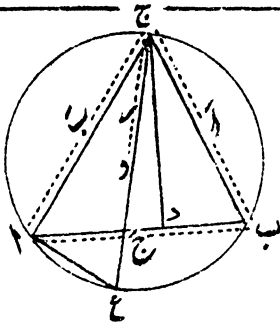
$$\therefore \text{دائرہ کا محیط} = ۲ \times \frac{۲۲}{۲} \times \frac{۳۱۲.۳}{۲} \text{ گز}$$

$$= \dots ۳۳۳ \text{ ۱۶ گز}$$

مسئلہ ۲۵

۹۵۔ مثلث کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ

اُس کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مثلث $\triangle ABC$ کے
بیرونی دائرہ $\odot$ ABC کا مرکز
ہے۔

تب $\odot$ ABC حلقہ دائرہ کا نصف قطر ہوگا
فرض کرو کہ دائرہ $\odot$ ABC کے
نصف قطر $\odot$ ABC کا ناپ کسی طولی اکائی

کے لحاظ سے r ہے۔ نیز $\triangle ABC$ کے ناپ a, b, c کے ناپ اسی طولی اکائی
کے لحاظ سے بالترتیب a, b, c ہیں۔
مطلوب یہ ہے کہ r کی قیمت a, b, c کی رقوم میں دریافت
کی جائے۔

$\odot$ ABC کو یہاں تک بڑھاؤ کہ دائرہ $\odot$ ABC سے نقطہ E پر مل جائے۔
 $\odot$ ABC کو ملاؤ۔

$\triangle ABC$ پر عمود AD نکالو۔

تب چونکہ مثلثات $\triangle ABC$ اور $\triangle ADC$ متشابه ہیں (اقلیدس
مقالہ سوم شکل ۲۱ اور مقالہ سوم شکل ۳۱)۔

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ADC = AC : AB \quad \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\text{یعنی } AC : AB = AD : DC$$

$$\text{لیکن } \frac{1}{r} = AC : AD = \triangle ABC : \triangle ADC \quad \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{r} = AC : AD = \triangle ABC : \triangle ADC$$

$$\text{یا } \frac{1}{r} = \frac{AC^2}{AD^2}$$

$$\therefore \frac{1}{r} = \frac{AC^2}{AD^2} = \frac{AC^2}{DC^2}$$

$$\frac{AB \cdot C}{\Delta^2} = \text{مس}$$

پس قاعدہ۔

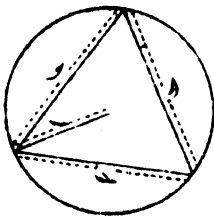
ایک ہی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے تینوں اضلاع میں
کی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو جب مثلث کے رقبہ
میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کے چارگنا سے تقسیم کیا جاتا
ہے تو اس طولی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے حائط دائرہ کے
نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً۔

بیرونی یا حائط دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\text{مثلث کے اضلاع کا حاصل ضرب}}{4 \times \text{مثلث کا رقبہ}}$

$$\frac{AB \cdot C}{\Delta^2} = \text{مس}$$

صورت خاص



۹۶۔ مثلث مساوی الاضلاع
اگر مثلث مساوی الاضلاع کے
ہر ایک ضلع میں داخلی اکائیاں ہوں

تو مثلث کا رقبہ = $\frac{3 \times \text{مربع اکائیاں}}{4}$
..... دفعہ ۲۱

اب کسی مثلث کے حائط دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\text{اضلاع کا حاصل ضرب}}{4 \times \text{مثلث کا رقبہ}}$
..... دفعہ ۹۵

∴ حاطط دائرہ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \text{مرج گز} \times \text{دفعہ ۱۸}$

$$\text{جہاں } r = 2 \text{ فٹ اور } \frac{22}{7} = \pi$$

∴ حاطط دائرہ کا رقبہ = $\frac{22}{7} \times (2 \text{ فٹ})^2$ مرج گز

$$= \frac{22 \times 4}{7} \text{ مرج گز}$$

$$= \frac{88}{7} \text{ مرج گز}$$

۱۔ مثلہ نمبری ۱۵

۱۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۰، ۴۲ اور ۱۸ فٹ ہیں۔

۲۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۲۹ اور ۲۵ انچ ہیں۔

۳۔ ایک فٹ ۳ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔ $\frac{22}{7} = \pi$

۴۔ ۲ فٹ ۲ انچ ۹ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے محیط دریافت کرو۔ $\frac{22}{7} = \pi$

سوالات امتحانات ۱۵

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$)

۱۔ مثلث کے اضلاع دیے ہوئے ہوں تو اس کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنے کے ضابطہ کو ثابت کرو۔

ایک مثلث مساوی الاضلاع کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۲۔ ایک ایسے مثلث کے گرد دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ فٹ ہیں۔

(جامعہ اہل اباد: میٹری کیولیشن)

۳۔ مثلث کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہوں تو مثلث کے گرد کے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

اپنے نتیجہ کا اطلاق ایک ایسے مثلث پر کرو جس کے اضلاع ۲۰، ۲۸ اور ۵۲ فٹ ہیں۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مثلث کے اضلاع $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{6}$ فٹ ہیں: اندرونی اور پیردنی دائروں کے نصف قطر انہوں میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵۔ ایک مثلث کے دو ضلعے بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ ہیں اور اس کا احاطہ ۳۲ فٹ ہے: مثلث کے گرد کے دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مڈل اسکول)

۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰، ۱۵۶ اور ۲۰۰ فٹ ہیں: حاطہ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(الضیاء)

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۷ اور ۹ فٹ ہیں: اس دائرہ کا قطر کیا ہے جو مثلث کے گرد بنایا گیا ہو؟

(الضیاء)

۸۔ اٹھ نصف قطر کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ اعداد کے تین مقامات تک ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔

(یورپین اسکولز فاٹینل صوبہات متحدہ)

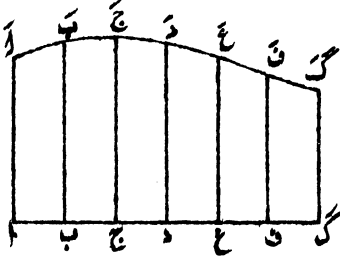
۹۔ اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے گرد ہے جس کے

- اضلاع بالترتیب ۶، ۸، ۲۸۵ اور ۲۹۳ فٹ ہیں۔ (برہین اسکول: فائینل صومچا مثلث)
- ۱۰۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔
جو جس نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہو (ایضاً)
- ۱۱۔ ۸ انچ قطر کے ایک دائرہ کے اندر بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (مدلاں تکنیکل: ابتدائی)
- ۱۲۔ ایک مثلث میں زاویہ منفرجہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب ۱۰ اور ۱۴ انچ ہیں اور اس سے تیسرے ضلع پر کا عمود ۷ انچ ہے، حائل دائرہ کا قطر دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۳۔ ایک دائرہ کے اندرونی مثلث کے تین اضلاع بالترتیب ۱۲، ۱۶ اور ۱۸ فٹ ہیں؛ دائرہ اور مثلث کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔ (ڈرڈ کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۴۔ اس دائرہ کا رقبہ مربع بخیر میں دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے اندر بنایا گیا ہے جس کے ضلع بالترتیب ۲، ۳، ۵، ۳ اور ۳۰ گز ہیں۔ (ایضاً)
- ۱۵۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۶، ۲۸ اور ۳۰ انچ ہیں، حائل دائرہ کا قطر مطلوب ہے۔ (ڈرڈ کی اپوسب آرڈینینٹ: ماہانہ)
- ۱۶۔ اس مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جو ایک ایسے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے جس کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے۔ (ڈرڈ کی اپوسب آرڈینینٹ: داخلہ)
- ۱۷۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ ایک دائرہ میں بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے ایک ایک ضلع کا مجموعہ دائرہ کے نصف محیط کے تقریباً برابر ہے۔ (جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

باب شانزدہم

سپیسٹن کا قاعدہ

۹۸۔ منحنی اوڈگ، مستقیم خط اگ اور اس پر کے عمود ۱۰ اور گ گ سے گھری ہوئی شکل پر غور کرو۔



اگ کو کسی جنت تعداد مساوی حصوں ۱ ب، ۲ ب ج، ج د، میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور نقاط تقسیم سے اگ پر عمود ۱۰

ب ۱، ب ۲، ج ۱، ج ۲، کھینچے گئے ہیں جو منحنی سے نقاط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ پر ملتے ہیں۔

(نوٹ: ظاہر ہے کہ اگر اگ کو جنت مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو عمودوں کی تعداد طاق ہوگی۔ مترجم)

عمود ۱۰، ب ۱، ب ۲، ج ۱، ج ۲، کو منحنی کے معین کہتے ہیں۔
۱ ب کا طول معینوں کا درمیانی مشترک فاصلہ کہلاتا ہے۔

مسئلہ ۲۶

کسی ایسی شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنا جسکی ایک سرحد کوئی خط منحنی ہو جبکہ اس کے معینوں کے طول جو تعداد میں طاق ہیں اور ان کا درمیانی مشترک فاصلہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ متینوں کے طول m ، m ، m اور ان کا مشترک فاصلہ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے n ہے۔
 شکل میں A اور B ج کو ملاؤ۔

یعنی ۱ اوج ج کا رقبہ > شکل منحنی و ج

> اب (۱ اوج + ج ج)

> اب ۲ × ب ب

> ش ۲ × م م مربع اکائیاں

اس طرح ہمیں دو نتائج حاصل ہوتے ہیں جن میں سے ایک تو اوج ج کے رقبہ سے قدرے کم اور دوسرا اُس سے قدرے زیادہ ہے۔ ان دونوں نتائج کو ملا دیا جائے تو ایک بڑی حد تک دونوں غلطیاں ایک دوسرے کا تقادل کر دیتی ہیں۔ اس لیے تمام عملی ضروریات کے لیے ہم لکھ سکتے ہیں کہ۔

۳ × ۱ اوج ج کا رقبہ = ش (م + م + م) مربع اکائیاں
اب ہم تیسرے اور چوتھے ٹکڑوں کو لیں گے جن سے شکل ج ج ع بنتی ہے اور اس کے لئے شکل ۱ اوج ج کے رقبہ کے لئے جو جملہ حاصل ہوا ہے اُس میں م کے بجائے م، م کے بجائے م، م کے بجائے م، م صرف لکھ دینا کافی ہو گا۔
اس طرح معلوم ہو گا کہ۔

۳ × ج ج ع کا رقبہ = ش (م + م + م) مربع اکائیاں
اسی طرح۔

۳ × ع ع گ گ کا رقبہ = ش (م + م + م) مربع اکائیاں

اور ۳ × گ گ ک ک کا رقبہ = ش (م + م + م) مربع اکائیاں
اس لیے۔

$$\left\{ \frac{ش}{۳} = ۱ + م + ۹ + ۲ + (م + ۳ + م + ۵ + م + ۷ + م + ۹ + م + ۱۱) + (م + ۱۲ + م + ۱۴ + م + ۱۶ + م + ۱۸ + م + ۲۰ + م + ۲۲ + م + ۲۴ + م + ۲۶ + م + ۲۸ + م + ۳۰) \right\}$$

..... مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

پہلے اور آخری معین کے مجموعہ میں بقیہ طاق معینوں کے مجموعہ کا دو چند اور جفت معینوں کے مجموعہ کا چھار چند جمع کرو اور پھر حاصل کو مشترک فاصلہ کے ایک تہائی ٹیسی ضرب دو

یا مختصراً —

$$\left\{ \frac{ش}{۳} = \frac{۱ + ۲ + ۳ + \dots + م + م + م + \dots + م + م + م + ۲ + ۲ + ۲ + \dots + ۲ + ۲ + ۲}{۳} \right\}$$

$$ق = \left\{ \frac{ش}{۳} = ۱ + م + ۲ + ۳ + \dots + م + م + م + \dots + م + م + م + ۲ + ۲ + ۲ + \dots + ۲ + ۲ + ۲ \right\}$$

$$\left\{ \frac{ش}{۳} = ۱ + م + ۲ + ۳ + \dots + م + م + م + \dots + م + م + م + ۲ + ۲ + ۲ + \dots + ۲ + ۲ + ۲ \right\}$$

جہاں ۱ + ۲ = معینوں کی تعداد

یہ ظاہر ہے کہ معینوں کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی رقبہ اتنا ہی زیادہ درست ہوگا۔

نیز جواب کی کھٹ کا انحصار اس امر پر بھی ہے کہ منحنی منتظم ہو۔

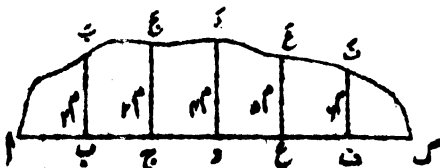
۱۰۰۔ اگر رقبہ کسی منحنی اور ایک خط مستقیم سے گھرا ہوا ہو جیسا کہ شکل سے

ظاہر ہے تو بھی اسی قاعدہ کا

اطلاق ہوتا ہے۔ اس صورت

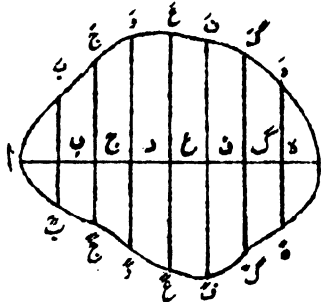
میں پہلا اور آخری معین صفر ہوتے

ہیں اور ضابطہ حسب ذیل ہوجاتا ہے:



$$\text{قی} = \frac{ش}{۳} \{ ۲(م + م) + ۴(م + م + م + م) \}$$

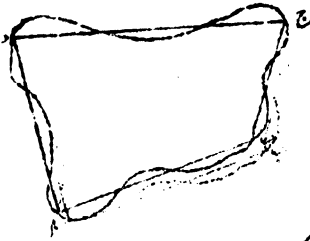
۱۰۔ اگر رقبہ کسی بند منحنی سے گھرا ہوا ہو تو اس وقت بھی اسی قاعدہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ (دیکھو شکل)۔



اس صورت میں معین کے لئے مجموعی طول $ب ب ب ب ب ب$ لئے جاتے ہیں۔

۱۰۲۔ اگر کوئی شکل مثلاً $ا ب ج د$ کسی غیر منتظم منحنی سے گھری ہوئی

ہو تو ایک ایسی شکل مستقیم الخطوط کھینچنا قرین مصلحت ہے جو حقی الامکان منحنی پر منطبق ہو سکے۔



سمپسن (Simpson) کے

قاعدہ سے شکل منحنی الاضلاع کے ان حصوں کے رقبہ معلوم کر سکتے ہیں جو شکل مستقیم الخطوط

کے باہر واقع ہوتے ہیں نیز ان حصص کے رقبہ بھی جو اندر واقع ہیں تب شکل مستقیم الخطوط کے رقبہ میں اول الذکر رقبوں کو جمع کرنے سے اور پھر اول الذکر رقبوں کو تفریق کرنے سے ہمیں شکل منحنی الاضلاع کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک منحنی کے معیضوں کے ناپ بالترتیب ۵، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ فٹ ہیں اور ان کا مشترک فاصلہ ۴ فٹ ہے۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

رتبہ = $\frac{ش}{۳} \{ ۲(م + م) + ۴(م + م + م + م) \}$ مربع فٹ دفعہ ۹۹

ہاں $م = ۵$ ، $م = ۶$ ، $م = ۸$ ، $م = ۱۰$ ، $م = ۱۲$ ، $م = ۱۴$ ، $م = ۱۶$ ، $م = ۱۸$ اور $ش = ۱$

رقبہ سمپن کے قاعدے سے معلوم کرو۔ پھر بتاؤ کہ نتیجہ میں کسی قدر غلطی ہے ($11 = 14 \times 3$) (رڈ کی انجینیر: ماہانہ)

۵۔ کسی میدان کے ایک ضلع اب کا طول ۸۰ فٹ اور اس پر کے دو علی التوا اٹھ ضلعوں کے طول بالترتیب ۱۶ اور ۹۰ فٹ ہیں۔ جو متقابل ضلع ایک منحنی ہے اور اب سے اس پر کے معین (۱ سے ۱۰ فٹ کے فاصلوں پر) ($11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$) (رڈ کی انجینیر: ماہانہ)

۶۔ کسی اساسی خط پر ۱۰۰ فٹ کے فاصلوں سے ایک منحنی کے تیسرے مساوی الفصل معین کھینچے گئے کسروں کے معینوں / منحنی اور اساسی خط سے گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ معین ۱۵۰، ۱۶۰، ۱۷۰، ۱۸۰، ۱۹۰، ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۲۰، ۲۳۰، ۲۴۰، ۲۵۰، ۲۶۰، ۲۷۰، ۲۸۰، ۲۹۰، ۳۰۰ (رڈ کی انجینیر: ماہانہ)

۷۔ ایک خط کا طول ۵۸۴ فٹ ہے اور اس پر مساوی فاصلوں سے کسی غیر منتظم منحنی سرحد کے حسب ذیل بیرونی عمود کھینچے گئے: ۹۳، ۸۴، ۷۶، ۶۸، ۶۰، ۵۲، ۴۴، ۳۶، ۲۸، ۲۰، ۱۲، ۴، ۰، ۱۲، ۲۰، ۲۸، ۳۶، ۴۴، ۵۲، ۶۰، ۶۸، ۷۶، ۸۴، ۹۳ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۸۔ ریلوے خط سے ایک تراش کے ارتفاع جو ۳۰ فٹ کے فاصلوں پر کھینچے گئے ہیں حسب ذیل ہیں ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰، ۵۵، ۶۰، ۶۵، ۷۰، ۷۵، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۹۵، ۱۰۰، ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۵، ۱۲۰، ۱۲۵، ۱۳۰، ۱۳۵، ۱۴۰، ۱۴۵، ۱۵۰، ۱۵۵، ۱۶۰، ۱۶۵، ۱۷۰، ۱۷۵، ۱۸۰، ۱۸۵، ۱۹۰، ۱۹۵، ۲۰۰ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۹۔ سمپن کے قاعدہ سے کیا مراد ہے؟ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۱۰۔ سمپن کے قاعدہ سے شکل منحنی کا رقبہ دریافت کرو جن کے معین ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۹، ۳۱، ۳۳، ۳۵، ۳۷، ۳۹، ۴۱، ۴۳، ۴۵، ۴۷، ۴۹، ۵۱، ۵۳، ۵۵، ۵۷، ۵۹، ۶۱، ۶۳، ۶۵، ۶۷، ۶۹، ۷۱، ۷۳، ۷۵، ۷۷، ۷۹، ۸۱، ۸۳، ۸۵، ۸۷، ۸۹، ۹۱، ۹۳، ۹۵، ۹۷، ۹۹، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۵، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۱، ۱۱۳، ۱۱۵، ۱۱۷، ۱۱۹، ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۲۵، ۱۲۷، ۱۲۹، ۱۳۱، ۱۳۳، ۱۳۵، ۱۳۷، ۱۳۹، ۱۴۱، ۱۴۳، ۱۴۵، ۱۴۷، ۱۴۹، ۱۵۱، ۱۵۳، ۱۵۵، ۱۵۷، ۱۵۹، ۱۶۱، ۱۶۳، ۱۶۵، ۱۶۷، ۱۶۹، ۱۷۱، ۱۷۳، ۱۷۵، ۱۷۷، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۸۳، ۱۸۵، ۱۸۷، ۱۸۹، ۱۹۱، ۱۹۳، ۱۹۵، ۱۹۷، ۱۹۹، ۲۰۱، ۲۰۳، ۲۰۵، ۲۰۷، ۲۰۹، ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۵، ۲۱۷، ۲۱۹، ۲۲۱، ۲۲۳، ۲۲۵، ۲۲۷، ۲۲۹، ۲۳۱، ۲۳۳، ۲۳۵، ۲۳۷، ۲۳۹، ۲۴۱، ۲۴۳، ۲۴۵، ۲۴۷، ۲۴۹، ۲۵۱، ۲۵۳، ۲۵۵، ۲۵۷، ۲۵۹، ۲۶۱، ۲۶۳، ۲۶۵، ۲۶۷، ۲۶۹، ۲۷۱، ۲۷۳، ۲۷۵، ۲۷۷، ۲۷۹، ۲۸۱، ۲۸۳، ۲۸۵، ۲۸۷، ۲۸۹، ۲۹۱، ۲۹۳، ۲۹۵، ۲۹۷، ۲۹۹، ۳۰۱، ۳۰۳، ۳۰۵، ۳۰۷، ۳۰۹، ۳۱۱، ۳۱۳، ۳۱۵، ۳۱۷، ۳۱۹، ۳۲۱، ۳۲۳، ۳۲۵، ۳۲۷، ۳۲۹، ۳۳۱، ۳۳۳، ۳۳۵، ۳۳۷، ۳۳۹، ۳۴۱، ۳۴۳، ۳۴۵، ۳۴۷، ۳۴۹، ۳۵۱، ۳۵۳، ۳۵۵، ۳۵۷، ۳۵۹، ۳۶۱، ۳۶۳، ۳۶۵، ۳۶۷، ۳۶۹، ۳۷۱، ۳۷۳، ۳۷۵، ۳۷۷، ۳۷۹، ۳۸۱، ۳۸۳، ۳۸۵، ۳۸۷، ۳۸۹، ۳۹۱، ۳۹۳، ۳۹۵، ۳۹۷، ۳۹۹، ۴۰۱، ۴۰۳، ۴۰۵، ۴۰۷، ۴۰۹، ۴۱۱، ۴۱۳، ۴۱۵، ۴۱۷، ۴۱۹، ۴۲۱، ۴۲۳، ۴۲۵، ۴۲۷، ۴۲۹، ۴۳۱، ۴۳۳، ۴۳۵، ۴۳۷، ۴۳۹، ۴۴۱، ۴۴۳، ۴۴۵، ۴۴۷، ۴۴۹، ۴۵۱، ۴۵۳، ۴۵۵، ۴۵۷، ۴۵۹، ۴۶۱، ۴۶۳، ۴۶۵، ۴۶۷، ۴۶۹، ۴۷۱، ۴۷۳، ۴۷۵، ۴۷۷، ۴۷۹، ۴۸۱، ۴۸۳، ۴۸۵، ۴۸۷، ۴۸۹، ۴۹۱، ۴۹۳، ۴۹۵، ۴۹۷، ۴۹۹، ۵۰۱، ۵۰۳، ۵۰۵، ۵۰۷، ۵۰۹، ۵۱۱، ۵۱۳، ۵۱۵، ۵۱۷، ۵۱۹، ۵۲۱، ۵۲۳، ۵۲۵، ۵۲۷، ۵۲۹، ۵۳۱، ۵۳۳، ۵۳۵، ۵۳۷، ۵۳۹، ۵۴۱، ۵۴۳، ۵۴۵، ۵۴۷، ۵۴۹، ۵۵۱، ۵۵۳، ۵۵۵، ۵۵۷، ۵۵۹، ۵۶۱، ۵۶۳، ۵۶۵، ۵۶۷، ۵۶۹، ۵۷۱، ۵۷۳، ۵۷۵، ۵۷۷، ۵۷۹، ۵۸۱، ۵۸۳، ۵۸۵، ۵۸۷، ۵۸۹، ۵۹۱، ۵۹۳، ۵۹۵، ۵۹۷، ۵۹۹، ۶۰۱، ۶۰۳، ۶۰۵، ۶۰۷، ۶۰۹، ۶۱۱، ۶۱۳، ۶۱۵، ۶۱۷، ۶۱۹، ۶۲۱، ۶۲۳، ۶۲۵، ۶۲۷، ۶۲۹، ۶۳۱، ۶۳۳، ۶۳۵، ۶۳۷، ۶۳۹، ۶۴۱، ۶۴۳، ۶۴۵، ۶۴۷، ۶۴۹، ۶۵۱، ۶۵۳، ۶۵۵، ۶۵۷، ۶۵۹، ۶۶۱، ۶۶۳، ۶۶۵، ۶۶۷، ۶۶۹، ۶۷۱، ۶۷۳، ۶۷۵، ۶۷۷، ۶۷۹، ۶۸۱، ۶۸۳، ۶۸۵، ۶۸۷، ۶۸۹، ۶۹۱، ۶۹۳، ۶۹۵، ۶۹۷، ۶۹۹، ۷۰۱، ۷۰۳، ۷۰۵، ۷۰۷، ۷۰۹، ۷۱۱، ۷۱۳، ۷۱۵، ۷۱۷، ۷۱۹، ۷۲۱، ۷۲۳، ۷۲۵، ۷۲۷، ۷۲۹، ۷۳۱، ۷۳۳، ۷۳۵، ۷۳۷، ۷۳۹، ۷۴۱، ۷۴۳، ۷۴۵، ۷۴۷، ۷۴۹، ۷۵۱، ۷۵۳، ۷۵۵، ۷۵۷، ۷۵۹، ۷۶۱، ۷۶۳، ۷۶۵، ۷۶۷، ۷۶۹، ۷۷۱، ۷۷۳، ۷۷۵، ۷۷۷، ۷۷۹، ۷۸۱، ۷۸۳، ۷۸۵، ۷۸۷، ۷۸۹، ۷۹۱، ۷۹۳، ۷۹۵، ۷۹۷، ۷۹۹، ۸۰۱، ۸۰۳، ۸۰۵، ۸۰۷، ۸۰۹، ۸۱۱، ۸۱۳، ۸۱۵، ۸۱۷، ۸۱۹، ۸۲۱، ۸۲۳، ۸۲۵، ۸۲۷، ۸۲۹، ۸۳۱، ۸۳۳، ۸۳۵، ۸۳۷، ۸۳۹، ۸۴۱، ۸۴۳، ۸۴۵، ۸۴۷، ۸۴۹، ۸۵۱، ۸۵۳، ۸۵۵، ۸۵۷، ۸۵۹، ۸۶۱، ۸۶۳، ۸۶۵، ۸۶۷، ۸۶۹، ۸۷۱، ۸۷۳، ۸۷۵، ۸۷۷، ۸۷۹، ۸۸۱، ۸۸۳، ۸۸۵، ۸۸۷، ۸۸۹، ۸۹۱، ۸۹۳، ۸۹۵، ۸۹۷، ۸۹۹، ۹۰۱، ۹۰۳، ۹۰۵، ۹۰۷، ۹۰۹، ۹۱۱، ۹۱۳، ۹۱۵، ۹۱۷، ۹۱۹، ۹۲۱، ۹۲۳، ۹۲۵، ۹۲۷، ۹۲۹، ۹۳۱، ۹۳۳، ۹۳۵، ۹۳۷، ۹۳۹، ۹۴۱، ۹۴۳، ۹۴۵، ۹۴۷، ۹۴۹، ۹۵۱، ۹۵۳، ۹۵۵، ۹۵۷، ۹۵۹، ۹۶۱، ۹۶۳، ۹۶۵، ۹۶۷، ۹۶۹، ۹۷۱، ۹۷۳، ۹۷۵، ۹۷۷، ۹۷۹، ۹۸۱، ۹۸۳، ۹۸۵، ۹۸۷، ۹۸۹، ۹۹۱، ۹۹۳، ۹۹۵، ۹۹۷، ۹۹۹، ۱۰۰۱، ۱۰۰۳، ۱۰۰۵، ۱۰۰۷، ۱۰۰۹، ۱۰۱۱، ۱۰۱۳، ۱۰۱۵، ۱۰۱۷، ۱۰۱۹، ۱۰۲۱، ۱۰۲۳، ۱۰۲۵، ۱۰۲۷، ۱۰۲۹، ۱۰۳۱، ۱۰۳۳، ۱۰۳۵، ۱۰۳۷، ۱۰۳۹، ۱۰۴۱، ۱۰۴۳، ۱۰۴۵، ۱۰۴۷، ۱۰۴۹، ۱۰۵۱، ۱۰۵۳، ۱۰۵۵، ۱۰۵۷، ۱۰۵۹، ۱۰۶۱، ۱۰۶۳، ۱۰۶۵، ۱۰۶۷، ۱۰۶۹، ۱۰۷۱، ۱۰۷۳، ۱۰۷۵، ۱۰۷۷، ۱۰۷۹، ۱۰۸۱، ۱۰۸۳، ۱۰۸۵، ۱۰۸۷، ۱۰۸۹، ۱۰۹۱، ۱۰۹۳، ۱۰۹۵، ۱۰۹۷، ۱۰۹۹، ۱۱۰۱، ۱۱۰۳، ۱۱۰۵، ۱۱۰۷، ۱۱۰۹، ۱۱۱۱، ۱۱۱۳، ۱۱۱۵، ۱۱۱۷، ۱۱۱۹، ۱۱۲۱، ۱۱۲۳، ۱۱۲۵، ۱۱۲۷، ۱۱۲۹، ۱۱۳۱، ۱۱۳۳، ۱۱۳۵، ۱۱۳۷، ۱۱۳۹، ۱۱۴۱، ۱۱۴۳، ۱۱۴۵، ۱۱۴۷، ۱۱۴۹، ۱۱۵۱، ۱۱۵۳، ۱۱۵۵، ۱۱۵۷، ۱۱۵۹، ۱۱۶۱، ۱۱۶۳، ۱۱۶۵، ۱۱۶۷، ۱۱۶۹، ۱۱۷۱، ۱۱۷۳، ۱۱۷۵، ۱۱۷۷، ۱۱۷۹، ۱۱۸۱، ۱۱۸۳، ۱۱۸۵، ۱۱۸۷، ۱۱۸۹، ۱۱۹۱، ۱۱۹۳، ۱۱۹۵، ۱۱۹۷، ۱۱۹۹، ۱۲۰۱، ۱۲۰۳، ۱۲۰۵، ۱۲۰۷، ۱۲۰۹، ۱۲۱۱، ۱۲۱۳، ۱۲۱۵، ۱۲۱۷، ۱۲۱۹، ۱۲۲۱، ۱۲۲۳، ۱۲۲۵، ۱۲۲۷، ۱۲۲۹، ۱۲۳۱، ۱۲۳۳، ۱۲۳۵، ۱۲۳۷، ۱۲۳۹، ۱۲۴۱، ۱۲۴۳، ۱۲۴۵، ۱۲۴۷، ۱۲۴۹، ۱۲۵۱، ۱۲۵۳، ۱۲۵۵، ۱۲۵۷، ۱۲۵۹، ۱۲۶۱، ۱۲۶۳، ۱۲۶۵، ۱۲۶۷، ۱۲۶۹، ۱۲۷۱، ۱۲۷۳، ۱۲۷۵، ۱۲۷۷، ۱۲۷۹، ۱۲۸۱، ۱۲۸۳، ۱۲۸۵، ۱۲۸۷، ۱۲۸۹، ۱۲۹۱، ۱۲۹۳، ۱۲۹۵، ۱۲۹۷، ۱۲۹۹، ۱۳۰۱، ۱۳۰۳، ۱۳۰۵، ۱۳۰۷، ۱۳۰۹، ۱۳۱۱، ۱۳۱۳، ۱۳۱۵، ۱۳۱۷، ۱۳۱۹، ۱۳۲۱، ۱۳۲۳، ۱۳۲۵، ۱۳۲۷، ۱۳۲۹، ۱۳۳۱، ۱۳۳۳، ۱۳۳۵، ۱۳۳۷، ۱۳۳۹، ۱۳۴۱، ۱۳۴۳، ۱۳۴۵، ۱۳۴۷، ۱۳۴۹، ۱۳۵۱، ۱۳۵۳، ۱۳۵۵، ۱۳۵۷، ۱۳۵۹، ۱۳۶۱، ۱۳۶۳، ۱۳۶۵، ۱۳۶۷، ۱۳۶۹، ۱۳۷۱، ۱۳۷۳، ۱۳۷۵، ۱۳۷۷، ۱۳۷۹، ۱۳۸۱، ۱۳۸۳، ۱۳۸۵، ۱۳۸۷، ۱۳۸۹، ۱۳۹۱، ۱۳۹۳، ۱۳۹۵، ۱۳۹۷، ۱۳۹۹، ۱۴۰۱، ۱۴۰۳، ۱۴۰۵، ۱۴۰۷، ۱۴۰۹، ۱۴۱۱، ۱۴۱۳، ۱۴۱۵، ۱۴۱۷، ۱۴۱۹، ۱۴۲۱، ۱۴۲۳، ۱۴۲۵، ۱۴۲۷، ۱۴۲۹، ۱۴۳۱، ۱۴۳۳، ۱۴۳۵، ۱۴۳۷، ۱۴۳۹، ۱۴۴۱، ۱۴۴۳، ۱۴۴۵، ۱۴۴۷، ۱۴۴۹، ۱۴۵۱، ۱۴۵۳، ۱۴۵۵، ۱۴۵۷، ۱۴۵۹، ۱۴۶۱، ۱۴۶۳، ۱۴۶۵، ۱۴۶۷، ۱۴۶۹، ۱۴۷۱، ۱۴۷۳، ۱۴۷۵، ۱۴۷۷، ۱۴۷۹، ۱۴۸۱، ۱۴۸۳، ۱۴۸۵، ۱۴۸۷، ۱۴۸۹، ۱۴۹۱، ۱۴۹۳، ۱۴۹۵، ۱۴۹۷، ۱۴۹۹، ۱۵۰۱، ۱۵۰۳، ۱۵۰۵، ۱۵۰۷، ۱۵۰۹، ۱۵۱۱، ۱۵۱۳، ۱۵۱۵، ۱۵۱۷، ۱۵۱۹، ۱۵۲۱، ۱۵۲۳، ۱۵۲۵، ۱۵۲۷، ۱۵۲۹، ۱۵۳۱، ۱۵۳۳، ۱۵۳۵، ۱۵۳۷، ۱۵۳۹، ۱۵۴۱، ۱۵۴۳، ۱۵۴۵، ۱۵۴۷، ۱۵۴۹، ۱۵۵۱، ۱۵۵۳، ۱۵۵۵، ۱۵۵۷، ۱۵۵۹، ۱۵۶۱، ۱۵۶۳، ۱۵۶۵، ۱۵۶۷، ۱۵۶۹، ۱۵۷۱، ۱۵۷۳، ۱۵۷۵، ۱۵۷۷، ۱۵۷۹، ۱۵۸۱، ۱۵۸۳، ۱۵۸۵، ۱۵۸۷، ۱۵۸۹، ۱۵۹۱، ۱۵۹۳، ۱۵۹۵، ۱۵۹۷، ۱۵۹۹، ۱۶۰۱، ۱۶۰۳، ۱۶۰۵، ۱۶۰۷، ۱۶۰۹، ۱۶۱۱، ۱۶۱۳، ۱۶۱۵، ۱۶۱۷، ۱۶۱۹، ۱۶۲۱، ۱۶۲۳، ۱۶۲۵، ۱۶۲۷، ۱۶۲۹، ۱۶۳۱، ۱۶۳۳، ۱۶۳۵، ۱۶۳۷، ۱۶۳۹، ۱۶۴۱، ۱۶۴۳، ۱۶۴۵، ۱۶۴۷، ۱۶۴۹، ۱۶۵۱، ۱۶۵۳، ۱۶۵۵، ۱۶۵۷، ۱۶۵۹، ۱۶۶۱، ۱۶۶۳، ۱۶۶۵، ۱۶۶۷، ۱۶۶۹، ۱۶۷۱، ۱۶۷۳، ۱۶۷۵، ۱۶۷۷، ۱۶۷۹، ۱۶۸۱، ۱۶۸۳، ۱۶۸۵، ۱۶۸۷، ۱۶۸۹، ۱۶۹۱، ۱۶۹۳، ۱۶۹۵، ۱۶۹۷، ۱۶۹۹، ۱۷۰۱، ۱۷۰۳، ۱۷۰۵، ۱۷۰۷، ۱۷۰۹، ۱۷۱۱، ۱۷۱۳، ۱۷۱۵، ۱۷۱۷، ۱۷۱۹، ۱۷۲۱، ۱۷۲۳، ۱۷۲۵، ۱۷۲۷، ۱۷۲۹، ۱۷۳۱، ۱۷۳۳، ۱۷۳۵، ۱۷۳۷، ۱۷۳۹، ۱۷۴۱، ۱۷۴۳، ۱۷۴۵، ۱۷۴۷، ۱۷۴۹، ۱۷۵۱، ۱۷۵۳، ۱۷۵۵، ۱۷۵۷، ۱۷۵۹، ۱۷۶۱، ۱۷۶۳، ۱۷۶۵، ۱۷۶۷، ۱۷۶۹، ۱۷۷۱، ۱۷۷۳، ۱۷۷۵، ۱۷۷۷، ۱۷۷۹، ۱۷۸۱، ۱۷۸۳، ۱۷۸۵، ۱۷۸۷، ۱۷۸۹، ۱۷۹۱، ۱۷۹۳، ۱۷۹۵، ۱۷۹۷، ۱۷۹۹، ۱۸۰۱، ۱۸۰۳، ۱۸۰۵، ۱۸۰۷، ۱۸۰۹، ۱۸۱۱، ۱۸۱۳، ۱۸۱۵، ۱۸۱۷، ۱۸۱۹، ۱۸۲۱، ۱۸۲۳، ۱۸۲۵، ۱۸۲۷، ۱۸۲۹، ۱۸۳۱، ۱۸۳۳، ۱۸۳۵، ۱۸۳۷، ۱۸۳۹، ۱۸۴۱، ۱۸۴۳، ۱۸۴۵، ۱۸۴۷، ۱۸۴۹، ۱۸۵۱، ۱۸۵۳، ۱۸۵۵، ۱۸۵۷، ۱۸۵۹، ۱۸۶۱، ۱۸۶۳، ۱۸۶۵، ۱۸۶۷، ۱۸۶۹، ۱۸۷۱، ۱۸۷۳، ۱۸۷۵، ۱۸۷۷، ۱۸۷۹، ۱۸۸۱، ۱۸۸۳، ۱۸۸۵، ۱۸۸۷، ۱۸۸۹، ۱۸۹۱، ۱۸۹۳، ۱۸۹۵، ۱۸۹۷، ۱۸۹۹، ۱۹۰۱، ۱۹۰۳، ۱۹۰۵، ۱۹۰۷، ۱۹۰۹، ۱۹۱۱، ۱۹۱۳، ۱۹۱۵، ۱۹۱۷، ۱۹۱۹، ۱۹۲۱، ۱۹۲۳، ۱۹۲۵، ۱۹۲۷، ۱۹۲۹، ۱۹۳۱، ۱۹۳۳، ۱۹۳۵، ۱۹۳۷، ۱۹۳۹، ۱۹۴۱، ۱۹۴۳، ۱۹۴۵، ۱۹۴۷، ۱۹۴۹، ۱۹۵۱، ۱۹۵۳، ۱۹۵۵، ۱۹۵۷، ۱۹۵۹، ۱۹۶۱، ۱۹۶۳، ۱۹۶۵، ۱۹۶۷، ۱۹۶۹، ۱۹۷۱، ۱۹۷۳، ۱۹۷۵، ۱۹۷۷، ۱۹۷۹، ۱۹۸۱، ۱۹۸۳، ۱۹۸۵، ۱۹۸۷، ۱۹۸۹، ۱۹۹۱، ۱۹۹۳، ۱۹۹۵، ۱۹۹۷، ۱۹۹۹، ۲۰۰۱، ۲۰۰۳، ۲۰۰۵، ۲۰۰۷، ۲۰۰۹، ۲۰۱۱، ۲۰۱۳، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷، ۲۰۱۹، ۲۰۲۱، ۲۰۲۳، ۲۰۲۵، ۲۰۲۷، ۲۰۲۹، ۲۰۳۱، ۲۰۳۳، ۲۰۳۵، ۲۰۳۷، ۲۰۳۹، ۲۰۴۱، ۲۰۴۳، ۲۰۴۵، ۲۰۴۷، ۲۰۴۹، ۲۰۵۱، ۲۰۵۳، ۲۰۵۵، ۲۰۵۷، ۲۰۵۹، ۲۰۶۱، ۲۰۶۳، ۲۰۶۵، ۲۰۶۷، ۲۰۶۹، ۲۰۷۱، ۲۰۷۳، ۲۰۷۵، ۲۰۷۷، ۲۰۷۹، ۲۰۸۱، ۲۰۸۳، ۲۰۸۵، ۲۰۸۷، ۲۰۸۹، ۲۰۹۱، ۲۰۹۳، ۲۰۹۵، ۲۰۹۷، ۲۰۹۹، ۲۱۰۱، ۲۱۰۳، ۲۱۰۵، ۲۱۰۷، ۲۱۰۹، ۲۱۱۱، ۲۱۱۳، ۲۱۱۵، ۲۱۱۷، ۲۱۱۹، ۲۱۲۱، ۲۱۲۳، ۲۱۲۵، ۲۱۲۷، ۲۱۲۹، ۲۱۳۱، ۲۱۳۳، ۲۱۳۵، ۲۱۳۷، ۲۱۳۹، ۲۱۴۱، ۲۱۴۳، ۲۱۴۵، ۲۱۴۷، ۲۱۴۹، ۲۱۵۱، ۲۱۵۳، ۲۱۵۵، ۲۱۵۷، ۲۱۵۹، ۲۱۶۱، ۲۱۶۳، ۲۱۶۵، ۲۱۶۷، ۲۱۶۹، ۲۱۷۱، ۲۱۷۳، ۲۱۷۵، ۲۱۷۷، ۲۱۷۹، ۲۱۸۱، ۲۱۸۳، ۲۱۸۵، ۲۱۸۷، ۲۱۸۹، ۲۱۹۱، ۲۱۹۳، ۲۱۹۵، ۲۱۹۷، ۲۱۹۹، ۲۲۰۱، ۲۲۰۳، ۲۲۰۵، ۲۲۰۷، ۲۲۰۹، ۲۲۱۱، ۲۲۱۳، ۲۲۱۵، ۲۲۱۷، ۲۲۱۹، ۲۲۲۱، ۲۲۲۳، ۲۲۲۵، ۲۲۲۷، ۲۲۲۹، ۲۲۳۱، ۲۲۳۳، ۲۲۳۵، ۲۲۳۷، ۲۲۳۹، ۲۲۴۱، ۲۲۴۳، ۲۲۴۵، ۲۲۴۷، ۲۲۴۹، ۲۲۵۱، ۲۲۵۳، ۲۲۵۵، ۲۲۵۷، ۲۲۵۹، ۲۲۶۱، ۲۲۶۳، ۲۲۶۵، ۲۲۶۷، ۲۲۶۹، ۲۲۷۱، ۲۲۷۳، ۲۲۷۵، ۲۲۷۷، ۲۲۷۹، ۲۲۸۱، ۲۲۸۳، ۲۲۸۵، ۲۲۸۷، ۲۲۸۹، ۲۲۹۱، ۲۲۹۳، ۲۲۹۵، ۲۲۹۷، ۲۲۹۹، ۲۳۰۱، ۲۳۰۳، ۲۳۰۵، ۲۳۰۷، ۲۳۰۹، ۲۳۱۱، ۲۳۱۳، ۲۳۱۵، ۲۳۱۷، ۲۳۱۹، ۲۳۲۱، ۲۳۲۳، ۲۳۲۵، ۲۳۲۷، ۲۳۲۹، ۲۳۳۱، ۲۳۳۳، ۲۳۳۵، ۲۳۳۷، ۲۳۳۹، ۲۳۴۱، ۲۳۴۳، ۲۳۴۵، ۲۳۴۷، ۲۳۴۹، ۲۳۵۱، ۲۳۵۳، ۲۳۵۵، ۲۳۵۷، ۲۳۵۹، ۲۳۶۱، ۲۳۶۳، ۲۳۶۵، ۲۳۶۷، ۲۳۶۹، ۲۳۷۱، ۲۳۷۳، ۲۳۷۵، ۲۳۷۷، ۲۳۷۹، ۲۳۸۱، ۲۳۸۳، ۲۳۸۵، ۲۳۸۷، ۲۳۸۹، ۲۳۹۱، ۲۳۹۳، ۲۳۹۵، ۲۳۹۷، ۲۳۹۹، ۲۴۰۱، ۲۴۰۳، ۲۴۰۵، ۲۴۰۷، ۲۴۰۹، ۲۴۱۱، ۲۴۱۳، ۲۴۱۵، ۲۴۱۷، ۲۴

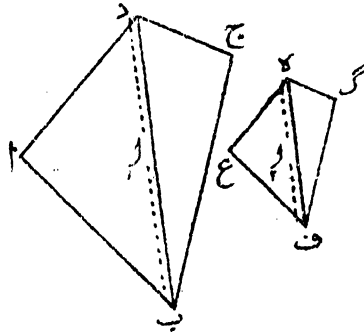
باب ہفتم

متشابه اشکال — رقبہ

مسئلہ ۲۷

۱۰۴۔ دو متشابه اشکال میں کسی دو متناظر خطوط کے طول اور ان میں سے ایک شکل کا رقبہ دے ہوئے ہوں تو دوسری شکل کا رقبہ معلوم کرتا۔

فرض کرو کہ ا ب ج د اور ع ف گ ک دو متشابه اشکال ہیں جن میں متناظر خطوط د ب اور ک ف کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ



سے بائیں Δ اور Δ ہیں اور شکل ع ف گ ک کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے Δ ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کا رقبہ، Δ ، Δ اور ق م کے لحاظ سے معلوم کیا جائے۔

اب از روئے اقلیدس متشابه اشکال کے رقبہ اُنکے کسی متناظر اضلاع کے مربعوں کے متناسب ہوتے ہیں اور یہ مسئلہ تمام متشابه اشکال کے لئے درست ہے خواہ وہ مستقیم خطوط سے گھرے ہوئے ہوں یا منحنی خطوط سے محدود ہوں۔

∴ شکل ۱ اب ج د کا رقبہ : شکل ۲ ع ف گ کا رقبہ = د ب : ا ب : ا ف یعنی۔

شکل ۱ اب ج د کا رقبہ : ق = د : ا : ا : ع ف گ کا رقبہ : ق = ا : د : د : ا

پس قاعدہ کسی شکل کے رقبہ کو متشابه شکل کے معلومہ رقبہ کے ساتھ جو نسبت ہے وہ دونوں شکلوں میں متناظر خطوط کے طولوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے اس سے دی ہوئی شکل کا رقبہ دریافت کیا جاسکتا ہے۔

یا مختصراً۔

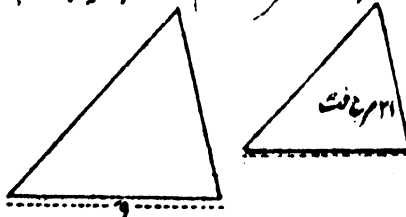
پہلی شکل کا رقبہ : دوسری شکل کا رقبہ = پہلی اور دوسری شکل کے متناظر طولوں کے مربعوں کی نسبت

$$ق : ق = د : ا = ا : د \quad (۱)$$

$$ا : ا = د : د = ا : د = د : ا \quad (۲) \quad \text{اس لیے}$$

۱۰۵۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱: دو متشابه مثلثوں کے قاعدے بالترتیب ۷ فٹ اور ۹ فٹ ہیں۔ اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۲۱ مربع فٹ ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا ؟



دوسرے کا رقبہ : ق مربع فٹ = $(\frac{1}{2})^2 : (\frac{1}{2})^2 = 1 : 1$ دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۱ = مربع فٹ

۱ = ۱ = فٹ

۱ = ۱ = فٹ

∴ دوسرے کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times 21 = \frac{21}{4}$ مربع فٹ

= $\frac{21}{4}$ مربع فٹ

= $\frac{32}{4}$ مربع فٹ

مثال ۱۰۴: ۲۴۰۰ مربع گز رقبہ کے ایک میدان کا نقشہ ۱ اینچ = ۳۰ فٹ کے پیمانہ پر اُتارا گیا: نقشہ کا رقبہ درج ذیل فٹ کرو۔

نقشہ کا رقبہ : ق مربع گز = $(\frac{1}{30})^2 : (\frac{1}{30})^2 = 1 : 1$ دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۴۰۰ = مربع گز

۱ = ۱ = اینچ

۱ = ۱۲ × ۳۰ = ۳۶۰ = فٹ

∴ نقشہ کا رقبہ = $\frac{1}{3600} \times 2400 = \frac{1}{150}$ مربع گز

= $\frac{122 \times 9 \times 2400}{3600 \times 3600}$ مربع اینچ

= ۲۲ مربع اینچ

مثال ۱۰۵: اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع اینچ دس ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتا ہو تو پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ وہ نقشہ اُتارا گیا ہے۔

۱ اینچ : ۱ اینچ = ۱۰۰ : ۱۰۰ دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۱ = مربع اینچ

ق = ۱۰۰ = ۱۰۰ × ۱۰۰ × ۹ × ۱۰۰ = ۱۰۰ مربع اینچ

$$10 \times 133 \times 9 \times 220 \times 10 : 17 = 1 \text{ انچ} : 1 \text{ انچ} = 17$$

$$4920 : 1 =$$

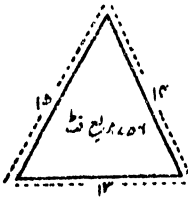
پس پایہ مطلوبہ حسب ذیل ہوگا۔

$$1 \text{ انچ} : 4920 = 1 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ انچ} : 1 \text{ انچ} = 1 \text{ انچ}$$

مثال ۴: ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کی نسبت میں ہیں۔

اور اس کا رقبہ ۷۵۶ مربع فٹ ہے: تینوں اضلاع کے طول معلوم کرو۔



$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} \dots \dots \dots 13 \text{ دفعہ}$$

$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ}$$

$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} \dots \dots \dots 13 \text{ دفعہ}$$

$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ}$$

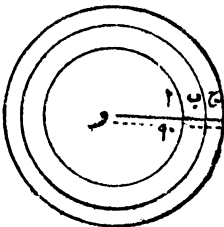
$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ}$$

$$13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ} : 13 \text{ فٹ} = 13 \text{ فٹ}$$

لہذا دوسرا اور تیسرا ضلع علی الترتیب ۴۲ فٹ اور ۴۵ فٹ ہے۔

مثال ۵: ۹۰ فٹ نصف قطر کے ایک دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے

تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رتبے سادہ ہوں۔



فرض کرو کہ وج دائرہ کا نصف قطر اور دب، و ا آن ہم مرکز دائروں کے نصف قطر ہیں جن سے وہ دائرہ تین سادہ

حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نیز فرض کرو ω اور ω ب کے ناپ بالترتیب ω اور ω ہیں۔

تب $\frac{1}{2} : \frac{2}{1} = 1 : 2$ دفعه ۱۰۴

اور (۹۰) : ۲ = ۲ : ۳ = ۱ : ۳ دفعہ ۱۰۴

اس لئے $\frac{90}{30} = 3$ $\therefore 30 = 3 \times 10$

$$6 \text{ م } 5 \text{ م } 4 \text{ م } \dots = 4 \text{ م } 3 \text{ م } 2 \text{ م } = 2 \text{ م } 1 \text{ م } = 1 \text{ م}$$

پس اس ہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۵۹، ۵۱ فٹ

اور ۸۴ و ۳۶ فقط ہیں۔

اشکله نمبری (۱۷)

۱۔ درمقابلہ مشدات کے قواعد بالترتیب ۸، ۱۱ اور ۱۲ میں اگر پہلے مثلث

کار قبہ ۱۲۸ مربع گز ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا ؟

۱۰۔ اگر ایک مثلث کا رقبہ ایک دوسرے متشابه مثلث کے رقبہ کا $\frac{1}{4}$ گنا ہو اور اگر پہلے مثلث کا قاعدہ ۹ اونچ رہو تو دوسرے مثلث کا قاعدہ دریافت کرو۔

نہ۔ ایک میدان کا نقشہ انچ = ۸ فٹ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے: اگر میدان کا اتمہ ۶۳ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع انچ میں معلوم کرو۔

۴۴۲ — ایک میدان کا نقشہ ۱ اینچ = ۹ فٹ ۲ اینچ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے،
اگر میدان کا نقشہ $\frac{1}{4}$ ۶۴۲ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع اینچ میں درافت کرو۔

۵۔ ایک نقشہ میں ایک مربع فٹ سطح ۳۰ ایکڑ رقبہ کو تعمیر کرتی ہے یہ بیان معلوم کرو۔
۶۔ اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع انچ ۹۰ ایکڑ کو تعمیر کرتا ہو تو وہ یہ بیان معلوم

کرد جس پر کہ نقشہ کشینا گیا ہے۔

۷۔ ایک ثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۲، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۳، ۴، ۵ کے تناسب میں ہیں اور

- ۱۔ اس کا رقبہ ۹۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔
- ۹۔ ایک مستطیل کے ضلع اعداد ۸ اور ۹ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۰۔ ایک مستطیل کے اضلاع اعداد ۱۲ اور ۱۳ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۸ مربع انچ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۱۔ قاعدے کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۱۸ فٹ ہو تو خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔
- ۱۲۔ قاعدہ کے متوازی دو خطوط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۸۰ انچ ہو تو ان دو خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ۱۰۰ انچ نصف قطر کے دائرہ کو ایک ہم مرکز دائرہ سے دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اس ہم مرکز دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو اگر دونوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں
- ۱۴۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

سوالات امتحانات

- ۱۔ ۱۲۰ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصے مساوی رقبہ ہوں۔ (جامعہ الہ آباد: میٹری کولیشن)
- ۲۔ دو متشابہ مثلثوں کے متشابہ ضلعوں کی نسبت ۱۳:۱۷ ہے۔ ان کے رقبوں کا تناسب معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب: میٹری کولیشن)
- ۳۔ بتاؤ کہ ۳ میل = ۱ انچ کے پیمانہ پر ۶۷۶ مربع میل رقبہ کے شہر کے نقشہ کا رقبہ کیا ہو گا؟ (جامعہ کلکتہ: میٹری کولیشن)
- ۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۰، ۱۳ اور ۲۱ فٹ ہیں۔ ۲۰ فٹ ضلع کے وسطی نقطہ سے ایک خط مستقیم سب سے بڑے ضلع کے متوازی

کمینچا گیا۔ دو حصوں کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ مثلث منقسم ہو گیا ہے۔ (یورپین اسکولز: فائینل صیوجات متحدہ)

۵۔ دو ہم مرکز دائروں میں چھوٹے دائرہ کا رقبہ بڑے دائرے کے رقبہ کا نصف ہے، اگر چھوٹے دائرہ کا نصف قطر r فٹ ہو تو بڑے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز: فائینل صیوجات متحدہ)

۶۔ کسی نقشہ میں ایک مربع ایچ. اے. اے. ایک کو ظاہر کرتا ہے، وہ پیمانہ دریافت کرو جس پر کہ نقشہ اتارا گیا ہے۔ (مدراس ٹکنیکل: انٹر میڈیٹ)

۷۔ کس پیمانہ پر نقشہ اتارا گیا ہے جس میں ایک مربع ایچ. اے. اے. ایک کو تعبیر کرتا ہے؟ (مدراس ٹکنیکل: انٹر میڈیٹ)

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۹، ۵۲ اور ۶۵ فٹ ہیں۔ اس سے ۹ گنے رقبہ کے ایک متشابه مثلث کے اضلاع معلوم کرو۔ (مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۹۔ ۲۸ ایکڑ اور ۹ سنٹ (Cents) ٹاپ کے کسی میدان کا ایک ضلع ۱۷ زنجیر ہے۔ ایک ایسے متشابه میدان کا رقبہ کیا ہوگا جس کے متناظر ضلع کا ٹاپ ۲۷ زنجیر ہے؟ (مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۱۰۔ ۱۲ فٹ قاعدہ اور ۱۶ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ سے ارتفاع کے متوازی اگر ایک ایسا خط مستقیم کمینچا جائے جو اس میں سے ۲۴ مربع فٹ رقبہ کے مثلث کو کاٹ لے تو مولو الذکر مثلث کے اضلاع کیا ہونگے؟ (ڈوڈکی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ ایچ ہے، زمین ہم مرکز دائرے ایسے کمینچا مطلوب ہے جو تمام رقبہ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دیں۔ ان کے نصف قطر معلوم کرو۔ (ڈوڈکی انجینیر: داخلہ)

۱۲۔ ایک مستطیل دھاتی تختی میں ۳۵ مساوی سوراخ بنائے گئے اور اس طرح دھات کا جو حصہ نکل گیا اس کے وزن اور سوراخ کی ہوائی تختی کے وزن میں ۴۵ : ۶۷ کا تناسب ہے: اس تختی اور سوراخوں کے

قطروں کا مقابلہ کرو اگر یہ دیا ہوا ہو کہ کسی دائرہ کا رقبہ اُس کے قطر کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔
 رز کی انجینیر: داخلہ

رز کی اپوسپ آرڈینٹ: داخلہ

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے: ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا رقبہ پہلے دائرے کے رقبہ کا پانچواں حصہ ہے۔

۱۴۔ ایک مستطیل میدان کا طول اُس کے عرض کا دو چند ہے اور اُس کا رقبہ ۳۵۲۸ مربع گز ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی سیدھ میں ۴ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہو تو راستہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۔ ایک ایسے مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جو ۵۰ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث کے متشابه ہو اور جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ سے پانچ گنا ہو۔

۱۶۔ ایک ایسی شکل منحرف کے ابعاد فٹ میں معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہو اور جو ایسی شکل منحرف کے متشابه ہو جس کے متوازی ضلعے ۱۰، ۸ اور ۶ کا درمیانی عمودی فاصلہ ۴ ہے۔

۱۷۔ کسی نقشہ میں جو $\frac{1}{1000}$ کے پیمانہ پر تیار کیا گیا ہے ایک مستطیل میدان کے ضلعے ۵۶۵، ۵۷۲ اور ۵۷۴ انچ ہیں۔ میدان کا رقبہ ایکروں میں اور اُس کے وتر کا طول گزوں میں معلوم کرو۔

۱۸۔ کسی مثلث کا ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔ دوسرے اضلاع میں سے کسی ایک کے متوازی خطوط مستقیم کھینچ کر مثلث کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور اس سے دیے ہوئے ضلع کے نقاط تقسیم تک کے فاصلے معلوم کرو۔

۱۹۔ ۱۶، ۳۱، ۳۵ مربع انچ رقبہ کے دائرے کو ہم مرکز دائروں سے جملہ مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔ اُنکے قطر معلوم کرو (۳۰، ۱۴، ۱۶)۔

۲۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۳۲، ۵۳، ۶۷ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دے۔

۲۱۔ کسی نقشہ کی نقل ایک ایسے پیمانہ پر کھینچی گئی جو اصل نقشہ کے پیمانہ کا ڈیڑھ گنا ہے۔ بتاؤ کہ کس نسبت سے اس کی سطح میں زیادتی ہو جائے گی؟

۲۲۔ ایک مثلث نما میدان کے ضلع بالترتیب ۱، ۳۵، ۴۱، ۳۶ اور ۳۶.۵ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول معلوم کرو جو میدان کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دیگا۔
(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۲۳۔ کسی دائری تختی میں ایک ایسا دائری سوراخ بنانا مطلوب ہے کہ وزن میں ایک تہائی کی کمی ہو جائے۔ سوراخ کا قطر معلوم کرو۔
(رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

۲۴۔ ایک تختہ کا عرض ایک سرے پر ۱۲ انچ اور دوسرے سرے پر ۹ انچ اور اس کا طول ۸ فٹ ہے، چوڑے سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹنا چاہیے تاکہ تختہ دو مساوی حصوں میں منقسم ہو جائے؟ (ء)
۲۵۔ مثلث کے ابعاد معلوم کرو جو ایک ایسے مثلث کے متشابه ہے جس کے ابعاد ۵۰، ۶۰ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ لیکن جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ کا تین گنا ہو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

باب ہر دہم

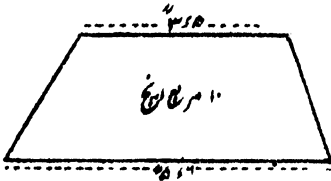
سوالات حل کرنے کے لیے اشارات

اور

ضابطوں کا مجموعہ

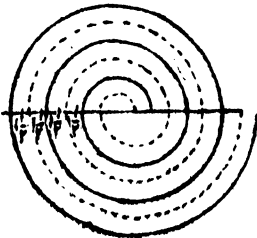
اشارات

۱۰۶۔ (۲) جب کبھی ممکن ہو سوال کی وضاحت کے لیے شکل کھینچو اور شکل میں ان تمام پیمائشوں کو مندرجہ کردہ دی ہوئی ہوں۔
مثال :- کسی شکل سفر کا رتبہ ۱۰ مربع انچ اور اس کے متوازی اضلاع کے



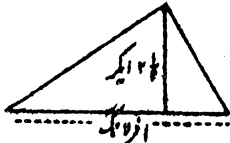
ناپ بالترتیب ۳.۵ انچ اور ۵ انچ ہوں تو متوازی ضلعوں کا درمیانی عمود سی فاصلہ معلوم کرو۔

(ب) اپنی شکل کو تین ابعاد میں مت کھینچو اگر دو ابعاد کی تراش سے پورا مطلب حاصل ہو جاتا ہو۔



مثال :- ۳ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا جو تین کامل ایک دوسرے سے چھونے ہوئے حلقوں پر مشتمل ہے، رسی کا طول دریافت کرو۔
(ج) پہلے اس اکائی کا فیصلہ کر لو جس میں

کہ تم اپنے جواب کو ظاہر کرنا چاہتے ہو پھر حل کے دوران میں ہر جگہ اسی کو استعمال کرو۔ اگر سوال میں رقبے اور طول دونوں شامل ہوں تو تہہ سے رقبہ کی اکائی طول کی اکائی کے متناظر ہونی چاہیے۔



مثال :- اُس مثلث کا ارتفاع کتنی

زنجیر ہوگا۔ جس کا رقبہ $۲ \frac{1}{2}$ ایکڑ اور جس کا

قاعدہ ۱ فرلانگ ہے؟

$$\text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{۲۰}{۵} \text{ زنجیر} = ۴ \text{ دفعہ } ۲۰$$

$$\text{یہاں } ۱۰ = ۲ \frac{1}{2} \times ۴ = ۲۰ \text{ مربع زنجیر}$$

$$\text{اور } ۱۰ = ۵$$

$$\therefore \text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{۵}{۱} = ۵ \text{ زنجیر}$$

چونکہ جواب زنجیروں میں مطلوب تھا اس لیے $۲ \frac{1}{2}$ ایکڑ کو ۱۰ سے ضرب دیکر مربع زنجیر میں اور فرلانگ کو ۱۰ سے ضرب دیکر طولی زنجیر میں تبدیل کر لیا گیا۔

(۵) اگر صرف تقریبی جواب مطلوب ہو تو اعشاریہ کی ضرب اور تقسیم میں مختصر طریقے استعمال کرو۔

مثال :- اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحت کے ساتھ ۲۶۸۲۲۹۸۳ اور

۱۲۵۳۴۵۹۶۹ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔

۱۲۵۳۴۵۹۶۹	۲۶۸۲۲۹۸۳
۲۵۳۹۸۳۲۹	
۳۵۹۹۶۶۵	
۵۶۴۴۹	
۹۹۹۳	
۱۲۳۹	
۲۲۳	
۱۶	
۱	
۳۰۵۸۴۴۲	

دیکھو اس طریقہ میں مضاف علیہ کے مختلف ہندسوں سے بائیں سے دائیں جانب کی ترتیب میں ضرب دیا جاتا ہے اور دائیں سے بائیں کی ترتیب میں نہیں جیسا کہ عام طور سے رواج ہے مضروب کے اعداد کو جیسا تقریبی جواب پر کوئی اثر نہیں پڑتا انہیں لکیر کینچ کر کاٹ دیا جاتا ہے۔

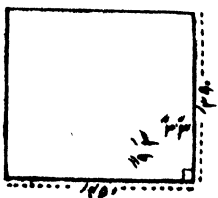
مثال :- ۵۰۷۹ ۳۵۲۱ ۹۳۵ کو ۶۲۴ ۸۳۵۰ سے تقسیم کرو:
جواب اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح کے ساتھ مطلوب ہے۔

۵۰۷۹	۹۳۵	۱۲۴
۳۵۲۱	۶۲۴	
۸۳۵۰		
۱۸۵۳۸		
۱۵۰۱۶		
۳۵۲۲		
۳۰۰۳		
۵۱۹		
۳۵۰		

مطلوبہ جواب ۱۲۴۶ ہے

مثال سے معلوم ہوتا ہے کہ خارج قسمت میں دو صحیح اعداد ہونگے۔
اس لیے نتیجہ چار اعداد پر مشتمل ہونا چاہیے کیونکہ اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے۔

اس لحاظ سے مقسوم علیہ اور مقسوم کے صرف پہلے پانچ اعداد دینا کافی ہوگا۔
بعد ازاں اعشاریہ کو نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔
مقسوم علیہ کے اعداد قابل نظر انداز ہو جانے کے بعد ان پر لکیر کینچ دی جاتی ہے۔



(س) جہاں تک ممکن ہو سکے حل کے دوران میں جو حسابی عمل آئے اُسے نہ کرو اور آخر میں کسر مرکب کو مختصر کرو۔

مثال :- ۵۰۷۹ ۳۵۲۱ ۹۳۵ کو ۶۲۴ ۸۳۵۰ سے تقسیم کرو۔

۵ روپیہ ۸ آنے سیکڑہ کے حساب سے ۳ فٹ ۹ انچ ۳ فٹ ۳ انچ ابعاد کے پتھر بچھوانے کی لاگت معلوم کرو۔

$$\text{فرش کا رقبہ} \{ = ۳۹۰ \times ۲۵۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{ہر ایک پتھر کا رقبہ} \{ = ۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore \text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۳۹۰ \times ۲۵۰}{۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴}}$$

$$\therefore \text{لاگت} = \frac{۵ \frac{۱}{۲} \times ۳۹۰ \times ۲۵۰}{۱۰۰ \times ۳ \frac{۱}{۴} \times ۳ \frac{۳}{۴}} \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{۲۵۰ \times ۳۹۰ \times ۱۱ \times ۳ \frac{۳}{۴}}{۲ \times ۱۰۰ \times ۱۳ \times ۱۵}$$

$$= ۴۹۲ \text{ روپیہ}$$

(ع) اکثر یہ زیادہ مناسب ہے کہ ارتقام ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ کی قیمتیں آخر تک مندرجہ ذیل کی جانیں۔ خاص کر اگر ان کے ساقط ہو جانے کا احتمال ہو۔

مثال :- ایک مثلث مساوی الاضلاع اور ایک منظم سدس کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر ہر ایک کے ضلع کا طول مساوی ہو۔
فرض کرو کہ ہر ایک کے ایک ضلع کا ناپ ۱۱ انچ ہے

تب —

$$\text{مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ} = \frac{۱۱ \times ۱۱ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۱} \text{ مربع انچ}$$

$$\text{اور سدس کا رقبہ} = \frac{۳ \times ۱۱ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۲} \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ : سدس کا رقبہ} = \frac{۱۱ \times ۱۱ \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{۳ \times ۱۱ \times \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{۱۱}{۳}$$

(ف) مختلف اعداد کے حاصل ضرب کا جذر المرجح اکثر اوقات مطالعہ سے معلوم ہو سکتا ہے اگر اعداد کو ایسے اجزاء میں لکھا جائے کہ ہر جزو دو مرتبہ واقع ہو۔

مثال :- اگر ۱۴۳، ۲۲۰، ۲۳۱ تو

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} \text{ کی قیمت معلوم کرو جہاں } ص = \frac{ق+پ+ج}{۲}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{۶۶ \times ۷۷ \times ۱۵۴ \times ۲۹۷}$$

$$= \sqrt{۱۱ \times ۶ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۲ \times ۲۷ \times ۱۱}$$

$$= \sqrt{۲۹ \times ۲ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۱۱}$$

$$= ۹ \times ۲ \times ۷۷ \times ۱۱$$

$$= ۱۵۲۴۶$$

(ک) یاد رہے کہ

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)}$$

مثال :- اس مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ دریافت کر، جس کے وتر اور ارتفاع کے ناپ بالترتیب ۱۱۵۷ گز اور ۱۱۵۵ گز ہیں۔

$$\text{قاعدہ} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)}$$

$$\sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} =$$

$$\text{جہاں } د = ۱۱۵۷، ع = ۱۱۵۵$$

$$\text{قاعدہ} = \sqrt{ص(ص-د)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{(۱۱۵۵+۱۱۵۷)(۱۱۵۵-۱۱۵۷)}$$

$$= \sqrt{۲۳۱۲ \times ۲۲}$$

$$= \sqrt{۲۳۱۲ \times ۲۲}$$

$$= ۲۳۱۲ \times ۲$$

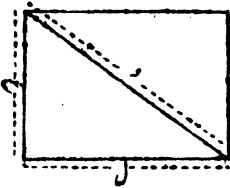
$$= ۴۶۲۴$$



(۷) علم ہندسہ کی رو سے اگر کوئی جناب غیر صحیح معلوم ہو یا بعض اوردوجہات کی بنا پر کوئی جواب مہل ثابت ہوتا ہو تو اس کو خارج از بحث سمجھو اور غلط مانو۔ مثلاً اگر قوس کا ارتفاع اور دائرے کا قطر دیے ہوئے ہوں اور قوس کے وتر کا طول مطلوب ہو اور ہمیں وتر کے لیے جو جواب حاصل ہو، وہ دائرے کے قطر سے زیادہ ہو تو صریحاً تمہارا جواب غیر صحیح ہے۔

یا اگر شکل بیان کی رو سے صحت کے ساتھ کھینچی گئی ہو تو اکثر اوقات تقریبی جواب اندازاً معلوم کرنا چننا دشوار نہیں ہوتا۔ اور اگر مطلوبہ جواب طول ہو تو یہ خاص طور سے آسان ہے۔ اگر تمہارے حاصل شدہ نتیجہ اور قیاسی جواب میں بہت زیادہ فرق ہو تو اپنے جواب کو غلط سمجھو۔

ضابطوں کا مجموعہ



۱۰۷- (۱) مستطیل —

$$(۱) ق = ل \times ع$$

$$(۲) و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$$

جہاں ق = رقبہ، ل = طول، ع = عرض، و = وتر

(۲) مربع —

$$(۱) ق = ل^2$$

$$(۲) و = ل \times \sqrt{۲}$$

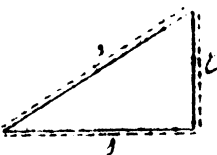
جہاں ق = رقبہ، ل = ضلع، و = وتر

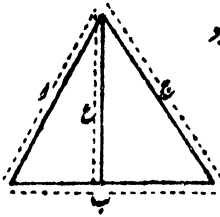
(۳) مثلث قائم الزاویہ —

$$(۱) و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$$

$$(۲) ل = \sqrt{و^2 - ع^2}$$

$$(۳) ع = \sqrt{و^2 - ل^2}$$





جہاں $و = دتر$ ، $ا = قاعدہ$ ، $ج = ارتفاع$ و عمود
(۴) مثلث۔

$$د (ا) ق = \frac{ا}{۲} ج$$

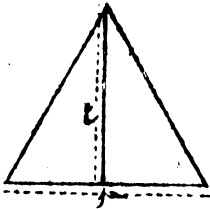
جہاں $ق = رقبہ$ ، $ا = قاعدہ$ ، $ج = ارتفاع$ یا عمود

$$د (ب) ق = \frac{ا}{۲} (مس - (مس - ب) (مس - ج))$$

جہاں $ق = رقبہ$ ، $ا$ و $ب$ و $ج$ نیز اضلاع ہیں اور $مس = \frac{ا + ب + ج}{۲}$

(۵) مثلث مساوی الاضلاع۔

$$د (ا) ج = \frac{ا^2 \sqrt{۳}}{۴}$$



$$د (ب) ق = \frac{ا^2 \sqrt{۳}}{۴}$$

جہاں $ج = ارتفاع$ ، $ا = ضلع$ ، $ق = رقبہ$

(۶) مثلث مساوی الساقین۔

$$ق = \frac{ا^2}{۲} \sqrt{۱ - \frac{ا^2}{۴}}$$

جہاں $ق = رقبہ$ ، $ا = ضلع$ ، $ج = قاعدہ$

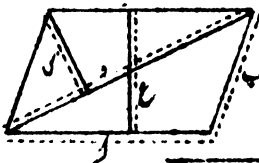
(۷) متوازی الاضلاع۔

$$د (ا) ق = ا ج$$

جہاں $ق = رقبہ$ ، $ا = قاعدہ$ ، $ج = ارتفاع$

$$د (ب) ق = و س$$

جہاں $ق = رقبہ$ ، $ا = و$ و $س = وتر$ کا بیرونی عمود

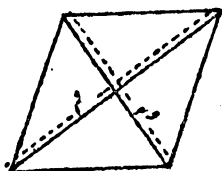


$$د (ج) ق = ۲ ا (مس - (مس - ب) (مس - و))$$

جہاں $ق = رقبہ$ ، $و = وتر$ اور $ا$ و $ب$ دو متعلقہ اضلاع۔ نیز

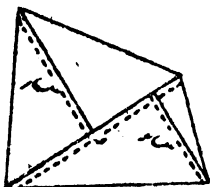
$$مس = \frac{ا + ب + و}{۲}$$

(۸) معین -



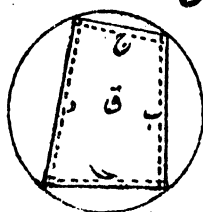
ق = $\frac{1}{2} \times د \times د$
جہاں ق = رقبہ، د اور د دونوں وتروں کے طول ہیں۔

(۹) ذواربعتہ الاضلاع -



ق = $\frac{1}{2} \times (س + س) \times د$
جہاں ق = رقبہ، د = وتر اور س اور س وتر کے بیرونی عمود ہیں۔

(۱۰) دائرہ کے اندرونی ذواربعتہ الاضلاع

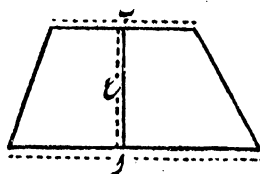


ق = $\frac{1}{2} \times (س - د) \times (س + د)$

جہاں ق = رقبہ، د، ب، ج، د اضلاع ہیں

اور $س = \frac{د + ب + ج + د}{2}$

(۱۱) شکل منحرف -

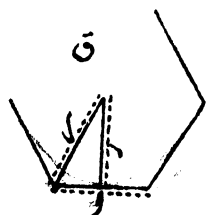


ق = $\frac{1}{2} \times (ب + د) \times ع$

جہاں ق = رقبہ، د اور ب متوازی اضلاع کے طول اور ع ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

(۱۲) منظم کثیر الاضلاع

(د) ق = $\frac{1}{2} \times د \times د$



(ب) ق = $\frac{1}{2} \times د \times \sqrt{4 - \left(\frac{د}{2}\right)^2}$

(ج) ق = $\frac{1}{2} \times د \times م$

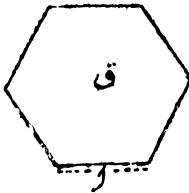
$$(د) ق = ر \times ن \text{ مس } \frac{۱۵}{۲۰}$$

$$(ه) ق = ر \times \frac{۲۰}{۲} \text{ جب } \frac{۳۶۰}{۲}$$

جہاں ق = رقبہ، ن = اضلاع کی تعداد، ۱ = ضلع، ر = اندرونی دائرہ
کا نصف قطر، س = خارج دائرہ کا نصف قطر

(۱۳) منتظم سدس -

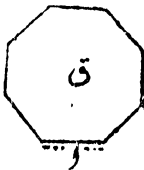
$$ق = \frac{۳۶۰}{۲} \times ۲$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

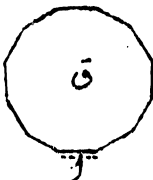
(۱۴) منتظم مشمن

$$ق = ۲ \times (۲۲ + ۱)$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع
(۱۵) بارہ ضلعوں کے منتظم کثیر الاضلاع

$$ق = ۶ \times (۳۲ + \frac{۴}{۲})$$

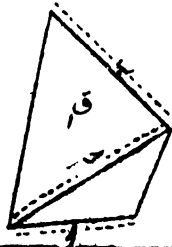


جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

(۱۶) متشابه اشکال -

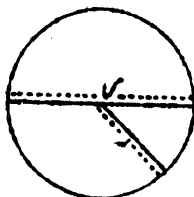
$$(۱) ۱ : ۲ :: ۲ : ۴$$

جہاں ۱ اور ۲ ایک شکل کے دو ضلعوں کے طول اور ط اور ق دوسری
شکل کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔



(ب) ق: ق = (۱۶): (۱۶)

جہاں ق، اور ق، دونوں شکلوں کے نسبتے اور ۱۶ اور ۱۶ اُن کے متناظر امتداد کے طول ہیں۔



(۱۶) دائرہ۔

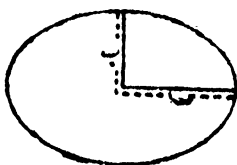
(۱) ط = ۱۶

(ب) ق = ۱۶

جہاں ط = محیط، ر = قطر، ق = رقبہ، ر = نصف قطر

(۱۸) قطع ناقص

ق = ۱۶



جہاں ق = رقبہ، ر = نصف محور اعظم

ب = نصف محور اصغر

(۱۹) وتر دائرہ۔

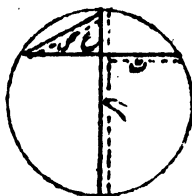
(۱) ت = ۱۶ (۱۶ - ۱۶)

(ب) ص = ۱۶

جہاں ت = قوس کا نصف وتر، ص = نصف

قوس کا وتر، قوس کا ارتفاع، ر = دائرہ کا قطر

(۲۰) قوس دائرہ



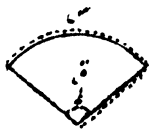
(۱) س = $\frac{4}{3} \times ۱۶ \times ۱۶$

(ب) س = ۱۶ - ۱۶

جہاں س = قوس کا طول، ر = قوس کا

مرکزی زاویہ، ر = دائرہ کا نصف قطر، ت = قوس کا نصف وتر، ص =

نصف س کا وتر



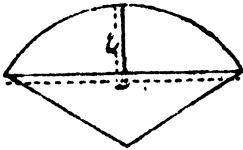
(۲۱) قطاع دائرہ۔

(۱) ق = $\frac{1}{2} \times ۱۶ \times ۱۶$

(ب) $ق = \frac{1}{p} ر$

جہاں $ق =$ رقبہ، $ط =$ قطاع کا زاویہ، $س =$ قطاع کے قوس کا طول
 $ر =$ دائرہ کا نصف قطر

(۲۲) قطعہ دائرہ —

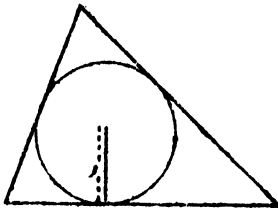


(۱) قطعہ = قطاع - مثلث

(ب) $ق = \frac{1}{2} ر ط + \frac{1}{2} ر^2 \left(\frac{1}{6} ط - \frac{1}{2} \right)$

جہاں $ق =$ رقبہ، $ع =$ قطعہ کا ارتفاع، $ت =$ قطعہ کا وتر

(۲۳) مثلث کا اندرونی دائرہ

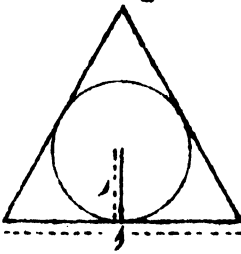


$ر = \frac{\Delta}{ص}$

جہاں $ر =$ اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$ مثلث کا رقبہ، $ص =$ مثلث کا نصف احاطہ

(۲۴) مثلث مساوی الاضلاع کا اندرونی دائرہ



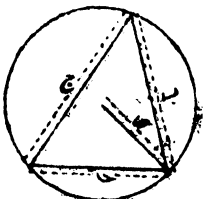
$ر = \frac{1}{3\sqrt{3}a}$

جہاں $ر =$ اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$ا =$ مثلث کا ضلع

(۲۵) مثلث کا بیرونی یا حائلہ دائرہ —

$ر = \frac{ا ب ج}{\Delta}$



جہاں $ر =$ حائلہ دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$ مثلث کا رقبہ، $ا ب ج$ مثلث کے

تین اضلاع ہیں —

(۲۶) مثلث مساوی الاضلاع کا حائط دائرہ



$$س = \frac{d}{3}$$

جہاں س = حائط دائرہ کا نصف قطر

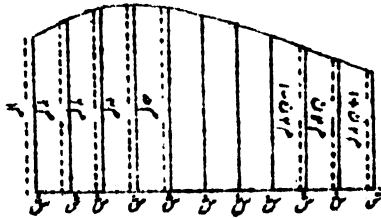
۱ = مثلث کا ضلع

(۲۷) سمپسن (Simpson) کا قاعدہ

$$ق = \frac{ن}{۳} \left\{ م_۱ + م_۲ + م_۳ + \dots + م_{ن-۲} + م_{ن-۱} + م_ن \right\}$$

$$\left\{ (م_۱ + م_۲ + \dots + م_{ن-۲} + م_{ن-۱} + م_ن) \right\}$$

جہاں ق = رقبہ ریش = مشترک فاصلہ ۲ ن = اُن مساوی حصوں کی



تعداد جن میں کہ جریبی خط منقسم کیا گیا ہے ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ معین ہیں جن کو ایک ترتیب میں لکھا گیا ہے۔

س م م م م م م م م م م

جوابات

نمبری ۱ (ا) صفحہ ۷

- ۱- $۴۶\frac{1}{4}$ گز - ۲- $۱۵۱۹۳\frac{1}{4}$ فٹ - ۳- $۳۰۹۸۲\frac{1}{4}$ فٹ -
 ۴- ۴۸۰ زنجیر - ۵- ۵۶۰ مربع پول - ۶- $۲۳۴۱۳\frac{1}{4}$ مربع گز -
 ۷- ۹ مربع کڑی - ۸- ۱۸ میل ۵ فلاگ ۲۳ پول ۴ گز ۲ فٹ -
 ۹- $۳۸۶۲۹\frac{1}{4}$ ایکر - ۱۰- ۲۰ ایکڑ ۲ روڈ ۶ پول $۵\frac{1}{4}$ مربع گز ۸ مربع فٹ -
 ۱۱- ۱۳۰ - ۱۲- $۲۱۱۴\frac{1}{4}$ - ۱۳- ۱۶ گز - ۱۴- ۶۰۵ مربع گز -

نمبری ۱ (ب) صفحہ ۷

- ۱۵- ۱۱۲ گز - ۱۶- ۱۰ لاکھ - ۱۷- ۱۷۵۰ لاکھ -
 ۱۸- ۵۶۰۰ گز - ۱۹- ۶۸۰۰ بسوانسی - ۲۰- ۱۳ میگہ ۶ بسواس
 ۲۱- ۶۴۰ بسوانسی - ۲۲- ۹۴ بسواس -

نمبری ۲ (ا) صفحہ ۱۵

- ۱- ۱۴۳ مربع فٹ - ۲- ۵۱۳ مربع فٹ - ۳- ۱۶۶۹ مربع فٹ -
 ۴- ۴ مربع فٹ ۵ مربع انچ - ۵- ۹ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ - ۶- ۱۶ مربع فٹ ۸ مربع انچ -
 ۷- ۳ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹ مربع انچ - ۸- ۱۲ مربع گز ۲ مربع فٹ -
 ۹- ۱۸ مربع گز ۵ مربع فٹ ۸۲ مربع انچ - ۱۰- ۴۶۵۸ ایکر -

- ۷۔ ۴ فٹ - ۸۔ ۱۶ پونڈ ۳ شنگ ۳ پنس - ۹۔ ۵۰۵ پل -
 ۱۰۔ ۱۰ گز ۲ فٹ ۷۵ اینچ - ۱۱۔ ۲۴ گز اور ۳۶ گز -
 ۱۲۔ طول = ۳۱ فٹ، عرض = ۲۱ فٹ، بلندی = ۱۳ فٹ -
 ۱۳۔ ۲۳ روپیہ ۱۳ آنہ ۶ پائی - ۱۴۔ ۸۳ روپیہ ۳۱ آنہ ۶ پائی - ۱۵۔ ۴۵۳ روپیہ ۸۳ آنہ ۶ پائی -
 ۱۶۔ ۳۵۸۳ روپیہ ۸۳ آنہ ۶ پائی -
 ۱۷۔ ۹ فٹ - ۱۸۔ ۱۸ - ۱۹۔ ۱۲ فٹ -
 ۲۰۔ ۱۳ فٹ - ۲۱۔ ۱۳ - ۲۲۔ ۳۳ -
 ۲۳۔ ۴۸۶ تختے - ۲۴۔ ۳۳ منٹ - ۲۵۔ ۳۳ پونڈ -
 ۲۶۔ ۲۸۰ مربع فٹ - ۲۷۔ ۸۲۰ اینچ - ۲۸۔ ۱۸ منٹ -
 ۲۹۔ ۱/۴ گز ۹ روپیہ ۱۲ آنہ ۸ پائی - ۳۰۔ ۴۹ گز -
 ۳۱۔ ۱/۴ گز - ۳۲۔ ۲۰۴ مربع فٹ - ۳۳۔ ۶۴۰۰ جھاڑ -
 ۳۴۔ ۸۶۹ روپیہ ۸۳ آنہ ۶ پائی - ۳۵۔ ۹۴۹ فٹ - ۳۶۔ ۳۳ -
 ۳۷۔ ۲۴۷ پونڈ ۳ شنگ ۳ پنس - ۳۸۔ ۱۷۵۰۱۷ فٹ -
 ۳۹۔ ۳۲ گز - ۴۰۔ ۹۸ گز ۲ فٹ - ۴۱۔ ۸۱ -
 ۴۲۔ ۱۶ ایکڑ - ۴۳۔ ۱۲۰ فٹ ۸۰ فٹ - ۴۴۔ ۵۰ منٹ -
 ۴۵۔ ۳۵ روپیہ ۷۷ آنے - ۴۶۔ ۲۸۹۹ روپیہ ۵۷ آنے ۴۷ پائی -

مبیری (۳) صفحہ ۳۴

- ۱۔ ۳ فٹ ۷ - ۲۔ ۳۱ فٹ ۸ - ۳۔ ۹ فٹ ۴ -
 ۴۔ ۱۰ فٹ ۷ - ۵۔ ۸ فٹ ۴ - ۶۔ ۹ مربع فٹ ۲ -
 ۷۔ ۱۰ مربع فٹ ۴ - ۸۔ ۹ مربع فٹ ۸ -
 ۹۔ ۳۱ کعب فٹ ۳۲ - ۱۰۔ ۱۲ کعب فٹ ۵ -
 ۱۱۔ ۱۴ کعب فٹ ۴ - ۱۲۔ ۱۸ کعب فٹ ۵ -
 ۱۳۔ ۷ مربع فٹ ۲ - ۱۴۔ ۱۳ مربع فٹ - ۱۵۔ ۱۴ مربع فٹ ۴ -
 ۱۶۔ ۱۳ مربع فٹ ۳ - ۱۷۔ ۲۸ مربع فٹ ۱۰ -

- ۱۸۔ مربع فٹ ۱۰۳ ۶۔ ۱۹۔ مربع فٹ ۵ ۴ ۳ ۴۔
 ۲۰۔ مربع فٹ ۸ ۴ ۸۔ ۲۱۔ مربع فٹ ۱۱ ۶ ۸۔
 ۲۲۔ مربع فٹ ۱۲ ۶ ۸۔

نمبری ۴ (ا) صفحہ ۲۳

- ۱۔ ۷۸ اینچ۔ ۲۔ ۱۲۵ گز۔ ۳۔ ۱۷۶ گز ۲ فٹ۔
 ۴۔ ۱۰ گز ۱۰ اینچ۔ ۵۔ ایسل ۵ فرلانگ ۳ پل ۴۔ ۱۱ زنجیر ۹۰ کڑی۔
 ۶۔ ۲۷ زنجیر ۵ کڑی۔ ۸۔ ۳۹۷۴۳ زنجیر۔ ۹۔ ۸۰۷۰۲۲ کڑی۔
 ۱۰۔ ۳۳ اینچ۔ ۱۱۔ ۷ اینچ۔ ۱۲۔ ۳ میل۔
 ۱۳۔ ۶ زنجیر ۷ کڑی۔ ۱۴۔ ۸ میل ۲ فرلانگ۔ ۱۵۔ ۲۱۰ گز ۱۷۸ گز۔
 ۱۶۔ ۱۲۰۷۲ اینچ۔ ۱۷۔ ۹ فٹ۔ ۱۸۔ ۸۵ اینچ۔
 ۱۹۔ ۴ فٹ ۳ اینچ۔ ۲۰۔ ۱۸۶۳۸ اینچ۔ ۲۱۔ ۲ فٹ ۶ اینچ۔
 ۲۲۔ ۷ فٹ ۲ اینچ۔ ۲۳۔ ۴۷۴ زنجیر۔ ۲۴۔ ۷۲۴ روپیہ ۴ آنہ۔
 ۲۵۔ ۹۹۵ گز ۲ فٹ۔ ۲۶۔ ۴۹۴ فٹ تقریباً۔ ۲۷۔ ۲۴۳ میل تقریباً۔
 ۲۸۔ ۴۴ فٹ ۴ اینچ۔ ۲۹۔ ۶۲۵۶ فٹ تقریباً۔ ۳۰۔ ۴۴ زنجیر ۱۰ زنجیر۔

نمبری ۴ (ب) صفحہ ۲۵

- ۳۱۔ ۲۵ راسی۔ ۳۲۔ ۸۵ لاق۔ ۳۳۔ ۱۵۷ اگرد۔
 ۳۴۔ ۲۲۹ ہاتھ۔ ۳۵۔ ۳۶۵ گز۔ ۳۶۔ ۴۳۳ راسی۔
 ۳۷۔ ۹ لاق۔ ۳۸۔ ۲۸ راسی۔ ۳۹۔ ۶۰ گز۔
 ۴۰۔ ۱۰۵ ہاتھ۔ ۴۱۔ ۸۴ گز۔ ۴۲۔ ۲۰ راسی۔

سوالات امتحانات

- ۱۔ ۵۱۵ فٹ ۴۶ فٹ ۲۔ ۱۱۷۱۸ فٹ۔ ۳۔ ۸۰ فٹ۔
 ۴۔ ۴۶۸۶۹ میل۔ ۵۔ ۱۔ ۷۔ ۴۴ فٹ۔

- ۸۔ ۴۲۱۴۱ میل، ۶۴۰ ایکڑ۔ ۹۔ ۱۲۰ فٹ۔
 ۱۰۔ ۴۲۶۴۴ گز۔ ۱۱۔ ۱۶ فٹ۔ ۱۲۔ ۵۸۸۰۰۰ فٹ۔
 ۱۳۔ ۶۱۹۱۲ فٹ۔ ۱۴۔ ۲ مربع فٹ۔ ۱۵۔ ۱۶ فٹ۔ ۱۶۔ ۹۹/۱۰۰ پل۔
 ۱۷۔ ۱۶ ایچ۔ ۱۸۔ ۶۳۴ فٹ، ۲۴۵ فٹ۔ ۱۹۔ ۱۲ فٹ۔
 ۲۰۔ ۱۲۶۳۴ فٹ، ۱۲۰۱۲ فٹ۔ ۲۱۔ ۸ فٹ۔
 ۲۲۔ ۵۰۰۰ مربع گز۔ ۲۳۔ ۵۶۲۵۰ مربع فٹ۔ ۲۴۔ ۲۰ فٹ۔
 ۲۵۔ ۵۴۹ روپیہ ۱۳ آنے ۶۵۲ پائی۔

نمبری ۵ (۱) صفحہ ۲۳

- ۱۔ ۱۸۴ مربع فٹ۔ ۲۔ ۴ مربع گز $\frac{1}{4}$ ۸ مربع فٹ۔
 ۳۔ ۸ مربع گز، ۴ مربع فٹ $\frac{1}{4}$ ۹۱ مربع ایچ۔ ۴۔ ۴۳۹۳۷۵ ایکڑ۔
 ۵۔ ۹ فٹ۔ ۶۔ ۱۱ گز، ۲ فٹ ۸ ایچ۔
 ۷۔ ۸۱ زنجیر $\frac{3}{4}$ ۹۲ کڑی۔ ۸۔ ۴۸۵۷۱۷۹ زنجیر۔
 ۹۔ ۱۲ مربع فٹ، ۶ مربع ایچ۔ ۱۰۔ ۴۷۱ مربع گز تقریباً۔
 ۱۱۔ ۱۱۰۷۲۶۹ ایکڑ۔ ۱۲۔ ۲ مربع گز، ۲ مربع فٹ ۱۳۸ مربع ایچ۔
 ۱۳۔ ۱۲۵۱۳۵ مربع فٹ۔ ۱۴۔ ۹۰ مربع فٹ۔
 ۱۵۔ ۱۷۷۳۶۷۷ مربع زنجیر۔ ۱۶۔ ۲۱۲۹۴ مربع ایچ۔
 ۱۷۔ ۲۳۱۰ مربع کڑی۔ ۱۸۔ ۴۴۷۰۵۴ مربع کڑی۔
 ۱۹۔ ۸۷۷۰۰ مربع فٹ۔ ۲۰۔ ۵۰ ایچ۔
 ۲۱۔ ۱۲۷۲۲ مربع زنجیر۔ ۲۲۔ ۱۲۱۶۳۳ مربع کڑی۔
 ۲۳۔ ۱۲ زنجیر ۳۲ کڑی۔ ۲۴۔ ۷ فٹ ۵ ایچ۔
 ۲۵۔ ۳۷۹۳ روپیہ تقریباً ۱۱۱۔ ۲۶۔ ۲۲۶۳۸ درخت۔
 ۲۷۔ ۶۷۲۸۰ گز۔ ۲۸۔ ۱۶۷۷۷۴ مربع فٹ۔
 ۲۹۔ ۱۸ : ۳۱۔

امثلہ نمبری ۵ (ب) صفحہ ۶۵

- ۳۲ — $\frac{1}{4}$ بیگم — ۳۳ — ۱۲ بیگم ۱۳۸ بسواس —
 ۳۴ — ۱۳ بیگم ۴ بسواس ۱۶ بسواسی — ۳۵ — ۶۲ لاقه —
 ۳۶ — ۸ لاقه — ۳۷ — $\frac{7}{11}$ ۹۸ لاقه —
 ۳۸ — ۳۵۹۶ بیگم — ۳۹ — ۱۶ بسواس ۱۶ بسواسی —

سوالات امتحانات

- [illegible]

- ۹ — $\frac{1}{4}$ ۴۲ گز — ۱۰ — ۲۵ ۶۱ زنجیر —
 ۱۱ — ۲۳۲ روپیہ ۱۲ آنہ — ۱۲ — ۴۴۸ روپیہ ۲ آنہ —
 ۱۳ — ۱۱۵۰ روپیہ ۵ آنہ ۶۵۶ روپائی — ۱۴ — ۳۹۸ روپیہ ۱۵ آنہ ۳۸ روپائی —
 ۱۵ — ۲۵ روپیہ — ۱۶ — ۸۰ گز —
 ۱۷ — ۱۹ مربع گز ۹۹ مربع انچ — ۱۸ — ۷ فٹ ۹ فٹ — ۱۹ — ۲۸۸۶ مربع کڑی

نمبری ۷ (ب) صفحہ ۹۷

- ۲۰ — ۳۲۲ بیگہ — ۲۱ — ۱۲ بیگہ ۱۲ سو اس ۲ سو انس —
 ۲۲ — ۱۰۸۰ بیگہ — ۲۳ — ۱۸ بیگہ ۱ سو اس ۱۲ سو انس —
 ۲۴ — $\frac{1}{4}$ ۲ راسی — ۲۵ — $\frac{1}{4}$ ۲ راسی —

سوالات امتحانات ۷

- ۱ — ۱۷۶۲ مربع فٹ — ۲ — ۷ زنجیر ۷۰ کڑی —
 ۳ — ۱۲۰۵۲ مربع فٹ — ۵ — ۱۱۲ مربع فٹ —
 ۶ — ۷۸ مربع فٹ — ۷ — ۷۵۰۰ مربع فٹ —
 ۸ — ۲۰۴ مربع گز — ۹ — ۱۲۵۰۰ مربع فٹ —
 ۱۰ — ۷۷ گز — ۱۱ — ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۸ بول تقریباً —
 ۱۲ — ۲۱۰ مربع گز — ۱۳ — ۱۲۱۲۵ ۱۲ ۱۳ ایکڑ —
 ۱۴ — ۱۷۶۳۲ ایکڑ — ۱۵ — ۹۸۹ ۸۵ تقریباً ۹۴۴۴ تقریباً —
 ۱۶ — ۱۰۸۳۳ مربع گز تقریباً — ۱۷ — ۲۳ فٹ ۷ فٹ —
 ۱۸ — ۲۱۶ — ۱۹ — $\frac{1}{4}$ ۱۲۸ مربع گز —
 ۲۰ — ۳۴ فٹ ۱۴ فٹ ۱۴ فٹ ۱۴ فٹ —
 ۲۱ — ۹۹۹۹۹۹۹۹ مربع فٹ — ۲۲ — ۲۰ ایکڑ —
 ۲۳ — ۳۶۹۳۳۳ ایکڑ — ۲۴ — ۳۳۳۳۳۳۳۳ مربع فٹ —
 ۲۵ — ۲۶۲۲۶ مربع فٹ — ۲۶ — ۵۶۰ مربع فٹ —

- ۲۷-..... ۱۶۲۹۷۸ مربع فٹ -
 ۲۸-..... ۵۲۳۳۰۶ مربع فٹ -
 ۲۹- ۹ -
 ۳۰-..... ۱۱۱ گز -
 ۳۱- ۴۵۴۹۷۹۲ مربع فٹ -
 ۳۲- ۱ فٹ ۲ فٹ -
 ۳۳- ۷۲۰ مربع گز -
 ۳۴- ۱۸۵ مربع فٹ -
 ۳۵- ۱۳ فٹ -
 ۳۶- ۴۳ گز -
 ۳۷- ۳۱۲۰ مربع زنجیر -

- ۳۸-..... $\frac{b+a}{b-a}$ (۱-ب+ج+د) (۱-ب+ج+د) (۱-ب+ج+د) (۱-ب+ج+د) -
 ۳۹- ۵۴۰ مربع اینچ - ۴۰- ۶۰۰ مربع گز - ۴۱- ۴۹۴۰ مربع گز -

نمبری ۸ (ا) صفحہ ۱۱۸

- ۱- ۵۳ مربع زنجیر ۲۵ مربع گزی - ۲-..... ۱۶۶۵۲۷ مربع اینچ -
 ۳-..... ۲۵۷۴۴ ایکڑ - ۴-..... ۵۸۴۵۶ مربع فٹ -
 ۵-..... ۵۰۹۶۲۲ مربع اینچ - ۶-..... ۶۱۸۵۱۸ مربع کڑی -
 ۷- ۶۱۹۳۴۴ مربع گز - ۸- ۲۷۴۴ روپیہ ۱۰ آنہ ۱۱ پائی تقریباً -
 ۹- ۲۵۱۹۷۱ مربع گز -

امثلہ نمبری ۸ (ب) صفحہ ۱۱۹

- ۱۰-..... ۱۲۷۹۹۰ بسواس - ۱۱-..... ۱۹۳۱ بیگھ -
 ۱۲-..... ۶۲ راسی -

سوالات امتحانات

- ۱- ۲۳۶۳۶ مربع فٹ تقریباً - ۲- ۲۵۹۷۸۰۷ مربع فٹ -
 ۳- ۱۲ ایکڑ ۱۱ پول تقریباً - ۴- ۸۲۷۸۰ مربع فٹ -
 ۵- ۲۹۳۷۸۹ مربع اینچ - ۶- ۴: ۳۶۳: ۶ -

- [illegible]

نمبری ۹ (۱) صفحہ ۱۳۱

- ۱۔ ۱۹۸ ایکڑ۔
۲۔ ۶۶ مربع فٹ ۱۱۷ مربع انچ۔
۳۔ ۱۳۶۵ س ۶۵ مربع انچ۔
۴۔ ۱۱ مربع گز ۷۲ مربع انچ۔
۵۔ ۹۰ س ۱۱ ایکڑ۔

منبری ۹ (ب) صفحہ ۱۳۱

- ۶-۲۰۶۱۶ بیگم - ۷-۱۱ بیگم ۱۲۵۲ بسواس - ۸-۳۶۵۴ بیگم -

سوالات امتحانات ۹۰

- ۱- ۲۵۱۸۵۵ ایکڑ ۵۰۰ کڑی - ۲- ۴۰۵۸۶۳۱ مربع گز -
 ۳- ۱۹۰۲ مربع فٹ - ۴- ۱۹۲ مربع فٹ -
 ۵- ۵۴۶ مربع فٹ ۱۳ فٹ - ۶- ۲۴۸۱۳ مربع فٹ تقریباً - ۷- ۹۵۰ مربع گز -
 ۸- ۷۲۳۰ مربع گز تقریباً - ۹- ۱۶۲۴۶۳۵۹۳۵ -

سوالات امتحانات نمبری ۱۴۰ صفحہ ۱۴۰

- ۱- ۹۷۷۸.۵ ایکڑ - ۲- ۲۳۱.۵ ایکڑ - ۳- ۱۳۲.۳ مربع گز - ۴- ۳۳۵.۷۵ ایکڑ
- ۵- ۶۶۶۶.۶ مربع زنجیر - ۶- ۱۰ ایکڑ - ۷- ۱۶ ایکڑ - ۸- ۲ ایکڑ - ۹- ۲۸ پل - ۱۰- ۱۳۲۱.۰۲ مربع گز
- ۱۱- ۶۶۶.۵ ایکڑ - ۱۲- ۱۴۵ ایکڑ

نمبری ۱۱ (ا) صفحہ ۱۵۵

- ۱- $10\frac{5}{11}$ انچ - ۲- ۵ فٹ - ۳- ۲ فٹ $2\frac{9}{11}$ انچ
- ۴- $3\frac{1}{11}$ فٹ - ۵- $1\frac{1}{2}$ فٹ - ۶- $1\frac{1}{3}$ فٹ - ۷- $1\frac{1}{3}$ فٹ - ۸- $1\frac{1}{3}$ فٹ - ۹- $1\frac{1}{3}$ فٹ - ۱۰- ۱۸۰ فٹ

نمبری ۱۱ (ب) صفحہ ۱۵۶

- ۱۳- ۲۱۵۳۱۵ لاکھ تقریباً - ۱۴- ۱۰۵۵۹ راسی تقریباً
- ۱۵- ۳۶۱۶ لاکھ تقریباً - ۱۶- ۳۷۷۵ راسی لاکھ

سوالات امتحانات ۱۱

- ۲- ۹ فٹ - ۳- ۲۶۳۳۱۱ فٹ
- ۴- $3\frac{1}{3}$ فٹ - ۵- ۹ انچ - ۶- $1\frac{1}{3}$ فٹ
- ۷- ۴ فٹ ۸ انچ - ۸- $1\frac{1}{3}$ فٹ - ۹- ۲۵ فٹ - ۱۰- ۱۲۸ فٹ
- ۱۱- ۱۲۸ فٹ - ۱۲- ۶۸
- ۱۳- ۱۰۸۱۰ فٹ ۱۰۸۱۰ فٹ ۲۵۰۰ مربع فٹ - ۱۴- $1\frac{1}{3}$ فٹ
- ۱۵- ۳۵۲ مربع فٹ - ۱۶- $1\frac{1}{3}$ فٹ

۱۷۔ ۲۰۔ ایچ۔

۱۶۔ $\frac{1}{4}$ ۸۷۔

نمبری (۱۲) صفحہ ۱۷۴

نوٹ۔ نتائج کی قیمت پر انحصار ہو نیکی وجہ سے تقریبی ہیں۔

۱۔ $\frac{1}{4}$ ۵ فٹ۔ ۲۔ $\frac{2}{3}$ ۵۸ گز۔ ۳۔ $\frac{1}{4}$ ۵۶ گز۔۴۔ $\frac{1}{4}$ ۷۲ زنجیر ۹۲ کڑی۔ ۵۔ ۲۸ ایچ۔ ۶۔ $\frac{1}{4}$ ۴ گز۔۷۔ $\frac{1}{4}$ ۲۱ گز۔ ۸۔ ۱۲۷ زنجیر ۷ کڑی۔ ۹۔ ۵۵۰۰ گز۔

۱۰۔ ۸۸ روپیہ۔ ۱۱۔ ۳۳ ایچ۔ ۱۲۔ ۹ میل فی گھنٹہ۔

۱۳۔ $\frac{1}{4}$ ۳۳ ایچ۔ ۱۴۔ $\frac{1}{4}$ ۲۸ ۱۳ ۵۷ ۹۸ میل۔ ۱۵۔ ۲۸ ایچ ۳۰ ایچ۔۱۶۔ $\frac{1}{4}$ ۱۲ ۷۲ ایچ۔ ۱۷۔ $\frac{1}{4}$ ۲۷ ۹۳ فٹ۔ ۱۸۔ ۶۱۶ مربع گز۔۱۹۔ $\frac{1}{4}$ ۳۲۶ مربع ایچ۔ ۲۰۔ ۲ مربع فٹ ۲۰ مربع ایچ۔ ۲۱۔ ۲۷۳ مربع گز ۷۷ مربع فٹ۔

۲۲۔ ۲۰ مربع گز ۱۰۶ مربع ایچ۔ ۲۳۔ ۵۵ مربع زنجیر ۲۴ مربع کڑی۔

۲۴۔ ۲۳ مربع پول $\frac{1}{4}$ ۱۱ مربع گز۔ ۲۵۔ ۲۹ مربع زنجیر $\frac{1}{4}$ ۶۲۱۱ مربع کڑی۔

۲۶۔ ۷ گز۔ ۲۷۔ ۱۲ ۱۲ ایچ۔ ۲۸۔ ۲۲ ۷۱۳ ایچ۔

۲۹۔ ۲۲ ۱۳ ۷۲ زنجیر۔ ۳۰۔ ۱۹ ۷۷ ۹۸۸ زنجیر۔ ۳۱۔ ۱۰ ۷۶ پانی۔

۳۲۔ ۱۵ روپیہ ۳ آنہ ۴ پانی۔ ۳۳۔ $\frac{1}{4}$ ۱۷ ۷۱ روپیہ۔۳۴۔ ۳۹۲۔ ۱ فٹ۔ ۳۵۔ $\frac{1}{4}$ ۵۰ ایکڑ۔ ۳۶۔ ۲۴ روپیہ ۲ آنہ تقریباً۔

۳۷۔ ۱۵ مربع فٹ۔ ۳۸۔ ۲۰ ۷۸۰۲ ایچ۔ ۳۹۔ ۲۶ ۷۶ ۲۶ گز۔

۴۰۔ ۱۵۸۴ فٹ۔ ۴۱۔ ۹۰۷ ۱۲ فٹ۔ ۴۲۔ ۲۷۸ مربع ایچ۔

۴۳- ۴۵ و ۲۶ گز - ۴۴ - ۳: ۳۸ - ۴۵ - ۴۱: ۲ -

سوالات امتحانات

- ۱- ۱۳۲ فٹ - ۲- ۶۸۵۵۱۶ فٹ - ۳- ۱۷۶ مربع فٹ -
- ۴- ۴۴۲ و ۳۹ گز - ۵- ۸۳۳ پونڈ، ۱۷ شنگ ۳ پنس -
- ۶- ۶۹۲ گز، ۱۰۵ گز، ۳۰ گز، ۳۰ گز - ۷- ۸۴۰ گز -
- ۸- ۱۰ فٹ - ۹- ۶۹۵۷۷۷ گز - ۱۰- ۷۷۷۷۷۷ مربع فٹ -
- ۱۱- ۹۸۸ گز - ۱۲- ۱۲۷۷۷۷ مربع گز - ۱۳- ۲۲۵۰ فٹ -
- ۱۴- ۴۷۵ فٹ - ۱۵- ۱۰۵ گز - ۱۶- ۱۳ مربع فٹ -
- ۱۷- ۳: ۳۸ - ۱۸- ۱۴ فٹ - ۱۹- ۱ = ۲ (۲۱) -
- ۲۰- ۴۳۳ و ۲۲۰ مربع پل - ۲۱- ۱۹ پونڈ، ۱۷ شنگ ۳ پنس -
- ۲۲- ۲۸ گز تقریباً - ۲۳- ۵۰۸۲ لیچ - ۲۴- ۲۱ مربع فٹ تقریباً -
- ۲۵- ۷۵ پونڈ، ۱۹ شنگ ۵ پنس - ۲۶- ۴۹۳ و ۴۹ لیچ -
- ۲۷- ۳۹ فٹ، ۳۹ فٹ - ۲۸- ۲۸۱۵۷ فٹ - ۲۹- ۲۳ و ۵۰ میل -
- ۳۰- ۶۶۰۰ روپیہ - ۳۱- ۴۵۹ لیچ - ۳۲- ۴۸۵۷۷۷ مربع فٹ -
- ۳۳- ۶۶۲ و ۴۴۲ مربع فٹ، ۳۷۷۷۷۷ - ۳۴- ۲۳۶ مربع گز، ۸۲ مربع لیچ -
- ۳۵- ۷۷۷ فٹ - ۳۶- ۲۱۷۷ مربع لیچ - ۳۷- ۴۰۷۷۷۷ مربع فٹ -
- ۳۸- ۱۱۷ و ۴۰۷۷۷۷ - ۳۹- ۳۶ مربع فٹ، ۱۰۳ لیچ - ۴۰- ۲۷۷ گز -
- ۴۱- ۱۵۷۰۹۳ لیچ - ۴۲- ۳۱۷۷۷۷ مربع فٹ -

۱۱ فوٹ یہ نتائج ۲ کی قیمت پر انحصار ہونے کی وجہ سے تقریبی ہیں:-

- ۴۳۔ ۹۸۰۰۰ میل۔ ۴۴۔ ۷۵۷ فٹ۔ ۴۵۔ ۷ گز۔
 ۴۶۔ $\frac{1}{2}$ ۷۴۷۱۱ مربع فٹ ۴۷۔ ۱۷۳۷ مربع فٹ تقریباً۔ ۴۸۔ ۸۱۸۱۸ فٹ۔
 ۴۹۔ ۹۸۷۳۹ مربع اینچ۔ ۵۰۔ ۳۷۳ فٹ، ۱۶۸۱۸ فٹ۔
 ۵۱۔ ۳۹۱۲ مربع اینچ۔ ۵۲۔ ۶۶۰ فٹ۔
 ۵۳۔ ۷۷۸۵۳۔ ۵۴۔ ۱۷۰۵۰۰۰

نمبر می (۱۳) صفحہ ۱۹۶

- ۱۔ ۳۲ فٹ۔ ۲۔ ۲ فٹ ۱۰ اینچ۔ ۳۔ ۱۱ زنجیر ۲۵ کڑی یا
 انجیر ۲۵ کڑی۔ ۴۔ ۳ فٹ ۶ اینچ۔ ۵۔ ۷۲ زنجیر ۶۸ کڑی۔
 ۶۔ ۷ فٹ ۱ اینچ۔ ۷۔ ۱۵ ر ۱۵ زنجیر۔ ۸۔ ۲۱ کڑی۔
 ۱۰۔ ۳۷۷۵ ر ۹ اینچ۔ ۱۱۔ ۳ فٹ ۵ ر ۱۱ اینچ۔ ۱۲۔ $\frac{1}{2}$ ۸ اینچ۔
 ۱۳۔ ۵ فٹ $\frac{1}{4}$ ۱۱ اینچ۔ ۱۴۔ ۴ ر ۴ اینچ۔ ۱۵۔ ۱۰۵۔
 ۱۶۔ ۲۲۔ ۱۷۔ ۱۵۲۶۔ ۱۸۔ ۱۹۶۰ کڑی۔
 ۱۹۔ ۲۱ گز۔ ۲۰۔ ۱ فٹ ۱۱ اینچ۔ ۲۱۔ ۹ زنجیر ۴۴ کڑی۔
 ۲۲۔ ۵۵ ر ۵۵ اینچ تقریباً۔ ۲۳۔ ۳ فٹ $\frac{2}{3}$ ۶ اینچ۔

سوالات امتحانات ۱۳

- ۱۔ ۳۱ فٹ۔ ۲۔ ۶۱۰۶۱ ر ۲۲ اینچ یا ۳۸۳ ر ۷۱ اینچ۔
 ۳۔ ۸ ر ۳۳ فٹ۔ ۴۔ ۱۰ ر ۱۰ فٹ، ۸۱۰۲ ر ۷ فٹ۔
 ۵۔ ۷۰ فٹ، ۳۹ ر ۳۱ فٹ، ۷۷ ر ۵ فٹ۔ ۶۔ ۷۰ ر ۵ فٹ۔

۷۔ ۸۷۴ فٹ تقریباً۔ ۸۔ ۵۵۵۳۵ فٹ تقریباً۔

۹۔ $\frac{1055}{1054}$ میل ۱۰۔ ۱۱۵۰۹ لیج۔ ۱۱۔ ۳۶۵۳۲۱۔

۱۲۔ ۲۹ فٹ ۲۷۵.۶ فٹ تقریباً۔ ۱۳۔ ۱۰ فٹ ۵۰ فٹ۔

۱۴۔ ۴ فٹ۔ ۱۵۔ ۴۴۷۵ فٹ۔ ۱۶۔ ۱۵ فٹ تقریباً۔

۱۷۔ ۱۲۵۵۶۲ فٹ۔ ۱۸۔ ۶۸۵۱۳ لیج۔ ۱۹۔ ۱۵ فٹ ۷ لیج۔

۲۰۔ ۱۰ لیج۔ ۲۱۔ ۲۶ فٹ۔ ۲۲۔ ۲۶ فٹ۔

۲۳۔ ۱۵۔ ۲۴۔ ۱۰۲ فٹ۔ ۲۵۔ ۱۵۹۱۴۳۱۴ مربع فٹ

۲۶۔ ۱۹.۷ میل تقریباً۔ ۲۷۔ $\frac{37}{4}$ مربع لیج

۲۸۔ ۲۰ لیج، ۱۵ لیج۔ ۲۹۔ ۱۰۰۳ فٹ تقریباً۔

نمبری (۱۴) صفحہ ۲۱۸

۱۔ $\frac{134}{11}$ مربع لیج۔ ۲۔ $\frac{23}{43}$ مربع فٹ۔

۳۔ ۸ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹۹ مربع لیج۔ ۴۔ ۲۰۵۸۸۲۸ مربع زنجیر۔

۵۔ $\frac{20}{11}$ ۔ ۶۔ ۳۵ $\frac{9}{11}$ ۔ ۷۔ ۱۲۶۵۱۲۶ فٹ۔

۸۔ ۷۵۶۵۲ لیج۔ ۹۔ ۲۱۰ مربع لیج۔ ۱۰۔ $\frac{1}{16}$ مربع فٹ۔

۱۱۔ ۵ فٹ۔ ۱۲۔ ۶ لیج۔ ۱۳۔ ۶ لیج۔

۱۴۔ ۱ فٹ۔ ۱۵۔ ۲۱۶۔ ۱۶۔ ۱۶۵۰۸ مربع لیج۔

۱۷۔ ۲۷۷۴۴ فٹ تقریباً۔ ۱۸۔ $\frac{1008}{16}$ مربع گز۔ ۱۹۔ ۱۴۲۵۷۷۲۸ مربع لیج۔

۲۰۔ ۳۵۸۳۱۲ مربع فٹ۔ ۲۱۔ ۲۷۷۴۴ مربع فٹ۔ ۲۲۔ ۱۰۵۰۸ مربع زنجیر۔

۳۵—۳۳۵ تقریباً— ۳۶—۳۱۸ ۱۱۹ مربع فٹ۔

۳۷—۳۰۵ ۱۵۵ اینچ ۲۸۵۶۵ مربع اینچ۔

۳۸—۳۲۰۰۱ ۳۶۵ مربع فٹ۔ ۳۹—۱۱۷ ۱۱۷ مربع فٹ۔

نمبری (۱۵) صفحہ ۲۳

۱—۴ فٹ ۱۵ فٹ۔ ۲—۸ اینچ ۱۸ ۱/۲ اینچ۔ ۳—۵۸۶۹۲۸۵ مربع اینچ
۴—۲۹۲ ۵۶۲ ۱۰۵ گز۔ ۵—۲۳۵۶۱۳۲۱ مربع اینچ

سوالات امتحانات ۱۵

- ۱—۵۱۹۶۱ مربع فٹ۔ ۲—۱۲۵ ۵۰۵۔ ۳—۲۶ فٹ۔
- ۴—۹ اینچ ۲۳ ۱/۲ اینچ۔ ۵—۲۵ ۲۰۰ فٹ۔ ۶—۲ ۱۶۶ گز۔
- ۷—۱۰۹ فٹ تقریباً۔ ۸—۴۳۲ ۱۵ فٹ۔ ۹—۲۹۳ فٹ۔
- ۱۰—۳۶۱۔ ۱۱—۹۶۲۸ ۶ اینچ۔ ۱۲—۲۰ اینچ۔
- ۱۳—۱۰۸۴۵۸ مربع فٹ تقریباً۔ ۱۴—۶۳۶۸۲۹۶ مربع زنجیر۔
- ۱۵—۳۲ ۱/۲ اینچ۔ ۱۶—۱۷۵ ۳۲۰۵۰۰۰ اینچ۔

نمبری (۱۶) صفحہ ۲۴

- ۱—۴۳ مربع فٹ۔ ۲—۴۳ ۲/۳ مربع فٹ۔ ۳—۱۸۸ ۲/۳ مربع فٹ۔
- ۴—۱۱ مربع فٹ۔ ۵—۱۸۲ مربع فٹ۔ ۶—۵۶۵۰۵ مربع فٹ۔
- ۷—۲۰۶۲ مربع فٹ۔ ۸—۳۹۶۵۳۶۵۳ مربع فٹ۔
- ۹—۱۲۵۴۴۴۱۲ مربع فٹ۔ ۱۰—۱۳۵۸۴۰۵۰ مربع فٹ۔

فہرست اصطلاحات

مساحت

(حصہ اول)

A

Absurd

Acute-Angled triangle

Arc

Arcs of circles

Area

B

Base line

Bounding lines

C

Central angle

Centre

Chain

Chord

Chords of circles

Circle

Circumference

مہمل

{ مثلث حادہ الزاویہ

قوس

قوس دائرہ

رقبہ

اساسی خط بنیادی خط

سرحد

مرکزی زاویہ

مرکز

زنجیر

دتر

دتر دائرہ

دائرہ

محیط

Circumscribed

circle

Collection

Common distance

Complex fraction

Computed area

Concentric

Contracted

Corresponding

Corresponding

lines

Corresponding

square

Curve

Curvilinear

figure

حائط دائرہ -

بیرونی دائرہ

مجموعہ

مشترک فاصلہ

کسیر مرکب

تخمینی رقبہ

ہم مرکز

مختصر

متناظر

متناظر خطوط

متناظر مربع

منحنی

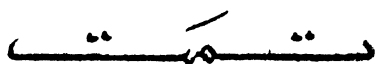
شکل معنی الانحلاع

شکل معنی

D Dado روغنی حاشیہ Decagon معشر یا دس ضلعی Diagonal وتر Diametre قطر Dimensions ابعاد Diviser مقسوم علیہ Dodecagon بارہ ضلعی Duodecimals اثنا عشریہ	Hexagon مسدس یا شش ضلعی Horizontal plane افقی میدان Hypotenuse وتر - بیش قائمہ
E Elliptical ناقص نما Equidistant مساوی الفصل Equilateral triangle { مساوی الاضلاع مثلث Extremities سرے	I Illustrative examples توضیحی مثالیں Incommensurable متباین Index قوت نما Inscribed circle اندرونی دائرہ Inset اندرونی عمود Integral figures صحیح اعداد Interval وقفہ Irregular غیر منتظم Isosceles triangle مساوی الساقین مثلث Isosceles right-angled triangle { مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ
F Field book پیمائش بیاض Flagstaff جھنڈے کی ٹکڑی Formulae ضابطے	L Linear foot طولی فٹ Linear prime طولی اولی Linear unit طولی اکائیاں Link کرشمی
G Geometry علم ہندسہ H Grind stone سان پتھر Handrail دستی سلخ Heptagon سبع یا سات ضلعی	M Magnitude مقدار Major axis محور اعظم Major segment قطعہ کبیر Minor axis محور اصغر

Minor segment	قطعهٔ صغیر	Proposition	مسئله
Moat	خندق	Q	
N		Quadrant	ربع دایره
Nonagon	نوزمعی	Quadrilateral	ذوابعه الاضلاع یا چهارضلعی
O		Quindicagon	پندرهم ضلعی
Obtuse angle	زاویهٔ منفرجه	Quotient	خارج قسمت
Obtuse-angled triangle	مثلث منفرجه الزاویه	R	
Octagon	مشش یا آٹھ ضلعی	Radius	نصف قطر
Off set	بیرون عمود	Rectangle	مستطیل
Ordinate	معین	Rectilineal figure	شکل متغنی الاضلاع - شکل متغنی مستقیم ضلعی
Outlying corners	بقیهٔ راس	Reduction	تحویل
Outlying vertices	بقیهٔ راس	Regular	منتظم
P		Rhombus	معین
Parallelogram	متوازی الاضلاع	Right-angled-triangle	ثلاث الزاویه مثلث
Pentagon	مخمس یا پانچ ضلعی	S	
Perimeter	احاط	Ring	حلقه
Periphery	الغیرا	Section	تراش
Pieces	تکڑے	Sector	قطاع
Plan	نقشه	Segment	قطعه
Plane figure	شکل مستوی	Semi-arc	نصف قوس
Planks	تختہ	Semi-chord	نصف وتر
Polygon	کثیر الاضلاع	Semi-major axis	نصف محور اعظم
Pond	کنڈ	Sem-minor axis	نصف محور صغیر
Produced	ممدودہ		

Semi-perimeter	نصف احاطہ	Thickness	موٹائی
Similar figures	متشابه اشکال	To turf	پتہ لگانا
Slopes	اتار	Transverse section	عرضی تراش
Solid prime	مخصوص اولی	Trapezoid	مخرف نامہ شکل پر مخرف
Span	فصل	Triangle	مثلث
Square	مربع	Turn	پیٹ
Square root	جذر المربع	U	گیارہ ضلعی
Station	مقامہ	Undecagon	
Superficial feet	سطحی فٹ	V	راس
Superficial prime	سطحی اولی	Vertex	
Superficial primes	سطحی اولیات	W	پیچ نما سیرسی
Surveyor	پیمائش کنندہ	Winding stair case	
T		Z	منطقہ
		Zone	



غلط مکتبہ

مساحت حصہ اول

صفحہ	سطر	نقطہ	صحیح
۴	۴	۱۲) ۳۳۵ ۶۰۸	۱۲) ۳۲۵ ۶۰۸
"	۹	۲ ایکڑ	۳ ایکڑ
"	۱۶	۱۶ ۳۷ ۲ ۱/۴ ←	۱۶ ۳۷ ۳ ۱/۴ ←
۲۴	۷	ہیں۔	ہے۔
۳۳	۲۱	۱۰	۱۰
۳۵	شکل مماذی سطور ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶		ج
"	۱۸	ب چونکہ —	اب چونکہ
۳۸	۱۲		دترکا
۴۴	۲۰	کا مکان	کا پایہ مکان
۴۷	۱۷	ے	ہے
۷۲	۱۷		برج
۱۳۲	۱۲	ب ب،	ب ب،
"	۱۶	ع	خ
۱۳۵	فٹ نوٹ مسا سطور		Gunter's chain
۱۶۱	۲۱	کرتا ہے۔	کرتا ہے۔

صفحہ	غلط	سطر	نمبر
۲۷	۲۷	۱۱	۱۶۵
$x \leq =$	$x = =$	۱۷	۱۷۱
پہلے	پہلے	۲۳	۱۸۰
باب	ب	پیشانی	۱۸۱
کنہر	کنہر	۲	۱۸۳
مثال	مثال	۷	۱۹۵
ر	ر	آخری شکل میں	۲۰۲
$= ۱۱$	$- ۱۱$	۱۱	۲۰۴
$- ۷$	۷	۲	۲۰۶
رقبہ:	رقبہ:	۹	"
اور		۱۸	۲۱۶
میں: ان کی	ہیں: ان کی	۱۳	۲۲۰
ب ب	ب ب	۱۰	۲۳۶
ج ج	ج ج	شکل میں	۲۳۷
ج ج		"	"
کرو۔)	کرد	۲۲	۲۵۱

یہ سطر ج

