UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224572

UNIVERSAL
LIBRARY

TIGHT BINDING BOOK

Checked 1975

OSMANIA UNIVERSITY LIBRARY

Call No 054.52 Accession No 9201

Author ع - ا

Title محمد عبدالرحمن، علی صاحب

This book should be returned on or before the date last marked below.

سلسلۂ نصابی کتب جامعۂ عثمانیہ

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ۔ حرارت

(برائے بی۔اے)

مُصنّفہ

ایچ۔ایس۔ایلن۔ایم۔اے۔ڈی۔ایس سی۔او ایچ۔مور اے۔آر۔سی۔ایس سی۔ڈی۔ایس سی

مترجمہ

مولوی وحید الرحمٰن صاحب بی۔ایس سی

پروفیسر طبیعیات کلیہ جامعۂ عثمانیہ

۱۳۵۰ھ م ۱۳۴۰ف ۱۹۳۱ء

دار الطبع جامعۂ عثمانیہ حیدرآباد دکن

خواصِ مادّہ

فہرست مضامین

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ

		صفحہ
فصل اول	تمہید	۱
فصل دوم	بنیادی مقداروں کی پیمائش	۱۶
فصل سوم	کمیتوں کی پیمائش مشتق اکائیوں میں	۴۴
فصل چہارم	اضافی کثافتوں کی تعیین	۷۳
فصل پنجم	سکونیات	۹۸
فصل ششم	مشینیں	۱۵۰
فصل ہفتم	لچک	۱۶۹
فصل ہشتم	علمِ حرکت	۱۹۹
فصل نہم	دَوری حرکت	۲۴۱
فصل دہم	گیسیں: بارپیما اور کلیۂ بائیل	۲۶۶
فصل یازدہم	سطحی تناؤ	۲۹۳
ضمیمہ ۱		۳۰۵

عملی طبیعیات

حرارت

فصل اول	تپش پیمائی	۲۱۲
فصل دوم	پھیلاؤ کی شرحیں	۳۲۶
فصل سوم	حرارہ پیمائی	۳۵۲
فصل چہارم	تبرید	۳۷۴
فصل پنجم	موصلیتِ حرارت کی قدر	۳۸۶
فصل ششم	حرارت کا معادلِ حیلی	۳۹۸
فصل ہفتم	رطوبت پیمائی	۴۱۲
ضمیمہ ب		۴۲۵

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

فصل اوّل

تمہید

۱- عام ہدایتیں

سائنس کے کسی شعبہ کے عملی کاموں میں نتائج مقصودہ کی دو قسمیں ہو سکتی ہیں۔ یعنی ایک کیفی اور دوسری کمّی۔ کیفی نتائج سے وہ نتائج مُراد ہیں جن میں صرف یہ دیکھا جاتا ہے کہ اثرات کس قسم کے ہیں یعنی معلولات کی نوعیت کیا ہے۔ بخلاف اس کے کمّی نتیجوں میں پیمائش کے نقطۂ نظر سے معلولات کی مقدار مدِنظر ہوتی ہے۔ طبیعیات میں خالص کیفی نوع کا نتیجہ بہت کم مطلوب ہوتا ہے۔ اس مضمون کے ابتدائی مراحل میں بھی کمیتی ہی نتائج کی زیادہ ضرورت پڑتی ہے۔ حالانکہ کیفی علم حاصل کرنے کی نسبت کمّی علم حاصل کرنے میں زیادہ زحمت اُٹھانی پڑتی ہے۔ اسی وجہ سے تقریباً ہر طبیعیاتی تجربہ میں ایک دو پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس بنا پر طبیعیات [illegible]

سمجھا جاتا ہے۔ اس لئے بعض اوقات طلبہ بغیر آلات کو مطالعہ کئے ہوئے اور بغیر ایک سے زیادہ دفعہ مشاہدہ کئے عجلت سے پیمائشیں شروع کر دیتے ہیں۔ یہاں پر طبیعیات کے حقیقی عملی پہلو پر جس قدر زور دیا جائے کم ہے۔ یہ عملی پہلو محض پیمائشوں سے تعلق نہیں رکھتا بلکہ اس سے متمائز ایک علیحدہ چیز ہے۔ عملی طبیعیات کی تعلیم سے پورا فائدہ اُٹھانے کے لئے نہ صرف یہ لازم ہے کہ تجربہ کا مقصد پورے طور سے سمجھا جائے بلکہ مشاہدہ کرنے کے قبل کچھ وقت آلات کو بٹھانے اور اُن کے پُرزوں کی ساخت و استعمال کے مطالعہ میں صرف کرنا ضروری ہے۔

عملی طبیعیات کے اغراض بالکل پورے نہیں ہو سکتے جب تک کہ طالب علم آلات کی دست ورزی میں یدطولےٰ حاصل نہ کر لے اور جن اوزاروں کو استعمال کرتا ہے اُن سے گہری دلچسپی پیدا نہ کر لے۔

سب سے پہلے تجربہ کے مقصد اور اُس کی انجام دہی کے عام طریقوں کو سمجھ لینا چاہیئے اُس کے بعد ضروری آلات کو یکجا کر کے اُن کو ترتیب دینا چاہیئے۔

اس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ مشاہدات اور معائنات کا کام اس طرح ہو سکے کہ جسم کو بے ڈھنگے طریقہ سے ٹیڑھا سیدھا کرنے کی ضرورت نہ پڑے۔ اور آلات کے جن حصّوں میں زیادہ دست ورزی اور درستی کی ضرورت ہو وہ ایسی جگہ پر رکھے جائیں جہاں ہاتھ آسانی سے پہنچ سکے۔

ان امور پر گہری توجہ کا اثر بالواسطہ تجربہ کی صحت پر پڑیگا۔ کیونکہ اس حالت میں آلات کی درستی آسانی ہو سکیگی۔ اور اِن کا اپنے مقام سے اتفاقاً ہٹ جانیکا خدشہ بھی کم ہو جائیگا اور مشاہدات بھی

ترتیب موجود ہے یا نہیں۔

۲۔ نتائج کو قلمبند کرنا۔ بیاضیں

عملی طبیعیات کی تعلیم میں دو بیاضوں کا رکھنا ضروری ہے۔ اِن میں سے ایک بیاض بڑی ہونی چاہیئے جو "صاف اور تصحیح کردہ" نوٹ کے لئے مخصوص ہو۔ اِس کا ہر دُوسرا صفحہ "ملی میٹر مربع دار ہو"۔ دُوسری چھوٹی بیاض مُشاہدات اور حسابات کو فوراً قلمبند کرنے کے لئے ہونی چاہیئے۔ اثنائے تجربہ میں اگر کوئی قابلِ لحاظ مظاہر مشاہدہ میں آئیں تو اِس میں درج کرنے چاہئیں۔ معمل میں صرف مختصر نوٹ لے لینے چاہئیں۔ جن کو بعد ازیں صاف بیاض میں پھیلا کر بیان کرنا چاہیئے۔ اس طرح سرسری نوٹ لے لینا ایسا ہی ضروری ہے جیسا کہ تجربہ کا کوئی اور عمل۔ خصوصاً اِس حالت میں جب صاف بیاض کے لکھنے میں کچھ توقف ہو۔ اگر بروقت یادداشت نہ لے لی جائے تو مشاہدہ میں جو جو اہم اور ضروری باتیں معلوم ہوتی ہیں اُن کو بھول جانے کا احتمال رہتا ہے۔ بے شیرازہ اوراق پر سرسری نوٹ نہیں لکھنے چاہئیں۔ کیونکہ اُن کے اِدھر اُدھر ہو جانے کا خدشہ رہتا ہے۔ اس طرح یادداشت قلمبند کرنے سے طالب علم ہی کا نقصان ہے۔

مُشاہدات اور معائنات میں جو پیمائشیں ہوتی ہیں اُن کو فوراً کچّی بیاض میں مندرج کر لینا چاہیئے اور ثبت کرنے کے بعد اُن پر نظرِ ثانی بھی ہونی چاہیئے۔ ہر عدد کے بعد اُس مقدار کا نام ہونا ضروری ہے جس کا وہ عدد نمائندہ ہے۔ ہر حالت میں جب کبھی کئی مشاہدے سلسلہ وار لئے جائیں تو اُن کو جدولوں کی صورت میں ترتیب دینا چاہیئے۔ نتیجہ نکالنے کے لئے جن حسابات کی ضرورت ہو اُن کو کچّی بیاض میں وضاحت کے ساتھ لکھنا چاہیئے۔

بڑی بیاض میں ہر تجربہ کا پُورا بیان طالب علم کے اپنے الفاظ

ہیں ہونا ضروری ہے۔ اور یادداشت کے قلمبند کرنے میں ذیل کی ترتیب کا لحاظ رہے :-

(۱) آلات مستعملہ کی تفصیل اور مربع دار کاغذ پر اُن کے نقشے جن پر حوالہ کے لئے نشانات بھی دئے ہوئے ہوں۔

(۲) تجربہ کے نظریہ کا مختصر بیان۔

(۳) تجربہ کے عملوں اور مشاہدوں کا مفصل بیان۔ ہر معائنہ یا مشاہدہ کو درج کرنا چاہیئے۔ اور جہاں متواتر کئی مشاہدے کئے جائیں اُن کی ترتیب جدول وار ہونی چاہیئے۔

(۴) تجربہ سے جو نتیجہ نکلے صرف اُسی کو درج کرنا چاہیئے۔ عمل حساب کو درج کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔ بالعموم نتیجوں کو اعداد صحیحہ اور کسورِ اعشاریہ سے ظاہر کرنا مناسب ہے۔

نتیجہ کو نمایاں طور پر درج کرنا چاہیئے۔ اور یہ اگر یادداشت کی اخیر سطر میں ہو تو قابلِ ترجیح ہے۔ جن اکائیوں میں نتیجہ ظاہر کیا جائے اُن کا ذکر ضرور ہونا چاہیئے جہاں تک ممکن ہو نتیجوں کو ترسیمی طریقہ سے ظاہر کرنا چاہیئے۔ ہر ترسیم پورے ایک صفحہ پر ہونی چاہیئے۔ اور جن مقداروں کی ترسیم کی جائے اُن کا اور اُن اکائیوں کا درج کرنا ضروری ہے جن سے اُن کو ظاہر کیا گیا ہے۔

جبکہ عمل ترسیم تجربہ کا ایک حصہ ہو تو اصلی خاکہ یا اُس کی نقل کسی مناسب پیمانے سے بیاض میں داخل ہونی چاہیئے۔

۳۔ مشاہدات کی صحت

صفری اور انحرافی طریقے

عام طور پر جو آلات مہیا ہوں اُن کی مدد سے جہاں تک ہو سکے معائنہ میں اعلیٰ درجہ کی صحت پیدا کرنی چاہیئے۔ قابلِ تحصیل صحت کے درجہ کو جانچنے کے لئے آلوں کی درستی کو دُہرانا چاہیئے اور دوبارہ معائنہ میں جتنی احتیاط ممکن ہو برتنی چاہیئے۔ اگر ان دونوں معائنوں میں کچھ تناقص معلوم ہو تو سمجھ لینا چاہیئے کہ خود آلات کے اندر کچھ خرابیاں موجود ہیں۔ بشرطیکہ اِن کے بٹھانے میں اور معائنہ میں کافی احتیاط کی گئی ہو۔

عملی طبیعیات کی ابتدائی تعلیم کے دوران میں طالب علموں کے لئے یہ اچھی مشق ہوگی کہ وہ مختلف نوعیت کی پیمائشوں میں قابلِ تحصیل درجۂ صحت کا تعین کریں۔ اس سے طالب علم کو جو تجربہ حاصل ہوگا وہ آئندہ چل کر اُس کو مختلف انواع کے مشاہدات کی نسبتی صحت کا اندازہ کرنے کے قابل بنائیگا بغیر اس کے کہ طالب علم اِن کا تعین بالفعل کرے۔ مگر جب کبھی بالکل نئی قسم کی پیمائش کرنی ہو تو نسبتی صحت کا تعین اس طریقہ سے ایک یا دو بار ہونا چاہیئے۔

یہ بات قابلِ لحاظ ہے کہ عام طور پر جن مشاہدات کا انحصار دو معلولوں کے اِس قسم کے توازن پر ہو کہ وہ ایک دوسرے کے اثرات کو زائل کر دیں وہ بہ نسبت اِن مشاہدات کے زیادہ صحیح ہوتے ہیں جن میں صرف کسی ایک معلول کی مقدار کی پیمائش کی جائے۔ بالفاظ دیگر اِس مفہوم کو ہم یوں بھی ادا کر سکتے ہیں کہ **صفری طریقے، انحرافی طریقوں سے زیادہ صحیح ہوتے ہیں۔**

جب کسی تجربہ میں صفری طریقہ اختیار کیا جاتا ہے تو ہم ایک نامعلوم کمیت کے اثر کا تعادل کسی اسی قسم کی معلوم یا معیاری کمیت کے اثر سے پیدا کرتے ہیں۔ اثروں کے حاصل کا مشاہدہ ایک ایسے آلہ سے ہوتا ہے جو دو اثروں کے درمیان خفیف سا بھی فرق بتا سکتا ہے۔ اگر ہم ان میں سے ہر ایک کمیت کے اثر کو براہِ راست ناپیں تو ہم کو ایسے آلہ کی ضرورت پڑیگی جس میں پورے اثر کے ماتحت بھی ایک معمولی سا انحراف پیدا ہو۔ یعنی ایک ایسا آلہ جس میں مقابلۃً حساسیت کم ہو۔ آلہ کی اس کم درجہ کی حساسیت کے باعث انحراف کے معائنہ میں اگر نہایت ہی کم ناگزیر غلطی بھی ہو تو نتیجہ میں ایک معتدبہ اثر پیدا ہو جائیگا۔ اگر صفری طریقے سے کام لیا جائے تو اس سے بہت زیادہ حساس آلہ استعمال کیا جا سکتا ہے ــــ بلکہ نہایت درجہ ممکن حساس آلہ، اثرات کو گھٹا بڑھا کر معائنہ کو صفر تک لانے میں جو غلطی ممکن ہے وہ آلہ کے پیمانہ پر غالباً اتنی ہی ہوگی جتنی کہ انحرافی تجربہ کے معائنہ میں۔ مگر اس سے کمیت زیرِ پیمائش میں بہت تھوڑی غلطی ظاہر ہوگی۔

اس اصول کی ایک نہایت عمدہ مثال کمیتِ مادّہ کی پیمائش میں ملتی ہے۔ کمانیدار ترازو میں انحرافی طریقہ سے مادّہ کی پیمائش ہوتی ہے۔ اس میں جس کمیت کی پیمائش کی جاتی ہے وہ کمانی کی وسعت ہے جو کسی جسم کے وزن سے پیدا ہوتی ہے۔ عام ترازو ایک آلہ ہے جس کا انحصار صفری طریقے پر ہے۔ اور کمانیدار ترازو سے (جو اسی حد تک تولنے کے لئے بنائی گئی ہو) جتنی صحت ممکن ہے اس سے بہت زیادہ صحت عام ترازو میں حاصل ہے۔

یہ جاننا ضروری ہے کہ عام مشاہدات جن کا انحصار وزن دریافت کرنے پر ہے بہت زیادہ صحیح ہوتے ہیں بہ نسبت اُن کے جو وقت یا طول کے تعینات پر مبنی ہیں۔ بنا بریں جہاں تک ممکن ہو

تجربے اس طرح مرتب کرنے چاہئیں کہ نہایت اہم مشاہدات ترازو ہی کے ذریعہ سے کئے جائیں۔

مثال کے طور پر طالب علم کی توجہ "وزن تپش پیما" کے ذریعہ سے مایعات کے پھیلاؤ کے تجربہ کی طرف منعطف کرائی جاتی ہے۔ یہ تجربہ اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ مجسم کے بڑھنے کی شرح بغیر اس کے کہ مجسم کی ایک بھی پیمائش ہو دریافت کرلی جاتی ہے۔ اس تجربہ میں ہر مشاہدہ جس سے نتیجہ محسوب ہوتا ہے "وزن کرنا" ہی ہے۔

باستثنا رطول کے تعیین کے (جو فن مناظر کے طریقوں سے کیا جاتا ہے اور جس میں مکمل و پرتکلف آلات کی ضرورت پڑتی ہے) کوئی دوسری طبیعیاتی تعیین ایسی صحت سے نہیں کرسکتے۔ جیسے کمیت مادہ کی تعیین یا کمیتوں کا مقابلہ۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ خوش ساخت ترازو سے اعلیٰ درجہ کی حساسیت حاصل ہوسکتی ہے۔ صرف ایک ہی اور سادہ طبیعی پیمائش ہے جو صحت میں اس کے (یعنی کمیت کی پیمائش کے) قریب قریب ہے۔ یہ سادہ پیمائش وھیٹ سٹون[1] کے پل کے ذریعہ سے برقی مزاحمت کی تعیین ہے اور یہ بھی صفری طریقہ ہی کا تجربہ ہے۔

۴۔ نتیجوں کی تحسیب

چونکہ طبیعی کمیت کے تعین میں جو صحت قابل حصول ہو اس کی ایک حد ہے اس لئے ظاہر ہے کہ ایسے تعینات سے حاصل کردہ نتائج کی صحت کی بھی ضرور ایک حد ہونی چاہیئے۔ لہٰذا تحسیب نتائج میں مشاہدات کی استعداد سے زیادہ اعدادِ ملحوظ کے شمار تک پہنچنا غیر ضروری ہے۔

---

[1] Wheatstone

آخری نتیجہ ہندسوں کے کسی خاص مقام ہی تک قابلِ اعتبار ہو سکتا ہے۔ اِس مقام سے آگے کے اعداد بے معنی ہو جاتے ہیں۔

اگر تحسیب کے ہر مرحلہ پر ملحوظ ہندسوں کی تعداد اِسی مرحلہ کے نتیجہ میں تحسیب کے دُوسرے حِصّہ کی طرف متوجہ ہونے سے پیشتر مناسب طور پر کچھ کم کر دی جائے تو حسابی شمار میں بہت سی محنت بچ جائیگی۔ مثلاً ایک ایسے اُستوانہ کے حجم کی تعیین پر غور کرو جس کی لمبائی ۲٫۳۷ سم ہے اور قطر ۱٫۱۳ سم ہے اس کا حجم ضابطہ $\frac{۲۲}{۷} \times (۱٫۱۳)^۲ \times (۲٫۳۷)$ مکعب سم سے حاصل ہوتا ہے۔

اِن میں سے کوئی پیمائش کردہ مقدار ایسی نہیں ہے جس کی صحت ہزار میں ایک سے زیادہ ہو۔ اِس لئے حسابی شمار میں چار ہندسوں سے زیادہ تاکید رکھنا بے سود ہے اور ۲۲/۷ کی قیمت ۳٫۱۴۲ رکھی جا سکتی ہے بلکہ ۳٫۱۴ ہی رکھنا کافی ہے۔

$(۱٫۱۳)^۲ = ۱٫۲۷۶۹$ جس کو ۱٫۲۷۶ لیا جا سکتا ہے۔

$۱٫۲۷۶ \times ۲٫۳۷ = ۳٫۰۲۶۴۹$ اور اِس کو ۳٫۰۲۶ لے سکتے ہیں۔

$$\frac{۲۲}{۷} \times ۳٫۰۲۶$$

$$= ۰٫۷۸۵۴ \times ۳٫۰۲۶$$

$$= ۲٫۳۷۰۴۰۴$$

اِس آخری نتیجہ کو ۲٫۳۷ مکعب سم لکھ سکتے ہیں۔

عمل حساب کی تسہیل میں ضرب کے اختصاری طریقے بہت مفید ہوتے ہیں۔ (اختصاری طریقے کا بیان ابتدائی کتابوں میں آچکا ہے)۔

دستور یہ ہے کہ نتیجوں کو ہندسوں کی اُتنی تعداد تک ظاہر کرتے ہیں جہاں تک اُن کی صحت کا دعویٰ ہو سکتا ہے۔ اِس لئے اگر نتیجہ پانچ ہندسوں تک لکھا جائے تو یہ مان لیا جاتا ہے کہ نتیجہ اِن ہندسوں تک صحیح ہے۔ نتیجہ کو پانچ ہندسوں تک لکھنا (جس حالت میں صحت ہزار میں ایک ہی ہو) صرف غیر ضروری ہی نہیں بلکہ اِس سے دھوکا بھی ہوتا ہے۔ کیونکہ اِس صورت

میں اِن مشاہدات کی صحت کے متعلق غلط فہمی ہوگی جن پر حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار ہے۔

اگر ایسا ہو کہ آخری ملحوظ ہندسہ صفر ہے تو اِس کو بھی نتیجہ میں داخل کر لیا جاتا ہے خواہ وہ اعشاریہ کے بعد ہی ہو۔ اِس کا مطلب یہ ہے کہ نتیجہ ملحوظ ہندسوں کی اِس تعداد تک درست ہے مثلاً اگر یہ لکھا جائے کہ ۱ انچ = ۲٫۵۴۰۰ سمر تو اِس سے ظاہر ہوگا کہ یہ ۰٫۰۰۰۱ میں ایک حصّہ تک صحیح ہے۔

اکثر اوقات جب ہندسوں کی تعداد بہت زیادہ ہوتی ہے تو بجائے بہت سے صفر لکھنے کے کسی چھوٹے عدد کے بعد ۱۰ کی قوتیں رکھ دی جاتی ہیں۔ بطور مثال کمیتوں کی مقدار ظاہر کرتے ہیں اگر ۳ یا ۴ فی صدی صحت مقصود ہو تو ۲۸۰۰۰۰۰۰ کو ۲٫۸ × ۱۰⁷ لکھ سکتے ہیں۔ اگر ۳۰۰ میں صرف ایک کی صحت منظور ہو تو اِس کو ۲٫۸۰ × ۱۰⁷ یا ۲۸٫۰ × ۱۰⁶ یا ۲۸۰ × ۱۰⁵ لکھ سکتے ہیں۔ اِسی طور پر نہایت چھوٹی مقداروں کے لئے اعشاریہ کے بعد بہت سے صفر لکھنے کی بجائے ۱۰ کی منفی قوتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ مثلاً ۰٫۰۰۰۰۳۵ کو جس میں ۳۰۰ میں ایک کی صحت ظاہر کی گئی ہے ۳۵ × ۱۰⁻⁶ لکھ سکتے ہیں۔ لیکن اِس کو ۳٫۵ × ۱۰⁻⁵ لکھنا غلط ہوگا۔ کیونکہ اِس حالت میں اِس کی صحت صرف ۳ فی صدی ہوگی حالانکہ مشاہدات کی صحت ۳۰۰ میں ایک ہے۔

لوکارتھم کی مدد سے جو تخمیب ہوتی ہے اُس کا درجۂ تخمین لوکارتمی جدول کے ہندسوں کی تعداد پر منحصر ہے۔

جب تخمیب میں چار یا پانچ ہندسے شامل ہوں تو چار ہندسوں کی لوکارتمی جدول کے استعمال سے ۰٫۰۰۰۱ میں ایک کی صحت حاصل ہوتی ہے۔ اگر اجزائے ضربی، عمل ضرب میں یا تقسیم میں بڑھ جائیں تو اِسی حساب سے غلطی کے بڑھنے کا احتمال ہے۔ پانچ ہندسوں کی جدولیں استعمال کرنے میں تقریباً دس گنا صحت بڑھ جاتی ہے۔ مگر دس انچ

کی سلائیڈ رول (Slide rule) کے استعمال کرنے میں (جہاں زائد از چہار ارکان ضروری سے کام لیا جائے) پانچ سو میں ایک سے زیادہ کی صحت حاصل نہیں ہو سکتی تاوقتیکہ اس کے استعمال میں بڑی احتیاط نہ برتی گئی ہو۔

اکثر اوقات یہ بہتر ہوتا ہے کہ صحیح تحسیب کے قبل تخمینی نتیجہ نکالنے کے لئے اور خصوصاً اعشاریہ کی جگہ دریافت کرنے کے لئے سرسری طریقہ سے حساب کر لیا جائے۔ یہ احتیاط سلائیڈ رول (Slide rule) کے استعمال میں خاص اہمیت رکھتی ہے۔ خصوصاً جب سلائیڈ رول (Slide rule) مبتدیوں کے ہاتھوں میں ہو۔

اس کی مثال (صفحہ ۔۔۔ میں) مستوانہ کے ابعاد سے دے سکتے ہیں۔

$$ح = \frac{\pi}{4} \times (۱٫۱۳)^۲ \times (۲٫۳۷)$$

$$= ۱ \times ۱٫۲۸۷۰ \times ۲٫۵$$

$$= ۳ \quad \text{تقریباً}$$

یعنی تجم ۳ مکعب سم کے درجہ میں ہے۔

سلائیڈ رول (Slide rule) سے ۲۵۶ نتیجہ نکلتا ہے اور یہ ۲٫۵۶ لکھا جا سکتا ہے۔ کیونکہ اعشاریہ کی جگہ کا پتہ سرسری حساب سے مل گیا۔

کسی تجربہ کے نتائج کی تحسیب میں جہاں کسی کمیت کی تعیین غیر تابع مقیاسوں کی پیمائش سے ہوتی ہے اس حالت میں اس کمیت کو چند پیمائش کی ہوئی مقداروں کے رقوم میں صاف طرح سے ظاہر کرنا معمولاً مناسب نہیں ہوتا۔ اس طرز عمل سے عموماً ایک طویل اور پیچیدہ جملہ بن جاتا ہے جس کا حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اور اس میں حسابی غلطیوں کے واقع ہونے کا بھی زیادہ احتمال ہے۔ مختلف مقداریں جب اس طرح سے ایک پیچیدہ جملہ میں اکٹھی کر دی جاتی ہیں تو وہ بے معنی

ہو جاتی ہیں۔ پس جہاں تک ممکن ہو تجربہ کے ہر قدم پر طبیعیاتی مفہوم کو مدِ نظر رکھنا چاہیئے۔

اِس اصول کی خاص مثال کے لئے صفحہ ــــ کے جملہ پر غور کرو۔ مندرجہ ذیل مساوات تین خاص طبیعیاتی کمیتیں ظاہر کرتی ہے:—

$$ک ج گ = \frac{1}{2} مـ ز^2 + \frac{1}{2} ک ر^2$$

اگر مساوات کی یہ سادہ صورت قائم رکھی جائے تو اِس کا اصلی مفہوم فوراً سمجھ میں آ جاتا ہے۔ اور اصول اولین کی مدد سے بلا توقف یہ لکھی جاسکتی ہے۔ "مـ" کو واضح طور سے ظاہر کرنا اِس مساوات کے مفہوم کو ایک بڑی حد تک فنا کر دیتا ہے۔

ایسے ضابطوں کے استعمال سے جن کی وجہ سے حافظہ پر بے سُود بوجھ پڑے پرہیز کرنا چاہیئے۔ جہاں تک ممکن ہو سکے کوشش یہی کرنی چاہیئے کہ اصولِ اولین کی مدد سے ہی مسئلہ حل ہو جائے۔

۵۔ ترسیمی طریقے

نظری اور عملی دونوں طبیعیات میں ترسیمی طریقوں کا استعمال بہت مفید ہے۔ جب کبھی تجربہ میں مشاہدات کا ایک ایسا سلسلہ حاصل ہو جن میں دو دو ایسی مقداریں ہوں جو **ایک دوسرے پر منحصر ہیں** تو ایک ایسی **ترسیم** کھینچنی چاہیئے جس سے اِن کے آپس کا رشتہ پیشِ نظر ہو جائے۔ ترسیم سے یہ پتہ لگیگا کہ **تابع متغیر** "ما" **متبوع متغیر** "لا" پر کس طرح سے مبنی ہے۔ جب کاغذ عمودی سطح میں رکھا جائے تو یہ دستور ہے کہ متبوع متغیر کی قیمتوں کو اُفق کے

متوازی بائیں سے دہنے طرف فصلوں سے اور تابع متغیر کی قیمتوں کو اُوپر کی طرف معیتوں سے تعبیر کرتے ہیں۔

نمونتاً اس کی مثال سادہ رقّاص کے تجربہ سے دی جاسکتی ہے۔ اس میں "ل" طول کے رقاص کا وقتِ دوران "و" ناپا جاتا ہے۔ "ل" کو اپنی مرضی سے گھٹاتے بڑھاتے ہیں اور اسی کے مطابق وقتِ دوران کی قیمتوں کو دریافت کرتے ہیں۔ یہاں "ل" متبوع متغیر ہے۔ اس لئے اس کی ترسیم اُفق کے متوازی ہونی چاہیئے۔ "و" کی ترسیم اس طرح پر ہونی چاہیئے کہ و کا پیمانہ بیاض کے مربعدار صفحہ کے نیچے سے اُوپر تک جائے۔

وہ اکائیاں جن سے متغیر ظاہر کیا جاتا ہے اور نیز متغیر کا نام اُس کے اپنے مُحدّدی محور پر واضح طور سے لکھا رہنا چاہیئے۔ جس پیمانہ پر متغیر کی ترسیم ہوگی اُس پیمانہ کے انتخاب میں نہایت احتیاط برتنی چاہیئے۔ پیمانہ ایسا ہونا چاہیئے کہ بیاض کے مربعدار صفحہ کا زیادہ سے زیادہ حصّہ ترسیم محصلہ سے پُر ہو جائے۔

اِن نقطوں کے گرد جو مشاہدات کو ظاہر کرتے ہیں چھوٹے چھوٹے دائرے کھینچ دینے چاہئیں۔ یا ان پر چھوٹے چھوٹے چلیپائی نشان دے دینے چاہئیں۔ اِس کے بعد ایک ہموار منحنی اس طرح کھینچنا چاہیئے کہ وہ نقطوں کے اوسط مقامات سے ہو کر گزرے یعنی منحنی کے دونوں طرف مشاہدوں کے نقطوں کی تعداد قریب قریب مساوی ہو۔ پہلے یہ دیکھ لینا چاہیئے کہ آیا ترسیم خط مستقیم سے ہو سکتی ہے یا نہیں۔ لمبے شیشے کے ٹکڑے یا کسی اور شفاف ٹکڑے پر کھینچے ہوئے ایک خطِ مستقیم سے اُس کی آزمائش ہو سکتی ہے۔ کیونکہ ایسی حالت میں اِس خط مستقیم کے دونوں طرف کے نقطے نظر آ سکتے ہیں۔ اگر نقطوں میں سے ہو کر خطِ مستقیم نہ کھینچا جا سکے تو خطِ منحنی کھینچنا چاہیئے خواہ یہ منحنی صِرف ہاتھ سے کھینچا جائے یا کسی ایسے لچکدار لکڑی کے ٹکڑے کے ذریعہ سے جو منحنی کے ساتھ ساتھ جُھک جائے۔

اگر ترسیم محصلہ خطِ مستقیم ہے تو متغیروں کا باہمی رشتہ مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر ہوتا ہے ۔

$$ما = م لا + س$$

یہاں "س" اور "م" دونوں مستقل ہیں ۔ اگر ترسیم خطِ مستقیم نہیں ہے تو محصلہ منحنی کی شکل سے متغیروں کا باہمی تغیر معلوم ہو جائیگا ۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کے منحنیوں کے علم سے طالب علموں کو پورا پتہ مل جائیگا کہ مشاہدات کی ترسیم کس منحنی سے ہو سکتی ہے ۔

$$ما = لا$$

$$ما = لا^{۲}$$

$$ما^{۲} = لا^{۳}$$

$$ما = لا^{۳}$$

اور $$ما = لوک لا$$

مقداروں میں کسی ایک کی قوتوں کو دوسرے کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے ایک خطِ مستقیم حاصل ہوتا ہے یا ایک مقدار کے لوکارتم کو دوسری مقدار کے مقابلہ میں یا اُس کے لوکارتم کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے بھی ایک خطِ مستقیم حاصل ہو سکتا ہے ۔ جب ترسیم کی شکل خطِ مستقیم ہو تو دو متعلقہ طبیعیاتی مقداروں کے باہمی ربط کو ایک جبری مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں[۱] ۔

اکثر اوقات بہ نسبت حسابی عملوں کے ترسیمی طریقوں سے نتائج بہت کم محنت سے حاصل ہو سکتے ہیں ۔ حوالہ کے لئے اِس کتاب کی مثالیں از صفحہ ۱۲۹ تا ۱۳۸ ۔ اور نیز طبیعیات عملی (آواز و روشنی) برائے بی ۔ اے کے صفحات نمبر ۵۷، ۶۴، اور ۱۲۷ کی مثالیں دیکھو ۔

---

[۱] دیکھو تجربہ ۲۳ ۔ رسی کی رگڑ ایک ثابت چرخی پر صفحہ ۱۴۷ ۔

۶۔ طبیعیاتی پیمائش میں مستعمل اکائیاں

کسی کمیت کی پیمائش دو لفظوں میں ظاہر کی جاتی ہے ——
ایک تو "**عدد**" اور دوسرے "**اکائی**"۔ مثلاً ۱۲ ثانیہ میں "۱۲" عدد ہے اور "ثانیہ" وقت کی اکائی ہے۔ ہر اُس کمیت کو جس کی طبیعیات میں پیمائش ہوتی ہے ایک نہ ایک اکائی کی ضرورت پڑتی ہے۔ تاہم کسی ایک کمیت کو کسی دوسری کمیت کے رقوم میں ظاہر کرنا ممکن ہے۔ مثلاً ہم "چال" کو کسی خاص وقت میں طے شدہ فاصلہ کے رقوم میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اور اُن اکائیوں سے چال کی پیمائش کرنے میں صریحی فائدہ ہے جو طول اور وقت کی اکائیوں سے کوئی سادہ رشتہ رکھتی ہوں۔ علمِ حیل میں جتنی طبیعیاتی مقداروں سے واسطہ پڑتا ہے وہ کسی تین منتخب مقداروں کے رقوم میں ظاہر کی جا سکتی ہیں۔

اِن مقداروں کے لئے جو تین غیر تابع اکائیاں ہیں وہ اکائیوں کے نظام میں "**بنیادی اکائیاں**" کہلاتی ہیں۔ اِس نظام کی دوسری اکائیوں کو "**مشتق اکائیاں**" کہتے ہیں۔

سائنس کے کاموں میں بنیادی مقداریں جو منتخب کی گئی ہیں وہ "**طول**"، "**کمیت**" "**مادّہ**" اور "**وقت**" ہیں۔ اِن مقداروں کی اکائیاں بالترتیب "**سنتی میتر**"، "**گرام**" اور "**ثانیہ**" ہیں۔ اور اِسی بناء پر اِس نظام کو اکائیوں کا س۔ گ۔ ث نظام کہتے ہیں۔

سنتی میتر، میتر کا سواں حصّہ ہے اور یہ میتر پلاٹینم کی اُس سلاخ کے سروں کا درمیانی فاصلہ ہے جو پیرس[1] میں محفوظ رکھی ہوئی ہے۔

گرام، کلوگرام کا ہزارواں حصّہ ہے اور یہ کلوگرام پلاٹینم کے

---

[1] Paris

اُس اُستوانہ کے مادّہ کی کمیت ہے جو پیرس میں محفوظ رکھا ہوا ہے۔ ایک مکعب دسی میٹر (۱۰۰۰ مکعب سمر یا ایک لیٹر) کشیدہ پانی کے مادّہ کی کمیت اُس کی کثافت اعظم کی تپش پر "کلو گرام" ٹھیرائی گئی تھی۔ اس وجہ سے ۴° مئی کی تپش کے ایک مکعب سمر پانی کی کمیت تقریباً صحیح ایک گرام ہوتی ہے۔

ثانیہ، اوسط شمسی ثانیہ ہے۔ یعنی یہ اوسط شمسی دن کا $\frac{1}{86400}$ حصّہ ہے۔ جس کی تعین زمین کے وقتِ دوران (اِس کے محور کے گرد) سے ہوتی ہے۔

فصل دوم

بنیادی مقداروں کی پیمائش

۱۔ کمیتِ مادّہ کی پیمائش

ترازُو

مروّج ترازُو کے ذریعہ سے کمیتِ مادّہ کی جو پیمائش ہوتی ہے اُس میں دو قوتوں میں اِس طرح سے توازن پیدا ہوتا ہے کہ بیرم پر اُن کے معیارِ اثر مساوی اور متضاد سمتوں میں ہوتے ہیں۔

جب یہ صورت حاصل ہوجاتی ہے تو یہ قوتیں اگر آپس میں متوازی ہوں تو وہ بیرم کے نصاب سے نقاطِ عمل کے فاصلوں کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتی ہیں۔

قوتیں جو ترازُو کی ڈنڈی پر عمل کرتی ہیں وہ ڈنڈی سے لٹکتی ہوئی کمیتِ مادّہ کے وزن ہیں۔ اور اِس طریقہ سے اِن کمیتوں کے اوزان کی نسبت معیّن ہو جاتی ہے۔ چونکہ کسی جسم کا وزن اُس کی کمیت کے متناسب ہوتا ہے اِس لئے مادّہ کی کمیتوں کے درمیان جو نسبت ہے وُہی نسبت اِن کے وزنوں میں بھی ہے۔ اِس مسئلہ کو

یوں لکھ سکتے ہیں :-

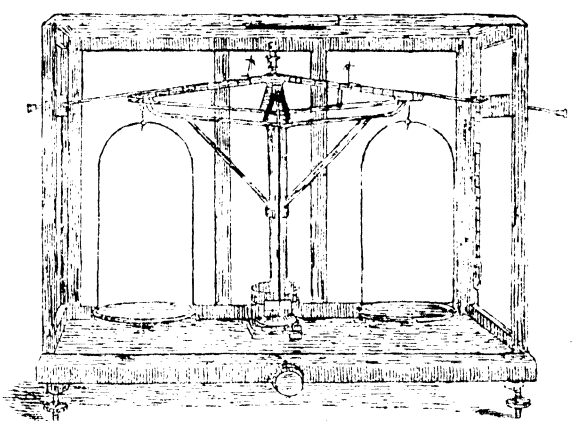
جب ڈنڈی تعادل میں ہو تو اس سے لٹکتے ہوئے مادّہ کی کمیتوں کی نسبت اُن بازوؤں کی نسبت کا مقلوب ہے جن سے وہ کمیتیں لٹک رہی ہیں۔

معمولی ترازو میں ڈنڈی ایک سخت سلاخ ہوتی ہے جس کی ساخت بعض اوقات شہتیر کی سی ہوتی ہے۔ یہ ڈنڈی ایک ایسے دھار دار کنارہ پر ٹھیری ہوئی ہوتی ہے جو ترازو کے ستون کے اوپر کی چپٹی تختیوں پر دھرا رہتا ہے۔ ڈنڈی کے دونوں سروں پر بھی دھار دار کنارے چڑھے ہوتے ہیں جن پر سے دونوں پلڑے لٹکتے ہیں۔

ڈنڈی کے دونوں حصّے ترازو کے **بازو** کہلاتے ہیں۔ نصاب اور پلڑوں کے نقاطِ تعلیق کے لئے دھار دار کنارے اس لئے استعمال ہونے چاہئیں کہ ترازو کے بازو ایک معیّن طول کے ہوں۔ چونکہ حالتِ توازن میں ان دو بازوؤں کی نسبت، مادّہ کی اُن کمیتوں کا مقلوب ہے جو پلڑوں پر دھری ہیں، اس لئے ظاہر ہے کہ اس نسبت کو صحیح طور سے معلوم کرنے کے لئے خود بازوؤں کے طول بھی معیّن ہونے چاہئیں۔ عام طور پر یہ نسبت مساوات کی نسبت ہوتی ہے۔ لیکن بعض اوقات یہ نسبت $\frac{1}{2}$ کی ہوتی ہے۔ چونکہ دھار دار کناروں پر بہت سا بوجھ پڑتا ہے اس لئے چاہئے کہ وہ کسی سخت چیز کے بنے ہوں۔ تاکہ جب ترازو پر وزن ڈالا جائے تو وہ خراب نہ ہو جائیں یا اُن کی شکل نہ بگڑ جائے۔

جن ترازوؤں میں معتدل صحت مقصود ہو ان میں یہ دھار دار کنارے سخت فولاد کے بنائے جاتے ہیں۔ مگر سائنس کے کاموں میں جہاں غایت درجے کے نازک و حساس ترازو کی ضرورت پڑتی ہے فولاد کی بجائے سنگ یشب استعمال کیا جاتا ہے۔ ترازو سے کام نہ لینے کی حالت میں دھار دار کناروں پر بلا ضرورت بار نہ ڈالنے کی غرض سے

ترازُو میں ایک ایسا بیرم لگا رہتا ہے جس کے ذریعہ سے ڈنڈی دھار دار ٹیکنوں سے اُٹھا کر ایک ایسی پیتل کی سلاخ پر رکھ دی جا سکتی ہے جو ایک دو شاخہ نما سلاخ کے ذریعہ سے ستون میں لگی رہتی ہے - یہ بیرم پلڑوں کو بھی اُٹھاتا ہے - اِس طرح کہ اِن کا بوجھ ڈنڈی کے سِروں کے دھار دار کناروں پر نہیں پڑتا - یہ انتظام ترازُو کی روک کہلاتا ہے -



شکل ۱
حساس ترازُو

ترازُو کو اِدھر اُدھر ہٹانے یا اُس کے پلڑوں میں باٹوں کو بدلنے سے پہلے ڈنڈی کو اِس طرح اُوپر یا نیچے کرنا چاہیئے کہ وہ مذکورہ بالا پیتل کی دو شاخہ نما سلاخ پر بیٹھ جائے تاکہ دھار دار کنارے ٹوٹ نہ جائیں یا بےشکل نہ ہو جائیں اور اِسی لئے یہ ضروری ہے کہ ڈنڈی آہستہ آہستہ اُوپر اُٹھائی جائے یا نیچے اُتاری جائے -

اکثر مقاصد کے لئے معمولی ترازُو کے بازوؤں کو بالکل مساوی فرض کر سکتے ہیں - پس حالتِ توازن میں جس جسم کا وزن کیا جاتا ہے

اُس کے مادّہ کی کمیت باٹوں کی کمیت مادّہ کے برابر فرض کی جاسکتی ہے۔ اگر دونوں بازو بالکل برابر نہ ہوں تو اکثر تجربوں کی صحت میں ذرا بھی اثر نہیں پڑتا بشرطیکہ ہر تجربہ میں باٹ ایک ہی پلڑے پر رکھے جائیں اور مجہول کمیت دوسرے پلڑے پر۔ اگر ایسا عمل کیا جائے تو باٹ مجہول کمیتوں کے مساوی تو نہ ہونگے مگر اُن کے ساتھ ایک مستقل نسبت رکھینگے۔ اور چونکہ اکثر تجربوں میں مادّہ کی مختلف کمیتوں کی نسبت ہی درکار ہوتی ہے اس لئے خاص نتیجہ پر اس کا کوئی اثر نہ پڑیگا۔

اچھا طریقہ یہ ہے کہ باٹ ہمیشہ داہنے پلڑے میں اور مجہول کمیت بائیں پلڑے میں رکھی جائے۔

جب کمیتوں کے مقابلہ کرنے کے لئے ترازو استعمال کی جاتی ہے تو یہ لازمی ہے کہ حالتِ عدم بار ڈنڈی اور پلڑے وغیرہ توازن میں ہوں۔ اس کے بعد جب مجہول کمیت کے ساتھ دوسرے پلڑے پر کے باٹ توازن قائم کردیں تو اس حالت میں دونوں پلڑوں پر کی کمیتیں مساوی ہونگی۔ اور ڈنڈی اُفق کے متوازی ہوکر ٹھیر جائیگی یا اُفقی سمت کے گرد اہتزاز کرنے لگیگی۔ اس کی جانچ کے لئے ایک لمبا سا نمائندہ ڈنڈی کے وسط میں مضبوطی سے لگا دیا جاتا ہے۔ اس نمائندہ کا نچلا سرا ایک درجہ دار پیمانہ کے سامنے جھولتا ہے جو ترازو کے ستون میں لگا ہوا ہوتا ہے۔ جب ڈنڈی میں توازن پیدا ہو جاتا ہے تو اس نمائندہ کا سرا پیمانہ کے وسطی نشان کے گرد جھولنے لگتا ہے۔ اور اس سے ڈنڈی کی اُفقیت جانچنے کا ایک حساس طریقہ حاصل ہو جاتا ہے۔

ترازو پر وزن رکھنے کے قبل چوڑی دار پایوں کی مدد سے ترازو کی سطح اس طرح سے درست کرلینی چاہیئے کہ ستون انتصابی

سمت میں ہو (یہ بات آلہ کے اُفق نما یا شاقول کی مدد سے دریافت ہو جاتی ہے) ۔ جب یہ صورت حاصل ہو جائے تو مذکورہ بالا بیرم کے ذریعہ سے ڈنڈی کو دھار دار کنارہ پر رکھ کر نمایندہ کے نچلے سرے کی حرکت کا مشاہدہ کرنا چاہیئے ۔ بالعموم نمایندہ کے اہتزاز پیمانہ کے مرکز کے گرد نہیں ہوتے ۔ لیکن اگر اس کا وسطی مقام مرکز سے دُور نہ ہو تو ترازُو کو بغیر مزید درستی کے استعمال کر سکتے ہیں ۔ کسی جسم کے تولنے میں بالٹ اُس وقت تک کم و بیش کئے جائیں جب تک کہ اہتزاز اُسی مقام کے گرد نہ ہونے لگے جس کے گرد کہ عدم بار کی حالت میں ہو رہا تھا ۔ اس عمل کو "کاذب صفر" کے ساتھ عمل کرنا کہتے ہیں ۔

اگر یہ "کاذب صفر" بحالت عدم بار پیمانہ کے مرکز سے کئی درجہ پر ہوں تو تولنے کے قبل ترازُو کے اس نقص کو دُور کر لینا چاہیئے ۔ عموماً اس نقص کا تدارک ڈنڈی کے سروں پر چوڑی دار حلقوں سے ہو جاتا ہے ۔ یہ حلقے ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹ سکتے ہیں ۔ بعض ترازُوؤں میں ایک چھوٹی سی جھلڈی ڈنڈی پر لگی رہتی ہے ۔ اس کے مقام کو بھی بدل کر نمایندہ بحالت عدم بار پیمانہ کے مرکز پر لایا جاتا ہے ۔

اس امر کی کوشش اُس وقت تک نہیں کرنی چاہیئے جب تک کہ طلبہ کو ترازُو کی دست وزری سے پوری واقفیت حاصل نہ ہو جائے ۔ ان حلقوں کو آگے پیچھے ہٹانے میں سخت احتیاط کی ضرورت ہے ۔ کیونکہ ایسا نہ کرنے سے ترازُو کے مختلف حصّوں کو نقصان پہنچنے کا خدشہ رہتا ہے خصوصاً دھاردار کناروں کو ۔

جب ترازُو (نمایندہ) بحالتِ عدم بار اپنے مرکزی محل یا کاذب صفر کے گرد جُھولنے لگے تو ڈنڈی کو اُتار کر آہستہ سے مجہول کمیت کو بائیں پلڑے پر رکھنا چاہیئے۔ اِس کے بعد باٹوں کو صندوقچہ سے نکال کر دائیں پلڑے پر اِس طرح رکھنا چاہیئے کہ پہلے بڑے باٹ رکھے جائیں اور اِس کے بعد چھوٹے چھوٹے باٹ ترتیب وار یکے بعد دیگرے بدلے جائیں۔

جب کبھی پلڑے کو باٹ کے ہٹانے یا رکھنے کی غرض سے چھونا ہو تو ڈنڈی کو ضرور نیچے اُتار لینا چاہیئے۔

خواہ باٹ کتنا ہی چھوٹا کیوں نہ ہو۔ تعادل کا اندازہ لگانے کے لئے ڈنڈی کو پُورے طور سے اُٹھانا بالکل بیکار ہے۔ کیونکہ عدم تعادل کا پتہ نمایندہ کی حرکت سے بخوبی ہو جاتا ہے۔ ڈنڈی کو پُورے طور سے اُٹھانے کی ضرورت اُس وقت تک نہ ہوگی جب تک کہ سنتی گرام کے باٹ نہ استعمال کئے جائیں۔

بعض اوقات جب ایک سنتی گرام سے کم کا باٹ صندوقچہ میں نہیں ہوتا ہے تو اِس صورت میں ملی گرام یا اِس سے کم کا وزن ایک راکب کے ذریعہ سے دریافت ہو جاتا ہے۔ یہ راکب تار کو موڑ کر اِس طرح بنایا جاتا ہے کہ وہ ترازُو کی ڈنڈی پر بیٹھ سکے۔ اِس کا وزن عموماً ایک سنتی گرام ہوتا ہے۔ ڈنڈی پر ایسے نشانات دیئے رہتے ہیں کہ نشانوں کا درمیانی فاصلہ بازُو کے طول کا دسواں حصّہ ہوتا ہے۔ راکب کو ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹا کر ترازُو میں تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ اور حالتِ تعادل میں راکب کے محل کو دیکھ لیا جاتا ہے ظاہر ہے کہ ڈنڈی پر ایک سنتی گرام وزنی راکب نصاب سے بازُو کے $\frac{1}{10}$ ویں حصّہ کے فاصلہ پر پلڑے میں کے ایک ملی گرام کے وزن کے برابر ہے۔ اور $\frac{2}{10}$ ویں حصّہ کے فاصلہ پر ۲ ملی گرام کے برابر و علیٰ ہذا۔ اِس طرح سے سنتی گرام راکب کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن ایک ملی گرام یا اِس سے کم کی حد تک

دریافت کیا جا سکتا ہے۔ بشرطیکہ ترازو کا بازو مندرجہ بالا طریقہ سے درجہ دار ہو۔ اور ترازو بھی کافی طور سے ایسا حساس ہو کہ وزن میں اس حد تک کا فرق متمیز ہو جائے۔

باٹوں کے صندوقچہ کے ساتھ اتنی ہی احتیاط برتنی لازم ہے جتنی کہ ترازو کے ساتھ۔ باٹ میں اگر زنگ لگ جائے تو اس کی قیمت میں فرق آ جاتا ہے اس لئے یہ احتیاط ہونی چاہئے کہ باٹوں سے تیزاب، پارا، یا پانی لگنے نہ پائے۔ اگر زنگ لگنے کی وجہ سے کسی بڑے باٹ کی قیمت میں ایک ملی گرام سے زیادہ اضافہ ہو گیا ہو تو اس حالت میں ملی گرام کی حد تک تولنا بالکل بے معنی ہوگا۔ کسی اچھے اور درست صندوقچہ کے باٹوں کو خواہ وہ چھوٹے ہوں یا بڑے ہمیشہ چمٹے کے ذریعہ سے اٹھانا چاہئے اور اس بات کا لحاظ رکھنا ضروری ہے کہ چھوٹے باٹ گرنے نہ پائیں۔ ان کو اس کنارے سے پکڑنا چاہئے جو اس کے لئے مخصوص ہے۔ چھوٹے باٹوں کی دست ورزی کی سہولت کے لئے ان کو ترازو کے پلڑے میں بڑے باٹوں کے اوپر رکھنا چاہئے۔

کسی تجربہ میں جہاں تک ممکن ہو باٹ ایک ہی صندوقچہ سے لینے چاہئیں اگر دو صندوقچوں کی ضرورت پڑ جائے تو استعمال کے بعد باٹوں کو اپنے اپنے صندوقچے میں واپس رکھ دینا چاہئے۔

جب تولنے کا عمل ختم ہو جائے تو باٹوں کا حساب (جب وہ پلڑے ہی میں ہوں) بیاض میں نوٹ کر لینا چاہئے۔ بعد ازاں ہر باٹ کو پلڑے سے صندوقچہ میں داخل کرتے وقت اس کی قیمت علیحدہ علیحدہ قلمبند کر لینی چاہئے۔ اس طریقہ سے بھی باٹوں کی مجموعی قیمت معلوم ہو جائیگی۔

اور اس طرح سے کوئی غلطی ہو بھی جائے تو وہ معلوم ہو سکیگی اور اس کی تصحیح بھی ہو جائیگی۔ اگر یہ احتیاط نہ برتی جائے تو ممکن ہے کہ تولنے کے عمل کو دہرانا پڑے اور کل تجربہ بیکار ثابت ہو۔

اگر جسم اور کمرہ کی تپش میں کوئی معتدبہ فرق ہو تو جسم کا وزن صحت کے ساتھ دریافت نہیں ہو سکتا۔ کیونکہ اِس حالت میں ہوا میں حملی رَوئیں پیدا ہو جاتی ہیں۔ اگر جسم ہوا سے ٹھنڈا ہو تو جسم پر رطوبت منجمد ہو سکتی ہے۔ اور اِس کی وجہ سے تعین شدہ وزن اصلی وزن سے زیادہ ہو جائیگا۔

کوئی زنگ انگیز مایع ترازُو کے صندوق کے اندر اُس وقت تک داخل نہ کیا جائے جب تک کہ مائع کے برتن کو ڈاٹ کے ذریعہ سے بند نہ کر دیا جائے۔ ترازُو میں داخل کرنے کے قبل، مایع کے برتن کے بیرونی حِصّوں کو خوب خشک اور صاف کر لینا چاہیئے۔

تجربہ ۱۔ ترازُو کے ذریعہ سے کسی جسم کے مادّہ کی کمیّت کی تعیین۔

پیچوں کے ذریعہ سے ترازُو کی سطح درست کرو۔ دستہ گھما کر ڈنڈی کو آزاد کرو اور اِس بات کا لحاظ رکھو کہ ڈنڈی بغیر کسی رکاوٹ کے دھار دار کناروں پر بیٹھ جائے۔ اگر ڈنڈی نہ ہلنے لگے تو پلڑوں میں سے کسی ایک پر ہاتھ کو جلد جلد ہلا کر ہوا کی دھیمی رَو پیدا کرو۔ اِس طریقہ سے جب ڈنڈی اُوپر نیچے آزادانہ ہلنے لگے تو نمایندہ کا اوسط مقام پیمانہ پر مشاہدہ کرو۔ اگر ترازو کے ہلنے کو موقُوف کرنا ہو تو جب نمایندہ وسطی مقام کے قریب آجائے تو "روک" استعمال کرو۔ کمیتِ مجہول کو بائیں پلڑے پر رکھو اور ایک ایسا باٹ دائیں پلڑے پر رکھو جو بائیں طرف کے وزن سے توازن قائم کرنے کے لئے کافی معلوم ہو۔ ڈنڈی کو آزاد کر کے دیکھو کہ باٹ ضرورت سے زیادہ ہے یا کم۔ تولنے کے عمل کو جاری رکھو مگر باٹوں کو اِس طرح استعمال کرو کہ پہلے بڑا رکھو اور بعدہٗ چھوٹا اور اِسی طریقے سے باٹ کو بتدریج کم کرتے جاؤ۔ جب تک کہ پُورا توازن پیدا نہ ہو جائے اِس بات کا ہمیشہ خیال رہے کہ باٹوں کو رکھتے یا ہٹاتے ہوئے ترازو کی حرکت کو روک لینا چاہیئے۔ جب کہ نمایندہ اُسی اوسط مقام کے گِرد ہلنے لگے جس کے

گرد پہلے وہ ہلتا تھا تو ترازو کو روک لو۔ اور جب باٹ پلڑے ہی پر رہیں تو ان کو محسوب کرکے نتیجہ درج کرلو۔ جب باٹ یکے بعد دیگرے پلڑے سے ہٹا کر صندوقچہ میں رکھے جائیں تو اس وقت بھی ان کو گن لو۔ اس عمل سے باٹوں کے حساب میں غلطی کا احتمال کم ہو جائیگا۔ مذکورہ بالا طریقہ سے پہلے دو اجسام "ا" اور "ب" کی کمیت جدا جدا دریافت کرو۔ بعد اس کے دونوں اجسام کی مجموعی کمیت دریافت کرو اور اس طرح سے جو قیمت حاصل ہوگی وہ دونوں کمیتوں کا حاصل جمع ہوگا۔

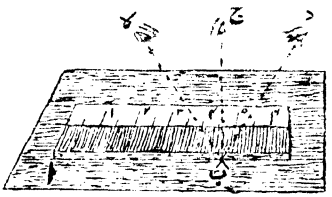
۲۔ طول کی پیمائش

طبیعیات کے طلبہ کے لئے طول کی پیمائش شاید سب سے آسان مشق ہے باوجودیکہ سائنس کے کسی صحیح عملی کام شروع کرنے کے قبل طول کے پیمانے کے استعمال سے ہر کوئی واقف رہتا ہے لیکن مختلف قسم کے طول کی پیمائش میں ہر اگانہ صحت کی ضرورت پڑتی ہے اس لئے ہم چند خاص خاص صورتوں میں صحت کے مختلف درجے حاصل کرنے کے طریقوں کی توضیح کرینگے۔

یہاں اس امر کا خیال رکھنا چاہئے کہ طول کی کل پیمائشوں میں دو مشاہدے ضرور کئے جاتے ہیں کیونکہ جس طول کی پیمائش ہوتی ہے اس کے ہر ایک سرے پر مشاہدہ کیا جاتا ہے۔ اس وجہ سے طول کی قیمت میں دوہری غلطی کا احتمال رہتا ہے۔

معمولی پیمانہ سے جو مشاہدات کئے جاتے ہیں ان کی صحت محدود ہے کیونکہ درجوں کے نشان میں کچھ نہ کچھ موٹائی رہتی ہے اور آنکھ بھی براہ راست درجوں کی کسروں کو ۰٫۱ ملی میٹر سے قریب تر اندازہ نہیں کر سکتی۔ اس لئے معمولی پیمانہ سے طول کا اندازہ کرنے میں صحت ۰٫۲ ملی میٹر سے زیادہ حاصل نہیں ہو سکتی ہے۔ اگر اس سے اعلیٰ درجہ

کی صحت مقصود ہو تو ایک ایسے آلہ کا استعمال لازمی ہے جس سے آنکھ کو مدد ملے۔ اور یہ بھی لازم ہے کہ درجوں کے نشانات بھی باریک اور منتظم ہوں۔ اگر پیمانے کو لٹکا کر رکھیں تو اس کے استعمال سے ۰٫۲ ملی میٹر سے زیادہ کی بھی غلطی ہو سکتی ہے کیونکہ اس صورت میں پیمانے کی موٹائی کی وجہ سے اختلافِ منظر کی معتدبہ غلطی ممکن ہے۔



شکل ۲
اختلافِ منظر کی وجہ سے غلطی

پیمانے کا درجہ دار کنارا ہمیشہ اس طرح سے رکھا جانا چاہئے کہ وہ اُن دو نقطوں سے ملا ہوا ہو جن کے درمیانی فصل کی پیمائش ہوتی ہے اس امر کے لئے ضروری ہے کہ پیمانے کو درجہ بند پہلو پر کھڑا رکھا جائے۔ مثلاً اگر دو نشان کاغذ پر بنے ہوں تو ان کا درمیانی فاصلہ ناپنے کے لئے پیمانے کو ایسا رکھنا چاہئے جیسا کہ شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے۔



شکل ۳
پیمانہ کے استعمال کا صحیح طریقہ

جب کسی جسم کے طول کی پیمائش براہِ راست پیمانے کے ذریعہ ممکن نہ ہو تو اس صورت میں ڈویڈر یا اندرونی یا بیرونی "سرا چاپ" استعمال کیا جا سکتا ہے۔ چند حالتوں میں بیم کمپاس بکار آمد ہے۔ یہ ایک اُستوار سلاخ ہے جس میں دو ایسے ٹکڑے لگے ہیں جو آگے پیچھے سلاخ پر حرکت کر سکتے ہیں اور ان میں کمپاس کی دو نوکیں لگی ہوتی ہیں جو

Divider ۵۔

سلاخ پر علی القوائم ہیں۔

ورنیئر (کسر پیما) کا اصول

پی ورنیئر[1] (۱۵۸۰ء - ۱۶۳۷ء) نے پیمائش کی ایک ایسی قابلِ تعریف ترکیب نکالی ہے جس سے پیمائش میں عینی اندازہ کی صحت سے کہیں اعلیٰ ترصحت حاصل ہوسکتی ہے۔ یہ ترکیب ایک آلے پر مشتمل ہے جو اُسی کے نام سے موسوم ہے۔ اِس میں ایک چھوٹا معاون پیمانہ ہے جو معمولی پیمانے پر آگے پیچھے حرکت کرسکتا ہے۔ یہ معاون پیمانہ ورنیئر پیمانہ کہلاتا ہے۔ اِس کے درجے معمولی پیمانوں کے درجوں سے یا تو بڑے ہوتے ہیں یا چھوٹے۔

اِس آلہ کی بڑی خوبی یہ ہے کہ وہ بالکل سادہ ہے۔ اور اگر معاون پیمانے کی درجہ بندی موزوں ہو تو ہم اِس کے ذریعہ سے درجہ کی کسی کسر کو جس کی ضرورت ہو کافی صحت کے ساتھ پیمائش کرسکتے ہیں۔

عموماً کسر پیما اُس شکل میں استعمال کیا جاتا ہے جس میں ورنیئر (معاون پیمانے) کے درجے اصلی پیمانوں کے درجوں سے کچھ چھوٹے ہوتے ہیں۔ اِس لئے اسی قسم کے کسر پیما کا بیان کیا جائیگا اگرچہ دونوں شکلوں کے کسر پیما میں ایک ہی اصول کی پابندی کی جاتی ہے۔

معاون پیمانے کی درجہ بندی ایک ایسے درجہ سے شروع کی جاتی ہے جس کو ورنیئر کا صفر کہہ سکتے ہیں۔ اِس درجہ پر یا تو پیکان کی شکل بنی ہوتی ہے یا کسی اَور قسم کا امتیازی نشان لگا دیا جاتا ہے۔ پیمانے پر ورنیئر کے صفر کے ایک طرف "ن" برابر برابر درجے بنائے جاتے ہیں اور بعض اوقات صفر کی دُوسری طرف بھی ایک یا دو درجے رہتے ہیں۔ ورنیئر کے یہ "ن" درجے اصلی پیمانے کے (ن - ۱) درجوں کے برابر ہوتے ہیں۔

---

[1] P. Vernier

اِس لئے ورنیئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے کے $\frac{ن-۱}{ن}$ کے برابر ہوگا۔ بناء بریں ورنیئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے سے بہ مقدار اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ کے کم ہوگا یا یوں کہو کہ :—

۱ اصلی پیمانے کا درجہ - ۱ ورنیئر کا درجہ = $\frac{۱}{ن}$ اصلی پیمانے کا درجہ

اِس مقدار کو (یعنی اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حصّے کو) "ورنیئر کا مستقل یا شمار اقل" کہتے ہیں۔ اِس طریقے سے ورنیئر کو اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حصّے تک کی پیمائش کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ ورنیئر کا پیمانہ اصلی پیمانے پر اِتنا ہٹایا گیا ہے کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے کے نشان سے ٹھیک مِل گیا ہے اِس حالت میں اصلی پیمانے کے صفر اور ورنیئر کے صفر کا درمیانی فاصلہ اصلی پیمانے کے پُورے پُورے درجوں کے برابر ہوگا۔ اور یہ وُہی فاصلہ ہے جس کو ہم دریافت کرنا چاہتے ہیں۔ ورنیئر کے درجوں کے دُوسرے نشانات اصلی پیمانے کے درجوں کے ساتھ ٹھیک نہیں مِلینگے بلکہ وہ یعنی (ورنیئر کے دُوسرے نشانات) بالترتیب اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{۱}{ن}$، $\frac{۲}{ن}$، $\frac{۳}{ن}$ وغیرہ حصّہ پیمانے کے صفر کی طرف ہٹ کر رہینگے۔

اب فرض کرو کہ ورنیئر اصلی پیمانے پر کچھ اَور آگے اِتنا ہٹایا گیا کہ ورنیئر کے صفر نے اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{۱}{ن}$ حصّہ طے کیا۔ اِس سے صاف ظاہر ہے کہ ورنیئر کے درجے کا نشان (۱) ہٹ کر اصلی پیمانے کے کسی درجہ سے مِل جائیگا۔ اب اگر ورنیئر کو اَور آگے اِتنا بڑھایا جائے کہ صفر اصلی پیمانے کے درجے کا $\frac{۱}{ن}$ حصّہ پھر طے کرے تو ورنیئر کے درجے کا نشان (۲) اصلی پیمانے کے کسی درجے سے مِل جائیگا۔ اگر ورنیئر کے صفر کا کُل طے کیا ہُوا فاصلہ اصلی درجے کے $\frac{۳}{ن}$ حصّے کے

برابر ہو تو ورنیئر کا نشان (۳) اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے سے مل جائیگا وعلیٰ ہذا۔

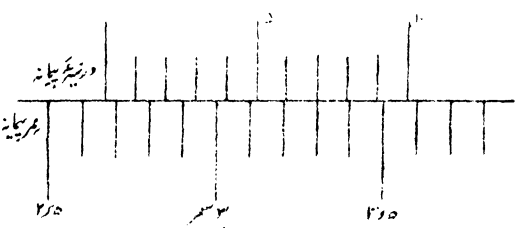
اگر ورنیئر کا نشان (۴) اصلی پیمانے کے کسی درجے کے ساتھ مل جائے تو اس سے یہ معلوم ہوگا کہ ورنیئر کے صفر نے اپنے ٹھیک اگلے اصلی درجے سے ایک اصلی درجے کا $\frac{۴}{۱۰}$ واں حصہ فصل طے کیا ہے۔

ورنیئر کا پیمانہ استعمال کرتے وقت سب سے پہلے "شمارِ اقل" دریافت کر لینا چاہیئے۔ اس کے بعد مندرجہ ذیل قاعدے سے درجوں کو پڑھنا چاہیئے:۔

ورنیئر پیمانے کے صفر سے جو ٹھیک اگلا اصلی درجہ ہے اُس کو پڑھ لو۔ ورنیئر کے اِس نشان کو بھی پڑھ لو جو کسی ایک اصلی درجے سے ملا ہوا ہے۔ یہ نشان کچھ عدد بتائیگا اور اصلی درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حصّے کا اتنا ہی گنا اصلی پیمانے کے اُن درجوں میں جوڑ دو جو پہلے پڑھے جا چکے ہیں۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اصل پیمانے کے صفر سے ورنیئر پیمانے کے صفر کا فاصلہ ہوگا۔

ذیل میں دو مثالیں دی گئی ہیں جن میں ورنیئر کے معائنہ اور استعمال کرنے کا طریقہ بتایا گیا ہے:۔

(۱) ورنیئر کے پیمانے میں دس درجے ہیں اور اصلی پیمانے کا ہر درجہ ایک ملی میٹر ہے۔ ورنیئر کے دس درجے نو ملی میٹر کے برابر ہیں شکل ۴۔



شکل ۴۔ ورنیئر پیمانہ

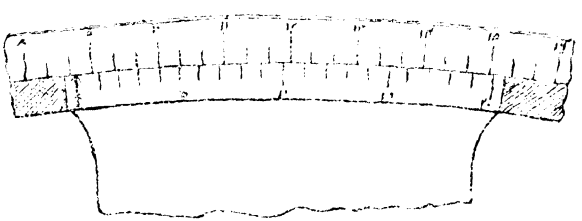
میں دیکھو کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے چھبیسویں اور ستائیسویں نشان کے درمیان واقع ہے۔ اور ورنیئر کا ساتواں نشان ملی میٹر پیمانے کے ایک خاص درجہ کے ساتھ ایک سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیئر کا صفر کس مقام پر ہے۔

ورنیئر کا مستقل ۱/۱۰ ملی میٹر ہے کیونکہ ورنیئر کے دس درجے اصلی پیمانے کے نو درجوں کے برابر ہیں اور اصلی پیمانہ کا ہر درجہ ایک ملی میٹر ہے۔

اصلی پیمانے پر ورنیئر کے صفر کے ٹھیک پہلے ۲۶ ملی میٹر کا نشان ہے۔ چونکہ ورنیئر پر اصلی درجوں کے $\frac{1}{10}$ حصہ تک پڑھ سکتے ہیں اس لئے مقام دریافت طلب ۲۶٫۰ ملی میٹر ہے۔ [واضح رہے کہ اصلی پیمانے کے اس نشان سے جو ورنیئر کے ساتویں نشان کی سیدھ میں ہے پیمائش میں کوئی کام نہیں لیا جاتا]۔

(۲) ایک مدور پیمانہ اس طریقہ سے زاویوں میں تقسیم کیا گیا ہے کہ اس کا ہر زاویہ ۱° کے برابر ہے اور ہر درجے کے تین مساوی حصے کئے گئے ہیں یا یوں کہئے کہ پیمانے کا ہر بڑا درجہ ۱° کے برابر ہے اور ہر چھوٹا درجہ $\frac{1}{3}$° کے۔

اس پیمانے میں ایک ورنیئر بھی لگا ہوا ہے۔ ورنیئر کے بیس درجے اصلی پیمانے کے اُنیس چھوٹے درجوں کے برابر ہیں اس لئے ورنیئر کا مستقل = $\frac{1}{20} \times \frac{1}{3}° = 1'$ (منٹ کے)۔ شکل ۵ کو دیکھو۔ ورنیئر کا صفر بڑے درجوں

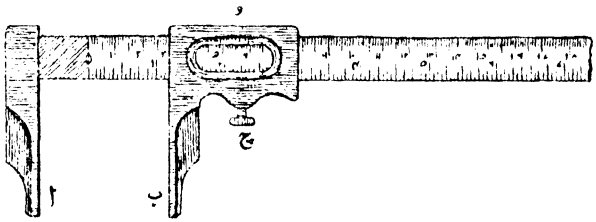


شکل ۵۔ مدور پیمانہ اور ورنیئر

کے نشان ۸ اور ۹ کے درمیان واقع ہے۔ مگر وہ اِس بڑے درجے کے آخری حصّے میں ہے۔ ورنیئر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے ایک خاص نشان کی سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کتنے زاوئیے بتاتا ہے۔

ورنیئر کے صفر سے ٹھیک پہلے کا اصلی نشان ۸ $\frac{2}{3}^{\circ}$ ($8^{\circ} - 40$ منٹ) بتاتا ہے اور چونکہ ورنیئر کا چوتھا درجہ اصلی پیمانے کے ایک خاص درجہ کی سیدھ میں ہے اِس لئے اصلی پیمانے کے اُوپر صفر کے آگے جو کچھ لکھا ہے اُس میں $4 \times \frac{1}{4}^{\circ}$ (۴) کا اَور اضافہ کرنا ہوگا یعنی جہاں پر ورنیئر کا صفر ہے وہ مقام $8^{\circ} - 44$ ہے۔ اِسی طریقے سے ہر قسم کے ورنیئر کو ہم استعمال کر سکتے ہیں۔

سرل چاپ کا استعمال: — سرل چاپ ایک آلہ ہے جس کی مدد سے جسموں کے طولی ابعاد ناپے جاتے ہیں۔ یہ حقیقت میں ورنیئر کسر پیما ہے اِس میں ایک دھات کا پیمانہ ہے جس کے 'ا' اور 'ب' دو جبڑے پیمانے سے علی القوائم لگے ہوتے ہیں۔ جبڑا 'ا' ثابت ہے مگر دُوسرا جبڑا پیمانے پر آگے پیچھے ہٹ سکتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ملی میتروں میں ہے۔ متحرک جبڑے میں ایک چھوٹا پیمانہ و لگا ہُوا ہے جو ورنیئر کا کام دیتا ہے (دیکھو شکل ۶)۔ اِس میں ایک پیچ چ لگا ہُوا



شکل ۶۔ سرل چاپ

ہے جس کی مدد سے جبڑے ب کو جس جگہ چاہیں ثابت کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۲۔ ایک سلاخ کے طول کی پیمائش سرل چاپ کی مدد سے۔

اگر آلہ درست ہو اور جب متحرک جبڑے ثابت جبڑے سے مل جائیں تو ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے صفر کے ساتھ ٹھیک مل جائیگا۔ اگر یہ کیفیت نہ ہو تو آلہ میں "صفر کی غلطی" ہے۔ اور اُس کو پیمائش کرتے وقت محسوب کر لینا چاہئے۔ اِس کے بعد ورنیئر کا مستقل (شمارِ اقل) دریافت کر لو۔

جسم کو جس کا طول دریافت کرنا ہے دونوں جبڑوں کے درمیان اِس طرح سے رکھو کہ جسم کا ایک سرا ثابت جبڑے سے مل جائے اور متحرک جبڑے کو اِس طرح سے ہٹاؤ کہ وہ جسم کے دُوسرے سرے سے مل جائے۔ جب زیرِ پیمائش جسم چھوٹا ہو تو متحرک جبڑے کو اِتنا ہی ہٹاؤ کہ جسم صرف اٹکا رہے اور اُس پر زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ ورنیئر کے صفر کے ٹھیک پہلے ملی میٹر (اصلی) پیمانے پر جو نشان ہو اُس کو پڑھ لو۔

یہ نشان ورنیئر اور اصلی پیمانے کے صفروں کا درمیانی فاصلہ بتلائیگا۔ اور چونکہ یہ دونوں صفر جب جبڑے بند کر دئے جائیں تو ایک ہی سیدھ میں آجائینگے اِس لئے فاصلہ متذکرۂ بالا جبڑوں کا ہی درمیانی فاصلہ ہوگا یعنی یہ فاصلہ اِس جسم کا طول ہے۔

بالعموم ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے ٹھیک مقابل نہیں پڑتا ہے اِس لئے ملی میٹر کی کسروں کی بھی قیمت دریافت کرنی پڑتی ہے۔ یہ کسریں ورنیئر کسر پیما کی مدد سے حاصل ہوتی ہیں۔ ورنیئر کسر پیما کو دیکھو کہ ورنیئر کا کونسا نشان (اصلی) ملی میٹر کے پیمانے کے کسی خاص درجے کی سیدھ میں ہے۔ فرض کرو کہ ورنیئر کا تیسرا نشان سیدھ میں ہے اور اگر شمارِ اقل ۱/۱۰ ملی میٹر کے برابر ہو تو کسر مطلوبہ

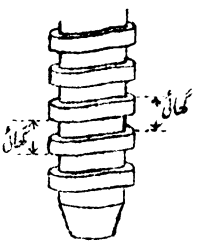
۴ ۰ ملی میٹر کے برابر ہے۔ اگر درنیئر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے مقابل ہے تو کسر مطلوبہ ۴ ۰ ملی میٹر کے برابر ہے وعلیٰ ہذا۔ متذکرۂ بالا عمل کی تشریح صفحہ (۲۶) میں ہو چکی ہے۔ اس طریقہ سے درنیئر کے صفر کے پہلے اصلی پیمانے پر کا درجہ پڑھ لیا جائے اور اس میں درنیئر کی مدد سے مذکورۂ بالا عمل سے کسر پڑھ لی جائے۔ فصل مطلوب دونوں قیمتوں کو جوڑ دینے سے حاصل ہوگا۔

مذکورۂ بالا طریقے سے شیشے یا کسی دھات کی دو منتظم سلاخوں کے طول کو احتیاط سے دریافت کرو اور ان دونوں طولوں کی باہمی نسبت دریافت کرو۔ پھر ان دونوں سلاخوں کو ترازو میں تولو اور اُن کے وزن کی باہمی نسبت نکالو۔ اگر سلاخیں منتظم ہوں تو وزنوں اور طولوں کی نسبتیں برابر ہونگی۔

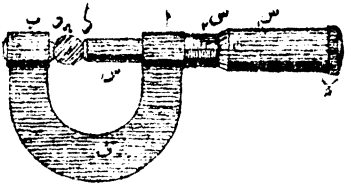
پیچدار خردہ پیما کا اصول

خردہ پیما ایک دوسری شکل کا آلہ ہے جس کی مدد سے چھوٹے جسموں کے ابعاد بہت زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کئے جا سکتے ہیں۔ اس میں نہایت احتیاط سے ٹھیک کٹی ہوئی پیچ کی چوڑیاں ہوتی ہیں جو چوڑی دار مجوّف اُسطوانہ کے اندر حرکت کرتی ہیں۔

(شکل ۲۰ دیکھو) اس میں ایک ثابت ڈھانچہ "ف" ہے جس میں ایک مجوّف اُسطوانہ ا، لگا ہُوا ہے۔ اس اُسطوانہ ا، کی اندرونی سطح میں پیچدار چوڑیاں ہیں۔ پیچ کے سلسلہ میں ایک سلاخ س ہے۔ یہ پیچ اُسطوانۂ ا، کے اندر آگے یا پیچھے حرکت کر سکتا ہے۔ اور پیچ کے سرے "ہ" میں ایک آستین نما اُسطوانہ س لگا ہے۔ اس آستین کا کنارا س کسی خاص حصّوں پر منقسم ہے۔



شکل ۱۔ پیچ کی گھائی



شکل ۲۔ پیچ دار رخنہ پیما

عموماً اِس کے پچاس یا سو برابر حصّے کئے جاتے ہیں۔ سلاخ س کا سرا ک ٹھیک مسطّح کیا ہُوا ہے اور ثابت پیچ کا سرا پ اِسی طرح مسطّح ہے۔ اور یہ ثابت ڈھانچے کے عُضو ب میں لگا ہُوا ہے۔ یہ پیچ ہمیشہ کے لئے اِس طریقے سے ٹھیک کر لیا جاتا ہے کہ جب س کا کنارا اُسطوانہ ا کے پیمانے کے صفر درجہ پر منطبق ہو جاتا ہے اور پیمانہ س کا صفر درجہ اُسطوانہ س کے پیمانے کے وسطی خط پر منطبق ہو جاتا ہے تو دونوں سطحیں پ اور ک آپس میں مِل جاتی ہیں۔ پیمائش کرنے کے قبل یہ دیکھ لینا چاہئے کہ اُسطوانہ ا کا پیمانہ ملی میٹروں میں یا انچ کی کسروں میں منقسم ہے۔ اِس کے بعد پیچ س کی گھائی دریافت کرنی چاہئے جب پیچ کے سرے ہ کو ایک مکمل گردش ہوتی ہے تو ک آگے یا پیچھے اِسی فاصلے تک ہٹتا ہے۔ جب ہ کو پیچھے کی طرف ایک پُوری گردش ہوتی ہے تو ا پیمانے کا آدھا یا پُورا درجہ نکل آتا ہے اور یہی پیچ کی گھائی ہے۔ اِس کے بعد پیمانے س کے ایک درجے کی قیمت دریافت کرنی چاہئے۔

عموماً پیچ س کی گھائی ۰٫۵ ملی میٹر ہوتی ہے اور س

پچاس مساوی حصّوں میں منقسم ہوتا ہے۔
اِس لئے س م کا ایک درجہ = $\frac{1}{50}$ × ۰٫۵ ملی میٹر
= ۰٫۰۱ ملی میٹر
اگر س سو مساوی حصّوں میں منقسم ہو تو اِس صورت میں
س کے ایک درجے کی قیمت = $\frac{1}{100}$ × ۰٫۵ ملی میٹر
= ۰٫۰۰۵ ملی میٹر

جس جسم کی پیمائش ہوتی ہے وہ پ اور ک کے درمیان رکھا جاتا ہے۔ اور پیچ کا سرا ہ جو کھُردرا ہوتا ہے گھُمایا جاتا ہے جب تک کہ جسم کی ہلکی گرفت دونوں سطحوں پ اور ک کے درمیان نہ ہو جائے۔ پیمانے پر درجے پڑھ لئے جائیں اور س کی مدد سے جو قیمت نکلے اُس کو ا پیمانے کی قیمت میں جوڑ دیا جائے جو حاصل ہوگا وہ جسم کا طول ہوگا۔

تجربہ ۳۔ پیچدار خُردہ پیما کی مدد سے کسی تختی کی موٹائی دریافت کرنا۔ خُردہ پیما کے استعمال سے قبل پیچ کی گھائی دریافت کرلینی چاہئے۔ پیچ خود اُسطوانہ ا میں چھپا ہُوا ہے لیکن اگر درجہ دار سرا ذرا سا باہر کی طرف گھمایا جائے تو پیمانہ ا جو اُسطوانہ پر بنا ہُوا ہے کھُل جائیگا۔ جس کی مدد سے گھائی دریافت ہو جائیگی۔

اُسطوانہ پر جو پیمانہ ہے اُس کے ہر درجے کی قیمت سنتی میٹر یا انچ کے پیمانے سے مقابلہ کرکے دریافت کرلو اور یہ بھی دریافت کرو کہ پیچ کو کتنے بار گھمانے سے ایک درجہ کا فصل طے ہوتا ہے۔

اِس کے بعد کنارہ س کے درجوں کی تعداد دریافت کرلو۔ اِس سے س کے ایک درجے کی قیمت معلوم ہو جائیگی۔

مثلاً اگر گھائی ۰٫۵ ملی میٹر ہو اور س پر سو درجے ہوں تو ہر درجے کی قیمت ۰٫۰۰۵ ملی میٹر ہوگی اور دو درجوں کی قیمت ۰٫۰۱ ملی میٹر ہوگی وعلیٰ ہذا۔ اِس صورت میں ۰٫۰۰۵ ملی میٹر پیچ دار پیمانے کا مستقل

ہوگا۔

پیچدار تُردہ پیما میں ایک سرا پ نکلا ہُوا ہے جو اُسطوانے کے ساتھ ایک خمیدہ بازو ف کے ذریعہ لگا ہُوا ہے۔ جب پیچ کا سرا ک اِس کے ساتھ مَس کرے تو س کا صفر ا کے صفر کے ساتھ منطبق ہو جانا چاہیئے۔ اگر ایسا نہ ہو تو آلے میں صفری غلطی ہے جس کا لحاظ پیمائش میں رکھنا ضروری ہے۔

اِس امر کا خیال رہے کہ پیچ گھماتے وقت سطح پ اور ک کے درمیان دباؤ نہ پڑے۔ اگر دباؤ زیادہ پڑ گیا تو پیچ کی چُوڑیوں کو ضرر پہنچنے کا اندیشہ ہے اور آلے کا ڈھانچہ بھی بدشکل ہو جائیگا۔ بعض آلوں میں ایک "آزاد چرخ" کا انتظام رہتا ہے جس کے ذریعے سے جب دباؤ کسی خاص حد سے بڑھ جاتا ہے تو صرف پیچ کا سرا ہی گھومتا ہے۔ اِس انتظام سے پ اور ک کے درمیان ضرورت سے زیادہ کبھی دباؤ نہیں پڑ سکتا اور دباؤ کے اختلاف سے درجہ پڑھنے میں کسی قسم کی غلطی کا احتمال نہیں رہتا۔

اگر کسی جسم کے طولی ابعاد دریافت کرنے ہوں تو جسم کو سطح پ اور ک کے درمیان رکھو اور پیچ کے سرے ر کو اِتنا گھماؤ کہ جسم ہلکے طور سے اٹک جائے۔ اگر آلے کو استعمال کرنے میں بجائے ر کے ہموار سطح س گھمائی جائے تو مناسب ہوگا۔ س کو گھماتے جاؤ جب تک کہ اُنگلیاں پھسلنے نہ لگیں مگر اِس بات کا لحاظ رکھو کہ گرفت ہلکی ہو۔

جب یہ صورت قائم ہو جائے تو پیما پر درجے پڑھ لو۔ اور اگر ضرورت ہو تو صفری غلطی بھی محسوب کر لو۔ مشاہدے کئی بار کرنے چاہئیں اور سب مشاہدوں کی اوسط قیمت نکال لو اور یہی اوسط قیمت جسم کا طولی بُعد ہوگا۔

اِس طریقے سے کسی دھات کی تختی کی موٹائی دریافت کرو۔ تختی

کے مختلف نقطوں پر مُشاہدے ہونے چاہئیں۔ اوسط موٹائی سب مُشاہدوں کی اوسط قیمت ہوگی۔

اِسی طریقے سے اُسی دھات کی ایک دُوسری تختی کی بھی موٹائی دریافت کرو مگر دُوسری تختی کا رقبہ پہلی تختی کے برابر ہونا چاہیئے۔ اِن دونوں موٹائیوں کی نسبت دریافت کرو۔ پھر دونوں تختیوں کے وزن بھی الگ الگ دریافت کرو۔ اور اِن وزنوں کی نسبت نکالو۔ اگر تختیاں ہموار ہوں اور اُن کی کثافت بھی مساوی ہو تو موٹائیوں کی نسبت، وزنوں کی نسبت کے برابر ہوگی۔

خُردہ پیما خُردبین

فنِ مناظر کی مدد سے طول کی صحیح پیمائشوں کے بہت سے طریقے ہیں۔ اِن میں سے ایک خُردبین کا طریقہ ہے جس کے "چشمہ" میں ایک خُردہ پیما لگا رہتا ہے۔ ایک نہایت باریک شفّاف پیمانہ "چشمے" کے ماسکہ پر لگا دیا جاتا ہے۔ بعض آلوں میں اِس پیمانے پر لکڑی کے جالے کا ایک تار خُردہ پیما پیچ کی مدد سے اِس طرح متحرک کیا جاسکتا ہے کہ وہ تارؔ درجے کی کسروں کو بتلا سکے۔ خُردبین اِس واسطے استعمال کی جاتی ہے کہ وہ جسم کا ایک مکبّر (بڑا) خیال پیدا کرتی ہے اور اِس کی مدد سے پیمائش میں آسانی ہو جاتی ہے۔ (دیکھو اندازہ رکھنا صفحہ ۱۳۸ مطبوعہ دارالترجمہ) چشمے کے ماسکہ پر اصلی خیال پیدا ہوتا ہے اور اُسی جگہ پر وہ باریک و شفّاف پیمانہ بھی رکھا ہوا ہے۔ اِس طریقے سے چشمے کے ذریعے جسم کا خیال اور پیمانہ ایک ہی حالت میں دیکھا جاتا ہے۔ ایک معلوم طول کا جسم خُردبین کے ذریعے سے دیکھا جاتا ہے اور اُس میں جو تکبیر پیدا ہوتی ہے وہ مذکورۂ بالا شفّاف پیمانے کے ذریعے سے دریافت ہو جاتی ہے۔ اِن دو مُشاہدوں سے چھوٹے جسم کا طول دریافت

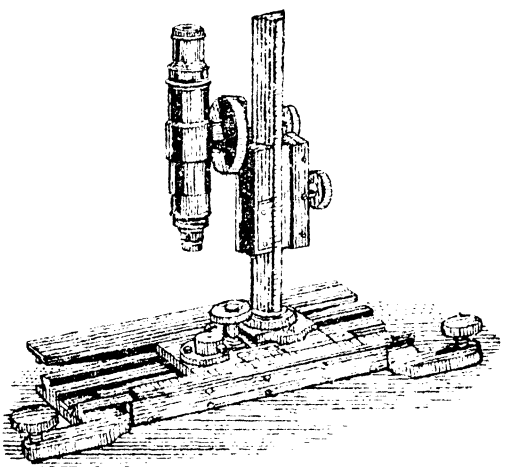
ہو سکتا ہے۔ مگر اس امر کا لحاظ رہے کہ دونوں مشاہدوں میں خُردبین کی ہیئت ایک ہی رہے۔

مثلاً جسم زیرِ پیمائش کا خیال ۴٫۵۲ خُردہ پیما کے درجوں کے برابر ہے اور اگر خُردبین کے ذریعے دیکھنے سے ایک ملی میٹر، خُردہ پیما کے ۳٫۴۰ درجوں کے برابر معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ جسم کا طول ارابہ تناسبہ کے قاعدے سے ۰٫۳۰۰ ملی میٹر کے مساوی ہے۔ خُردبین کے خُردہ پیما پیچ کا اصل مصرف یہ ہے کہ چھوٹے چھوٹے جسموں کے طولوں کا ٹھیک طریقے سے مقابلہ کر دے نہ کہ اُن کی قیمت ملی میٹر یا سنتی میٹر میں دریافت کرے۔ خاص خاص تجربوں میں برق نما کے طلائی اوراق میں جو خفیف حرکت ہوتی ہے اُس کو مشاہدہ کرنے اور پیمائش کرنے میں اکثر یہ آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

متحرک خُردبین

متحرک خُردبین یا ورنیئر خُردبین ایسی مرکب خُردبین پر مشتمل ہے جو اپنے محور سے علی القوایم سمت میں کسی پیچ یا دندانہ دار پہیے کے ذریعے سے متحرک ہو سکے۔ جتنے فاصلے تک خُردبین حرکت کرتی ہے اس کی پیمائش ثابت پیمانے پر کسر پیما کی مدد سے ہوتی ہے جو خُردبین میں لگا ہُوا ہے۔ شکل ۹ میں جو آلہ دکھلایا گیا ہے اُس میں خُردبین دونوں اُفقی اور عمودی سمتوں میں حرکت کر سکتی ہے۔ اِس میں زاویئی حرکت بھی دی جا سکتی ہے۔ اِس انتظام سے یہ آلہ تین طریقوں سے استعمال کیا جا سکتا ہے یعنی جب خُردبین کا محور انتصابی سمت میں ہو (۲) یا اُفقی سمت میں (۳) یا اُفق سے کوئی زاویہ بناتا ہُوا ہو۔ چشمے میں متقاطع تار ہونے چاہئیں۔ اور کسی جسم کو

دیکھتے وقت خُردبین کو اِس طرح آراستہ کرنا چاہیئے کہ تاروں کا



شکل ۹۔ متحرک خُردبین

نقطۂ تقاطع جسم کے ٹھیک اُسی نقطے پر منطبق ہو جائے جس کا مُشاہدہ اُس وقت مقصود ہو۔

دو نقطوں کا درمیانی فاصلہ ناپنے میں پہلا نقطہ خُردبین کے نقطۂ تقاطع پر لایا جاتا ہے اور اِسی طرح سے دُوسرا نقطہ بھی۔ ایسا کرنے میں خُردبین کو جس قدر ہٹانے کی ضرورت ہوتی ہے وہ فاصلہ اِن دونوں نقطوں کا درمیانی فاصلہ ہوگا۔ بشرطیکہ دونوں نقطوں کا درمیانی خط خُردبین کی حرکت کی سمت کے متوازی ہو۔ اِس طریقہ کی مثالیں تجربات (۱۰ و ۱۱) میں ملینگی۔

دو طولوں کا مقابلہ کرنے کے لئے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے:۔

تجربہ ۴ ۔ گز اور میٹر کا مقابلہ ۔

دو درمیانہ خُردبینوں کو اِس طرح قائم کرو کہ دونوں کا درمیانی خط ہر ایک خُردبین کی سمتِ حرکت کے متوازی ہو۔ دونوں پیمانوں (گز اور میٹر) کو اِس طرح آراستہ کرو کہ دونوں کے درجہ دار رُخ میز کی سطح سے ایک ہی بلندی پر واقع ہوں۔ اِس بلندی کو اِس طرح ٹھیک کرنا چاہئے کہ درجے خُردبینوں میں صاف صاف نظر آئیں۔ دونوں خُردبینوں کو اِس طرح رکھو کہ گز کے ایک سرے کا کوئی درجہ ایک خُردبین میں اور دُوسرے سرے کا کوئی درجہ وضاحت کے ساتھ دُوسری خُردبین میں نظر آئے۔ اِس بات کا لحاظ رہے کہ ہر حالت میں خُردبین کے متقاطع تاروں کا مرکز درجے کے نشان کے وسطی نقطے سے منطبق ہو جائے۔ دونوں خُردبینوں کا درمیانی فاصلہ اِنچوں میں محسوب کرلو۔ اِس کے بعد گز کا پیمانہ ہٹا دو اور اُس کی جگہ میٹر رکھ دو۔ اگر خُردبینیں ٹھیک طرح سے آراستہ کی گئی ہوں تو میٹر کے دونوں سروں کے درجے بھی وضاحت کے ساتھ نظر آئینگے۔ اِس پیمانے کو اِس طرح سے حرکت دو کہ ایک سرے کا کوئی درجہ کسی دُوربین کے متقاطع تاروں کے مرکز سے ٹھیک منطبق ہو جائے۔ ایسا کرنے سے عموماً متقاطع تاروں کا مرکز دُوسرے سرے پر کسی دو درجوں کے درمیان واقع ہوگا۔ اِس سرے والی خُردبین کو دُوسری خُردبین کی طرف (جو دُوسرے سرے پر ہے) آہستہ آہستہ ہٹاؤ یہاں تک کہ متقاطع تاروں کا مرکز پیمانے کے کسی ایک درجے کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ آلے کے کسر پیما کی مدد سے معلوم ہو جائیگا کہ خُردبین کس قدر ہٹائی گئی ہے۔ میتری پیمانے کے اِن دونوں درجوں کا درمیانی فاصلہ بھی دریافت کرلو ۔ اِس صورت میں اِنچوں کی تعداد جو پہلے مشاہدے میں دریافت ہوئی ہے = ملی میٹروں کی تعداد + خُردبین کے پیمانے پر کا فصل (جو پڑھا گیا تھا) ۔ اِس نتیجے سے ایک اِنچ یا ایک گز کا طول سنتی میٹروں کے رقوم میں دریافت ہو سکتا ہے۔

۳۔ وقت کی پیمائش

ابتدائی طبیعیات میں جتنی پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے اُن میں سے وقت کی پیمائش نہایت مشکل ہے۔ وقت کی علمی اکائی اوسط شمسی ثانیہ ہے جس کا بیان پہلے ہو چکا ہے اور یہ اکائی زمین کی محوری گردش کے دقتِ دوران پر مبنی ہے جو فلکی مشاہدوں کی مدد سے دریافت کیا جاتا ہے۔ اِس وقت کے اضعاف وتحت اضعاف حاصل کرنے کے لئے ایک آلہ استعمال کیا جاتا ہے جس کو گھڑی کہتے ہیں۔ گھڑی اِس اصول پر بنائی جاتی ہے کہ اِس میں کوئی جسم مثلاً رقّاص یا بال کمانی کا چکر اس طرح ارتعاش کرتا ہے کہ اِس کے ادوارِ دوران مساوی ہوتے ہیں اور اِسی طریقہ سے وقت کے مساوی وقفے دریافت ہوتے ہیں۔ اِس آلے کا اصل حصّہ یہی مرتعش جسم ہے۔ بقیہ جتنے پُرزے ہوتے ہیں اُن کی مدد سے ارتعاشوں کی تعداد دریافت ہوتی ہے۔

کوئی ایسا آلہ ہنوز نہیں بنایا گیا جس کی مدد سے وقت کی ٹھیک ٹھیک و قابلِ اعتماد پیمائش ہو سکے مگر فلکی طریقوں سے کلاک کی شرحِ رفتار دریافت کی جا سکتی ہیں۔ وقت کے کسی وقفے کی پیمائش کے لئے پہلے گھڑی کی مدد لی جاتی ہے اور گھڑی کی مدد سے جو وقفہ حاصل ہوتا ہے اُس کو کلاک کی شرحِ رفتار کی بناء پر جو ضربی جزو حاصل ہوتا ہے اِس سے صحیح کر لیا جاتا ہے۔ عموماً سوائے اِن تجربوں کے جن میں انتہائی صحت کی ضرورت پڑتی ہے کسی عمدہ گھڑی کا وقت اوسط شمسی وقت کے مطابق تصور کیا جا سکتا ہے۔

اگر گھڑی ٹھیک وقت بتاتی ہو تو بھی مشاہدوں میں ایسی ناگزیر

غلطیاں ہوسکتی ہیں جن کا انحصار محض پُرزوں کی ساخت پر ہے۔ عموماً ثانیے کی سُوئی ہموارانہ حرکت نہیں کرتی ہے بلکہ خفیف جھٹکوں کے ساتھ بال کمانی یا رقّاص اپنے مقام سکون سے گزرتا ہے تو سُوئی پر ایک خفیف سا دھکّا پڑتا ہے۔ اِس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ جب کبھی چلرکنی گھڑی چلائی جاتی ہے تو اِس میں وقتِ دوران کے نصف وقفے کی غلطی کا احتمال رہتا ہے اور ٹھیک اِتنی ہی غلطی گھڑی کے روکنے کے وقت بھی ہوسکتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک گھڑی ہر $\frac{1}{5}$ ثانیہ پر آواز دیتی ہے۔ اگر ٹھیک اُسی وقت میں گھڑی چلائی جائے جب کہ گھڑی کا رقّاص مقام سکون پر پہنچ رہا ہو تو ثانیے کی سُوئی $\frac{1}{5}$ ثانیہ یک بیک آگے بڑھ جائیگی۔ اور اسی طرح سے جُوں ہی گھڑی آواز دینے کو ہو اُس وقت روک دی جائے تو گھڑی کی ثانیے کی سُوئی آخری وقفہ یعنی $\frac{1}{5}$ ثانیے کو نہیں بتلائیگی لیکن اگر گھڑی کے بند کرنے میں کچھ خفیف سا تامل ہو تو یہ وقفہ ظاہر ہو جائیگا۔

اِس سے عیاں ہے کہ کلاک کی شرح صحیح ہونے پر بھی چلرکنی گھڑیوں کی مدد سے $\frac{1}{5}$ ثانیوں سے کم وقفوں کی دریافت قابلِ اعتبار نہیں ہوسکتی۔

کسی خاص درجے کی صحت حاصل کرنے کے لئے گھڑی کی دو ٹکوں کے درمیانی وقفے کے دریافت کے عمل کو ایک خاص عرصے تک جاری رکھنا چاہیئے۔ مثلاً اگر ہزار میں ایک کی صحت مقصود ہو تو وقت کا مُشاہدہ تین منٹ سے زیادہ عرصے تک ہونا چاہیئے۔ بشرطیکہ گھڑی ہر ثانیے کے پانچویں حصّے پر ٹک کی آواز دیتی ہو۔

عینی اور اُذنی تخمینہ

اگر چلتی گھڑی کی بجائے کوئی معمولی گھڑی استعمال کی جائے تو غلطی کا احتمال اور زیادہ ہو جاتا ہے کیونکہ اِس صورت میں متحرک ثانیہ کی سُوئی کا مقام ٹھیک دریافت کرنا مشکل ہے۔ اگر عینی اور اُذنی مشاہدے ایک ساتھ کئے جائیں تو ایک حد تک یہ مشکل رفع ہو سکتی ہے۔ چونکہ یہ طریقہ چند خاص عملی کاموں میں اکثر استعمال کیا جاتا ہے۔ اِس لئے اِس کی تشریح ذیل میں درج کی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک رقّاص کی حرکت کا مُشاہدہ ہو رہا ہے۔ مُشاہدہ وقت کا تجربہ ٹِکوں کی تعداد گِن کر اُس وقت شروع کرتا ہے جب کہ ثانیے کی سُوئی ٹھیک دُوسرے منٹ کو بتلانا شروع کرتی ہے یا کسی اور مناسب نقطے پر سے گزرتی ہے۔ اِس کے بعد مُشاہد ٹِکوں کی گنتی کان کی مدد سے کرتا ہے اور آنکھ سے رقّاص کو دیکھتا ہے۔ اگر ستّرویں اور اٹھہترویں ٹِک کے درمیان رقّاص اپنے ارتعاش کے عین وسط سے گزرے تو اِس گزرنے کے ٹھیک لحظے کا حساب لگانا آسان ہے۔ اور اِس طریقے سے خاص ارتعاش کی ابتدا کا وقت گھڑی کی قریب ترین ٹِک کی آواز سے دریافت ہو جاتا ہے۔ جب کہ رقّاص کا آخری ارتعاش ختم ہو جاتا ہے یعنی جب کہ رقّاص آخری حیطۂ اہتزاز کے وسط میں حرکت کر رہا ہے تو مُشاہد گھڑی کی "ٹِکوں" کی آواز کو پھر گننا شروع کر دیتا ہے اور یہی عمل جاری رہتا ہے جب تک کہ وہ گھڑی کے ڈائل کو پھر نہ دیکھ لے اور جتنی ٹِکیں گنی گئی ہیں اُن کے مطابق وقت نہ لکھ لے۔ اِس کی تشریح مندرجہ ذیل مثال سے ہو جائیگی:-

گننے کا عمل ۲ گھنٹے ۳۱ منٹ ثانیہ پر شروع کیا گیا۔

اِس کے بعد ستّرویں ٹِک پر رقّاص وسطی مقام سے گزرا۔

گننے کا عمل پھر شروع کیا گیا جب کہ سو پُورے ارتعاش ہو گئے۔

اکتیسویں ٹِک پر گھڑی دو گھنٹے ۳۲ منٹ ۲۰ ثانیہ وقت بتلاتی ہے

گھڑی کی ۱ ٹِک = $\frac{1}{5}$ ثانیہ

∴ پہلا ارتعاش ۲ گھنٹے ۲۱ منٹ ۳۴ ثانیہ پر شروع ہُوا اور سواں

ارتعاش ۲ گھنٹے ۲۲ منٹ ۸ ۱۳ ثانیہ پر ختم ہُوا۔

اِس لئے ۷۰ مکمل ارتعاش کرنے میں رقاص کو ایک منٹ ۴ ۱۰ ثانیے لگے یعنی وقتِ دَوران = ۴ ۷۰ ۰ ثانیہ۔

ہر مُشاہدے میں ۲ ۰ ثانیہ کی غلطی کا احتمال ہے۔

∴ صحیح وقتِ دَوران = (۴ ۷۰ ۰ ± ۴ ۰۰ ۰) ثانیہ۔

یہاں غور کرنا چاہیئے کہ باوجودیکہ بہت زیادہ ارتعاشوں کی تعداد لینے کی احتیاط برتی گئی ہے اِس پر بھی $\frac{1}{2}$ فی صدی سے زیادہ کی غلطی کا احتمال ہے۔ اکثر حالتوں میں وقت کا مربع لیا جاتا ہے اِس لئے یہ غلطی عموماً دُونی ہو جاتی ہے۔ اُس گھڑی میں جس کی ٹِک آہستہ آہستہ ہوتی ہے غلطی زیادہ ہوتی ہے۔ ایک تجربہ کار مُشاہد کسی گھڑی یا وقت پیما کے استعمال سے جس میں $\frac{1}{2}$ ثانیوں پر ٹِک کی آواز ہوتی ہو ثانیے کے دسویں حِصّے کا اندازہ لگا سکتا ہے۔

یہ امر بھی قابلِ لحاظ ہے کہ فی صد غلطی کا انحصار پُورے مُشاہدے کے وقت پر ہے نہ کہ ارتعاشوں کی تعداد پر۔ یعنی چند سُست ارتعاشیں لینے سے اُتنی ہی صحت حاصل ہو سکتی ہے جتنی تیز ارتعاشوں کی زیادہ تعداد لینے سے۔ بشرطیکہ دونوں مُشاہدوں کے وقفے قریب قریب برابر ہوں۔

نوٹ۔ ایک ارتعاش کی کسروں کو صحیح طور سے دریافت کرنا قطعی ناممکن ہے اِس لئے طالب علموں کو چاہیئے کہ وہ چند مکمل ارتعاشوں کا وقت دریافت کرلیں نہ کہ ایک خاص وقت میں ارتعاشوں کی تعداد۔

فصل سوم

کمیتوں کی پیمائش مشتق اکائیوں میں

سب سے سادہ کمیتیں جن کی پیمائش مشتق اکائیوں میں ہوتی ہے رقبہ، حجم اور کثافت ہیں۔

۱۔ رقبہ کی پیمائش

(۱) اُن رقبوں کی پیمائش جو خطوطِ مستقیم سے گھرے ہوئے ہوں

علمی کاموں میں رقبہ کی اکائی ایک مربع سنتی میتر ہے یعنی ایک ایسے مربع کا رقبہ جس کے ہر ضلع کا طول ایک سنتی میتر ہے۔

اِن رقبوں کی پیمائش میں جو خطوطِ مستقیم سے گھرے ہوں علمِ مساحت کے معمولی قاعدوں سے کام لیا جاتا ہے۔ طولوں کی پیمائش ایک پیمانے سے کی جاتی ہے۔ اِس قسم کی کسی شکل کو مثلثوں میں منقسم کر دینا ممکن ہے۔ ہر مثلث کا رقبہ الگ الگ دریافت کر لیا جائے۔ اِن تمام رقبوں کا حاصلِ جمع پوری شکل کے رقبے کے مساوی ہوگا۔

مثلث کا رقبہ مندرجہ ذیل ضابطے سے دریافت کیا جا سکتا ہے۔

کسی مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × ارتفاع

اگر دھات کے کسی اُس پترے کا رقبہ جس کے کنارے مستقیم ہوں دریافت کرنا ہو تو سرل چاپ کو استعمال کرنا چاہیئے۔ کیونکہ معمولی پیمانے سے پیمائش کرنے میں زیادہ صحت حاصل نہیں ہو سکتی ہے۔ جہاں تک ممکن ہو رقبے کو مستطیلی شکل میں تقسیم کرنا زیادہ مناسب ہوگا۔

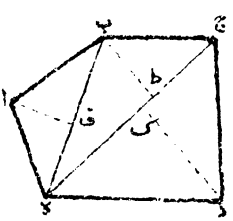
تجربہ ۵ — اشکال مستقیم الاضلاع کے رقبوں کی پیمائش۔

(۱) مثلث کا رقبہ دریافت کرنا۔

مثلث کے تینوں ضلعوں کو باری باری قاعدہ مان کر ذیل کی مساوات سے رقبہ دریافت کرو۔ رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × ارتفاع اس طریقہ سے رقبے کی تین قیمتیں معلوم ہو جائینگی۔ تینوں کا اوسط مثلث کا رقبہ ہے۔

نوٹ - اگر تجربہ میں احتیاط برتی جائے تو یہ تینوں نتیجے قریب قریب ایک ہی ہونگے۔

(۲) اشکال ذوالاربعۃ الاضلاع اور مخمس وغیرہ بھی مثلثوں میں منقسم ہو سکتے ہیں (شکل ۱۰)۔



شکل ۱۰ - مخمس مثلثوں میں منقسم

ان میں سے ہر ایک کا رقبہ اُس کے کل مثلثوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوگا۔

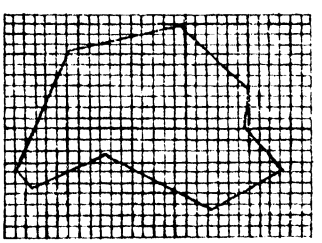
(ب) ان رقبوں کی پیمائش جو منحنی خطوط سے گھرے ہوئے ہوں۔

منحنی گھیرے کی چند خاص شکلوں میں اُن کے رقبے اور طولی ابعاد کی باہمی نسبت معلوم ہے۔

مثلاً ایک دائرہ کا رقبہ جس کا نصف قطر (ر) ہے = ۲۲ ر۲ اور قطع ناقص کا رقبہ جس کا نیم محور اعظم (ا) اور نیم محور اصغر ب ہے = ۲۲ ا ب۔

(۱) غیر منتظم اشکال کے رقبوں کی بھی قیمت مثلثوں اور مستطیلوں میں تقسیم کرنے سے معلوم ہو سکتی ہے۔ مگر اس صورت میں صرف تقریبی قیمت حاصل ہوگی۔ ایسے رقبوں کی پیمائش ایک حد تک صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے بشرطیکہ ٹکڑے زیادہ لئے جائیں۔ لیکن ٹکڑے اگر ایک حد سے زیادہ چھوٹے لئے جائینگے تو ہر ایک ٹکڑے کے رقبہ کی پیمائش میں کچھ نہ کچھ غلطی ضرور ہوگی۔ اور اس طرح سے جب بہت سے ٹکڑے جوڑے جائینگے تو اس غلطی میں بھی ٹکڑوں کی تعداد کی مناسبت سے اضافہ ہوگا اس لئے بہت چھوٹے چھوٹے ٹکڑے کرنے سے بھی زیادہ صحت نہیں حاصل ہوگی۔ سروے (مساحت) میں پیمائشوں کی بناء اسی اصول پر ہے۔

(۲) اگر شکل مربع دار کاغذ پر کھینچی گئی ہے تو چھوٹے مربعوں کی تعداد گننے سے رقبہ دریافت ہو سکتا ہے (شکل ۱۱)۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ صحت اتنی ہی زیادہ حاصل ہوگی جتنی باریکی کے ساتھ خط کشی کی گئی ہو۔ جتنے ہی چھوٹے یہ مربعے ہونگے اتنی ہی صحت کے ساتھ شکل کا رقبہ دریافت ہوگا۔



شکل ۱۱۔ رقبہ کی پیمائش

یہ طریقہ حقیقت میں (طریقہ ۱) کی خاص صورت ہے یہاں پر ایک چھوٹا مربع اکائی قرار دیا گیا ہے اور ان ہی مربعوں سے شکل بنی ہے۔

(۳) اگر ترازو کی مدد لی جائے تو رقبے بہت صحت کے ساتھ دریافت ہو سکتے ہیں۔ مقوّے کے ایک ٹکڑے پر یا دھات کے پتلے پترے پر شکل بنائی جاتی ہے۔ اِس مقوّے یا پترے کی دبازت ہر جگہ یکساں ہونی چاہئے۔ یہ شکل پھر کاٹ لی جاتی ہے اور اِس ٹکڑے کا وزن دریافت کر لیا جاتا ہے۔ اُسی پترے سے مستطیلی یا مثلثی (جو آسان ہو) شکل کا رقبہ کاٹ کر اُس کا بھی وزن دریافت کیا جاتا ہے۔ اِس موخرالذکر ٹکڑے کا رقبہ اُس کے طولی ابعاد سے معلوم ہو سکتا ہے۔ اِس کے بعد اربعہ متناسبہ کے قاعدے سے رقبہ مجہول کی قیمت دریافت کر لی جاتی ہے۔ اِس بات کو فرض کرنا چاہئے کہ پہلے رقبے کو دُوسرے سے جو نسبت ہے وہی پہلی شکل کے وزن کو دُوسری شکل کے وزن سے ہے۔

مشق ۱۰ — دائرے کے رقبہ کی پیمائش —

۵ سے ۱۰ سم تک کے نصف قُطر کا ایک دائرہ کھینچو اور تینوں طریقوں سے اِس کا رقبہ دریافت کرو اور ہر صورت میں π کی قیمت نکالو۔

(۴) سمسن (Simpson) کے قاعدوں کی مدد سے رقبہ دریافت کیا جا سکتا ہے۔ اِن قاعدوں کی مدد سے ایسے رقبوں کی قیمت تقریباً دریافت ہوتی ہے جو کسی منتظم خطِ منحنی اور دو ایسے معینوں سے گھرے ہوئے ہوں جو اِس منحنی کے سروں سے کسی قاعدے پر عموداً کھینچے گئے ہوں۔

قاعدے کو چند مساوی حصّوں میں تقسیم کرو اور اِن حصّوں کے سروں سے معین کھینچو۔ اِس طریقے سے رقبہ پٹیوں میں منقسم ہو جائیگا۔

پہلا قاعدہ — شروع اور اخیر کے معینوں کے نصف طول کو باقی کُل معینوں کے طول کے حاصل جمع میں جوڑ دو۔

اور اِس کُل حاصل جمع کو قاعدے کے اُس فاصلے سے ضرب دو جو دو معینوں کے درمیان ہے۔

دُوسرا قاعدہ ـــــ پہلے شروع اور اخیر کے معینوں کے طول کو جوڑ دو۔ پھر باقی جتنے طاق معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا ڈگنا لو۔ اور جتنے جُفت معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا چار گُنا لو۔ اور اِن تینوں حاصل جمع کو جوڑ دو۔ اب جو حاصل جمع ہوگا اُس کو پٹیّوں کے عرضِ مشترک کے تہائی سے ضرب دو۔

اِس قاعدے میں پٹیّوں کی تعداد جُفت ہونی چاہئے۔

پہلا قاعدہ بہ نسبت دُوسرے قاعدے کے کچھ آسان ہے مگر اِس میں صحت کچھ کم حاصل ہوتی ہے۔ اِن قاعدوں کو انجینیر اکثر مظہاری نقشوں کی پیمائش میں استعمال کرتے ہیں۔

تجربہ ۴ ـــ نصف دائرے کے رقبہ کی پیمائش۔

کسی مناسب نصف قطر کا ایک نصف دائرہ کھینچو اور مندرجہ بالا قاعدے کی رُو سے اِس کا رقبہ دریافت کرو۔ اِس کا رقبہ ریاضی کی مدد سے بھی نکالو اور دو نتیجوں کا مقابلہ کرو۔

(۵) سطح پیما کی مدد سے بھی رقبہ دریافت ہو سکتا ہے۔

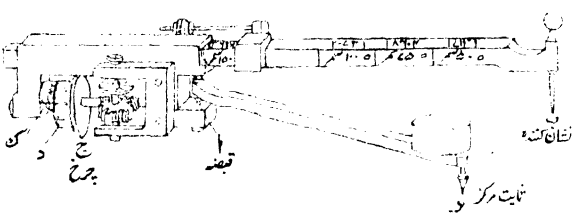
انجینیر اور سرویر (Surveyor) کے لئے بھی یہ طریقہ نہایت اہم ہے۔ لیکن اب تک جتنے طریقے بیان کئے گئے ہیں اُن سے یہ طریقہ زیادہ ادق ہے۔

سطح پیما

چند ایسے آلے اختراع کئے گئے ہیں جن سے کسی قسم کے گھیرے کے رقبوں کی قیمت براہ راست دریافت ہو سکتی ہے۔ اِس

قسم کے آلے عموماً سطح پیما کہلاتے ہیں۔ ان میں سے غالباً سب سے عمدہ اور سادہ وہ سطح پیما ہے جس کو شاف ہاؤزن[1] کے پروفیسر امسلر[2] نے ایجاد کیا ہے اور اسی قسم کے آلے کا بالعموم استعمال ہوتا ہے۔ ذیل میں اسی قسم کے آلے کی ساخت اور طریق عمل کی تشریح کی گئی ہے۔

یہ آلہ (شکل ۱۲) ایسی دو سلاخوں و ا اور ا ب پر مشتمل ہے



شکل ۱۲۔ امسلر کا سطح پیما

جو ا پر ایک قبضے کے ذریعے ملی ہوئی ہیں۔ سلاخ و ا سرے و پر اس طرح ثابت ہے کہ ا مرکز و کے دائرے کے محیط پر گھوم سکے۔ ب پر نشان کرنے کا نقطہ ہے۔ ا پر قبضہ اس طریقے سے مرتب ہے کہ نقطہ ب سطح و ا ب میں ہر سمت میں اس حد تک حرکت کر سکے جہاں تک کہ آلے کے بازوؤں کے طول اور پرزوں کی ساخت اجازت دے۔

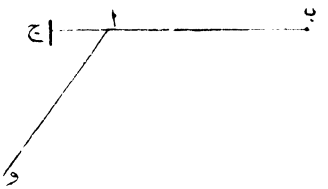
بازو ا ب پر ایک چرخ ج لگا ہے جس کا محور ا ب کے متوازی ہے۔ یہ چرخ عموماً اس حصے میں لگا ہوا ہوتا ہے جو ب کے مقابل کے سرے کی طرف ہے۔ حالانکہ اس آلے سے کام لینے میں چرخ کے مقام کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں۔ اس چرخ میں ایک مدوّر یا اسطوانے کی شکل کا

---

[1] Schaffhausen [2] Amsler

ایک پیمانہ 'د' لگا ہوا ہے۔ یہ پیمانہ سو مساوی حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور آلے کے ڈھانچے پر ایک کسر پیما ک اس طرح سے لگا ہے کہ اُس کی مدد سے چرخ کا مقام $\frac{1}{1000}$ ویں گردش تک دریافت ہوسکتا ہے۔ اِس چرخ کی گردشوں کی تعداد ایک چھوٹے گردش شمارندہ پر معلوم ہوتی ہے اور یہ شمارندہ چرخ میں ورم گیرنگ (Wormgearing) کی مدد سے لگا ہوا ہے۔

آلہ ثابت مرکز ج چرخ ج کے کنارے، اور نشان کنندہ ب، کے سہارے سطح پر رکھا جاتا ہے (دیکھو اشکال ۱۲ و ۱۳)۔ جب نقطہ ب کو حرکت دی جاتی ہے تو بازو ا ب بھی حرکت کرتا ہے۔ اگر ا ب اپنی ہی سیدھ میں متحرک ہو تو چرخ محض آگے یا پیچھے ہٹ جائیگا۔ اور اس میں کسی قسم کی گردش نہیں پیدا ہوگی۔ بخلاف اس کے اگر ا ب اپنے طول سے علی القوائم متحرک ہو تو چرخ اتنا ہی گھومیگا جتنا کہ نقطہ ب بازو ا ب کے علی القوائم سمت میں فاصلہ طے کریگا۔



شکل ۱۳۔ سطح پیما کی سطح

خواہ ا ب کسی سمت میں ہی حرکت کرے اِس کے طول کے علی القوائم سمت میں جو حرکت ہوگی اُس کی مقدار چرخ کی گردش سے معلوم ہو جائیگی۔ یعنی جتنا کہ کل فاصلہ ا ب نے اپنے طول کے علی القوائم طے کیا ہے اُس کی مقدار چرخ کے طے شدہ فاصلے کے مساوی ہے۔

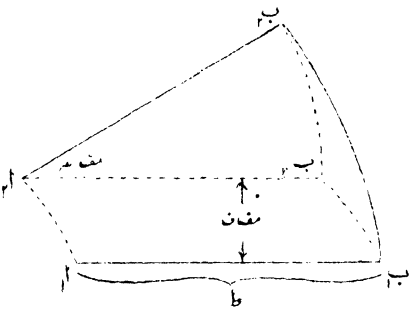
اس فصل سے اُس شکل کے رقبہ کی دریافت ممکن ہے جس کے گھیرے پر نقطہ 'ب' پھیرا جائے۔

اِس آلے کے استعمال میں دو صورتیں پیدا ہوتی ہیں ایک

تو یہ کہ ثابت نقطہ و شکل کے باہر ہو اور دوسری یہ ہے کہ وہی نقطہ شکل کے اندر رہے۔

صورت اوّل۔ جب کہ ثابت مرکز رقبۂ زیر پیمائش کے باہر ہو۔

فرض کرو کہ بازو ا ب مقام ا ب سے مقام ا ب تک ہٹایا گیا ہے (شکل ۱۴)۔ نقطہ ا، و مرکز کے دائرے پر ا سے ا تک جائیگا اور نقطہ ب راستہ ب ب انتیار کریگا۔ اس کو ہم یوں ہی تصور



شکل ۱۴۔ ابتدائی رقبہ جو سطح پیما سے بنتا ہے

کر سکتے ہیں کہ ا ب اپنی متوازی سمت میں حرکت کرنے کے بعد ا ب مقام پر پہنچا۔ اور پھر وہاں سے نقطہ ا کے گرد گھوم کر مقام ا ب پر پہنچ گیا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب اور ا ب کا درمیانی عمودی فصل ایک چھوٹی مقدار "مف ف" ہے اور ا ب اور ا ب کا درمیانی زاویہ ایک چھوٹا زاویہ مف ع ہے تو بازو ا ب کی حرکت سے جو سطح بنی ہے اُس کا رقبہ = ط مف ف + $\frac{1}{2}$ ط مف ع

جہاں ط = بازو ا ب کا طول۔

اصلی سطح ا ا ب ب مذکورہ بالا سطح سے بہ مقدار خفیف

رقبہ ب ب۱ ب۲ ب۳ کم ہے اور یہ خفیف مقدار ب ب۲ ب۳ نظرانداز کردی جائیگی اگر مف ف اور مف عہ بہت چھوٹے ہوں۔ اِس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ :-

ا ب کی حرکت سے بنی ہوئی سطح = ط مف ف + ½ ط مف عہ

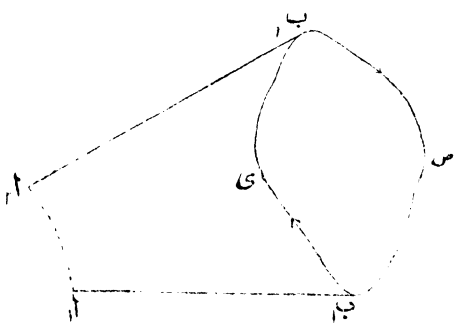
اِس لئے ا ب کی کسی حرکت کی وجہ سے جو مجموعی سطح بنتی ہے اُس کا رقبہ

= ∑ ط مف ف + ½ ط مف عہ۔

نشان ∑ ایک ہی قسم کی چھوٹی چھوٹی مقداروں کا مجموعہ بتاتا ہے۔ در آیندہ جہاں جہاں مجموعہ کی ضرورت ہوگی یہ نشان اکثر استعمال کیا جائیگا۔

فرض کرو کہ نقطہ ب ایک ایسی سطح کے گھیرے کے چاروں طرف گھوم گیا ہے جس کے باہر ثابت مرکز و ہے۔

فرض کرو کہ بازو کا ابتدائی اور انتہائی مقام بالترتیب ا ب اور ا۱ ب۱ ہیں (شکل ۱۵)۔ نقطہ ب کی حرکت ایسی ہوتی ہے کہ اگر کوئی مشاہد نقطہ ب کے ساتھ حرکت کرے تو سطح زیر بحث ہمیشہ اُس کے دائیں



شکل ۱۵۔ انتہائی رقبہ جو سطح پیما سے ترقیم ہوتا ہے

طرف رہتی ہے۔

ب ی ب، راستہ طے کرنے میں بازو ا ب سے سطح ا، ب، ی ب، بنتی ہے۔ واپسی حرکت میں یعنی ص سے ہو کر سطح ا، ب، ص ب، بنتی ہے۔

دئے ہوئے گھیرے کے گرد نقطہ 'ب' کے پھیرنے سے ا ب جو رقبہ بناتا ہے وہ اُس گھیرے کے اندر کے رقبے کے مساوی ہے۔

پس رقبہ ب ی ب، ص = ∑ (½ مف ف + ½ ط مف ع)

یعنی رقبہ دریافت طلب = ط ∑ مف ف + ½ ر ∑ مف ع

جب بازو ا ب اپنی پہلی جگہ پر واپس آجاتا ہے تو ب اُس رقبہ کے گرد ایک پُورا چکّر کرتا ہے اِس لئے ∑ مف ع =۰

بنا بریں رقبہ ب ی ب، ص = ط ∑ مف ف = ط ف

جہاں ف = اُس فاصلے کے جہاں تک چرخ گھُوما ہے۔

اگر ایسے رقبے دریافت کرنے ہوں جن کے اندر ثابت مرکز و نہیں ہے تو نشان کنندہ ب جس رقبے کے گھیرے کے گرد حرکت کرتا ہے وہ رقبہ = چرخ کے گھُومے ہوئے فصل × بازو ا ب کا طول۔

صورت دوم۔ ایسے رقبے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہو۔

صفری دائرہ۔ قبل اِس کے کہ ایسے رقبوں کی ام صورتوں پر غور کیا جائے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہوتے ہیں یہ ضروری ہے کہ اِن کی ایک خاص صورت یعنی "صفری دائرہ" کی تشریح میں بھی کچھ وقت صَرف کیا جائے۔ (شکل ۱۷) کو دیکھو۔ اگر ہم سطح پیما کے دونوں بازوؤں کو آپس میں اِس طرح جکڑ دیں کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز سے گزرے تو نقطہ ب صِرف ایک ایسے دائرے پر گھُومیگا جس کا مرکز و ہے اور نصف قطر و ب۔

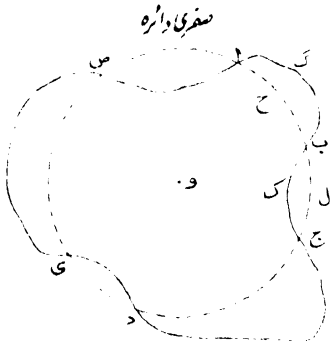
اگر ہم نقطہ ب کو پھیر کر یہ دائرہ بنائیں تو چرخ ج کوئی قسم کی گردش نہیں ہوگی کیونکہ اِس صورت میں وہ برابر اپنی سطح سے علی القوائم

سمت میں حرکت کر رہا ہوگا۔ اِس لئے جب یہ دائرہ ب کے گھومنے سے بنیگا تو چرخ کی درجہ خوانی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ یا یوں کہئے کہ چرخ پر درجہ خوانی صفر ہے اِس بناء پر متذکرۂ بالا دائرے کا خاص نام "صفری دائرہ" رکھا گیا ہے۔

سطح پیما کو اس ہیئت میں رکھ کر بازو و ب کی پیمائش ہوسکتی ہے اور اِس کی مدد سے صفری دائرہ کا رقبہ بھی دریافت ہوسکتا ہے۔ پیمائش کے وقت بازوؤں کو آپس میں جکڑنا بے سُود ہے۔

ایسے رقبے کی عام صورت جس کے اندر ثابت مرکز رہتا ہے

رقبہ ا ب ج د ی ص (شکل ۱۶) پر غور کرو جس کے اندر ثابت مرکز و واقع ہے اور فرض کرو کہ نقطہ دار خط صفری دائرہ بتاتا ہے۔ اگر ہم نشان کنندہ کو ا سے ب تک مُنحنی پر پھیریں اور پھر صفری دائرہ پر ہوتے ہوئے نشان کنندہ کو ا پر واپس لائیں تو مثبت سمت میں رقبہ ا گ ب ح بنیگا اِس لئے چرخ پر کا معائنہ ایک ایسے رقبے ا گ ب ح کو بتائیگا جس کے باہر ثابت نقطہ و ہے۔



شکل ۱۶۔ رقبہ جس کے اندر ثابت مرکز رہتا ہے

مُنحنی پر ا سے ب تک جو کچھ کہ حرکت ہوئی ہے وہ چرخ پر پُوری پُوری ظاہر ہو جائیگی۔ اور صفری دائرے پر جو حرکت ہوتی ہے اُس کا اثر چرخ پر کچھ نہیں ہوتا کیونکہ اِس دائرے پر حرکت کرتے وقت چرخ بالکل نہیں گھومتا ہے۔ اس لئے رقبہ ا گ ب ح، چرخ پر ظاہر ہو جاتا ہے۔ جب کہ شمار کنندہ ا سے ب تک مُنحنی پر حرکت کرتا ہے۔

اب اگر ہم ب سے آگے بڑھ کر ب ک ج ل راستہ طے کریں تو رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں بنیگا یعنی چرخ اِتنا پیچھے کو گھومیگا جس کا رقبہ ب ک ج ل کے مطابق ہوگا۔ اور یہ ساری حرکت چرخ کے پیمانے پر ظاہر ہو جائیگی جب کہ نشان کنندہ، ب ک ج راستہ طے کریگا اور اِس کے اِس طریقہ سے ب ک ج پر پھرنے سے رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں ترقیم ہوگا۔

پس یہ ظاہر ہے کہ جب کبھی شمار کنندہ صفری دائرے سے گزریگا تو چرخ خود بخود گردش کی سمت بدل دیگا اِس لئے صفری دائرہ کھینچنے کی ضرورت نہیں ہے۔ اُوپر جو کچھ بیان ہؤا ہے اِس سے صاف ظاہر ہے کہ جب نشان کنندہ کسی ایسے رقبے کے گرد پھیرا جاتا ہے جس میں نہایت مرکز واقع ہے تو چرخ کا گھوما ہؤا کل فاصلہ صفری دائرے کے باہر کے رقبوں کی جبری جمع کے مطابق ہوگا۔

جو رقبہ چرخ کی حرکت سے معلوم ہوگا اُس میں اگر صفری دائرے کا رقبہ جوڑ دیا جائے تو رقبہ دریافت مطلب حاصل ہو جائیگا۔ اِس لئے صفری دائرے کا رقبہ متذکرۂ بالا طریقے سے پہلے دریافت کرلینا ضروری ہے۔

چرخ کے پیمانے پر جو ترقیم ہوتی ہے اُس کی سمت کو نہایت غور کے ساتھ دیکھتے رہنا چاہیئے اور جہاں ضرورت ہو مثبت و منفی کی علامت لگاتے بھی جانا چاہیئے۔ اور نشان کنندہ کو اِس طرح پھیرنا چاہیئے کہ وہ رقبے کے گھیرے پر ہمیشہ مثبت سمت میں حرکت کرے۔

تجربہ ۸ ــــ سطح پیما کی تعمیر ــــ سطح پیما کے استعمال کے قبل اِس بات کی دریافت ضروری ہے کہ چرخ کی ایک مکمل گردش کتنے رقبے کو تعبیر کرتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ اِس کا

انحصار شمار کنندہ والے بازو کے طول (یعنی قبضہ اور نقطۂ شمار کنندہ کے درمیانی فصل) اور چرخ کے قطر پر ہے۔

(۱) شمار کنندہ والے بازو کے طول کی تعیین۔

اِس پُرزے کو جس پر قبضہ چڑھا ہُوا ہے اِس طرح سے ترتیب دو کہ اُس پر کا نمائندہ بازو زیرِ بحث کے بغلی رُخ کے کسی نشان کی سیدھ میں آ جائے۔ سہولت کے لئے ۱۰ اسم□ کا اور اگر سطح پیما کی درجہ بندی اِنچوں میں ہو تو ۱۰ اِنچ□ کا نشان مناسب ہوگا۔ اب ہم کو قبضے سے نشان کنندہ کا فاصلہ دریافت کرنا ہے۔ یہ کوئی آسان بات نہیں ہے کیونکہ قبضہ عموماً پُرزوں کے اندر واقع ہوتا ہے۔ بہترین طریقہ یہ ہے کہ آلے کے ایک جانب کو مربع دار کاغذ پر اِس طریقہ سے رکھا جائے کہ نشان کنندہ کاغذ کے کسی خاص نشان پر پڑے اور جہاں قبضے کا محور واقع ہے اُس کے مقام کا اندازہ ۱۰ ملی میٹر کی حد تک کر لیا جائے۔ نشان کنندہ والے بازو کو مربع دار کاغذ کے ایک کنارے کے متوازی رکھنا چاہئے تاکہ طول کی پیمائش صحت کے ساتھ ہو سکے۔

بعض قسم کے سطح پیما میں شمار کنندہ والے بازو کے اُوپر دو نقطے ہوتے ہیں۔ اِن میں سے ایک، بازو کے سرے کے قریب ثابت ہوتا ہے اور دُوسرا قبضہ بردار کے ساتھ ساتھ حرکت کرتا ہے۔ آلہ ساز سطح پیما کو اِس طرح بناتے ہیں کہ اِن نقطوں کا درمیانی فاصلہ شمار کنندہ اور قبضے کے محور کے فاصلے کے بالکل ٹھیک مساوی ہوتا ہے۔ اِس صورت میں اِس فصل کی پیمائش ایک پیمانے کے ذریعے ہو سکتی ہے۔ اور یہ طریقہ پہلے طریقوں سے زیادہ آسان اور صحیح بھی ہے۔ یہ حاصل شدہ فصل، وُہی فصل ط ہے جس کا ذکر آلے کی تشریح میں پہلے ہو چکا ہے۔

(۲) چرخ کے محیط کی تعیین ——— چرخ کا قطر پیچدار خردہ پیما سے دریافت کرلو۔ اور اس کو π سے ضرب دو۔ حاصل ضرب محیط ہوگا۔ اس پیمائش میں اس امر کا لحاظ رکھنا چاہئے کہ چرخ پر ضرورت سے زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو چرخ کا کنارہ بدشکل ہو جائیگا اور اس وجہ سے آلے کی صحت بھی جاتی رہیگی۔

بازو کا طول ط × چرخ کا محیط π ق = اُس رقبے کے جس کی تعبیر چرخ کی گردش سے ہوتی ہے۔ جہاں ق = چرخ کا قطر جو خردہ پیما کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

یہ حاصل ضرب شمار کنندہ والے بازو کے رُخ کے ۰۰ اسم□ یا ۱۰ انچ □ کے نشان سے مطابقت کریگا۔ جس پر قبضہ بردار مُرتب کیا گیا تھا۔ یہ درجہ بندیاں آلہ ساز کرتے ہیں۔ اور جب آلہ متذکرہ بالا طریقے سے مرتب کیا گیا ہو تو یہ درجہ بندیاں اُن رقبوں کو ظاہر کرتی ہیں جن کی تعبیر چرخ کی ایک گردش سے ہوتی ہے۔

یہ بات ظاہر ہے کہ "ط" اور "ق" کے دریافت کرنے کے جو دو طریقے اُوپر بتائے گئے ہیں وہ کسی قدر ناقص ہیں۔ آلہ ساز ان مقداروں کو زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کر سکتے ہیں اس لئے تاوقتیکہ آلہ پُرانا نہ ہو جائے یا بے احتیاطی سے استعمال کرنے کی وجہ سے خراب نہ ہو جائے جو قیمتیں شمار کنندہ والے بازو پر لکھی ہوں اُنہیں کو استعمال کرنا چاہئے۔

بحث نمبر ۹ ——— سطح پیما کی مدد سے چھوٹے چھوٹے رقبوں کی تعیین ——— رقبہ اتنا چھوٹا ہونا چاہئے کہ ثابت مرکز و شکل کے باہر رکھا جا سکے۔

(۱) سطح پیما کی فی صد غلطی دریافت کرنا۔ دس سم ضلعے کا ایک مربع کھینچو اور آلے کے نشان کنندہ کو اس مربع

کے چاروں طرف پھیرو اور سطح پیما کے ذریعے سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو مربع سمر میں تحویل کر لو۔ سو مربع سمر میں (جو مربع کا مجموعی رقبہ ہے) اور سطح پیما کے ذریعے سے دریافت کی ہوئی قیمت میں جو فرق ہوگا وہی سطح پیما کی فی صد غلطی ہوگی۔

(ب) دائرے کا رقبہ سطح پیما کی مدد سے دریافت کرنا۔

۱۰ سمر نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچو۔ اُس کا رقبہ $\pi \times ۱۰^۲$ مربع سمر ہوگا۔ اِس رقبے کو سطح پیما کی مدد سے دریافت کرو۔ اِن دونوں قیمتوں سے π کی قیمت اخذ کرو۔

تجربہ ۱۱ ــــ سطح پیما کے صفری دائرے کا رقبہ دریافت کرنا۔ چھوٹے رقبوں کی پیمائش کرنے میں اِس آلے کا استعمال بتایا جا چکا ہے۔ اور اِس پر رقبوں کی قیمت پڑھنے کی ترکیب بھی سمجھائی جا چکی ہے۔ اب اِس کی ضرورت ہے کہ صفری دائرے کا رقبہ دریافت ہو جائے تاکہ اُن بڑے بڑے رقبوں کی پیمائش ہو سکے جن کے اندر ثابت مرکز واقع ہوں۔

(ا) صفری دائرے کا رقبہ نظریے سے :-

چرخ کو مربع دار کاغذ پر اِس طرح سے رکھو کہ اِس کا وہ نقطہ جو کاغذ سے مَس کر رہا ہو ٹھیک کسی مربع کے ایک کونے پر رہے۔ اور اِس کی سطح مربعوں کے ضلعوں پر رہے۔ نشان کنندہ کاغذ کے کسی ایک کنارے پر اور ثابت مرکز چرخ کے سطح والے کنارے پر رہے۔ اور اِن دونوں نقطوں کو اِس طرح سے دباؤ کہ کاغذ پر اُن کے نشان پڑ جائیں۔

آلہ اب اِس طرح جھکایا گیا ہے کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز سے ہو کر گذرتی ہے۔ اِس لئے اُن تحقیقات کی رُو سے جن کا بیان پہلے ہو چکا ہے ثابت نقطے اور شمار کنندے کا درمیانی فاصلہ صفری دائرے کا نصف قطر ہے۔ مؤخر الذکر فصل کی پیمائش ہو سکتی ہے

جس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم ہو سکتا ہے۔ شکل ۱۷ میں

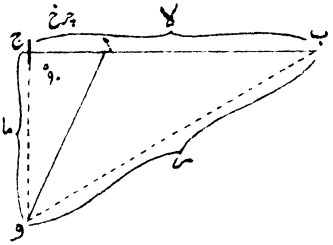
$$لا^2 + ما^2 = س^2$$

اِس لئے ہم لکھ سکتے ہیں:۔

صفری دائرے کا

رقبہ $= \pi (لا^2 + ما^2)$

اور مساوات مندرجہ بالا سے



شکل ۱۷ - صفری دائرہ کا مقام

صاف ظاہر ہے کہ رقبہ صِرف لا اور ما کی قیمتیں دریافت کرنے سے معلوم ہو سکتا ہے اور س کی پیمائش کرنے کی ضرورت نہیں۔

اگر نشان کنندہ والے بازو کے اُوپر کے رُخ کا معائنہ کیا جائے تو یہ معلوم ہوگا کہ اِن کے مختلف نقطوں پر بھی اعداد لکھے ہیں جو بغلی رُخ کے نشانات کے اُوپر لکھے ہوئے ہیں۔ یہ اعداد اُن صفری دائروں کے رقبوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کو قبضہ بردار کے مختلف مقاموں سے مطابقت ہے اور یہ اعداد عموماً چرخ کی گردشوں کی تعداد بتاتے ہیں۔ مثلاً اگر قبضہ بردار کا نمائندہ ۱۰۰ سمر □ کے نشان پر مرتب کیا جائے اور سلاخ کے اُوپر والے رُخ پر اِسی نشان کے سامنے ۲۰٫۳۱ لکھا ہُوا ہو تو اِس کے معنی یہ ہونگے کہ صفری دائرے کا رقبہ چرخ کی ۲۰٫۳۱ گردشوں کے مماثل ہے یا یوں کہئے کہ رقبہ = ۲۰۷۳۱ر مربع سمر۔

آلے پر کے نشانات کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ مربع سمر میں لکھو اور مذکورہ بالا مشاہدات سے جو رقبہ حاصل ہو اُس کا قبل الذکر رقبے سے مقابلہ کرو۔ جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے آلے پر کے نشان کی مدد سے جو رقبے حاصل ہوتے ہیں اُن کی صحت پر زیادہ بھروسہ کیا جا سکتا ہے۔ کیونکہ آلہ سازوں کو زیادہ صحت کے

ذرائع حاصل ہیں اِس لئے جب تک کہ آلہ قطعی طور پر خراب نہ ہوگیا ہو اُس کے نشانات کی مدد سے جو رقبے ملتے ہیں اُن ہی کو استعمال کرنا چاہیئے۔

(ب) صفری دائرے کا رقبہ تجربے کے ذریعے سے۔

صرف سطح پیما کے نمائندوں ہی کی مدد سے بغیر کسی پیمائش کے صفری دائرے کا رقبہ بہت آسانی کے ساتھ دریافت ہو سکتا ہے۔ کوئی ایک ایسا منتظم یا غیر منتظم رقبہ لو کہ اگر ثابت نقطہ باہر رکھا جائے تو اِسی رقبے کے گھیرے پر نشان کنندہ آسانی سے پھیرا جا سکے۔ ۲۰ سمر کے عرض کی شکل اکثر ایسے آلوں کے لئے مناسب ہوگی جو ۱۰۰ سمر□ درجہ بندی پر مرتب کئے گئے ہوں۔

ثابت مرکز کو **باھر** رکھ کر شمار کنندہ کو شکل کے گھیرے پر پھیرو۔ اور سطح پیما کے درجوں سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو قلمبند کر لو۔ اِس رقبے کی تعبیر ا سے کرو۔

اب ثابت مرکز کو شکل کے **اندر** رکھ کر پھر نشان کنندہ کو پھیرو۔ پھیرنے کے عمل کو آہستہ آہستہ جاری رکھو کیونکہ اِس حالت میں چرخ بہت تیزی سے گھومیگا اور اگر احتیاط نہ برتی جائے تو چرخ کاغذ پر یا تو پھسل جائیگا یا اُس سے ہٹ جائیگا۔ اگر غور سے دیکھو گے تو معلوم ہوگا کہ چرخ پر کی ترقیم گھٹ رہی ہوگی۔ یعنی منفی رقبہ ترقیم ہو رہا ہوگا۔ بشرطیکہ شمار کنندہ مثبت سمت میں حرکت کر رہا ہو۔

جب ترقیم شدہ رقبہ چرخ پر معلوم ہو جائے تو مندرجہ ذیل مساوات سے شکل زیر بحث کا رقبہ دریافت ہو جائیگا۔ جب ثابت مرکز شکل کے اندر ہو تو

رقبہ ا = ترقیم شدہ رقبہ + صفری دائرے کا رقبہ

عموماً یہ مساوات رقبہ ا کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاتی ہے۔ لیکن اِس خاص صورت میں جو کہ زیر بحث ہے

اِس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ رقبہ ۱ سطح پیما کی مدد سے پہلے ہی دریافت ہو چکا ہے جب کہ ثابت مرکز شکل کے باہر تھا۔ اور ترقیم سے رقبے کا پتہ چل گیا ہے جب کہ مرکز اندر تھا اِس لئے صفری دائرے کا رقبہ دو مذکورہ بالا رقوم کے جبری فرق کے مساوی ہے۔ یا اِن کے حسابی حاصل جمع کے، کیونکہ اِن میں سے ایک منفی مقدار ہے۔

مندرجہ ذیل مثال کو دیکھو:۔

ثابت مرکز باہر ہو

پہلا معائنہ	۲٫۱۳۹	چکر
دُوسرا معائنہ	۵٫۷۱۳	
∴ ترقیم	۳٫۵۷۴	چکر
∴ رقبہ =	۳۵۷٫۴	مربع سمر

ثابت مرکز اندر ہو

پہلا معائنہ	(۲) ۵٫۷۸۱	چکر
دُوسرا معائنہ	۸٫۶۲۳	
ترقیم	−۱۷٫۱۴۸	چکر

ترقیم منفی سمت میں ہو رہی تھی اور چرخ جو پُورے چکروں کو بتاتا ہے وہ اپنے صفر پر سے دو مرتبہ گزرا۔ اِس لئے پہلے معائنہ کے سامنے (۲) کا نشان لگا دیا گیا ہے۔

اِس طریقہ سے

۳۵۷٫۴ = (۸٫۱۴۸ − ۱۷) + صفری دائرے کا رقبہ۔

یا صفری دائرے کا رقبہ = ۲ء۲۵۲ ۲۰ مربع سمر۔
مذکورہ بالا نتیجوں کے مقابلے میں سطح پیما کے شمار کنندے کی درجہ بندیوں سے اسی قطعے کی قیمت ۱ء۲۵۲ ۲۰ مربع سمر تھی۔
صفری دائرے کا رقبہ ان دو طریقوں سے دریافت کرو اور نتیجوں کا مقابلہ اُس قیمت سے کرو جو شمار کنندے کے بازو سے حاصل ہوتی ہے۔

تجربہ ۱۱ ــــ بڑے رقبوں کی پیمائش

سطح پیما کی مدد سے ــــ اس صورت میں رقبہ اتنا بڑا فرض کیا جا سکتا ہے کہ ثابت مرکز و اس کے اندر لیا جا سکے۔
۴۰ سمر × ۷۰ سمر کی ایک بڑی شکل ناقص دو سوئیوں اور دھاگے کی مدد سے کھینچو۔ اور سطح پیما کی مدد سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ ثابت کرو کہ یہ رقبہ = $\frac{\pi}{4}$ × اُس مستطیل کا رقبہ جو کہ شکل ناقص کے باہر کھینچا گیا ہے اور جس کے اضلاع اعظم اور اقل محوروں کے مساوی ہوں۔

۲۔ حجم اور کثافت کی پیمائش

کثافت سے کسی مادّی شئے کی کمیت فی اکائی حجم مُراد ہے۔ س ن گ ث نظام میں اس کو یوں کہہ سکتے ہیں کہ کسی مادّی شئے کی کثافت اُس کے ایک مکعب سمر حجم کے مادّے کی کمیت کے برابر ہے۔
اگر ک کمیت ہو اور ح حجم تو

$$\text{کثافت} = \frac{ک}{ح}$$

اگر ک گراموں میں اور ح مکعب سمروں میں ہو تو کثافت گرام

فی مکعب سمر میں ظاہر ہوگی۔

تجربہ ۱۲ ۔ کسی منتظم مجسّم کی کثافت سرل چاپ کے ذریعے دریافت کرنا۔ احتیاط کے ساتھ چند منتظم مجسمات کے طولی ابعاد کو ایسے سرل چاپ کے ذریعے دریافت کرو جس سے ۱۰ ملی میتر تک طول دریافت ہو سکے۔ طول کی پیمائش میں سرل چاپ کے ہر معائنے سے "صفری معائنہ" کو جبری قاعدے سے حسبِ ضرورت گھٹا لو۔

ہر پیمائش میں مُشاہدہ کم از کم تین مرتبہ ہونا چاہیئے اور اگر ممکن ہو تو مُشاہدے جسم کے مختلف نقطوں پر ہونے چاہئیں۔ جو نتیجے حاصل ہوں اُن کا اوسط لینا چاہیئے۔ مثلاً اگر کسی اُسطوانے کا قطر دریافت کرنا ہو تو اُس کی قیمت اُس کے ہر ایک سرے اور وسطی مقام پر دریافت کرنی چاہیئے۔ اور اُس کا اوسط قطر اِن نتیجوں کا اوسط ہوگا۔ ایسا عمل کرنے سے اگر اُستوانہ کسی قدر گاؤدم ہو تو اِس کی وجہ سے جو غلطی ہوگی اُس کی صحت ہو جاتی ہے۔ اُسطوانے کے ہر مقام پر دو ایسے قُطروں کی پیمائش ہونی چاہیئے جو آپس میں علی القوائم ہوں۔ اِس طریقے سے اُسطوانے میں اگر ناقصیت ہو تو اِس کی بھی صحت ہو جائیگی۔

پس اِس طرح سے اُسطوانے پر چھ مُشاہدات ہونگے اور اِن کا اوسط اُسطوانے کا صحیح قُطر سمجھا جا سکتا ہے۔

دریافت شدہ قُطر کی مدد سے اُسطوانے کا حجم دریافت کرو۔ اِسی طریقے سے اَور دیگر منتظم مجسمات کے بھی حجم دریافت ہو سکتے ہیں۔ [مختلف منتظم مجسمات کے حجم دریافت کرنے کے ضابطے ضمیمہ میں درج ہیں]

ترازو کی مدد سے اِس جسم کی کمیت مادّہ دریافت کرو اور اِس

کمیت کو حجم دریافت شدہ سے تقسیم کردو جو نتیجہ کہ حاصل ہوگا وہ اس کی کثافت ہوگی۔

تجربہ ۱۳ — کسی منتظم مجسّم کی کثافت پیچدار خُردہ پیما کی مدد سے دریافت کرنا۔ مجسمات زیرِ پیمائش کے طولی ابعاد کو خردہ پیما سے دریافت کرو اور ضابطے کی مدد سے حجم کی تعیین کرو۔

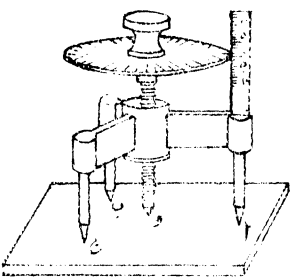
پھر اس جسم کی کمیت ترازو سے معلوم کرلو اور اس کمیت کو حاصل شدہ حجم سے تقسیم کردو۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اس مجسم کی کثافت ہوگا۔

۳۔ کُرویت پیما

کُرویت پیما ایک آلہ ہے جو کسی کُروی سطح کے اِنحنا کے نصف قطر کی پیمائش کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر صورتوں میں (مثلاً کسی عدسے کی پیمائش وغیرہ میں) سطح زیرِ پیمائش کُرہ کا محض ایک چھوٹا سا حِصّہ ہوتا ہے۔ اِس صورت میں اِنحنا کا نصف قطر اِس (خیالی) کُرہ کا نصف قطر ہے جس کا ایک حِصّہ یہ سطح ہے۔

یہ آلہ ایک ایسے ڈھانچے پر مشتمل ہے جس میں تین پائے ا ب ج اِس طرح سے لگے ہیں کہ اِن کے سِرے تقریباً ایک مثلث مساوی الاضلاع کے کونوں پر واقع ہیں (شکل ۱۳)۔ ڈھانچے کے مرکز سے ایک باریک عموداً ۵ ملی میٹر یا ایک ملی میٹر کی گھائی کا پیچ گزرتا ہے جو اس آلہ کا چوتھا پایہ ء ہے۔ اس پائے کا مقام ایک ایسے پیمانے سے دریافت ہوتا ہے جو ڈھانچے میں ملی القوائم لگا ہوا ہے۔ پیچ کے اُوپر کے سِرے پر ایک قُرص دار

پیمانہ لگا ہوا ہے اس میں عموماً سو درجے ہوتے ہیں۔ جب یہ قرص



شکل ۱۵۔ کرویت پیما

ایک دفعہ پورا چکر لگا جاتا ہے تو سرا ۵ پیچ کی ایک گھمائی کے برابر اوپر یا نیچے ہٹتا ہے۔ اگر گھمائی ایک ملی میٹر کی ہو تو قرص کا ایک درجہ ۰٫۰۰۱ ملی میٹر بتائیگا۔ اگر گھمائی ۰٫۵ ملی میٹر کی ہو تو قرص کا ایک درجہ ۰٫۰۰۰۵ ملی میٹر بتائیگا۔ اس کے معنی یہ ہیں کہ اس آلے کی مدد سے ۰٫۰۰۱ یا ۰٫۰۰۰۵ ملی میٹر کی حد تک طول دریافت ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۴ — کرویت پیما کی مدد سے کسی تختی کی موٹائی کی پیمائش — کرویت پیما کے استعمال سے قبل یہ دریافت کرنا چاہئے کہ آلے کے اوپر دونوں پیمانوں میں کس طرح سے درجہ بندی ہوئی ہے۔ کیونکہ ہر آلے کی درجہ بندی یکساں نہیں ہوتی۔ سب سے پہلے یہ دریافت کرو کہ قرص کی ایک پوری گردش سے پیچ کا سرا کتنا آگے بڑھتا ہے۔ یہ فصل غالباً ۰٫۵ یا ۱٫۰ ملی میٹر ہوگا۔ اس کے بعد دیکھو کہ قرص کے اوپر کتنے درجے ہیں اور اس کی مدد سے یہ دریافت کرو کہ جب قرص

ایک درجہ گھُومایا جاتا ہے تو پیچ کا سِرا کتنا آگے بڑھیگا ۔ مثلاً پیچ کی گھائی اگر ۰٫۵ ملی میتر ہو اور درجہ دار قرص پر پچاس درجے ہوں تو ہر درجہ ۰٫۰۱ ملی میتر فصل کے مطابق ہوگا (دیکھو صفحہ ۳۲)۔

جب کہ درجہ دار قرص کا صفر خطی پیمانے کے صفر کے محاذی ہو جائے تو اِس صورت میں یہ سمجھا جاتا ہے کہ پیچ کی نوک اور تینوں پایوں کی نوکیں ایک ہی سطح میں واقع ہیں ۔ بالعموم ٹھیک یہ صورت نہیں رہتی ہے ۔ اِس لئے آلے کی "صفری غلطی" کی مقدار یا "صفری معائنہ" کے دریافت کرنے کی ضرورت ہوتی ہے ۔

اِس امر کے لئے کرویت پیما ایک ایسی ٹھیک سطح مستوی پر رکھا جاتا ہے جس کے اِستوا کی جانچ فنِ مناظر کے قاعدے سے پہلے کر لی جاتی ہے ۔ یہ عموماً کانچ کی تختی ہوتی ہے ۔ آلے کے سِرے کو گھُماتے جاؤ جب تک کہ پیچ کی نوک سطح مذکورۂ بالا سے مَس نہ کرے ۔ اِس کا پتہ کہ نوک عین مَس کر رہی ہے یوں لگتا ہے کہ اگر باہر والے پایوں سے کسی کو اُنگلی یا پنسل سے چھُوا جائے تو آلۂ پیچ کی نوک کے گرد گھُوم جاتا ہے ۔ پیچ کو اِتنا گھُمانا چاہیئے کہ آلہ اگر مذکورۂ بالا طریقے سے چھُوا جائے تو گھُومنے لگے ۔ لیکن اگر پیچ ذرا سا بھی اُوپر اُٹھایا جائے تو آلے کا گھُومنا موقوف ہو جائے ۔ اِس عمل کو کئی بار کرلو اور ہر مُشاہدے میں خطی پیمانے پر قرص کے صفر کا مقام دریافت کر لو ۔ جو قیمتیں کہ ملینگی اُن کا اوسط صفری معائنہ ہوگا ۔ اِس کے بعد جتنے معائنے ہونگے اُن میں سے ہر ایک میں یہ صفری معائنہ جبری طریقے سے محسوب کر لینا چاہیئے ۔

شیشے کی تختی کی موٹائی ناپنے میں پہلے صفری معائنہ دریافت کرو ۔ اِس کے بعد تختی کو پیچ کی نوک کے نیچے رکھو اور پیچ کو باہر کی طرف گھُماتے جاؤ جب تک کہ آلے کی گردش عین موقوف

نہ ہو جائے۔ اس عمل میں آلے کے تینوں پائے حسب دستور سطح مستوی پر رہنے چاہئیں۔ جب آلہ اس طرح سے مرتب ہو جائے تو پیمانے پر معائنہ کر لو اور اس کی قیمت سے صفری معائنہ کی قیمت گھٹا لو جو نتیجہ نکلیگا تختی کی موٹائی ہوگا۔

اکثر اوقات انتصابی پیمانہ کا لحاظ نہ رکھنا زیادہ آسان ہوتا ہے مگر صرف اتنا جان لینا چاہیئے کہ جب قرص ایک پوری گردش کر لیتا ہے، تو نوک کتنا فصل طے کرتی ہے۔ اس صورت میں انتصابی پیمانے پر معائنہ کرنے کے بجائے قرص کی پوری گردشوں کی تعداد دریافت کرنی چاہیئے۔ یہ ظاہر ہے کہ ایک گردش قرص پر کے ۵۰ یا ۱۰۰ درجوں کے برابر ہوگی اور جتنا فصل کہ پیچ کی نوک طے کریگی وہ مذکورہ بالا درجوں کے رقوم میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

مثال۔ فرض کرو کہ قرص پر صفری معائنہ ۲۳ درجے ہے۔ جب پیچ کی نوک تختی کی اوپر کی سطح پر آئی تو قرص کو چار سے زیادہ مگر پانچ سے کم مکمل گردشیں دینی پڑیں۔ اور اس وقت قرص پر کا معائنہ ۶۵ تھا۔

قرص پر ۱۰۰ درجے ہیں اس لئے درجوں کی تعداد جس حد تک آلہ گھمایا گیا ہے = ۴ مکمل چکر + ۶۵ - ۲۳

= ۴۴۲ درجے

پیچ کی گھائی ۰٫۵ ملی میٹر ہے اس لئے ہر درجہ $\frac{۰٫۵}{۱۰۰}$ ممر کے مطابق ہوگا۔

اس لئے تختی کی موٹائی = ۲٫۲۱ ممر

= $\frac{۲۲۱}{۱۰۰۰}$ سمر

تجربہ ۱۵ — کسی آئینہ یا عدسہ کی سطح کے انحنا کے نصف قطر کی پیمائش۔ کروی پیما کے

تینوں پایوں کو کروی سطح پر بٹھا دو اور پیچ کو اس طرح سے ترتیب دو کہ اس کی نوک بھی ٹھیک کروی سطح کو مس کرے۔ قرص پر معائنہ کرلو۔ اب آلے کو کروی سطح سے ہٹا کر سطح مستوی پر رکھو اور دیکھو کہ پیچ کی نوک کو تینوں پایوں کی سطح میں لانے کے لئے قرص کو کتنی دفعہ گھمانا پڑتا ہے۔ قرص پر پھر معائنہ کرو۔ گردشوں کی تعداد اور قرص پر کے دونوں معائنوں سے یہ دریافت کرو کہ پیچ کی نوک نے کتنا فصل طے کیا۔ یہ مشاہدہ کئی دفعہ ہونا چاہئے۔ اوسط قیمت کو گ سمر سے تعبیر کرو۔

آلے کے کسی دو ثابت پایوں کا درمیانی فاصلہ بھی جاننا ضروری ہے۔ اس کو کسی ملی میٹر کے پیمانے سے ۱۰ ملی میٹر کی حد تک احتیاط سے پیمائش کرلو۔ اس قسم کی تین پیمائشیں کرنی ہونگی۔ کیونکہ یہ فاصلہ اُس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ہے جس کے کونوں پر پایوں کی نوکیں واقع ہیں۔ ان تینوں پیمائشوں کے اوسط کو ف سمر سے تعبیر کرو تو انحناء کا نصف قطر مندرجہ ذیل مساوات سے معلوم ہو جائیگا:۔

$$\text{سمر} = \frac{\text{ف}^2}{6\,\text{گ}} + \frac{\text{گ}}{2}$$

جہاں سمر انحنا کا نصف قطر ہے

نوٹ:۔ (۱) چونکہ سمر کا انحصار ف کے مربع پر ہے اس لئے ف کی پیمائش میں تھوڑی سی فی صد غلطی سمر کی فی صد غلطی کی تعداد کو دو چند کردیگی۔

(۲) اگر گ کی پیمائش سمر میں ہوئی ہے تو ف بھی سمر میں ہونا چاہئے اور (سمر) کی قیمت بھی سمر میں نکلیگی۔

(۳) رقم $\frac{\text{گ}}{2}$ اکثر اوقات $\frac{\text{ف}^2}{6\,\text{گ}}$ کے مقابلے میں نظرانداز کردی جاتی ہے۔

نتیجے مندرجہ ذیل طریقے سے قلمبند ہونے چاہئیں:۔

سطحِ مستوی پر معائنہ		عدسہ پر معائنہ	
۲۲ درجے		۴۸	درجے
۲۴ درجے		۴۷	″
۲۳ درجے		۴۶	″
اوسط ۲۳ درجے		اوسط ۴۷	درجے

فرق = ۲۴ درجے

ہیچ میں دو مکمل چکر ہوئے۔

∴ گ = ۲ چکر + ۲۴ درجے = ۰٫۱۱۲ سمر

پایوں کا درمیانی فاصلہ	
۳٫۰۱	سمر
۳٫۰۲	″
اوسط ف = ۳٫۰۱	سمر

∴ س = $\frac{(۳٫۰۱)^۲}{۶ \times ۰٫۱۱۲}$ + $\frac{۰٫۱۱۲}{۲}$ سمر

= ۱۳٫۵ سمر

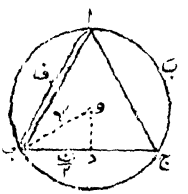
سطح کے انحنا کو بصریوں میں دریافت کرنا زیادہ مفید ہے کیونکہ بصریہ عینک سازوں کے پاس انحناء کی اکائی ہے جس سطح کے انحناء کا نصف قطر ایک میٹر ہوتا ہے اُس کا انحناء ایک بصریہ کہلاتا ہے۔ پس انحناء کی قیمت بصریوں میں انحناء کے نصف قطر کی اُس قیمت کا مقلوب ہے جو میٹروں میں ہوتی ہے۔

مثال مندرجہ بالا میں انحناء = $\frac{۱۰۰}{۱۳٫۵}$

= ۷٫۴۱ بصریئے

ضابطہ س = $\frac{ف^۲}{۶ گ}$ + $\frac{گ}{۲}$ کا ثبوت ــــ اِس

ضابطہ میں ف اُس مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع کا طول ہے جس کے کونوں پر آلہ کی تینوں ثابت نوکیں رہتی ہیں (شکل ۱۹)۔ فرض کرو کہ اب ج مذکورہ بالا مثلث متساوی الاضلاع ہے۔ اِس



شکل ۱۹۔ کرویت پیما کی سطح

مثلث کے گرد دائرہ کھینچو۔ و اِس دائرہ کا مرکز ہے۔ نصف قطر وب کو لا سے تعبیر کرو۔ ب ج پر و د عمود کھینچو۔ تب $ب د = \frac{ف}{۲}$

اور $و د = \frac{لا}{۲}$

کیونکہ مثلث ب و د ایک مثلث متساوی الاضلاع کا نصف ہے۔

اب $وب^۲ = و د^۲ + ب د^۲$

یعنی $لا^۲ = (\frac{لا}{۲})^۲ + (\frac{ف}{۲})^۲$

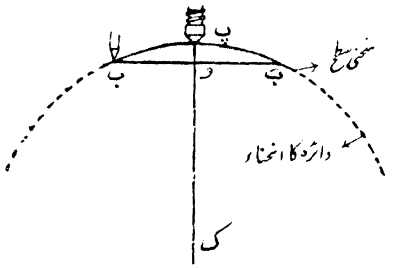
$$لا^۲ - \frac{لا^۲}{۴} = \frac{ف^۲}{۴}$$

$$\frac{۳ لا^۲}{۴} = \frac{ف^۲}{۴}$$

اِس لئے $لا^۲ = \frac{ف^۲}{۳}$

کُرہ کو ایک ایسی سطح سے قطع کرو جو اِس کے مرکز کے اور خط ب و سے گذرے۔ اِس سطحی تراش پر غور کرو۔

اِس طریقہ سے شکل ۲۰ حاصل ہوتی ہے جس میں اِس دائرے کا صرف ایک حصّہ دکھایا گیا ہے جس کے انحنا کی ضرورت ہے۔ پ ک کو اپنی سیدھ میں اِس طرح بڑھاؤ کہ وہ دائرے کو پھر نقطہ



شکل ۲۰ = دائرہ کا حصّہ

س پر قطع کرے (یہ نقطہ س شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے)

$$ک س = ک پ$$

$$= ر$$

$$وب = وب$$

$$= ل$$

$$\text{اور} \quad وپ = گ$$

ہم کو علمِ ہندسہ سے معلوم ہے کہ وس × وپ = وب × وب

یعنی $(۲ر - گ) گ = ل^۲$

$$۲ر گ = ل^۲ + گ^۲$$

$$ر = \frac{ل^۲}{۲گ} + \frac{گ}{۲}$$

پہلے یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ لا = $\frac{ف^{۲}}{۳}$

$$ر = \frac{ف^{۲}}{۶گ} + \frac{گ}{۲}$$

اور یہی ثابت کرنا مطلوب تھا۔

فصل چہارم

اضافی کثافتوں کی تعیین

۱۔ کثافتِ اضافی کی تعریف

کسی حجم کی مادّی شئے کا وزن اُس کی مساوی الحجم کسی معیاری شئے کے وزن کے ساتھ جو نسبت رکھتا ہے اُس نسبت کو قبل الذکر شئے کی کثافتِ اضافی کہتے ہیں۔ بالعموم پانی معیاری شئے قرار دیا گیا ہے۔ اِس مفہوم کو علمِ ریاضی میں ذیل کی صورت میں ادا کر سکتے ہیں:۔

فرض کرو کہ کسی مادّی جسم کا وزن و ہے اور اِس جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن وَ ہے تو متذکرہ بالا تعریف کی رُو سے جسمِ زیرِ بحث کی کثافتِ اضافی = $\frac{و}{وَ}$

چونکہ وزن کمیتِ مادّہ کے متناسب ہوتا ہے۔ اِس لئے

کثافتِ اضافی = $\frac{ک}{کَ}$ جہاں ک = جسم کا کمیتِ مادّہ

کَ = مساوی الحجم پانی کا کمیتِ مادّہ

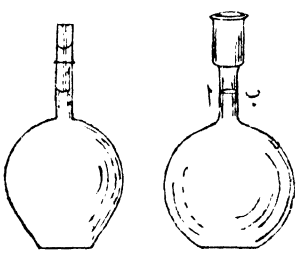
جب حقیقی نتیجہ مقصود ہو تو اُن تپشوں کو مخصوص کرنا بھی ضروری ہے جن پر تجربے کئے جائیں۔ اِس بناء پر پانی ۴° سی تپش کا لیا جاتا ہے اور اِس تپش پر پانی "اعظم کثافت" رکھتا ہے۔ معمولی تجربوں

میں پیمائشیں کمرے کی تپش پر ہوتی ہیں۔

۲۔ کثافتِ اضافی بوتل

کثافت اضافی بوتل اِس قسم کی ہوتی ہے جس میں ایک خاص حجم کا مایع سما جائے۔ عموماً یہ بوتل صُراحی نما ہوتی ہے جس کے مُنہ میں ایک ایسی شیشے کی ڈاٹ لگی ہوتی ہے جو اِس کو بخوبی بند کرلیتی ہے۔ ڈاٹ میں ایک باریک سا سوراخ بنا دیتے ہیں تاکہ بند کرتے وقت ہوا اور زائد مایع بوتل سے نکل جائے۔

متذکرہ بالا بوتل کے علاوہ ایک دُوسری قسم کی زیادہ سادہ اور صحیح بوتل بھی استعمال کی جاتی ہے۔ اِس کی گردن پر ایک نشان ا ب لگا رہتا ہے (شکل ۲۱)۔ بوتل کو اِتنا بھرتے ہیں کہ مایع کی ہلالی سطح کا نیچے والا حصّہ نشان تک پہنچ جائے۔ اگر مایع زیادہ داخل ہو جائے تو جاذب کی مدد سے یا چھوٹے نالچے سے اِس کو نکال لیا جاتا ہے۔ عموماً کثافتِ اضافی دریافت کرنے میں بوتل کو دو دفعہ یعنی ایک دفعہ پانی اور دُوسری دفعہ مایع سے بھرنا ہوتا ہے اور صحیح نتیجہ نکالنے کے لئے اِس کی ضرورت ہے کہ دونوں صورتوں میں بوتل کی گنجائش مساوی ہو۔ چونکہ اوّل الذکر بوتل میں ڈاٹ مخروط نما ہوتی ہے اِس لئے یہ ممکن ہے کہ جس قدر پہلی دفعہ بھرنے میں ڈاٹ اندر گھسی تھی اُتنی ہی دُوسری دفعہ میں نہ گھُسے۔ جس سے بوتل کی گنجائش



شکل ۲۱۔ کثافتِ اضافی بوتل

میں فرق ہو جائیگا۔ اس کے علاوہ جب بوتل کی تپش کسی وجہ سے (مثلاً ہاتھ سے چھونے سے) ڈاٹ کی تپش کے مقابلے میں ذرا سی بھی بڑھ جاتی ہے تو بوتل کے منہ کے قطر میں اس تپش کی وجہ سے اضافہ ہو جاتا ہے۔ اور ڈاٹ ضرورت سے زیادہ اندر گھس جاتی ہے جس سے پھر بھی بوتل کی گنجایش میں کمی واقع ہوگی۔ ان ہی وجوہات سے جب زیادہ صحت مدِنظر ہوتی ہے تو موخرالذکر بوتل کو اس بوتل پر فوقیت دیجاتی ہے۔

تجربہ ۱۶ ـــــ کثافتِ اضافی بوتل سے کسی مائع کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا ـــــ

بوتل کو خوب صاف کرکے اچھی طرح سے خشک کرلو۔ اس کا طریقہ یہ ہے کہ کاغذ کی ایک ایسی نلی لو جو بوتل کے اندر داخل ہوسکے۔ اس نلی کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ایک دھونکنی سے ملا دو اور اس سے بوتل میں ہوا داخل کرو۔ ساتھ ساتھ بوتل کو دھیما دھیما شراب کی بتی یا بنسنی مشعل سے گرم کرتے جاؤ۔ گرم کرنے میں بوتل کی گردن کو پکڑ کر ہموارانہ گھماتے رہو تاکہ بوتل کے مختلف حصے مختلف تپش پر آنے نہ پائیں۔ اگر یہ احتیاط نہ برتی جائے تو شیشے کے ٹوٹنے کا خدشہ رہتا ہے۔

جب بوتل خشک اور ٹھنڈی ہو جائے تو اس کے وزن کو سنتی گرام کی حد تک ترازو کی مدد سے دریافت کرو۔ فرض کرو کہ خالی بوتل کا وزن w گرام ہے۔

اس کے بعد نشانِ معیّن تک بوتل کو پانی سے بھر دو۔ اس بات کا خیال رہے کہ پانی کی سطح کے دیکھنے میں اختلافِ منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ اس غلطی سے بچنے کے لئے مشاہدہ کے وقت آنکھ کا مقام اور نشانِ معیّن اور پانی کی سطح ایک ہی سیدھ میں ہونی چاہئے۔ بوتل کو اسی طرح پانی سے بھر کر پھر تولو۔ (اگر بوتل اول قسم کی ہو تو پانی سے بھر کر ڈاٹ چڑھانے کے بعد

اِس کی باہر کی سطح کو صافی سے تولنے کے قبل بالکل خشک کر لینا چاہیئے) فرض کرو کہ یہ وزن $و_۲$ گرام ہے۔

∴ بوتل کے اندر کے پانی کا وزن = $و_۲ - و$ گرام

بوتل کو پانی سے خالی کرکے پھر خشک کرلو اور اب اِس میں نشانِ معین تک وہ مایع داخل کرو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔

بوتل مع مایع کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۳$ گرام ہے اِس لئے پانی کے مساوی الحجم مایع کا وزن = $و_۳ - و$ گرام

متذکرہ بالا مشاہدوں کو حسبِ ذیل قلمبند کرو:۔

(۱) خالی بوتل کا وزن = $و$ گرام

(۲) بوتل مع پانی کا " = $و_۲$ "

(۳) بوتل مع مایع کا " = $و_۳$ "

∴ مایع کا وزن " = $و_۳ - و$ " = $و_۱$ گرام

مایع کے مساوی الحجم پانی کا " = $و_۲ - و$ " = $و_۱$ گرام

∴ مایع کی کثافتِ اضافی = $\frac{و_۱}{و_۱}$

ریزہ دار ٹھوس کی کثافتِ اضافی

کثافتِ اضافی کی بوتل سے اُن ٹھوس اجسام کی بھی کثافتِ اضافی دریافت کی جا سکتی ہے جو پانی میں حل نہ ہوتے ہوں اور پانی سے بھاری ہوں۔ مگر اِس صورت میں ٹھوس کو ریزوں کی شکل میں ہونا چاہیئے تاکہ وہ جسم آسانی سے بوتل میں داخل کیا جا سکے۔ ایسے ٹھوس کی مثالیں ریت یا چھوٹے چھوٹے چھرے ہیں۔ اگر ٹھوس ریزہ کی شکل میں نہ ہو تو اِس کو پہلے ریزہ ریزہ کر لینا چاہیئے۔

اگر اشیاء پانی سے ہلکی ہوں یا اس میں حل ہو جائیں تو کثافتِ اضافی کے تعین میں پانی کی بجائے کوئی دوسرا مایع استعمال کیا جا سکتا ہے جس سے یہ اشیاء بھاری ہیں اور اس میں حل نہیں ہوتیں - مگر اس صورت میں جس مایع کو ہم استعمال کرینگے اس کی کثافتِ اضافی مذکورہ بالا طریقہ سے دریافت کرنا ضروری ہے -

ریت کی کثافتِ اضافی دریافت کرنے میں بوتل کو مایع کی طرح ریت سے صرف بھر دینا ہی کافی نہیں ہوگا - ایسا کرنے میں ہم صرف ریت کی کثافتِ اضافی دریافت نہیں کر رہے ہونگے بلکہ ریت اور ہوا کے آمیزہ کی - کیونکہ ریت کے ریزوں کے درمیان ہوا کی کثیر مقدار مقید رہتی ہے -

تجربہ ۱۷ — کثافتِ اضافی کی بوتل سے کسی ریزہ دار ٹھوس (مثلاً ریت) کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا - پہلے خالی بوتل کو تول لو - فرض کرو کہ اس کا وزن ۹ گرام ہے - تقریباً تہائی بوتل کو ریت سے بھر دو (اس امر کا لحاظ رہے کہ ریت اور بوتل بالکل خشک ہوں) - بوتل مع ریت کا وزن دریافت کرو - فرض کرو کہ یہ وزن ۹ گرام ہے - اس لئے ریت کا وزن ۹ - ۹ گرام ہوا -

اب بوتل کے بقیہ حصہ کو پانی سے بھر دو - پانی بھرتے وقت بوتل کو خوب ہلاتے رہنا چاہیئے تاکہ ہوا کے بلبلے جو ریت کے ذرّوں کے درمیان مقید ہوتے ہیں خارج ہو جائیں - اگر زیادہ صحت مقصود ہو تو بوتل کی گردن کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ہوا پمپ سے ملا دینا چاہیئے - جس سے ہوا خارج کی جا سکے - پانی کی سطح کو نشان معین تک لاؤ - بوتل مع پانی و ریت کے وزن کو دریافت کر لو - فرض کرو کہ یہ وزن ۹ گرام ہے - اس لئے پانی کا وزن ۹ - ۹ گرام ہوگا - بوتل کو بالکل خالی کر دینے کے بعد پانی سے اچھی طرح صاف

کر لو۔ اب پھر نشانِ معین تک بوتل کو پانی سے بھر کر تول لو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_4$ گرام ہے اِس لئے پانی کا وزن جو نشانِ معیّن تک بوتل کو بھرنے کے لئے درکار ہے $و_4 - و_1$ گرام ہوگا۔ پس ریت سے جس قدر جگہ گھیری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن $(و_4 - و_1)$ اور $(و_3 - و_2)$ کے فرق کے برابر ہوگا۔

$$\text{ریت کی کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

$$= \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{ریت سے جس قدر جگہ گھیری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن}}$$

$$= \frac{و_2 - و_1}{(و_4 - و_1) - (و_3 - و_2)}$$

متذکرہ بالا مشاہدوں کو حسبِ ذیل قلمبند کرو:۔

(۱) خالی بوتل کا وزن = $و_1$ گرام

(۲) بوتل مع ریت کا وزن = $و_2$ "

(۳) بوتل مع ریت و پانی (ریت بوتل کے اندر) = $و_3$ "

(۴) صرف پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن = $و_4$ "

∴ ریت کا وزن = $و_2 - و_1$ گرام = $و$

اور ریت کے مساوی الحجم پانی کا وزن = $(و_4 - و_1) - (و_3 - و_2)$ گرام = $وَ$

کثافتِ اضافی = $\frac{و}{وَ}$

۳۔ ماسکونی ترازو

دو مَس کرنے والے اجسام کی درمیانی قوتیں

جب دو اجسام مَس کرتے ہوں تو اُن میں قوتیں پیدا ہوتی ہیں

جن کو عمل اور ردِّ عمل کہتے ہیں۔ نیوٹن[1] کے تیسرے کلیۂ حرکت کے مطابق یہ دونوں قوتیں مقدار میں مساوی مگر سمت میں متضاد ہوتی ہیں۔

اگر قوت دونوں جسموں کی مماسی سطح پر علی القوایم عمل کر رہی ہو تو اس قوت کو قوتِ اُچھال کہتے ہیں اور اس کی پیمایش ڈائنوں[2] میں یا گرام وزنوں میں ہوتی ہے۔

حقیقتاً اجسام ایک محدود ہی رقبہ میں ایک دُوسرے سے مَس کرتے ہیں۔ اِس صورت میں اجسام کے درمیان دباؤ ہونے کا ذکر اُس وقت کیا جاتا ہے جب کہ قوتیں مَس کرنے والی پُوری سطحوں پر عمل کر رہی ہوں۔

رقبے کے کسی چھوٹے ٹکڑے پر جو قوتِ اُچھال عمل کر رہی ہے اُس کو اگر اُسی رقبے کی اِکائیوں سے تقسیم کر دیا جائے تو جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے وہ اُس چھوٹے رقبے کے اندر کے کسی نقطہ پر کا دباؤ کہلاتا ہے بشرطیکہ یہ فرض کر لیا جائے کہ قوتِ اُچھال اِس چھوٹے ٹکڑے پر ہموارانہ عمل کر رہی ہے۔ فرض کرو کہ ایک نقطہ ا کسی چھوٹے رقبے مف ر کے اندر واقع ہے اور اگر اِس رقبہ پر مف ق قوت ہموارانہ عمل کر رہی ہو تو نقطہ ا پر دباؤ = $\frac{\text{مف ق}}{\text{مف ر}}$

اگر رقبہ زیرِ بحث نہایت ہی چھوٹا لیا جائے تو دباؤ کی قیمت کسی نقطے پر اَور بھی صحیح نکلیگی۔ اِس صورت میں انتہا میں چل کر دباؤ = $\frac{\text{ف ق}}{\text{ف ر}}$

دباؤ کی پیمائش "ڈائن فی مربع سمّ" میں کی جاتی ہے۔

اگر اجسام زیرِ بحث میں سے ایک سیّال ہو اور دُوسرا ٹھوس تو سیّالی دباؤ کی وجہ سے ٹھوس پر جو حاصل قوت پیدا ہوتی ہے اُس کی تخمین مندرجہ ذیل اصول سے آسانی کے ساتھ کی جا سکتی ہے۔

---

[1] Newton [2] Dynes

حکیم ارشمیدس کا اُصول

حکیم ارشمیدس کا اُصول بالعموم الفاظِ ذیل میں ادا کیا جاتا ہے:-
جب کوئی جسم کسی سیّال میں ڈبویا جاتا ہے تو اُس کے وزن میں اتنی ہی ظاہری کمی واقع ہوتی ہے جتنا کہ ہٹائے ہوئے سیّال کا وزن ہوتا ہے۔

اِسی اصول کو براہِ راست اور آسانی سے یوں بھی بیان کر سکتے ہیں کہ جب کوئی جسم کُلیتہً یا جُزوًا کسی ساکن سیّال میں داخل کیا جائے تو اُس پر اُوپر کی طرف ایک قوت اچھال کی پیدا ہوتی ہے جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے برابر ہوتی ہے۔

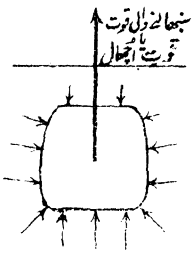
اِس اصول کو سیالی دباؤ کے نظریہ سے اخذ کر سکتے ہیں اور ایسا سادہ تجربہ بھی کیا جا سکتا ہے جس سے اِس کی صحت کی تصدیق بھی ہو سکتی ہے۔

ساکن سیّال کے کسی حصّے کے تعادل پر اگر غور کیا جائے تو یہ ظاہر ہے کہ وہ حصّہ آس پاس کے سیّال سے سنبھلا ہوا ہے ورنہ اِس کا وزن ضرور اِس کو ڈبو دیتا۔ اور تعادل قایم کرنے کے لئے یہ بھی ضروری ہے کہ یہ سنبھالنے والی قوت متذکرۂ بالا حصّہ کے وزن کے مساوی ہو۔

آس پاس کے سیّال کے وجود سے جو دباؤ پیدا ہوتے ہیں اُن سے حصّہ متذکرہ بالا سنبھلا رہتا ہے۔ اِن دباؤں کا اِس حصّے کے وزن کے مساوی ہے اور اُوپر کی طرف عمل کرتا ہے (دباؤ کی سمتیں شکل ۲۲ میں دکھلائی گئی ہیں)۔ اِس سنبھالنے والی حاصل قوت

کو "قوتِ اُچھال" کہتے ہیں۔

اب سیّال کے زیرِ بحث حصّے کو الگ کر لو اور اُس کی جگہ پر ٹھیک اِسی شکل کا ایک ٹھوس تصور کر لو۔ اِس صورت میں بھی آس پاس کے سیّال کے وجود سے اِتنے ہی دباؤ پیدا ہونگے جتنے کہ پہلی صورت میں نمایاں ہوئے تھے اِس لئے ٹھوس بھی ایک ایسی حالِ قوت سے سنبھلا رہیگا جس کی مقدار

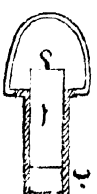


شکل ۲۲ ارشمیدس کا اصول

وُہی ہوگی جو سیّال کے زیرِ بحث حصّے کو سنبھالے ہوئے تھی۔ اور یہ سنبھالنے والی قوت ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے مساوی ہے اِس لئے ٹھوس زیرِ بحث پر بھی ایک ایسی قوتِ اُچھال اُوپر کی طرف پیدا ہو جائیگی جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے برابر ہوگی۔ اِس کا نتیجہ یہ ہوگا کہ ٹھوس کے وزن میں اِتنی ہی مقدار کی ظاہری کمی واقع ہوگی۔

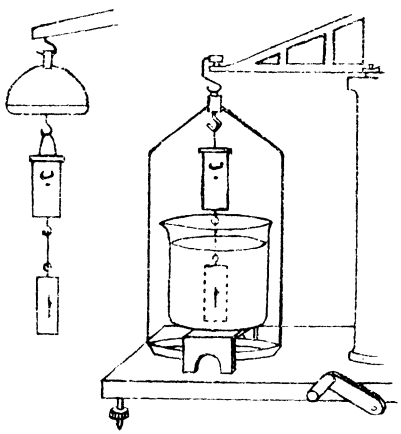
تجربہ نمبر ۱۸ ——— ارشمیدس کے اُصول کی عملی تصدیق ——— اِس اصول کی صحت کی تصدیق کے لئے دو اُسطوانے لئے جاتے ہیں ایک بالکل ٹھوس اور دُوسرا مجوّف۔ مجوّف حصّہ ایسا ہوتا ہے کہ ٹھوس اُس میں ٹھیک ٹھیک سما جاتا ہے۔

اُسطوانے میں اِس طرح سے ہُک لگے ہوتے ہیں کہ ٹھوس اُسطوانہ ا مجوّف اُسطوانہ ب کے نیچے لٹکایا جا سکے۔ شکل نمبر ۲۳ میں ب کا ایک تراشی منظر دکھلایا گیا ہے جس میں ا کچھ باہر نکلا ہُوا ہے۔



شکل ۲۳۔ مجوّف اور ٹھوس اُسطوانہ

ب کو ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاتے ہیں اور ا اُسطوانہ ب کے نیچے لٹکایا جاتا ہے۔ ماسکونی ترازوؤں میں ایک طرف کا پلڑا عموماً اُونچا ہوتا ہے اور اُسی پر اُسطوانے لٹکائے جاتے ہیں (شکل ۲۴)۔



شکل ۲۴ - ارشمیدس کے اصول کی عملی تصدیق

ا کو ب کے ساتھ دھاگے سے اِس طرح لٹکاتے ہیں کہ ا کی حرکت میں ب کی وجہ سے رُکاوٹ نہ ہو۔ دُوسرے پلڑے پر باٹ رکھ کر تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ ایک پانی کا برتن ا کے نیچے اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ ا کلیتہً پانی میں ڈوب جائے۔ ایسا کرنے سے تعادل ٹوٹ جاتا ہے اور اُسطوانہ والا پلڑا اُوپر اُٹھ جاتا ہے یعنی ا کے وزن میں ظاہری کمی واقع ہو جاتی ہے۔

اگر ب کو لبالب پانی سے بھر دیا جائے تو تعادل پھر قائم ہو جاتا ہے۔ اِس سے یہ معلوم ہوگا کہ ا کے وزن میں جو کمی واقع ہوئی تھی وہ ا کے مساوی الحجم پانی داخل کرنے سے پُوری ہوگئی۔ یعنی جب ا پانی میں ڈبویا گیا تو اُس کا وزن اپنے مساوی الحجم پانی کے وزن کے

برابر کم ہو گیا۔

ب سے پانی نکال لو۔ اور اوپر اٹھے ہوئے پٹھے پر اُس وقت تک باٹ ڈالتے جاؤ جب تک کہ تعادل نہ قائم ہو جائے۔ ظاہر ہے کہ جو باٹ اب ڈالے گئے ہیں وہ اُسطوانہ ب میں بقدر پانی تھا اُس کے وزن کے مساوی ہیں یا یوں کہئے کہ اُس کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہیں۔

سارے تجربہ کو دہراؤ اور ہر تجربہ میں مختلف مایع مثلاً روغن شراب، پیرافین کا تیل یا کوئی اور مناسب مایع استعمال کرو۔ اور اس بات کو بغور دیکھو کہ ہر حالت میں جب اکائی کسی مایع میں ڈبویا جاتا ہے تو تعادل قائم کرنے کے لئے ب کو اُسی مایع سے لبالب بھرنا ہوتا ہے جس سے ارشمیدس کے اصول کی تصدیق ہو جاتی ہے۔

یہ امر قابل لحاظ ہے کہ ہر متذکرۂ بالا حالت میں وزن کی ظاہری کمی یکساں نہیں ہوتی۔ اور ایسا ضرور ہونا چاہئے کیونکہ اُچھال کی قوتیں مساوی حجموں کے مختلف مائعوں کے وزنوں کے برابر ہیں۔ اگر ایک مایع پانی ہو تو کسی دُوسرے مایع کی کثافتِ اضافی مندرجہ ذیل ضابطوں سے دریافت کر سکتے ہیں:-

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{کسی حجم کے مایع کا وزن}}{\text{مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

$$= \frac{\text{مایع کی وجہ سے قوتِ اُچھال}}{\text{پانی کی وجہ سے قوتِ اُچھال}}$$

ارشمیدس کے اصول کے اطلاقات

اصولِ ارشمیدس سے ٹھوس اور مایع کی کثافتِ اضافی دریافت کرنے کا ایک نہایت اہم طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ جب ایک ٹھوس

کلیتہً کسی مائع کے اندر ڈبویا جاتا ہے تو اس جسم پر جو قوتِ اُچھال پیدا ہوتی ہے وہ اس کے مساوی الحجم مائع کے وزن کے برابر ہے۔ پس ٹھوس کے وزن کو اس کے اُوپر جو قوتِ اُچھال ہے اُس سے مقابلہ کرنے سے ٹھوس اور مائع کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ ہو سکتا ہے کیونکہ ٹھوس اور مائع کے حجم دونوں صورتوں میں ایک ہی ہیں۔

خصوصاً اگر ہم کلیتہً پانی میں ڈوبے ہوئے کسی معلوم وزن کے ٹھوس پر قوتِ اُچھال کی قیمت دریافت کریں تو ہم کو اس ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کا وزن معلوم ہو جائیگا اور اس سے ہم اس ٹھوس کی کثافت اضافی اخذ کر لینگے۔

مجربہ ۱۹ — ارشمیدس کے اصول سے اضافی کثافتوں کی تعیین — کسی ٹھوس یا مائع کی کثافتِ اضافی ماسکونی ترازو کی مدد سے دریافت ہو سکتی ہے۔

(۱) اُس ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی میں حل نہ ہو سکے — ٹھوس کو باریک دھاگے یا تار کی مدد سے ماسکونی ترازو کے چھوٹے پلڑے سے یا اگر ترازو معمولی ہو تو پلڑے کے ہُک سے لٹکاؤ۔ جب یہ جسم ہوا میں آزادانہ لٹک رہا ہو تو دُوسرے پلڑے پر باٹ ڈال کر تعادل قائم کر لو۔ اس کے بعد اس جسم کو بغیر ہُک سے ہٹائے ہوئے کلیتہً پانی میں ڈباؤ۔ مگر اس بات کا لحاظ رہے کہ بقا کا حتی المقدور بھیگنے نہ پائے۔ پھر باٹوں کو بدل کر تعادل قائم کرو۔ اب کم وزن کے باٹوں کی ضرورت ہوگی۔ دونوں صورتوں میں باٹوں کا جو فرق ہوگا وہی قوتِ اُچھال ہوگا۔ یعنی یہ فرق جسم کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہے۔ اس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کا وزن ہوا میں}}{\text{جسم کے وزن میں پانی میں ڈوبنے سے ظاہری کمی}}$$

اگر معمولی ترازو سے ماسکونی ترازو یعنی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرنے کا

کام لیا جائے تو جس پلڑے کے ہک سے جسم زیر بحث لٹکایا جاتا ہے اُس طرف ایک چھوٹی چوکی (مگر کافی لمبی اور بلند) رکھی جاتی ہے تاکہ پلڑا اُوپر نیچے بغیر کسی رکاوٹ کے حرکت کر سکے۔ اِس چوکی پر پانی سے بھرا ہُوا گلاس رکھا جاتا ہے اور جسم اِس طرح سے اِس میں ڈبویا جاتا ہے کہ وہ گلاس کے بازوؤں سے نہ ٹکرانے پائے۔ حاصل کلام یہ ہے کہ چوکی کے رکھنے سے ترازُو کے عمل میں کسی قسم کی مزاحمت نہ ہو (شکل ۲۴)۔

(ب) کسی مایع کی کثافتِ اضافی۔ کسی ٹھوس کو ہوا اور پانی میں وزن کرو جیسا کہ اُوپر (ا) میں بیان ہو چکا ہے۔ اِس کی مدد سے جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ اِس کے بعد اُسی ٹھوس کو اِس مایع میں وزن کرو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے اور اِس طریقے سے مساوی الحجم مایع کا وزن دریافت کر لو۔ اِس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کے مساوی الحجم مایع کا وزن}}{\text{اُسی جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

(ج) اُس ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی میں حل ہو سکے۔

کوئی ایسا مایع لو جس میں ٹھوس زیر بحث حل نہ ہو سکے۔ اِس مایع کی کثافتِ اضافی ایک ایسے ٹھوس مثلاً شیشہ وغیرہ کی مدد سے جو نہ اِس مایع میں حل ہو سکے نہ پانی میں، متذکرہ بالا (ب) طریقے سے دریافت کر لو۔ فرض کرو کہ یہ کثافتِ اضافی س ہے۔ اب ٹھوس زیر بحث کو ہوا میں بھی تول لو اور پھر اُس مایع میں بھی۔ آخر الذکر دو تجربوں سے ٹھوس کے مساوی الحجم مایع کا وزن معلوم ہو جائیگا۔ اور اِس وزن کو مایع کی کثافتِ اضافی یعنی "س" سے تقسیم کرنے سے ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ پس ٹھوس زیر بحث کی

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ٹھوس کا وزن ہوا میں}}{\text{ٹھوس کے مساوی الحجم مایع کا وزن}} \times \text{س}$$

(د) ایک ایسے ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی سے ہلکا ہو (مثلاً موم وغیرہ) — جسم کو ہوا میں تولو۔ چونکہ جسم پانی سے ہلکا ہے اس لئے یہ پانی پر تیریگا۔ قوتِ اُچھال کی دریافت میں کسی بھاری دھات کے ایک ٹکڑے (لنگر) کی ضرورت ہوگی جو ساتھ لٹکانے سے اس جسم کو کلیتہً پانی میں ڈبو دے۔

اب متذکرہ بالا دھات کے ٹکڑے کا وزن پانی میں دریافت کرلو۔ ان دونوں نتیجوں کا حاصل جمع ہلکے جسم کا وزن ہوا میں اور لنگر کا وزن پانی میں ظاہر کریگا۔ اب ہلکے جسم اور لنگر کو اس طرح ترتیب دو کہ دونوں کلیتہً پانی میں ڈوب جائیں۔ اب دونوں کا وزن پانی میں دریافت کرو۔ ان دونوں نتیجوں کا فرق جسم پر قوتِ اُچھال بتائیگا کیونکہ ہر دو صورتوں میں لنگر پانی ہی کے اندر تھا۔ اس ہلکے جسم کا وزن ہوا میں پہلے ہی دریافت کرلیا گیا ہے اس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کا وزن (ہوا میں)}}{\text{مذکورہ بالا فرق}}$$

مذکورہ ذیل مثال سے تجربہ کا طریقِ عمل اور مشاہدوں کا قلمبند کرنا واضح ہو جائیگا:—

موم کا وزن ہوا میں	=	۳٫۲۳۵ گرام
پیتل کے لنگر کا وزن پانی میں	=	۶٫۹۲۵ گرام
∴ جسم موم کا وزن ہوا میں اور لنگر کا پانی میں	=	۱۰٫۱۶۰ گرام
جسم اور لنگر کا وزن پانی میں	=	۶٫۳۱۰ گرام
∴ جسم کی قوتِ اُچھال (پانی میں)	=	۱۰٫۱۶۰ — ۶٫۳۱۰ = ۳٫۸۵۰ گرام
یعنی موم کے مساوی الحجم پانی کا وزن	=	۳٫۸۵۰ گرام

∴ موم کی کثافتِ اضافی = $\frac{\text{موم کا وزن ہوا میں}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$

$= \frac{۳٫۲۳۵}{۳٫۸۵۰}$

$= ۰٫۸۴۶$

ارشمیدس کے اصول کا اطلاق دُوسری عملی تعیینوں پر بھی آسانی سے ہو سکتا ہے جن کی چند خاص مثالیں ذیل میں دی جاتی ہیں:—

تجربہ ۲۰ — ماسکونی کی مدد سے حجموں کی تعیین — جسم کو باریک دھاگا یا تار کے ذریعے سے ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاؤ اور ہوا میں اُس کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و$ ہے۔

پھر اِسی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۲$ ہے۔

اِن دونوں وزنوں $و$ اور $و_۲$ کا درمیانی فرق جسم پر کی قوتِ اُچھال کے برابر ہے۔ ارشمیدس کے اصول کے رُو سے یہ قوتِ اُچھال جسم کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہے۔ یہ معلوم ہے کہ $و - و_۲ = ح\ ث$

جہاں $ح$ = حجم اور $ث$ = کثافت یعنی کمیت فی اِکائی حجم

$\therefore ح = \frac{و - و_۲}{ث}$

میتری (س ۔ گ ۔ ث) نظام میں ایک مکعب سمر پانی کی کمیت ایک گرام ہے اِس لئے $ث = ۱$ اور $ح = (و - و_۲)$ مکعب سمر۔ اِس تجربہ میں اگر بجائے پانی کے کوئی دُوسرا مایع استعمال کیا جائے جس کی کثافت معلوم ہو تو حجم مذکورۂ بالا مساوات سے اُتنی ہی آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے جیسا کہ پہلی صورت میں

کیونکہ ح = وا − وہ / ت

تجربہ ۲۱ — کسی تختی کی موٹائی دریافت کرنا۔

اگر کوئی جسم ایک چپٹی تختی کی شکل میں ہو اور اُس کا رقبہ 'ر' ہو اور اوسط موٹائی 'ت' ہو تو

ح = ر ت

∴ ت = ح / ر

تختی کا وزن ہوا اور پانی میں جُدا جُدا دریافت کرو اور اِن تجربوں سے حجم کی قیمت اخذ کرو۔

اگر تختی مستطیل شکل کی ہو تو اُس کے طول اور عرض کو ناپ کر اُس کے ایک رُخ کا رقبہ دریافت کر لو۔ حجم کو اِس رقبے سے تقسیم کرنے سے موٹائی معلوم ہو جائیگی۔

تختی کی موٹائی پیچدار خُردہ پیما کی مدد سے دریافت کرو اور اِس نتیجے کو اگلے نتیجے سے مقابلہ کرو۔ دیکھو کہ نتیجوں میں مطابقت ہے یا نہیں۔ یہ ممکن ہے کہ تختی ہر جگہ یکساں موٹی نہ ہو اِس لئے خُردہ پیما کی مدد سے مختلف مقاموں کی موٹائی دریافت کرنا چاہئے۔ مختلف قیمتیں جو حاصل ہونگیں اُن کا اوسط تختی کی اوسط موٹائی ہوگی۔

تجربہ ۲۲ — کسی تار کا قطر دریافت کرنا

اگر اوسط قطر ق ہو تو تار کی تراش عمودی کا رقبہ $\frac{\pi ق^2}{4}$ کے مساوی ہوگا۔ فرض کرو کہ تار کا طول ل ہے

∴ حجم (ح) = $\frac{\pi ق^2}{4}$ × ل

ق^2 = $\frac{4ح}{\pi ل}$

ق = $\sqrt{\frac{4ح}{\pi ل}}$

ل طول کے تار کا وزن پانی اور ہوا میں جُدا جُدا دریافت کرو۔
ا، تجربوں سے ح کی قیمت اخذ ہوسکتی ہے۔
ل اور ح کی قیمتیں جب معلوم ہو جائینگی تو ق کی قیمت مذکورہ بالا ضابطہ سے نکل آئیگی۔ جو قیمت حاصل ہو اُس کی تصدیق پیچدار خُردہ پیما کے ذریعے سے کرلو۔

تجربہ ۲۳ — کسی اُلجھے ہوئے تار کا طول دریافت کرنا۔ تار کے وزن کو ہوا اور پانی میں دریافت کرو اور نتیجوں سے حجم کی قیمت نکالو۔ پیچدار خُردہ پیما سے تار کے قُطر کی پیمائش کرلو۔ پس طول دریافت ہو جائیگا۔

۴ — مایع پیما

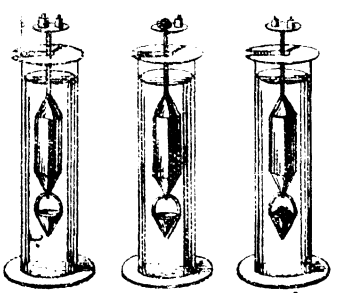
مایع پیما ایک ایسا آلہ ہے جس کی مدد سے کسی مایع کی کثافتِ اضافی تیرانے کے عمل سے دریافت کی جاتی ہے۔ یہ ایک انتصابی سلاخ پر مشتمل ہے جس کے ایک سرے میں ایک بوجھل جوفہ لگا رہتا ہے۔ جوفہ کو بوجھل بنانے کا مقصد یہ ہے کہ آلہ کسی مایع میں انتصاباً قائم رہے اور سلاخ کا کوئی مناسب حصّہ مایع میں ڈوبا رہے۔ جب آلے کو مناسب کثافت کے کسی مایع میں رکھا جاتا ہے تو وہ اِس طریقہ سے تیرتا ہے کہ سلاخ کا کچھ حصّہ مایع کی سطح کے باہر نکلا رہتا ہے۔ تعادل کی اِس صورت میں آلہ کا وزن ہٹائے ہوئے مایع کے وزن کے مساوی ہے۔ سلاخ کی درجہ بندی اِس طریقہ سے ہوتی ہے کہ وہ مایع کی کثافتِ اضافی براہِ راست بتا دے۔

کسی مایع کی کثافتِ اضافی فوراً دریافت کرنے کے لئے یہ بہت ہی آسان طریقہ ہے۔ بشرطیکہ نتائج کی تقریبی قیمت مطلوب ہو۔ اِس عمل میں سطحی تناؤ کا اثر بھی ہوتا ہے اِس لئے صحیح نتائج نکالنے کے لئے بہت احتیاط برتنے کی ضرورت ہے یعنی الامکان سطحی تناؤ کے اثر کو زائل کرنے کی کوشش

کرنی چاہئے۔

نکلسن مایع پیما

نکلسن مایع پیما۔ اِس آلے میں دھات کا ایک ایسا کھوکھلا اُسطوانہ ہوتا ہے جو مایع میں تیر سکے۔ اِس کے دونوں سرے عموماً مخروطی ہوتے ہیں۔ اُوپر کی طرف اِس میں ایک ایسی سلاخ لگی رہتی ہے جس کے اُوپر کے سرے میں ایک چھوٹا پنڈا ا ہے اور اُسطوانے کے نچلے سرے پر ایک چھوٹی مخروطی شکل کی پیالی (ب) لگی ہوتی ہے۔ یہ پیالی عموماً سیسے سے بوجھل کر دی جاتی ہے تاکہ آلہ مایع میں انتصاباً تیرتا رہے۔ اور آلہ کا اُوپر والا مخروطی حصّہ کچھ مایع سے باہر نکلا رہے۔ پیالی کے اُوپر بعض اوقات ایک چھلنی دار ڈھکن لگا دیا جاتا ہے تاکہ پیالی کو جب چاہیں اِس سے ڈھک دیں (شکل ۲۵)۔ سلاخ پر ایک نشان کھود دیا جاتا



شکل ۲۵۔ نکلسن مایع پیما

ہے تاکہ آلہ ہر تجربہ میں اِسی نشان تک ڈبویا جا سکے۔

تجربہ ۲۴ ۔ نکلسن ملیع پیما کی مدد سے کسی ٹھوس کی کثافت اضافی کی تعیین ۔۔۔ آلے کو پانی میں تیراؤ اور ۱ پلڑے پر باٹ رکھتے جاؤ جب تک کہ آلہ نشان ن تک ڈوب نہ جائے۔ جس برتن میں پانی ڈال کر ملیع پیما ڈبویا جاتا ہے اُس کے مُنہ کو ایک ایسے دھات کے پترے سے ڈھک دینا بہتر ہوگا جس میں ایک شگاف بنا ہُوا ہو۔ شگاف کی وسعت اِتنی ہونی چاہئے کہ آلے کی سلاخ بالکل آزادانہ اُوپر نیچے حرکت کر سکے۔ اِس انتظام سے آلہ پانی میں کُلیتہً ڈوبنے سے محفوظ رہتا ہے اور پلڑا اور باٹ بھی نہیں بھیگنے پاتے (صفحہ ۲۲ میں باٹوں کے استعمال کے وقت احتیاط برتنے کی ہدایتیں دیکھو)۔

اس انتظام سے آلہ برتن کی دیواروں سے بھی نہیں ٹکرا سکتا۔ فرض کرو کہ آلہ کو نشان معین تک ڈبونے کے لئے w وزن کی ضرورت ہے۔ باٹوں کو ہٹا کر جس ٹھوس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے اُس کو پلڑے ۱ پر رکھو۔ اب آلے کو نشان معین تک ڈبونے کے لئے اَور باٹوں کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ یہ وزن w_2 ہے۔ اِس لئے ٹھوس کا وزن ہوا میں $w - w_2$ کے مساوی ہے۔

باٹوں کو پھر اُتار لو اور جسم کو پلڑے ۱ سے ہٹا کر پیالی ب میں رکھو (جو پانی کے اندر ہے)۔ اب آلے کو نشانِ معین تک ڈبونے کے لئے فرض کرو کہ w_3 باٹوں کی ضرورت ہوئی۔

اِن دو صورتوں میں وزن میں جو کچھ فرق ہوگا وہ اِس وجہ سے ہوگا کہ ایک صورت میں جسم ہوا میں ہے اور دُوسری صورت میں پانی میں۔ یہ فرق جسم پر پانی کی قوتِ اُچھال کی وجہ سے پیدا ہُوا۔

یعنی $w - w_2$ = قوتِ اُچھال

= جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن

اِس لئے کثافتِ اضافی = $\frac{\text{ہوا میں وزن}}{\text{مساوی الحجم پانی کا وزن}} = \frac{w - w_2}{w - w_3}$

طریق مندرجہ بالا سے دو جسموں کی الگ الگ کثافتِ اضافی دریافت کرو۔ اِن میں سے ایک پانی سے بھاری ہو اور دُوسرا پانی سے ہلکا۔ موخرالذکر حالت میں (یعنی جسم جب کہ پانی سے ہلکا ہو) اگر پیالی میں ڈھکن نہ ہو تو جسم کو پیالی کے ساتھ باندھنا پڑیگا۔ ورنہ یہ جسم ہلکا ہونے کی وجہ سے پانی کی سطح پر چلا آئیگا۔

اِن تمام تجربوں میں اِس بات کی احتیاط رہے کہ پانی کے اندر ہوا کے بُلبلے آلے میں کہیں پر بھی نہ رہنے پائیں۔

نکلسن مایع پیما سے کثافتِ اضافی کی تعیینوں میں اُتنی صحت حاصل نہیں ہوتی جتنی کہ اُن طریقوں سے جن کا بیان گزشتہ دفعوں میں کیا گیا ہے۔ کیونکہ مایع پیما کی سلاخ کے اِس حِصّے پر جہاں وہ پانی کی سطح سے باہر نکلتی ہے سطحی تناؤ کے عمل کی وجہ سے بہت زیادہ غلطیاں ہوسکتی ہیں۔ اِس عمل میں تخفیف کرنے کے لئے سلاخ حتی الامکان باریک ہونی چاہئے۔

تجربہ ۲۵ — نکلسن مایع پیما کی مدد سے کسی مایع کی اضافی کثافت کی تعیین — آلے کو پانی میں تیرنے دو اور پلڑے پر وزن رکھ کر آلے کو نشانِ معین تک ڈباؤ۔ فرض کرو کہ یہ وزن w ہے۔

آلے کو پانی سے نکال کر خشک کر لو اور اِس مایع میں تیراؤ جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔ حسبِ دستور پلڑے پر باٹوں کو رکھ کر آلے کو نشانِ معین تک ڈباؤ فرض کرو کہ یہ وزن w_1 ہے۔

اَب مایع پیما کو تول لو۔ فرض کرو کہ اِس کا وزن w ہے۔ $w+w_1$ اِتنے پانی کا وزن ہے جو نشانِ معین تک مایع پیما کو ڈبونے میں ہٹا۔ اور $w+w_2$ اِتنے ہی مایع کا وزن ہے جس کو مایع پیما نے اِسی نشان تک ڈبونے میں ہٹایا۔ مگر ہر حالت میں ہٹائے ہوئے حجم ایک ہی ہیں اِس لئے مایع کی کثافتِ اضافی $= \frac{w+w_2}{w+w_1}$

تنبیہ :— مایع زیرِ بحث ایسا نہ ہو کہ آلے پر کیمیائی عمل کرے۔

۵۔ مائعات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ

مساوی دباؤ ڈالنے والے استوانوں کی بلندیوں سے

مایع کے کسی استوانہ سے جو دباؤ پڑتا ہے وہ برتن کی شکل پر منحصر نہیں ہے بلکہ کلیتہً مایع کی انتصابی بلندی اور کثافت پر۔ بشرطیکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے جو اثر پیدا ہو اُس کو نظر انداز کر دیا جائے۔

فرض کرو کہ مایع کے استوانہ کی بلندی گ سمر ہے اور کثافت (مطلق) ث گرام فی مکعب سمر تو دباؤ = گ ث ج ڈائین فی مربع سمر۔ اگر ج = اسراع بوجہ جاذبہ زمین (مطلق اکائیوں میں)۔

پس اگر دو مختلف مایعات کے استوانوں کی بلندیاں مساوی دباؤ ڈالیں تو اُن کی بلندیوں اور کثافتوں کا باہمی رشتہ حسبِ ذیل ہوگا:۔

$$گ_۱ ث_۱ = گ_۲ ث_۲$$

گ۱ اور گ۲ مایعات کی بلندیاں ہیں اور ث۱، ث۲ اُن کی بالترتیب کثافتیں ہیں۔

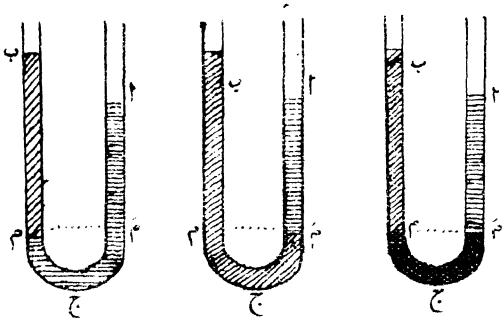
$$\therefore \frac{ث_۱}{ث_۲} = \frac{گ_۲}{گ_۱}$$

ان میں اگر پانی دُوسرا مایع ہو تو اِن کی کثافتوں کی جو نسبت ہوگی وہ مایع اول کی کثافتِ اضافی ہوگی کیونکہ اس صورت میں ث۲ مساوی ہے ایک کے۔

یعنی اِس مایع کی کثافتِ اضافی = $\frac{گ_۲}{گ_۱}$

یہاں گ مایع کے اُستوانے کی وہ بلندی ہے جو اُتنا ہی دباؤ ڈالتا ہے جتنا کہ گ سم بلندی کا پانی۔ متذکرۂ بالا ضابطہ کی مدد سے کسی مایع کی حسبِ ذیل طریقے سے کثافتِ اضافی دریافت ہوسکتی ہے۔

تجربہ ۲۶ ــــ کسی مایع کی کثافتِ اضافی کی تعیین لانما نلی سے ــــ اگر دو مایعات آپس میں مخلوط نہ ہوسکیں تو اُن کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ حسبِ ذیل طریقے سے ہو سکتا ہے:۔ ایک لا نما نلی لوجس کی ساقیں ایک دُوسری کے متوازی ہوں۔ کثافتِ اضافی معلوم کرنے کے لئے لا نما نلی میں اِس بات کی گنجائش ہونی چاہئے کہ وہ انتصابی سمت میں کھڑی ہوسکے۔ اِس کے لئے بہترین تدبیر یہ ہے کہ نلی ایک انتصابی سمت کے متوازی ٹیکن کے ساتھ لگا دی جائے۔ ٹیکن کے ساتھ پیمانہ بھی ہو تو بلندیوں کو معلوم کرنے میں آسانی ہو جاتی ہے۔ لا نما نلی میں وہ مایع ڈال دو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔ اِس وقت اِس مایع کی دونوں آزاد سطحوں پر کرۂ ہوائی کا دباؤ ہوگا اِس لئے اِس کی دونوں ساقوں کی بلندیوں میں کچھ فرق نہ ہوگا۔ اب ایک ساق میں کچھ پانی ڈال دو۔ اِس وقت دُوسری ساق میں مایع کی سطح پر صرف کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے اور پہلی ساق میں کرۂ ہوائی کے دباؤ کے ساتھ پانی کے اُستوانے کا دباؤ بھی شامل ہے۔ اِس لئے تعادل قائم رکھنے کے لئے مایع دُوسری ساق میں اُوپر کو چڑھ جائیگا۔ اور دونوں مائعوں کی بلندیاں اِس طرح قائم ہوجائینگی کہ لا نما نلی کے سب سے نچلے نقطہ پر دونوں ساقوں کے مایعات کی وجہ سے جو دباؤ ہے وہ مساوی ہوجائے۔ اِس کی حسبِ ذیل تشریح بھی ہوسکتی ہے۔ فرض کرو کہ م ایک نقطہ اِس اُفقی سطح میں واقع ہے جہاں مایع اور پانی ملتے ہیں اور ہ ایک دُوسرا نقطہ اُسی سطح میں لا نما نلی کی دُوسری ساق میں واقع ہے۔ دونوں ساقوں میں بلندیاں اِس طرح سے قائم ہونگی کہ نقطہ م اور ہ پر دباؤ مساوی ہونگے (شکل ۲۶)۔



مایع اور پانی مخلوط ہو جائیں مایع پانی سے ہلکا ہو مایع پانی سے بھاری ہو

شکل ۲۶۔

فرض کرو کہ ساقوں کی آزاد سطحیں ا اور ب ہیں اس لئے

م پر دباؤ = کرۂ ہوائی کا دباؤ + ا م بلندی کے مایع کا دباؤ۔

م پر دباؤ = کرۂ ہوائی کا دباؤ + ب م بلندی کے پانی کا دباؤ۔

چونکہ م پر کا دباؤ = م پر کے دباؤ کے

∴ ا م بلندی کے مایع کا دباؤ = ب م بلندی کے پانی کا دباؤ

$$\text{ا م} = \text{گ}_{\text{م}}$$

اور $$\text{ب م} = \text{گ}_{\text{م}}$$

∴ گ ش ج = گ ش ج جہاں ش = پانی کی کثافت

ش = مایع کی کثافت

∴ مایع کی کثافتِ اضافی $$= \frac{\text{ش}}{\text{ش}}$$

$$= \frac{\text{گ}_{\text{ا}}}{\text{گ}_{\text{م}}}$$

اگر مایع پانی کے ساتھ مخلوط ہو جائے تو پانی اور اس مایع کے درمیان کوئی دوسرا مایع حائل کرنا چاہیئے جو نہ پانی میں مخلوط ہو اور نہ اُس مایع میں۔ اِس حالت میں ہر ایک ساق میں جو مایعات ہونگے

اُن کی مقدار اتنی ہونی چاہیئے کہ دونوں ساقوں میں حائل ہونے والے مایع کی سطح ایک ہی ہو۔ مایعات کی بلندیاں حائل شدہ مایع کی سطحوں سے ناپی جاتی ہیں اگر یہ بلندیاں گ۱ اور گ۲ ہوں تو

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ث}_2}{\text{ث}_1} = \frac{\text{گ}_1}{\text{گ}_2}$$

لا نمائی کے ذریعے اضافی کثافتوں کی تعیین میں مندرجہ ذیل چند نقائص پائے جاتے ہیں :-

اگر صحت مقصود ہو تو حائل شدہ مایع کی سطحوں کو برابر کرنے میں اُفق نما کی ضرورت ہوگی۔ چونکہ اُفق نما بہر حال نلی کے باہر رکھا جائیگا اس لئے جو صحت حاصل ہوگی وہ بہت زیادہ نہیں ہوگی۔ اگر حائل شدہ مایع پارا ہو تو اُس کی سطح کی درستی میں ذری سی بھی غلطی اگر رہ جائے تو نتیجہ میں بہت زیادہ غلطی ہوگی۔ کیونکہ پارے کی کثافت زیادہ ہے اس کے علاوہ ایک اور غلطی شعریت کی وجہ سے بھی ہونا ممکن ہے۔ حائل شدہ مایع (پارا) کی دونوں سطحوں پر جداگانہ سطحی تناؤ کا عمل ہوگا کیونکہ دو مختلف نوع کے مایع ان دونوں سطحوں پر پارے سے ملتے ہیں مندرجہ بالا نقائص کا تدارک کلیتہً ایک سادہ آلے کے استعمال سے ہو سکتا ہے اس کا نام ہیئر کا آلہ ہے جس کی تشریح ذیل کے تجربہ میں کی جاتی ہے۔

تجربہ ۲۷ — کسی مایع کی کثافتِ اضافی ہیئر کے آلے کے ذریعے دریافت کرنا۔

اس آلے میں لا نمائی اُلٹی رکھی جاتی ہے۔ نلی کا ایک کھلا سرا پانی میں اور دوسرا سرا اُس مایع میں رکھا جاتا ہے جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔ نلی کے درمیانی حصّے میں جہاں وہ خمیدہ ہے ایک اور نلی لگی ہے جس کے ذریعے کچھ ہوا لا نمائی سے خارج کی جا سکتی ہے۔ اس عمل سے دونوں ساقوں میں مایعات چڑھینگے (شکل ۲۷)۔ اور نلی کے اندر والے مایعات کی دونوں سطحوں پر جو ہوا رہ گئی ہے اُس کا

دباؤ یکساں ہوگا۔ اور نلی کے باہر والے مایعات کرۂ ہوائی کے دباؤ کے تحت میں ہونگے۔

فرض کرو نلی میں ہوا کا دباؤ $ھ_1$ ہے اور کرۂ ہوائی کا دباؤ نلی کے باہر آزاد سطحوں پر $ھ_2$ ہے۔ پانی کی بلندی $گ_1$ اور مایع کی بلندی $گ_2$ ہو تو تعادل قائم کرنے کے لئے

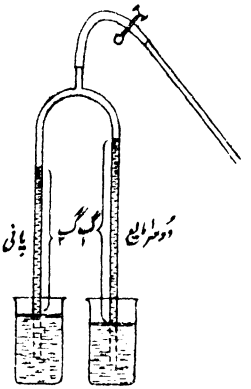
$ھ_1 + گ_1 ث_1 ج = ھ_2 + گ_2 ث_2 ج$

$= ھ_2$

$\therefore گ_1 ث_1 = گ_2 ث_2$

$\therefore \frac{ث_2}{ث_1} = \frac{گ_1}{گ_2}$

$=$ کثافتِ اضافی



شکل ۲۷ - ہیئر کا آلہ

مایعات کی بلندیوں کی پیمائش نلی کے باہر کی آزاد سطحوں سے ہونی چاہئے نلی کے اندر سے ہوا خارج کر کے مختلف دباؤ پیدا کرو۔ ہر دباؤ کے تحت میں مایعات کی بلندیوں کی پیمائش کرو یہ معلوم ہوگا کہ $\frac{گ_1}{گ_2}$ ہر حالت میں مستقل ہے۔ مشاہدوں کو ایک جدول میں حسب ذیل طریقے سے لکھو۔

دباؤ	پانی کی بلندی $گ_1$	مایع کی بلندی $گ_2$	کثافتِ اضافی $\frac{گ_1}{گ_2}$
۱			
۲			
۳			
		اوسط =	

فصل پنجم

سکونیات

۱۔ سمتیوں کی ترکیب

طبیعیاتی کمیتیں دو جماعتوں میں تقسیم کی جا سکتی ہیں :۔
(۱) میزانی (۲) سمتی

سمتی کمیت وہ کمیت ہے جس میں سمت اور مقدار دونوں ہوتے ہیں مگر میزانی کمیت میں صرف مقدار ہوتی ہے۔ مثلاً رفتار، اسراع، قوت، وغیرہ سمتی کمیتیں ہیں اور وقت، رقبہ، کمیت، مادہ، وغیرہ میزانی کمیتیں ہیں۔ سمتی کمیت کی تعبیر کسی خاص طول کے اور خاص سمت میں کھینچے ہوئے خطِ مستقیم سے ہو سکتی ہے۔ ایک ہی قسم کی دو میزانی کمیتیں معمولی جمع کے قاعدہ سے آپس میں جمع کی جا سکتی ہیں۔ مگر ایک ہی قسم کی دو سمتی کمیتیں بالعموم اس طریقہ سے جمع نہیں کی جا سکتیں بلکہ متوازی الاضلاع کے کلیہ سے ان کا حاصل دریافت کیا جاتا ہے۔ دو سمتی کمیتوں کے حاصل سے ایک وہ واحد کمیت مراد ہے جس سے وہی نتیجہ مرتب ہو سکتا ہے جو ان دونوں کمیتوں سے۔

سمتیوں کے متوازی الاضلاع کا اصول حسب ذیل ہے :-
اگر دو سمتیاں مقدار اور سمت کے اعتبار سے کسی متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر کی جائیں تو اِن دو سمتیوں کا حاصل، مقدار اور سمت کے اعتبار سے متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے تعبیر کیا جاتا ہے جو مذکورۂ بالا ضلعوں کے نقطۂ تقاطع میں سے گزرے۔ اِس اصول کا اطلاق کُل سمتیوں پر ہوتا ہے مثلاً نقلِ مکان، رفتار، اسراع، قوت، وغیرہ۔

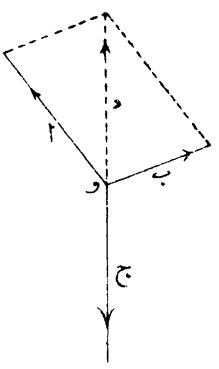
ذیل کے بیانات میں "قوت" کا لفظ عموماً استعمال کیا جائیگا مگر اس بات کا خیال رہے کہ جو قاعدہ قوت کے لئے استعمال کیا جائیگا وہ دُوسری سمتیوں، مثلاً نقلِ مکان یا رفتار، وغیرہ، پر بھی حاوی ہوگا۔

قوتوں کا یہ حال ہے کہ اگر کسی جسم پر عمل کرنیوالی قوت توازن میں نہ ہو تو وہ قوت جسمِ مذکور میں حرکت پیدا کریگی۔ لہذا ہم کو ایک ایسا سادہ طریقہ دستیاب ہے جس سے یہ معلوم ہوسکتا ہے کہ قوتیں جو کسی جسم پر عمل کرتی ہیں وہ متوازی ہیں یا نہیں۔ اگر جسم جس پر قوتیں عمل کر رہی ہیں ساکن رہے تو وہ قوتیں ایک متوازن نظام پیدا کرتی ہیں۔ اب ہم ذیل کا دعوی بیان کرسکتے ہیں :-

اگر کوئی جسم دو ایسی قوتوں کے زیرِ عمل ہو جو آپس میں مساوی اور متضاد ہیں تو جسمِ مذکور تعادل میں ہوگا۔

فرض کرو کہ ایک چھوٹے جسم پر جو نقطۂ O پر واقع ہے تین قوتیں عمل کر رہی ہیں اور اِن قوتوں کے متفقہ اثر سے جسمِ مذکور ساکن ہے (شکل ۲۸)

اِن تینوں قوتوں کی تعبیر ایسے خطوط سے کرو جو نقطۂ و سے قوتوں کی سمتوں میں کھینچے گئے ہوں اور اُن کے طول بالترتیب قوتوں کی مقداروں کے متناسب ہوں۔ فرض کرو کہ ا، ب، ج، یہ خطوط ہیں۔ مذکورۂ بالا دعویٰ کے مطابق اگر ہم ا اور ب کو ہٹا دیں اور اِس کے بجائے ایک ایسی واحد قوت د (جو شکل میں نقطہ وار خط سے دکھلائی گئی ہے) لگا دیں جو ج کے مساوی مگر متضاد سمت میں ہو تو جسم و ساکن رہیگا۔ اِس کے معنی یہ ہیں کہ ا اور ب دونوں مل کر ایک ایسی قوت د کے مماثل ہیں جو ج کے مساوی و متضاد ہے۔ فرضی قوت د قوتوں ا اور ب کا حاصل ہے۔



شکل ۳۵ - تین متعادل قوتیں

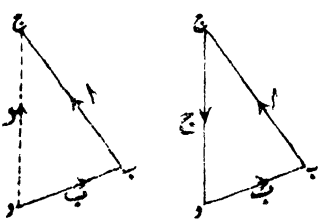
جب قوتیں ا اور ب بھی عمل کر رہی ہوں تو و کو ساکن رکھنے والی قوت ج ہے۔ اِس قوت ج کو ا اور ب کا **متعادِل** کہتے ہیں۔

لہٰذا یہ ظاہر ہے کہ متعادل اور حاصل دونوں مقدار کے اعتبار سے آپس میں برابر ہیں مگر سمتِ عمل کے لحاظ سے متضاد۔

قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اصول ثابت کرنے کا طریقہ — قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول یہ ہے کہ اگر کوئی ایسا متوازی الاضلاع کھینچا جاسکے جس کے دو متصل ضلعے ا اور ب دو قوتوں کو تعبیر کریں تو مقدار اور سمت کے لحاظ سے اِن دونوں قوتوں کے حاصل کی تعبیر متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے ہوگی جو نقطہ و سے کھینچا جائے۔

اگر مذکورۂ بالا وتر ا اور ب کے حاصل کو تعبیر کرے تو اُس کو اُس خط کے مساوی اور متضاد ہونا چاہئے جو ج کو تعبیر کرتا ہے کیونکہ قوتیں د اور ج ایک دُوسرے کے مساوی اور متضاد ہیں۔ لہٰذا اگر یہ معلوم ہو جائے کہ اِس متوازی الاضلاع کا وتر قوت ج کو تعبیر کرنے والے خط کے برابر اور متضاد ہے تو قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول ثابت ہو جائیگا۔

قوتوں کے مثلث کے اصول کو ثابت کرنے کا طریقہ ـــــ حاصل د کی مقدار دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری نہیں ہے کہ متوازی الاضلاع پُورا کھینچا جائے۔ اگر ہم ب کو بلحاظ مقدار وسمت خط و ب سے تعبیر کریں اور نقطہ ب سے ا کے متوازی اور متناسب طول کا خط ب ج کھینچیں تو نصف متوازی الاضلاع تیار ہو جائیگا۔ نقاطِ و اور ج کے ملانے سے متوازی الاضلاع



شکل ۲۹۔ قوتوں کا مثلث

کا وتر حاصل ہوتا ہے اور یہ وتر شکل کی تکمیل کے بغیر قوت د کی تعبیر کرتا ہے اور اِس طرح ایک مثلث کے ذریعہ سے مطلوبہ حاصل قوت دریافت ہو سکتا ہے۔

قوتوں کے مثلث کا اصول بالعموم حسبِ ذیل بیان کیا جاتا ہے:۔

اگر تین قوتیں جن کی مقداریں کسی مثلث کے ضلعوں کے طول کے متناسب اور جن کے عمل کی سمتیں بالترتیب اُن ضلعوں کے متوازی ہوں کسی جسم پر عمل کریں تو وہ جسم اُن کے زیرِ عمل ساکن رہیگا بشرطیکہ اُن کی سمت کے ظاہر کرنے والے پیکان مثلث کے گرد ایک ہی رُخ میں ہوں۔

شکل ۲۹ میں مثلث وب ج پر غور کرو۔ ضلع ب ج قوت ا کی سمتِ عمل کو ظاہر کرنے والے پیکان کا مثلث کے گرد جانے کا رُخ وہی ہے جو قوت ب کی سمتِ عمل ظاہر کرنیوالے پیکان کا ہے۔ حاصلِ قوت کی تعبیر اِس خط سے ہوتی ہے جس سے مثلث کا تکملہ ہوجاتا ہے اور اِس خط میں پیکان کا رُخ مثلث کے گرد جانیوالے مذکورۂ بالا پیکان کے رُخ کے مُتضاد ہے۔

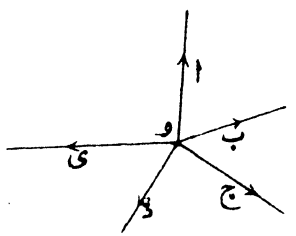
اب وہی خط وج قوتوں ا اور ب کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے۔ اگر اِس کے پیکان کی سمت نقطۂ و کی طرف ہو تو خط ہذا قوت ج کو تعبیر کریگا۔ اِن تینوں قوتوں ا، ب، ج کے زیرِ عمل جسم ساکن ہے۔

مذکورۂ بالا اصول قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اُصول کی عملی تصدیق سے ثابت کیا جاتا ہے۔

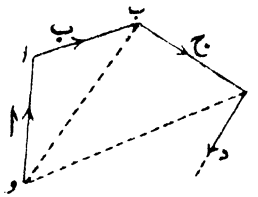
اگر متعدد قوتیں خواہ اُن کی تعداد کچھ ہی ہو کسی چھوٹے جسم پر عمل کریں تو متذکرۂ بالا اُصول کا اطلاق اِن قوتوں پر بھی ہوسکتا ہے۔ ایک عام اصول جو کہ سمتیوں کے کثیرالاضلاع کے اُصول سے موسوم ہے حسبِ ذیل بیان کیا جاتا ہے:۔

اگر کوئی جسم کسی تعداد کی قوتوں ا، ب، ج، د، ی، وغیرہ، کے زیرِ عمل ساکن ہے اور اگر اِن قوتوں کو مقدار اور سمت کے اعتبار سے تعبیر کرنے والے خطوط بالترتیب

مسلسل کھینچے جائیں اور قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے پیکان ایک ہی رُخ میں ہوں تو اِن خطوط سے مکمل کثیر الاضلاع بن جائیگا۔



شکل ۳۰۔ پانچ متعادل قوتیں



شکل ۳۱۔ قوتوں کا کثیر الاضلاع

مذکورہ بالا اُصول مثلث قوائے کے اصول کی مدد سے حسبِ ذیل ثابت کیا جاسکتا ہے :۔

قوتوں ا اور ب اور اِن کے حاصل کو تعبیر کرنے کے لئے مثلث و ا ب کھینچو۔ خط و ب پر ایک اور مثلث و ب ج ایسا کھینچو کہ ضلع ب ج قوت ج کو تعبیر کرے۔ ضلع و ج قوت ج اور و ب کا حاصل ہے اِس لئے و ج، ا ب، ج تین قوتوں کا حاصل ہے (اشکال ۳۰ و ۳۱)

یہ ظاہر ہے کہ خط و ب غیر ضروری ہے کیونکہ و ا، ا ب، اور ب ج کے کھینچنے سے و ج دریافت ہوجاتا ہے اور اس خط سے شکل ذوارِبعۃ الاضلاع کی تکمیل ہوجاتی ہے۔

نقطۂ ج سے ایک اور خط شکل کثیر الاضلاع میں اضافہ کرنے سے چوتھی قوت د مذکورۂ بالا قوتوں ا، ب، ج، میں شریک کی جاسکتی ہے۔ اور کثیر الاضلاع کے متذکرۂ بالا عمل سے کسی تعداد کی قوتوں کی ترکیب ہوسکتی ہے۔

لہٰذا ایک ہی نقطہ پر عمل کرنے والی کسی تعداد کی قوتوں کے حاصل دریافت کرنے کے لئے ایک شکل اِس طرح کھینچی جاتی ہے جس کے اضلاع وہ خط ہیں جو قوتوں کو تعبیر کرنے کے لئے مسلسل کھینچے گئے ہیں اور شکل مذکور میں قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے پیکان اِس طرح ہیں کہ وہ شکل کے گرد یکے بعد دیگرے ایک ہی رُخ میں جاتے ہیں۔

خط جو شکل کو مکمل کرتا ہے وہ اِن تمام قوتوں کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے مگر اِس کے پیکان کا رُخ مندرجۂ بالا پیکان کے رُخ کے خلاف ہے۔

وُہی خط اِن تمام قوتوں کے متعادل کی بھی تعبیر کرتا ہے اگر اِس کے پیکان کا رُخ شکل کے گرد جانے والے پیکان کے رُخ کے موافق ہو۔

یہ بیان قوتوں کے کثیرالاضلاع کے اُصول کا ایک دُوسرا پیرایہ ہے۔

اگر خط شکل کو مکمل کر چکے ہیں تو قوتِ حاصلہ صفر ہے یعنی دی ہوئی قوتوں کے زیرِ عمل جسم تعادل میں ہے۔

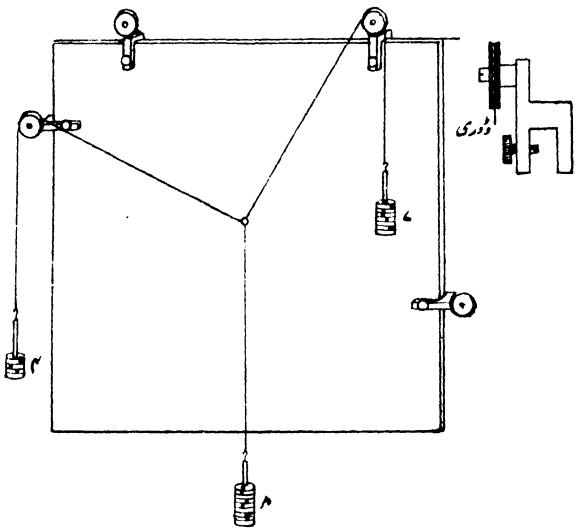
اِس امر کے لحاظ کرنے کی مطلق ضرورت نہیں کہ قوتیں کس ترتیب سے کھینچی گئی ہیں۔

قوتوں پر تجربہ کرنے کا آلہ

قوتوں کے متعلق جو اُصول بیان کئے جا چکے ہیں اُن کی تصدیق کے لئے ایک سہل و مناسب آلہ حسبِ ذیل طریقہ سے تیار کیا جا سکتا ہے:—

ایک سیاہ تختہ لو اور اُس کے کنارے کے گرد چند ہلکی

اور بے رگڑ چرخیاں (جیسا کہ شکل ۳۲ میں دکھایا گیا ہے) مرتب کرو۔



شکل ۳۲ ۔ قوتوں پر تجربے کرنیکا آلہ

اِن چرخیوں پر مضبوط ڈوریاں ڈالو۔ اِن ڈوریوں کے ایک سرے پر حلقے بناؤ اور اگر ممکن ہو تو ہر ڈوری کے دُوسرے سرے پر گھڑی کی زنجیر جیسے کلپ (Clip) لگاؤ۔ تختۂ مذکور کو دیوار یا کسی اُستوار مضبوط سہارے پر انتصاباً (سیدھا) کھڑا کر دو۔ اگر چرخیاں اِس طرح قائم کی گئی ہیں کہ اُن کے سطوح اِس تختہ کی سطح کے علی القوائم ہیں تو تختۂ مذکور ایک میز پر افقی ہیئت میں رکھا جا سکتا ہے۔ مگر اِس صورت میں ڈوریوں کے سرے کناروں کے باہر بالکل صاف لٹکتے رہنے چاہئیں۔

یہ بھی ہو سکتا ہے کہ بعض دفعہ بجائے اِس کے کہ سیاہ تختہ کے کناروں کے گرد چرخیاں لگائی جائیں اِن کو ایسے کُندوں پر قائم

کیا جائے جو کسی سہ پایہ استادہ پر چڑھے ہوں۔

یہاں ایک ہلکا چھلا بطور چھوٹے جسم کے استعمال کیا جاتا ہے اور یہ چھلا کلپ کے ذریعہ سے ڈوریوں میں لگایا جاتا ہے۔

جب کسی تعداد کی قوتیں اُن ڈوریوں کے ذریعہ سے اِس چھلے پر لگائی جائیں تو وہ چھلا فوراً تعادل کی جگہ پر سرک جائیگا اور ڈوریاں خاص سمتیں اختیار کرلینگی۔ اِن ڈوریوں کی سمتیں نوکدار کھڑیا سے تختہ پر کھینچی جاسکتی ہیں اور اگر تختۂ مذکور پر کاغذ لگا ہو تو پنسل سے تختہ پر کھینچی ہوئی لکیریں قوتوں کی سمتِ عمل بتائینگی۔

مذکورہ بالا ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے لٹکتے ہوئے وزن کے مناسب ایک مناسب پیمانہ کے مطابق اِن لکیروں پر طول کاٹو۔ اِس طرح ہمکو ایسی لکیریں دستیاب ہونگی جن سے قوتوں کی مقدار اور سمتِ عمل دونوں کی تعبیر ہو جائیگی۔

قوتوں کو تعبیر کرنے والے اِن خطوں کے ذریعہ سے متذکرۂ بالا مختلف اصولوں کی عملی تصدیق بخوبی ہوسکتی ہے خواہ قوتیں زیرِ بحث دو ہوں یا تین یا متعدد۔

یہ امر ملحوظ رہے کہ رگڑ کی وجہ سے قوتوں کے زیرِ عمل چھلے کا محلِ تعادل کی حالت میں ایک ہی مقام پر قائم نہیں رہیگا بلکہ رگڑ کی مقدار کے مطابق ایک چھوٹے رقبہ کے اندر بدلتا رہیگا۔ تعادل کا صحیح مقام حسب ذیل دریافت ہو سکتا ہے :-

جب قوتوں کے زیرِ عمل چھلا ساکن ہو جائے تو اِس کے مقامِ سکون کا نشان تختہ سیاہ پر لگا دو۔ اِس کے بعد چھلے کو اپنی جگہ سے ہٹا دو۔ چھلا پھر ایک نیا مقامِ سکون اختیار کرلیگا۔ اِس نئے مقام کا نشان بھی تختہ پر لگا دو۔ اِس طرح چند بار چھلے کو ہٹا ہٹا کر اس کے مختلف مقاماتِ سکون کے نشانات ڈالو۔ یہ مختلف نشانات ایک چھوٹے رقبہ کے اندر واقع ہونگے

اگر اس رقبہ کے وسط کا نشان لیا جائے تو وہ نشان چھلّے کے تعادل کا صحیح مقام بتائیگا۔

نیز اگر چرخیاں اس طرح سے قائم کی گئی ہیں کہ ان کے سطوح تختۂ سیاہ کی سطح کے علی القوائم ہیں تو اس صورت میں ان کی حرکت میں ایسی آزادی ہونی چاہیئے کہ وہ چرخیاں ڈوریوں کی سمتیں بآسانی اختیار کرسکیں۔ مگر اس حالت میں محور کی رگڑ کے سوا دوسری رگڑ بھی عمل میں آجاتی ہے لہذا انتصابی تختہ پر تجربہ کرنا قابلِ ترجیح ہے۔

تجربہ ۲۸ ــــ دو قوتوں کے زیرِ عمل تعادل کے شرائط دریافت کرنا۔ چھلّے سے دو ڈوریاں لگاؤ اور ان ڈوریوں کے دوسرے سروں سے مختلف وزن لٹکاؤ۔ یہ ڈوریاں کھچ کر ایک خطِ مستقیم میں ہو جائینگی۔ چھلّہ صرف اس حالت میں ساکن رہیگا جب ڈوریوں سے لٹکے ہوئے وزن آپس میں برابر ہونگے۔

تجربہ ۲۹ ــــ قوتوں کے متوازی الاضلاع و مثلث کے اصول کی تصدیق ــــ چھلّے سے تین ڈوریاں لگاؤ اور ان ڈوریوں کے دوسرے سروں سے وزن لٹکاؤ جب چھلّا تعادل کے مقام پر آجائے تو عمل کرنے والی قوتوں کو لکیروں سے تعبیر کرو جیسا کہ قبل بتایا جاچکا ہے۔

ان تین لکیروں میں سے کسی دو کو متصل اضلاع مان کر ایک شکل متوازی الاضلاع کھینچو اور یہ دکھلاؤ کہ شکل مذکور کا وتر طول میں تیسری لکیر کے برابر ہے اور یہ لکیر اور وتر دونوں ایک ہی سیدھ میں ہیں۔

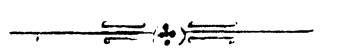
تختۂ سیاہ کے بازو پر مثلث کے دو ضلعے اس طرح کھینچو کہ وہ مندرجۂ بالا تین قوتوں میں سے دو قوتوں کے متوازی اور طول میں بالترتیب ان کے متناسب ہوں اور سمت بتانے والے پیکان

یکے بعد دیگرے ایک ہی رُخ میں ہوں۔ مثلث مذکور کو مکمل کرکے دکھلاؤ کہ تیسرا ضلع تیسری قوت کے متوازی ہے اور یہ ضلع تیسری قوت کی مقدار کو اُسی پیمانہ سے تعبیر کرتا ہے جس پیمانہ سے بقیہ دو قوتوں کی تعبیر بقیہ دو ضلعوں سے ہوئی ہے۔

تجربہ ۳۰ ــــ قوتوں کے متوازی الاضلاع کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن دریافت کرنا ــــ

دو معلوم اور ایک غیر معلوم وزن لے کر تجربہ ۲۹ کو دُہراؤ۔ معلوم وزن کو متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر کرو۔ متوازی الاضلاع کے وتر کے طول سے غیر معلوم وزن دریافت ہوجائیگا۔ معمولی ترازُو کے ذریعہ سے امر مذکورۂ بالا کی تصدیق کرو۔

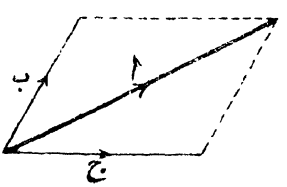
تجربہ ۳۱ ــــ قوتوں کے کثیر الاضلاع کے اصول کی تصدیق ــــ چار یا پانچ وزن لے کر تجربہ ۲۹ کی طرح عمل کرو مگر تختہ کے ایک حصّہ پر ایک ایسی شکل کھینچو کہ اُس کے ضلعے قوتوں (وزن کے خطِ عمل) کے متوازی و متناسب ہوں اور سمت بتلانے والے پیکان یکے بعد دیگرے شکل کے گرد ایک ہی رُخ میں ہوں جب کُل قوتوں کی تعبیر سوائے ایک قوت کے اِس طرح ہوجائے تو شکل کثیر الاضلاع کو مکمل کرکے دکھلاؤ کہ شکل کو مکمل کرنے والا خط دونوں مقدار اور سمت میں بقیہ قوت کی تعبیر کرتا ہے بشرطیکہ اِس خط پر کا پیکان دُوسرے پیکان کی طرح ایک ہی رُخ میں ہو۔ اُس تجربہ کو دو یا تین بار دُہراؤ مگر ہر دفعہ وزن کی ترتیب جُداگانہ ہو تاکہ مختلف شکل کے کثیر الاضلاع کھینچے جاسکیں۔ یہ دکھلاؤ کہ ہر حالت میں شکل کو مکمل کرنے والا خط بقیہ قوت کو تعبیر کرتا ہے خواہ کثیر الاضلاع کے بقیہ ضلعوں کی ترتیب کچھ بھی ہو۔



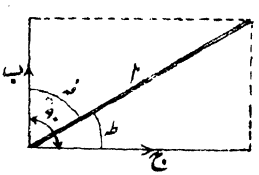
۲۔ سمتیوں کی تحلیل

ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی جسم پر عمل کرنے والی دو سمتیوں کی ترکیب ایک واحد مماثل سمتی سے ہو سکتی ہے۔ اب ہمیں ایک واحد سمتی کو دو مختلف سمتیوں میں تحلیل کرنے کے مسئلہ پر غور کرنا ہے۔ ایک واحد سمتی دو مختلف سمتیوں میں اس طرح تحلیل کی جا سکتی ہے کہ موخر الذکر دو سمتیاں مل کر اول الذکر سمتی کے مماثل ہوں۔

شکل ۳۳ پر غور کرو۔ ب اور ج متذکرۂ بالا دو سمتیوں کو تعبیر کرتے ہیں۔ اگر ان کو متصل اضلاع مان کر شکل متوازی الاضلاع مکمل کی جائے تو یہ ظاہر ہے کہ ب اور ج شکلِ مذکور کے وتر ا کے مماثل ہیں۔



شکل ۳۳۔ سمتیوں کی تحلیل



شکل ۳۴۔ سمتی کے تحلیلی اجزاء

اگر ب اور ج آپس میں علی القوائم ہیں تو نہ ب کا اثر ج کے خطِ عمل میں اور نہ ج کا اثر ب کے خطِ عمل میں ہوگا۔ لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے پورے اثر کو تعبیر

کرتے ہیں۔

اِس صورت میں ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے تحلیل شدہ اجزاء ہیں یا یوں کہئے کہ ب اور ج مذکورۂ بالا سمتیوں میں ا کے اجزائے ترکیبی ہیں۔ شکل ۳۴ پر غور کرو۔

ب = ا جم فہ

اور ج = ا جم طہ

پس ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی قوتِ معلومہ کا تحلیل شدہ جزو کسی خاص سمت میں قوتِ معلومہ اور سمتِ مذکورہ کے درمیانی زاویہ کے جیب التمام اور قوتِ مذکورہ کی مقدار کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔

اِس اصول کی تصدیق سکونی سطح مائل کے تجربہ کے تحت میں براہِ راست کی جائیگی (شکل ۳۶ صفحہ ۱۱۱ دیکھو)۔

اِس تجربہ میں ایک جسم و وزن کا اُفق سے زاویہ طہ بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک ایسی قوت ق کے ذریعہ سے ساکن رکھا جاتا ہے جو سطحِ مذکورہ کے متوازی عمل کرتی ہے۔

یہ ظاہر ہے کہ و کے اثر سے جسم سطح پر نیچے اُتریگا اور یہ اثر قوت ق کے برابر ہوگا کیونکہ ق کی وجہ سے جسمِ مذکور نیچے اُترنے سے باز رہتا ہے۔ یا یوں کہو کہ ق، وزن و کے اُس جزوِ تحلیلی کے برابر ہے جو سطحِ مذکور کے متوازی عمل کرتا ہے۔

مگر یہ دکھلایا گیا ہے کہ ق برابر ہے و جب طہ کے۔ اِس لئے سطح کے متوازی وزن و کا جزوِ تحلیلی برابر ہے و جب طہ کے،

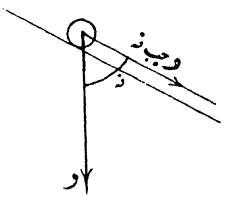
شکل ۳۵ میں سطح اور انتصابی سمت کا درمیانی زاویہ فہ ہے۔

فہ = ۹۰° - ط

اور جم فہ = جب ط

∴ و جب ط = و جم فہ

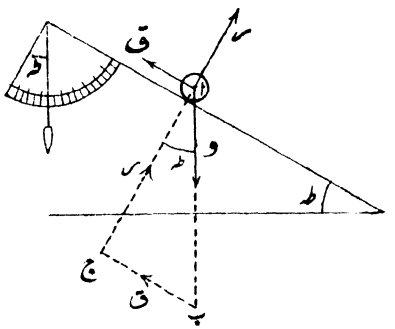
پس و کا وہ تحلیلی جزو جو و کے خطِ عمل سے زاویہ فہ بنانے والی سطح کے متوازی عمل کرتا ہے برابر ہے و جم فہ کے۔



شکل ۳۵ - سطحِ مائل

سکونی سطحِ مائل

اگر کوئی بوجھ و کسی سطحِ مائل پر رکھا جائے تو سطحِ مذکورہ کے



شکل ۳۶ - سکونی سطحِ مائل

متوازی عمل کرنے والی قوت ق کے ذریعہ سے اِس بوجھ کو سطح پر بحالت تعادل قائم رکھ سکتے ہیں یا اِس کو سطح کے اُوپر کی طرف بغیر اسراع کھینچ سکتے ہیں۔ قوت ق کی مقدار و سے بہت کم ہے۔ اگر سطح کا زاویۂ میلان گھٹایا جائے تو ق کی مقدار بھی کم ہوجاتی ہے یا یوں کہو کہ ق کی مقدار سطح کے زاویۂ میلان کے ساتھ ساتھ گھٹتی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ اُفق سے زاویہ ط بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک جسم و وزن کا سطح مذکورہ کے متوازی عمل کرنے والی ایک قوت ق کے ذریعہ سے عین تعادل کی حالت میں ہے اور جسم مذکورۂ بالا پر عمل کرنے والی مختلف قوتوں پر غور کرو۔ شکل ۳۶ سے ظاہر ہے کہ

(ا) و انتصاباً نیچے کی طرف عمل کر رہا ہے۔
(ب) ق سطح کے متوازی عمل کر رہی ہے۔

اور اِن کے سوا ایک اَور قوت ر عمل کر رہی ہے جس کو سطح کا رَدِّ عمل کہتے ہیں۔ اگر سطح چکنی ہو تو آخرالذکر قوت کی سمتِ عمل سطح مذکورہ پر عمود وار ہوگی۔

یہ تینوں قوتیں مل کر جسم کو ساکن رکھتی ہیں۔ اور ان کی سمتیں معلوم ہیں۔ لہٰذا اگر اِن میں سے کسی ایک کی مقدار معلوم ہو تو بقیہ دو قوتوں کی مقداریں بھی قوتوں کے مثلث کے اُصول سے معلوم ہوسکتی ہیں۔

فرض کرو کہ خط ا ب قوت و کی تعبیر کرتا ہے۔ خط ا ج سطح پر عمود وار یعنی ر رَدِّ عمل ر کے متوازی اور خط ب ج سطح مذکورہ کے متوازی یعنی قوت ق کے متوازی کھینچو۔

یہ دونوں آخرالذکر خطوط نقطۂ ج پر تقاطع کرتے ہیں۔ اِس لیے

یہ خطوط بالترتیب ر اور ق کو تعبیر کرتے ہیں۔
زاویہ ج ا ب زاویہ ط کے برابر ہے کیونکہ ا ج سطح پر اور ا ب قاعدہ پر عمود ہے اور سطح اور قاعدہ کا درمیانی زاویہ ط ہے۔

$$\text{لہذا} \quad \frac{\text{ب ج}}{\text{ا ب}} = \text{جب ط}$$

لیکن ب ج اور ا ب بالترتیب ق اور و کو تعبیر کرتے ہیں۔

$$\text{اس لئے} \quad \frac{\text{ق}}{\text{و}} = \text{جب ط}$$

$$\text{یا} \quad \text{ق} = \text{و جب ط}$$

اس مسئلہ کو اگر ایک دوسرے پہلو سے دیکھا جائے تو ثبوت کچھ آسان ہوجائیگا۔ یہ معلوم ہے کہ جب وزن اوپر کھینچا جاتا ہے تو جسم میں توانائی کا اضافہ پیدا ہوتا ہے اور کھینچنے والی قوت ق کام کرتی ہے۔ اس توانائی اور کام پر غور کرو۔
فرض کرو کہ سطح مائل کا ارتفاع یعنی اس کے قاعدہ سے سرے کی بلندی گ ہے۔ اس لئے جب وزن بالکل سرے تک کھینچا جائے تو جسم میں توانائی بالقوہ کا اضافہ ہوگا اور اس کی مقدار وگ کے برابر ہوگی۔
قوت ق وزن کو اوپر کھینچنے میں اپنی سمت عمل میں فصل ل طے کرتی ہے۔ فرض کرو کہ سطح کا طول ل ہے اس لئے اس قوت کے کام کی مقدار ق ل ہوگی۔
بقائے توانائی کے اصول سے

$$\text{کسب توانائی} = \text{کام کردہ شدہ}$$

$$\text{یعنی} \quad \text{وگ} = \text{ق ل}$$

یا ق = وگ / ل و جب ط

اِس تجربہ کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے مستوی تختہ پر مشتمل ہے جس کا نچلا سرا قبضہ کے ذریعہ سے جکڑا ہُوا ہوتا ہے اور اِس میں ایک ایسا اِنتظام رہتا ہے کہ تختہ کے میلان میں تبدیلی حسبِ ضرورت پیدا کی جاسکے۔ بالعموم تختہ کے اُوپر کے کنارے میں ایک چرخی لگی رہتی ہے اور اِس چرخی پر سے ایک ڈوری گزرتی ہے۔ اِس ڈوری کے ایک سرے سے سطح پر حرکت کرنے والا بوجھ بندھا رہتا ہے اور دُوسرے سرے سے مختلف وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ لٹکے ہوئے وزن سے ڈوری پر قوت ق کی قیمت معلوم ہوتی ہے۔ عموماً بوجھ و ایک چھوٹے اُسطوانہ کی شکل کا ہوتا ہے۔ یہ اُسطوانہ ڈھانچے سے لگے ہوئے ایک مناسب محور کے گرد لڑھک سکتا ہے اور ڈوری اِس ڈھانچے سے بندھی ہوتی ہے۔ اِس آلہ کی بعض شکلیں ایسی بھی ہوتی ہیں جن میں چرخی اور لٹکنے والے وزن کے بجائے کمانیدار ترازُو استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ کمانیدار ترازو خود بخود میلان کے لحاظ سے حسبِ ضرورت قوت ق پیدا کر دیتا ہے اور اِس طرح ق کی قیمت براہِ راست معلوم ہوسکتی ہے۔

زاویہ ط کی پیمائش ایک ایسے گونیہ (زاویہ پیما) سے ہوسکتی ہے جس کا کنارا اُفقی قاعدے میں ہو اور جس کا مرکز قبضہ مذکورہ بالا کے مرکز پر ہو مگر پیمانہ دار رُبعہ کا استعمال بہتر ہے جیسا کہ شکل ۳۶ میں دکھایا گیا ہے۔ یہ رُبعہ سطحِ مائل کے اوپر کے سرے پر لگا رہتا ہے اور اِس کے مرکز سے ایک شاقول لٹکا رہتا ہے۔ اگر رُبعۂ مذکور کا صفری نشان سطح کے علی القوائم ہو تو زاویہ ط وہ زاویہ ہے جو صفری نشان اور خطِ شاقول کے درمیان واقع ہے۔ یہ طریقہ اوّل الذکر طریقہ سے قابلِ ترجیح ہے کیونکہ پہلے طریقہ میں [illegible] قاعدہ کی سطح درست کرنا پڑتی ہے۔ ماسوا اِس کے زاویہ ط [illegible]

دیگر غلطیاں بآسانی داخل ہوسکتی ہیں۔

تجربہ ۳۲ ـــــ سکونی سطح مائل۔ سطح کے میلان کو بدل بدل کر چرخیوں کے اُوپر مختلف قوتیں ق بتدریج لگاؤ۔ ہر تجربہ میں ق کی قیمت اِس طرح درست کرلو کہ بیلن (اُسطوانہ) ذرا سا بھی دھکا دینے پر سطح کے اُوپر یا نیچے کی طرف یکساں آسانی کے ساتھ حرکت کرسکے۔ ایسا کرنے سے چرخی پر کی رگڑ کا اثر دُور ہوجاتا ہے اور مُشاہدات بھی بہت صحت کے ساتھ کئے جاسکتے ہیں۔ تجربہ کو پانچ یا چھ مختلف میلان کے ساتھ دُہراؤ۔ زاویۂ میلان ط کی ہر قیمت کے جواب میں ق کی قیمت دریافت کرو۔ اپنے مُشاہدات کو حسبِ ذیل جدول کی صورت میں مرتب کرو:۔

ط	جب ط	ق	$\frac{ق}{جب\ ط}$

اوسط قیمت $\frac{ق}{جب\ ط}$ =

یہ ثابت کیا جاچکا ہے کہ ق = و جب ط۔ اس لئے و = $\frac{ق}{جب\ ط}$۔ گمر و کی قیمت مستقل ہے کیونکہ ہر دفعہ ایک ہی بیلن استعمال کیا گیا ہے۔ لہٰذا جدول کے آخری خانہ میں $\frac{ق}{جب\ ط}$ کی قیمت مستقل ہونی چاہیئے۔ ماسوا اِس کے $\frac{ق}{جب\ ط}$ کی اوسط قیمت کو بیلن کے

وزن و کے مساوی ہونا چاہیئے۔ اِس امر کی تصدیق بیلن کو تول کر کرو۔

اگر زاویہ ط کی پیمائش کے لئے آلہ کے ساتھ کوئی زاویہ لگا نہ ہو تو سطح کے کنارے پر کوئی ایک نقطہ قائم کرلو اور ہر دفعہ قاعدہ سے نقطۂ مذکور کی بلندی اور قبضہ کے مرکز سے اُس کا فصل ناپ لو یعنی گ اور ل کی قیمتیں براہِ راست دریافت کرلو۔ اِس صورت میں مُشاہدات کی جدول حسبِ ذیل ہوگی:۔

ق	گ	ل	$\frac{گ}{ل}$ (جب ط)	$\frac{گ}{ل}$ ق

اوسط قیمت $\frac{گ}{ل}$ ق =

$\frac{ق\ ل}{گ}$ کی اوسط قیمت کو براہِ راست دریافت شدہ قیمت و کے برابر ہونا چاہیئے۔

اگر وزن جن کے ذریعہ سے قوت ق عمل پذیر ہوتی ہے ڈوری سے لٹکے ہوئے پلڑے پر رکھے جائیں تو قوت ق کی قیمت میں پلڑے کے ذاتی وزن کو بھی شریک کرنا چاہیئے۔

۳۔ کسی قسم کی قوتوں کے زیرِ عمل جسم کے تعادل کے عام شرائط۔

قوت کا معیارِ اثر

کسی محور کے گرد کسی قوت کے گردشی اثر کو محور مذکور کے گرد اُس قوت کا معیارِ اثر کہتے ہیں اور معیارِ اثر کا اندازہ قوتِ مذکورہ کی مقدار اور محور سے خطِ عمل کے عمودی فاصلہ کے حاصلِ ضرب سے ہوتا ہے۔

سمتِ گردش "معیارِ اثر کی جہت" کہلاتی ہے۔ گردش خواہ "موافق سمتِ ساعت" ہو یا "مخالف سمتِ ساعت"۔ یہ ضروری نہیں کہ کوئی خاص سمتِ گردش مثبت جہت کہلائے یا منفی یہ محض اختیاری بات ہے کہ کوئی خاص جہت سہولت کے لحاظ سے مثبت یا منفی قرار دے دی جائے۔

اگر کوئی جسم قوتوں کے کسی نظام کے زیرِ عمل ہو تو جسم مذکورہ صرف اُس حالت میں ساکن رہیگا جب کہ مندرجۂ ذیل دو شرائط الگ الگ پُورے ہوں:—

(۱) حاصلِ قوت کو کسی سمت میں صفر ہونا چاہیئے۔

(۲) کُل قوتوں کے حاصلِ معیارِ اثر کو کسی محور کے گرد صفر ہونا چاہیئے۔

شرط (۱) شرط (۲) میں تضمیناً شامل ہے مگر اِس کو الگ سے تصریحاً بیان کرنا خاص اہمیت رکھتا ہے۔

بیرم کا اصول

مذکورۂ بالا شرائط میں سے شرط (۱) کا عملی ثبوت ترکیب قوائے کے بیان میں دیا جا چکا ہے۔ اب ہم کو تجربتہً دوسری شرط کی صحت کی تصدیق کرنی ہے۔ اس امر کے لئے سب سے زیادہ آسان طریقہ یہ ہے کہ جسم جس پر قوتیں عمل کرنے والی ہیں ایک مناسب چُول پر رکھا جائے تاکہ جسم مذکور اُس چُول کے گرد حرکت کر سکے۔ یہ چُول محور کا کام دیگی۔ اِس محور کو اصطلاحی زبان میں "نصاب" کہتے ہیں۔ اِس صورت میں جسم مذکور کو کُلاً متحرک ہونے سے باز رکھنے والی قوتیں نصاب پر عمل کرتی ہیں اور شرط (۱) بغیر کسی زحمت کے پُوری ہو جاتی ہے۔ اگر کوئی جسم مذکورۂ بالا طریقہ سے کسی چُول پر قائم ہو تو اُس جسم کو **بیرم** کہتے ہیں۔

چونکہ نصاب پر عمل میں آنے والی قوت بآسانی دریافت نہیں ہو سکتی لہذا ہم نصاب کے گرد صرف قوت مذکورہ کا معیارِ اثر معلوم کر سکتے ہیں کسی قوت کا معیارِ اثر اُس کے نقطۂ عمل کے گرد صفر ہے۔ اِس لئے نصاب پر عمل کرنے والی قوت کا معیارِ اثر نصاب مذکور کے گرد صفر ہوگا۔ لہذا بیرم کے تعادل کی حالت میں نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیارِ اثر پر غور کرتے وقت اُن قوتوں کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں جو نصاب پر عمل کر رہی ہوں۔

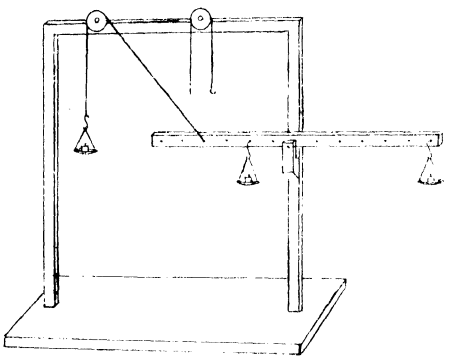
اب ہم بیرم کے تعادل کی شرط حسبِ ذیل بیان کر سکتے ہیں:—

اگر بیرم پر عمل کرنے والی کُل قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی نصاب معین کے گرد صفر ہو تو بیرم مذکور تعادل میں ہوگا۔

بیرم

بیرم کے اصول کی تشریح و نیز کُلیۂ معیارِ اثر کی تصدیق کرنے کے لئے

ایک آسان آلہ حسبِ ذیل تیار کیا جاسکتا ہے:—
شکل ۳۷ کو دیکھو۔ لکڑی کے ایک مضبوط اُستوار چوکھٹے کے انتصابی بازوؤں میں سے ایک کے قریب قریب وسط میں پیتل کی ایک گول سلاخ (کیل) اُفقاً نکلی ہوئی ہے۔ اِس سلاخ پر ایک میتری پیمانہ چڑھا ہے۔



شکل ۳۷۔ بیرموں پر تجربے

اِس پیمانہ کے ہر دو دوسمر پر آر پار سُوراخ بنے ہیں اور سلاخِ مذکور اِس پیمانہ کے وسطی سوراخ سے گزرتی ہے۔ اِس طریقہ سے پیمانہ کا مرکزِ ثقل نصاب پر رہتا ہے جس کی وجہ سے پیمانہ کے ذاتی وزن کا اثر دُور ہو جاتا ہے (مرکزِ جاذبہ کا بیان صفحہ ۱۲۵ میں دیکھو)۔
چوکھٹے کے اُوپر والے ڈنڈے پر چرخیاں چڑھی ہیں اور اُن پر سے ڈوریاں گزرتی ہیں۔ یہ ڈوریاں اپنے سروں پر بندھے ہوئے پیتل کے کانٹوں کے ذریعہ سے میتری پیمانہ کے کسی سوراخ سے لگائی جاسکتی ہیں۔ ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے ترازو کے پلڑے لٹکتے ہیں جن پر وزن ڈال کر بیرم پر مختلف قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔ مذکورہ بالا پلڑوں کے سوا دوسرے پلڑے پیمانہ کے سوراخ سے براہِ راست لٹکائے جاسکتے ہیں تاکہ بیرم پر مختلف قوتیں اُوپر نیچے دونوں سمتوں میں عمل

کرسکیں یا قوتوں کی سمتیں اُفق سے مختلف زاویے بناسکیں۔
چونکہ چرخیوں اور نصاب پر کی رگڑ دُور نہیں کی جاسکتی اس لئے ضروری ہے کہ جب آلہ (بیرم) قریب قریب ٹھیک محل پر آجائے تو اُس میں ایک خفیف رفتار پیدا کی جائے اور اُس کے بعد پلڑوں پر کے وزن کو اِس طرح درست کیا جائے کہ بیرم یکساں آزادی کے ساتھ حرکت کرسکے خواہ اُوپر کی طرف ہو یا نیچے کی طرف۔ اگر اِن قوتوں میں سے کوئی قوت ترچھی سمت میں عمل کررہی ہو تو بیرم میں متذکرۂ بالا خفیف رفتار پیدا کرتے وقت اِس بات کا لحاظ رہے کہ بیرم اپنے اُفقی محل سے زیادہ بہکنے نہ پائے ورنہ عمل کرنے والی قوت کا زاویہ بدل جائے گا اور اُس کی وجہ سے نصاب کے گرد اُس کے معیارِ اثر میں بھی تبدیلی پیدا ہوجائیگی۔
جب بیرم دونوں سمتوں میں یکساں آزادی کے ساتھ ملنے لگے تو نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیارِ اثر بلحاظ مقدار و جہت محسوب کرلینا چاہئے۔
معیارِ اثر دریافت کرنے کے لئے ہر قوت کی مقدار کو نصاب سے خطِ عمل کے عمودی فاصلہ سے ضرب دے کر حاصلِ ضرب کے آگے مثبت یا منفی کی علامت لگا دینا چاہئے بلحاظ اِس کے کہ معیارِ اثر کی جہت موافق سمتِ ساعت ہے یا مخالف سمتِ ساعت۔ کُل قوتوں کے معیارِ اثر کے جبری مجموعہ کو ہر حالت میں صفر کے برابر ہونا چاہئے۔

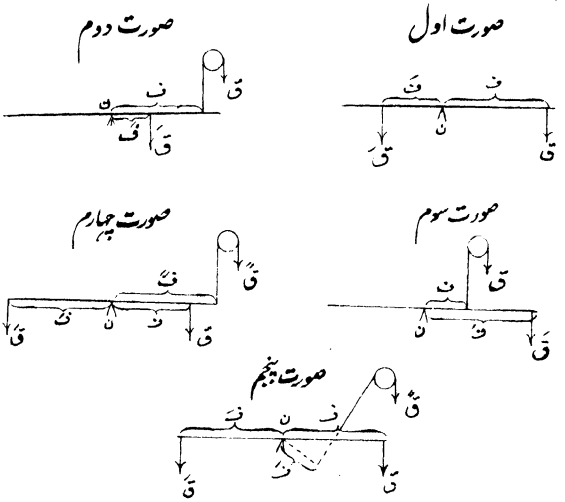
انتباہ۔ پلڑوں کے ذاتی وزن قوائے زیرِ مباحثہ میں شریک رہیں۔

تجربہ ۳۳ ۔ بیرم ——— مختلف قوتیں لگاکر جیسا کہ شکل ۳۸ میں دکھایا گیا ہے ذیل کی صورتوں میں سے ہر ایک کے لئے تجربہ کرو:—

صورت اوّل:۔ یہ بیرم اکثر پہلی ترتیب کے بیرم سے منسوب

کیا جاتا ہے۔

قوت ق "موافق سمتِ ساعت" گردش پیدا کرتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس قوت کا معیارِ اثر ق ف نصاب ن کے گرد **مثبت** ہے۔



شکل ۳۸ - بیرم

قوت قَ "مخالف سمت ساعت" گردش پیدا کرتی ہے اِس لئے اِس کا معیارِ اثر قَ فَ نصاب کے گرد منفی ہے۔

ثابت کرو کہ متذکرۂ بالا دونوں معیارِ اثر کا جبری مجموعہ صِفر ہے یعنی

ق ف + قَ فَ =

مثال ـــــــ فرض کرو کہ تجربہ میں

ق = ۳۵۰ گرام وزن

ف = ۴۸ سم

ق ف = + ۱۶۸۰۰

قَ = ۵۰۰ گرام وزن

ف = ۲۲ سمر

∴ قَ ف = − ۱۶۵۰۰

∴ ق ف + قَ ف = ۱۶۸۰۰ − ۱۶۵۰۰ = ۳۰۰

مگر مجموعہ کو صفر ہونا چاہئے۔ اِس لئے تجربہ میں ۲ فیصد کی غلطی ہے۔

صورتِ دوم۔ عموماً یہ دُوسری ترتیب کے بیرم سے منسوب کیا جاتا ہے۔

قوت ق مخالف سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اِس کا معیارِ اثر ق ف نصاب کے گرد منفی ہے۔

قَ موافق سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اِس کا معیارِ اثر قَ فَ نصاب کے گرد مثبت ہے۔

تجربہ سے دکھاؤ کہ ق ف + قَ فَ = ۰

صورتِ سوم تیسری ترتیب کا بیرم۔

یہاں بھی ق ف منفی ہے اور قَ فَ مثبت

پھر ثابت کرو کہ ق ف + قَ فَ = ۰

بیرم کے عام اُصول کا اطلاق کل قوتوں پر ہو سکتا ہے خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو اور اُن کے خطوطِ عمل بیرم کے ساتھ کچھ بھی زاویہ بنائیں جیسا کہ ذیل کی دو صورتوں میں دکھایا گیا ہے۔ مندرجۂ بالا قوتوں کے سوا اَور۔ دُوسری قوتیں بھی عمل میں لائی جا سکتی ہیں۔ ہر حالت میں نصاب کے گرد مجموعی معیارِ اثر کی قیمت صفر حاصل ہوگی۔

صورتِ چہارم۔ قِ ف مثبت ہے

قَ فَ منفی ہے

قَ فَ منفی ہے۔

تجربہ دکھاؤ کہ ق ف + قَ فَ + قَ فَ = ۰

صورتِ پنجم۔۔ ق ف مثبت ہے۔

قَ فَ اور قَ فَ دونوں منفی ہیں۔

یہاں بھی دکھاؤ کہ ق ف + ق ف + ق ف = .

جیسا کہ صورت اول کے تحت میں مثال دی جا چکی ہے مندرجۂ بالا پانچوں صورتوں کے کل نتیجے درج کرو اور دوستوں میں سے کسی ایک سمت کے مجموعی معیارِ اثر کے لحاظ سے مشہودہ غلطی کا حساب فیصد لگاؤ۔ تجربہ میں بڑی قوتوں کا استعمال مناسب ہے یعنی بیرم کے سرے پر ۲۰۰ سے ۳۰۰ گرام اور اس کے وسط کے قریب ایک کلوگرام تک وزن استعمال کرنا چاہئے۔ ایسا کرنے سے نصاب پر کی رگڑ کا اثر مقابلتاً معیارِ اثر زیرِ تجربہ کے بہت کم ہو جائیگا اور نتیجہ زیادہ صحت کے ساتھ حاصل ہوگا۔

تجربہ ۳۴۔ بیرم کے اصول سے میتری پیمانہ کا وزن دریافت کرنا میتری پیمانہ کو اس کے اُس نقطہ پر قائم کرو جو ایک سرے سے قریب دس سمر کے فاصلے پر واقع ہو۔ پیمانۂ مذکور کے چھوٹے بازو کے آخری سُوراخ سے ترازُو کا ایک پلڑا لٹکاؤ اور اس میں وزن بالتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ پیمانہ عین اُفق میں آجائے۔ پیمانہ کا ذاتی وزن اس کے مرکزِ جاذبہ پر نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔ مرکزِ جاذبہ مذکورہ پیمانہ کے وسط میں واقع ہے۔ فرض کرو کہ میتری پیمانہ کا وزن و گرام ہے اور پلڑے پر کا وزن مع پلڑے کے ذاتی وزن کے و گرام ہے۔ نصاب کا فصل پیمانہ کے مرکز سے ف اور پلڑے سے (نقطۂ تعلیق سے) ف ہے۔

اس لئے و ف = و ف

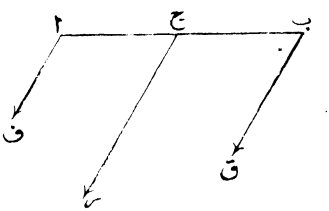
ف اور ف کو پیمائش سے اور و کو مشاہدہ سے دریافت کرو اور مندرجۂ بالا مساوات سے و کی قیمت محسوب کرو۔

اس تجربہ کو دو تین بار نصاب کے مقام کو بدل بدل کر دہراؤ اُس کے بعد پیمانہ کو ترازُو پر براہِ راست تول کر اُس کے وزن کو مندرجۂ بالا تجربہ کے حاصل شدہ نتیجہ سے مقابلہ کرو۔

۴- مراکزِ جاذبہ (ثقل)

جب کسی اُستوار جسم پر دو متوازی قوتیں عمل کریں تو اُن کے عوض بالعموم ایک واحد حاصل قوت لگائی جاسکتی ہے۔ شکل ۳۹ پر غور کرو۔ دو متوازی قوتیں ف اور ق نقاطِ ا اور ب پر بالترتیب عمل کررہی ہیں اور وہ ایک واحد قوت ر کے مماثل ہیں یعنی

ر = ف + ق



شکل ۳۹۔ متوازی قوتوں کا حاصل

اِس قوت ر کا خطِ عمل خط ا ب کو نقطۂ ج پر اِس طرح قطع کرتا ہے کہ

ف × ا ج = ق × ج ب

نقطۂ ج کا مقام متذکرہ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ یہ نقطۂ ج مذکورہ متوازی قوتوں کا مرکز کہلاتا ہے۔

اِسی طرح جب متوازی قوتیں خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو کسی اُستوار جسم پر عمل کرتی ہیں تو اُن کا حاصل کسی خاص نقطہ سے گزرتا ہے اور نقطۂ مذکور کا مقام مذکورۂ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ لہٰذا اگر قوتوں کے صرف نقاطِ عمل اور مقداریں معلوم ہوں تو اُن کے مرکز کا مقام مقرر ہوجاتا ہے۔

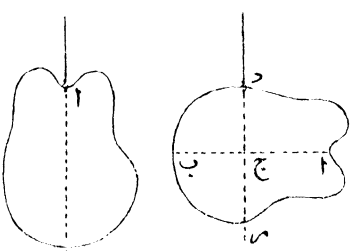
زمین اپنی قوتِ جاذبہ کی وجہ سے کُل اجسام کو اپنے مرکز کی طرف

کھینچتی ہے۔ یہ تصور کیا جاسکتا ہے کہ اُستوار جسم چھوٹے چھوٹے ذرّات کے اجتماع کا نتیجہ ہے اور زمین جسم مذکور کے ہر ذرّہ کو اپنے مرکز کی طرف کھینچتی ہے۔ پس ہم کو جسم پر عمل کرنے والی تقریباً متوازی قوتوں کا ایک نظام حاصل ہوتا ہے۔ اِن متوازی قوتوں کے مرکز کو جسم مذکور کا **مرکزِ جاذبہ یا مرکزِ ثقل** کہتے ہیں۔

بنا بریں کسی جسم کے مرکزِ جاذبہ سے وہ نقطۂ مقررہ مُراد ہے جس سے جسم مذکور کے کُل ذرّوں پر عمل کرنے والی جاذبۂ زمین کا حاصل گزرتا ہے خواہ جسم کی ہیئت کچھ بھی ہو۔

جب کوئی بھاری جسم ایک نقطۂ واحد پر سہارا جائے تو اِس پر عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں۔ ایک تو اِس کا وزن ہے اور دُوسری قوت ٹیکن کا ردِّ عمل۔ اگر جسم مذکور ساکن رہے تو یہ قوتیں تعادل میں ہونگی اور اِس صورت میں اِن کے خطوطِ عمل ایک ہی خط میں ہُونگے۔ لہٰذا ضرور ہے کہ ٹیکن کا نقطہ اُسی انتصابی خط میں رہیگا جس میں مرکزِ جاذبہ واقع ہے۔

تجربہ ۳۵۔ مرکزِ جاذبہ کی عملی تعیین ــــ کسی جسم کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرنے کے لئے اُس جسم کو اُس کے کسی نقطۂ ا سے لگی ہوئی ڈوری سے لٹکاؤ اور شاقول کے ذریعہ سے انتصابی خط ا ب



شکل ۴۰۔ مرکزِ جاذبہ کی تعیین

(شکل ۱۴۰) کا نشان کرلو۔ بعد اُس کے جسمِ مذکور کو اُس کے کسی دُوسرے نقطۂ د سے لٹکاؤ اور پھر اُسی طرح انتصابی خط د ر کا نشان کرلو۔ مرکزِ جاذبہ ضرور ا ب میں ہوگا اور د ر میں بھی۔ اس لئے وہ دونو خطوط کے نقطۂ تقاطع ج پر واقع ہوگا۔ اگر جسمِ مذکور کسی تیسرے نقطہ سے لٹکایا جائے تو انتصابی خط کو نقطۂ ج سے گزرنا چاہیئے۔ اِس امر کی عملی تصدیق کرو۔

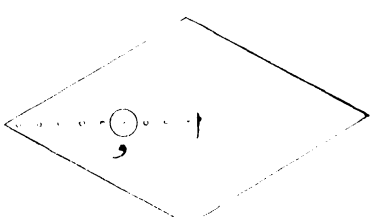
کسی جسم کے مرکزِ جاذبہ کا محل جسمِ مذکور کے اندر مادّہ کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اِس امر کا ثبوت حسبِ ذیل دیا جاسکتا ہے:—

اِس تجربہ کے لئے جو جسم لیا جاتا ہے وہ یکساں و ہموار معین کی شکل کی لکڑی کی ایک ایسی پتلی تختی پر مشتمل ہے جس کے کسی مقام پر ڈھبری کی شکل کا پیتل کا وزن و کسی پیچ کے ذریعہ سے لگا دیا جاسکے۔ اِس انتظام سے تختی کے اندر مادّہ کی تقسیم میں تبدیلی پیدا کی جاسکتی ہے۔

سب سے پہلے صرف تختی کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔ فرض کرو کہ ا مرکزِ جاذبہ ہے۔ بعد اِس کے تختی کے کسی خاص مقام پر وزن لگا کر مشترک مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔

تختی کے وتر کے مختلف مقامات پر وزن لگا لگا کر مختلف مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔

بعد اِس کے ا و کو یعنی تختی کے مرکز سے وزن و کے فصل کو فصلہ اور تختی کے مرکز سے مشترک مرکزِ جاذبہ کے فصل کو معین مان کر ایک مُمتنی تیار کرو۔



شکل ۱۴۱۔ بوجھ لگی ہوئی تختی

مُنحنی پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ تختی کے ذاتی مرکزِ جاذبہ ۱ سے مرکب تختی کے مرکزِ جاذبہ کا فصل تختی کے ذاتی مرکزِ جاذبہ سے لگائے ہوئے وزن و کے فصل کے متناسب ہے اور پتلی وزن اور چوبی تختی کے وزن کی باہمی نسبت مرکب تختی کے مرکزِ جاذبہ سے اُن کے مرکزوں (پتلی وزن اور چوبی تختی کے) کے فصل کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتی ہے۔ عملاً اس کی تصدیق کرو۔

۵۔ تجسیب کے ترسیمی طریقے

کمیتوں کی ایک کثیر تعداد عددی طریقہ سے بالکل متمائز محض ترسیمی طریقہ سے بھی دریافت کی جاسکتی ہے۔ موخر الذکر طریقوں سے یہ بھی ممکن ہے کہ کسی جسم کے تعادل کے شرائط یا جسمِ مذکور کو تعادل میں رکھنے والی قوتیں دریافت ہو جائیں۔ یہ طریقے **ترسیمی سکونیات** کے نام سے موسوم کئے جاتے ہیں۔

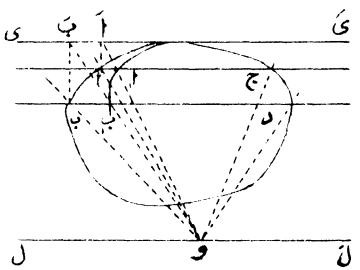
ہموار چپٹے اجسام کے دو خواص جو ترسیمی عمل سے بآسانی دریافت ہو جاتے ہیں حسبِ ذیل ہیں:—

ایک تو ہموار تختی کے مرکزِ جاذبہ کا محل اور دوسری خاصیت کسی محور کے گرد تختی مذکور کے جمود کے معیارِ اثر کی قیمت۔ ان طریقوں سے نہ صرف کسی شہتیر کی تراش عمودی کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کیا جاسکتا ہے بلکہ ان کی مدد سے سطحِ پیما کے استعمال میں بکار آمد مشق حاصل ہوتی ہے۔

ہموار تختی کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرنے کا ترسیمی طریقہ

کسی شکل کی تختی کے خاکے پر غور کرو جیسا کہ شکل ۴۲ میں دکھایا گیا ہے۔

اِس کی ایک طرف خط ل لَ کھینچو اور دُوسری طرف تختی کے منحنی کنارے کے بالکل سرے پر ایک مماسی خط ی یَ خط ل لَ کے متوازی کھینچو۔ خط ل لَ کے کسی نقطہ و سے مختلف سمتوں میں متعدد خطوط کھینچو۔ اِن



شکل ۴۲ ۔ مرکزِ جاذبہ کا ترسیمی طریقہ

خطوط کو اِس طرح ترتیب دینا مناسب ہوگا کہ اِن کے جوڑے مثلاً و ا اور و ج تختی کے گھیرے کو ابتدائی خط ول سے مساوی فاصلوں پر قطع کریں۔

نقاطِ تقاطع اَ، بَ، جَ وغیرہ ہوکر خط ل لَ کے متوازی خطوط کھینچو اور ہر نقطہ اَ، بَ، جَ وغیرہ سے خطِ مذکور کے عمود وار دُوسرے خطوط اِس طرح کھینچو کہ وہ خط ی یَ سے بالترتیب نقاط اَ، بَ، جَ وغیرہ پر ملیں۔

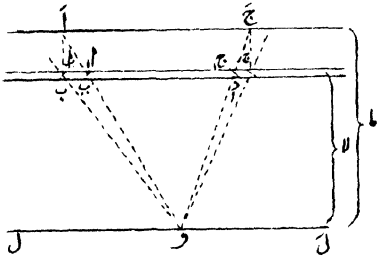
نقطہ و کو نقاطِ اَ، بَ، جَ وغیرہ سے ملاؤ۔ خطوطِ و اَ، و بَ، و جَ میں سے ہر ایک خط اپنے اپنے جوابی متذکرۂ بالا متوازی خطوں کو بالترتیب نقاط ا، ب، ج میں قطع کرتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اِن نقاطِ اَ، بَ، جَ وغیرہ ہوکر ایک منحنی کھینچو اور اِس منحنی سے جو شکل حاصل ہو اُس کا رقبہ اور تختی کا

بھی رقبہ دریافت کرو۔

یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ تحتی کا مرکزِ جاذبہ خطل وَلَ سے ایک ایسے فصل ف پر واقع ہے کہ

$$\text{ف} = \frac{\text{شکل ا ب ج وغیرہ کا رقبہ}}{\text{شکل ا ب ج وغیرہ کا رقبہ}} \times (\text{ل لَ اور ی یَ کا درمیانی فاصلہ})$$

ثبوت۔ ابتدائی شکل یعنی تحتی کے ایک ایسے چھوٹے حصہ پر غور کرو جو متوازیات اج اور ب د کے درمیان واقع ہے اور یہ بھی تصور کر لو کہ متوازیات مذکورہ آپس میں بہت قریب ہیں۔ یعنی رقبہ ا ب ج د پر غور کرو۔ شکل ا ب ج وغیرہ میں رقبہ ا ب ج د کے جوابی رقبہ ا ب ج د کا انتصابی بُعد (یعنی عرض) وُہی ہے جو رقبہ ا ب ج د کا۔



شکل ۴۲۔ مرکزِ جاذبہ کے تجربی طریقہ کا ثبوت

مگر اِس کا طول (اُفقی بُعد) رقبہ ا ب ج د کے طول سے $\frac{\text{ما}}{\text{لا}}$ کی نسبت میں کم ہے۔

$$\text{یعنی } \frac{\text{رقبہ ا ب ج د}}{\text{رقبہ ا ب ج د}} = \frac{\text{ما}}{\text{لا}}$$

ابتدائی شکل ا ب ج د کی کمیتِ مادّہ کا معیارِ اثر محور ل وَلَ کے گرد

= رقبہ ا ب ج د × لا

مگر رقبہ ا ب ج د × لا = رقبہ ا ب ج د × ما اس لئے

معیارِ اثر مذکور = رقبہ ا ب ج د × ما

لہٰذا ابتدائی شکل یعنی تختی کے کسی تیلے ٹکڑے ا ب ج د کا معیارِ اثر محور ل ول کے گرد ساختہ شکل میں ٹکڑے ا ب ج د کے جوابی ٹکڑے کے رقبہ کو ل ول اور ی ی کے درمیانی فاصلہ سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ تختی کا مرکزِ جاذبہ محور ل ول سے فصل ف پر واقع ہے۔ اس صورت میں پوری تختی کا رقبہ اور عمودی فصل ف کا حاصلِ ضرب ٹکڑا ا ب ج د کی طرح چھوٹے چھوٹے رقبہ جات اور مذکورۂ بالا خط ل ول سے ان کے فاصلوں (لا) کے حواصلِ ضرب کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اس امر کو ریاضی کی زبان میں حسبِ ذیل ادا کر سکتے ہیں:۔

تختی کا رقبہ × ف = Σ (ا ب ج د × لا)

= Σ (ا ب ج د × ما)

= ما × Σ (ا ب ج د)

= ما × ساختہ شکل کا رقبہ

یعنی ف = $\frac{\text{ساختہ شکل کا رقبہ}}{\text{ابتدائی شکل کا رقبہ}}$ × (ل ل اور ی ی کا درمیانی فاصلہ)

اگر مذکورۂ بالا بنیادی خط ل ول کے عوض ایک دوسرا علی القوائم خط لے کر مندرجۂ بالا طریقہ سے شکل کھینچی جائے تو موخر الذکر بنیادی خط سے مرکزِ جاذبہ کا فصل ف حسبِ عمل بالا دریافت ہو سکتا ہے۔ لہٰذا ف اور ف کی قیمتوں سے مرکزِ جاذبہ کا ٹھیک محل دریافت ہو جائیگا۔

اگر تختی کسی خط کے دونوں طرف متشاکل ہو تو ضرور ہے کہ مرکزِ جاذبہ

محورِ تشاکل میں واقع ہوگا۔ اِس صورت میں مرکزِ جاذبہ کا محل دریافت کرنے کے لئے صرف ایک ہی عمل کی ضرورت ہوگی۔ یعنی اگر صرف ف کی قیمت معلوم ہوجائے تو مرکز کا محل دریافت ہوجائیگا۔

تجربہ ۳۶ ــــــ مرکزِ جاذبہ کی ترسیمی تعیین۔

ایک مثلث متساوی الساقین کھینچو اور اِس کے قاعدہ کو محورِ ول مان کر عملاً ثابت کرو کہ مثلث مذکور کے مرکزِ جاذبہ کا فصل قاعدہ سے راس کے فاصلے کے $\frac{1}{3}$ کے برابر ہے۔ مذکورۂ بالا امر ثابت کرنے میں جن رقبوں کی ضرورت پڑے اُن کی پیمائش سطح پیما کے ذریعہ سے کرو۔

نصف دائرہ کے مرکزِ جاذبہ کا بھی محل دریافت کرو۔

کسی یکساں ہموار پترے کے جمود کے معیارِ اثر کی ترسیمی تعیین

(جمود کے معیارِ اثر کی تعریف صفحہ ۔۔۔ میں کی گئی ہے)

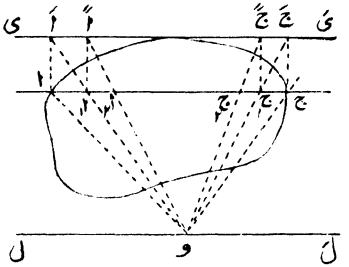
پترے کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرنے کے لئے ویسا ہی عمل کیا جاتا ہے جیسا کہ اُس کے مرکزِ جاذبہ کے محل دریافت کرنے میں۔

جب نقطے $ا_1$، $ب_1$، $ج_1$ وغیرہ، دریافت ہوجائیں، تو اِن نقطوں سے خطِ ول کے علی القوائم خطوط کھینچو اور فرض کرو کہ یہ خطوط، خط ی ی سے نقاط $أ$، $ب$، $ج$ وغیرہ، پر ملتے ہیں۔ و $أ$، و $ب$، وغیرہ کو ملاؤ۔

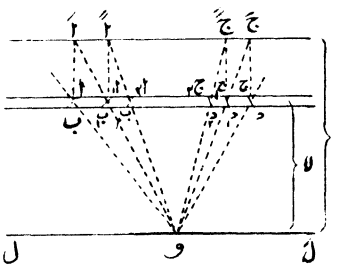
یہ خطوط اپنی نظیری متوازیات کو بالترتیب نقاط $ا_1$، $ب_1$، $ج_1$ وغیرہ پر قطع کرتے ہیں (شکل ۴۴ دیکھو) منحنی $ا_1$ $ب_1$ $ج_1$ وغیرہ کھینچو اور اِس حاصل شدہ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

تختی (پترے) کے جمود کا معیارِ اثر محور ل ول کے گرد، مذکورۂ بالا شکل (یعنی $ا_1$، $ب_1$، $ج_1$، وغیرہ) کے رقبے اور خطوط ل ل اور

ی یَ کے درمیانی فاصلہ کے مربع کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔



شکل ۴۴۔ جمود کے معیارِ اثر کا ترسیمی طریقہ



شکل ۴۵۔ جمود کے معیارِ اثر کے ترسیمی طریقہ کا ثبوت

ثبوت۔ ابتدائی شکل یعنی تختی کے ایک ایسے پتلے ٹکڑے پر غور کرو جو دو قریب ترین متوازیات کے درمیان واقع ہے۔

ا اور ج کے درمیان ٹکڑے کا طول = ا ج × $\frac{\text{لا}}{\text{ما}}$

ا اور ج کے " " " " = ا ج × $\frac{\text{لا}}{\text{ما}}$

اِس لئے ا ج = ا ج × $\frac{\text{لا}^2}{\text{ما}^2}$

یعنی $\frac{\text{ا}_1\text{ج}_2}{\text{ا ج}} = \frac{\text{ل}_1^2}{\text{ل ا}}$

ٹکڑے کے مختلف حصّوں کا انتصابی بُعد (یعنی عرض) ایک ہی ہے

اِس لئے $\frac{\text{تختی کے ٹکڑے کا رقبہ}}{\text{ساختہ شکل میں نظیری ٹکڑے کا رقبہ}} = \frac{\text{ما}_1^2}{\text{ل}_1^2}$

$$= \frac{\text{رقبہ ا ب ج د}}{\text{رقبہ ا}_1\text{ب}_2\text{ج}_2\text{د}_2}$$

محور ل ول کے گرد پُورے پہیے کے جمُود کا معیارِ اثر، ہر ٹکڑے کی کمیتِ مادّہ اور محورِ مذکور سے اُس کے فصل کے مربع کے حواصلِ ضرب کے مجموعہ کے برابر ہے۔ یعنی

پورے پہیے کے جمود کا معیارِ اثر = م ر

$$= \Sigma (\text{ا ب ج د} \times \text{ل}_1^2)$$

مگر $\text{ا ب ج د} \times \text{ل}_1^2 = \text{ا}_1\text{ب}_2\text{ج}_2\text{د}_2 \times \text{ما}_1^2$

اِس لئے $\text{م ر} = \Sigma(\text{ا ب ج د} \times \text{ل}_1^2)$

$$= \Sigma(\text{ا}_1\text{ب}_2\text{ج}_2\text{د}_2 \times \text{ما}_1^2)$$

= ساختہ شکل کا رقبہ × ما_1^2

تجربہ ۳۷ ــــ گول پہیے کے جمود کے معیارِ اثر کی تجربی تعیین۔ ایک نصف دائرہ کھینچو اور اِس کے قُطر کو محور ل ول قرار دے کر قُطر کے گرد نصف دائرہ مذکور کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ قُطر کے گرد پُورے مدوّر پہیے کے جمود کا معیارِ اثر نصف دائرہ کے جمود کے معیارِ اثر کا دوچند ہوگا۔ عملاً ثابت کرو کہ مدوّر پہیے کا معیارِ اثر = $\frac{\text{ن}^2}{4}$ جہاں ن دائرے کا نصف قُطر ہے۔ (اِس تجربہ میں

۱۰ سمر نصف قطر کا تپرا لینا مناسب ہے)۔

تجربہ ۳۸ ــــــ مستطیلی تپرے کے معیارِ اثر کی ترسیمی تعیین۔ ایک مستطیل کھینچو جس کا طول ط ہے اور عرض ع (اس تجربہ میں ط کا طول ۱۵ سمر اور ع کا طول ۱۰ سمر لینا مناسب ہے) مستطیل کو دو برابر حصوں میں ایک ایسے خط سے تقسیم کرو جو اس کے طول کے متوازی ہو۔ اس تقسیم کرنے والے خط کو محورِ ل و ل قرار دیکر نصف مستطیل کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ ظاہر ہے کہ پورے مستطیل کے جمود کا معیارِ اثر نصف مستطیل کے جمود کے معیارِ اثر سے دوچند ہوگا۔ عملاً یہ بھی دکھاؤ کہ معیارِ اثر مذکور کی قیمت $\frac{\text{ط ع}^3}{12}$ کے برابر ہے۔

تقسیم کرنے والے خط کو مستطیل مذکور کے عرض کے متوازی لے کر اس تجربہ کو دُہراؤ۔

یہ معلوم ہُوا ہوگا کہ متذکرۂ بالا بیان میں تپرے کی کمیتِ مادّہ کا مطلق ذکر نہیں کیا گیا ہے۔ تپرے کے صرف کنارے کا نشان کاغذ پر کر لیا جاتا ہے اور عمل کو تپرے کے صرف رقبہ سے تعلق ہے۔ جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے اس کو بالعموم کسی محور کے گرد رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر کہتے ہیں۔ فنِ انجینری میں اسی معیارِ اثر کی عموماً ضرورت پڑتی ہے۔ بہر حال اگر مادّے کے حقیقی تپرے کے جمود کے معیارِ اثر کی ضرورت ہو تو اس کی قیمت اس کے رقبہ کے جمود کے معیارِ اثر کی قیمت کے ذریعہ سے حسبِ ذیل دریافت ہو سکتی ہے:ــــ

کسی تپرے کے رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر عدداً اس ہمشکل تپرے کے جمود کے معیارِ اثر کے برابر ہے جس کے مادّہ کی سطحی کثافت ایک ہے۔ لہٰذا اگر رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر مذکورۂ بالا ترسیمی طریقہ سے معلوم ہو تو ایک ہمشکل تپرے کے جمود کا معیارِ اثر کسی ایک متشابہ محور کے گرد رقبہ مذکورہ کے جمود کے معیارِ اثر کو تپرے کے مادّہ کی سطحی کثافت سے ضرب

دینے سے حاصل ہو جائیگا۔ یاد رہے کہ سطحی کثافت = کمیت مادّہ / رقبہ

۶۔ ترسیمی سکونیات

قوتوں کے کسی دیئے ہوئے نظام کے زیرِ عمل کوئی جسم تعادل میں ہوگا یا نہیں اس کی جانچ بالکل ترسیمی عمل سے ہو سکتی ہے۔ قوتیں دو قسم کی حرکتیں پیدا کر سکتی ہیں:۔ (ا) انتقالی حرکت (ب) محوری حرکت۔ اول الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر کسی سمت میں حاصلِ قوت صفر ہو۔ موخر الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی محور کے گرد صفر ہو۔

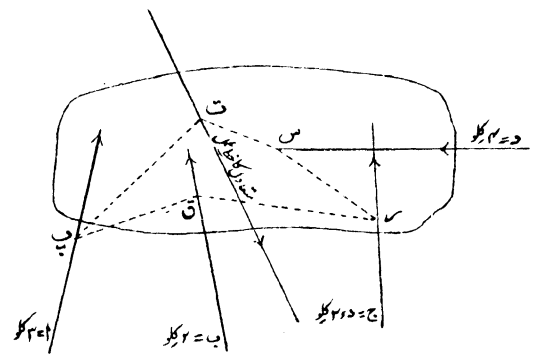
اس امر کا ترسیماً جانچنا کہ انتقالی حرکت صفر ہے فی الحقیقت قوتوں کے کثیر الاضلاع کا کھینچنا ہے۔ اگر کثیر الاضلاع مکمل ہے تو حاصلِ قوت کسی سمت میں صفر ہے یعنی جسم میں کوئی انتقالی حرکت نہیں۔

اگر ہمیں ترسیمی عمل کی کوئی ایسی ترکیب مل جائے جس سے یہ بھی معلوم ہو جائے کہ قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی محور کے گرد صفر ہے تو قوتوں کے کسی نظام کے زیرِ عمل جسم تعادل میں ہے یا نہیں اس کے جانچنے کا ایک مکمل ترسیمی طریقہ حاصل ہو جائے گا۔

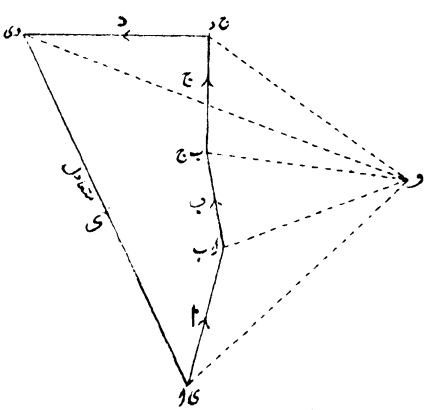
معیارِ اثر کی قیمت صفر ہے یا نہیں اس کو جانچنے کے لئے جو ترسیمی طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اس کو ربطی کثیر الاضلاع یا ترسیمائی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ۴۶ میں ا، ب، ج، د اور ی، قوتوں کے کسی ایک نظام کی تعبیر کرتے ہیں اور جسم میں ان قوتوں کے زیرِ عمل نہ انتقالی حرکت ہے اور نہ محوری۔ قوائی کثیر الاضلاع اس شکل کا ہوگا جیسا کہ شکل ۴۷ میں پورے کھینچے ہوئے خطوں سے دکھایا گیا ہے اور یہ کثیر الاضلاع مکمل ہوگا۔

کوئی نقطہ و مقرر کرلو اور نقطۂ مذکور سے قوائی کثیر الاضلاع کے کونوں ا ب، ب ج، ج د، وغیرہ تک خطوط کھینچو جیسا کہ شکل ۴۷ میں نقطہ دار خطوں سے دکھایا گیا ہے۔



شکل ۴۶ ۔ ربطی کثیر الاضلاع



شکل ۴۷ ۔ قوائی کثیر الاضلاع

قوت ۱ کے خطِ عمل (شکل ۴۶) پر کے کسی نقطۂ پ سے خط و ا ب کے

متوازی پ ق کھینچو۔

خط پ ق اور قوت ب کے خطِ عمل کے نقطۂ تقاطع ق سے قوتوں ب اور ج کے درمیان خط و ب ج کے متوازی خط ق ر کھینچو۔ قوت ج سے قوت د تک و ج د کے متوازی خط ر س کھینچو اور علیٰ ہذا۔ اِس عمل سے ایک شکل حاصل ہوگی جیسا کہ ا، ب، ج، د اور ی قوتوں کے خطوطِ عمل کے درمیان نقطہ دار خطوں سے شکل ۴۶ میں دکھایا گیا ہے۔

اِس شکل کو ربطی کثیر الاضلاع یا ریسمانی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ اگر یہ شکل مکمل ہو تو عمل کرنے والی قوتیں جسم پر گردشی معیارِ اثر نہیں پیدا کرینگی۔

لہٰذا جسم کے تعادل کے شرائط حسبِ ذیل بیان کئے جا سکتے ہیں:۔

کسی جسم کے تعادل کے لئے قوائی کثیر الاضلاع کو مکمل ہونا چاہیے اور ربطی یا ریسمانی کثیر الاضلاع کو بھی مکمل ہونا چاہیے۔

اگر مذکورۂ بالا دونوں کثیر الاضلاع کے کھینچے جانے پر یہ معلوم ہو کہ وہ مکمل نہیں ہیں تو قوائی کثیر الاضلاع کو مکمل کرنے والے خط کا کھینچنا ضرور ہے۔ یہ خط متعادل قوت کی مقدار اور سمت عمل بتلائیگا۔ ریسمانی کثیر الاضلاع کے کھلے سروں کو یہاں تک بڑھاؤ کہ وہ آپس میں مل جائیں۔ نقطۂ تقاطع قوتِ زیرِ بحث کے خطِ عمل پر واقع ہوگا۔ قوتِ مذکور کی مقدار اور سمتِ عمل قوائی کثیر الاضلاع سے معلوم ہو چکی ہیں لہٰذا جسم کو تعادل میں رکھنے والی قوت مکمل طور سے دریافت ہو جائے گی۔

قوتیں ا، ب، ج اور د معلوم فرض کر کے شکل ۴۶ میں قوت ی کی مقدار اور سمت عمل انھیں طریقوں سے دریافت کی گئی ہیں۔

ریسمانی کثیر الاضلاع کے متعلق جو کچھ اوپر بیان کیا گیا ہے اُس کے ثبوت یا اُس کے متعلق مزید معلومات حاصل کرنے کے لئے عملی ریاضیات کی کتابیں دیکھو۔

تجربہ ۳۹۔ قوائی کثیر الاضلاع اور

ربطی کثیر الاضلاع کا کھینچنا ——

ہلکے پٹھے کا ایک ٹکڑا یا دھات کا ایک پترا لو اور اُس کے کسی چار نقطوں سے ڈوریاں لگاؤ اور اُن ڈوریوں کے دُوسرے سروں پر مختلف وزن باندھو۔ بعد اس کے قوتوں کے کثیر الاضلاع کی تصدیق کے لئے جو آلہ استعمال کیا گیا تھا اُس کی چرخیوں پر مذکورۂ بالا ڈوریوں کو گزار کر پترے کو لٹکاؤ۔ چرخیوں کو اِس طرح مرتب کرو کہ پترے پر قوتیں مختلف سمتوں میں عمل کر سکیں۔ نقشہ کشی کے تختہ کے کاغذ پر مذکورۂ بالا پترے کا خاکہ کھینچو اور پترے پر عمل کرنے والی چار قوتوں میں سے کسی تین قوتوں کی مقداروں اور سمتوں کی تعبیر کرنیوالے خطوط کھینچو۔

مذکورۂ بالا تین قوتوں سے قوائی کثیر الاضلاع اور رسمانی کثیر الاضلاع تیار کرو۔ اِن قوتوں کے زیرِ عمل پترے کو ساکن رکھنے کے لئے جس چوتھی قوت کی ضرورت ہوگی اُس کی مقدار و خطِ عمل دریافت کرو۔ اِس امر کی تصدیق کرو کہ وہ چوتھی قوت جو پترے پر فی الحقیقت عمل کر رہی ہے مقدار میں اول الذکر قوت کے برابر ہے اور اِس کا خطِ عمل وُہی ہے جو ترسیمی طریقہ سے حاصل ہوا ہے۔

تجربہ ۴۰۔ کسی پترے کے وزن کی ترسیمی تعیین —— ترسیمی سکونیات میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ایک بھاری پترا استعمال کیا جا سکتا ہے۔ پترے کو چرخیوں پر گزرنے والی تین ڈوریوں سے اِس طرح لٹکاؤ کہ تین قوتیں مختلف سمتوں میں اور ایک ہی سطح پر کے مختلف نقطوں پر عمل کریں۔ جسم مذکور کو قوائے مذکورہ کے زیرِ عمل تعادل میں رکھنے کے لئے جس قوت کی ضرورت ہوگی اُس کو دریافت کرو۔ یہ حاصل شدہ قوت پترے کے وزن کے برابر ہوگی۔ یہ ضرور ہے

کہ ترسیمی طریقہ سے جو خطِ عمل حاصل ہوگا وہ پتر ے کے مرکزِ جاذبہ سے انتصاباً گذریگا۔

حسب بیان مندرجۂ صفحہ ۱۱۱ پتر ے کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرو اور پتر ے کو براہِ راست تول کر اُس کا وزن بھی دریافت کرو۔ اِن معلومات سے متذکرۂ بالا نتیجوں کی تصدیق کرو۔

۷۔ رگڑ

جب کبھی دو مَس کرنے والے اجسام کو ایک دوسرے کی اضافت سے متحرک کرنے کی کوشش کی جاتی ہے تو اُس وقت ایسی قوتیں پیدا ہوجاتی ہیں جو حرکت کی مخالف سمت میں عمل کرنے لگتی ہیں اگرچہ ایسی قوتیں خاصیت کے لحاظ سے آپس میں بالکل جُداگانہ قسم کی ہوتی ہیں مگر وہ بالعُموم **فرکی قوتوں** یا **رگڑ کی قوتوں** کے نام سے موسوم کی جاتی ہیں۔ سیالی رگڑ کی تحقیقات عموماً لزوجت کے تجربوں کے تحت میں ہوتی ہے اور اِس کتاب میں اُس کے بیان کرنے کی گنجائش نہیں۔

ٹھوس اجسام کے درمیان رگڑ

جب دو ٹھوس اجسام آپس میں مَس کرتے ہیں تو اُن کے درمیان عمل کرنے والی قوتیں بالعموم دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل ہوسکتی ہیں۔ دونوں اجسام کے باہمی عمود کی سمت والے جزو کو اجسامِ مذکورہ کے درمیان کا **دباؤ** کہہ سکتے ہیں اور دُوسرے جزو کو جو عمودِ مذکور کے علی القوائم سمت میں عمل کرتا ہے **رگڑ کی قوت** سے موسوم کرسکتے ہیں۔ جب کوئی خارجی قوت متذکرۂ بالا اجسام میں سے کسی ایک پر اِس طرح لگائی جائے کہ اُس کا تقاضا یہ ہو کہ وہ جسم عمود کے علی القوائم

سمت میں حرکت کرے تو اِس صورت میں ایسی رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے جو پھسلنے والی حرکت کو روکنے کا تقاضا کرتی ہے۔ اُس وقت تک کہ اضافی حرکت واقع نہ ہو رگڑ کی قوت اور لگائی ہوئی خارجی قوت آپس میں متوازن رہتی ہیں۔ اگر خارجی قوت بتدریج بڑھائی جائے تو ایک حد ایسی آئیگی کہ پھسلنے والی حرکت عین شروع ہونے کے موقع پر ہوگی۔ اِس حالت میں جو رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے اُس کو **انتہائی رگڑ** کہتے ہیں۔

آپس میں مَس کرنیوالی دو ٹھوس سطحوں کے درمیان انتہائی رگڑ کی مقدار مَس کرنیوالی سطحوں کے رقبہ پر موقوف نہیں بشرطیکہ سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت بہت بڑی نہ ہو اور رقبہ جس پر قوت عمل کرے اِس قدر چھوٹا نہ ہو کہ دبانے والی قوت کے زیرِ عمل سطحوں کی شکل صریحاً بگڑ جائے۔

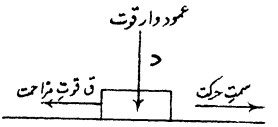
حرکت کی حالت میں دو ٹھوس اجسام کی سطحوں کے درمیان رگڑ کی مقدار اُن دو سطحوں کی اضافی رفتار پر بھی موقوف نہیں۔

انتہائی رگڑ مَس کرنے والی ٹھوس سطحوں کی نوعیت اور حالت پر اور سطوحِ مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت پر مبنی ہے۔ یہ انتہائی رگڑ دو سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت کے متناسب ہے اور اِس نسبت سے ہم کو دونوں سطحوں کے درمیان رگڑ کا مکرّر ملتا ہے۔

رگڑ کے مکرّر

دو سطحوں کے درمیان رگڑ کے مکرّر سے وہ نسبت مُراد ہے جو رگڑ کی قوت کو سطوحِ مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت کے ساتھ ہے۔ مثلاً شکل ۱۴۸ پر غور کرو دونوں سطحوں پر عموداً عمل کرنے والی قوت (دباؤ کی قوت) R ہے اور اُن کی اضافی حرکت روکنے والی قوت F ہے

توسطوح مذکورۂ بالا کے درمیان رگڑ کا مکرّر = $\frac{ق}{د}$۔ اس مکرّر کو عموماً



شکل ۴۸۔ رگڑ کی قوت

مہ کے نشان سے ظاہر کرتے ہیں۔

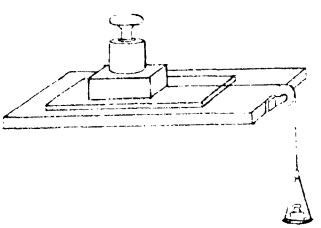
یعنی مہ = $\frac{ق}{د}$

سکونی اور حرکی رگڑ

ایک دی ہوئی قوت سے دبائی ہوئی دو سطحوں میں سے ایک کو دوسری پر عین پھسلانے کے لئے جس قوت کی ضرورت پڑتی ہے وہ اُس قوت سے زیادہ ہے جو حرکت شروع ہوجانے کی حالت میں حرکت کو جاری رکھنے کے لئے درکار ہے۔ لہٰذا سطحوں پر کسی ایک عمودی قوت (دبانے والی قوت) کے لحاظ سے رگڑ کی دو قوتیں عمل میں آتی ہیں۔ ایک تو سکونی رگڑ کی قوت کے نام سے موسوم ہے اور دوسری حرکی رگڑ کی قوت کے نام سے۔ اول الذکر قوت اُس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع کرنے کے لئے لگانی پڑتی ہے یعنی وہ باہمی قوت ہے جو ساکن سطحوں پر عمل کرتی ہے۔ موخر الذکر قوت یعنی حرکی رگڑ کی قوت اُس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع ہوجانے کے بعد مس کرنے والی سطحوں میں سے ایک سطح کو دوسری سطح پر مستقل حرکت میں قائم رکھنے کے لئے درکار ہے۔ اِن دو قوتوں کے لحاظ سے رگڑ کے دو مکرّر ہونگے۔ سکونی رگڑ کا مکرّر بلا استثناء ہمیشہ حرکی رگڑ کے مکرّر سے بڑا ہوگا۔

تجربہ ۴۱۔ اُفقی میز پر ایک کُندے کو حرکت دیکر رگڑ کے مکرر کی تعیین ــــ میز کی سطح اُفق میں درست کرلو۔ لکڑی یا دھات کا ایک مستطیلی کُندا لے کر اُس کے پہلو میں ایک چھوٹا سا کنڈا یا ہُک گاڑدو۔ کُندے کو تُول کر اُس کو میز کی سطح پر رکھو۔ کُنڈے سے ایک ڈوری لگاؤ اور ڈوری کو ایک ایسی چرخی پر سے گذارو کہ ڈوری کا وہ حصہ جو کُندے اور چرخی کے درمیان واقع ہے اُفق کے متوازی ہو۔ ڈوری کے آزاد سرے سے ترازو کا ایک ایسا چھوٹا پلڑا لٹکاؤ جس پر مختلف وزن رکھے جاسکیں۔

(۱) **سکونی رگڑ کے مکرر کی تعیین** ــــ کُندے پر ایک معلوم باٹ رکھو۔ یہ باٹ دبانے والی قوت کا کام دیگا۔ بعد اس کے پلڑے پر وزن رکھکر اسکو بالتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ کُندا عین حرکت کرنے لگے۔ کُندے کو متحرک کرنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اُس کو دریافت کرو۔ یہ نسبت مس کرنے والی دو سطحوں کے درمیان



شکل ۴۹۔ رگڑ کے مکرر کی تعیین

سکونی رگڑ کا مکرر ہے۔ کُندے پر مختلف باٹ رکھکر تجربہ کو دُہراؤ اور دکھلاؤ کہ نسبت مذکورۂ بالا تقریباً مستقل ہے۔

پلڑے پر جو قوت ق عمل کرتی ہے اُس میں پلڑے کا ذاتی وزن بھی شامل ہے اور قوت د میں کُندے کا اپنا وزن بھی شریک ہے۔

مشاہدات کو حسبِ ذیل جدول کی صورت میں قلمبند کرو:۔

شمار تجربہ	د	ق	رگڑ کا مکرّر مہ

اوسط قیمت مہ =

مہ کی اوسط قیمت سکونی رگڑ کا مکرّر ہے۔

(۴) حرکی رگڑ کے مکرّر کی تعیین ـــــ سکونی رگڑ کے تجربہ کی طرح کُندے پر باٹ رکھکر پلڑے پر وزن بتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ خفیف سا دھکا دینے پر کُندا مستقل رفتار سے (یعنی بغیر اسراع) میز پر متحرک ہونے لگے۔ کُندے کو حرکت میں قائم رکھنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اُس کو دریافت کرو۔ اِس نسبت کو مَس کرنیوالی دو سطحوں کے درمیان حرکی رگڑ کا مکرّر کہتے ہیں۔ اس تجربہ کو کُندے پر مختلف باٹ رکھ کر دُہراؤ اور ثابت کرو کہ مذکورہ بالا نسبت تقریباً مستقل ہے مگر اِس کی قیمت سکونی رگڑ کے مکرّر سے کم ہے۔ مشاہدات کو مندرجۂ بالا جدول کی صورت میں درج کرو اور حرکی رگڑ کے مکرّر کی اوسط قیمت دریافت کرو۔

اگر تجربات مندرجۂ بالا میں میز کی سطح پر پیتل یا جست کا چپٹا پترا لگا دیا جائے اور مختلف اشیاء کے بنے ہوئے کُندے لئے جائیں تو مَس کرنیوالی سطحوں کے چند مختلف اقسام کے جوڑوں کے درمیان رگڑ کے مکرّر دریافت کئے جا سکتے ہیں۔ مکرّر کی مختلف قیمتیں حاصل کرنے کے لئے اشیاء کا ایک مناسب انتخاب

حسبِ ذیل ہے:۔

(۱) لکڑی پر لکڑی (ریشے متوازی ہوں)

(۲) لکڑی پر لکڑی (ریشے علی القوائم ہوں)

(۳) جست پر جست۔

(۴) پیتل پر پیتل۔

(۵) پیتل پر لکڑی۔

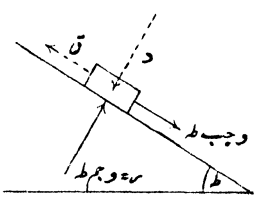
(۶) جست پر لکڑی۔

مختلف نتیجوں میں مطابقت قائم رکھنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ پتر کی تمام سطح یکساں اور ایک ہی طرح مجلّا ہو۔ اگر یہ صورت نصیب نہ ہو تو نچلی سطح (میز) کا ہمیشہ ایک ہی حصّہ تجربہ میں استعمال کرنا چاہیئے۔ اِس امر کے لئے ثابت سطح (یعنی میز کی سطح) پر ایک نشان لگا دیا جاتا ہے اور ہر تجربہ میں کُندا اِسی نشان سے متحرک کیا جاتا ہے۔

یہ بھی ضروری ہے کہ سطحوں کے کسی مقرر جوڑے کے ساتھ جتنے تجربے کئے جائیں اُن میں ہمیشہ مَس کرنیوالی سطحوں کی حالت یکساں رہے۔ کھینچنے والی قوت لگانے کے قبل اگر سطحیں آپس میں دبائی جائیں تو رگڑ کے مکرّر میں ایک حد تک تبدیلی واقع ہوگی مگر سطحوں پر رطوبت جم جانے کی حالت میں مکرّر بالکل بدل جائیگا۔

سطحِ مائل پر انتہائی تعادل

جب کوئی جسم سطحِ مائل پر ساکن رکھا جائے اور سطحِ مذکور اور اُفق کے درمیان کا زاویہ ط بتدریج بڑھایا جائے یہاں تک کہ جسم سطح کے نیچے کی طرف عین پھسلنے کے موقع پر آجائے تو



شکل ۵۰۔ سطحِ مائل پر رگڑ

اِس صورت میں رگڑ کی قوت اپنی انتہائی قیمت اختیار کرلیتی ہے۔ جیسا کہ سکونی سطحِ مائل کے بیان کے تحت میں (صفحہ ۱۱۱) دکھلایا گیا ہے جسم کو سطح کے نیچے کھینچنے والی قوت اُس قوت ق کے برابر ہے جو جسم مذکور کو رگڑ کی عدم موجودگی میں سطح پر ساکن رکھنے کے لئے درکار ہے۔ دو سطحوں کی آپس میں دبانیوالی قوت سطحِ مائل کے ردِّ عمل س کے برابر ہے۔

رگڑ کا مکرّر مہ = $\frac{\text{ق}}{\text{س}}$

اب شکل ۵۰ پر غور کرو۔

ق = و جب طہ

اور س = و جم طہ

اِس لئے مہ = $\frac{\text{ق}}{\text{س}} = \frac{\text{و جب طہ}}{\text{و جم طہ}} =$ مس طہ

یہاں و کُندے کا وزن ہے

تجربہ ۴۴۔ سطحِ مائل کے ذریعہ سے رگڑ کے مکرّر کی تعیین ــــ کسی شے کا بنا ہُوا ایک مستطیلی کُندا سطحِ مائل پر رکھو اور سطحِ مذکور کا میلان بتدریج بڑھاؤ۔ میلان کی ایک خاص قیمت پر کُندا پھسلنے لگیگا۔ جب کُندا عین پھسلنے کے موقع پر ہو تو زاویۂ میلان قلمبند کرلو۔

اب کُندے پر باٹ رکھ کر تجربہ کو دُہراؤ۔ بوجھل کُندا پھر تقریباً اُسی زاویۂ میلان پر پھسلنے لگیگا جیسا کہ پہلے تجربہ میں خالی کُندا۔

فرض کرو کہ یہ زاویۂ میلان طہ ہے۔

تجربۂ مندرجۂ بالا کو پھر دہراؤ مگر اِس دفعہ وہ زاویۂ میلان دریافت کرو جبکہ کُندے کو ذرا سا دھکا دینے پر سطح کے نیچے اُس کی حرکت جاری رہے یہ دکھلاؤ کہ کُندے پر خواہ باٹ رکھے جائیں یا نہ رکھے جائیں ہر حالت میں سطحِ مائل کا زاویۂ میلان ایک ہی رہتا ہے۔

فرض کرو کہ یہ زاویۂ میلان طہ ہے۔

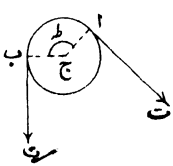
صورت ہذا میں میلان کی قیمت اتنی بڑی نہیں ہے جیسا کہ اُس حالت میں جب کُندا خود بخود بغیر دھکا دئے ہوئے متحرک ہوجاتا ہے۔
لہذا سکونی رگڑ کا مکرر مس طہ ہے اور حرکی رگڑ کا مکرر مس طہ ہے۔

سطح مائل مذکور پر مختلف اشیاء کی چادریں چڑھاکر اور مختلف اقسام کے کُندے لے کر حسب بالا تجربے کئے جا سکتے ہیں اور اِس طرح مختلف سطحوں کے درمیان رگڑ کے مکرر دریافت ہوسکتے ہیں۔

ثابت چرخی پر رسّی کی رگڑ

جب کوئی تسمہ یا رسّی کسی ثابت اُستوانہ پر سے کھینچی جائے تو رسّی کے دونوں طرف غیر مساوی تناؤ رہنے پر بھی تعادل قائم ہوسکتا ہے کیونکہ یہاں تناؤ کے سوا ایک دُوسری قوت یعنی دو مَس کرنیوالی سطحوں کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے۔
فرض کرو کہ شکل ۵۱ میں رسّی نقطہ ب سے ا کی طرف عین پھسلنے کے موقعہ پر ہے اور تناؤ ت تناؤ ت سے بڑا ہے۔ تو نظری طریقہ سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ ت = ت فو مہ ط جہاں مہ رگڑ کا مکرر ہے۔ طہ زاویۂ ا ج ب ہے (شکل ۵۱) اور یہ رسّی اور اُستوانہ کے درمیان زاویۂ تماس ہے اور فو نیپیر[1] کی یا طبعی لوگارتم کا اساس ہے یعنی

فو = ۲٫۷۱۸۲۸



شکل ۵۱۔ چرخی پر رسّی

[1] Napierian

اور و کی تعبیر حسب ذیل سلسلہ سے ہوتی ہے :-

$$و = ۱ + \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲.۱} + \frac{۱}{۳.۲.۱} + \frac{۱}{۴.۳.۲.۱} + \dots$$

مساوات ت = ب وہ مطہ کے طرفین کے لوکارتم اساس و پر لینے سے

لوک و ت = لوک و ب + لوک و (و مطہ)

یعنی لوک و ت - لوک و ب = مہ طہ

بغرض تحسیب لوکارتم ہذا کو اساس ۱۰ پر کے لوکارتموں میں تبدیل کردو

لہذا (لوک ۱۰ ت - لوک ۱۰ ب) لوک و ۱۰ = مہ طہ

لوک ۱۰ و = ۰٫۴۳۴۲۵۸

موجودہ ضرورت کے لحاظ سے اگر اس کی قیمت صرف ۰٫۴۳ لی جائے تو کافی صحت حاصل ہوگی۔

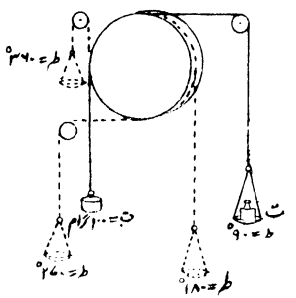
اس لئے رگڑ کا مکرر مہ = $\frac{\text{لوک ۱۰ ت - لوک ۱۰ ب}}{۰٫۴۳ \times \text{طہ}}$

یہاں زاویہ طہ کی پیمائش نیم قطروں میں ہونی چاہیئے۔

یاد رہے کہ ۲ نیم قطریاں = ۱۸۰ درجے

تجربہ ۴۳ - چرخی اور رسّی کے درمیان رگڑ کے مکرر کی تعیین ——— مندرجۂ بالا نتائج کی تشریح کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے دھاتی استوانہ پر مشتمل ہے جس کی سطح پر سے تسمہ یا رسّی کھنچی رہتی ہے اور اس رسّی کے دونوں سروں سے وزن لٹکا کر مختلف تناؤ پیدا کئے جاتے ہیں۔ یہ زیادہ مناسب ہے کہ رسّی کے ایک سرے پر ایک مستقل وزن مثلاً ۱۰۰ گرام کا وزن لگا رہے اور دوسرے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا بندھا رہے تاکہ پلڑے پر وزن بتدریج گھٹایا یا بڑھایا جا سکے۔ مگر اس صورت میں ضروری ہے کہ پلڑے کا ذاتی وزن حساب میں شریک رہے۔ بعض اوقات جب تجربہ میں نزاکت مدّنظر رہتی ہے تو پلڑے کو لٹکانے والی ڈوری کا وزن بھی محسوب کرلیا جاتا ہے۔

رسّی اور اُستوانہ کے درمیان مختلف "زوایا تماس" پیدا کرنے کے لئے رسّی ایک ایسی چھوٹی چرخی پر ڈالی جاتی ہے جس کا مقام حسبِ ضرورت بدلا جاسکے جیسا کہ شکل ۵۲ میں دکھایا گیا ہے۔ اِس چھوٹی چرخی پر کی رگڑ یہاں نظر انداز کیجاسکتی ہے۔



شکل ۵۲۔ رسّی اور چرخی کے درمیان رگڑ

زوایا ۹۰°، ۱۸۰°، ۲۷۰°، ۳۶۰°، ۴۵۰°، ۵۴۰°، وغیرہ کے لحاظ سے اُستوانہ کے محیط پر برابر برابر فاصلوں پر نشانات لگائے جاسکتے ہیں۔ اور اِس کے بعد اُستوانہ پر رسّی اِس طرح لپیٹی جاسکتی ہے کہ مَس کرنے والے قوس کا زاویہ مندرجۂ بالا زاویوں میں سے کوئی ایک ہو۔ کسی خاص زاویۂ تماس کے لحاظ سے یہ دریافت کرو کہ رسّی کو اُستوا پر عین پھسلانے کے موقع پر لانے کے لئے پلڑے پر کتنے وزن کی ضرورت ہے۔ حسبِ جدول مندرجۂ ذیل نتائج درج کرو:۔

زاویۂ تماس ط	تناؤ ب	لوگ ب	تناؤ ت	لوگ ت	$\frac{۲٫۳ \times}{ط}$ (لوگ ت − لوگ ب) = مہ
۹۰°					
۱۸۰°					
۲۷۰°					
وغیرہ					

اوسط قیمت مہ =

* یہاں ط کی پیمائش نیم نظریوں میں ہونی چاہئے۔

مفصلۂ ذیل دو مُنحنیوں کے ذریعہ اِن نتیجوں کی تعبیر کرو:۔

(۱) (ت۔ ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویۂ تماس کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک مُنحنی تیار کرو۔ یہ مُنحنی اِس امر کی تشریح کریگا کہ تناؤ زاویۂ تماس کے ساتھ ساتھ اِسی طرح بڑھتا ہے جس طرح روپیہ کی رقم مرکب سود کے حساب سے بڑھتی ہے۔

دونوں عملی اور نظری طبیعیات میں اِس مُنحنی کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ مثلاً قصری ارتعاش اور نیوٹن کے کُلیۂ تبرید کے مسئلوں میں حاصل شدہ نتائج سے جو منحنی تیار ہوتا ہے اُس کی شکل بجنسہٖ ایسی ہی ہوتی ہے۔

(۲) (لوگ ت۔ لوگ ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویہ کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک دُوسرا مُنحنی تیار کرو۔ مختلف حاصل شدہ نقطے ایک ہی خطِ مستقیم پر واقع ہونگے۔

فصل ششم

مشینیں

اِستعداد، توانائی نسبت

اور

رفتاری نسبت

مشین اُس آلہ کو کہتے ہیں جس کے ذریعہ داخل کی ہوئی توانائی کے باعث کام حاصل ہوتا ہے۔ جیلی توانائی کے سوا کسی دُوسری توانائی کی رسد سے جب کام حاصل ہوتا ہے تو اُس صورت میں مشین کے بجائے "انجن" کا لفظ عموماً استعمال کیا جاتا ہے۔ لیکن یہاں پر ہم صرف مشینوں ہی سے بحث کرینگے۔

استعداد

کسی شکل کی مشین میں داخل کی ہوئی توانائی کا صرف ایک حصّہ فی الحقیقت مفید کام کے کرنے میں لگایا جاتا ہے۔ اور توانائی کا بقیہ حصّہ مشین کے اندر رگڑ کے مقابلے میں ضائع ہوجاتا ہے۔ جتنی زیادہ "استعداد" والی مشین ہوتی ہے، داخل کی ہوئی توانائی کا

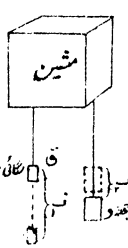
اُتنا ہی زیادہ حصّہ کارآمد کام میں صَرف ہوتا ہے۔ پس ہم کہتے ہیں کہ مشین کی استعداد سے وہ نسبت مُراد ہے جو حاصِل شدہ مفید کام کو مجموعی داخل شدہ توانائی کے ساتھ ہے۔ یعنی

$$\text{استعداد} = \frac{\text{حاصل شدہ مفید کام}}{\text{داخل شدہ توانائی}}$$

کامل مشین وہ مشین ہوگی جو داخل شدہ توانائی سے پُورا فائدہ اُٹھائیگی۔ یعنی کامل مشین سے وہ مشین مُراد ہے جس میں حاصل شدہ مفید کام داخل شدہ توانائی کے برابر ہوتا ہے۔ بناء بریں

کامل مشین کی استعداد عدد ایک سے ظاہر کی جاتی ہے۔

ہر ایک قسم کی مشین میں (جیسا کہ شکل ۵۳ سے واضح ہے) فصل ف۱ تک عمل کرنیوالی کوئی قوت ق لگاکر توانائی داخل کی جاتی ہے اور مشین مذکور میں فصل ف۲ تک کسی قوت و کے مقابلہ میں کام حاصل ہوتا ہے۔



شکل ۵۳۔ مشین کا اصول

جب لگائی ہوئی قوت ق کا نقطۂ عمل فصل ف۱ طے کرتا ہے تو مشین میں ق ف۱ توانائی داخل ہوجاتی ہے۔ اور اِتنے ہی وقت میں اگر قوت و کا نقطۂ عمل فصل ف۲ طے کرے تو حاصِل شدہ مفید کام کی مقدار و ف۲ ہوگی۔

پس مشین کی استعداد حسبِ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی:۔

$$\text{استعداد } ع = \frac{\text{و ف}_2}{\text{ق ف}_1}$$

مفادِ حیلی یا قوائی نسبت

عموماً مشین اِس ساخت کی بنائی جاتی ہے کہ اُس میں ایک چھوٹی سی قوت ق لگاکر کہیں زیادہ مقدار کا بوجھ و مغلوب کر لیا جا سکے۔

نسبت $\frac{\text{مشین سے مغلوب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$ کو مفادِ حیلی کہتے ہیں۔

کیونکہ بالعموم اِس نسبت سے "نفع قوت" کی تعبیر ہوتی ہے۔

مگر یہ صورت ہمیشہ حاصل نہیں ہوتی۔ کیونکہ ایک بہت بڑی قوت ق کو ایک چھوٹے فاصلے تک عمل میں لاکر ایک چھوٹے بوجھ کو ہم کہیں بڑے فاصلہ تک اُٹھا سکتے ہیں۔ حالتِ مذکور میں نسبت $\frac{\text{و}}{\text{ق}}$ ایک سے کم ہوگی۔ یعنی یہاں اِس نسبت سے "نفع قوت" کے بجائے "نقصانِ قوت" کی تعبیر ہوتی ہے۔ لہٰذا مفادِ حیلی کے نام کے غلط استعمال سے بچنے کے لئے بعض اوقات یہ نسبت قوائی نسبت کے نام سے موسوم کی جاتی ہے۔ موخرالذکر نام کُل صُورتوں پر حاوی ہے اور بعض اوقات نسبت $\frac{\text{و}}{\text{ق}}$ کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مذکورۂ بالا امر کو ہم ریاضی کی زبان میں حسبِ ذیل بیان کر سکتے ہیں:۔

$$\text{قوائی نسبت یا مفادِ حیلی} = \frac{\text{مغلوب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$$

رفتاری نسبت

عموماً یہ دیکھا جاتا ہے کہ لگائی ہوئی قوت اور بوجھ کے

نقاطِ عمل کے طے کئے ہوئے فاصلے آپس میں برابر نہیں ہوتے۔ مشین کے کامل ہونے کی صورت میں وف کو قف کے مساوی ہونا چاہیئے۔ یعنی

کامل مشین میں $\frac{ف_1}{ف_2} = \frac{و}{ق}$

بہرحال ایسی مکمل صورت کبھی نصیب نہیں ہوتی اور ہمیشہ

$$وف_2 < قف_1$$

یعنی $$\frac{و}{ق} > \frac{ف_1}{ف_2}$$

عموماً فاصلے $ف_1$ اور $ف_2$ مشین کے پُرزوں کی ساخت کے ملاحظہ سے یا مشین کے مختلف حصّوں کی پیمائش سے دریافت ہو سکتے ہیں۔ اگر مشین کے پُرزے بند بھی ہوں تو کسی فاصلہ $ف_1$ کے جواب میں فاصلہ $ف_2$ کی پیمائش بہ آسانی ہو سکتی ہے۔ لہذا یہ ہمیشہ ممکن ہے کہ نسبت $\frac{ف_1}{ف_2}$ خواہ پُرزوں کے محض معائنہ سے یا براہِ راست پیمائش سے دریافت ہو سکے۔

نسبت $\frac{ف_1}{ف_2}$ سے وہ نسبت مُراد ہے جو لگائی ہوئی قوت کے نقطۂ عمل کے طے کردہ فاصلے کو اُتنے ہی وقت میں بوجھ کے نقطۂ عمل کے طے کردہ فاصلے کے ساتھ ہے۔ چونکہ دونوں قوتوں کے اوقاتِ عمل ایک ہی ہیں اس لئے

$$\text{نسبت } \frac{ف_1}{ف_2} = \frac{\text{لگائی ہوئی قوت کے نقطۂ عمل کی رفتار}}{\text{بوجھ کے نقطۂ عمل کی رفتار}}$$

فنِ انجنیری کے نقطۂ نظر سے کام کرنے کی شرح، مقدارِ کام کے مقابلہ میں زیادہ اہمیّت رکھتی ہے اور اِس بناء پر طے شدہ فاصلے کے مقابلے میں حرکت کی شرح کو انجنیری خیالات کے ساتھ زیادہ موزونیت ہے۔ اس لئے اِن طے شدہ فاصلوں کی باہمی نسبت کو عموماً رفتاری نسبت کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

کیونکہ رفتاریں اِن فاصلوں کے متناسب ہیں۔ یعنی

$$\text{رفتاری نسبت} = \frac{\text{لگائی ہوئی قوت کا طے کردہ فاصلہ}}{\text{بوجھ کی مزاحمت کا فاصلہ}}$$

اگر کسی خاص غرض کے لئے مشین کا انتخاب منظور ہو تو سب سے پہلے مطلوبہ مفادِ حیلی یا قوائی نسبت کا اندازہ لگا لینا چاہئے۔ اور منتخبہ مشین ایسی ہونی چاہئے کہ اُس کی رفتاری نسبت مذکورۂ بالا مفادِ حیلی سے اِس قدر بڑی ہو کہ مشین کے اندر رگڑ کی وجہ سے جو نقصان ہوتا ہے اُس کی تلافی کافی طور پر ہو جائے۔ (ذیل کا نوٹ دیکھو)۔

رفتاری نسبت، مفادِ حیلی (یا قوائی نسبت) اور استعداد کے درمیان باہمی رشتہ

ہم دیکھ چکے ہیں کہ استعداد حسبِ ذیل طریقہ سے ظاہر کی جاسکتی ہے:۔

$$ع = \frac{\text{وف}_ر}{\text{ق ف}}$$

اِس نسبت کو ہم ایک مناسب شکل میں یوں بھی لکھ سکتے ہیں:۔

$$ع = \frac{\text{بو}_ر}{\text{ق ف}_{ق}}$$

$$\text{یعنی استعداد} = \frac{\text{مفادِ حیلی یا (قوائی نسبت)}}{\text{رفتاری نسبت}}$$

پس اگر مشین کا مفادِ حیلی تجربتہً دریافت ہو جائے اور اِس کی رفتاری نسبت کی قیمت پیمائش یا ملاحظہ سے معلوم ہو جائے تو اِن دونوں کی خارجِ قسمت سے استعداد کی قیمت قابلِ حصول ہے۔

نوٹ۔ کچھ تجربہ کے بعد مختلف اقسام کی مشینوں کی اِستعدادِ ممکنہ

کا اندازہ کافی صحت کے ساتھ لگایا جاسکتا ہے۔ اگر کسی مشین کی رفتاری نسبت حسبِ متذکرۂ بالا دریافت ہوجائے تو اُس کی ممکنہ قوائی نسبت (مفادِ حیلی) ذیل کے رشتہ سے سرسری طور پر معلوم ہوسکتی ہے:-

مفادِ حیلی = رفتاری نسبت × استعداد

اور اِس طرح سے، کسی خاص ضرورت کے لحاظ سے، مشینِ مذکور کی موزونیت کا اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

۲۔ مختلف اقسام کی مشینوں کی استعداد وغیرہ، کی تعیین

اب چند مختلف اقسام کی مروجہ مشینوں کی ساخت پر بحث کی جائیگی اور اِس کے ساتھ ساتھ یہ بھی بتلایا جائیگا کہ اِن کی رفتاری نسبتیں ملاحظہ سے کس طرح دریافت ہوسکتی ہیں۔ کُل قسموں کی مشینوں کے مفادِ حیلی دریافت کرنے کا طریقہ تقریباً ایک ہی جیسا ہے۔

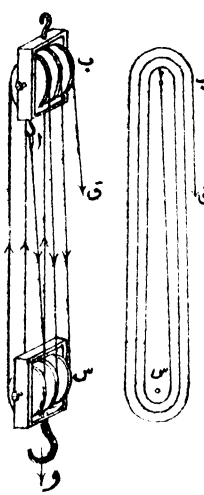
چرخی کے بُلاق

چرخیوں کے بلاق کا وہ نظام جس پر یہاں بحث کی جائیگی تین تین چرخیوں کے دو بُلاقوں پر مشتمل ہے (شکل ۵۴)۔ اُوپر والا بلاق ایک شہتیر میں ثابت رہتا ہے اور نیچے والا بلاق اول الذکر بلاق سے ایک ایسی مسلسل ڈوری کے ذریعہ لٹکایا جاتا ہے جو ہر چرخی پر سے گزرتی ہے۔ اِس ڈوری کا ایک سِرا ا اُوپر والے بلاق کے ڈھانچے سے بندھا رہتا ہے۔ اور اُس کا دُوسرا سِرا ب نیچے کی طرف لٹکتا ہے جس کو لگائی ہوئی قوت ق کھینچتی ہے۔

بوجھ ۹ نیچے والے بلاق کے ڈھانچے سے لٹکایا جاتا ہے۔

تجربہ ۴۴۔ چرخی کے بلاق کے ایک جوڑے کی استعداد ——— استعداد کی دریافت کے لئے دو تجربے درکار ہیں:-

(۱) معائنہ سے رفتاری نسبت کی تعیین۔ اگر ڈوری کا سرا ب فصل ف۱ تک نیچے کی طرف کھینچا جائے تو چرخیوں پر چڑھی ہوئی ڈوری کا مجموعہ طول، فصل ف۲ کے مساوی کم ہو جائیگا۔ طول کی یہ کمی ب اور ا کے درمیان ڈوری کے کُل انتصابی حصّوں پر برابر برابر تقسیم ہو جائیگی کیونکہ نیچے والی کُل چرخیاں اُوپر کی طرف ایک ساتھ اُٹھتی ہیں۔ لہذا چونکہ ڈوری کے انتصابی حصّے تعداد میں چھ ہیں اس لئے نیچے اور اُوپر والے بلاق کے درمیان ڈوری کے ہر حصہ میں طُول $\frac{ف_1}{6}$ کی کمی واقع ہوگی۔



شکل ۵۴۔ چرخی کے بلاق

اگر نیچے والے بلاق کا مرکز س ہو تو س، فصل $\frac{ف_1}{6}$ تک اُوپر کی طرف اُٹھ جائیگا۔ اور یہ وہ فصل ہے جہاں تک بوجھ ۹ اُوپر اُٹھیگا یعنی

$$ف_2 = \frac{ف_1}{6}$$

اس لئے رفتاری نسبت $= \frac{ف_1}{ف_2} = 6$

اسی طریقہ سے چرخیوں کے کسی اور نظام کی "رفتاری نسبت" بہ آسانی دریافت کی جاسکتی ہے۔

(۲) **مفادِ حیلی کی عملی تعیین** ——— تجربہ خانہ کے استعمال کے لئے

جو آلات بنائے جاتے ہیں اُن میں اکثر اقسام کے آلات میں نیچے والے بلاق کا وزن "بوجھ" کی مناسبت سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔لیکن فنِ انجنیری میں جو بلاق استعمال ہوتے ہیں اُن کا وزن اُٹھنے والے "بوجھ" کے مقابلے میں کہیں کم رہتا ہے۔

اِس لئے نیچے والے بلاق کا وزن اگر بوجھ میں نہ محسوب کرلیا جائے یا لگائی ہوئی قوت کا وہ حصّہ جو صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے قوت ق سے نہ گھٹالیا جائے تو ایسے نظام کی عملی استعداد کے متعلق غلط معلومات حاصل ہونگی اور استعداد کی حاصل شدہ قیمت عملی استعداد کی قیمت سے کم ہوگی۔

اِس لئے مفادِ حیلی محسوب کرنے کے وقت آیا وہ قوتِ ق جو صرف نیچے والے بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے ق سے گھٹالی جاتی ہے یا بوجھ و میں بلاق کا ذاتی وزن شریک کرلیا جاتا ہے۔ مگر یاد رہے کہ بلاق کے اُٹھانے میں جو کام صَرف ہوتا ہے وہ کارآمد نہیں۔

اگر چرخی کے بلاق کا وزن معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ نسبت $\frac{\text{و}}{\text{ق}}$ کے دریافت کرنے کا طریقہ یہ ہوگا کہ بلاق کا ذاتی وزن بوجھ و میں شریک کرلیا جائے۔اِس صورت میں بلاق کا وزن بوجھ کا ایک حصّہ تصوّر کیا جائیگا۔

اگر چرخی کے بلاق کا وزن معلوم نہ ہو تو وہ قوت ق دریافت کرو جو صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے اب بلاق سے و وزن کا ایک بوجھ لٹکاؤ تو بلاق اور بوجھ کو اٹھانے کے لئے ایک دُوسری قوت ق درکار ہوگی۔ اِس لئے قوت ق جو صرف بوجھ و کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے ق ـ ق کے مساوی ہوگی۔

قوتیں ق اور ق اِس طرح درست کرو کہ اگر مشین کو خفیف سی بھی حرکت دی جائے تو وہ عمل کرنے لگے۔

اِس طرح پانچ یا چھ مختلف بوجھ لے کر مندرجۂ بالا چرخیوں کے مُلاقوں کے جوڑے کا مفادِ حیلی دریافت کرو۔ اور مُشاہدات کو مندرجۂ ذیل جدولوں کی شکل میں ترتیب دو:۔

(ا) اگر مُلاق کا وزن معلوم ہو (مثلاً ۰ گرام)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوا بوجھ و گرام	لگائی ہوئی قوت ق	مجموعۂ بوجھ بلاق + و	و/ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۲۷۰	۲٫۴۵
۲	۴۰۰	۱۹۰	۴۷۰	۲٫۴۷
۳	۶۰۰	۲۷۰	۶۷۰	۲٫۴۸
۴	۸۰۰	۳۷۰	۸۷۰	۲٫۳۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۱۰۷۰	۲٫۳۸

اَخیر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ حیلی = ۲٫۴۴

(ب) اگر بلاق کا وزن معلوم نہ ہو۔

صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے جو قوت درکار ہے = ق۰ = ۳۰ گرام (مثلاً)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوا بوجھ و گرام	لگائی ہوئی مجموعہ قوت ق	بوجھ و کے لئے جو قوت درکار ہے ق = ق − ق۰	و/ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۸۰	۲٫۵۰
۲	۴۰۰	۱۹۰	۱۶۰	۲٫۵۰
۳	۶۰۰	۲۷۰	۲۴۰	۲٫۵۰
۴	۸۰۰	۳۷۰	۳۴۰	۲٫۳۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۴۲۰	۲٫۳۸

اَخیر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ حیلی = ۲٫۴۰

نوٹ۔ اگر بوجھ و یا قوت ق لگانے کے لئے ترازو کا پلڑا درکار ہو تو اِس پلڑے کا وزن بھی شریک حساب رہے۔

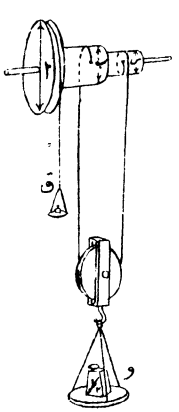
بُلاق کے جوڑے کے مَفادِ حیلی اور رفتاری نسبت دریافت کر لینے کے بعد استعداد کو مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر کرو:۔

$$ع = \frac{\text{مفادِ حیلی}}{\text{رفتاری نسبت}}$$

$$= \frac{۲۶٫۴۵}{۶} = ۰٫۴۱ = ۴۱ \text{ فیصد}$$

تفریقی چرخ اور محور

چونکہ اِس آلہ سے تجربہ خانوں میں اکثر کام پڑتا ہے اور اِس کے "تفریقی" اُصول کا اطلاق عموماً بندش (Gearing) کی تمام عملی شکلوں پر ہوتا ہے اِس لئے ہم اِس آلہ کو ایک مناسب اور بکارآمد قسم کی مشین تصور کر کے اِس پر بالتفصیل بحث کرینگے۔ شکل ۵۵ پر غور کرو۔ لگائی ہوئی قوت ق ایک ایسی ڈوری پر عمل کرتی ہے جو بڑے قُطر کے چرخ پر لپٹی ہوئی ہوتی ہے۔ یہ چرخ ایک ایسے محور سے جُڑا ہُوا ہوتا ہے جس کے دو حصّوں کے قُطر مختلف ہیں اور محور مذکور کے اِن دو حصّوں پر ایک دُوسری ڈوری کے دونوں سِرے متضاد سمتوں میں لپیٹے جاتے ہیں۔ اِس ڈوری کے لٹکتے ہوئے حلقے پر ایک ایسی



شکل ۵۵۔ مرکب چرخ اور محور

چرخی چڑھی رہتی ہے جس کے ڈھانچے سے بوجھ و لٹکایا جاتا ہے۔ تمام آلہ کو ایک دھاتی تکلے پر چڑھا کر دو مناسب براکٹوں (Brackets) پر اِس طرح سہارا دیا جاتا ہے کہ وہ آزادی سے گھوم سکے۔

تجربہ ۸۔ ۴۵۔ مرکب چرخ اور محور یا تفریقی چرخ اور محور

تجربہ دو حصّوں پر منقسم ہے:۔

(۱) **رفتاری نسبت کی تعیین** — جب چرخ پر لپٹی ہوئی ڈوری نیچے کی طرف یوں کھینچی جاتی ہے کہ ڈوری چرخ سے کھلتی جائے تو آلہ اِس طرح گردش کرتا ہے کہ دُوسری ڈوری بڑے قُطر کے محور پر لپٹتی جاتی ہے اور چھوٹے قُطر کے محور پر سے کھلتی جاتی ہے۔

آلے کی ایک پُوری گردش پر غور کرو۔ فرض کرو کہ چرخ کا قُطر ا ہے اور محور کے موٹے اور پتلے حصّوں کے قُطر بالترتیب ب اور س ہیں۔

جب آلہ ایک مکمل گردش کر چکتا ہے تو لگائی ہُوئی قوت چرخ کے محیط کے برابر فصل تک عمل کرتی ہے یعنی

ف ا = ۲ π

اِتنے ہی وقت میں دُوسری ڈوری کے اُس حصّہ کی لمبائی میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے جو محور سے باہر لٹکتا ہے۔ ۲ π ب طول کی ڈوری محور کے موٹے حصّہ پر لپٹ جاتی ہے مگر ۲ π س طول کی ڈوری محور کے پتلے حصّہ پر سے کھل جاتی ہے اِس لئے ڈوری کے آزاد حصّے کے طول میں فی الحقیقت ۲ π ب - ۲ π س یا ۲ π (ب - س) کی کمی واقع ہوتی ہے۔ یہ کمی حلقہ کے دونوں طرف برابر برابر تقسیم ہو جاتی ہے۔ اِس لئے چھوٹی چرخی مذکورہ بالا حلقہ کی کمی کے صرف نصف فاصلہ تک اُوپر اُٹھتی ہے۔ یعنی بوجھ فاصلہ ½ ۲ π (ب - س) تک اُوپر

اٹھتا ہے۔ یا

$$\text{ف م} = \frac{\pi (\text{ب} - \text{س})}{۲}$$

اِس لئے رفتاری نسبت $= \dfrac{۱\pi}{\frac{\pi}{۲}(\text{ب} - \text{س})}$

$$= \frac{۱۲}{\text{ب} - \text{س}}$$

چرخ کا قُطر اور محور کے دو حصّوں کے قُطر سرل چاپ کی مدد سے ناپو یا محیطوں کی پیمائش براہ راست خواہ ڈوری اور پیمانے کی مدد سے یا کسی لچکدار پیمائشی فیتہ کے ذریعہ کرو۔ اور اِن معلومات سے رفتاری نسبت دریافت کرو۔

(۲) مفادِ حیلی کی تعیین۔ جیساکہ چرخیوں کے بلاق کے بیان کے تحت میں (تجربہ ۴۴) بتایا جاچکا ہے مفادِ حیلی دریافت کرو۔ اِس امر کا لحاظ رہے کہ چرخی اور ترازُو کے پلڑوں کے وزن بھی شریکِ حساب ہوں۔

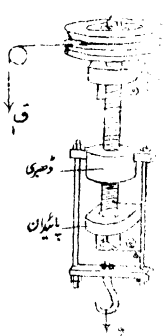
بعد ازاں آلہ کی اِستعداد دریافت کرو۔ اِس کی قیمت غالباً ۸۵ یا ۹۰ فی صد تک ملیگی۔

پیچ

مختلف اقسام کی مشینوں میں پیچوں کی ترکیب کا استعمال بہت ہی عام ہوتا ہے بالخصوص جبکہ بہت بڑا مفادِ حیلی مطلوب ہو۔ عملیات میں پیچ اکثر اوقات پیچیدہ کل کا ایک جزو ہوتا ہے۔ اگرچہ بعض اوقات یہ بذاتِ خود بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اِس کل کی عام مثال شہ پیچ ہے جو ٹائیر (Tyre) چڑھانے کے وقت موٹر گاڑی کے دُھرے کو یا کسی اَور بھاری وزن کو اُٹھانے میں اِستعمال کیا جاتا ہے۔ خصوصاً جہاں صرف دستی مزدوری (Hand Labour)

میسر ہوتی ہے۔

تجربہ میں جو پیچ استعمال ہوتا ہے اس میں عموماً بڑے قطر کی ایک چرخی لگی رہتی ہے جس کے گرد ڈوری لپیٹی جاتی ہے۔ اس ڈوری کے دونوں سرے آلہ کے بازوؤں میں دو چھوٹی ثابت چرخیوں پر سے گزرتے ہوئے (جیسا کہ شکل ۵۶ سے واضح ہے) اور ان سروں پر بندھے ہوئے پلڑوں میں رکھے ہوئے وزن کی وجہ سے ڈوری کھنچتی ہے۔ اکثر اوقات عملیات میں متذکرۂ بالا بڑے قطر والی چرخی اور ڈوری کے عوض T شکل کا ایک دستہ استعمال کیا جاتا ہے۔



شکل ۵۶۔ پیچ

پیچ پر ایک بڑی ڈھبری چڑھی رہتی ہے اور اس ڈھبری میں ایک جوا لگا رہتا ہے جو بوجھ کو اٹھاتا ہے۔ پیچ کا نیچے والا سرا ایک ثابت پائیدان پر اس طرح قائم ہے کہ وہ آزادی سے گھوم سکے اور اوپر کا سرا (جس پر بڑی چرخی لگی ہے) ایک ثابت حلقے میں سے آزادانہ گزرتا ہے۔ آلہ کے ایک مروج نمونہ کی تصویر شکل ۵۶ سے واضح ہے۔ مگر اس شکل میں وہ ڈھانچہ جس پر چھوٹی چرخیاں قائم ہیں نہیں دکھایا گیا ہے۔ اس کے سوا دوسری قسم کے آلہ نمونے بھی اکثر اوقات تجربہ خانوں میں مستعمل ہوتے ہیں۔ بعض اوقات بڑی چرخی صرف ایک وزن سے کھینچی جاتی ہے۔ اور کبھی کبھی دو دوریاں لگائی جاتی ہیں اور ان سے دو وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

موخرالذکر نمونہ قابلِ ترجیح ہے۔ کیونکہ اگر ق اور ق، مساوی ہوں تو پیچ دائیں یا بائیں کو کھنچنے سے باز رہتا ہے۔ لیکن صرف ایک غیر متوازن قوت کے استعمال کرنے میں پیچ حلقے کے ایک طرف کھنچ جاتا ہے جس کی وجہ سے رگڑ اور گھساؤ میں اضافہ ہوجاتا ہے۔

اگر کوئی مناسب ذریعہ گردشی حرکت کو روکنے کے لئے استعمال نہ کیا جائے تو پیچ کو گھمانے کے وقت ڈھبری بھی گھومنے کا تقاضا کریگی۔ اس حرکت کو روکنے کے لئے جو عام بندش استعمال کی جاتی ہے وہ ایک یا دو سلاخوں پر مشتمل ہے۔ یہ سلاخیں آلہ کے ڈھانچے میں جکڑی رہتی ہیں اور سلاخ کا ایک سرا مذکورۂ بالا حلقہ میں ثابت ہوتا ہے اور دوسرا سرا پائیدان میں ڈھبری میں نالیاں بنی رہتی ہیں جن میں سے مذکورۂ بالا سلاخیں ٹھیک پھنس کر گزرتی ہیں۔ ایسے انتظام سے پیچ کے گھومنے کے وقت ڈھبری گھومنے سے باز رہتی ہے۔ اور اس میں جو کچھ حرکت پیدا ہوتی ہے وہ صرف پیچ کی گھمائی کے متوازی ہوتی ہے۔ پیچ کی گردش کی سمت کے لحاظ سے "بوجھ" چڑھتا یا اترتا ہے۔ یہ سلاخیں شکل میں دکھائی نہیں گئی ہیں۔

تجربہ ۴۱۔ پیچ کی استعداد کی تعیین — اگر پیچ سے کارگر کام لینا ہو تو یہ لازمی ہے کہ مذکورۂ بالا حلقہ، اور پائیدان، سلاخ اور ڈھبری، وغیرہ، میں اچھی طرح تیل دیا جائے خاص کر پیچ کی چوڑیوں میں تیل دینا نہایت ضروری ہے کیونکہ رگڑ کا زیادہ تر حصہ پیچ اور ڈھبری ہی کے درمیان عمل کرتا ہے۔

(۱) رفتاری نسبت کی تعیین — فرض کرو کہ پیچ کے اوپر والے سرے کی چرخی کا قطر D ہے۔ تب پیچ کی

ایک کامل گردش میں لگائی ہوئی قوت (یا قوتیں) چرخی کے محیط کے برابر فاصلہ نیچے کی طرف طے کرتی ہے۔ یعنی پیچ کی ایک گردش کا لحاظ کرتے ہوئے۔

ف = ۲ π ر

اِتنے ہی وقت میں پیچ، ڈھبری کے اندر ایک گردش کرکے آگے بڑھتا ہے یعنی ڈِھبری اتنے فصل تک اُٹھ جاتی ہے جو پیچ کی گھائی کے مساوی ہوتا ہے اگر پیچ کی گھائی = گھ تو ظاہر ہے کہ ف = گھ

اور رفتاری نسبت = ۲ π ر / گھ

چرخی کا قُطر ایک بڑے سرل چاپ کی مدد سے ناپو لیکن اِس بات کی احتیاط رکھی جائے کہ پیمائش شدہ قُطر اُس مقام کا قُطر ہو جہاں ڈوریوں کی نیچے والی سطحیں مَس کرتی ہوں۔ اگر سرل چاپ میسّر نہ ہو تو ڈوری اور پیمانے کی مدد سے چرخی کا محیط براہِ راست دریافت کرلو۔ پیچ کی گھائی ناپنے کے لئے مندرجۂ ذیل طریقہ اختیار کرو:—

صاف کاغذ کا ایک ٹکڑا لے کر اُس کو پیچ کی کچھ لمبائی تک اِس طرح دباؤ کہ کاغذ پر چُوڑیوں کے نشان پڑجائیں۔ اب اُس کاغذ پر تقریباً ۲۰ چُوڑیوں کا درمیانی فاصلہ ناپ لو۔ اِس پیمائش سے گھائی دریافت ہوجائیگی۔ یاد رہے کہ پیچ کی گھائی سے وہ دو متشابہ نقطوں کا عمودی فاصلہ مُراد ہے جو ایک ہی چُوڑی کے دو متواتر گھماؤ (Turns) پر واقع ہیں۔ اِس امر کی توضیح (شکل ۷۰) کے ملاحظہ سے بخوبی ہوجائیگی۔

مذکورۂ بالا معلومات سے رفتاری نسبت محسوب کرو۔

(۲) **مُفادِ حیلی کی تعیین**— حسبِ تجربہ ۴۴ مُفادِ حیلی دریافت کرو۔ یہاں پر ڈِھبری اور جوے کا وزن معلوم نہیں ہو سکتا

کیونکہ یہ پیچ سے ملحق ہیں۔ لہذا یہاں پہلے ق کی قیمت دریافت کرنا ہوگی۔ یہ وہ قوت ہے جو صرف ڈھبری اور جوے کے اُٹھانے کو درکار ہے۔ اِس کے بعد مجموعی قوت ق، دریافت کرنا ہوگی جو "بوجھ"، ڈھبری، اور جوے کو اُٹھاتی ہے۔ اِس لئے ق، - ق، وہ قوت ق ہے جو صرف "بوجھ" و کے لئے درکار ہوگی۔

اگر مذکورۂ بالا بڑے قطر کی چرخی پر دو ڈوریاں لگی ہوں تو لگائی ہوئی قوت دونوں ڈوریوں سے لٹکے ہوئے وزن کے مجموعہ کے مساوی ہوگی۔

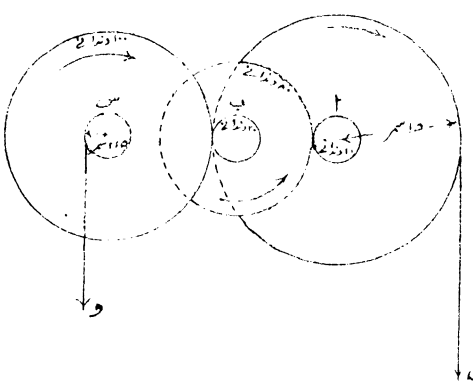
اب پیچ کی اِستعداد دریافت کرو۔ نتیجہ سے یہ معلوم ہوگا کہ کافی تیل دینے پر بھی پیچ کی اِستعداد بشکلِ تمام ۲۰ فی صدی تک پہنچتی ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہوجائیگا کہ اگر آلہ بد احتیاطی کی وجہ سے زنگ آلود ہوگیا ہو تو اِستعداد کی قیمت صرف ۷، یا ۸ فی صدی رہ جاتی ہے۔

چرخ بندی

مشینوں کا بیان اُس وقت تک تکمیل کو نہیں پہنچ سکتا جب تک کہ عام ترین بندشوں کا مثلاً دندانہ دار چرخوں کی بندش (Gearing) کا کچھ ذکر نہ کیا جائے۔ اِس بندش کی مختلف شکلوں کا اِستعمال قریب قریب تمام اقسام کی کلوں مثلاً گھڑیوں، موٹر گاڑیوں، خراددں، متحرک حمالوں، وغیرہ، میں ہوتا ہے۔ گر ہم یہاں صرف چرخ بندی کے ایک آسان سلسلہ پر بحث کرینگے اور پیچیدگی سے بچنے کے لئے صرف عددی مثال دی جائیگی۔

شکل ۵۷ پر غور کرو۔ تکلے ا پر ۱۵ سم نصف قطر کا ایک بڑا ڈھول چڑھا ہوا ہے۔ اور اُسی تکلے پر ۲۰ دندانوں کا ایک دندانہ دار چرخ ڈھول سے جکڑا ہوا لگا ہے۔

موخرالذکر دندانہ دار چرخ ا تکلے ب پر چڑھے ہوئے ۸۰ دندانوں والے چرخ سے اِس طرح لگا ہُوا ہے کہ اگر ا چار گردشیں پُوری کرے تو ب پر کا بڑا چرخ صرف ایک بار گھُومتا ہے۔ ب پر کے بڑے چرخ میں ۲۰ دندانوں کا ایک چھوٹا چرخ جکڑا ہُوا ہے۔ اور یہ چرخ تکلے س پر کے بڑے چرخ کے دندانوں سے لگا ہوا ہے جس کے محیط میں ۱۰۰ دندانے ہیں۔ اِس لئے جب ا ۲۰ گردشیں پُوری کرتا ہے تو ب ۵ اور س صرف ا۔ تیسرے تکلے س پر ۲٫۵ سم کا ایک چھوٹا ڈھول چڑھا ہُوا ہے جس پر سے "بوجھ" و کو سنبھالنے والی ڈوری گذرتی ہے۔ اِس ڈھول پر ڈوری اِس طرح لپیٹی جاتی ہے کہ



شکل ۶۵ - چرخ بندی

جب ق نیچے اُترتا ہے تو و اُوپر چڑھتا ہے۔
موجودہ مسئلہ میں آسانی کی غرض سے تکلے س کی

صرف ایک گردش پر غور کرو۔

س کی ایک گردش میں "بوجھ" و اتنے فاصلے تک چڑھتا ہے جو چھوٹے دائرہ کے محیط کے برابر ہے۔

یعنی فاصلہ = ۲ × ۲۲/۷ × ۲٫۵ سم۔

س کی ہر گردش کے جواب میں ا ۲۰ مرتبہ گھومتا ہے اور اس لئے ق بڑے دائرہ کے محیط کے بیس گنے فاصلے تک عمل کرتا ہے۔ یعنی

ف = ۲۰ × ۲۲/۷ × ۱۵ سم

اس لئے رفتاری نسبت

$$= \frac{15 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 20}{2{,}5 \times \frac{22}{7} \times 2}$$

$$= 120$$

تجربہ ۴۷۔ چرخ بندی کے ایک نظام کی استعداد کی تعیین ــــ چرخ بندی کے کسی نظام کی رفتاری نسبت دریافت کرو جیسا کہ متذکرۂ بالا مثال میں بیان کیا جا چکا ہے۔ اور تجربہ ۴۶ کی طرح اس کا مفادِ حیلی بھی دریافت کرو۔ اور ان معلومات سے اس کی استعداد کی قیمت اخذ کرو۔

چرخ بندی کے سلسلے کی استعداد کا انحصار زیادہ تر اس امر پر ہے کہ دندانے حسب کے ساتھ کاٹے جائیں۔ متذکرۂ بالا سلسلہ کی طرح چرخ بندی کے ایک سادے سلسلے کی جس میں دندانے عمدہ طور پر کٹے ہوں استعداد کی قیمت ۹۵ فی صدی تک پہنچ سکتی ہے۔

نوٹ ــــ فصل ہذا میں بحث کردہ کمیتیں و اور ق بالترتیب "بوجھ" اور "لگائی ہوئی قوت" کے نام سے موسوم کی گئی ہیں لیکن اکثر اوقات ان کے بجائے وزن اور طاقت کے نام بھی استعمال

ہوتے ہیں۔ وزن ایک عام کمیت ہے اِس لئے اِس کو ایک خاص کمیت کی طرح استعمال کرنا اعتراض سے خالی نہیں۔ "بوجھ" سائنس کی زبان میں کوئی خاص معنی نہیں رکھتا اِس لئے اِس نام کو یہاں وزن کے نام کے بجائے اِستعمال کرنا قابلِ ترجیح ہے۔ لفظ "طاقت" سائنس کی اصطلاح میں ایک خاص اور محدود معنی رکھتا ہے یعنی طاقت سے کام کرنے کی شرح مُراد ہے اِس لئے طاقت کو قوت کے معنوں میں ہرگز اِستعمال نہیں کرنا چاہیئے۔ بعض اوقات ق کی تعبیر کے لئے زور کا لفظ بھی اِستعمال کیا جاتا ہے لیکن کسی صورت میں اِس کا اِستعمال عام نہیں۔

فصل ہفتم

لچک

۱- عام نظریہ-

جب کوئی سی قوت کسی جسم پر عمل کرتی ہے تو جسم مذکور کی شکل میں کم و بیش بگاڑ پیدا ہوجاتا ہے۔ اور یہ بگاڑ بالعموم قوت کے ہٹا لینے پر غائب ہوجاتا ہے۔ جسم کا اپنی اصلی شکل میں واپس آجانا جسم مذکور کی اپنی اُس خاصیت کا نتیجہ ہے جس کو لچک کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

کُلیۂ ہوک[1]

اِس مضمون کی بنیاد رابرٹ[2] بائیل اور اُس کے مددگار ہوک نے ڈالی تھی اور وہ نہایت ہی ضروری اور اہم کُلیہ جو قوتِ عالمہ اور اِس سے پیدا شدہ بگاڑ کا باہمی تعلق بتاتا ہے کُلیۂ ہوک کے نام سے مشہور ہے۔ اِس کُلیہ کو ہم یوں بیان کر سکتے ہیں کہ تناؤ، بڑھاؤ کے متناسب ہے۔

---

[1] Hooke [2] Robert Boyle

یا ٹھیک علمی زبان میں مذکورۂ بالا امر کو حسبِ ذیل بھی بیان کر سکتے ہیں:۔
زور، فساد کے متناسب ہے۔ (یہاں زور سے بگاڑ پیدا کرنے والی عام قوت مُراد ہے۔ اور فساد سے جسم کی شکل میں عام تغیر) کلیۂ ہوک کی صحت ایک خاص حد تک درست ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر جسم پر عمل کرنے والا زور ایک خاص حد سے تجاوز کر جائے تو زور ہٹا لینے پر جسمِ مذکور اپنے ابتدائی ابعاد میں واپس نہیں آئیگا۔ وہ بڑے سے بڑا بگاڑ جو کسی شے میں دوامی بدشکلی پیدا نہیں کرتا شے مذکور کی لچک کی انتہا کہلاتا ہے۔ ہوک کا کلیہ، لچک کی انتہا تک غایت درجہ کی قربت کے ساتھ درست پایا جاتا ہے۔

لچک کے مقیاس کی تعریف

زور اور فساد

متفرق اقسام کی اشیاء کی لچک والی خاصیتوں کے مقابلہ کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ مختلف نوعیت کی قوتوں کے زیرِ عمل جو "بگاڑ" پیدا ہوتے ہیں اُن کے متعلق کمّی علم حاصل کیا جائے۔

زور — جہاں تک پیدا شدہ بگاڑ کی مقدار سے بحث ہے قوت کا اثر، مقدارِ قوت پر اور اُس کے رقبۂ عمل پر بھی مبنی پایا جاتا ہے اور اثرِ مذکور، قوت فی اکائی رقبہ کے متناسب ہوتا ہے۔ اِس لئے زور کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ
زور سے وہ قوت مُراد ہے جو اکائی رقبہ پر عمل کرے۔

فساد۔ ایک دئے ہوئے زور کے زیرِ عمل کسی جسم میں پیدا شدہ بگاڑ جسمِ مذکور کی جسامت پر منحصر ہے۔ مساوی مقدار کے تناؤ والے زور اگر ایک ہی قسم کے مختلف طول والے تاروں پر عمل کریں تو تاروں کے طولوں میں

جو درازیاں واقع ہونگی وہ اُن طولوں کے متناسب ہونگی۔ لہذا زور کا اثر گویا بگڑی ہوئی شکل کے جسم میں بگاڑ فی اکائی بُعد کا پیدا کرنا ہے۔

فساد کی تعریف عموماً شکل کے بگاڑ فی اکائی بُعد سے ہوتی ہے یا یوں کہو کہ فساد کسری بگاڑ ہے۔

لچک کے کسی مقیاس کی تعریف عمل کرنے والے زور اور پیدا شدہ فساد کے حاصل قسمت سے ہوتی ہے۔ ریاضی کی زبان میں اس کو یوں لکھتے ہیں کہ

$$\text{لچک کا مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$$

مختلف مقیاسوں کی تعریفیں:۔

(۱) ینگ[1] کا مقیاس یا تناؤ والی لچک کی قدر۔

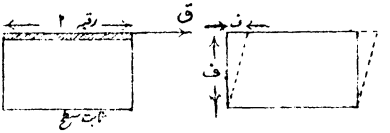
یہاں جو زور مدِنظر ہے وہ طولی تناؤ کا زور ہے۔ اور اس سے جو فساد پیدا ہوتا ہے وہ طول کی درازی فی اکائی طول ہے۔ (یا طول کا بڑھاؤ فی اکائی طول ہے)۔

اگر تناؤ کی قوت ق تراش عمودی ا والے تار پر عمل کرے تو تارِ مذکور پر عمل کنندہ تناؤ والا زور $\frac{ق}{ا}$ کے مساوی ہوگا۔ اگر اس تار کا طول ط ہو اور زورِ مذکور کے زیرِ عمل اس کے طول میں ل کا اضافہ پیدا ہوجائے تو فساد $\frac{ل}{ط}$ کے مساوی ہوگا۔ اس لئے ینگ کا مقیاس

$$ی = \frac{ق/ا}{ل/ط} = \frac{ق\,ط}{ا\,ل}$$

[1] Young

(۲) استواری کا مقیاس، یا جزّی لچک کا مقیاس۔
کسی شے (مثلاً ربڑ) کے مستطیلی متوازی السّطوح کی شکل کے ایک ایسے کُندے کا تصور کرو جس کا ایک پہلو تو کسی ثابت اُفقی سطح سے چسپاں ہو اور دُوسرا مقابل کا اُفقی پہلو ایک پترے سے مضبوطی کے ساتھ جُڑا ہُوا ہو۔
اب اگر یہ پترا ایک اُفقی قوت ق سے کھینچا جائے تو تمام کُندا بگڑ کر ایک ایسی شکل اختیار کر گیا جیسا کہ نقطہ دار



شکل ۵۸۔ جزّی زور اور جزّی فساد

خطوں سے شکل ۵۸ میں دکھایا گیا ہے۔ قوت ق سارے پترے پر اِس طرح پھیلی ہوئی ہے کہ وہ تمام اُوپر والے رقبہ ۱ پر ہموارانہ عمل کرے۔ اِس صورت میں زور $\frac{ق}{۱}$ کے برابر ہوگا۔ یہ زور جزّی زور کہلاتا ہے۔ ذرّوں کی اُوپر والی تہ اپنے ابتدائی محل سے نیچے والی تہ کے ذرّوں کی اضافت سے فصل ف تک اُفقاً ہٹ گئی ہے۔ ایسی دو سطحوں کا اضافی بُعدی ہٹاؤ جن کا باہمی درمیانی فاصلہ اکائی ہو، جزّی فساد کہلاتا ہے۔ پس

جزّی فساد $= \frac{ف}{ف}$

اس لیے جزّی لچک کا مقیاس $= \frac{ق/۱}{ف/ف} = \frac{ق\ ف}{ف\ ۱}$

نوٹ۔ صرف ٹھوس اجسام ہی میں تناؤ والی اور جزبی لچکیں ہوسکتی ہیں۔

(۳) **حجمی مقیاس یا حجمی لچک کی قدر** — اگر ح حجم والے کسی جسم پر دباؤ د ڈالا جائے اور اُس کی وجہ سے اگر اجسم مذکور کے حجم میں ح کا تغیر واقع ہو تو لگائی ہوئی قوت فی اکائی رقبہ د ہوگی چونکہ دباؤ سے قوت فی اکائی رقبہ مُراد ہے پس زور = د

فساد = $\frac{ح}{ح}$ چونکہ پیدا شدہ بگاڑ ح ہے۔ اور بگڑے ہوئے بُعد کی قیمت ح ہے۔

اِس لئے حجمی مقیاس

$$\text{حج} = \frac{د}{\frac{ح}{ح}} = \frac{د ح}{ح}$$

چونکہ یہ ہمیشہ ممکن نہیں کہ جسم زیرِ تجربہ پر کچھ نہ کچھ ابتدائی زور موجود نہ ہو اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ لچک کے مقیاس کی مذکورۂ بالا تعریف میں کچھ ترمیم کی جائے۔

اگر کلیۂ ہوک درست ہے تو لچک کا مقیاس مقررہ حالتوں کے تحت میں شئے زیرِ تجربہ کی ایک مستقل خاصیت ہوگا۔ بناءبریں یہ کہنا صحیح ہوگا کہ اگر زور میں اضافہ کیا جائے تو

$$\frac{\text{اضافہ زور}}{\text{اضافہ فساد}} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}} = \text{لچک کا مقیاس}$$

کسورِ مندرجۂ بالا میں سے پہلی کسر لچک کے مقیاس کی پیمائش کرنے میں اکثر اوقات استعمال کی جاتی ہے۔

گیسوں میں جہاں کلیۂ ہوک درست نہیں ہم کسی معین حالت کے تحت والی گیس کے حجمی مقیاس کے لئے

خارج قسمت $\frac{\text{اضافہ دباؤ}}{\text{اُس کا جوابی حجمی فساد}}$ استعمال کرتے ہیں۔

چونکہ گیسوں کے حجمی مقیاس براہِ راست محض نظری نقطۂ نظر سے محسوب کئے جا سکتے ہیں اِس لئے اِن کا مذکورۂ بالا اُصول سے عملاً دریافت کرنا لاسود ہے۔ چونکہ ٹھوس اور مائع اجسام کے حجمی مقیاس دریافت کرنے میں بڑی دقتیں پیش آتی ہیں اِس لئے ہم یہاں پر صرف ینگ کے مقیاس اور اُستواری کے مقیاس ہی دریافت کرنے کے عملی طریقوں پر اکتفا کریں گے۔

نوٹ۔ چونکہ زور ہمیشہ قوت فی اکائی رقبہ ہوتا ہے اِس لئے اِس کو ڈائین (Dyne) فی مربع سمر یا اُسی طرح کے ابعاد کی کسی دُوسری اکائیوں میں ظاہر کرنا چاہیئے۔ فساد صرف ایک نسبت ہے اِس لئے اِس کے ابعاد نہیں اور لچک کا مقیاس = $\frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$ اِس لئے اِس مقیاس کو بھی زور کی اِکائیوں میں ظاہر کرتے ہیں یعنی ڈائین فی مربع سمر میں (اگر س۔گ۔ث اکائیاں مستعمل ہوں)۔

۲۔ ینگ کا مقیاس

تار کی شکل کی شَے کے لئے ینگ کا مقیاس

جو آلہ اِس تجربہ میں اِستعمال کیا جاتا ہے وہ ایسے دو انتصابی تاروں پر مشتمل ہے جن کے اُوپر والے سرے آپس میں بہت قریب ایک ہی سہارے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ ان میں سے ایک تار ایک ایسے مستقل بوجھ سے تنا رہتا ہے جس کے جاننے کی ضرورت نہیں اور دُوسرے تار سے ترازُو کا پلڑا بندھا رہتا ہے جس پر حسبِ خواہش مختلف اوزان رکھے جا سکتے ہیں۔ اول الذکر تار پر ایک چھوٹا پیمانہ

س قائم ہے اور دُوسرے تار پر ایک کسر پیمانہ ب اِس طرح لگا رہتا ہے کہ وہ پیمانہ س پر آزادانہ پھسل سکے۔ اِن دونوں تاروں کو ایک ہی شے اور ایک ہی موٹائی کا ہونا چاہیئے۔ اِس طرح ایک ہی قسم کے دو تاروں کے استعمال سے مندرجۂ ذیل غلطیوں کے اہم ذرائع رفع ہو جاتے ہیں:۔

(۱) بوجھ ۱ کی وجہ سے نقطۂ تعلیق نیچے اُتر جائیگا مگر نقطۂ تعلیق کی اِس حرکت سے پیمانہ س بھی اِتنا ہی نیچے اُتر آئیگا جتنا کہ کسر پیمانہ ب۔ لہذا تجربہ میں اِس کا کچھ اثر نہ ہوگا۔

(۲) تپش کے تغیّر سے طول میں تبدیلی واقع ہوگی۔ اِس کا اثر دونوں تاروں میں یکساں پڑیگا۔ لہذا نتیجہ پر تپش کے تغیر کا بھی کوئی اثر نہیں ہوگا۔

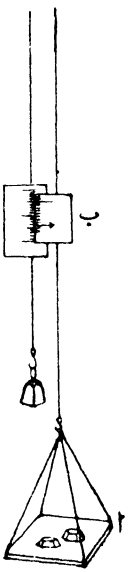
اگر ایک تار پر مستقل قوت قائم رکھی جائے اور دُوسرے پر مختلف قوتیں لگائی جائیں تو اِن قوتوں کی وجہ سے موخرالذکر تار کے طول میں جو اضافہ واقع ہوگا اُس کی قیمت پیمانہ س پر کسر پیمانہ ب کی حرکت سے معلوم ہو جائیگی۔

تار کا طول اور اُس کا نصف قطر کسی مروّجہ طریقوں سے دریافت ہو سکتے ہیں۔ لہذا معلوم زور کے زیرِ عمل طولی فساد کی قیمت حاصل ہو سکتی ہے۔ اور اِس کے ذریعہ ینگ کا مقیاس زیرِ تجربہ شے کے لئے محسوب کیا جا سکتا ہے۔

تجربہ ۴۸۔ تار کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعیین — زیرِ تجربہ تار کے بل دُور کرنے کے لئے اُس سے بندھے ہوئے پلڑے میں دو کلوگرام کا وزن رکھو۔ اور پیمانہ س اور کسر پیمانہ ب پر کے درجے پڑھ لو۔

اِس کے بعد پلڑے پر بتدریج دو دو کلوگرام رکھ کر بوجھ کو ۱۲ کلوگرام تک بڑھاؤ اور ہر وزن کے جواب میں

پیمانہ اور کسر پیما پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اب پلڑے پر کے وزن کو بتدریج دو دو کلو گرام گھٹا کر بوجھ کو ابتدائی دو کلو گرام تک لاؤ اور پہلے کی طرح ہر وزن کے جواب میں پیمانہ اور کسر پیما پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اس طریقہ سے ہر وزن کے جواب میں پیمانے پر دو درجہ خوانیاں حاصل ہونگی جن کی اوسط قیمت وزنِ مذکور کے لئے پیمانے پر اصلی قیمت ہوگی۔



شکل ۵۹ ۔ تار کے لئے ینگ کا مقیاس

اگر تجربہ کے اختتام پر درجہ خوانی ابتدائی درجہ خوانی (یعنی جب تار پر صرف دو کلو گرام کا وزن ہو) سے جُداگانہ ہو تو یہ ممکن ہے کہ زیرِ تجربہ تار لچک کی انتہا سے زیادہ کھینچ گیا ہو۔ گرچہ درجہ خوانیوں میں یہ فرق تار کے محض سیدھا ہونے کا نتیجہ بھی ہوسکتا ہے۔ اگر یہ صورت پیش آجائے تو مشاہدات کو دُہراؤ۔ اور اگر متذکرۂ بالا فرق، وزن ہٹا لینے پر پھر مشاہدہ میں آئے تو تجربہ کو ایک دُوسرا نیا تار لے کر دُہرانا لازمی ہے۔ مگر اس مرتبہ زیادہ سے زیادہ ۸ کلو گرام وزن استعمال کیا جائے۔

خُرد پیما پیچ کے ذریعہ تار کے چند مختلف نقطوں پر غایت احتیاط کے ساتھ اُس کے قُطر کی پیمائش کرو۔ اس پیمائش کی صحت کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ قُطر کی پیمائش میں ۰٫۰۰۱ سم کی

غلطی ایک فیصد کے درجہ کی غلطی ہے اور اِس کے اثر سے آخری نتیجہ میں دو فیصد غلطی داخل ہوجائیگی کیونکہ مقیاس کے ضابطہ میں نصف قُطر کی قوت ۲ ہے۔ تار کے طول کی پیمائش میں ۱ یا ۲ سمر کی غلطی اِتنی زیادہ اہمیت نہیں رکھتی جتنی کہ نصف قُطر کی پیمائش میں ۰٫۰۱ ممر کی غلطی۔

تار کا طول نقطۂ تعلیق سے لے کر کسر پیما کے صفر تک ناپ لو اور مشاہدات کو حسبِ جدول درج کرو:۔

بوجھ	درجہ خوانیاں		اوسط درجہ خوانی	۶ کِلوگرام کی وجہ سے طول کا اضافہ ممر میں
	بڑھتا بوجھ	گھٹتا بوجھ		
۲ کِلوگرام	۱۳٫۱ ممر	۱۵٫۱ ممر	۱۴٫۱ ممر	
۴ ″	۱۳٫۳۲ ″	۱۳٫۳۵ ″	۱۳٫۳۴ ″	(۲ سے ۸) = ۰٫۵۳
۶ ″	۱۳٫۵۰ ″	۱۳٫۵۵ ″	۱۳٫۵۳ ″	
۸ ″	۱۳٫۶۷ ″	۱۳٫۶۷ ″	۱۳٫۶۷ ″	(۴ سے ۱۰) = ۰٫۵۱
۱۰ ″	۱۳٫۸۳ ″	۱۳٫۸۷ ″	۱۳٫۸۵ ″	(۶ سے ۱۲) = ۰٫۵۷
۱۲ ″	۱۴٫۱۰ ″		۱۴٫۱۰ ″	

۶ کِلوگرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ = ۰٫۵۳۷ ممر

= ۰٫۰۵۳۷ سمر

تار کا نصف قُطر (متعدد تعینوں کا اوسط) = ۰٫۶۷۵ ممر

= ۰٫۰۶۷۵ سمر

نقطۂ تعلیق سے کسر پیما تک تار کا طول = ۲۵۰ سمر

تار سے لٹکے ہوئے ۶ کِلوگرام بوجھ سے پیدا شدہ زور

$$= \frac{\text{قوت}}{\text{تار کی تراشِ عمودی کا رقبہ}}$$

قوت ۶ کلوگرام کا وزن ہے۔

یعنی قوت $= ۶۰۰۰ \times ۹۸۱$ ڈائین (یہاں ۹۸۱ لندن میں اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین کی قیمت ہے)۔

تراشِ عمودی کا رقبہ $= \pi \times (۰٫۰۶۷۵)^۲$ مربع سمر

اِس لئے ۶ کلوگرام کی وجہ سے زور $= \frac{۶۰۰۰ \times ۹۸۱}{\pi \times (۰٫۰۶۷۵)^۲}$

$= ۴۰۴۶۰۰۰۰$ ڈائین فی مربع سمر

یعنی زور $= ۴٫۰۴۶ \times ۱۰^۸$ ڈائین فی مربع سمر۔

۶ کلوگرام بوجہ کے اضافہ کی وجہ سے **پیدا شدہ فساد**

$$= \frac{\text{۶ کلوگرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ}}{\text{نقطۂ تعلیق سے کرہ یا تک تار کا طول}}$$

$$= \frac{۰٫۰۵۳۶}{۲۵۰}$$

$= ۰٫۰۰۰۲۱۵$

$= ۲٫۱۵ \times ۱۰^{-۴}$

$$\therefore \text{ینگ کا مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{زور کا جوابی فساد}}$$

$$= \frac{۴٫۰۴۶ \times ۱۰^۸}{۲٫۱۵ \times ۱۰^{-۴}}$$ ڈائین فی مربع سمر

$= ۱٫۸۸ \times ۱۰^{۱۲}$ ڈائین فی مربع سمر

مختصر کھینچ کر دکھاؤ کہ ڈوری سے لٹکے ہوئے وزن کو ڈوری کے بڑھاؤ کے ساتھ کیا تعلق ہے۔ تعمیری نقطوں کو تقریباً ایک ہی

خطِ مستقیم پر واقع ہونا چاہیئے۔

متذکرۂ بالا بیان میں دو باتوں پر توجہ لازمی ہے۔ سب سے پہلے جدول کے آخری خانہ میں بڑھاؤ کے محسوب کرنے کے طریقہ پر غور کرو۔

یہ عموماً کہا جاتا ہے کہ لچک کا مقیاس دریافت کرنے میں دو کلو گرام کی وجہ سے اوسط بڑھاؤ کی قیمت لینی چاہیئے۔ اِس اوسط قیمت کے حاصل کرنے کی ترکیب یہ ہے کہ چوتھے خانے کی ہر دو متواتر رقوم کا فرق لیا جاتا ہے اور اِس طرح جو فرق حاصل ہوتے ہیں اُن کی اوسط قیمت بڑھاؤ کی اوسط قیمت ہوتی ہے۔ اِس طریقہ پر چھ مشاہدات لینے کی وجہ سے نتیجہ میں جس قدر زیادہ صحت کی توقع کی جا سکتی ہے وہ اِس لئے بالکل معدوم ہو جاتی ہے کہ حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار کلیتہً پہلے اور آخری مشاہدات ہی پر رہ جاتا ہے۔ درمیانی مشاہدات میں سے ہر ایک مشاہدہ دو دو مرتبہ حساب میں آتا ہے۔ ایک دفعہ تو مثبت طور پر اور دُوسری دفعہ منفی۔ جس کی وجہ سے نتیجہ پر اِن کا اثر کچھ نہیں پڑتا۔ اگر متذکرۂ بالا چھ مشاہدات کی تعبیر حروف ا، ب، س، د، ی، اور ف سے کی جائے تو ا۔ ب، ب۔ س، وغیرہ، وغیرہ متواتر فرق ہونگے اور اِن کا اوسط

$$\frac{(ا - ب) + (ب - س) + \cdots + (ی - ف)}{۵}$$

یا $\frac{ا - ف}{۵}$ کے مساوی ہوگا۔

لیکن جدول پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اوسط نکالنے کا طریقہ متذکرۂ بالا طریقہ سے بالکل جُداگانہ اختیار کیا گیا ہے اور اِن دونوں طریقوں سے جو نتیجے حاصل ہوتے ہیں اُن میں مقدبہ فرق ہے۔ مثلاً $\frac{ا - ف}{۵}$ کے حساب سے ۱ کلو گرام کا بڑھاؤ ۵۷۶ ۰

ہوتا ہے مگر جدول میں جو طریقہ اختیار کیا گیا ہے اِس سے اس کی قیمت ۳۷،۵ ہوتی ہے۔

جدول کے طریقہ میں ہر مشاہدہ صرف ایک مرتبہ حساب میں آتا ہے اِس لئے نتیجہ کل درجہ خوانیوں (مشاہدات) پر مبنی ہوتا ہے اور اِس کی وجہ سے نتیجہ میں زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے۔

دُوسری بات جو قابلِ توجہ ہے وہ تار کے طول کی پیمائش سے تعلق رکھتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ پلڑے ا پر کے وزن سے پُورا تار کھچتا ہے مگر پیمائش شدہ بڑھاؤ تار کے صرف اُس حصہ کا بڑھاؤ ہے جو نقطۂ تعلیق اور کسر پیما کے درمیان واقع ہے۔ لہٰذا فساد کے حساب لگانے کے وقت نسب نما میں تار کے اِسی حصہ کا طول استعمال کرنا چاہیئے۔

ینگ کا مقیاس شہتیری شکل کی شے کے لئے

اِس تجربہ میں جس آلہ کی ضرورت پڑتی ہے وہ مندرجۂ ذیل سامان پر مشتمل ہے:—

(۱) دو دھار دار کنارے۔ جن پر شہتیر زیرِ تجربہ رکھا جا سکے۔

(۲) ترازو کا ایک پلڑا یا کانٹا جو شہتیر کے وسط سے لگایا جا سکے۔



شکل نمبر ۶۔ دو دھار دار کناروں ا اور ب پر سہارے ہوئے شہتیر کے لئے ینگ کا مقیاس۔

(۳) شہتیر کے مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش کرنے کا کوئی مناسب طریقہ۔ جب سلاخ (شہتیر) نہایت ہی پتلی ہوتی ہے تو وزن (مثلاً ایک کلو) کی وجہ جھکاؤ بہت ہی زیادہ ہوتا ہے۔ ایسی صورت میں مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش کے لئے سلاخ کے پیچھے ایک

میتری پیمانہ کو انتصاباً رکھکر استعمال کر سکتے ہیں۔ سہولت کے لحاظ سے سلاخ کی خواہ اوپر والی سطح یا نیچے والی سطح کے مقابل کے درجے پیمانہ پر پڑھے جاتے ہیں۔ سلاخ کے سخت ہونے کی صورت میں ایک ایسا جھکاؤ پیدا کرنے کے لئے جس کی پیمائش مندرجہ بالا طریقہ سے کافی صحت کے ساتھ ہو سکے ایک بہت بڑی قوت درکار ہوگی۔ لیکن بڑی قوتوں کے بجائے معتدل قوتوں اور اِن سے پیدا شدہ جھکاؤ کی پیمائش کے لئے کسی زیادہ نازک طریقہ کا استعمال قابلِ ترجیح ہے۔ اِس مقصد کے لئے ایک ایسا انتقابی نازک پیمانہ سلاخ کے مرکز پر لگا دیا جا سکتا ہے جس کی درجہ خوانی چھوٹی قوت کی ایک ثابت خُرد بین کے ذریعہ کی جا سکتی ہے۔ جب سلاخ کا مرکز جھکیگا تو اُس کے ساتھ ساتھ ثابت خُرد بین کے لحاظ سے پیمانہ بھی نیچے کو اُتریگا۔ مختلف بوجھ کی تحت میں پیمانہ کے درجوں کا مُشاہدہ خُرد بین کے چشمہ کے چلیپی تار پر کیا جاتا ہے اور اِس طریقہ سے سلاخ کے مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش ہو جاتی ہے۔ بعض اوقات سلاخ سے لگا ہؤا پیمانہ ایک ثابت کسہ پیما پر متحرک ہو سکتا ہے اور اِس طریقہ سے بھی جھکاؤ کی پیمائش کافی صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۴۹۔ شہتیر کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعیین ——— پلڑے یا کانٹے پر مختلف بوجھ رکھ کر اُن کے جواب میں شہتیر کے مرکز کے مقامات دریافت کرو۔ بوجھ کو بتدریج مساوی مقداروں میں بڑھا کر چھ یا آٹھ مشاہدے کرو لیکن بڑے سے بڑا بوجھ جو استعمال کیا جائے وہ ایسا ہو جسے شہتیر محافظت کے ساتھ سنبھال سکے۔ مگر کسی حالت میں بوجھ اِس بوجھ سے زیادہ نہ ہونے پائے۔ اِسی طرح بوجھ کو گھٹا گھٹا کر تجربہ کو دُہرا ؤ۔

تار کے تجربہ کی طرح مشاہدات کو جدول کی شکل میں درج کرو۔ اور جیسا کہ تار کی جدول میں حساب لگایا گیا ہے یہاں بھی ۶ کلوگرام وزن و کی وجہ سے اوسط جھکاؤ کی قیمت ما دریافت کرو۔

دھاردار کناروں کے درمیان شہتیر کا طول ناپ لو اور ساتھ ساتھ اُس کی چوڑائی اور موٹائی کی بھی پیمائش کرو۔

فرض کرو کہ طول = ل، چوڑائی = چ، موٹائی = م، تو یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ مستطیلی تراشِ عمودی والی سلاخ کے لئے مرکز کے جھکاؤ ما اور بوجھ و اور سلاخ کے ابعاد کے درمیان حسب ذیل رشتہ ہے:۔

$$\text{ما} = \frac{\text{و ل}^3}{4\,\text{ی چ م}^3}$$

جہاں ی شہتیر کے مادّہ کے لئے ینگ کا مقیاس ہے رشتۂ بالا کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں کہ

$$\text{ی} = \frac{\text{و ل}^3}{4\,\text{چ م}^3\,\text{ما}}$$

اور اس مساوات سے ینگ کے مقیاس کی قیمت دریافت کرو۔

مشاہدوں سے نتیجہ نکالنے کا ایک اور طریقہ حسب ذیل ہے:۔

بوجھ و$_1$، و$_2$، و$_3$ وغیرہ کے جواب میں سلاخ کے مرکز کا جھکاؤ ما$_1$، ما$_2$ وغیرہ حاصل کرو اور خارج قسمت $\frac{\text{و}_1}{\text{ما}_1}$، $\frac{\text{و}_2}{\text{ما}_2}$، $\frac{\text{و}_3}{\text{ما}_3}$ وغیرہ کی اوسط قیمت $\frac{\text{و}}{\text{ما}}$ کی اوسط قیمت ہوگی۔

اس اوسط قیمت کو ضابطہ ی = $\frac{\text{ل}^3}{4\,\text{چ م}^3}\left(\frac{\text{و}}{\text{ما}}\right)$ میں $\left(\frac{\text{و}}{\text{ما}}\right)$ کے بجائے داخل کرکے ی کی قیمت محسوب کرو۔

وکو ڈائینوں میں ظاہر کرنا چاہیئے اور مساوات کی بائیں طرف والی بقیہ مقداروں کو سمروں میں

اِس قسم کے تجربہ میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ذیل کے تجربے تجویز کئے جاتے ہیں:۔

تجربہ ۱۰۔ کسی معیّن بوجھ کے تحت میں

کسی شہتیر کے مرکز کا جھکاؤ اُس کے طول کے مکعب کے تناسب ہے ـــــ اِس دعوے کی تصدیق کے لئے دھاردار کناروں کے درمیانی فصل کو بدل بدل کر طول $ل_1$، $ل_2$، $ل_3$ وغیرہ کے جواب میں مرکز کا جھکاؤ $ما_1$، $ما_2$، $ما_3$ وغیرہ دریافت کرو۔

$\frac{ما_1}{ل_1^3}$، $\frac{ما_2}{ل_2^3}$ وغیرہ کو آپس میں مساوی ہونا چاہیئے۔ اِس تجربہ میں اِس بات کا لحاظ ضرور رہے کہ بوجھ ہر مرتبہ دھاردار کناروں کے درمیان شہتیر کے وسطی نقطہ پر عمل کرے۔

تجربہ ۱۵۱ ـــ **مستطیلی شہتیر کی سختی، اُس کی چوڑائی کے تناسب اور اُس کی موٹائی (عمق) کے مکعب کے تناسب ہے۔** دھاردار کناروں کے درمیانی فصل کو مستقل رکھ کر شہتیر پر کسی معین بوجھ کے تحت میں ما کی قیمت دریافت کرو۔ مگر شہتیر پہلے 'چپٹے' بازو کے سہارے قائم رہے اور اُس کے بعد اپنے کنارے کے سہارے۔ پہلی صورت میں 'چپٹا بازو' چوڑائی (چ) ہے اور کنارا اُس کی موٹائی (م) ہے۔ اور یہ مقداریں دُوسری صورت میں آپس میں بدل جاتی ہیں۔ دکھاؤ کہ دونوں صورتوں میں مقدار چ $م^3$ ما مستقل قیمت رکھتی ہے۔

برآمدہ بیرم کے لئے بینگ کا مقیاس

برآمدہ بیرم ایک ایسے بوجھل (Loaded) بیرم کو کہتے ہیں جس کا ایک سرا اُفقاً ثابت رہتا ہے۔ اور دُوسرا سرا آزاد۔

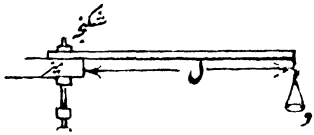
اگر برآمدہ بیرم کے آزاد سرے سے بوجھ و لٹک رہا ہو تو اُس سرے کے جھکاؤ ما کی قیمت مندرجۂ ذیل مساوات سے

حاصل ہوتی ہے :۔

$$\text{ما} = \frac{\text{ہ ول}^3}{\text{ی چ م}^3}$$

بشرطیکہ شہتیر کی تراش عمودی مستطیلی ہو۔

تجربہ ۵۲۔ برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعیین ـــــ کسی میٹری پیمانے کو میز پر شکنجہ کے ذریعہ اس طرح جکڑ دو کہ اُس کا آزاد سرا میز کے کنارے سے ۹۰ سم تک اُفقاً باہر نکلا رہے۔ پیمانہ کے آزاد سرے سے مختلف بوجھ لٹکاؤ۔ اور ہر ایک بوجھ کے جواب میں اس سرے کے جھکاؤ کی پیمائش کرو۔ اِس جھکاؤ کی پیمائش کے لئے دو ٹیکنوں پر سہارے ہوئے شہتیر کے لئے جو طریقے اُوپر بیان کئے گئے ہیں اُن میں سے کوئی ایک طریقہ یہاں اختیار کیا جاسکتا ہے



شکل ۶۱۔ برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کا مقیاس

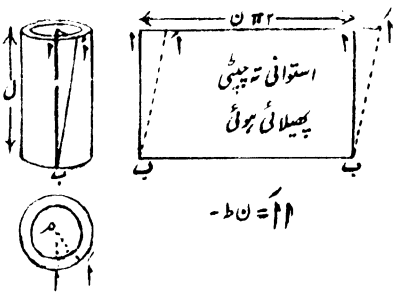
میز سے باہر نکلے ہوئے شہتیر کے حصہ کی لمبائی ناپو اور بعد اِس کے شہتیر کی چوڑائی اور موٹائی بھی دریافت کرو۔ اب مندرجہ بالا مساوات کی مدد سے ینگ کے مقیاس ی کی قیمت اخذ کرو۔

۳۔ اُستواری کا مقیاس

اُستوانی تار کی شکل کی شئے کے لئے اُستواری کا مقیاس۔ فصلِ ہذا کی ابتداء میں اُستواری کے مقیاس کی تعریف

کی جاچکی ہے اور اُس میں ایک ایسے کُندے کی مثال لی گئی تھی جس کا نیچے والا حصہ تو ثابت تھا اور اُوپر والی سطح پر یکساں پھیلی ہوئی ایک مماسی جزی قوت ق لگائی گئی تھی۔ ربڑ کے سوا کسی اَور شے کی اُستواری کا مقیاس اِس طرح دریافت کرنا ناممکن ہے کیونکہ تجربہ خانوں میں میسّر آنے والی کوئی عملی قوت ق سے پیدا شدہ بگاڑ ب اِس قدر کم ہوتا ہے کہ اُس کی پیمائش نہیں ہوسکتی۔

تار کا مروڑ۔ جب کبھی کسی تار کے ایک سرے پر جُفت لگایا جائے اور اُس کا دوسرا سِرا ثابت رکھا جائے تو تار مذکور میں ایک ایسا مروڑ پیدا ہوگا جس کا زاویہ لگائے ہوئے مروڑی جُفت کے متناسب ہے۔


ل
ب
ا
ب
ا
ب
ا

(شکل ۶۲ ملاحظہ ہو)۔

اگر مذکورۂ بالا اُستوانی تہ کو پھیلا کر چپٹا کر دیا جائے تو تار میں مروڑ پیدا ہونے سے قبل وہ تہ ایک مستطیلی چادر کی شکل اختیار کر لیگی۔ اور مروڑ پیدا ہونے کے بعد اُس کی شکل نقطہ دار شکل آ ب ب آ کی طرح ہو جائیگی۔

مروڑ کا زاویہ، تار کے ابعاد اور مروڑ پیدا کرنے والے جفت کے درمیان جو باہمی تعلق ہے وہ ذیل کے رشتہ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے :-

$$ج = \frac{\pi س ن^4 طہ}{2 ل}$$

جہاں ج = مروڑ پیدا کرنے والا جفت

س = اُستواری کا مقیاس

ن = تار کا نصف قطر

طہ = مروڑ کا زاویہ نیمقطریوں میں

ل = تار کا طول

عام طور پر مروڑ کے زاویہ کی پیمائش درجوں میں ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ ل طول کے تار میں مروڑ کا زاویہ فہ° ہے۔

تو طہ نیمقطریاں = $فہ° \times \frac{\pi}{180}$

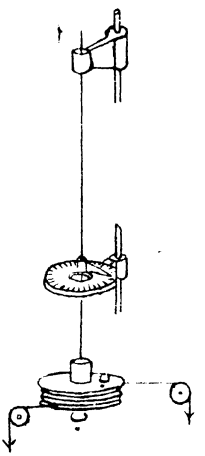
پس $ج = \frac{\pi س ن^4}{2 ل} \left(\frac{\pi}{180} فہ°\right)$

یا $ج = \frac{\pi^2 س ن^4}{360 ل} فہ°$

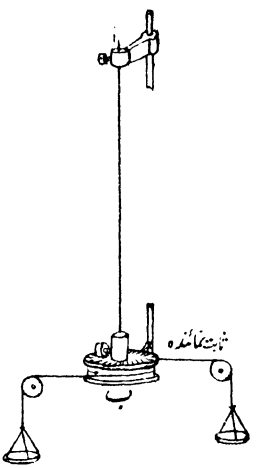
تار کو مروڑ کر اس کے اُستواری کے مقیاس دریافت کرنے کا آلہ۔

اس آلہ میں اشکال ۶۳ اور ۶۴ کی طرح تار انتصاباً قائم کیا جاتا ہے یا شکل ۶۵ کی طرح اُفقاً تار کا ایک سرا کسی

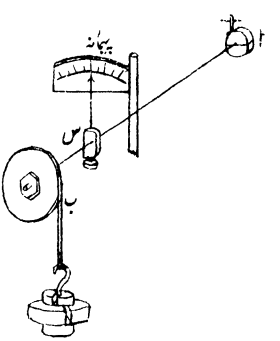
سہارنے والے ڈھانچے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑا رہتا ہے۔ اور دُوسرا



شکل نمبر (۶۳)



شکل نمبر (۶۴)



شکل نمبر (۶۵)

سرا تار کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لئے ایک موزوں ثابت حلقہ سے گذارا جاتا ہے اور یہ سرا حلقہ سے گذرنے کے بعد چرخی ب کے وسط سے باندھ دیا جاتا ہے۔ چرخی سے بندھے ہوئے سرے کے قریب ایک ایسا پیمانہ لگا ہؤا ہوتا ہے جس پر زاویوں کے درجوں کے نشانات بنے ہوتے ہیں اور جس پر تار سے چسپاں ایک نمائندہ حرکت کرسکتا ہے۔ اور اس کے ذریعہ ثابت سرے اور نمائندہ کے درمیان کے تار میں چرخی پر لگائے ہوئے جُفت کی وجہ سے جو مروڑ فہ پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش بہ آسانی ہوجاتی ہے۔ بعض اوقات درجوں کا پیمانہ چرخی پر چڑھادیا جاتا ہے اور نمائندہ مذکور کو ثابت رکھتے ہیں (شکل ۶۴)۔

تار کو مروڑنے کے لئے جو جُفت لگایا جاتا ہے وہ چرخی پر لپیٹی ہوئی ڈوریوں کے سروں کے ذریعہ لٹکے ہوئے وزنوں سے پیدا ہوتا ہے، جیسا کہ شکلوں سے ظاہر ہے۔ اِس امر کے لئے متوازی اور متضاد سمتوں میں دو مساوی قوتوں کا استعمال قابلِ ترجیح ہے کیونکہ اِس صورت میں تار دائیں بائیں کو نہیں کھنچتا۔ اگرچہ اُس حالت میں جبکہ تار اُفقاً کھنچا رہتا ہے صِرف ایک ہی قوت استعمال کی جاتی ہے جیسا کہ شکل ۶۵ سے واضح ہے۔ اس بغلی (دائیں بائیں) کھنچاؤ کی وجہ سے سہارے اور تار کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے اور اس وجہ سے تار کے آزادانہ مُڑنے میں رکاوٹ پیدا ہوجاتی ہے

د قطر کی چرخی پر سے لپیٹی ہوئی ڈوری کے ذریعہ ک کمیتوں کے دو مادّوں کے لٹکنے سے تار میں جو مروڑی جُفت پیدا ہوتا ہے اُس کی قیمت ذیل کے رشتہ سے معلوم ہوتی ہے:-

$$ج = ک ج د$$

(جہاں ج اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین ہے)

اگر صرف ایک ہی ڈوری استعمال کی جائے تو

$$ج = \frac{ک ج د}{۲}$$

ہم کو پہلے سے معلوم ہے کہ

$$ج = \frac{۲۲ ن^۲ ن^۲ س}{۳۶۰ ل} \text{ فہ}^\circ$$

اس لئے اُس صورت کو غور کرتے ہوئے جب چرخی پر دو ڈوریوں سے مساوی کمیتوں کے دو مادّے لٹکے ہوئے ہوں

$$ج = ک ج د = \frac{۲۲ ن^۲ ن^۲ س}{۳۶۰ ل} \text{ فہ}^\circ$$

$$\therefore س = \frac{۳۶۰ ل ج د}{۲۲ ن^۲ ن^۲} \cdot \left(\frac{ک}{\text{فہ}^\circ}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۱)$$

اگر صرف ایک ہی ڈوری چرخی سے لگی ہو اور ک کمیت کا ایک مادّہ لٹکتا ہو تو

$$ج = \frac{ک ج د}{۲} = \frac{۲۲ ن^۲ ن^۲ س}{۳۶۰ ل} \text{ فہ}^\circ$$

یعنی

$$س = \frac{۱۸۰ ل ج د}{۲۲ ن^۲ ن^۲} \left(\frac{ک}{\text{فہ}^\circ}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

تجربہ ۵۳۔ تار کی اُستواری کے مقیاس کی تعیین ——— سب سے پہلے نمائندہ س کا صفری مقام پڑھ لو یعنی نمائندہ کا پیمانے پر وہ مقام جبکہ تار میں کوئی مروڑی جُنبش عمل نہ کرے۔ ڈوریوں کے ذریعے مختلف بوجھ لٹکا لٹکا کر اِن بوجھوں کے جواب میں تار کے مروڑ کے زاویے قلمبند کرلو۔ بوجھ کو حسبِ دستور تبدیج مساوی مقداروں میں بڑھانا چاہئے۔ اگر مروڑ پیدا کرنے کے لئے دو ڈوریاں اِستعمال کی جائیں تو ایسی صورت میں ہر ایک ڈوری سے مساوی بوجھ

لٹکانا چاہیئے۔ جُفت کے بڑھتے اور گھٹتے وقت مروڑ کے زاویے قلمبند کرنے چاہئیں۔ جُفت کے بڑھنے اور گھٹنے کی دونوں صورتوں میں کسی جُفت کے زیرِ تحت مروڑ کے زاویہ کی قیمت ایک ہی ہونی چاہیئے اگر یہ صورت حال نہ ہو تو یہ سمجھنا چاہیئے کہ آیا تار لچک کی انتہا سے گذر چکا ہے یا اُس کے سہرے کافی طور پر جکڑے ہوئے نہیں ہیں۔ اِن نتائج کو رد کر کے تجربہ کو پھر نئے سرے سے دُہرانا چاہیئے۔ مگر اِس مرتبہ استعمال شدہ بوجھ اِس قدر کم ہو کہ بڑھتے اور گھٹتے جُفت کے سمت میں مروڑ کے زاویوں کی قیمت یکساں رہے۔ (تجربہ کی غلطی کے حدود کے اندر)۔

چرخی ب کا قطر، تار کا نصف قطر اور فصل ا س جو ثابت سہرا اور نمایندہ کے درمیان واقع ہے ناپو اور مشاہدات کو حسبِ ذیل جدول کی شکل میں ترتیب دو:۔

(ہر) ڈوری پر بوجھ ک	زاویہ مروڑ فہ درجوں میں		اوسط زاویہ مروڑ فہ	ک / فہ
	بڑھتا ک	گھٹتا ک		

اوسط ک / فہ = ... سمر

تار کا طول ا سے س تک = ل = ... سمر

تار کا نصف قطر (۴ تعینوں کا اوسط) = ن = ... سمر

چرخی ب کا قطر = د = ... سمر

اگر چاہو تو لٹکنے والی کمیتوں میں ک اضافہ کے تحت میں فہ درجہ کی اوسط قیمت اُس طریقہ سے دریافت کرو جیسا کہ ینگ کے مقیاس کی تعیین کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

مندرجۂ بالا مساوات (۱) یا (۲) میں $\frac{\text{ک}}{\text{فہ}}$ کی اوسط قیمت رکھ کر س کی قیمت محسوب کرو۔

بعدازاں ایک ایسا منحنی تیار کرو جس سے یہ معلوم ہو جائے کہ زاویہ مروڑ فہ اور ک میں کیا تعلق ہے۔

کمانی کی تعمیر اور تعمیر شدہ کمانی کو ترازو کی طرح استعمال کرنے کا طریقہ۔

کلیۂ ہوک (یعنی تناؤ، بڑھاؤ کے متناسب ہے) کا اطلاق عام ہے۔ حتیٰ کہ اُس حالت میں بھی جب کہ جسم میں پیدا شدہ بگاڑ متذکرۂ بالا صورتوں کے فساد کے مقابلہ میں اتنا آسان نہیں۔

مثال کے طور پر ایک خاص تجربہ جس میں فساد کی شکل آسان نہیں ایک ایسی مرغولہ دار کمانی کا تجربہ ہے جس کے محور پر تناؤ عمل کرتا ہے۔ اور محور کے متوازی رکھے ہوئے کسی پیمانے پر ایک نمائندہ کمانی کی درازی کا اظہار کرتا ہے۔ اور یہ درازی لگائی ہوئی قوت کے ٹھیک متناسب ہوتی ہے۔

موجودہ تجربہ کا مقصد ایک کمانی دار ترازو کی تعمیر کرنا ہے یعنی یہ بات دریافت طلب ہے کہ کمانی کو کھینچ کر اُس میں لگے ہوئے نمایندہ کو مذکورۂ بالا پیمانے کے کسی خاص نقطہ پر لانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

تجربہ ۔۔۔ کمانی دار ترازو کی تعمیر ۔۔۔ اس مقصد کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے

دھاتی یا چوبی ڈھانچے پر مشتمل ہے جس کے ایک کنارے سے مرغولہ دار کمانی کا ایک سرا بندھا رہتا ہے۔ اور کمانی کے دوسرے سرے سے ایک ایسا نمائندہ لگا رہتا ہے جو ڈھانچہ مذکور سے جکڑے ہوئے پیمانے پر آزادانہ حرکت کر سکے۔ کمانی کے نمائندہ والے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا لٹکایا جاتا ہے۔

ڈھانچہ کو اس طرح قائم کرو کہ کمانی اور پیمانہ انتصاباً رہیں۔ اور نمایندہ پیمانہ کو عین چھوتا رہے۔ اب نمائندہ کا صفری مقام پڑھ لو یعنی پیمانے پر نمایندہ کا وہ مقام جبکہ کمانی سے کوئی بوجھ نہ لٹکتا ہو۔

اُس کے بعد تدریج بڑھتے ہوئے بوجھ کے تحت میں نمائندہ کے مختلف مقامات کو پڑھ لو۔ اور ان نتائج کو جدول کی شکل میں مرتب کرو۔ یہ یاد رہے کہ بوجھ لچک کی انتہا سے بڑھنے نہ پائے۔ اور اس بات کا بھی لحاظ رہے کہ نمایندہ پیمانے کی حد سے باہر نہ نکل جائے کیونکہ عموماً پیمانے کا طول اتنا رکھا جاتا ہے جو زیادہ سے زیادہ جائز (یعنی لچک کی انتہا تک) حرکت کی تعبیر کر سکے۔

بوجھ کو فعلے مان کر اور پیمانے کی درجہ خوانیوں کو معین قرار دے کر مشاہدوں کے نتیجوں کی مربع دار کاغذ پر ترسیم کرو۔ اس بات کا خیال رہے کہ ترسیم جتنے بڑے پیمانے پر کھینچی جائیگی اُتنی ہی وہ بہتر ہوگی۔

اگر فساد، بوجھ کے ٹھیک متناسب ہو تو ترسیمی نقطے ایک ہی خطِ مستقیم پر واقع ہونے چاہئیں۔

ایک ایسا خطِ مستقیم کھینچو جو مشہودہ نقطوں سے ہو کر گذرے۔

اب یہ ترسیم کسی غیر معلوم بوجھ کو دریافت کرنے کے لئے استعمال کی جا سکتی ہے۔ کمانی سے لگے ہوئے غیر معلوم بوجھ کی وجہ سے جو کھنچاؤ واقع ہوتا ہے اُس کو دریافت کرو اور ترسیم میں اس کھنچاؤ کا جوابی بوجھ پڑھ لو۔

۴۔ ایسے جسم کی توانائی جس میں فساد پیدا ہو گیا ہو۔

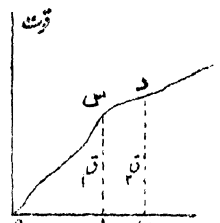
جب کسی قوت سے جسم کی شکل بگڑ جاتی ہے تو بگاڑ پیدا کرنے والی قوت کسی خاص فصل تک عمل کر چکتی ہے۔ اور اس لئے اس قوت نے جسم پر ایک خاص مقدار کا کام کیا ہے اور یہ کام بشکل فسادی توانائی جسم میں جمع ہو جاتا ہے۔ س۔ گ۔ ث کے نظام میں کام کی اکائی ارگ ہے یعنی جب ایک ڈائین کی قوت کا نقطۂ عمل ایک سمر فاصلہ طے کرے تو اس سے جو کام ہوتا ہے اس کو ۱ ارگ کہتے ہیں۔

جب کبھی کسی ایسی قوت ق ڈائین کے زیر عمل جو بہ آہستگی لگائی گئی ہو تار کے طول میں ل سمر کا کھنچاؤ پیدا ہو جائے تو ہم کو بظاہر یہ معلوم ہوگا کہ قوت ق نے پورے فصل ل تک عمل کیا ہے۔ اور یہ بھی خیال ہوگا کہ فسادی کیفیت کی وجہ سے کام کو بمقدار ق ل ارگ جسم میں جمع ہو جانا چاہیئے۔ مگر حقیقت حال یہ ہے کہ پوری قوت ق اس وقت تک عمل میں نہیں آتی جب تک کہ طول میں پوری درازی ل واقع نہ ہو جائے۔ قوت کو آہستگی سے لگانے کا مفہوم یہ ہے کہ سب سے پہلے قوت کا بڑا حصہ مشاہد خود سنبھال لیتا ہے اور لگائی ہوئی قوت کی صرف ایک چھوٹی کسر تار پر عمل کرتی ہے۔ جیسے جیسے تار کھنچتا جاتا ہے مشاہد کو اتنی ہی کم قوت سنبھالنی پڑتی ہے اور قوت کا وہ حصہ جسے تار خود سنبھالتا ہے برابر بڑھتا جاتا ہے یہاں تک کہ جب تار میں پورا کھنچاؤ پیدا ہو جاتا ہے تو اس پر ساری قوت ق عمل کرنے لگتی ہے۔

جس وقت قوت ق عمل کر رہی تھی تو بلاشبہ اس قوت نے ق ل ارگ کے مساوی کام کیا تھا۔ مگر اس کام کے حصہ کو تو مشاہد نے قوت کو بہ آہستگی عمل میں لانے کی وجہ سے صرف کیا اور پورے کام

ق ل کا بعض ایک حصہ تار میں داخل ہوا۔ دراصل دونوں میں سے ہر ایک نے توانائی ق ل کا نصف حصہ جذب کرلیا ہے۔

ایک ایسی متغیر قوت ق کے کام پر غور کرو جس کی مقدار اُس کے نقطۂ عمل کے نقلِ مکان کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے جیسا کہ شکل ۶۶ میں دکھایا گیا ہے شکل ہذا میں ایک غیر منتظم منحنی (جس سے قوت کی کسی خاص کیفیت کا اظہار نہیں ہوتا) اس وجہ سے کھینچا گیا ہے کہ اس کے ملاحظہ سے حاصل شدہ نتائج عام طور پر صحیح سمجھے جائیں۔



شکل ۶۶

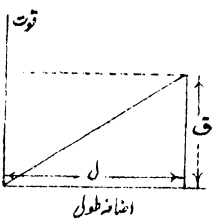
جب نقطۂ عمل ا پر رہتا ہے تو قوت کی مقدار ق۱ ہے جس کی تعبیر ا س سے ہوتی ہے۔ نقطۂ عمل کو ب تک لانے میں قوت کی مقدار بڑھ کر ایک ایسی قیمت ق۲ اختیار کرلیتی ہے جس کی تعبیر ب د سے ہوتی ہے۔ اثنائے نقلِ مکان میں قوت کی اوسط قیمت

$$\text{ق} = \frac{\text{ق}_1 + \text{ق}_2}{2}$$

یہ ظاہر ہے کہ اس نقلِ مکان کی وجہ سے جو کام ہوتا ہے اُس کی قیمت ق × ا ب کے برابر ہے اور اس کی تعبیر ایک ایسے رقبہ ا ب س د سے ہوتی ہے جو منحنی کے نیچے دو زیرِ بحث معینوں کے درمیان واقع ہے۔

اسی طرح کسی دوسرے نقلِ مکان کی وجہ سے جو کام ہوگا اُس کی بھی تعبیر منحنی کے نیچے کے ایک متشابہ رقبہ سے ہوسکتی ہے۔

پس کسی نقلِ مکان کے لحاظ سے کُل کام کی تعبیر اُس رقبہ سے ہوگی جو منحنی کے نیچے مبداء سے لے کر نقطۂ زیرِ غور پر کے معین تک واقع ہو۔ مندرجۂ بالا قاعدہ، قوت اور نقلِ مکان کی کسی باہمی ترسیم کے لئے درست ہے خواہ قوت کسی طرح بدلتی ہو۔



شکل ۶۶ کسی تار میں فسادی توانائی

فسادوں کی بحث میں بڑھاؤ پیدا کرنے والی قوت، پیدا شدہ بڑھاؤ کے متناسب رہتی ہے اس لئے قوت اور نقلِ مکان کی باہمی ترسیم خطِ مستقیم سے ہوگی۔ اور اس صورت میں منحنی کے نیچے مبداء اور کسی خاص نقلِ مکان کے جوابی معین کے درمیان والا رقبہ مثلثی ہوگا۔ اور یہ رقبہ $\frac{1}{2}$ ق ل کے مساوی ہے (شکل ۶۶)۔

لہٰذا جب ایک قوت ق تار میں ل سمر کا بڑھاؤ پیدا کرتی ہے تو اس تار کی فسادی توانائی $\frac{1}{2}$ ق ل کے مساوی ہے۔

اگر فسادی توانائی کی تعبیر ت سے کی جائے تو

ت = $\frac{1}{2}$ ق ل = $\frac{1}{2}$ کھینچنے والی قوت × اضافہ طول

معمولی سیدھے تار کے لئے کسی سارے تجربے سے یہ ثابت کرنا کہ ت = $\frac{1}{2}$ ق ل ناممکن ہے مگر مرغولہ دار کمانی کے ذریعہ اس دعوے کی صحت کی تشریح بہ آسانی ہوسکتی ہے۔

مرغولہ دار کمانی میں جمع شدہ توانائی، کمانی کی قوت اور

اُس کے اضافۂ عمودی طول کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔

قوت کا بہ آہستگی لگانا۔ ک کمیّت کے ایک مادّے کو تار کی کمانی پر اس طرح لٹکنے دو کہ اُس کا وزن تار پر تبدریج عمل میں آئے۔ اور فرض کرو کہ اس وزن کی وجہ سے کمانی میں ل کا بڑھاؤ پیدا ہو گیا۔ اب کمانی کی عمل کردہ قوت ق ہے اور چونکہ کمانی کے سرے پر لٹکی ہوئی کمیّت ک بے حرکت رہتی ہے اس لئے ق = ک ج (جہاں ج اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ہے)۔

اب ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ کمانی میں جمع شدہ فسادی توانائی کی مقدار ت = ½ ق ل

قوت کا دفعتہً لگانا۔ فرض کرو کہ ہم ایک کمیت ک کو کمانی کے آزاد سرے سے باندھکر ایک سہارے پر اس طرح قائم رکھیں کہ کمانی میں ذرا سا بھی فساد نہ ہونے پائے۔ اب اگر سہارے کو یک بیک ہٹا لیا جائے تو کمیت ک کا کل وزن کمانی پر عمل کرنے لگیگا۔ جیسے جیسے کمانی بڑھتی ہے گرنے والی کمیت کی توانائی بالقوہ کچھ تو کمیّت ہذا کی توانائی بالفعل سے بدل جاتی ہے اور کچھ کمانی میں بطور فسادی توانائی جمع ہو جاتی ہے۔ کچھ فصل طے کرنے کے بعد گرنے والی کمیّت کی حرکت سست پڑ جاتی ہے اور آخر کار فصل ل تک گرنے کے بعد وہ لمحہ بھر کے لئے سکون میں آجاتی ہے۔

اب چونکہ اس میں کوئی توانائی بالفعل باقی نہیں رہی اس لئے مادّے کے پہلے بار ساکن ہونے کے وقت اُس کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقوہ میں جو نقصان ہوتا ہے وہ کمانی میں بشکل فسادی توانائی جمع ہو جاتا ہے۔

مادّہ ک م کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقوّہ کا نقصان ک م ج ل م کے مساوی ہے اور اِس لئے ہمیں معلوم ہے کہ جب کمانی ل فصل تک کھینچ جائے تو اُس میں جمع شدہ فسادی توانائی ک م ج ل م ارگ کے برابر ہوگی۔

اگر ک م کو ہم اس طرح ٹھیک کریں کہ اُس کے دفعتہً گرانے میں کمانی کا زیادہ سے زیادہ بڑھاؤ اِتنا ہی ہو جتنا کہ ک م کو آہستگی سے گرانے میں تو ہم اِس طریقہ سے مساوات ت = ½ ق ل کی تصدیق بہ آسانی کر سکتے ہیں۔ جب دونوں صورتوں میں کمانی کے بڑھاؤ ایک ہی ہوں تو ل = ل م = ل اور کمانی کی توانائی ت = ک م ج ل اور کمانی کا تناؤ ق = ک ج۔ اگر تجربہ سے یہ حاصل ہو جائے کہ ک = ½ ک م تو تجربتہً اِس امر کی تصدیق ہو جائیگی کہ اگر قوت ق سے جسم کے طول میں ل کا بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو بگڑے ہوئے جسم میں ½ ق ل کے برابر فسادی توانائی جمع ہو جاتی ہے۔

بمشاہدہ ۵۵۔ مرغولہ دار کمانی کی توانائی کی تعیین۔

مرغولہ دار کمانی سے ترازُو کا پلڑا جُدا کر لو۔ (اگر پلڑا نہ جدا کیا جائے تو اس کی کمیت دونوں کمیتوں ک م اور ک میں شریک کر لینی چاہئے)۔ اِتنا کافی بوجھ کمانی سے بہ آہستگی لٹکاؤ جو کمانی کو پیمانے کے تقریباً آخری درجہ تک بڑھا دے۔ اِس مستقل بڑھاؤ اور اِستعمال شدہ بوجھ ک کی قیمتیں قلمبند کر لو۔

اب غیر فسادی حالت کی کمانی سے بندھے ہوئے ایک دُوسرے بوجھ ک کو اِس طرح ٹھیک کرو کہ جب وہ دفعتہً گرایا جائے تو کمانی کا اب سے پہلا بڑھاؤ اِتنا ہی ہو جتنا کہ پہلے تجربہ میں بوجھ ک کی وجہ سے پیدا ہوا تھا۔

مختلف بڑھاؤ حاصل کرنے کے لئے تجربہ کو دُہراؤ۔ مُشاہدات کو مندرجۂ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو:۔

بڑھاؤ ل سم	بڑھاؤ پیدا کرنے والا بوجھ		ک۲ / ک۱
	(۱) آہستگی سے لگایا ہوا ک۱ گرام وزن	(۲) دفعۃً لگایا ہوا ک۲ گرام وزن	
۱۰٫۳	۱۰۷	۵۲	۰٫۴۸۶
۸٫۴	۸۷	۴۵	۰٫۵۱۷
۶٫۸	۶۷	۳۳	۰٫۴۹۳
۴٫۵	۴۷	۲۵	۰٫۵۳۲
۲٫۶	۲۷	۱۵	۰٫۵۵۵

یہ معلوم ہوگا کہ ک۲/ک۱ تقریباً ۵۰ کے برابر ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہوگا کہ جتنا چھوٹا بوجھ یا بڑھاؤ استعمال کیا جائے اتنی ہی نتیجے میں صحت کم حاصل ہوگی چونکہ مشاہدات لینے میں جو غلطی واقع ہوتی ہے وہ قریب قریب سب تجربوں میں یکساں ہے اس لئے اگر مشہودہ کمیتوں کی مقداریں کم ہوں تو غلطی کی قیمت نسبتاً چھوٹی مقداروں میں زیادہ ہوگی۔

پس چونکہ ک۲/ک۱ کی قیمت ۰٫۵ کے برابر پائی گئی ہے اس لئے (تجربہ کی غلطی کی حدود کے اندر) تجربہ سے اس دعوے کی تصدیق ہوگئی کہ ہُک کا قانون ل

فصل ہشتم

علمِ حرکت

۱- کلیاتِ حرکت

اب تک ہم نے زیادہ تر یا تو ساکن مادّوں پر بحث کی ہے یا حرکت واقع ہونے کی صورت میں ہم نے حرکت کے صرف نتیجوں پر غور کیا ہے نہ کہ نفسِ حرکت پر۔ علمِ حرکت کی بحث میں ہماری غرض خود حرکت سے اور حرکت پیدا کرنے والی قوتوں سے اور متحرک مادّوں سے رہے گی۔

نیوٹن کے اول کلیۂ حرکت میں خود قوت کی تعریف ان لفظوں میں ہے کہ **قوت** وہ ہے جو مادّی جسم کے حالتِ سکون یا ہموار حرکت کی حالت کے بدلنے کا تقاضا رکھتی ہے۔

قریب قریب تمام علمِ حرکت کی بحث یا تو کم و بیش براہِ راست نیوٹن کے دوسرے کلیۂ حرکت کی تشریح ہے یا کلیۂ مذکورہ میں جن کمیتوں کا ذکر کیا جاتا ہے اُن میں سے کسی نہ کسی ایک کمیت یا کمیتوں کی تحقیقات ہے۔

نیوٹن کا دوسرا کلیۂ حرکت

کسی قوت کے زیرِ عمل جسم کی مقدارِ حرکت کی تبدیلی،

قوت کی مقدار اور وقتِ عمل کے متناسب ہے۔ اور یہ تبدیلی اُسی سمت میں واقع ہوتی ہے جس میں قوت عمل کرتی ہے۔

مقدارِ حرکت یا حرکت کا معیارِ اثر۔ آج کل جسم کی مقدارِ حرکت کو جسم کی "حرکت کا معیارِ اثر" کہتے ہیں اور اُس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ جسم کے مادّے کی کمیت اور اُس کی رفتار کے حاصلِ ضرب کے مساوی ہے۔

جسم کی حرکت کے معیارِ اثر میں سمت اور مقدار دونوں ہوتی ہیں۔ اس بناء پر معیارِ اثر سمتی کمیّت ہے۔

دوسرا کلیہ اِس طرح بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ حرکت کے معیارِ اثر کی شرحِ تغیر قوت کے متناسب ہے۔

ہم قوت کی اکائی کی تعریف یوں کرتے ہیں کہ اکائی قوت، حرکت کے معیارِ اثر میں اکائی شرحِ تغیر پیدا کرتی ہے۔ یا

قوت = حرکت کے معیارِ اثر کی شرحِ تغیّر

اب اگر کوئی قوت کسی مستقل کمیتِ مادّہ کے جسم پر عمل کرے تو اُس کی حرکت کے معیارِ اثر میں جو تبدیلی واقع ہوگی وہ اُس کی رفتار کے تغیر کا بالکل نتیجہ ہوگی۔ پس

قوت = کمیتِ مادّہ × رفتار کی شرحِ تغیر

= کمیّت مادّہ × اسراع

حرکت کے معیارِ اثر کی بقا کا اصول

اگر دو اجسام ا اور ب ایک دوسرے کے عمل کے تحت میں اِس طرح آجائیں۔ کہ ا کے عمل سے ب کی حرکت میں یا ب کے

عمل سے ۱ کی حرکت میں تبدیلی واقع ہو جائے۔ تو یہ دونوں اجسام متصادم کہلاتے ہیں۔ اور یہاں تصادم کے لئے یہ ضروری نہیں کہ اجسامِ مذکور آپس میں مَس کریں۔

حرکت کے معیارِ اثر کی بقا کے اصول کا یہ دعویٰ ہے کہ کسی تصادم میں بحیثیتِ مجموعی معیارِ اثر میں نہ کوئی نفع واقع ہوتا ہے نہ نقصان ــــ یہ اصول نیوٹن کے تیسرے کلیۂ حرکت سے محض نظری طور پر بغیر عملی تجربے کے ثابت کیا جا سکتا ہے۔ نیوٹن کا تیسرا کلیۂ حرکت حسب ذیل ہے :ــ

عمل اور ردِّ عمل آپس میں متضاد ہیں۔ ہم یہاں اِس اُصول کی صرف تجربی تصدیق پر غور کرینگے۔ اور اثنائے بحث میں اُن تجربوں ہی کا بیان کرینگے جن میں فی الحقیقت جسمانی مَس سے تصادم واقع ہوتا ہو۔ اور متصادم اجسام ایک ہی خطِ مستقیم میں حرکت کرتے ہوں۔

یہ ضروری ہے کہ متحرک اجسام کے مجموعی معیارِ اثر پر غور کرتے وقت اُن کی سمتِ حرکت اور اُن کے معیارِ اثر کی مقداروں کا لحاظ رکھا جائے۔ لہٰذا اگر دو اجسام اِس طرح حرکت کریں کہ اُن کی رفتاریں ایک ہی خطِ مستقیم میں بالترتیب $ر_1$ اور $ر_2$ ہوں۔ اور ایک جسم دائیں طرف اور دوسرا بائیں طرف حرکت کرے جس کی وجہ سے ایک جسم میں مثبت معیارِ اثر اور دوسرے میں منفی ہو تو مجموعی معیارِ اثر ہر دو اجسامِ مذکورہ کے معیارِ اثر کے **جبری مجموعے** کے مساوی ہوگا۔ یہ لازمی نہیں کہ کوئی خاص سمت مثبت یا منفی قرار دی جائے مگر اِس بات کا لحاظ ضرور رکھا جائے کہ جب کسی خاص تجربے میں کوئی ایک سمت مثبت یا منفی مان لی جائے تو تمام تجربے کے دوران میں سمتِ مقررہ کے نام میں تبدیلی نہ ہونے پائے۔

فرض کرو کہ دو کمیتیں $ک_1$ اور $ک_2$ جو بالترتیب $ر_1$ اور $ر_2$ رفتاروں سے ایک ہی خطِ مستقیم میں حرکت کرتی ہوں آپس میں تصادم

کریں۔ اور فرض کرو کہ تصادم کے بعد اُن کی رفتاریں بالترتیب $ر'_۱$ اور $ر'_۲$ ہوگئی ہوں تو بقائے معیارِ اثر کے اصول سے

مجموعی معیارِ اثر قبل تصادم = مجموعی معیارِ اثر بعد تصادم یعنی

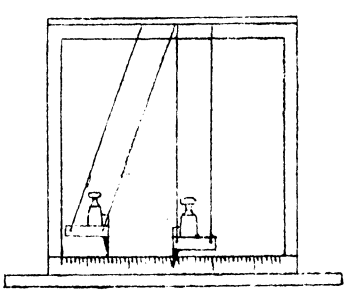
$$ک_۱ ر_۱ + ک_۲ ر_۲ = ک_۱ ر'_۱ + ک_۲ ر'_۲$$

یہاں رفتار کی ایک سمت مثبت مان لی گئی ہے اور دوسری سمت منفی۔

اندفاعی ترازو

وہ آلہ جس سے معیارِ اثر کی بقا کے اصول کی عملی تشریح بہ آسانی ہوتی ہے اندفاعی ترازو کے نام سے مشہور ہے (شکل ۶۸)۔

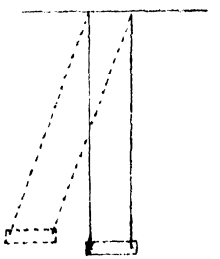
اِس آلے میں بالعموم لکڑی کے دو پلڑے ہوتے ہیں اور یہ پلڑے ڈوریوں کے ایک نظام سے اِس طرح لٹکائے جاتے ہیں



شکل ۶۸۔ ہِک (Hiek) کا اندفاعی ترازو

کہ وہ (پلڑے) بڑے نصف قطر کے قوس پر حرکت کر سکیں۔ لٹکانے والی ڈوریاں اس طرح مرتب کی جاتی ہیں کہ جھولنے کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی گردشی حرکت واقع نہ ہو۔ اور پلڑوں کی اُوپر کی سطحیں اپنے ہر مکل پر اُفقاً رہیں (شکل ۶۹)۔

اس آلے کی بہت سی شکلیں ہو سکتی ہیں مگر ایک خاص شکل میں اس کے پلڑوں میں نمائندے لگے ہوئے ہوتے ہیں۔ اور ایسا انتظام رہتا ہے کہ یہ نمائندے ایک ثابت پیمانہ پر جو آلہ کے قاعدے سے افقاً چسپاں رہتے ہیں آزادانہ حرکت کر سکیں۔



شکل ۶۹ - پلڑے کی حرکت

تجربہ ۵۶ - اندفاعی ترازو ——— مندرجۂ بالا دونوں پلڑوں پر معلوم کمیتوں کے مادّے رکھ کر متحرک مادّوں کی مجموعی کمیت مختلف طرح سے بدلی جا سکتی ہے۔ ہر تجربے میں مادّے پلڑوں پر اس طرح رکھے جائیں کہ وہ پلڑوں کے سامنے ابھرے ہوئے کناروں سے مَس کرتے رہیں۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو تصادم کے وقت مادّے اپنے مقام سے سرک جائینگے اور اس کی وجہ سے تجربے کی صحت کم ہو جائیگی۔ یہ یاد رہے کہ مادّے کے متحرک نظام کی کمیتیں کم اور کم محسوب کرتے وقت پلڑوں کی ذاتی کمیتیں بھی شریک حساب رہیں۔

اگر ایک پلڑا کسی معلوم فاصلے تک ہٹا کر چھوڑ دیا جائے تو وہ اپنے تعادل کے مقام پر ایک ایسی رفتار سے واپس آ جائیگا جو اس کے ابتدائی افقی نقلِ مکان کے متناسب ہوگی۔ اس دعوے کا ثبوت آئندہ دیا جائیگا۔

جب پہلا پلڑا دوسرے پلڑے (جو ابتداءً ساکن ہے) سے ٹکرائیگا تو دونوں پلڑوں کی رفتاریں بدل جائینگی۔

اب اس کی ضرورت ہے کہ تصادم کے بعد پلڑوں کے

اُفقی نقلِ مکان کے مُشاہدے سے اُن میں سے ہر ایک کی رفتار دریافت کی جائے۔ اگر اکائیوں کا کوئی مناسب نظام لیا جائے تو اُفقی نقلِ مکان، حقیقی رفتاروں کے مساوی تصور کئے جا سکتے ہیں۔ چونکہ دونوں نمائندوں کا بیک وقت مشاہدہ کرنا ناممکن ہے اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ ہر ایک نمائندے کے لئے تجربہ الگ الگ کیا جائے۔ اِس کی صورت یوں ہو سکتی ہے کہ دونوں نمائندوں میں سے ایک کے زیادہ سے زیادہ اُفقی نقلِ مکان (تصادم کے بعد) کا مشاہدہ کیا جائے۔ اُس کے بعد دُوسرے نمائندے کا بھی زیادہ سے زیادہ نقلِ مکان (تصادم کے بعد) دریافت کیا جائے۔ مگر دونوں صورتوں میں ابتدائی نقلِ مکان اور کمیتیں مستقل ہونی چاہئیں۔

ابتدائی نقلِ مکان اور متحرک کمیتوں کو بدل بدل کر تجربے کو چند بار دُہراؤ۔

نتائج حسب مندرجۂ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

قبل تصادم			بعد تصادم					غلطی فی صد
کمیت	نقلِ مکان (رفتار)	مجموعی معیارِ اثر	کمیت	رفتار	معیارِ اثر	کمیت	رفتار	معیارِ اثر	مجموعی معیارِ اثر

چونکہ مادّہ ک ابتدا میں ساکن تھا اِس لئے ر صفر ہے۔ لہٰذا تیسرا خانہ ک ر مجموعی ابتدائی معیارِ اثر کی تعبیر کرتا ہے۔ اور دسواں خانہ

ک۱ ر۱ + ک۲ ر۲ تصادم کے بعد مجموعی معیارِ اثر کی۔

اِن دونوں خانوں کے فرق کو اِن میں سے کسی ایک کے رقوم میں فی صد ظاہر کرو۔ اور اس فیصد قیمت کو آخری خانے میں ہر تجربے کے سامنے بطور غلطی درج کرو۔

اگر کوئی آلہ ایسا ہو جس میں چپٹی یا نوکدار کیل لگی ہوئی ہو جس کے ذریعہ سے دونوں پلڑے تصادم کے بعد آپس میں گتھ جائیں تو اس کی وجہ سے دونوں پلڑے ایک مشترک رفتار (ر = ر۱ = ر۲) کے ساتھ حرکت کرینگے۔ اس شکل کے آلے میں نمائندے کی ضرورت باقی نہیں رہتی۔ یہاں پلڑوں کی حرکت ایک ایسے راکب کے ذریعے سے ظاہر کی جا سکتی ہے جو لکڑی کے ایک ڈنڈے پر متحرک ہو سکے۔ اور راکب مذکور کی حرکت سے تصادم کے بعد دونوں کمیتوں کے زیادہ سے زیادہ نقلِ مکان کا اظہار ہو سکتا ہے۔

یہاں نہ صرف مشاہدات کی جدول کی ترتیب میں کسی قدر آسانی ہو جاتی ہے بلکہ مشاہدات کے کرنے اور تجربے کے عام عمل میں بھی بڑی سہولت حاصل ہوتی ہے۔

اِس صورت میں جدول کی شکل حسب ذیل ہوگی۔۔

قبل تصادم			بعد تصادم			غلطی فی صدی
کمیّت ک۱	رفتار ر۱	مجموعی معیارِ اثر ک۱ ر۱	مجموعی کمیّت ک۱ + ک۲	مشترک رفتار ر	مجموعی معیارِ اثر (ک۱ + ک۲) ر	

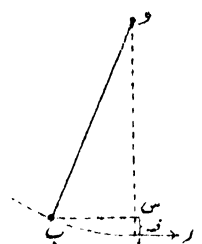
یہاں آخری خانے سے تیسرے اور چھٹے خانوں کے فرق کا اظہار اُن میں سے

کسی ایک کے رقوم میں فی صد حساب کے لحاظ سے ہوتا ہے۔

ثبوت کہ حالتِ تعادل میں رفتار اُفقی نقلِ مکان کے متناسب ہے۔

فرض کرو کہ مادّہ ک اپنے تعادل کے مقام ا سے قوس ا ب پر ہوتا ہوا نقطۂ ب تک ہٹا لیا گیا ہے۔ یہاں نقطۂ تعلیق و ہے (شکل ۱۰۷)۔ اور قوس کا نصف قطر و ب = ن۔ مقام ب سے ا تک کمیت ہٹا کے واپس ہونے میں اُس کی توانائی بالقوۃ کا نقصان بمقدار ک ج ف ہوگا۔

نقطۂ ا پر یہ کمیت ایک ایسی رفتار رکھتی ہے جس کی سمت شکل سے واضح ہے۔ اور ا پر اُس کو جو کچھ توانائی بالفعل حاصل ہے وہ اُس کے ب سے ا تک آنے میں جو توانائی بالقوۃ کا نقصان ہوا ہے اُس کا نتیجہ ہے۔



شکل ۱۰۷۔ انحنائی ترازو کی رفتار

یعنی ½ ک ر² = ک ج ف

یا ر² متناسب ہے ف کے

ہمیں معلوم ہے کہ و ب² = و س² + ب س²

یعنی ن² = (ن − ف)² + ب س²

اس لئے ۲ن ف = ف² + ب س²

یہ ظاہر ہے کہ ب س، ف کے مقابلے میں بڑا ہے۔ اس لئے کافی قریب درجے کی صحت کے ساتھ ب س² کے مقابلے میں ف² نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ (ف اکی قیمت ب س² کی قیمت کے مقابلے میں شاذ و نادر ا فی صد تک پہنچتی ہے)۔

اس لئے قریب ترین درجہ صحت کے ساتھ ہم کہہ سکتے ہیں کہ

ب س² = ۲ن ف

یعنی ب س²، ف کے متناسب ہے۔

ب س، مادہ ک کا ابتدائی اُفقی نقل مکان ہے۔

چونکہ ب س اور ر دونوں گ کے متناسب ہیں۔ اس لئے ب س، ر کے متناسب ضرور ہوگا۔ یعنی جسم کی رفتار تعادل کے مقام پر سے گذرتے وقت ابتدائی اُفقی نقل مکان کے متناسب ہے۔

بالعکس یہ بھی دکھایا جاسکتا ہے کہ وہ اُفقی فصل جہاں تک جسم مقامِ تعادل سے گذر کر پہنچتا ہے اُس رفتار کے متناسب ہے جو جسم مذکور کو مقامِ تعادل پر حاصل ہے۔ یعنی تصادم کے بعد رفتاریں اُن زیادہ سے زیادہ اُفقی نقل مکان کے متناسب ہیں جہاں تک اجسام ٹکرانے کے بعد پہنچتے ہیں۔

اس امر کی اہمیت کہ تصادم کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی محوری حرکت نہ ہونے پائے ثبوت مندرجۂ بالا سے صاف ظاہر ہوگئی ہوگی۔ اگر محوری حرکت موجود رہے تو ب پر کی توانائی بالقوہ ۲ پر کی حرکی توانائی بالفعل کی صورت میں کلیتہً نمودار نہ ہوگی۔ بلکہ اُس کا کچھ حصہ بطور محوری توانائی بالفعل موجود رہیگا۔ لہٰذا یہ دعویٰ کہ

$$\frac{1}{2} ک ر^2 = ک ج ف$$

صحیح نہ ہوگا۔ اور مندرجۂ بالا ثبوت باطل ہو جائیگا۔

محوری حرکت کے رد کرنے کا طریقہ شکل ۶۹ کے ملاحظہ سے صاف ظاہر ہو جائیگا۔

۲۔ دوسرے کلیۂ حرکت کی عملی تصدیق کے طریقے

اگر کوئی جسم مستقل اسراع ع کے ساتھ حرکت کرے تو وہ فصل جس کو جسم مذکور وقت و میں طے کریگا ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے:

$$ف = ر و + \frac{1}{2} ع و^2$$

جہاں ر جسم کی ابتدائی رفتار ہے۔

اگر جسم ابتداءً ساکن ہے تو ر = ۰۔ اور مساوات مندرجۂ بالا ذیل کی صورت اختیار کریگی۔

$$ف = \frac{1}{2} ع و^2$$

کسی وقت و کے ختم پر رفتار کی قیمت مساوات۔

ر = ب + ع و

سے حاصل ہوتی ہے۔ اور اسی مساوات کی شکل

ر = ع و ہو جائیگی اگر ابتدائی رفتار صفر ہو۔

یہ مساواتیں مطلق ہیں ۔۔۔ اور مختلف مقادیر مستعملہ کی تعریفوں سے اخذ کی گئی ہیں۔ اور نیز ان کی تصدیق عملاً نہیں کی جاسکتی۔ بالا ایں ہمہ یہ مساواتیں اس امر کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاسکتی ہیں کہ آیا جسم ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کر رہا ہے یا نہیں۔ پس اگر فاصلہ ف جس کو جسم سکون کے بعد وقت و میں طے کرے، کلیہ

$\frac{ف}{و^2}$ = م (مستقل)

کی پابندی کرے تو جسم مذکور ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کریگا۔ اور اس اسراع کی قیمت مستقل (م) کی قیمت سے دو چند ہوگی۔ کیونکہ

ع = $\frac{2ف}{و^2}$

وزن اور کمیت مادّہ

ان مساواتوں کے استعمال کی مثال میں وہ جسم پیش کیا جاسکتا ہے جو اپنے وزن کے زیر عمل آزادانہ گر رہا ہے۔ اگر کوئی جسم بالکل آزادانہ زمین کی طرف گرنے دیا جائے تو جسم مذکور اپنی ابتدائی حرکت سے وقت و میں ایک ایسا فصل ف طے کریگا جو و کے متناسب ہوگا۔ پس پہلے ثانیہ میں وہ تقریباً پانچ میٹر نیچے اتر لیگا۔ مگر پہلے دو ثانیوں میں بیس میٹر۔ لہذا اگر کوئی جسم اپنے وزن کی وجہ سے سکون کے بعد آزادانہ گرے تو $\frac{ف}{و^2}$ کی قیمت تقریباً ۵ (پانچ) کے مساوی ہے۔ یعنی کل جسموں کے لئے اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ایک ہی ہے۔ اور اس کی قیمت تقریباً بتیس میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے (اس اسراع کی صحیح تر قیمت جزائر برطانیہ میں ۹۸۱ء۹ میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ اور حیدر آباد دکن میں ۹۷۸ء۹ میٹر ہے۔

اب ہم دُوسرے کلیۂ حرکت کی مدد سے س۔گ۔ث۔ نظام میں قوت کی اکائی کی تعریف حسب ذیل مساوات سے اخذ کرتے ہیں:۔

قوت (ڈائینوں[1] میں) = کمیتِ مادّہ (گراموں میں) × پیدا شدہ اسراع (سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں)

س۔گ۔ث۔ نظام کی مقداروں سے بحث کرتے وقت اگر ہم اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کی تعبیر حرف ج (سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں) سے کریں تو

آزادانہ گرتے ہوئے جسم پر قوتِ عاملہ (ڈائینوں میں) = کمیتِ مادّہ (گراموں میں) × ج

چونکہ گرتے ہوئے جسم پر عمل کرنے والی قوت اُس کا خود وزن ہے اِس لئے

جسم کا وزن ڈائینوں میں = (جسم کے مادّہ کی کمیت گراموں میں) × (اسراع بوجہ جاذبۂ زمین سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں)

اگر و ڈائین اُس جسم کے وزن کو تعبیر کرے جس کے مادّے کی کمیت ک گرام ہو تو

$$و = ک ج$$

(ج = ۹۷۸۱۴ سمر فی ثانیہ فی ثانیہ حیدر آباد دکن میں)

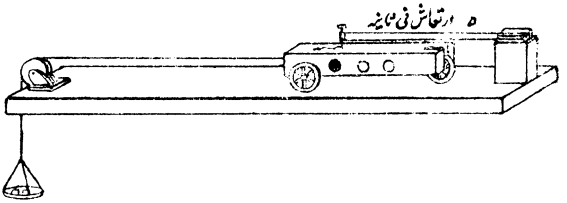
ہموار قوتوں کے حاصل کرنے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ معلوم کمیتوں کے مادّے ہلکی ڈوریوں سے لٹکائے جائیں۔ اور یہ ڈوریاں چرخیوں پر سے اس طرح گذاری جائیں کہ قوتوں کو جس سمت میں چاہیں عمل میں لاسکیں۔ اگر لٹکنے والے جسم کی کمیتِ مادّہ کی پیمائش گراموں میں کی جائے اور اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ج سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں تو ڈوری پر عمل کرنے والی قوت جو مقادیر متذکرۂ بالا کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے ڈائینوں میں حاصل ہوگی۔

[1] Dynes

۳۔ دُوسرے کُلیۂ حرکت کے تشریحی تجربے

فلیچر[۱] کا ٹرالی[۲] دار آلہ

اِس آلے میں (شکل ۱۷) بہت ہی ہلکے پہیوں پر ایک ٹرالی اِس طرح چڑھی ہوتی ہے کہ وہ ایک اُفقی میز پر قریب قریب بے رگڑ حرکت کر سکے۔ اِس ٹرالی سے ایک ایسی ڈوری بندھی ہوئی ہوتی ہے جو میز کے کنارے پر چڑھی ہوئی چرخی پر سے گذرتی ہے اور اِس ڈوری کے آزاد



شکل ۱۷ ۔ فلیچر کا ٹرالی دار آلہ

سرے سے ایک چھوٹی کمیّت کا مادّہ لٹکایا جاتا ہے۔ ڈوری سے مختلف کمیّتوں کے مادّے لٹکا کر ٹرالی پر متفرق قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔ اور اِن قوتوں کے زیرِ عمل جو ٹرالی میں حرکت پیدا ہوگی اُس کے متعلق معلومات حاصل ہوسکتی ہیں۔ ٹرالی کے بازو کے سُوراخوں میں معلوم کمیّتوں کے مادّے رکھ کر میز پر حرکت کرنے والے مادّے کی بھی کمیّت بدلی جاسکتی ہے۔

طے کیا ہُوا فاصلہ اور مدتِ حرکت کے خود بخود قلم بند ہو جانے کا طریقہ جو اختیار کیا جاتا ہے وہ دلچسپی سے خالی نہیں۔ اِس غرض کے لئے

---

۱ Fletcher ۲ Trolley

ایک بڑی کمانی ایک مضبوط شکنجے میں جکڑی جاتی ہے۔ اور اس کمانی کے آزاد سرے پر ایک ہلکا بُرش لگا دیا جاتا ہے۔ ٹرالی کے اُوپر کاغذ کا ایک ٹکڑا اِس طرح چسپاں کر دیا جاتا ہے کہ اُس کو بُرش ہلکے ہلکے چھُوتا رہے۔ جب ٹرالی کو حرکت دی جاتی ہے تو اُس کے ساتھ ساتھ کمانی بھی ارتعاش شروع کر دیتی ہے اور اِس طریقہ سے کاغذ پر مُرتعش بُرش کی وجہ سے موجی نشانات پڑ جاتے ہیں۔ بشرطیکہ بُرش میں پہلے سے سیاہی لگی ہو۔

چونکہ کمانی کی مدتِ دَوران (یعنی ایک مکمل ارتعاش کا وقت) مستقل ہے اِس لئے کاغذ کے اُوپر کے موجی نشانات کے کسی دو معیّن نقطوں کے درمیان مکمل ارتعاشوں کی تعداد سے اُس وقت کی قیمت مل جائیگی جو مذکورۂ بالا دو نقطوں کے درمیان فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار ہے۔

مختلف تعدادوں کے مکمل ارتعاشوں کے وقت کے اندر ابتدائے حرکت سے طے شدہ فاصلوں کو مدِ نظر رکھ کر موجی نشان سے یہ دریافت کرنا ممکن ہے کہ آیا رشتہ $\frac{ف}{و^2}$ مستقل ہے یا نہیں۔

اِس تجربے میں جو مادّہ حرکت کرتا ہے وہ مندرجۂ ذیل مادّوں کا مجموعہ ہے:

(۱) ٹرالی[1] کا کمیّتِ مادّہ۔
(۲) ڈوری کا کمیّتِ مادّہ۔
(۳) لٹکنے والا کمیّتِ مادّہ
(۴) ایک وہ خفیف مادّہ جو چرخی کی حرکت کی وجہ سے متحرک تصور کیا جا سکتا ہے۔
(۵) ایک اور دُوسرا خفیف مادّہ جو پہیوں کی حرکت کی وجہ سے متحرک تصور کیا جا سکتا ہے۔ چونکہ ٹرالی میں بالعموم کافی کمیّتِ مادّہ رہتا ہے اِس لئے ٹرالی کی ذاتی کمیّت کے مقابلے میں بقیہ کمیّتیں نظر انداز کی جا سکتی ہیں۔

---

[1] Trolley

یہ ظاہر ہے کہ عمل کرنے والی قوت لٹکنے والے مادّے کے وزن اور چرخی پر سے نیچے لٹکنے والی ڈوری کے وزن کے مجموعے کے برابر ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ڈوری کی وجہ سے جو غلطی داخل ہو سکتی ہے وہ دُور ہو جائے تو نہایت ہی باریک ڈوری (مثلاً مچھلی پکڑنے کی ڈوری) استعمال کرنی چاہیئے۔ تاکہ ڈوری کا وزن لٹکنے والے مادّے کے وزن کے مقابلے میں نظر انداز کیا جا سکے۔ اگر ڈوری کی وجہ سے غلطی کے دُور کرنے کی ضرورت لاحق ہو تو لٹکنے والے مادّے کے وزن میں چرخی سے باہر لٹکنے والی ڈوری کے $\frac{1}{2}$ وسط طول کا وزن داخل کر دینا چاہیئے۔

پیدا شدہ اسراع ــــ تجربے سے خارج قسمت $\frac{ف}{و}$ کی قیمت مستقل ملیگی۔ اس لئے ٹرالی[1]، ایک مستقل اسراع $\frac{2ف}{و^2}$ کے ساتھ حرکت کر رہی ہے۔

اگر محض اضافی قیمتیں مقصود ہوں تو کمانی کے ایک مکمل ارتعاش کے وقت کو اکائی مان کر وقت کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔ مگر مطلق نتیجوں کے حاصل کرنے کے لئے یعنی اسراع کی قیمت سم فی ثانیہ فی ثانیہ میں دریافت کرنے میں یہ ضروری ہے کہ کمانی کا وقتِ دَوران ثانیہ میں معلوم کیا جائے۔

بالعموم کمانی پر اُس کا وقتِ دَوران لکھا رہتا ہے جس کو آلہ ساز نے خود دریافت کیا ہے۔ اور اس معلوم وقتِ دَوران سے تجربے میں کام لیا جا سکتا ہے۔ وقتِ دَوران کے براہِ راست دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ کمانی ارتعاش کی کافی تعداد پیدا کرے۔ مگر یہ صورت بہت ہی شاذ و نادر نصیب ہوتی ہے۔ اس لئے آلہ ساز کی دریافت کی ہوئی قیمت اختیار کرنے کے سوا کوئی دُوسرا چارہ نہیں۔ لہٰذا جب مطلق نتیجوں کی ضرورت پڑتی ہے تو وقت کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اہم نقص ہے

[1] Trolley

خالی نہیں۔

فلیچر[1] کے ٹرالی دار آلے کے تجربے

تجربہ ۵۷۔ اسراع، قوت کے متناسب ہے ــــ ٹرالی پر کاغذ چسپاں کرو۔ اور ڈوری سے ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، گرام، وغیرہ، وغیرہ، لٹکا کر ٹرالی میں حرکت پیدا کرو۔ اور ہر قوت کے زیر عمل ٹرالی کی حرکت کا نشان حاصل کرو۔ ہر صورت میں حرکت کو ایک ہی نقطے سے شروع کر کے کل نشانات کا ایک ہی کاغذ پر حاصل کرنا نہایت دلچسپ ہے۔

ہر تجربے میں متحرک مادّہ تقریباً ایک ہی رہتا ہے بشرطیکہ لٹکنے والے چھوٹے مادّے نظر انداز کر دئے جائیں۔

عمل کرنے والی قوتیں مختلف صورتوں میں لٹکنے والی کمیتوں کے متناسب ہیں۔ دکھاؤ کہ (ا) مساوی وقتوں میں طے کئے ہوئے فاصلے لٹکنے والے مادّوں کے متناسب ہیں۔

(ب)۔ ہر تجربے میں ۲ ف مستقل ہے۔

(ج)۔ اور ان مستقلوں کی قیمتیں مختلف تجربوں میں لٹکتے ہوئے مادّوں کے متناسب ہیں۔

تصحیح بوجہ رگڑ ــــ اگر صحت مقصود ہو تو رگڑ والی قوتوں کو دُور کرنا یا اُن کے اثر کو زائل کرنا ضروری ہے۔ اس غرض کے لئے ایک چھوٹی کمیت کا مادّہ ڈوری سے اِس طرح لٹکایا جاتا ہے اور اُس کی قیمت اس طرح درست کی جاتی ہے کہ ایک دفعہ حرکت پیدا کرنے کے بعد ٹرالی اپنی حرکت عین جاری رکھے۔ جب یہ صورت پیدا ہو تو لٹکتے ہوئے چھوٹے مادّے کا وزن، ٹرالی کے اوپر کے کسی قسم کے بوجھ کے تحت میں، آلے کی رگڑ کے مقابلے کے لئے کافی ہے۔ تانبے کے

---

[1] Fletcher

تار کا ایک ٹکڑا اِس امر کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اور یہ "رگڑی راکٹ" کی ایک مناسب شکل ہے۔ تار کو ڈوری پر لپیٹنا چاہیئے۔ اور ضرورت کے مطابق اِس تار کا مناسب طول تارکٹ کے ذریعہ سے بآسانی کاٹا جاسکتا ہے۔

تجربہ ۵۸۔ کسی دی ہوئی قوت کے تحت میں اسراع، متحرک مادّے کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔

ہر دفعہ ایک ہی لٹکنے والے مادّے کو استعمال کر کے ٹرالی پہ مختلف بوجھ رکھ کر ہر بوجھ کے لئے جُدا جُدا نشان حاصل کرو۔ اور اس مستقل قوت کے زیرِ عمل ہر متحرک مادّے کے لئے اِسراع دریافت کرو۔ اور دکھاؤ کہ

متحرک مادّہ × اسراع

مستقل ہے۔ یعنی قوت کے زیرِ عمل اسراع، متحرک مادّے کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے۔

اِس تجربے میں چرخی اور پہیوں کے مادّوں کی مماثل خفیف کمیتیں اگر معلوم ہوں تو وہ متحرک مادّے میں شریک کرلی جائیں۔ گرچہ بالعموم وہ نظر انداز کی جاسکتی ہیں۔

فرض کرو کہ ک = ٹرالی اور اُس پر رکھے ہوئے بوجھ کی مجموعی کمیّت۔

ک = لٹکنے والے مادّے کی کمیّت جس میں چرخی سے نیچے لٹکنے والی ڈوری کی کمیّت بھی شامل ہے۔

لا = چرخی کے مادّے کی مماثل کمیّت

اور ما = پہیوں کے مادّوں کی مماثل کمیّت۔

اِس لئے متحرک مجموعی کمیّت = ک + ک + لا + ما

نوٹ۔ اگر اسراع ($\frac{۲ف}{ن۲}$) کی قیمت سمرفی ثانیہ فی ثانیہ میں محسوب کی گئی ہو تو مشاہدات متذکرۂ بالا کے ذریعے سے اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین کا دریافت کرنا ممکن ہے۔ لہٰذا ہر تجربے میں

ک ج = (ک + ک + لا + ما) × ($\frac{۲ف}{ن۲}$)

کیونکہ عمل کرنیوالی قوت لٹکنے والی کمیت کا وزن ہے۔ پس مساوات مندرجۂ بالا سے ج کی قیمت معلوم ہوسکتی ہے۔

بہرحال اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اچھا نہیں کیونکہ مقداریں لا اور ماصحت کے ساتھ معلوم نہیں ہیں اور وقت و کی پیمائش میں بھی چند دقتیں پیش آتی ہیں جن کا ذکر اوپر کیا جاچکا ہے۔

اس آلہ کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ ٹرالی ایک ایسی سطح پر رکھی جائے جو افق سے زاویۂ طہ بنائے۔ اس صورت میں سطح کے متوازی حرکت پیدا کرنے والی قوت

ک ج ۔ (ک + ا) ج جب طہ

کے برابر ہے۔

ایٹ وُڈ[1] کا آلہ

یہ آلہ فلیچر کے ٹرالی دار آلے سے زیادہ مشہور ہے اور تاریخی نقطۂ نظر سے بہت دلچسپ ہے۔ ایٹ وُڈ نامی ایک مشہور انگریز ریاضی داں (۱۷۴۶ء۔ ۱۸۰۷ء) نے کلیاتِ حرکت کی تشریح کی غرض سے اور اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے دریافت کے لئے اس آلے کو وضع کیا تھا۔ اس آلے میں ایک چھوٹے راکب کا وزن، اپنے سے کہیں بڑے دو ایسے متوازن مادوں کو، متحرک کرنے پر مجبور کیا جاتا ہے جو چرخی پر سے گذرتی ہوئی ڈوری کے دونوں سروں سے بندھے رہتے ہیں۔ چونکہ مجموعی متحرک مادے بڑے ہوتے ہیں اس لئے یہ چھوٹا راکب ان متحرک مادوں میں صرف خفیف سا اسراع پیدا کرتا ہے۔ بنا بریں یہاں اسراع کی پیمائش کہیں زیادہ صحت کے ساتھ ہوسکتی ہے

[1] Atwood

بمقابلہ اُس اسراع کی پیمائش کے جو راکب خود آزادانہ گرنے میں پیدا کرتا ہے

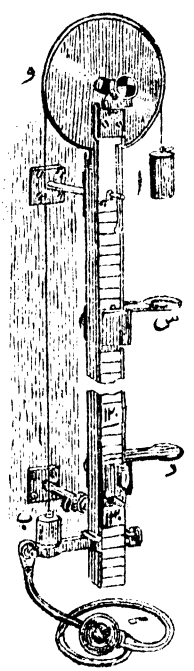
ایٹ وُڈ[1] کا آلہ: ستونی وضع کا ــــــ مادّے کی دو مساوی کمیتیں ا اور ب ایک ڈوری سے لٹکائی جاتی ہیں۔ یہ ڈوری ایک ایسی چرخی چ پر سے گذرتی ہے جو ۲ سے ۲٫۵ میٹر تک کے طول کے ستون کے سرے پر نازک سہارے پر چڑھی ہوتی ہے۔ ا اور ب کے نیچے لٹکانے والی ڈوری جیسی ایک اور ڈوری لگائی جاسکتی ہے۔ یہ ڈوری متلافی ڈوری کا کام کرتی ہے۔ اِس کی وجہ سے مشین کے دونوں طرف کی ڈوری کے حصّوں کی کمیتیں بالکل متوازن رہتی ہیں خواہ کمیتیں ا اور ب کے محل کہیں بھی ہوں۔ مگر ایسی ڈوری کا استعمال عملیات میں وقت سے خالی نہیں۔ اور اسی وجہ سے یہ بہت شاذ و نادر استعمال کی جاتی ہے۔ کمیت ا پر ایک چھوٹا راکب اِس طرح سوار رہتا ہے کہ وہ آسانی سے ڈوری پر چڑھ اُتر سکے۔ اِس لئے اِس آلے کے سارے نظام میں اِسی راکب کا وزن ہے جو غیر متوازن رہتا ہے۔

تجربہ کرتے وقت کمیت ب ایک چٹی سے ہلکی سی اس طرح باندھ دی جاتی ہے کہ کمیت ا کے اُوپر کا کنارا پیمانے کے کسی خاص معلوم نشان کے محاذی رہے۔ ا کے اس صفری مقام سے کچھ نیچے کسی مناسب فصل پر حلقہ س اِس طرح قائم کیا جاتا ہے کہ راکب کے وزن کے زیرِ عمل ا کوئی خاص معلوم فاصلہ طے کر سکے۔ حلقہ س ایسا ہوتا ہے کہ کمیت ا بہ آسانی اُس میں سے گذر سکے۔ مگر راکب حلقے پر اٹک جائے۔ تجربہ شروع کرتے وقت ایک چل رُکنی گھڑی چلادی جاتی ہے اور اُسی وقت چٹی بھی کھول دی جاتی ہے۔ اور اِس کی وجہ سے کمیت ب جس کی رفتار اب صفر ہے آزادانہ حرکت

[1] Atwood

شروع کردیگی۔ جب حلقہ س سے ا پر سوار راکب کے ٹکرانے کی آواز سنی جاتی ہے تو اُسی وقت چل رُکنی گھڑی بند کردی جاتی ہے۔ اور کسی معلوم فاصلہ ف، طے کرنے کے لئے جو وقت د درکار ہے وہ دریافت ہوجاتا ہے۔

تجربہ کرنے کا ایک اور طریقہ ہے جس میں وقت کی پیمائش میترونوم[1] کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اِس طریقے میں فصل ف اِس طرح درست کیا جاتا ہے کہ گرنے کا وقت میترونوم کے ضربوں کی کسی خاص تعداد کے وقفوں کے ساتھ منطبق ہوجائے۔



شکل ۷۲۔ ایٹ ووڈ کا آلہ: ستونی وضع کا۔

اِس مشین کی بعض شکلوں میں چمٹی کے کھولنے کے لئے ایک ہوائی (Pneumatic) انتظام رہتا ہے جیسا کہ شکل ۷۲ سے ظاہر ہے۔ اور بعض مشینوں میں چمٹی کے بجائے ایک چھوٹی برقی مقناطیس لگی رہتی ہے۔ موخرالذکر صورت میں کمیتیں ا اور ب لوہے کی ہوتی ہیں۔ اور کمیت ب مقناطیسی قوت سے تجربے کے شروع میں بندھی رہتی ہے۔ ب کے آزاد کرنے کا کوئی سا بھی طریقہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بشرطیکہ ب بغیر کسی انتصابی حرکت کے آزاد ہوسکے۔ بایں ہمہ آلے کے استعمال کی اور اُس کی ساخت کی سادگی سے بالعموم عمل میں تیقن پیدا ہوتا ہے اِسی

[1] Metronome

بناء پر کوئی سادہ انتظام قابل ترجیح ہے۔

ایٹ وُڈ کے آلے کے ساتھ تجربے

تجربہ ۵۹ جسم ہموار قوت کے زیرِ عمل، ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے ——— کمیتیں ۲ پر تانبے کے تار کا ایک ایسا چھوٹا ٹکڑا رکھو کہ ذرا سی ابتدائی حرکت دینے پر کمیتیں ۱ اور ب بغیر راکب کے عین حرکت شروع کریں۔ اِس صورت میں تار کے اس ٹکڑے کا وزن آلے کی رگڑ پر عین غالب آجائیگا۔ یہ تار کا ٹکڑا "رگڑی راکب" کہلاتا ہے۔ اور تمام دورانِ تجربہ میں ۲ پر رکھا رہتا ہے۔

حلقہ س کو مختلف مقامات پر اِس طرح قائم کرو کہ کمیتیں زیرِ تجربہ مختلف راکبوں کے زیرِ عمل ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، اور ۲۰۰ سم کے فاصلے طے کریں۔

مختلف وزنوں مثلاً ۲ گرام، ۴ گرام، ۶ گرام، وغیرہ، کے راکبوں کے زیرِ عمل کمیتوں کے مذکورۂ بالا فاصلوں کے طے کرنے کے مختلف اوقات دریافت کرو۔ ہر ایک راکب اور ہر ایک فصل کے لئے وقت کے کم سے کم تین تجربے ہونے چاہئیں۔

مشاہدات کی ہر جماعت کے لئے خارج قسمت $\frac{۲ف}{و^۲}$ کی قیمت دریافت کرو۔ اور یہ دکھاؤ کہ کسی خاص راکب کے لئے $\frac{۲ف}{و^۲}$ مستقل ہے۔ یعنی مستقل قوت کے زیرِ عمل مادّہ ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ مندرجۂ ذیل کی شکل میں مشاہدات کو مرتّب کرو۔

استعمال شدہ راکب کا کمیتی مادّہ	فصل ف	وقت و	$\frac{۲ف}{و^۲}$	اوسط اسراع
دو گرام راکب	۵۰ ۱۰۰ ۱۵۰ ۲۰۰			ع = ...

استعمال شدہ راکب کا کمیّتِ مادّہ	فصل ف	وقت و	۲ف/و۲	اوسط اسراع
۴ گرام راکب	۵۰ ۱۰۰ ۱۵۰ ۲۰۰			ع۴ = ...
۶ گرام راکب	۵۰ ۱۰۰ ۱۵۰ ۲۰۰			ع۶ = ...

جدول کے ملاحظہ سے یہ معلوم ہوگا کہ ہر راکب کے لئے چوتھے خانے کی رقمیں تقریباً مستقل ہیں اور راکب کی کمیّت کے ساتھ ساتھ اس مستقل کی قیمت بھی بڑھتی گئی ہے۔

تجربہ ۶۰۔ اسراع، قوتِ عاملہ کے متناسب ہے۔

اس دعوے کا ثبوت بغیر مزید تجربے کے مندرجۂ بالا جدول کے نتیجوں سے حاصل ہوسکتا ہے۔ مجموعی متحرک کمیّت ہر تجربے میں قریب قریب ایک ہی ہے۔ کمیّتوں میں اگر کچھ فرق بھی ہے تو وہ صرف راکبوں کی ذاتی کمیّتوں کے فرق کی وجہ سے ہے۔ پس اگر کسی کمیّت میں پیدا شدہ اسراع کمیّتِ ہذا پر عمل کرنے والی قوت کے متناسب ہو تو اسراع ع۱، ع۲، ع۴ وغیرہ، مستعملہ راکبوں ہی کی کمیّتوں کے متناسب ہونگے۔ یعنی تجربۂ ہذا میں ۲، ۴، ۶، وغیرہ، کے متناسب۔

تجربہ ۶۱۔ کسی خاص قوت کے تحت میں اسراع کمیتِ مادّہ کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے۔ مختلف

کمیتوں ا اور ب کے جوڑوں کے استعمال سے یہ ثابت کرنا ممکن ہے کہ اگر کوئی معیّن قوت کسی کمیتِ مادّہ پہ عمل کرے تو اُس میں جو اسراع پیدا ہوگا وہ کمیتِ مذکور کے ساتھ تناسب معکوس رکھیگا۔

اس امر کے ثبوت کے لئے ف اور و کی پیمائشوں سے کسی خاص راکب کے زیرِ عمل متحرک کمیتوں کے مختلف جوڑوں میں پیدا شدہ اسراع دریافت کیا جاتا ہے۔ ہر تجربے میں حاصلِ ضرب (مجموعی متحرک کمیتِ مادہ) × (اسراع) کو مستقل ہونا چاہیئے۔

یہاں چرخی کے 'مماثل' مادّہ کی کمیت کا جاننا ضروری ہے۔

کسی ایک تجربے میں مجموعی متحرک کمیتِ مادہ = (۲ک + ک + لا) گرام

نوٹ :- اس کی تشریح ذیل کے تجربے میں کی جائیگی۔

تجربہ ۶۲۔ اسراع بوجہ جاذبۂ زمین۔

(۱) ڈوری اور چرخی کے مماثل مادّے کی کمیت معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

فرض کرو کہ ا اور ب میں سے ہر ایک کا کمیتِ مادّہ = ک گرام

راکب کا کمیتِ مادّہ = ک گرام

چرخی (اور ڈوری) کا مماثل کمیتِ مادہ = لا گرام

اور پیدا شدہ اسراع = ع سم فی ثانیہ فی ثانیہ

تو قوتِ عاملہ = راکب کا وزن = ک ج ڈائین

متحرک مادّے کی کمیت = (۲ک + ک + لا) گرام

قوت = کمیتِ مادہ × اسراع

اِس لئے ک ج = (۲ک + ک + لا) ع

اور اِس مساوات سے ج کی قیمت دریافت ہوسکتی ہے۔

تجربہ ۵۹ میں ہر ایک راکب کے زیرِ عمل کے مشاہدات سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

(۲) جہاں چرخی کے مماثل مادّے کی کمیّت کے جاننے کی ضرورت نہیں:۔

اگر کمیّتوں ۱ اور ب کے مختلف جوڑوں کے لئے ایک ہی راکب استعمال کیا جائے تو چرخی کے مماثل مادّے کی کمیّت معلوم کئے بغیر ج کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

پس اگر ک کمیّت کے جوڑے کے ساتھ پیدا شدہ اسراع عَ، ہو۔ اور اگر اُسی راکب کے زیرِ عمل ک کمیّت کے جوڑے کے ساتھ پیدا شدہ اسراع عَ، حاصل ہو تو

$$\text{ک ج} = (۲\text{ک} + \text{ک} + \text{لا})\text{عَ}$$

اور

$$\text{ک ج} = (۲\text{ک} + \text{ک} + \text{لا})\text{عَ}$$

یہاں لا غیر معلوم ہے۔

اِس لئے

$$\text{ک ج}\left\{\frac{۱}{\text{عَ}} - \frac{۱}{\text{عَ}}\right\} = ۲(\text{ک} - \text{ک})۔$$

تجربہ ۶۱ میں مادّوں کے مختلف جوڑوں کے استعمال سے جو اسراع عَ اور عَ، حاصل ہوئے ہیں اُن کی قیمتوں سے ج محسوب کرو۔

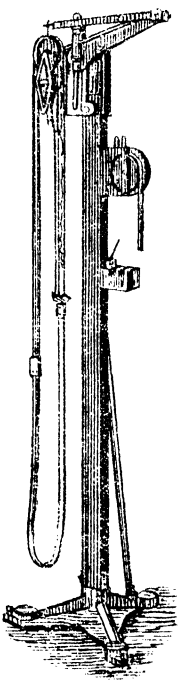
یہ آلہ ابتداءً ج کی تعیین کے لئے وضع کیا گیا تھا۔[۱] اُس وقت تک کیٹر کے صحیح رقّاصی طریقے ایجاد نہیں ہوئے تھے۔ آج کل اس آلہ کا خاص استعمال کلیاتِ حرکت کی تشریح ہے۔ اِس کے ذریعے سے ج کی تعیینیں اضافۃً کم درجے کی صحت رکھتی ہیں۔ مگر یہ تعیینیں تاریخی نظر سے دلچسپ ہیں۔

ایٹ وڈ[۲] کا آلہ: فیتہ دار ــــ اِس آلے میں مساوی کمیّتیں کاغذ کے ایک فیتے سے لٹکائی جاتی ہیں۔ اور یہ فیتہ چرخی کے چپٹے گھیرے پر گذرتا ہے۔ اور اِن کمیّتوں کے نیچے اِس فیتے سے ایک

---

۱ Kater ۲ Atwood

اور متلافی فیتہ لگا رہتا ہے جیسا کہ شکل ۴۳ سے ظاہر ہے۔ اِس آلے میں ایک فولادی کمانی نصب ہوتی ہے جس کے آزاد سرے سے سیاہی لگا ہوا برش چرخی کے اُوپر کے فیتے پر نشان ڈالتا ہے۔ اور اس میں ایک ایسا سادہ انتظام مہیا رہتا ہے کہ کمانی اور متحرک کمیتیں بیک وقت آزاد کی جا سکیں۔ فیتے پر ایک مکمل موج کا نشان وقت کے ایک معلوم وقفے کی تعبیر کرتا ہے۔ (یہ وقفہ کمانی کا وقتِ دَوران ہے)



شکل ۴۳۔ ایٹ وُڈ کا آلہ: فیتہ دار

اِس شکل کے آلے کے ساتھ اُسی قسم کے تجربے کئے جا سکتے ہیں جیسا کہ ستونی وضع کے آلے کے ساتھ۔ مگر فیتہ دار آلے میں وقت اور فاصلے فیتے کے نشان سے حاصل ہوتے ہیں۔ ہر تجربے میں موجی نشان کے ذریعے سے اِسراع کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔ جیسا کہ فلیچر کے ٹرالی دار آلے کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

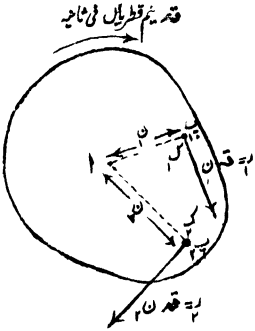
تجربے ٹھیک اُسی طرح کرو جیسا ستونی وضع کے آلے کے ساتھ تم نے کئے تھے۔ مگر یہاں فصل ف کو بدلنے اور اُس کے جواب میں وقت کی قیمت براہِ راست دریافت کرنے کے بجائے کمانی اور فیتے کے ذریعے سے اِسراع محسوب کرو۔

اَیٹ وُڈ کے آلے کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے جو کبھی کبھی اختیار کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ سے راکب کے حلقے سے اٹک جانے کے بعد کمیت ۲ کی رفتار دریافت کی جاتی ہے۔ مگر یہ معلوم رہے کہ راکب کے الگ ہو جانے کے بعد متحرک نظام کو مستقل رفتار سے حرکت کرنا چاہیئے۔ بہر حال یہ طریقہ نہ اتنا آسان ہے اور نہ اس قدر صحیح جیسا وہ طریقہ جس کی تشریح اُوپر ہو چکی ہے۔

۴۔ اُستوار جسم کی گردش

جمود کے معیارِ اثر

کسی محور کے گرد گردش کرنے والے مادّے کا اثر نہ صرف حرکت کرنے والے مادّے پر مبنی ہے بلکہ اُس کا انحصار اِس امر پر بھی ہے کہ مادّہ محور کے لحاظ سے کس طرح پھیلا ہُوا ہے۔ پس ایک ایسے جسم کی توانائی بالفعل پر غور کرو جو کاغذ کی سطح پر نقطۂ ا سے عمود وار گزرتے ہوئے محور کے گرد زاویئی رفتار قد نیم قطریوں کے ساتھ گردش کرتا ہے (شکل ۴۷)۔



شکل ۴۷۔ جمود کا معیارِ اثر

نقطہ ب۱ پر ذرّہ ک۱ کی رفتار = ن۱ قا
نقطہ ب۲ پر ذرّہ ک۲ کی رفتار = ن۲ قا وغیرہ
ب۱ پر ذرّہ ک۱ کی توانائی بالفعل = ½ ک۱ (ن۱ قا)²۔
ب۲ پر ذرّہ ک۲ کی توانائی بالفعل = ½ ک۲ (ن۲ قا)² وغیرہ۔
جسم کی مجموعی توانائی بالفعل ا کے گرد گھومنے کی وجہ سے =
½ قا² (ک۱ ن۱² + ک۲ ن۲² + ک۳ ن۳² + ...)
اگر قوس کے اندر کی

مقداروں کے مجموعے کو نشان ف سے ظاہر کریں تو

گردشی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ ف ق^2

ف سے تعبیر کیا ہوا مجموعہ جسم مذکور کی ایک خاصیت ہے۔ اور محور معینہ ۲ کے لحاظ سے وہ مجموعہ اس جسم کے لئے ایک خاص قیمت رکھتا ہے۔ اور اس مجموعے کی مقدار محور مذکور کے گرد مادّے کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اس ف کو محور معینہ کے گرد جسم کے جمود کا معیارِ اثر کہتے ہیں اور اس کی تعریف یوں ہوتی ہے کہ

ف = ک$_1$ ن$_1^2$ + ک$_2$ ن$_2^2$ + ک$_3$ ن$_3^2$ + ...

یا ف = Σ (ک ن^2)

جہاں Σ سے جسم کے کل ذرّوں کے لئے ایک ہی قسم کی متعدد رقموں کا مجموعہ مراد ہے۔

گردشی نصف قطر — اگر کسی جسم کے مادّے کی مجموعی کمیّت کو ایک ہی ذرّے میں منجمد تصور کیا جائے۔ اور یہ ذرّہ نقطۂ ۲ کے گرد ایک ہلکے ڈنڈے کے ذریعے سے گ نصف قطر کے دائرے میں گھومنے پر مجبور کیا جائے تو ذرّۂ مذکور کے جمود کا معیارِ اثر محور معینہ کے گرد ک گ^2 ہوگا۔ ک جسم کا کمیّتِ مادّہ ہے۔ گ کے مناسب انتخاب سے اس ذرّے کے جمود کا معیارِ اثر اتنا ہی بنایا جا سکتا ہے جتنا جسم مذکور کا۔ گ کی اس قیمت کے لحاظ سے ک گ^2 = ف۔ یہ طول گ اس خاص محور کے لحاظ سے جسم کا **گردشی نصف قطر** کہلاتا ہے۔

اگر جسم کا کل مادّہ گ نصف قطر کے چھلّے کی شکل میں بھی مرتب ہو تو جمود کے معیارِ اثر کی قیمت وہی رہیگی۔

متوازی محوروں کا اصول

کسی جسم کے جمود کا معیارِ اثر کسی محور کے گرد =
(مرکزِ جاذبہ میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد جسمِ مذکور کے جمود کا معیارِ اثر +
(جسمِ مذکور کا کمیّتِ مادّہ) × (محوروں کے درمیانی فاصلے کا مربع)۔

پس $م_{ا}$ یعنی ا سے گذرنے والے محور کے گرد معیارِ اثر

$$= م_{ج} + ک ف^{۲}$$

لیکن $م = ک گ_{ا}^{۲}$

اور $م = ک گ_{ج}^{۲}$

اِس لئے $ک گ_{ا}^{۲} = ک گ_{ج}^{۲} + ک ف^{۲}$

یا $گ_{ا}^{۲} = گ_{ج}^{۲} + ف^{۲}$

بنابریں اگر ہمیں مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے محور کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر یا گردشی نصف قطر معلوم ہو تو کسی اور متوازی محور کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر دریافت ہو سکتا ہے۔



چند کارآمد صورتوں کے جمود کے معیارِ اثر کی فہرست ضمیمہ میں ملے گی۔ شکل ۷۵۔ متوازی محور ا اور ج میں سے

خطّی حرکت و زاویئی حرکت

خطّی حرکت کے متعلق مقادیر اور زاویئی حرکت کے متعلق مقادیر کے مابین ذیل کی جدول میں جو مشابہت

واقع ہے وہ قابلِ غور ہے۔

خطّی حرکت		زاویئی حرکت	
مقادیر	علامات	مقادیر	علامات
نقلِ مکان یا فصل	ف	زاویہ	ط
رفتار	ر = فرف / فرد	زاویئی رفتار	قہ = فرط / فرد
اسراع	ع = فرر / فرد = فرف / فرد۲	زاویئی اسراع	عہ = فرقہ / فرد = فراط / فرد۲
کمیّتِ مادّہ	ک	جمود کا معیارِ اثر	م
قوت	ق = ک ع	جُفت	ج = م عہ
حرکت کا معیارِ اثر	ک ر	زاویئی حرکت کا معیارِ اثر	م قہ
انتقالی توانائی بالفعل	½ ک ر۲	محوری توانائی بالفعل	½ م قہ۲
کام	ت = ق ف (قوت × طے شدہ فاصلہ)	کام	ت = ج ط (جُفت × گردشی زاویہ)

یہ جدول زاویئی حرکت پر بحث کرنے میں بہت کارآمد ہے کیونکہ خطّی حرکت کی حالت میں چند خاص مقداروں کے باہمی تعلق بتانے کے لئے اگر کوئی عام جملہ حاصل ہو جائے تو زاویئی حرکت کے لئے بھی مشابہ مقداروں کے باہمی تعلق بتانے والا ٹھیک ویسا ہی جملہ فوراً لکھا جا سکتا ہے۔ اِس امر کی مثالوں کے لئے فصل نہم میں سادہ موسیقی حرکت کا بیان دیکھو۔

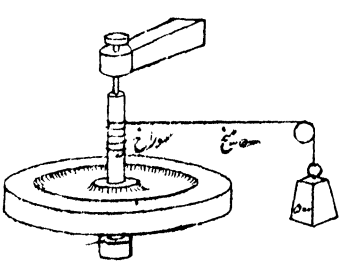
۵۔ جمود کے معیارِ اثر کی پیمائش

چونکہ جمود کے معیارِ اثر کا تخمّل گردش کرنے والے جسم کی توانائی بالفعل کی بحث سے حاصل ہُوا ہے اِس لئے ہم عموماً اِسی توانائی بالفعل کی پیمائش سے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرتے ہیں۔ کسی جسم میں توانائی کی ایک خاص یا قابلِ پیمائش مقدار داخل کرنے پر اُس میں جو زاویئی رفتار پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش سے جسمِ مذکور کے جمود کے معیارِ اثر کی عملی تعیین کی جاتی ہے۔

اُڑپہیّے کے جمود کا معیارِ اثر

اگر جسم لمبی دُھری کے پہیّے کی شکل کا ہو تو گردشی محور کے گرد اُس جسم کے جمود کے معیارِ اثر دریافت کرنے کا حسب ذیل ایک نہایت مناسب طریقہ ہے۔ اِس طریقے میں دُھری کے کسی ایک نقطے پر یا خود پہیّے کے اسطوانی گھیرے پر ایک چھوٹے سوراخ یا ایک چھوٹی میخ کی ضرورت پڑتی ہے۔

پیتل کی ایک ایسی کیل بنائی جاتی ہے کہ وہ سوراخ میں ٹھیک



شکل ۷۶۔ اُڑپہیّہ انتصابی محور کے ساتھ

بیٹھ جائے۔ اور یہ کیل ایک خاصی لمبی ڈوری سے مضبوط باندھ دی جاتی ہے۔ اگر سوراخ کے بجائے میخ لگی ہو تو ڈوری کے ایک سرے میں سادہ حلقہ بنا کر اس حلقے کو میخ پر چڑھا دیتے ہیں۔ مندرجۂ بالا طریقوں میں سے کسی ایک طریقے سے ڈوری کو دُھری یا پہیے میں لگانے کے بعد پہیا اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ ڈوری چند بار پہیے کے کنارے پر یا دُھری پر لپٹ جائے۔ اگر پہیے کا محور انتصابی ہو تو ڈوری کو ایک چرخی پر سے گزارتے ہیں اور اگر محور اُفقی ہو تو ڈوری کو براہِ راست لٹکنے دیتے ہیں۔ اس ڈوری کے آزاد سرے سے مناسب کمیت کا ایک مادّہ لٹکایا جاتا ہے۔

اب اگر یہ کمیت گرنے دی جائے تو وہ اپنی توانائی بالقوہ کا کچھ حصہ کھو دیگی۔ کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ گرنے والی کمیت کی حرکت کی وجہ سے کچھ تو انتقالی توانائی بالفعل میں اور کچھ اڑے پہیے کی محوری توانائی بالفعل میں منتقل ہو جائیگی۔ رگڑ کی وجہ سے جو توانائی کا نقصان ہوتا ہے اُس کو اگر سر دست نظر انداز کر دیں تو بقائے توانائی کے اصول سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

(گرنے والی کمیت مادّہ کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ) = (کمیت ہذا کی حاصل شدہ توانائی بالفعل) + (پہیے کی حاصل شدہ توانائی بالفعل)

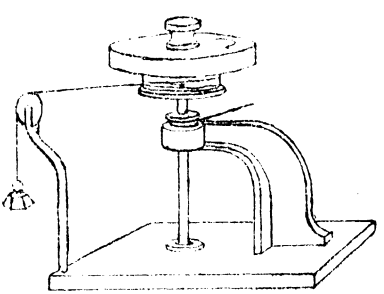
اب اگر لٹکے ہوئے مادّے کی کمیت ک گرام ہو اور یہ پہیے سے ڈوری کے جدا ہونے سے پہلے اس کمیت کا طے شدہ انتصابی فاصلہ ف سمر ہو تو اس سے کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ ک ج ف ارگ ہوگی۔ فرض کرو کہ دُھری سے ڈوری کے سرے کے عین علیحدہ ہونے کے وقت گرنے والے مادّے میں سمر فی ثانیہ کی خطی رفتار اور پہیے میں قدیم نظریاں فی ثانیہ کی زاویئی رفتار پیدا ہو گئی ہے۔ تو اس وقت گرنے والے مادّے کی انتقالی توانائی بالفعل ½ ک ر² اور پہیے کی محوری توانائی بالفعل ½ م ق² ہوگی۔

لہذا رگڑ کو نظر انداز کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر^2 + \frac{1}{2} م ق^2$$

اس مساوات میں ک اور ج دونوں معلوم ہیں۔

ف کی تعیین :۔ ف کی صحیح قیمت دریافت کرنے کا سب سے آسان اور مناسب طریقہ یہ ہے کہ ڈوری کا طول اتنا رکھا جائے کہ جب گرنے والے مادّے کی نچلی سطح ٹھیک زمین پر پہنچے تو ڈوری کا سرا پہیے سے جدا ہو جائے۔ اگر ابتدائے حرکت کے وقت مادّے کی



شکل ۷۷۔ اُڑپہیہ انتصابی محور کے ساتھ

نچلی سطح کی بلندی اس طرح درست کی جائے کہ وہ میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہو تو فاصلہ ف جس تک مادّہ مذکور پہیے سے ملحق رہکر گریگا زمین کے فرش سے میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہوگا۔

ر اور ق کی تعیین ——— ر اور ق کے دریافت کرنے کے دو طریقے ہیں۔ جن کی تشریح نیچے کی جائیگی۔ اِن میں سے دوسرا طریقہ قابل ترجیح ہے کیونکہ اس طریقے میں مقابلۃً نہ صرف زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے بلکہ اس میں جو رگڑ کی وجہ سے نقصان ہوتا ہے

اُس کی تصحیح کے ذرائع بھی مل جاتے ہیں۔ (رگڑ کی تصحیح کا طریقہ آگے بیان کیا جائیگا)۔

طریقہ (۱) گرنے والی کمیت کو زمین تک پہنچنے میں جو وقفہ لگتا ہے اُس کی پیمائش چل رُکنی گھڑی کے ذریعے سے کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ وقفہ و ثانیہ ہے۔

اس وقفے کے اندر کمیت ہذا ہموارانہ بڑھتی رفتار سے فاصلہ ف سمر تک نیچے اترتی ہے۔ چونکہ ابتدائی رفتار صفر ہے اس لئے آخری رفتار یعنی وہ رفتار جو گرتی کمیت زمین پر پہنچتے وقت رکھتی ہے، اوسط رفتار سے دوچند ہوگی۔

اوسط رفتار ر = $\frac{ف}{و}$

اِس لئے آخری رفتار ر = ۲ ر

= $\frac{۲ف}{و}$

وقفہ و بالعموم بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ اِس لئے اُس کی پیمائش کچھ زیادہ صحت کے ساتھ نہیں ہوسکتی۔

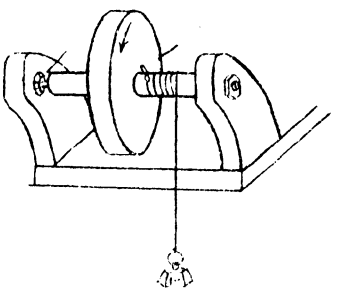
ہمیں معلوم ہے کہ ر = قدن جہاں ن، اُس اسطوانی گھیرے کا نصف قطر ہے جس پر ڈوری لپیٹی گئی ہے۔ اگر ناپ لیا جائے۔ اور ر کی قیمت حسب مندرجۂ بالا دریافت ہو جائے تو قدر کی قیمت مل جائیگی۔ کیونکہ

قدر = $\frac{ر}{ن}$

طریقہ (۲) پہیئے سے ڈوری کے علیحدہ ہو جانے کے بعد پہیا بہت دیر تک گھومتا رہتا ہے۔ مگر رگڑ کی وجہ سے اُس کی زاویئی رفتار گھٹتی جاتی ہے یہاں تک کہ پہیا پھر ساکن ہو جاتا ہے۔

اگر رگڑ کا عمل مستقل ہو تو پہیئے میں بالکل ہموارانہ ابطاء پیدا ہوگا۔ یعنی اُس کی رفتار ہموارانہ کم ہوتی جائیگی۔ اور اِس کو ساکن ہونے کے لئے جتنا وقفہ درکار ہے اُس وقفے کے اندر اُس کی اوسط زاویئی رفتار،

اُس کی ابتدائی زاویئی رفتار کے نصف کے برابر ہوگی۔



شکل ۷۸۔ اُڑ پہیہ اُفقی محور کے ساتھ

اگر ڈوری کے جُدا ہو جانے کے بعد پہیّا ت مکمل گردشیں کرے۔ اور اُس کے ساکن ہونے کے لئے د وقت کی ضرورت ہو تو ساکن ہوتے وقت اُس کی اوسط زاویئی رفتار حسبِ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی۔

اوسط زاویئی رفتار قہ = $\frac{۲ \pi ت}{د}$ نیم قطریاں فی ثانیہ

اِس لئے ڈوری کے عین جُدا ہوتے وقت

زاویئی رفتار قہ = ۲ قہ = $\frac{۴ \pi ت}{د}$ نیم قطریاں فی ثانیہ

یہاں د کی قیمت د کے مقابلے میں کہیں زیادہ ہے۔ اِس لئے د کی پیمائش زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔ لہٰذا ر اور قہ کی قیمتیں جو اس طریقے سے حاصل ہوتی ہیں۔ پہلے طریقے کی قیمتوں سے کہیں زیادہ صحیح ملینگی۔

قہ کی قیمت دریافت کر لینے کے بعد ر کی قیمت حسبِ دستور ذیل کے رشتے سے حاصل ہو جائیگی

ر = $\frac{ق}{قہ ن}$

ر کی قیمت سنٹمری ثانیہ میں اور قہ کی قیمت نیم قطریاں فی ثانیہ میں

دریافت کرو۔

تجربہ ۶۳ اُڑ پہیے کے جمود کا معیارِ اثر

ڈوری سے مختلف کمیتوں کے مادّے لٹکا کر اور اُن کو مختلف فاصلوں تک گرا گرا کر پہیے میں گردش پیدا کرو۔ اور جن فاصلوں تک وہ کمیتیں گریں اُن کی پیمائش کرو۔ اِس طرح سے ک اور ف کی مختلف قیمتیں مل جائینگی۔

اُس اسطوانی گھیرے کا نصف قطر ناپو جس پر ڈوری لپیٹی جاتی ہے۔ اگر گھیرے کے نصف قطر کے لحاظ سے ڈوری معتدبہ موٹائی کی ہو تو اُن کی قیمت محسوب کرتے وقت گھیرے کے پیمودہ نصف قطر میں ڈوری کی نصف موٹائی (نصف قطر) شریک کر لینی چاہیئے۔

ڈوری کے جُدا ہو جانے کے بعد پہیے کی گردشوں کا شمار کرو۔ یہ تعدادِ گردش ت$_۲$ کی قیمت ہوگی۔

ساکن ہونے کے لئے جو وقت و$_۲$ درکار ہے اُس کو دریافت کرو۔

ہر کمیت ک اور فصل ف کے لئے مشاہدات تین تین بار ہونے چاہئیں۔ اگر ک اور ف کی کسی خاص قیمتوں کے ماتحت ہر مشاہدے میں ت$_۲$ اور و$_۲$ کی قیمتیں مختلف ملیں تو اُن کی اوسط قیمتیں لینی چاہئیں۔

ک اور ف کی ہر قیمت کے تحت میں قد اور ر کی اوسط قیمتیں نکالو اور اُن کو مساوات

$$ک ج ف = \frac{۱}{۲} ک ر^۲ + \frac{۱}{۲} ه قد^۲$$

میں داخل کرو۔

ه کی قیمت محسوب کرنے کے قبل ک ج ف، $\frac{۱}{۲}$ ک ر^۲ اور $\frac{۱}{۲}$ قد میں سے ہر ایک کی قیمت علٰحدہ علٰحدہ دریافت کرو۔

جمود کے معیار اثر کو گرام (سمر)^{۲} میں ظاہر کرو۔

رگڑ کی تصحیح —— اگر سہاروں پر کی رگڑ بہت زیادہ ہو تو حساب میں اس رگڑ کا لحاظ رکھنا ضروری ہے۔ فرض کرو کہ پہیے کی ہر مکمل گردش میں رگڑ کے خلاف ایک خاص مقدار کا کام م ہوتا ہے۔ اور فرض کرو کہ مادّے کے گرنے میں پہیے نے گردش کی ایک خاص تعداد ت پوری کی۔ اور اس لئے رگڑ کے خلاف ت م مقدار کا کام ہُوا۔ بنا بریں مساوات

$$\text{ک ج ف} = \tfrac{1}{2} \text{ک ر}^{۲} + \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲}$$

اب حقیقۃً صحیح نہیں رہی۔ اس لئے مساواتِ مندرجۂ بالا کی ترمیم حسبِ ذیل ہونی چاہیئے :—

$$\text{ک ج ف} = \tfrac{1}{2} \text{ک ر}^{۲} + \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲} + \text{ت م} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۱)$$

کیونکہ جب گرنے والا مادّہ اپنی توانائی بالقوہ کھو رہا تھا اُس وقت ت م کا کام ہُوا۔ اب پہیے سے ڈوری کے جدا ہونے پر $\tfrac{1}{2}$ ط قہ^{۲} مقدار کی توانائی بالفعل موجود تھی۔ اور یہ توانائی رگڑ کے مقابلہ کرنے میں بتدریج زائل ہو گئی۔ یعنی گردش کی ایک خاص تعداد ت میں اس توانائی کی پوری مقدار جذب ہو گئی۔ اس لئے

$$\tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲} = \text{ت م}$$

$$\text{یعنی م} = \frac{\tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲}}{\text{ت}}$$

لہٰذا ہمیں ایک ایسا رشتہ مل گیا ہے جس کے ذریعے سے غیر معلوم م کی قیمت معلوم مقادیر کے رقوم میں حاصل ہو جائیگی۔

اس لئے $$\text{ت م} = \frac{\text{ت}}{\text{ت}_{۱}} \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲}$$

اب مساوات (۱) کی شکل یوں ہو سکتی ہے کہ

$$\text{ک ج ف} = \tfrac{1}{2} \text{ک ر}^{۲} + \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲} + \frac{\text{ت}}{\text{ت}_{۱}} \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲}$$

$$\text{یا ک ج ف} = \tfrac{1}{2} \text{ک ر}^{۲} + \tfrac{1}{2} \text{ط قہ}^{۲} \left(۱ + \frac{\text{ت}}{\text{ت}_{۱}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (۲)$$

قوس کے اندر کی رقم $\frac{\text{ت}}{\text{ت}_{۱}}$ سے رگڑ کی تصحیح کی تعبیر ہو جاتی ہے۔

مادّے کے گرتے وقت پہیّے کی گردشوں کی تعداد دریافت کرو۔ اور مندرجۂ بالا تصحیحی رقم کو مساوات (۲) میں داخل کر کے ہ کی قیمت پھر محسوب کرو۔

سطح مائل پر لڑھکنے والے گردشی اجسام

جب کوئی جسم کسی سطح مائل کے نیچے لڑھکایا جاتا ہے تو اُس جسم کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ، اُس کی توانائی بالفعل میں منتقل ہو جاتی ہے۔ جس وقت جسم سطح مائل کی جڑ میں پہنچتا ہے تو اُس میں دو قسم کی حرکتیں رہتی ہیں :-

(ا) انتقالی حرکت

اور (ب) محوری حرکت

اِس لئے جسم کی توانائی بالفعل مندرجۂ ذیل دو حصّوں کا مجموعہ ہے :-

(ا) انتقالی حرکت کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ ک ر^2

اور (ب) محوری حرکت کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ ہ قد^2

جہاں ک = جسم کے مادّے کی کمیّت

ر = خطّی رفتار

ہ = مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے گرد جسم کا معیار اثر

قد = زاویئی رفتار۔

اگر سطح زیر بحث کے سرے کی بلندی جہاں سے جسم میں حرکت شروع ہوتی ہے اُس مقام سے جہاں جسم رُک جاتا ہے ف ہو تو جسم ہذا اپنی توانائی بالقوہ بمقدار ک ج ف کھو دیتا ہے۔

اس لئے

ک ج ف = $\frac{1}{2}$ ک ر^2 + $\frac{1}{2}$ ہ قد^2 ..... (۳)

فی الحقیقت پیدا شدہ حرکت سطح سے مَس کرتے ہوئے محور کے گرد گردشی حرکت ہے بشرطیکہ یہ فرض کو لیا جائے کہ پھسلنے والی

کوئی حرکت پیدا نہ ہو۔ بہرحال یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

مذکورۂ بالا گردشی حرکت = مرکزِ جاذبہ کی انتقالی حرکت
+ مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے محور کے گرد زاویئی حرکت

اس لئے دعویٰ زیرلکیر درست ہے۔

اگر جسم کسی نے دائرے محور سے مرکزِ جاذبہ کا عمودی فصل ن ہو تو مرکزِ جاذبہ کی خطی رفتار = قدن (جیسا شکل ۷۹ سے واضح ہے)۔

فرض کرو کہ سطح پر فصل ل طے کرنے میں لڑھکنے والے جسم کو وقت د درکار ہے۔



اور چونکہ آخری رفتار، اوسط رفتار سے دوچند ہے۔

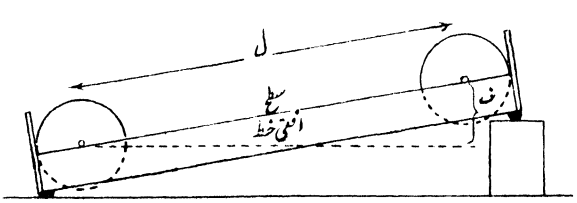
اس لئے آخری رفتار ر = ۲ ل / د = قدن

اس لئے قد = ۲ل / ن د²

ف اور ک براہِ راست دریافت شکل ۷۹ ۔ ثبوت کہ ر = قدن

ہوسکتے ہیں۔ اس لئے مساوات (۳) میں سوائے م کے کل مقادیر معلوم ہیں۔ اور مختلف معلوم مقداروں کی قیمتوں کو مساواتِ ہذا میں داخل کرکے م کی قیمت دریافت ہوسکتی ہے۔

تجربہ ۶۴ ــــ سطح مائل پر چرخ اور محور ــــ فولادی دُھری لگا ہُوا ایک بڑا قرص سطح مائل پر چڑھے ہوئے ریلوں پر لڑھکایا جاتا ہے۔ اور سطح کی جڑ میں پہنچنے کے لئے قرص کو جتنا وقت درکار ہوتا ہے اُس کا مشاہدہ کر لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ وقت د ہے۔



شکل ۸۰ ۔ سطحِ مائل پر چرخ اور محور

سطح مائل پر ڈھری کا طے کیا ہوا فاصلہ بھی دریافت کر لیا جاتا ہے۔
فرض کرو کہ یہ فاصلہ ل ہے۔ جس بلندی سے ڈھری گرتی ہے اُس کو سادہ ارتفاع پیما کے ذریعے سے پیمائش کر لیتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ بلندی ف ہے۔ اس لئے زائل شدہ توانائی بالقوہ = ک ج ف۔
قرص کو تول کر ک ج ف کی قیمت دریافت کرو۔
سطح کی جڑ میں پہنچتے وقت قرص کی خطی رفتار

$$ر = \frac{۲ل}{ن}$$

ر کی قیمت سمر فی ثانیہ دریافت کرو۔
سطح کی جڑ میں انتقالی توانائی بالفعل $\frac{۱}{۲}$ ک ر۲ کی قیمت محسوب کرو۔
یہاں مرکز جاذبہ سے ثابت محور کا فصل ڈھری کے نصف قطر کے مساوی ہے۔
ڈھری کے نصف قطر ن کو خردہ پیما پیچ کے ذریعے سے ناپو۔
سطح کی جڑ میں زاویائی رفتار ثانیہ $= \frac{ر}{ن} = \frac{۲ل}{ن د}$
د کی قیمت نیم قطریوں فی ثانیہ میں محسوب کرو۔
ان قیمتوں کو مساوات

ک ج ف = $\frac{۱}{۲}$ ک ر۲ + $\frac{۱}{۲}$ م ق۲

میں داخل کر کے م کی قیمت اخذ کرو۔
ف کی مختلف قیمتیں (۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ سمر وغیرہ) لے کر تجربہ کو دُہراؤ۔
اس طریقے سے جو نتیجہ نکلیگا اُس کی تصدیق حسابیہ

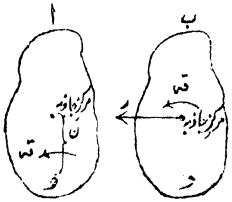
م = $\frac{۱}{۲}$ ک ص۲

سے کرو جہاں ص قرص کا نصف قطر ہے۔
اوپر بیان کیا جا چکا ہے کہ گو جسم کی حقیقی حرکت وہ گردشی حرکت ہے جو سطح مائل سے مس کرنے والے محور کے گرد پیدا ہوتی ہے تاہم یہ حرکت ایک ایسی مرکب حرکت تصور کی جا سکتی ہے جو مرکز جاذبہ کی خطی حرکت اور اُس سے گذرنے والے محور کے گرد جسم کی

گردشی حرکت کا مجموعہ ہے۔

اس امر کا ثبوت حسب ذیل ہے:۔ ایک ایسے جسم ا پر غور کرو جس میں ثابت محور و کے گرد زاویئی رفتار ق ہے۔

اور ایک ٹھیک ویسے ہی دوسرے جسم ب کو بھی تصور کرو جس کے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار ر ہے۔ اور مرکز جاذبہ سے گذرنے والے محور کے گرد جس کی زاویئی رفتار ق ہے۔



شکل ۸۱۔ گردشی محور کی فوری حرکت

فرض کرو کہ مرکز جاذبہ سے و کا فصل ن ہے۔ اور یہ بھی فرض کرو کہ جسم ب میں مرکز جاذبہ کی خطی رفتار مذکورۂ بالا خط ن کے علی القوائم قدر قیمت رکھتی ہے۔

ہر دو صورت میں مرکز جاذبہ کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (ا) و کے گرد زاویئی حرکت کی وجہ سے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار = قدن دائیں سے بائیں طرف۔

صورت (ب)۔ جیسا اُوپر فرض کیا گیا ہے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار ر = قدن دائیں سے بائیں طرف۔

گردشی حرکت صفر ہے۔

اب دونوں صورتوں کے تحت میں نقطہ و کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (ا) حرکت صفر ہے۔

صورت (ب) خطی حرکت کی وجہ سے ر = قدن دائیں سے بائیں طرف۔

اور گردشی حرکت کی وجہ سے ر = قدن بائیں سے دائیں طرف۔

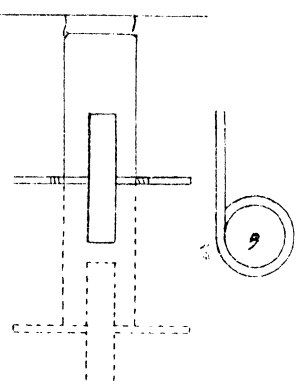
اس لئے و ساکن ہے۔

پس دونوں صورتوں میں اس استوار جسم کے کسی دو نقطوں کو ایک ہی حرکت حاصل ہے۔ اس لئے کل نقطوں کی حرکت ایک ہی ہے۔ یعنی مرکز جاذبہ سے ن فاصلے پر کے محور کے گرد گردشی حرکت کے تحلیلی اجزاء حسب ذیل ہیں:۔۔۔

۱۔ مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے متوازی محور کے گرد مساوی گردشی حرکت۔
۲۔ مرکزِ جاذبہ کی خطی حرکت (مرکب قسم کی)

قرص کی دھری پر لپٹی ہوئی ڈوریوں سے سہارا ہوا قرص

ایک فولادی نکلے پر چڑھا ہوا قرص دو ڈوریوں سے اس طرح لٹکایا جاتا ہے کہ دھری افقی وضع میں قائم رہے۔ قرص کو اوپر اٹھانے کے لئے دھری اس طرح گھمائی جاتی ہے کہ اس کے دونوں طرف ڈوریاں



شکل ۸۲۔ ڈوریوں سے سہارا ہوا قرص

ہموارانہ لپٹتی جائیں۔ جیسا شکل ۸۲ سے واضح ہے۔ قرص کے چھوڑ دینے پر وہ نیچے کی طرف گرتا ہے۔ اور اس طرح گرے وقت دھری پر لپٹی ہوئی ڈوریوں کے کھلنے سے قرص میں گردشی حرکت اور نیچے کی طرف انتقالی حرکت بھی پیدا ہوتی ہے۔

اگر یہ قرص فاصلہ ف تک نیچے اترے۔ اور اگر اس کی

کمیتِ مادّہ ک ہو تو حسب دستور

ک ج ف = ½ ک ر² + ½ م ق²

جہاں ر خطّی رفتار ہے اور ق قرص کی زاویئی رفتار اُس وقت ہے جب قرص ف فاصلہ طے کر چکتا ہے۔

ہمیں یہ پہلے سے معلوم ہے کہ ر = ق ن جہاں ن دُھری کا نصف قطر مع ڈوری کی نصف موٹائی ہے۔ جیسا شکل ۸۲ کے ملاحظے سے ظاہر ہے۔ چونکہ نقطہ و ساکن ہے اس لئے محور کے مرکز و کی رفتار ر = ق و وَ یہاں و وَ = دُھری کا نصف قطر + ڈوری کی نصف موٹائی

ر اور قَ کی تعیین ـــــ ڈوری کے نیچے تک پہنچنے کے وقت قرص کی خطّی رفتار گرنے کے دوران میں اُس کی اوسط خطّی رفتار کی قیمت سے دوچند ہے۔ کیونکہ یہ قرص پہلے صفر رفتار رکھتا ہے اور ہموار اسراع کے ساتھ نیچے اُترتا ہے۔

فرض کرو کہ قرص کا طے کیا ہوا فاصلہ = ف

اِس لئے اوسط رفتار ر = ف/ت جہاں ت وہ وقت ہے جو قرص کو فاصلہ ف طے کرنے کے لئے درکار ہے

اور آخری رفتار ر = ۲ ر = ۲ف/ت

اور قَ = ر/ن

تجربہ ۶۵ - ڈوریوں سے لٹکائے ہوئے قرص کے جمود کے معیارِ اثر کی تعیین ـــــ تجربے کو

اِس طرح مرتّب کرو کہ قرص کے پست ترین مقام پر اُس کی دُھری اُفقی وضع میں رہے۔ اُس کے بعد قرص کو اپنے محور کے گرد اِس طرح گھماؤ کہ ڈوریاں لٹکے پر ہموار انہ لپیٹی جائیں۔ اور قرص اپنے بلند ترین مقام تک اُٹھ جائے۔ بعد ازاں قرص کو چھوڑ دو اور ٹھیک اُسی وقت ایک چل رُکنی گھڑی بھی چلا دو۔ قرص کو بلند ترین مقام سے پست ترین مقام تک گرنے میں جو وقت لگتا ہے اُس کو تلبند کرو۔ اِس مشاہدے کو

چند بار دہرانا چاہیئے۔ اور وقت کی اوسط قیمت محسوب کرنی چاہیئے۔ فاصلہ ف کی پیمائش کرو۔ اور ذیل کی مساوات سے آخری رفتار ر کی قیمت نکالو۔

$$ر = \frac{۲ف}{ن}$$

تکلے اور ڈوری کے قطر خردہ پیما پیچ سے ناپو۔ اور اس سے ن کی قیمت اخذ کرو۔ یہ ن تکلے اور ڈوری کے نصف قطروں کا مجموعہ ہے۔ مساوات ر = قرن سے قرن کی قیمت نیم قطریوں فی ثانیہ میں دریافت کرو۔ قرص اور تکلے کا وزن براہِ راست تول کر معلوم کرو۔ پس ک کی قیمت جاننے کے لئے جتنی مقداروں کی ضرورت ہے اُن کی قیمتیں معلوم ہیں۔

ک کی تقریبی قیمت رشتہ

$$ک = \frac{گ ص^۲}{ر}$$

سے بھی دریافت ہو سکتی ہے۔

یہ قیمت محض تقریبی ہی حاصل ہوگی۔ ضابطۂ ہذا سے ف اس حالت میں درست ہوگا جب قرص کا مادّہ اُس کے تمام حجم پر ہموارانہ پھیلا ہوا ہو۔ اس تجربے میں یہ صورت ہرگز نصیب نہیں ہے۔ کیونکہ دھری کو بھی ایک معتد بہ مادّہ حاصل ہے اور یہ قرص پر ہموارانہ پھیلا ہوا نہیں ہے۔

فصل نہم

دَوری حرکت

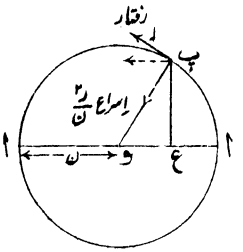
۱۔ خطّی سادہ موسیقی حرکت

علمِ طبیعیات کی کل شاخوں میں ایسی صورتیں پیش آتی ہیں جن میں نقطے یا ذرّے کی حرکت اہتزازی یا ارتعاشی قسم کی ہوتی ہے۔ کسی نقطے کی حرکت اُس وقت دَوری کہلاتی ہے جبکہ اُس میں حرکت کا ایک ہی قسم کا سلسلہ وقت کے خاص مساوی وقفوں کے بعد بار بار واقع ہوتا ہے۔ حرکت کے مکمل سلسلے کو پورا کرنے کے لئے جو وقت درکار ہوتا ہے اُس کو حرکت کا وقتِ دَوران کہتے ہیں۔ دَوری حرکت کی آسان ترین شکل وہ حرکت ہے جو سادہ موسیقی حرکت کے نام سے مشہور ہے۔ اور بغرض تخفیف یہ حرکت اکثر م ا ح سے تعبیر کی جاتی ہے۔

خطّی سادہ موسیقی حرکت کی تعریف علمِ ہندسہ کے نقطۂ نظر سے یوں ہوسکتی ہے کہ وہ حرکت کسی دائرے کے قطر پر ایک ہموار تدویری حرکت کا ظل ہے۔

ایک ایسے نقطے پ کو تصور کرو جو کسی دائرے پر ہموار چال سے حرکت کر رہا ہے۔ فرض کرو کہ اس دائرے کا قطر ۲ر ہے۔

اس پر نقطۂ پ سے پ ع عمود ڈالو۔



شکل ۸۳۔ سادہ موسیقی حرکت

تب عمود پ ع کا پایہ یعنی نقطۂ ع قطر ۱ ۱ پر سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ نقطۂ ع کا نقل مکان و ع ہے۔ اور یہ نقطۂ ع کے اوسط مقام و سے ع کا فاصلہ ہے۔ نقطۂ ع کو اوسط مقام و سے جو زیادہ سے زیادہ نقل مکان نصیب ہو سکتا ہے اُس کو حیطۂ اہتزاز کہتے ہیں۔ اور یہ حیطۂ اہتزاز دائرے کے نصف قطر یا و ۱ کے برابر ہے۔ حرکت کی موجودہ ہیئت سے وہ وقفۂ وقت یا وقتِ دوران کی کسر مُراد ہے جو نقطۂ پ کے کسی ثابت نقطے مثلاً ۱ پر سے گذرنے کے بعد صَرف ہو چکا ہے۔ اِس ہیئت کو زاویۂ پ و ۱ سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ حرکت کا وقتِ دوران وہ وقفۂ وقت ہے جو نقطۂ ع کو قطر ۱ ۱ پر آگے پیچھے جانے میں صَرف ہوتا ہے۔ یہ وقت وہی وقت ہے جو نقطہ پ کو دائرۂ محولہ پر پُورا چکّر کرنے کے لئے درکار ہے۔

فرض کرو کہ پ کی رفتار کسی نقطے پر ر ہے اور فرض کرو کہ خط و پ کی زاویئی رفتار ق نیم قطریاں فی ثانیہ ہے۔ تو

$$\text{وقتِ دوران د} = \frac{۲ \text{ ن } \pi}{\text{ر}} = \frac{۲ \pi}{\text{ق}}$$

نقطۂ ع کو سمت ۱ ۱ پر وہ رفتار حاصل ہے جو نقطۂ پ کی رفتار کے اُس جزوِ تحلیلی کے ہمیشہ برابر ہے جو ۱ ۱ کے متوازی ہے۔ پس اگر پ کی رفتار میں کوئی ایسی تبدیلی پیدا ہو جس کا اثر اُس کی رفتار کے ۱ ۱ کے متوازی جُز پر پڑے، تو اُس تبدیلی کا اثر ع کی

رفتار پر بھی پڑیگا۔ لہذا ا ا پر نقطۂ ع کی اسراع نقطۂ پ کی اسراع کے اُس جزوِ تحلیلی کے برابر ہے جو ا ا کے متوازی ہے۔ مگر پ کی اسراع پ و کی سمت میں $\frac{ر^۲}{ن}$ ہے۔

اِس لئے ع کی اسراع و کی طرف = $\frac{ر^۲}{ن}$ جم پ و ع

$= \frac{ر^۲}{ن} \times \frac{\text{و ع}}{\text{و پ}}$

$= (\frac{ر}{ن})^۲ \times$ ع کا نقلِ مکان

$= ق^۲ \times$ ع کا نقلِ مکان

پس یہ ظاہر ہے کہ خطی سادہ موسیقی حرکت میں نقطہ ایک خطِ مستقیم پر ایسی اسراع سے حرکت کرتا ہے جس کی سمت ہمیشہ خطِ مذکور کے ایک ثابت نقطے کی طرف رہتی ہے۔ اور اُس کی مقدار ثابت نقطۂ مذکور سے متحرک نقطے کے فصل کے متناسب رہتی ہے۔

مذکورۂ بالا بیان سے ہمیں س۔م۔ح۔ کی ایک اور تعریف ملتی ہے۔ اور اس کو بجائے پہلی تعریف کے استعمال کر سکتے ہیں۔

لہذا اگر ہم کو یہ معلوم ہو جائے کہ کوئی نقطہ مذکورۂ بالا قسم کی اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو نقطۂ مذکور کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہے۔ اور ثابت نقطہ متحرک نقطے کا اوسط مقام ہے۔ اور اِس س۔م۔ح کا وقتِ دَوران، ثابت نقطے سے کسی معلوم فصل پر کی اسراع کے حدود میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ خواہ حرکت کی کوئی اَور دوسری خاصیت دی ہوئی نہ بھی ہو۔

مندرجۂ بالا بحث میں نقطہ ع متحرک نقطے کا کام دیگا۔ ع کی حرکت کے حیطۂ اہتزاز کی کسی معین قیمت کے لحاظ سے ہم دائرے پر گھومنے والے ایک نقطۂ پ کو تصور کر سکتے ہیں جیسا اُوپر بیان کیا

جا چکا ہے۔

اس نقطۂ پ کی زاویئی رفتار کی ایک ایسی قیمت قہ ہوگی کہ
ع کی اسراع = قہ۲ × ع کا نقلِ مکان

اب اس نقطے کی اسراع یوں ظاہر کی جا سکتی ہے کہ

اسراع = م × لا

یہ ظاہر ہے کہ قہ کی وہ خاص قیمت جس سے مساواتِ بالا پوری ہوتی ہے $\frac{م}{لا}$ ہے۔ اور اس لئے س۔ م۔ح کا وقتِ دوران = $\frac{۲\pi}{\sqrt{\frac{م}{لا}}}$

علمِ حرکت میں یہ اکثر پایا جاتا ہے کہ متحرک ذرّہ کے تمام مقامات پر قوت عاملہ کی سمت کسی ایک ثابت نقطے کی طرف رہتی ہے۔ اور اس کی مقدار ثابت نقطۂ مذکور سے متحرک ذرّے کے فصل کے ساتھ متناسب رہتی ہے۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ اگر ذرّہ ثابت نقطے پر ہو کر کسی خطِ مستقیم میں حرکت کرے تو اس کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہوگی۔

فرض کرو کہ قوت مذکورہ مہ لا ہے۔ جہاں مہ ایک مستقل ہے اور لا نقلِ مکان مستقل مہ قوت کی قیمت ہے۔ جب نقلِ مکان اکائی ہے۔ اگر ذرّے کی کمیّتِ مادّہ ک ہو تو نیوٹن کے دوسرے کلیۂ حرکت سے اسراع ع کی قیمت حسبِ ذیل حاصل ہوتی ہے:—

ک ع = مہ لا

یعنی ع = $\frac{مہ}{ک}$ لا

یعنی اسراع نقلِ مکان کے ساتھ تناسب راست رکھتی ہے۔ اور اس لئے حرکت س۔م۔ح۔ ہے۔

اس مساوات سے یہ صاف ظاہر ہے کہ یہاں سے سابق بحث کے م، قہ۲ یا $\left(\frac{ر}{ن}\right)^2$ کا قائم مقام ہے۔

اس لئے وقتِ دوران کی قیمت حسبِ ذیل بلا توقف لکھی جا سکتی ہے:—

و = $\frac{۲\pi}{قہ}$ ، $\frac{۲\pi ع}{ر}$ یا $\frac{۲\pi}{\sqrt{\frac{م}{لا}}}$

یعنی و = $۲\pi\sqrt{\frac{ک}{مہ}}$ "

مساوات ہذا پر غور کرنے سے یہ معلوم ہوگا کہ وقتِ دوران وحیطۂ اہتزاز ن کے غیر تابع ہے۔

وقتِ دوران کی اِس مساوات کا استعمال نہایت وسیع ہے۔ اگر ہم کو کسی جسم کی کمیتِ مادہ معلوم ہو۔ اور اوسط مقام سے اُس کے نقلِ مکان کے حدود میں اُس پر عمل کرنے والی قوت بھی معلوم ہو۔ تو رشتۂ متذکرۂ بالا سے وقتِ دوران بلا توقف دریافت ہو سکتا ہے۔

مہ، اکثر قوت فی اکائی نقلِ مکان کہلاتا ہے یعنی مہ، قوت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کر کے اُس کو اپنے اوسط مقام سے ایک سمر ہٹا دے۔

۲۔ زاویئی سادہ موسیقی حرکت

خطی حرکت اور زاویئی حرکت کے متعلق چند مقداروں کے درمیان جو مشابہت واقع ہے اُس کا ذکر پہلے کیا جا چکا ہے (صفحہ ۲۲۶ کی جدول ملاحظہ ہو)۔

خطی اور زاویئی س۔م۔ح کی بحث میں متذکرۂ بالا مشابہت کی بدولی جا سکتی ہے۔ پس ہم مندرجۂ ذیل دعویٰ بلا توقف اخذ کر سکتے ہیں:۔

جب کوئی جسم کسی جفت کے زیرِ عمل کسی محور کے گرد گھومے اور یہ جفت کسی خاص مقام کے لحاظ سے زاویئی نقلِ مکان کے متناسب ہو تو جسم مذکور سادہ موسیقی حرکت کریگا۔

بنا بریں اگر جسم پر عمل کرنے والے جفت اور زاویئی نقلِ مکان کا باہمی تعلق مساوات ج = ی ط سے ظاہر کیا جائے۔ تو زاویئی سادہ موسیقی حرکت کا وقتِ دوران

$$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{ہ}{ی}}$$

جہاں ٥ = جسم کے جمود کا معیارِ اثر محور کے گرد
سرعتی اکثر اوقات جفت فی اکائی مروڑ کہلاتا ہے۔ یعنی ی جفت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کریگی اگر جسمِ مذکور اپنے اوسط مقام سے ایک نیم قطری ہٹا دیا جائے۔

۳۔ دَوری حرکت کی مثالیں

دَوری حرکت کے وہ اقسام جن سے تجربے میں بالعموم واسطہ پڑتا ہے شاذ و نادر حقیقی سادہ موسیقی حرکتیں ہیں۔ بہرحال بہت سی صورتوں میں وہ اقسام سادہ موسیقی حرکتیں تصور کئے جا سکتے ہیں بشرطیکہ حرکتیں جو پیدا کی جائیں کسی خاص چھوٹے حدود سے بڑھنے نہ پائیں۔ دَوری حرکت کی اہم ترین صورتوں میں سے ایک صورت رقّاص کی حرکت ہے۔ رقّاص نہ صرف وقت معلوم کرنے کے لئے عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے بلکہ مختلف قسم کی رقاصوں کے وقتِ دوران کی تعیینوں سے علمِ طبیعیات کے اہم ترین نتیجے حاصل ہو سکتے ہیں۔

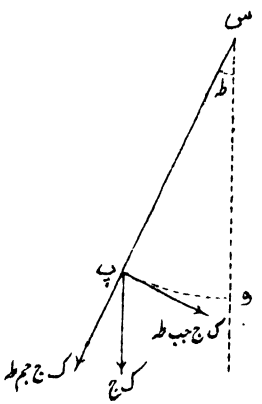
سادہ رقّاص کا وقتِ دَوران

سادہ رقّاص مادّے کا ایک وزنی ذرّہ ہوتا ہے جو بالکل استوار نقطۂ تعلیق سے ایک بے وزن لچکدار اور ناقابلِ وسعت تاگے کے ذریعے سے لٹکتا ہو۔ شکل ۴۳ پر غور کرو۔ جب گولا اپنے اوسط مقام و سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو وہ "گولا" قوائے عالم کے زیرِ عمل قوس پر ہوتا ہوا نقطۂ و کی طرف واپس آجائیگا۔ وہ اکیلی قوت جو قوس کی سمت میں عمل کرنے والا جزو رکھتی ہے وہ گولے کا وزن ہے۔ اور یہ جزو جو جسم کو نقطۂ و کی طرف حرکت دینے کا متقاضی ہے ک ج جب ظ کے مساوی ہے لہٰذا گولے پر مماسی قوت

ق = ک ج جب ظ

اگر زاویۂ نقلِ مکان بہت ہی چھوٹا ہو تو مذکورۂ بالا رشتہ یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$ق = ک ج ط$$



شکل ۸۴۔ سادہ رقّاص کے گولے پر قوتیں۔

فرض کرو کہ گولے کا نقلِ مکان قوس کے اُوپر لا ہے تو

$$ط = \frac{لا}{ل}$$

جہاں ل = گولے کے مرکزِ جاذبہ کا فاصلہ نقطۂ تعلیق س سے

اور $$ق = \frac{ک ج}{ل} لا$$

اور یہ مساوات ق = مہ لا کی شکل کی ہے۔ پس گولے کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہے بشرطیکہ نقلِ مکان لا بڑا نہ ہو۔

اس کا وقتِ دوران د = ۲ ۳۲ $\sqrt{\frac{ک}{مہ}}$ جہاں مہ = $\frac{ک ج}{ل}$

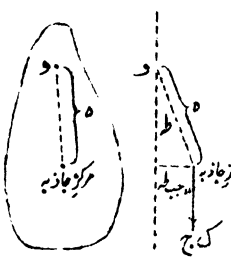
اس لئے $$د = ۲ ۳۲ \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

مرکب رقّاص کا وقتِ دوران

اگر کسی جسم کے مادّے کی یکمیّت اُس کے تمام حجم پر یکساں پھیلی ہوئی ہو تو جسمِ مذکور میں کسی محور کے گرد ارتعاش پیدا کر کے اُس کو بطورِ رقّاص استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک جسم محور و سے لٹکتا ہے (شکل ۸۵)۔

اگر وہ اپنے اوسط مقام سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو اُس کا وزن مرکزِ جاذبہ ہو کر نیچے کی طرف عمل کرتا ہُوا جسم میں واپسی معیارِ اثر پیدا کریگا۔ محور و کے گرد اس واپسی معیارِ اثر کی قیمت ک ج ہ جب ط ہے۔ یہاں ط وہ زاویہ ہے جس تک جسم اپنے ابتدائی مقام سے ہٹا لیا گیا ہے۔



شکل ۸۵ ۔ مرکب رقّاص

اگر ط بہت ہی چھوٹا ہو تو ہم جب ط کے بجائے صرف ط لکھ سکتے ہیں۔ اِس صورت میں

واپسی معیارِ اثر باجفت = ک ج ہ ط

اور یہ مساوات جفت = ی ط کی شکل کی ہے۔ جہاں ی = ک ج ہ لہٰذا جسم نقطۂ و سے گذرنے والے محور کے گرد زاویئی سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ اور اُس کا وقتِ دَوران

$$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{م ک^۲}{ک ج ہ}}$$

یہاں م ک^۲ و سے گذرنے والے محور کے گرد جسم کے جمود کا معیارِ اثر ہے۔ اور م ک^۲ کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ

$$م ک^۲ = ک (گ^۲ + ہ^۲)$$

جہاں گ مرکزِ جاذبہ کے گرد جسم کا گردشی نصف قُطر ہے۔

لہٰذا $$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{ک (گ^۲ + ہ^۲)}{ک ہ ج}}$$

یعنی $$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{گ^۲ + ہ^۲}{ہ ج}}$$

مرتعش مقناطیس کا وقتِ دوران

جب ط قطبی طاقت کا مقناطیس ح حدت کے میدان میں لٹکایا جائے تو اُس کے ہر قطب پر قوت ط ح عمل کرتی ہے۔

جب یہ مقناطیس اپنے اوسط مقام سے زاویہ طہ تک ہٹایا جاتا ہے تو قطبوں پر عمل کرنے والی قوتیں مقناطیس پر جُفت پیدا کرتی ہیں۔ جس کی قیمت ط ح × ۲ل جب طہ ہے۔



شکل ۹۶۔ مقناطیس پر جُفت

یہاں ۲ل مقناطیس کا طول ہے۔

۲ل ط مقناطیسی معیارِ اثر کہلاتا ہے۔ اور اس کو حرف طہ سے تعبیر کرتے ہیں۔ لہٰذا

جُفت = طہ ح جب طہ

اگر ارتعاشیں چھوٹی ہوں تو

جُفت = طہ ح طہ

اور ہم بلا توقف وقتِ دوران کی قیمت حسبِ ذیل معلوم کر سکتے ہیں:۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{م}{طہ ح}}$$

یہاں م = مقناطیس کے جمود کا معیارِ اثر اپنے محورِ ارتعاش کے گرد۔

مروڑی تعاص کا وقتِ دوران

اب تک دوری حرکت کی جو مثالیں دی گئی ہیں اُن میں حرکتیں سادہ ہوسیقی حرکتیں اُس صورت میں تصور کی گئی ہیں جہاں زاویۂ ارتعاش

چھوٹے ہوں۔ مروڑی رقّاصوں میں جن سے اب ہم بحث کریں گے جو حرکتیں ہوتی ہیں وہ بڑے زاویۂ نقلِ مکان کی صورت میں بھی حقیقی سادہ موسیقی حرکتیں ہیں۔

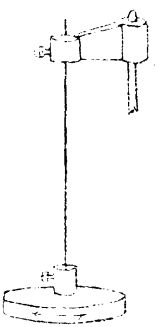
اگر کسی تار کا اُوپر کا سرا جکڑا ہوا ہو۔ اور اُس کا نیچے کا سرا زاویہ ط نیم قطروں تک مروڑا جائے تو اُس میں جو واپسی جفت پیدا ہوتا ہے وہ

$$\frac{\pi^2 ن^4 ط}{2ل}$$

جہاں ن = تار کا نصف قطر

ل = تار کی استواری کا مقیاس

(استواری کے مقیاس کی تعیین



شکل ۸۔ مروڑی رقّاص

صفحہ ۱۸۶ میں ملاحظہ ہو)

پس اس تار سے لٹکنے والا جسم جس کے جمود کا معیارِ اثر م ہے سادہ موسیقی حرکت کریگا۔ اور اس کا وقتِ دوران حسبِ ذیل ہوگا:۔

$$و = 2\pi \sqrt{\frac{م}{\frac{\pi^2 ن^4}{2ل}}}$$

یا $$= 2\pi \sqrt{\frac{2ل م}{\pi^2 ن^4}}$$

اگر ایسے جسم کے جمود کا معیارِ اثر معلوم ہو تو مساوات مندرجۂ بالا تار کی استواری مقیاس کے دریافت کرنے میں استعمال کی جا سکتی ہے اور یہ طریقہ مقیاس کے نکالنے کا ایک ارتعاشی طریقہ ہے۔

مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کا وقتِ دوران

مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کی دَوری حرکت، حقیقی سادہ موسیقی حرکت کی ایک دوسری مثال ہے ـــــ فرض کرو کہ کمانی سے ک کمیت کا لٹکتا ہوا مادّہ کمانی کے طول میں ل سمر کا اضافہ پیدا کرتا ہے۔ اِس صورت میں کمانی کی قوت، لٹکتے ہوئے مادّے کے وزن ک ج کے برابر ہے۔ اور اس لئے قوت فی اکائی بڑھاؤ $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$ ہے۔ اگر کمانی میں ایک سمر کا مزید بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو اب بڑھاؤ ل + ۱ سمر کے برابر ہوگا۔ اور کمانی مادّے کو $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$ (ل + ۱) ڈائن قوت کے ساتھ اوپر کی طرف کھینچے گی۔

لٹکتے ہوئے مادّے پر عمل کرنے والی قوتیں حسبِ ذیل ہیں:۔

(۱) کمانی سے عمل کرنے والی قوت ک ج (۱ + $\frac{۱}{\text{ل}}$) ڈائن اوپر کی طرف۔

(۲) لٹکتے ہوئے مادّے کا وزن ک ج ڈائن نیچے کی طرف۔

ان دونوں قوتوں کا حاصل $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$ ڈائن اوپر کی طرف ہے لہٰذا اِس سے یہ ثابت ہوا کہ جب کمانی اپنے مستقل مقام سے ایک سمر ہٹا دی جائے تو لٹکنے والا مادّہ $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$ ڈائن کی قوت سے اوپر کی طرف کھنچ جاتا ہے اور یہ قوت، قوت فی اکائی نقلِ مکان ہے۔ اِس لئے ارتعاش کا وقتِ دوران

$$\text{د} = ۲\pi \sqrt{\frac{\text{ک}}{\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}}} \quad ۲\pi = ۲\pi \sqrt{\frac{\text{ل}}{\text{ج}}}$$

جہاں ل = کمانی کا مستقل بڑھاؤ جو لٹکنے والے مادّے نے

پیدا کیا ہے۔

۴۔ دَوری حرکتوں کے تجربے

سادہ رقّاص کے ذریعے سے اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین (ج) کی تعیین

اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے براہِ راست دریافت کرنے میں بہت سی مشکلوں کا سامنا پڑتا ہے۔ اُس صورت میں بھی جہاں محض سرسری صحت مدِ نظر رہتی ہے۔ اِس وجہ سے اُس کے دریافت کرنے کے لئے دوسرے ایسے طریقے اختیار کئے جاتے ہیں جو بالکل براہِ راست نہیں۔ اِن طریقوں میں سے ایک نہایت ہی آسان طریقہ وہ طریقہ ہے جس میں سادہ رقّاص استعمال کیا جاتا ہے۔ مختلف طول کے رقّاص کے دقتِ دوران کا مشاہدہ کیا جاتا ہے اور ادقاتِ مشہودہ کو ضابطہ

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

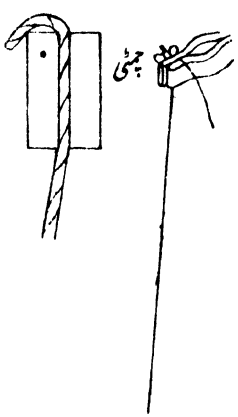
میں داخل کر کے ج کی قیمت اخذ کر لی جاتی ہے۔ اِس ضابطے میں ل = طولِ رقّاص، ج = اسراع بوجہ جاذبۂ زمین (صفحہ ۲۴ ملاحظہ ہو)

تجربہ ۶۶۔ سادہ رقّاص کے ذریعے سے

'ج' کی تعیین ——— نظری سادہ رقّاص ایک ایسے وزنی ذرّے پر مشتمل ہے جس کے ابعاد لامتناہی چھوٹے ہوں۔ اور وہ ذرّہ ایک بالکل استوار چمٹی سے جکڑے ہوئے بے وزن اور ناقابلِ وسعت ریشے سے لٹکتا ہوا ہو۔

مگر تجربے میں ہم مندرجۂ بالا ذرّے کے بجائے عموماً ایک چھوٹی اور بھاری گولی استعمال کرتے ہیں اور یہ گولی ایک باریک مضبوط

تاگے سے لٹکائی جاتی ہے۔ اس تاگے کے اُوپر کا سرا نہایت مضبوط چمٹی سے جکڑ دیا جاتا ہے۔ تاگے کا وہ نقطہ جو چمٹی سے نیچے کی طرف عین باہر نکلا ہوتا ہے رقّاص کا نقطۂ تعلیق ہے۔ رقّاص کا طول وہ فصل ہے جو نقطۂ مذکورۂ بالا اور گولی کے مرکز جاذبہ کے درمیان واقع ہے۔



شکل ۸۸۔ سادہ رقّاص

ایک کمل ارتعاش (آگے اور پیچھے) کا وقت وہ وقت ہے جس میں گولی اپنے ارتعاش کے اوسط مقام پر سے ایک ہی سمت میں دو متواتر موقعوں پر گذرتی ہے۔ ارتعاش کے اوسط مقام کا نشان کسی طرح لگا دینا چاہیئے۔ مثلاً رقّاص کی ڈوری کے پیچھے کسی جسم پر کھریا سے کھنچا ہوا انتصابی نشان۔ وقتِ دوران کے صحیح طور پر دریافت کرنے کے لئے رقّاص کو متعدد ارتعاشیں کرنی چاہئیں۔ (مثلاً ۵۰) اور ان ۵۰ ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ چل رُکنی گھڑی پر کر لینا چاہیئے۔ فرض کرو کہ رقّاص کو ۵۰ بار ارتعاش کرنے میں ۹ ثانیہ صرف ہوتا ہے تو وقتِ دوران $\frac{9}{50}$ ثانیہ ہوگا۔

چل رُکنی گھڑی کی مدد سے ارتعاشوں کے وقت دریافت کرنے میں مناسب یہ ہے کہ نشان کے سامنے سے ڈوری کے پہلے پہل گزرتے وقت ۰ کہا جائے۔ اور اُس کے بعد پیچھے کی طرف شمار کیا جائے، مثلاً

۳، ۲، ۱، ½، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ..... ½ ۵۰

چل رکنی گھڑی صفر کہتے وقت چلا دی جاتی ہے اور ۵۰ کہنے پر روک دی جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے ڈوری کی پہلی گذر کے وقت ۱ کہکر ۵۰ گننے کے بعد یہ کہنے سے کہ ۵۰ ارتعاشیں واقع ہوئی ہیں (حالانکہ فی الحقیقت صرف ۴۹ ارتعاشیں ہوئی ہیں) جو غلطی صادر ہوتی ہے اُس سے مشاہد باز رہتا ہے۔ یہ طریقہ مشاہد کو ارتعاشوں کی تالی سمجھنے کے قابل بنا دیتا ہے۔ قبل ازیں کہ مشاہد ارتعاشوں کے وقت دریافت کرنے کے لئے تیار ہو۔

ڈوری کی مختلف لمبائیں لے کر ہر لمبان کے لئے وقتِ دوران دریافت کرو۔ ڈوری کی لمبان ۳۰ سمر سے لے کر تقریباً ۱۰۰ یا ۱۲۰ سمر تک ہونی چاہیئے۔ تجربے میں کم سے کم چھ مختلف لمبائیں استعمال کرنی چاہئیں۔ اور ہر لمبان کے تجربے میں زاویۂ ارتعاش چھوٹا رہے۔

مشاہدات کو حسبِ ذیل جدول میں درج کرو:۔

لمبان ل سمر میں	وقت و ۵۰ ارتعاشوں کے لئے	وقتِ دوران د ثانیہ میں	$د^2$	$\frac{ل}{د^2}$	اوسط قیمت $\frac{ل}{د^2}$

$ج = ۴\pi^2 (\frac{ل}{د^2}) = \ldots$ سمر فی ثانیہ۔

نوٹ۔ ج کی قیمت معلوم کرنے کے لئے $\frac{ل}{د^2}$ کی اوسط قیمت استعمال کرنی چاہیئے۔ لمبان ل کی مختلف قیمتوں کو فصلے اور ان کے جواب میں $د^2$ کی قیمتوں کو معین مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ اس منحنی کو مبداء میں سے

گزرنا چاہیئے کیونکہ ل، د کے متناسب ہے۔ (دیکھو شکل ۵۹ صفحہ ۲۵۶)

مقعر آئینے پر ایک کرے کو حرکت دیکر ج کی تعیین

تجربۂ زیر بحث سے دوری حرکت کی ایک دلچسپ مثال ملتی ہے۔ گر یہاں متحرک جسم کے جمود کے معیارِ اثر جاننے کی ضرورت ہے۔ سادہ رقاص میں گولی ایک ایسے نصف قطر کے دائرے کے قوس پر حرکت کرتی ہے جو ڈوری کی لمبان کے برابر ہے اور حرکت خالص انتقالی حرکت ہے۔ اور صرف آگے پیچھے کی حرکت کے سوائے گولی میں اس کے مرکز جاذبہ کے گرد کوئی گردشی حرکت نہیں ہوتی۔

مقعر آئینے پر لڑھکنے والے کرے میں جو حرکت ہوتی ہے وہ بہمہ طور سادہ رقاص کی گولی کی حرکت کے مشابہ ہے۔ مگر صرف اس میں اتنا فرق ہے کہ کرہ آگے پیچھے حرکت کرنے کے سوا اپنے مرکزِ ثقل کے گرد گھومتا بھی ہے۔ لہٰذا مقعر آئینے پر لڑھکنے والے کرے پر غور کرتے وقت ہم کو اس کی دونوں محوری اور انتقالی حرکتوں کا لحاظ رکھنا چاہیئے۔ ان دونوں حرکتوں میں کسی لفظے پر متحرک جسم کی توانائی بالفعل اس توانائی بالقوہ کے برابر ہے جس کو جسم مذکور اپنی ارتعاش کی آخری حد سے نقطۂ زیر بحث تک گرنے میں کھو چکا ہے

سادہ رقاص میں جہاں حرکت خالص انتقالی ہے۔ توانائی بالفعل $\frac{1}{2}$ ک ر^2 ہے۔ اور کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ ک ج ف ہے۔

$\therefore \frac{1}{2}$ ک ر^2 = ک ج ف

یا ر^2 = ۲ ج ف

آئینے پر لڑھکنے والے کرے میں توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ ک ر^2 + $\frac{1}{2}$ م قہ^2 اور کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ = ک ج ف

$\therefore \frac{1}{2}$ ک $\frac{ر^2}{ہ^2}$ + $\frac{1}{2}$ م قہ^2 = ک ج ف

اب کرے کے جمود کا معیارِ اثر $(\frac{2}{5})$ اس کے مرکز کے گرد $\frac{2}{5}$ ک ن^2 ہے اس لئے مساواتِ بالا ذیل کی صورت اختیار کرے گی:-

ک ج ف = $\frac{1}{2}$ ک ر$_1^2$ + $\frac{1}{2}$ ($\frac{2}{5}$ ک ن^2) قہ^2

اور سطح پر نقطۂ تماس ساکن ہے۔ اس لئے

مرکز کی خطی رفتار ر$_1$ = قہ ن، جہاں ن کرے کا نصف قطر ہے (صفحہ ۲۴۵ دیکھو)

یا ر$_1^2$ = قہ^2 ن^2

پس مقعر آئینہ پر کرے کی حرکت ظاہر کرنے والی مساوات حسب ذیل شکل کی ہوگی۔

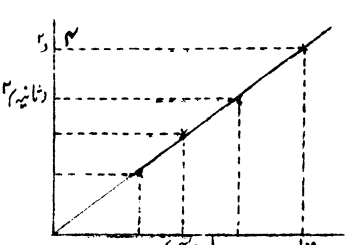
ک ج ف = $\frac{1}{2}$ ک ر$_1^2$ + $\frac{1}{2}$ × $\frac{2}{5}$ ک (ن^2 قہ^2)

= $\frac{1}{2}$ ک ر$_1^2$ + $\frac{1}{2}$ × $\frac{2}{5}$ ک ر$_1^2$

= ($\frac{7}{5}$) $\frac{1}{2}$ ک ر$_1^2$

یا ر$_1^2$ = ($\frac{5}{7}$) ۲ ج ف

لہٰذا سادہ رقّاص کی گولی اور مقعر آئینے پر حرکت کرنے والا کرہ اگر ایک ہی قسم کا راستہ اختیار کرے تو کسی خاص محل پر کرے کی رفتار، سادہ رقاص کی گولی کی رفتار سے ہمیشہ کم ہوگی۔



شکل ۹۹۔ سادہ رقّاص کی ترسیم

اگر ر = رقاص کی گولی کی رفتار کسی مقام پر ہ = کرے کی رفتار اُسی مقام پر۔ تو

ر = ۲ ج ف اور

$ر^{۲} = \frac{ہ^{۲}}{۵}$ (۲ ج ف) = $\frac{ہ^{۲}}{۵}$ $ر^{۲}$

بناء بریں راستے کے کُل نقطوں پر لڑھکنے والے کُرے کی رفتار رقّاص کی گولی کی رفتار کے صرف $\sqrt{\frac{۲}{۵}}$ کے برابر ہوگی۔ اس لئے کسی مفروضہ حرکت طے کرنے میں تیز رفتار رقّاص کی گولی کو جتنا وقت درکار ہوگا کُرے کو اِس وقت کے $\sqrt{\frac{۷}{۵}}$ حصّہ کی ضرورت ہوگی۔

اب ہمیں معلوم ہے کہ سادہ رقّاص کا وقتِ دَوران

د = ۲ π $\sqrt{\frac{ل}{ج}}$

اِس لئے ویسا ہی راستہ طے کرنے میں لڑھکنے والے کُرے کا وقتِ دَوران

(د)، د × $\sqrt{\frac{۷}{۵}}$ ہوگا۔

یعنی $د_{ا}$ = ۲ π $\sqrt{\frac{۷}{۵}}$ $\sqrt{\frac{ل}{ج}}$

کُرے کا راستہ (ص - ن) نصف قطر کا قوس ہے۔ جہاں ص = مقعر آئینے کا نصف قطرِ انحنا۔ اور ن = کُرے کا نصف قطر۔ اُس سادہ رقّاص کا طول جس کا لنگر وہی راستہ طے کرتا ہے جو کرہ طے کرتا ہے (ص - ن) کے برابر ہے۔

لہٰذا ایسے سادہ رقّاص کا وقتِ دوران

د = ۲ π $\sqrt{\frac{ص-ن}{ج}}$

آئینے پر کے کُرے کا وقتِ دَوران = د × $\sqrt{\frac{۷}{۵}}$

اس لئے آئینے پر کے کُرے کا وقتِ دَوران

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{۷/۵ (ص - ن)}{ج}}$$

تجربہ ۶۷۔ مقعّر آئینے پر حرکت کرنے والے کُرے کے ذریعے سے ج کی تعیین ——— آئینے کے انحنا کے نصف قطر کو کُرویت پیما کے ذریعے سے اور کُرے کے نصف قطر کو سرل چاپ سے ناپ لو۔ کُرے اور آئینے کو گرد سے پاک کر لو۔ آئینے پر کُرے کی دس یا بیس مکمل ارتعاشوں کا مجموعی وقت چل رکنی گھڑی سے دریافت کرو۔ اور اس سے وقتِ دَوران کی قیمت اخذ کرو۔ وقت دریافت کرنے کے تجربے کو تین بار دُہراؤ۔

ج کی قیمت ذیل کی مساوات سے محسوب کرو:۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{۷/۵ (ص - ن)}{ج}}$$

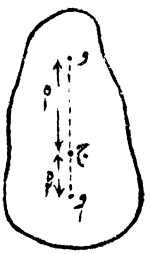
$$\text{یا} \quad ج = \frac{۴\pi^۲ \times ۷/۵ (ص - ن)}{د^۲}$$

مرکّب رقّاص

جب کوئی اُستوار جسم اس طرح قائم کیا جائے کہ وہ کسی اُفقی محور کے گرد گھوم سکے تو جسم مذکور اپنے تعادل کے مقام کے گرد ارتعاش کریگا (اس کے متعلق صفحہ ۲۴۸ دیکھو)

فرض کرو کہ م = ک گ²، جہاں م جسم کے مرکزِ جاذبیت ج سے گذرنے والے ایک اُفقی محور کے گرد جسم مذکور کے

جمود کا معیارِ اثر ہے۔
شکل ۹۱ میں فرض کرو کہ جسم ایک ایسے محور کے گرد ارتعاش کر رہا ہے جو کاغذ کی سطح پر عمود القوائم ہے۔ اور نقطۂ و سے گزرتا ہے۔ اِس نقطۂ و کو مرکزِ تعلیق کہتے ہیں۔ نقطۂ و سے گزرنے والے محور کے گرد جمود کا معیارِ اثر ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے:۔



شکل ۹۱۔ مرکب رقّاص

$$م ع^2 = م ع_ج^2 + ک ا_ب^2$$

$$= ک گ^2 + ک ا_ب^2$$

$$= ک (گ^2 + ا_ب^2)\text{، جہاں } ا_ب = و ج$$

صفحہ ۲۴۹ میں یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ مرکب رقّاص کا وقتِ دوران

$$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{م ع^2}{ک ج ا_ب}}$$

$$= ۲ \pi \sqrt{\frac{گ^2 + ا_ب^2}{ا_ب ج}}$$

سادہ رقّاص جس کا وقتِ دوران وُہی ہے جو مندرجۂ بالا رقّاص کا، اُس کا طول ل حسبِ ذیل مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$ل = \frac{گ^2 + ا_ب^2}{ا_ب}$$

اور یہ طول سادے معادل رقّاص کا طول کہلاتا ہے۔
اگر یہ ممکن ہو کہ جسم کے مادّے کی ساری کمیت بڑھائے ہوئے

خط و ج میں ایک ایسے نقطے پر منجمد ہو جائے جو محورِ تعلیق سے فصل مذکور پر واقع ہو تو وقتِ دَوران اور مقامِ تعادل میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہوگی۔ اور یہ نقطہ و اس طرح واقع ہوگا کہ فصل و و = ل۔ محورِ تعلیق ا و کے لحاظ سے نقطۂ و مرکزِ ارتعاش کہلاتا ہے۔

ج سے و کا فاصلہ $ه_2$ مندرجۂ ذیل کے رشتے سے حاصل ہوگا۔

$$ه_1 + ه_2 = ل$$

مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش آپس میں بدلے جا سکتے ہیں۔ کیونکہ

$$ه_1 + ه_2 = ل$$

$$ه_1 + ه_2 = \frac{ک^2 + ه_1^2}{ه_1}$$

یا $$ه_1 ه_2 = ک^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$ه_1$ کو مساواتِ بالا کے ہر پہلو میں جمع کرکے

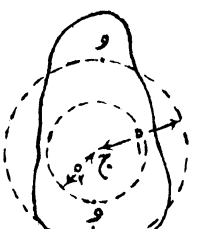
$$ه_1^2 + ه_1 ه_2 = ک^2 + ه_1^2$$

یا $$ه_1 + ه_2 = \frac{ک^2 + ه_1^2}{ه_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

اب $\frac{ک^2 + ه_1^2}{ه_1}$ اُس سادہ رقّاص کا طول ہے جس کا وقتِ دَوران وہی ہے جو جسم کا جب جسم مذکور نقطۂ و سے لٹکایا جائے۔ اور یہ فاصلہ مساوات (۲) سے $ه_1 + ه_2$ کے برابر ہے۔ یعنی وقتِ دَوران ایک ہی رہیگا خواہ جسم نقطہ و سے یا نقطہ و سے لٹکایا جائے۔ یعنی اِس کے معنی یہ ہیں کہ مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش

آپس میں بدلے جا سکتے ہیں۔

اُن نقطوں کا حیّز جن کے لئے د مستقل ہے مذکورۂ بالا و اور و محوروں کے علاوہ اور بھی محور ہیں جن کے گرد جسم کا وقتِ دوران وہی رہتا ہے جو و اور و کے گرد۔



شکل ۹۲۔ اُن نقطوں کا حیّز جن کے لئے (د) مستقل ہے

اگر مرکز ج اور نصف قطر ہ اور ہ کے دو دائرے کھینچے جائیں۔ اور ان دائروں میں سے کسی ایک پر کوئی متوازی محور ارتقاش لیا جائے تو وقتِ دوران ایک ہی رہیگا۔

ہ کے ساتھ د کا تغیر۔ کم سے کم وقتِ دوران۔ جب محورِ تعلیق مرکزِ جاذبہ میں سے گزرتا ہے تو وقتِ دوران لامتناہی بڑا ہو جاتا ہے۔ اگر محورِ مذکور لامتناہی فاصلے پر واقع ہو تو پھر وقتِ دوران لامتناہی ہوگا لہٰذا محور کا کوئی درمیانی مقام ایسا بھی ہوگا جس کے لئے وقتِ دوران کم سے کم قیمت رکھیگا۔

ہمیں معلوم ہے کہ

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{\text{گ}^۲ + \text{ہ}^۲}{\text{ہ} \times \text{ج}}}$$

د کی قیمت اُس وقت کم سے کم ہوگی جب $\frac{\text{گ}^۲ + \text{ہ}^۲}{\text{ہ}}$ کی قیمت کم سے کم ہوگی۔

لیکن $$\frac{\text{گ}^۲ + \text{ہ}^۲}{\text{ہ}} = \frac{(\text{گ} - \text{ہ})^۲ + ۲\,\text{گ}\,\text{ہ}}{\text{ہ}}$$

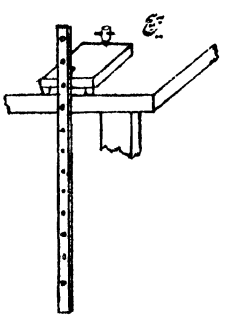
$$= \frac{(\text{گ} - \text{ہ})^۲}{\text{ہ}} + ۲\,\text{گ}$$

یہ صاف ظاہر ہے کہ اس رقم کی قیمت اُس وقت کم سے کم ہوگی جب ہ = گ
اِس صورت میں سادہ معادل رقّاص کا طول = ۲ گ
اور ہر دو نقطے و اور و مرکزِ جاذبہ ج سے گ فاصلے پر واقع ہیں۔

کم سے کم وقتِ دَوران د = ۲ ۲ ۲ گ / ج

تجربہ ۶۸۔ مرکب رقّاص ــــ نتائج مندرجۂ بالا کی تشریح کے لئے میٹر طول کی ایک مستطیلی سلاخ جس کی ساری لمبائی میں مساوی مساوی فاصلوں پر (تقریباً دو دو سمر پر) سُوراخ بنے ہوں، ایک ایسے محور سے لٹکائی جا سکتی ہے جس کا اُفقی وضع میں رہنا ضروری ہے (شکل ۹۳ ملاحظہ ہو)۔

(۱) سلاخ کے ایک سرے سے شروع کر کے ہر تیسرے سُوراخ سے سلاخ کو لٹکا کر اُس کا وقتِ دَوران دریافت کرو۔ مگر وقتِ دَوران محسوب کرنے کے لئے ۵۰ مکمل ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ کرنا چاہیئے۔

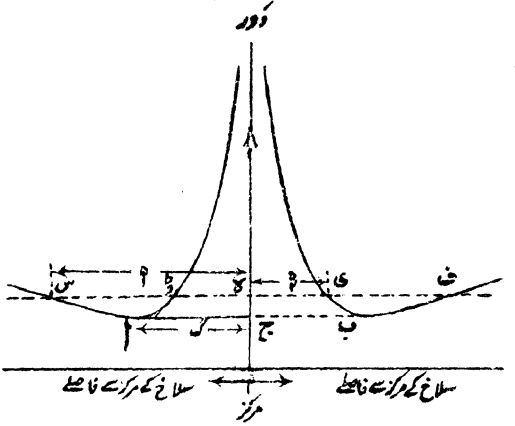


شکل ۹۳۔ سلاخی رقّاص

(۲) مرکزِ جاذبہ سے مختلف فاصلوں پر سلاخ کو لٹکا کر وقتِ دَوران دریافت کرنے کے بعد اِن فاصلوں اور وقتِ دَوران کی ترسیم کھینچو۔ سلاخ کے دونیم حصوں کے لحاظ سے ترسیم میں دو متشاکل شاخیں ہونگی ترسیم کے ملاحظہ سے یہ ظاہر ہوگا کہ نقطوں ا اور ب پر وقتِ دَوران کی قیمت کمترین ہے۔

(۳) منحنی سے اِن کمترین اوقاتِ دَوران کے لئے سلاخ پر سُوراخ

دریافت کرو۔ اور اِس کمترین وقتِ دَوران کے سُوراخ کے دونوں طرف دو دو سوراخوں کے لئے وقتِ دَوران نہایت صحت کے ساتھ



شکل ۹۲۔ مرکب رقّاص کی ترسیم

دریافت کرو۔ اور اُس سُوراخ کے لئے بھی وقتِ دوران نہایت صحت کے ساتھ دریافت کرو جہاں یہ وقتِ دَوران کمترین قیمت رکھتا ہے۔ اِن پانچ سوراخوں میں سے ہر ایک کے لئے کم سے کم سو ارتعاشیں لینی چاہئیں تاکہ منحنی کے اِس حصے میں نقطے بہت ہی صحیح حاصل ہوں۔

ا اور ب کے مقامات سے گ دریافت کرو:۔

گ = ا ج = ب ج

(۴) شکل ۹۲ میں ایسے نقطے مثلاً س۔ ڈ۔ ی۔ ف دریافت کرو جن میں سے ہر ایک کے لئے وقتِ دَوران ایک ہی ہے۔

اِس لئے اگر س ح ، ہ کو تعبیر کرے۔ ح ی = ہ

نیز ح ف = ہ اور ح ڈ = ہ

ذیل کے ضابطے سے گردشی نصف قطر کی قیمت محسوب کرو۔

گ = ہ ہ

سادے معادل رقّاص کا طول دریافت کرو۔ یہ طول

$$ل = ع^{۲} + ع^{۲}$$

اور ذیل کے ضابطے سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

(۵) نخی کے نقطے ۲ اور ب کے لئے کمترین وقتِ دَوران د دریافت کرو اور ذیل کے ضابطے سے گ کی قیمت محسوب کرو:

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ع^{۲} + ع^{۲}}{ج}}$$ اگر ج کی قیمت معلوم ہو

(۶) جسم کا کمیّتِ مادّہ ک دریافت کرو۔ اور ذیل کے ضابطے سے اُس کے جمود کا معیارِ اثر محسوب کرو۔

$$ک ع^{۲} = ک گ ۲$$

گ کی مختلف قیمتیں جو (۳)، (۴) اور (۵) میں حاصل ہوئی ہیں اُن سب میں مطابقت ہونی چاہئے۔ اور یہ قیمتیں تقریباً سلاخ کے طول کا $\frac{۱}{۱۲}$ ہونی چاہئیں۔ بشرطیکہ طول کے مقابلے میں سلاخ کا عرض نظر انداز کر دیا جائے (ضمیمہ میں جمود کے معیارِ اثر کا بیان ملاحظہ ہو)۔

تجربہ ۶۹۔ استواری کے مقیاس کی تعیین ارتعاش سے ——— ایک سلاخ یا ایک قرص یا جمود کے معلوم معیارِ اثر کا کوئی دوسرا جسم ایک ایسے تار سے لٹکاؤ جس کا اُوپر کا سرا مضبوط جکڑا ہوا ہو۔

جسم کا وقتِ دَوران اُس حالت میں دریافت کرو جب وہ مڑوڑی رقّاص کی طرح حرکت کرتا ہو۔

تار کا طول اور اُس کا نصف قطر ناپو۔ لٹکے ہوئے جسم کے جمود کا معیارِ اثر اُس کے مادّے کی کمیّت اور اُس کے ابعاد کے علم سے دریافت کرو۔

مندرجۂ ذیل مساوات سے استواری کے مقیاس کی قیمت اخذ کرو۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{۵ ل}{ج ن^۲ \pi^۲}}$$

یا استواری کا مقیاس $ج = \frac{۵ ۴\pi^۲ ل}{د^۲ ن^۲}$

اِسی تار سے دو اجسام کو بطور مڑوڑی رقّاص استعمال کر کے اُن کے جمود کے معیارِ اثر کا مقابلہ کرو۔

$$د_۱ = ۲\pi \sqrt{\frac{۵_۱ ل}{ج ن^۲ \pi^۲}}$$ ایک جسم کے لئے۔

$$د_۲ = ۲\pi \sqrt{\frac{۵_۲ ل}{ج ن^۲ \pi^۲}}$$ دُوسرے جسم کے لئے۔

چونکہ دونوں جسم ایک ہی تار سے لٹکائے گئے ہیں اِس لئے

$$\frac{۵_۱}{۵_۲} = \frac{د_۱^۲}{د_۲^۲}$$

تجربہ ۶۵ ۔ مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کا وقتِ دَوران (ارتعاش) کا مشاہدہ کر کے ج کی تعیین ——— مرغولہ دار کمانی سے ایک مادّہ لٹکاؤ۔ اور اِس مادّے کو آہستہ سے لٹکانے پر کمانی میں جو بڑھاؤ ل پیدا ہوگا اُس کو دریافت کرو۔ مادّے میں انتصابی ارتعاش پیدا کر کے اُس کا وقتِ دَوران دریافت کرو۔

ذیل کے ضابطے سے (جس کا ثبوت صفحہ ۲۵۱ میں دیا جا چکا ہے) ج کی قیمت محسوب کرو۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

فصل دہم

گیسیں: بار پیما اور کُلّیۂ بائیل

۱۔ گیسوں کی خاصیتیں

مادّے کی اور شکلوں سے گیس اِس حیثیت سے مختلف ہے کہ گیس جہاں جگہ پاتی ہے اُس کو بھر دیتی ہے۔ ایک خاص حجم میں خواہ گیس کی مقدار کتنی ہی چھوٹی ہو وہ تمام حجم میں پھیل جاتی ہے۔ گیس کی شکل کی اشیاء میں یہ خاصیت ایک نہایت ہی عجیب خاصیت ہے اور اِس خاصیت کو ہم اِن اشیاء کا پھیلاؤ کہہ سکتے ہیں۔

اِس فصل میں ہم صرف اُن گیسی مظاہروں پر بحث کرینگے جن کا تعلق مستقل تپش سے ہے۔ اور تپش کی تبدیلیوں کے اثرات کی تحقیقات حرارت کے باب میں کی جائیگی۔

کلّیۂ بائیل

جب کبھی گیس کی ایک مستقل مقدار کے حجم میں تبدیلی واقع ہوتی ہے تو گیس کا دباؤ ایک خاص طریقے سے بدل جاتا ہے چنانچہ اگر تپش مستقل قائم رکھی جائے دباؤ اور حجم میں

تناسب معکوس رہتا ہے۔ یہ رشتہ حسبِ ذیل آسان شکل میں لکھا جا سکتا ہے:-

$$\text{دباؤ} \times \text{حجم} = \text{مستقل}$$

۱۶۶۲ء میں رابرٹ بائیل انگریز سائنس دان نے اس رشتے کو پہلے پہل بیان کیا تھا۔ اور یہ رشتہ کلیۂ بائیل کے نام سے مشہور ہے۔ فرانس میں بھی ایک سائنس داں مسمی ماریّ[1] اوٹ نے چودہ برس بعد بطورِ خود اس کلیے کا دعویٰ بیان کیا۔ اور اس بناء پر یہ کلیہ انگلستان کے سوائے تمام ممالکِ یورپ میں کلیۂ ماریّ[1] اوٹ کے نام سے مشہور ہے۔ (نوٹ:- اس کے متعلق انگریزی کتاب ٹیٹ[2] کا خواصِ مادہ ضمیمہ ۴ دیکھو)۔

یہ ظاہر ہوگا کہ مستقل تپش پر گیس کے مظاہروں کی تحقیقات کے لئے یہ ضروری ہے کہ ہم اُس کے حجم اور دباؤ کی پیمائش کے ذرائع مہیا کریں۔

حجم کی پیمائش میں کسی قسم کی دقت پیش نہیں آتی مگر دباؤ کی پیمائش کے لئے کچھ تشریح کی ضرورت ہوگی۔

۲— کرۂ ہوائی کے دباؤ کی پیمائش۔

بند حجم کی گیسوں کے دباؤ کی پیمائش پر بحث کرنے سے قبل پہلی چیز جس کا جاننا ضروری ہے وہ یہ ہے کہ ہوا بہت بڑا دباؤ ڈالتی ہے۔

بار پیما

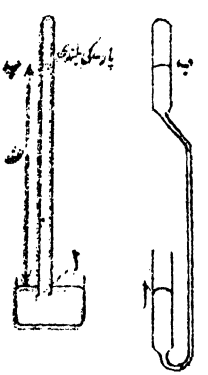
اِس امر کے اظہار کے لئے ایک میتر لمبائی کی شیشے کی

---

[1] Marriotte [2] Tait

ایک نلی لے کر اُس کا ایک سرا بند کر دیا جاتا ہے۔ پھر اس نلی کو پارے سے لبالب بھر کر ایک پیالے میں جس میں پارا پہلے سے موجود ہو اس طرح اوندھایا جاتا ہے کہ نلی کا کھلا ہوا منہ پیالے کے پارے کے اندر چلا جائے باوجودیکہ نلی میں پارے کے سوائے کوئی اور شے داخل نہیں کی جاتی ہے اوندھانے پر نلی کا پارا فوراً کچھ نیچے اتر آتا ہے۔ پارا سب کا سب نلی سے نہیں گر پڑتا۔ بلکہ ایک خاصا بڑا تقریباً ۷۵ سم بلندی کا پارے کا ستون نلی میں رہ جاتا ہے۔ اور یہ ستون کرۂ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے سہارا ہوا رہتا ہے۔ اس ساخت کی نلی بارپیما کی نلی کہلاتی ہے۔

شکل ۹۵ میں نلی کے اُس نقطہ ا پر کے دباؤ پر غور کرو جس کی سطح وہی ہے جو نلی سے باہر کے پارے کی آزاد سطح ہے اس نقطے کے اوپر کثافت ث اور بلندی ف سم پارے کا ستون قائم ہے۔ اور یہ ستون اس نقطہ ا پر دباؤ بمقدار ف ث ج ڈائین فی مربع سم ڈالتا ہے۔ نلی کے اندر کے پارے کے اوپر جگہ ب بالکل خلا ہے سوا پارے کے بخار کی نہایت ہی خفیف مقدار کے جس کا اثر نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔ اس لئے نقطہ ا پر مجموعی دباؤ صرف پارے کے ستون کے سبب سے ہے یعنی نلی کے اندر نقطہ ا پر دباؤ = ف ث ج ڈائن فی مربع سم۔



شکل ۹۵۔ بارپیما کی سادہ شکلیں

جو دباؤ نلی کے باہر پارے کی آزاد سطح پر عمل کرتا ہے وہ صرف خارجی کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے۔

مائع کی ایک ہی اُفقی سطح کے کُل نقطوں پر دباؤ ایک ہی ہے۔ اِس لئے نلی کے اندر نقطۂ ا پر دباؤ باہر کی سطح کے اُوپر کے دباؤ کے بالکل برابر ہے۔ کیونکہ ا اُسی اُفقی سطح میں واقع ہے جس میں باہر کی سطح ہے۔

ا پر دباؤ = ف ث ج ہے۔ اور باہر کے پارے کی سطح پر دباؤ = کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے۔

اِس لئے کرۂ ہوائی کا دباؤ = ف ث ج ڈائین فی مربع سمر

چونکہ کرۂ ہوائی میں تپش کی تبدیلی ایک چھوٹی حد کے اندر ہوتی ہے اور اِس حد کے اندر پارے کی کثافت تقریباً مستقل رہتی ہے۔ اِس لئے قاعدہ ہے کہ دباؤ کو پارے کی بلندی سے سمر میں بیان کرتے ہیں۔ مگر حقیقتِ حال یہ ہے کہ اِس طریقے سے دباؤ کی جو قیمت ملیگی وہ صفر درجہ مئی پر کے پارے کے اُسطوانہ کے طول کی رقوم میں ہوگی۔ لیکن معمولی مقاصد کے لئے تپش کی وجہ سے تصحیح کرنے کی چنداں ضرورت نہیں کیونکہ کثافت کی تبدیلی بہت ہی کم ہوتی ہے۔ اگر اِس تصحیح کی ضرورت ہو تو اِس کا حساب بلا دقت ہوسکتا ہے (صفحہ ۲۷۸ ملاحظہ ہو)۔

مزید براں ج کی قیمت تمام کرۂ زمین کی سطح پر یکساں نہیں ہے۔ اِس لئے عرض البلد اور سطح سمندر کی بلندی کی وجہ سے جس تصحیح کی ضرورت ہوگی اُس کو حساب میں داخل کرنا چاہیئے تاکہ پارے کی مشہودہ بلندی اُس بلندی میں تحویل ہوجائے جو اُس کو سطح سمندر اور ۴۵° عرض البلد پر حاصل ہو۔ بہرحال اِس تصحیح کی ضرورت صرف اُس وقت پڑتی ہے جب غایت درجے کی صحت مدِ نظر ہو۔

چونکہ ہم کو ث اور ج کو تقریباً مستقل تصور کرنے کا مجاز ہے

اِس لئے کرۂ ہوائی کا دباؤ، پارے کی ایک خاص بلندی ف، کے مماثل کہا جاسکتا ہے۔ اور یہ بلندی بار پیما کی بلندی کہلاتی ہے۔

یہ بلندی پارے کے اُسطوانہ کی وہ بلندی ہے جس کو مذکورۂ بالا ساخت کے بار پیما کی نلی میں کرۂ ہوائی سہارتا ہے۔

آجکل Meteorology (شہابیات) کا محکمہ کرۂ ہوائی کے دباؤ کو اُن اکائیوں میں ظاہر کرتا ہے جو مطلق س گ ث نظام کی اکائیوں کے اضعاف ہیں۔ اور بعض جدید بار پیما اِس طرح درجہ بند کئے گئے ہیں کہ اُن میں دباؤ کی قیمتیں اِن اکائیوں میں براہِ راست پڑھ لی جاسکتی ہیں۔

دباؤ کی مروّجہ اکائی بار (Bar) کہلاتی ہے اور یہ اکائی ۱۰ ڈائین فی مربع سمر کے برابر ہے۔ دو چھوٹی اکائیاں بھی مستعمل ہیں۔ سنتی بار (Centibar) اور ملی بار (Millibar) جو بالترتیب $\frac{1}{100}$ اور $\frac{1}{1000}$ بار (Bar) ہیں۔

بار (Bar) عرض البلد ۴۵° میں صفر درجہ مئی پر کے پارے کی ۷۵٫۰۱ سمر بلندی کے دباؤ کے مماثل ہے۔

طبعی کرۂ ہوائی (پارے کا ۷۶ سمر) ایک بار (Bar) سے قدرے بڑا ہے۔ اور اِس کی قیمت ۱۰۱۳٫۲ ملی بار (Millibar) ہے۔

بار پیما کی مروّجہ شکلیں

لانمانلی کی شکل کا ـــــ اُس کام میں جہاں غایت درجے کی صحت مقصود نہ ہو سادہ لانمانلی کی شکل کا (جیسا شکل ۹۵ میں دکھایا گیا ہے) بار پیما کافی لکار آمد ہوگا۔ یہاں ۲ کی آزاد سطح متذکرۂ بالا وضع کے بار پیما میں حوضک کے پارے کی آزاد سطح کے بجائے ہے۔

سرے کے قریب نلی موڑ دی گئی ہے تاکہ پارے کی دو سطحیں جن کی بلندی کے فرق کی پیمائش مقصود ہے ایک ہی انتصابی خط میں رہیں۔

نلی کے حصے ا اور ب خاصے چوڑے قطر کے ہونے چاہئیں۔ اور اُن کی عمودی تراشیں آپس میں برابر ہونی چاہئیں۔ تاکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے بلندی کے مشاہدے میں غلطی داخل نہ ہو۔ بلندیاں ایک ایسے پیمانے پر پڑھی جاتی ہیں جو عموماً خود نلیوں پر کھُدا ہوتا ہے۔ بلندی سطوح ب اور ا کا عمودی فاصلہ ہے۔

اِس شکل میں صحت جو قابلِ حصول ہے کچھ زیادہ درجے کی نہیں؛ پیمانے کے ہر بار پڑھنے میں جو غلطی داخل ہو سکتی ہے وہ نصف مم تک پہنچ سکتی ہے۔ اور چونکہ یہاں پیمانے کو دو دفعہ پڑھنا پڑتا ہے اِس لئے غلطی جو یہاں ممکن ہے ایک مم تک ہو سکتی ہے۔

فورٹن[1] کا بار پیما

اِس قسم کے بار پیما عموماً طبیعیات کے معملوں میں پائے جاتے ہیں جہاں کرۂ ہوائی کے دباؤ کے صحیح مشاہدوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ آلہ سادہ قسم کے بار پیما کی نلی (صفحہ ۲۶۷) سے زیادہ مختلف نہیں ہے۔ فرق صرف یہ ہے کہ اِس آلے میں پارے کی دو سطحوں کے پڑھنے کا طریقہ خاص ہے۔

تجربہ ۱۷۔ فورٹن کا بار پیما پڑھنا — پارے کی بلندی دریافت کرنے کے لئے مندرجۂ ذیل دو ترتیبیں ضروری ہیں:-

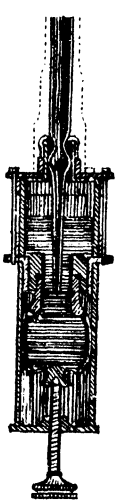
[1] Fortin

(۱) حوضک کی ترتیب۔ نلی کے نیچے کے سرے پر چمڑے کی تھیلی میں پارا رہتا ہے۔ اور اِس تھیلی کی شکل اُس کی تہ پر لگے ہوئے پیچ ۱ کے ذریعہ سے بدلی جا سکتی ہے۔ بارپیما کے ڈھانچے سے ہاتھی دانت کا ایک چھوٹا مخروط نصب رہتا ہے۔ اور اِس مخروط کی راس ص بارپیما کے پیمانے کا صفر ہے (شکل ۹۶)۔

پیچ ۱ کو گھما کر پارے کی سطح ہاتھی دانت کے اِس مخروط کی راس تک چڑھا دی جاتی ہے۔ اور پیچ اُس وقت تک گھمایا جاتا ہے کہ راس مذکورہ اور پارے میں اُس کا خیال مین ملتے ہوئے دکھائی دیں۔ اور پارے کی سطح میں سے اِس مذکور پر کسی قسم کا نشیب نظر نہ آئے۔ اِس امر کی توضیح کے لئے

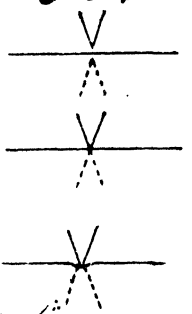


شکل ۹۶
فورٹن کا بارپیما



شکل ۹۷
فورٹن کے بارپیما کا حوضک

ذیل کی شکل ملاحظہ ہو:-



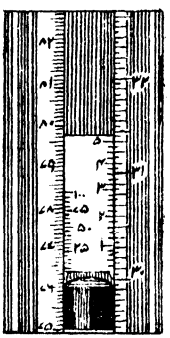
شکل ۹۸۔ حوضک کی ترتیب

اِس طریقے سے پارے کی سطح نہایت نزاکت کے ساتھ درست کی جاتی ہے۔ بشرطیکہ پارے کی سطح مناسب طور پر منور کر دی جائے۔

(۲) نلی کے پارے کی بالائی سطح پر پیمانے کی ترتیب

بالائی سطح پر ترتیب مقابلۃً آسان نہیں ہے۔ شیشے کی نلی کے اوپر ایک پیتلی نلی س چڑھی ہوتی ہے۔ اور یہ نلی آلے کے بازو میں لگے ہوئے پیچ ب کے ذریعے سے اُوپر نیچے اُٹھائی جاتی ہے (شکل ۹۶)۔ اِس نلی کا نیچے کا حصہ اِس طرح کٹا ہُوا ہوتا ہے کہ اُس کی کٹی ہوئی پشت ڈ اور اُس کے کٹے ہوئے سامنے ص کے کنارے ایک ہی اُفقی سطح میں ہوں۔ (جیسا شکل ۱۰۰ سے واضح ہے)۔ اگر مُشاہد کی آنکھ اِن دونوں کناروں کی سطح کے نیچے رکھی جائے تو پشت اور سامنے کے کنارے دونوں دکھائی دینگے۔ اگر آنکھ کو بتدریج اُونچا کیا جائے تو پشت کا کنارہ رفتہ رفتہ نظر سے چھپتا جائیگا۔ یہاں تک کہ جب آنکھ ٹھیک اِس متحرک نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح میں آجاتی ہے تو پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چھپ جاتا ہے۔

آنکھ کو اِس طرح رکھا جائے کہ اوپر کے بیان کے مطابق پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چھپ جائے۔ اِس کے بعد پیتل کی نلی کو متحرک کرنا چاہیئے یہاں تک کہ سامنے کا کنارہ پارے کی چوٹی ب کی سیدھ میں آجائے۔ مگر یہ ضروری ہے کہ نلی کے حرکت کرتے وقت آنکھ اُس کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح میں رہے (شکل ۱۰۰)۔



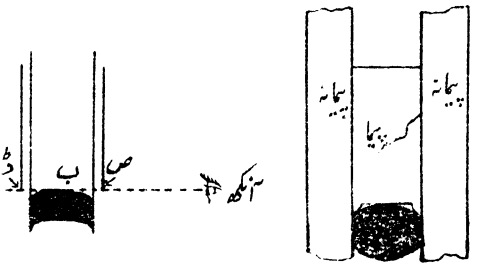
شکل ۹۹۔ بارپیمائی پیمانے اور سر پیما

انتباہ۔ اگر آنکھ نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح سے اُوپر رکھی جائے تو پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے چھپ جائیگا۔ اور اُس حالت میں آلے کی ترتیب درست نہیں رہیگی۔ اِس لئے یہ نہایت ضروری ہے کہ آنکھ کو اونچا کیا جائے یہاں تک کہ پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے کے پیچھے عین غائب ہوجائے۔ سطح کے درست ہونے کا یہی ایک معیار ہے۔

جب متحرک نلی ٹھیک جگہ رکھ دی گئی ہے تو آنکھ کے نیچے کی طرف ذراسی بھی حرکت سے پشت کے کنارے کو دکھائی دینا چاہیئے۔ جب آنکھ دوبارہ صحیح سطح پر اُونچی کی جائے تو سامنے کے کنارے کا وسط پارے کی چوٹی سے ٹھیک مَس کرتا ہُوا معلوم ہونا چاہیئے۔ مگر اِس صورت میں چوٹی کے دونوں طرف کنارے کے نیچے کچھ روشنی صاف دکھائی دیگی۔

پیتل کی چھوٹی نلی میں ایک کسر پیما لگا ہُوا ہوتا ہے۔ اِس

کسر پیما کا صفری نشان نیچے کے کٹے ہوئے کنارے کے ساتھ ہمسطح



شکل ۱۰۰۔ کسر پیما کی ترتیب

رہتا ہے۔ یہ کنارہ عام طور سے دونوں طرف نیچے نکلا ہُوا ہوتا ہے تاکہ کثرتِ استعمال سے گوشے گھس نہ جائیں۔ آلے کے ڈھانچے میں ایک ثابت پیمانہ لگا ہُوا ہوتا ہے جس کے کنارے پر یہ کسر پیما اُوپر نیچے حرکت کرتا ہے۔ اور اس پیمانے پر کسر پیما کے ذریعے سے پارے کی چوٹی کی بلندی معلوم ہوتی ہے۔ پیمانہ، آلے کے اُوپر کے حصّے کے قریب چند سنتی میٹروں ہی تک درجہ بند کیا جاتا ہے۔ اِس پیمانے کا صفر، اُوپر بیان کئے ہوئے حوضک کے ہاتھی دانت کا سرا ہے۔ اِس لئے کسر پیما سے دکھلائی ہوئی پیمانے کی درجہ خوانی بارپیما کی بلندی بتاتی ہے۔

بارپیما کی اَور مروجہ شکلوں میں ایک لانبا نلی کی شکل کا ایسا بارپیما ہے جس کی چھوٹی ساق میں پارے کی سطح پر تیرتے ہوئے وزن سے لگے ہوئے نمائندے کے ذریعے سے پارے کی سطح کی حرکت ظاہر ہوتی ہے۔ ایک اَور شکل ہے جس کی ساخت فورٹن[1] کے بارپیما جیسی ہے مگر اُس میں حوضک کے درست کرنے کا

[1] Fortin

کوئی انتظام نہیں ہے۔

حوضک میں پارے کی سطح کی تبدیلی سے درجہ خوانی میں غلطیاں ضرور پیدا ہوتی ہیں۔ کیونکہ ایسے آلے کے سرے پر سنتی میتر یا انچوں میں جو درجے بندیاں ہوتی ہیں اُن میں حوضک کے پارے کی سطح کی تبدیلی کی تلافی کا کچھ خیال نہیں رکھا جاتا ہے۔ مندرجۂ بالا دونوں قسموں کے بار پیما میں سے کوئی ایک بھی سائنس کے تجربوں میں کار آمد نہیں ہے۔

بے نم بار پیما۔ بے نم بار پیما، بار پیما کی ایک نہایت آسان شکل ہے۔ اور اِس کی جدید شکل غایت درجے کی صحت دے سکتی ہے۔ یہ بار پیما وحات کا ایک ایسا برتن ہے جس میں مکمل خلا پیدا کر دیا گیا ہے اور جو بالکل ہوا بند کر دیا گیا ہے۔ کرۂ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی سے اِس برتن کی شکل کچھ نہ کچھ بگڑ جائیگی۔ اور یہ بگاڑ دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ (صفحہ ۱۶۹ پر کلیۂ ہوک ملاحظہ ہو)۔ بیرم اور گھڑی کے پرزوں جیسے انتظام سے یہ خفیف بگاڑ بڑا دکھایا جاتا ہے۔ اور اِس انتظام سے نمایندہ ایک پیمانے پر حرکت کر کے کرۂ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی صاف صاف بتاتا ہے۔

اِس آلے سے دباؤ کی قیمت براہِ راست نہیں ملتی۔ اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ اِس کی درجہ خوانیوں کا فورٹن کے سیمابی بار پیما سے مقابلہ کر کے اِس آلے کی تعییر کی جائے۔ مگر ایک دفعہ تعییر کئے جانے کے بعد اُس کی درجے خوانیوں کی صحت پر تقریباً مدت لامتناہی تک بھروسا کیا جاسکتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ بار پیما کو جگہ بہ جگہ لے جایا جائے تو اُس صورت میں یہ آلہ نہایت مفید ثابت ہوتا ہے اِس لئے کہ اس کو ایک جامع مختصر شکل کا بنا سکتے ہیں۔ مگر جگہ بہ جگہ جانے میں یہ ضرور ہے کہ یہ آلہ مختلف تپشوں کے زیرِ اثر آئے۔ اور تپشوں کے زیادہ اختلاف سے

اُس کی درجہ خوانیوں کی صحت بہت درست نہیں رہیگی۔ اِس سبب سے کہ دھات کے برتن کی لچک تپش سے مؤثر ہوتی ہے۔

تجربہ ۴۸ ۔ ۷۲۔ بے نم بارپیما کے استعمال سے کسی عمارت کی بلندی کی پیمائش ـــــ ایک ایسا بے نم بارپیما لو جس کا پیمانہ بہت چھوٹے چھوٹے درجوں میں منقسم ہو۔ اور عمارت کی زمین اور اُس کی چھت پر اِس آلے کی درجہ خوانیوں کے فرق کا مشاہدہ کرو۔ فرض کرو کہ فرقِ مشہودہ پارے کی لاسمہ بلندی ہے۔

یہ فرق ہوا کی سطحوں کے درمیانی فاصلے کے مطابق ہے۔ اور یہ فاصلہ عمارت کی بلندی ف ہے۔ اگر سطحوں کا یہ فرق کم ہو اس کے اندر کی ہوا کو ہم ایک ایسا سیّال تصور کر سکتے ہیں جس کی کثافت تقریباً تمام یکساں ہے۔ اس حالت میں اِن دو نقطوں کے بیچ کے دباؤ کا فرق ف ث ج کے برابر ہے۔ جہاں ث ہوا کی کثافت ہے۔ دباؤ کا یہ فرق پہلے ناپا جا چکا ہے۔ اور یہ وہ دباؤ ہے جو پارے کا لاسمہ لمبائی کا ستون ڈالتا ہے۔

پس ف ث ج = لا ث ج، جہاں ث، پارے کی کثافت ہے۔

تپش کی وجہ سے کثافتوں میں جو خفیف تبدیلی واقع ہوتی ہے اُس کو نظر انداز کر کے ہم کافی صحت کے ساتھ یہ لکھ سکتے ہیں کہ ث = ۱۳٫۶ گرام فی مکعب سمر اور ث = ۰٫۰۰۱۲۹ گرام فی مکعب سمر

اِس لئے $ف = لا \cdot \frac{۱۳٫۶}{۰٫۰۰۱۲۹}$

بلندی کو براہِ راست ناپ کر اِس نتیجے کی تصدیق کرو۔

پہاڑ پر چڑھنے والے جو بے نم بارپیما استعمال کرتے ہیں وہ اکثر براہِ راست فٹ اور میٹروں میں درجہ بند رہتے ہیں۔

سیمابی بارپیما میں تپش کی تصحیح

کرۂ ہوائی کے دباؤ کو : م کے پارے کی بلندی (سمر) یا ڈائین فی مربع سمر میں ظاہر کرنے کے لئے اِس کی ضرورت ہے کہ بارپیما کی مشہودہ بلندی تپش کی وجہ سے صحیح کر لی جائے۔

فرض کرو کہ بارپیما کی درجہ خوانی ک سمر ہے۔ یہ درجہ خوانی دراصل سمر میں نہیں حاصل ہوتی بلکہ پیمانے کے درجوں میں۔ کیونکہ پیمانے کے درجے صرف اُس وقت سمر تھے جب اُس کی تپش ت۰ م (مثلاً ۰ھ) تھی۔ یہ تپش عموماً ۱۵ م کی ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ کمرے کی تپش ت۰ م ہے تو پیمانے کا ہر درجہ {۱+ب(ت-ت۰)} کے برابر ہے۔ جہاں ب پیمانے کے خطی پھیلاؤ کی شرح ہے (یہ پیمانہ عام طور سے پیتل کا ہوتا ہے)۔

اِس لئے پارے کی حقیقی بلندی

ک سمر = ک {۱ + ب (ت - ت۰)}

یہاں ک سمر بلندی کے پارے کا ستون ت۰ م تپش پر ہے۔

اب یہ دریافت کرنے کی ضرورت ہے کہ پارے کی کون سی بلندی ک۰ : مئی تپش پر اُتنا ہی دباؤ ڈالیگی جتنا پارے کا یہ ستون ک ت۰ مئی پر ڈالتا ہے۔

: م پر ک سمر پارے کا دباؤ ک ش ج ڈائین فی مربع سمر ہے،

جہاں ش، : مئی پر پارے کی کثافت ہے۔

ت۰ مئی کے ک سمر ستون کا دباؤ، ک۰ ش ج ڈائین فی مربع سمر ہے،

جہاں ش، ت۰ مئی پر پارے کی کثافت ہے۔

ہمیں ک۰ کی قیمت ذیل کی مساوات سے دریافت

کرنی ہے:-

$$ک_{ا}\,ش_{ا}\,ج = ک_{ا}\,ش_{ا}\,ج$$

اور ہمیں معلوم ہے کہ $ش = ش_{ا}(۱ + عت)$ جہاں عہ پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح ہے۔

اِس لئے $$ک_{ا} = \frac{ک_{ا}\,ش_{ا}}{ش} = \frac{ک_{ا}}{۱ + عت}$$

$ک_{ا}$ کو $ک$ کی رقوم میں منتقل کرکے حسبِ ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے:-

$$ک = \frac{ک_{ا}\{۱ + ب(ت - ت_{ا})\}}{۱ + عت}$$

جب ۰ مئی پر پارے کے مماثل یہ بلندی $ک_{ا}$ محسوب ہوجائے تو دباؤ کی قیمت ڈائین فی مربع سمر میں ذیل کی مساوات سے حاصل ہوسکتی ہے:-

$$دباؤ\ د = ک_{ا}\,ش_{ا}\,ج$$

$ش_{ا}$ = ۱۳٫۵۹۶ گرام فی مربع سمر

ج کی قیمت حیدرآباد دکن میں ۹۷۸٫۴ ڈائین فی گرام یا سمر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے۔

اِس لئے $د = ک_{ا} \times ۱۳٫۵۹۶ \times ۹۷۸٫۴$ ڈائین فی مربع سمر

بارپیما کی بلندی میں تپشی تصحیح کے اِس طریقے کی تشریح کے لئے مندرجۂ ذیل عددی مثال فائدے سے خالی نہیں:-

فرض کرو کہ ایک بارپیما جس میں پیتل کا پیمانہ لگا ہوا ہے ۱۸° مئی تپش پر ۷۵٫۹۲۳ سمر بلندی بتاتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ۱۵° مئی پر صحیح ہے۔ اب سوال یہ ہے کہ بارپیما کی بلندی ۰° مئی پر کیا ہوگی اور یہ بھی دریافت طلب ہے کہ کُرۂ ہوائی کا دباؤ ڈائین فی مربع سمر میں کیا ہے۔

پیتل کے خطی پھیلاؤ کی شرح = ۰٫۰۰۰۱۸۹ فی درجہ مئی

پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح = ۰٫۰۰۰۱۸۰ فی درجہ مئی

$$\theta = \frac{۷۵٫۹۳۳ \{۱ + ۰٫۰۰۰۱۸۹ (۱۸° - ۱۵°)\}}{(۱ + ۰٫۰۰۰۱۸ \times ۱۸)}$$

$$= \frac{۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷)}{۱ + ۰٫۰۰۳۲۴}$$

$$= ۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷) \times (۱ - ۰٫۰۰۳۲۴) \text{ تقریباً}$$

$$= ۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷ - ۰٫۰۰۳۲۴) \text{ تقریباً}$$

بالآخر ہم یہ لکھ سکتے ہیں کہ

$$\theta = ۷۵٫۹۳۳ (۰٫۹۹۶۸۲)$$

یعنی $\theta = ۷۵٫۶۹۰$ سمر

اُوپر کی مثال میں دباؤ ڈائین فی مربع سمر میں حسبِ ذیل حاصل ہوگا:-

$$د = \theta \text{ ش ج ڈائن فی مربع سمر}$$

$$= ۷۵٫۶۹۰ \times ۱۳٫۵۹۶ \times ۹۸۱٫۱۸$$

(۹۸۱٫۱۸ ج کی قیمت لندن میں ہے) -

$$= ۱٬۰۰٬۹۷۰ \text{ ڈائین فی مربع سمر}$$

یا ۱۰۰۹۷ ملی بار

تجربہ ۷۳ - کُرۂ ہوائی کے دباؤ کی تعیین مطلق اکائیوں میں ——— تجربہ ۷۱ کی طرح بارپیما کی بلندی پڑھو۔ اور اُس سے لگے ہوئے تپش پیما کے ذریعے سے بارپیما کی تپش کا مشاہدہ کرو۔ حسبِ مثال مندرجۂ بالا تپش کی تصحیح کرکے کُرۂ ہوائی کا دباؤ ۰°ھ پر پارے کی بلندی سمر میں دریافت کرو۔ اور اُس سے دباؤ کی قیمت مطلق اکائیوں میں محسوب کرو۔

تپش کی تصحیحی جدول ——— ۰° سے ۲۵° مئی تک کی ہر تپش پر جس تصحیح کی ضرورت ہوتی ہے مندرجۂ بالا طریقے سے اُس کو دریافت کرکے جدول کی شکل میں مرتب کرنے کے حوالے کے لئے بارپیما کے برابر لگا دو۔ اگر یہ تصحیحیں بارپیما کی بلندی ۷۶ سمر فرض کرکے

محسوب کی گئی ہیں تو بغیر کسی پیچیدگی کے اِن تصحیحوں کا اطلاق بارپیما کی تمام معمولی درجہ خوانیوں پر کرنا کافی طور سے صحیح ہوگا۔

کسی تپش پر تصحیح کرنے کا ضابطہ ——— بعض اوقات تصحیح حسبِ ذیل شکل میں ظاہر کی جاتی ہے:۔ بارپیما کی درجہ خوانی کے بعد اُس میں سے ب سمر گھٹا لو۔ اور حاصل تفریق سے ۰ مئی کے اوپر ہر درجے کے لئے پھر س سمر گھٹا لو۔ مندرجۂ ذیل مساوات سے اِس شکل کا ضابطہ بغیر زیادہ دِقّت کے بطور مشق حاصل کیا جاسکتا ہے:۔

$$ک_۰ = \frac{ک\{۱ + ب(ت - ت_۰)\}}{۱ + عت}$$

اِس سے حسب ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے:۔

$$ک_۰ = ک\{۱ - ب ت_۰ - (عہ - ب) ت\}$$

اُوپر کے ضابطے میں ب، ک ب $ت_۰$ ہے جو تقریباً مستقل مقدار ہے۔ اور اِس کی قیمت ک کی ۷۶ سمر قیمت کے لحاظ سے دریافت کی جاتی ہے۔

اُوپر کے ضابطے میں س، ک (عہ - ب) ہے یہ بھی تقریباً مستقل مقدار رکھتی ہے۔ اور اِس کی قیمت ک کی قیمت ۷۶ سمر فرض کرکے دریافت کی جاتی ہے۔

۳ — بند حجم کی گیس کا دباؤ

بند حجم کی گیس کے دباؤ کی پیمائش عموماً پارے دار لانما نلی کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اِس نلی کے ایک منہ کا اُس بند حجم سے تعلق کیا جاتا ہے جس کے اندر کے دباؤ کی پیمائش مدِ نظر ہے۔ اور دُوسرا سرا کرۂ ہوائی میں کُھلا رہتا ہے۔

لانلی کی دونوں ساقوں میں پارے کی بلندیوں کا

فرق بند حجم کے اندر کے دباؤ اور کرۂ ہوائی کے بیرونی دباؤ کا فرق بتاتا ہے۔
پس اگر بند حجم س کے اندر دباؤ د (سمر پارے کی بلندی) ہو۔ اور کرۂ ہوائی کا دباؤ (بارپیما کی بلندی) ہ ہو۔ تو د اور ہ کا باہمی رشتہ حسبِ ذیل ثابت ہوتا ہے:۔

د = ہ + (ب - ا) (شکل ۱۰۱ ملاحظہ ہو)

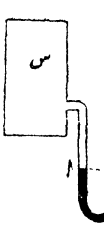
اگر نقطہ ب نقطہ ا کے نیچے ہو تو (ب - ا) منفی مقدار ہے۔ اس لئے دباؤ د ہ سے کم ہوگا۔
اگر خواہش ہو تو مندرجۂ بالا جملہ اس صورت کے لحاظ سے حسبِ ذیل لکھا جا سکتا ہے:۔

د = ہ - (ا - ب)

یہ دونوں جملے جبر و مقابلہ کے نقطۂ نظر سے ایک ہی ہیں۔ اور دونوں کی شکلیں بالکل عام ہیں۔
بعض دفعہ جب بارپیما کی بلندی پڑھنے سے اجتناب منظور ہو تو سطح ب کا تعلق خلا سے کر دیا جاتا ہے۔ اس صورت میں

د = ب - ا

مگر یہ طریقہ شاذ و نادر استعمال کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۰۱ - دباؤ کی پیمائش

جب نلی ب ہوا میں کھلی ہو تو بند حجم س کے اندر کے دباؤ کی پیمائش محسوب کرنے کے لئے سب سے پہلے یہ ضروری ہے کہ بارپیما کی بلندی پڑھ لی جائے اور ب اور ا کی

سطحوں کے درمیان کا فاصلہ دریافت کر لیا جائے۔ اس ہدایت کو خاص طور سے ملحوظِ خاطر رکھا جائے۔ اگر دورانِ تجربہ میں بارپیما کی بلندی بدل جائے تو مقدار ہ کی قیمت مختلف اوقات کی درجہ خوانیوں میں مختلف ہوگی۔

اگر تجربے میں غایت درجے کی صحت مقصود ہو تو بارپیما کو ب اور ا کے ہر مشاہدے کے بعد فوراً پڑھ لینا چاہیئے۔ بہرحال گیسوں پر ہر تجربے کے قبل اور بعد بارپیما پڑھ لینا چاہیئے۔ اور بارپیما کی ان دو درجے خوانیوں میں جو فرق ہو اس کو مشاہدات پر علی التناسب تقسیم کر دو۔

۴۔ کلیۂ بائیل کی تصدیق

کلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے (صفحہ ۲۶۶) گیس کی ایک مقدار شیشے کی ایک نلی میں بند کر دی جاتی ہے اور اس گیس اور خارجی کرۂ ہوائی کے بیچ میں پارا حائل رہتا ہے۔ یہ پارا ایک ایسی پچکدار ربڑ کی نلی میں رہتا ہے جس کا ایک سرا مذکورۂ بالا گیس دار نلی سے منسلک ہے۔ اور دوسرا سرا شیشے کی ایک اور نلی میں لگا رہتا ہے اور اس نلی میں کرۂ ہوائی میں کھلی ہوئی پارے کی سطح دیکھی جا سکتی ہے۔ یا اس کی بجائے ایک دوسرا طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے۔ یعنی ان دونوں شیشے کی نلیوں کے دو سرے پگھلا کر ایک دوسرے میں جما دئے جاتے ہیں۔ اور ان دونوں کا الحاق ایک متحرک حوضک کے ساتھ کیا جاتا ہے۔ جیسا شکل ۱۰۲ سے واضح ہے۔

اس آلے کی سب سے عمدہ شکلوں میں نلی جس میں زیرِ تجربہ گیس رکھی جاتی ہے مکعب سمروں میں درجہ بند ہوتی ہے۔ ڈاٹ کی انتہا تک تعمیر کی ہوئی ظرف اس مقصد کے لئے کارآمد ہے۔ اگر اس قسم کی ظرف دستیاب نہ ہو تو اس کے بجائے شیشے کی چپٹے بند سرے کی نلی جس کا سوراخ

تمام ہموارانہ یکساں ہو استعمال کی جاسکتی ہے۔ اِس نلی میں مقدارِ گیس اُس طول کے متناسب ہے جو چپٹے سِرے اور پارے کی سطح کے درمیان واقع ہے۔

ظرفک دار آلے کی ترتیب اور درجہ خوانی مندرجۂ بالا آسان شکل کی نلی کے مقابلے میں زیادہ سہل ہے۔ اگر زیادہ احتیاط مدِنظر ہو تو اِس میں ایک خشک کرنے کی نلی لگادی جائے تاکہ ظرفک کی ڈاٹ بند کرنے سے پہلے اُس میں ہوا (یا کوئی اَور گیس جو زیرِ تجربہ ہو) بالکل خشک ہوجائے۔

یہ ضروری ہے کہ ڈاٹ نہایت ٹھیک طور سے بند کی جائے ورنہ زیادہ دباؤ کے تحت میں نلی سے ہوا باہر نکلنے لگیگی۔ اور اِس وجہ سے زیرِ تجربہ گیس کی مقدار بدل جائیگی۔ لہٰذا کُل درجہ خوانیاں ناقص ہوجائینگی۔

تجربہ ۸۴۔ کُلّیۂ بائیل کی تصدیق (آلہ ۱۔۱)۔

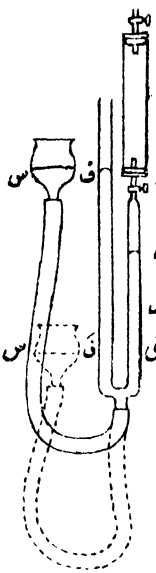
اِس قسم کے آلے کا استعمال حسبِ ذیل طریقے سے ہوتا ہے:۔

ڈاٹ ا اور ب دونوں کو پہلے کھول دیتے ہیں۔ اور حوضک س کو اُونچا کرکے پارا ڈاٹ ب تک چڑھادیا جاتا ہے۔ حوضک س کو پھر نیچے کرکے اِن ڈاٹوں میں سے ہوا کو داخل ہونے دیتے ہیں۔ یہاں تک کہ ظرفک ڈ تک ہوا سے پُر ہوجائے۔ ب اور ڈ کے بیچ میں تقریباً ۳۰ مکعب سمر ہوا کو داخل ہونے دینا چاہیئے۔

ڈاٹ ا بند کردی جاتی ہے اور حوضک س کو پھر اُونچا کرکے ہوا کو خشک کرنے والی نلی میں واپس کیا جاتا ہے یہاں تک کہ پارا ب تک پہنچ جائے۔

ہوا کو ا اور ب کے بیچ میں چند منٹ تک

رہنے دیا جاتا ہے تاکہ وہ بالکل خشک ہو جائے۔ پھر حوضک س نیچے اُتاری جاتی ہے یہاں تک کہ ظرفک میں پارے کی سطح ڈ پر واپس آجاتی ہے۔ اِس عمل سے ب ڈ تقریباً خشک ہوا سے پُر ہو جاتی ہے۔ پھر ب کو بند کر دیا جاتا ہے تاکہ ب اور ڈ کے درمیان ہوا کی ایک خاص مقدار بند ہو جائے۔ اور آلہ تجربے کے لئے اب تیار ہے۔



شکل ۱۰۰۔ کُلیۂ بائیل (آلہ ۱)

س کو اُوپر نیچے کرنے سے ظرفک میں گیس پر مختلف دباؤ ڈالے جا سکتے ہیں۔ اور گیس کا حجم بدلتا جائیگا یہاں تک کہ گیس کا دباؤ اُس دباؤ کے برابر ہو جاتا ہے جو اُس پر باہر سے ڈالا جاتا ہے۔

دُوسری نلی (ف) میں پارے کی سطح کی بلندی وُہی ہوگی جو حوضک س کے پارے کی۔ اِس لئے کہ دونوں سطحیں کرۂ ہوائی میں کھُلی ہیں۔

اگر حوضک کے کسی مقام کے تحت میں بغلی نلی میں پارے کی سطح ف ہو اور ظرفک میں ی ہو تو ظرفک کے اندر گیس پہ دباؤ حسبِ ذیل حاصل ہوتا ہے:—

$$\text{دباؤ} = ہ + (ف - ی)$$

جہاں ہ بارپیما کی بلندی ہے۔

اِن نلیوں کے ٹھیک پیچھے ایک انتصابی پیمانہ لگا رہتا ہے جس پر سطوح ف اور ی کے مقام کی درجہ خوانی ہوتی ہے۔

اِس شکل کے آلے میں کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم اور زیادہ دونوں دباؤ کے تحت میں تجربے کئے جا سکتے ہیں۔ بشرطیکہ ظرفک اور بغلی نلی ہر دو کافی لمبان کی ہوں۔ اگر دباؤ زیر تجربہ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم ہو تو مندرجۂ بالا سطوح ف اور ی کی بجائے بالترتیب سطوح فَ، یَ حاصل ہونگے۔ یہ صورت اُس وقت حاصل ہوتی ہے جب حوضک س اُس مقام تک اُتاری جاتی ہے جس کی توضیح شکل ۱۰۲ میں نقطہ دار لکیروں سے کی گئی ہے۔

یہاں ب اور ی، بَ اور یَ، وغیرہ کی درمیانی فضائیں حجم ہیں۔

چند مختلف بلندیوں پر حوضک کو رکھو تاکہ آدھے مشاہدے کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے تحت میں کئے جا سکیں۔ اور آدھے مشاہدے اِس دباؤ سے کم دباؤ کے تحت میں۔

ہر تجربے میں ظرفک کے اندر گیس پر مجموعی دباؤ کو محسوب کرو۔ (اس امر کے لئے بارپیما کی بلندی پہلے دریافت کرنا ضروری ہے)۔ اور ہر دباؤ کے تحت میں ظرفک کی گیس کا حجم بھی قلم بند کرلو۔ ثابت کرو کہ حاصل ضرب دباؤ × حجم ہر ترتیب میں ایک ہی ہے۔

اپنے مشاہدات کو حسب ذیل جدول میں مرتب کرو:۔

بارپیما کی بلندی = ک = ... سمر

بغلی نلی ف میں درجہ خوانی	ظرفک ی میں درجہ خوانی	ف ـ ی	مجموعی دباؤ = ک + (ف ـ ی) = د	گیس کا حجم ح	ح د
		(ان مقداروں میں سے آدھی کی تفتیش منفی ہوگی)			

تنبیہ۔ اِس کا خیال رہے کہ ف ۔ ی اور ھ ایک ہی اکائیوں میں استعمال کئے جائیں ۔ یعنی ف ۔ ی اور ھ دونوں کی پیمائش سمر میں ہونی چاہیئے ۔ ایسا نہ ہونا چاہیئے کہ ف ۔ ی کی قیمت سمر میں اور ھ کی قیمت ممر میں لکھی جائے ۔

گیس دار نلی کے سرے پر اگر ڈاٹ نہ ہو تو اُس میں گیس کسی اور طریقے سے داخل کی جا سکتی ہے ۔ اور پھر اُوپر کے بیان کے مطابق تجربے کی تعمیل ہو سکتی ہے ۔ اگر اس امر کی ضرورت ہو کہ تجربہ کُرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت میں کیا جائے تو پارے کو داخل کرنے سے پہلے گیس دار نلی کو بہت زیادہ گرم کرنا ہوگا ۔

اِس صورت میں تجربہ شروع کرنے سے پہلے یہ ضروری ہے کہ نلی کو بالکل ٹھنڈا ہونے دیا جائے ۔

اِس طریقے سے نلی میں ہوا کی مقدار کو کم و بیش کرنا کچھ آسان نہیں ۔ اور اِس کوشش میں عملی اکثر ٹوٹ جاتی ہے ۔ مبتدی کو ہرگز نہ چاہیئے کہ اس کی کوشش کرے ۔

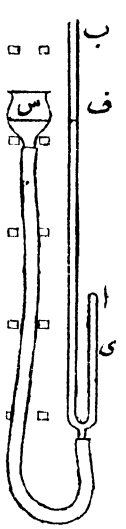
اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ دستیاب نہ ہو تو کُلّیہ کی تصدیق کے لئے اکثر اوقات یہ قابلِ ترجیح ہے کہ نلی میں ہوا کی مقدار مندرجۂ بالا طریقے سے کم و بیش کرنے کی بجائے دو الگ الگ آلے (کرۂ ہوا کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے لئے اور دُوسرا اِسی دباؤ سے کم دباؤ کے لئے) استعمال کئے جائیں ۔ اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ بھی دستیاب ہو ۔ پھر بھی اِن دو مختلف شکلوں کے آلے کا استعمال فائدے سے خالی نہیں ۔ کیونکہ دو ایسے مختلف شکلوں کے آلوں کے استعمال سے دباؤ کے مجموعی اختلاف کا اظہار زیادہ ممکن ہو جاتا ہے بہ نسبت اُس ایک ہی شکل کے آلے کے استعمال سے جس کا ذکر اُوپر ہو چکا ہے ۔ اور اس طرح سے کُلّیۂ ہذا کی تصدیق دباؤ کے تجربات کی ایک زیادہ بڑی وسعت تک ہو جاتی ہے ۔ مزید برآں طالبِ علم بھی

مختلف اشکال کے آلوں سے جو گیسی دباؤ کی پیمائش میں استعمال کئے جاسکتے ہیں واقف ہو جاتے ہیں۔

تجربہ ۷۵ — کلیۂ بائیل کی تصدیق۔ آلہ ۲ (کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے تحت میں)۔

آلہ زیر بحث کلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے اس وقت استعمال کیا جاتا ہے جب دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ ہوتا ہے۔

ہوا جس پر تجربہ کیا جاتا ہے شیشے کی نلی ا میں رکھی جاتی ہے۔ اس نلی کے نیچے کے حصے کا پارے کی ایک حوضک س اور ایک دباؤ نلی ب سے تعلق ہے۔ (ا میں گیس کی خاص مقدار پر دباؤ) = (کرۂ ہوائی کا دباؤ) + (ا اور ب میں پارے کی سطحوں کی بلندیوں کے فرق کے سبب سے دباؤ) - کرۂ ہوائی کا دباؤ بارپیما کے ذریعے سے دریافت ہوسکتا ہے۔



شکل ۱۳۲۔ کلیۂ بائیل (آلہ ۲)

فرض کرو کہ یہ دباؤ ھ سم پارے کا ہے۔ گیس کا حجم فصل ای کے متناسب تصور کیا جاسکتا ہے۔ اور اس فصل کی پیمائش آلے سے لگے ہوئے پیمانہ سے ہوتی ہے۔

اگر ہم حوضک کو اونچا کریں۔ ا میں ہوا پر دباؤ بڑھ جائیگا۔ اور ہوا کا حجم گھٹ جائیگا۔ دباؤ = کرۂ ہوائی کا دباؤ + وہ دباؤ جو پارے کا ستون ف ی ڈالتا ہے۔

یعنی $د = ھ + (ف - ی)$

لیا حجم ح کے برابر ہے۔ اور یہ ای کے متناسب ہے۔

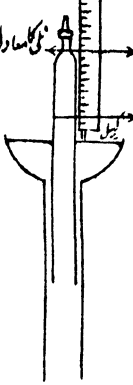
اسی طرح پارے کے حوضک کے مختلف مقامات کے لحاظ سے د اور ح کی قیمتیں دریافت کرو اور حاصل ضرب (د × ح) کی قیمتیں محسوب کرو۔ اگر کلیۂ بائیسل کی پابندی ہو رہی ہو تو یہ قیمتیں مستقل ملینگی۔

نتیجوں کو جدول کی شکل میں مرتب کرو جس طرح آلہ ۱ صفحہ ۲۸۵ کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

دباؤ کو معین اور حجم کو فصلہ مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ تیار شدہ منحنی قائم زاید کی شکل کا ہونا چاہیئے۔

تجربہ ۷۶۔ کلیۂ بائیل کی تصدیق۔ آلہ ۳۔

(کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت) یہ تیسری قسم کا آلہ کلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ ہم کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت ایک بڑی سعت تک تجربہ کر سکیں۔



شکل ۱۰۲ کلیۂ بائیل (آلہ ۳)

سادہ شکل میں یہ آلہ ایک شیشہ کی ہموار نلی پر مشتمل ہے جو پارے سے بھری ہوئی لوہے کی نلی کے اندر اوپر نیچے متحرک کی جا سکے۔ لوہے کی نلی کا بالائی سرا چوڑے پیالہ کی شکل کا ہے۔ سرے کی ایسی شکل کی وجہ سے اندرونی نلی لوہے کی نلی کے اندر نہ صرف ایک بڑی حد تک اتاری اور چڑھائی جا سکتی ہے بلکہ اس عمل سے پارے کی خارجی سطح کی بلندی میں کوئی معتد بہ فرق نہیں ہوتا۔

اندرونی شیشہ کی نلی میں گیس کا دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے بمقدار

اُس دباؤ کے کم ہے جو پارے کے اُس اُستوانہ سے پیدا ہوتا ہے جس کی بلندی خارجی اور اندرونی پارے کی سطحوں کا درمیانی فاصلہ ہے۔

اِس بلندی کی پیمائش کے لیے انتصابی پیمانہ سے لگی ہوئی باریک کیل اِس طرح مرتب کی جاتی ہے کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھُوتی رہے (ملاحظہ ہو شکل ۱۰۴)۔ اندرونی پارے کی سطح کی بلندی درجہ خوانی ب اور کیل کے طول (لاسم) کے مجموعے سے حاصل ہوتی ہے اور یہ مقدار وہ ہے جو نلی کے اندر ہوا کے دباؤ میں کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کمی بتاتی ہے۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں ہو تو اُس میں گیس کا حجم، نلی کے اُس طول کا متناسب ہے جہاں تک گیس ہے۔

ڈاٹ کے نیچے نلی کی گردن پر ایک نشان لگا دیا جاتا ہے۔ یہ نشان نلی کے "مُعادل سرے" کی تعبیر کرتا ہے۔ یعنی یہ نشان وہ نشان ہے جہاں نلی کا سرا، نلی کے سوراخ کے یکساں ہونے کی حالت میں ہوتا اور نلی کا حجم وُہی ہوتا جو حقیقی حجم ہے۔

اندرونی پارے کی سطح اور نشانِ مذکور کا درمیانی فاصلہ، نلی میں گیس کے حجم کے متناسب ہے۔

شیشہ کی نلی کی ڈاٹ کھول کر نلی کو پارے میں یہاں تک اُتارو کہ نلی کا سرا خارجی پارے کی سطح سے تقریباً ۱۵ سم بلند رہے۔

احتیاط سے ڈاٹ کو بند کرو۔ بند کرتے وقت اُس کو اس طرح گھماؤ کہ وہ اندر کی طرف آہستہ آہستہ دبتی رہے۔ اور دورانِ تجربہ میں اُس کو دوبارہ ہاتھ نہ لگاؤ ورنہ نلی میں اَور ہوا داخل ہو جانے کا خدشہ رہیگا اور اِس وجہ سے گیس زیرِ تجربہ کی مقدار بدل جائیگی۔

اب نلی کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے برابر ہے۔

کیل لگے ہوئے میتری پیمانے کو اِس طرح مرتب کرو کہ کیل کی نوک خارجی پارے کی سطح کو چھُوتی رہے اور نلی کے "مُعادل سرے" کے برابر پیمانہ کی درجہ خوانی دریافت کرو۔

نلی کو یہاں تک اونچا کرو کہ اندرونی پارے کی سطح میتری پیمانہ کے صفر سے کچھ اوپر رہے۔ اور کیل کو اس طرح مرتب کرو کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔ اِس کے بعد پیمانہ پر، نلی کے مُعادل سرے، کے محاذی درجہ خوانی ا کو قلمبند کرو اور اندرونی پارے کی سطح کی بلندی ب بھی دریافت کرو۔

نلی کو متعدد مرتبہ چند سمر اوپر اُٹھا اُٹھا کر ا اور ب درجہ خوانیوں کو دُہراؤ مگر اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ کیل کی نوک ہر پیمائش میں خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔

تجربہ کو اُس وقت تک جاری رکھو کہ نلی کو اور اوپر اُٹھانے سے پیالے میں کچھ پارا باقی نہ رہے۔

تجربوں کے کم سے کم چھ سلسلے مشاہدہ کئے جائیں اور جن دباؤں کے تحت تجربے کئے جائیں، اُن سب پر مشاہدات ہموارانہ منقسم رہیں۔

نلی کو دوبارہ اُس ابتدائی مقام تک پارے میں اُتارو جس پر پہلی درجہ خوانیاں لی گئی تھیں۔ اگر اِس وقت درجہ خوانیاں پہلی درجہ خوانیوں کے مطابق نہ ہوں تو یہ ضرور ہے کہ ڈاٹ کے بند کرنے میں کسی نقص کی وجہ سے کچھ ہوا داخل ہو گئی ہو۔ اِس صورت میں ڈاٹ کو ٹھیک طور سے پھر ہوا بند کر کے تجربے کو دُہرانا چاہیئے۔

بار پیما کو پڑھ کر کرۂ ہوائی کے دباؤ کو پارے کے سنتی میتروں میں ظاہر کرو۔

مشاہدات کے نتائج کو مفصلۂ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

کیل کا طول، لا = ... سمر

درجہ خوانی ا	درجہ خوانی ب	دباؤ د = کرۂ ہوائی۔(ب+لا)	۱۰ ا حجم ح = (ب)	ح د

آخری خانہ کی رقمیں مستقل ہونی چاہئیں۔

دباؤ اور حجم کا منحنی تیار کرو۔ اس منحنی کو قائم زائد ہونا چاہئے۔

اس طریقہ سے کلیۂ بائیل کی تصدیق ممکن ہے۔ یعنی اس امر کی تصدیق کہ کسی خاص مقدار کی گیس کا حجم اور دباؤ کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے بشرطیکہ تپش مستقل رہے۔

فصل یازدہم

سطحی تناؤ

۱۔ سطحی تناؤ کی تعریف

مائع کی سطح اپنے ہر مقام پر اس طرح عمل کرتی ہے گویا کہ وہ تناؤ کی حالت میں ہے۔ اس کی تشریح کے لئے ربڑ کی تنی ہوئی جھلی بطور تشبیہ اکثر پیش کی جاتی ہے۔ لیکن اس تشبیہ میں ایک اہم فرق قابلِ لحاظ ہے کہ اگر ربڑ کی جھلی تانی جائے تو جھلی کی سطح میں اسی خط پر تناؤ کا عمل جھلی کے بڑھاؤ کے ساتھ ساتھ زیادہ ہوتا جاتا ہے، مگر مائع کی سطح میں اس تناؤ کی زیادتی اس طرح واقع نہیں ہوتی۔

مائع کی سطح میں کسی فرضی خط کے اکائی طول پر علی القوائم عمل کرنے والا تناؤ (ڈائنوں میں) مائع مذکور کا سطحی تناؤ کہلاتا ہے۔

سطحی تناؤ نہ صرف مائع کی نوعیت پر منحصر ہے بلکہ اُس کی سطح کی دوسری جانب کے واسطہ پر بھی موقوف ہے۔ یعنی ہوا سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کا سطحی تناؤ پانی سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کے سطحی تناؤ سے بالکل مختلف ہے۔ اگر پارا، پوٹاسیم ڈائی کرومیٹ (Potassium Dichromate) کے ہلکے محلول میں رکھا جائے تو اِس محلول کا اثر پارے کے سطحی تناؤ پر بہت نمایاں ہوگا۔ اِس صورت میں پارا، اپنا "پارا پن" کھو دیتا ہے اور اُس میں ایک ایسی سُستی پیدا

ہو جاتی ہے جو اُس کی اُس سیلانیت سے بالکل مختلف ہے جبکہ وہ ہوا سے مس کرتا ہے۔
لہٰذا جس وقت ہم مائع کے متعلق سطحی تناؤ کا لفظ استعمال کرتے ہیں تو یہ سمجھنا چاہئے کہ ہمارا مقصد اُس سطحی تناؤ سے ہے جو مائع اور ہوا کی مشترک سطح میں پیدا ہوتا ہے۔

۲۔ سطحی تناؤ کے اثرات

شعریت

جب کبھی کوئی باریک نلی کسی مائع سے بھری جائے اور اُس کا نیچے کا سرا اُسی مائع سے بھرے ہوئے بڑے برتن میں ڈبو دیا جائے تو پہلے کچھ مائع نلی میں سے نیچے بہ جائیگا اور آخرکار برتن کے مائع کی سطح سے اوپر، نلی میں مائع کا قابلِ پیمائش ستون رہ جائیگا۔
مائع کے سطحی تناؤ کی وجہ سے نلی اِس ستون کو سہارے رہتی ہے اور یہ سطحی تناؤ اس کی بلندی اور نلی کے ابعاد کے ذریعہ متعین ہوتا ہے۔
فرض کرو کہ نلی کا نصف قطر ص سمر ہے اور مائع کا سطحی تناؤ ت ڈائن فی سمر ہے۔ اُس خط کے علی القوائم جہاں نلی مائع کی سطح سے مس کرتی ہے، ایک قوت ت ڈائن فی سمر عمل کرتی ہے۔



شکل ۱۰۵
سطحی تناؤ کی وجہ سے قوت

یہ قوت مائع کی سطح سے پیدا ہوتی ہے اور اِس سطح کے خطِ تماس کے علی القوائم عمل کرتی ہے۔ لہٰذا اگر اس خط پر مائع کی سطح کا خطِ مماس، نلی کے پہلو سے زاویہ عہ بنائے (شکل ۱۰۵) تو ہمیں ت ڈائن فی سمر کی ایک ایسی قوت ملتی ہے جس کی سمتِ عمل انتصابی خط سے زاویہ عہ بناتی ہو۔
پورے خط پر، جس کا طول ۲ ط ص ہے، عمل کرنے والی قوت ۲ ط ص ت ہوگی مگر اس قوت کی سمتِ عمل تمام نقطوں پر انتصابی خط سے بقدر زاویہ عہ مائل ہے

اس لئے قوت کا صرف انتصابی جزو تحلیلی عمل کریگا اور تمام اُفقی اجزاء متعادل ہونگے اس لئے نلی کے خطِ تماس کے علی القوائم مائع ایک ایسی قوت سے نلی پر عمل کریگا جس کی مقدار ۲ π ص ف جم عہ اور سمتِ عمل نیچے کی طرف ہوگی۔

چونکہ عمل اور ردِ عمل آپس میں مساوی اور متضاد ہوتے ہیں اس لئے نلی بھی مائع پر متذکرۂ بالا قوت سے اوپر کی طرف عمل کریگی۔ یعنی نلی مائع پر اوپر کی طرف، خطِ تماس کے علی القوائم، مجموعی قوت بقدر ۲ π ص ف جم عہ ڈائن ڈالیگی۔ اور یہی قوت نلی میں چڑھے ہوئے مائع کے ستون کے وزن کو سہارے رہتی ہے اس لئے اگر ہمیں اس ستون کا وزن معلوم ہو جائے تو قوت مذکورۂ بالا کا تعین ہو جائیگا۔

چڑھے ہوئے ستون کا وزن ــــ مائع کی ہلالی سطح کے قاعدے تک یہ ستون، اُسطوانی شکل کا ہے۔ اِس قاعدے کے اوپر ہلالی حصہ کا حجم تقریباً نصف قطر کے نصف کُرہ کے اور اُس کے حائط اُستوانے کے حجموں کا فرق ہے۔

اگر ہلالی سطح کا پیندا مائع کی خارجی آزاد سطح سے ف بلندی پر ہو تو

چڑھے ہوئے ستون کا حجم = π ص۲ ف + (π ص۳ − ⅔ π ص۳)

= π ص۲ (ف + ⅓ ص)

اگر ف + ⅓ ص کو ف سے تعبیر کیا جائے تو

چڑھے ہوئے مائع کے ستون کی کمیت π ص۲ ف د ث، اور اُس کا وزن π ص۲ ف د ث ج ڈائن ہوگا۔ جہاں ث مائع کی کثافت ہے اور ج اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین۔

اِس لئے ۲ π ص ت جم عہ = π ص۲ ف د ث ج

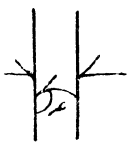
یعنی ت = $\frac{\text{ف د ص ث ج}}{\text{۲ جم عہ}}$

اُن تمام مائعات کے لئے جن سے نلی کی سطح بھیگ جاتی ہے، عہ = ۰

اور اس لئے جم عہ = ۱۔ لہٰذا اِس صورت میں

ت = $\frac{\text{ف د ص ث ج}}{\text{۲}}$

پارے کی خاصیت اِس امر میں جداگانہ ہے جو قابلِ ذکر ہے۔ یہ سطح کو نہیں بھگوتا اور چونکہ اِس میں عہ کی قیمت ۹۰° سے زیادہ ہوتی ہے اس لئے جم عہ منفی ہے۔ اور جم عہ کی اس منفی قیمت کی وجہ سے پارے میں ف منفی رہتا ہے۔ یعنی پارا بجائے اوپر چڑھنے کے نلی میں برتن کی خارجی سطح سے نیچے اُتر آتا ہے۔



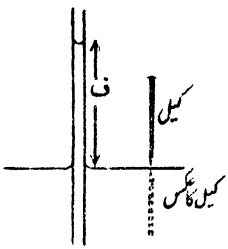
شکل ۱۰۱۔ پارے پر سطحی تناؤ کے اثرات

تجربہ ۱۷۷۔ شعری نلی میں پانی کے چڑھاؤ سے سطحی تناؤ کی تعیین۔ ایک شعری نلی کو پہلے کاوی سوڈے[1] سے صاف کرو اور اس کے بعد نائیٹرک ترشہ سے۔ اور پھر زیادہ پانی سے خوب دھو دو یہاں تک کہ نلی میں ترشہ کا کوئی شائبہ باقی نہ رہے۔ اِس نلی کو پتلے شیشے کے پانی سے بھرے ہوئے ایسے منقارے میں رکھو جس کی دیواریں انتصابی ہوں۔ پھر نلی کو پانی میں اس قدر نیچے اُتارو کہ تمام نلی پانی سے پُر ہو جائے۔ بعد ازاں نلی کو اوپر اٹھاؤ یہاں تک کہ نلی میں پانی کا ستون قائم ہو جائے۔ کشید کئے ہوئے پانی کے بہ نسبت معمولی پانی کا استعمال قابلِ ترجیح ہے کیونکہ کشید کئے ہوئے پانی کی سطح پر اکثر چکنائی موجود رہتی ہے۔

مائع کے ستون کی بلندی کی پیمائش۔ تقسیمی پرکار کے ذریعہ ستون کی بلندی براہِ راست اِس طرح دریافت ہو سکتی ہے کہ اُس کی ایک نوک برتن میں پانی کی خارجی سطح پر اور دوسری نوک ہلالی سطح کے پست ترین نقطہ پر رکھی جائے۔ مگر اکثر اوقات اِس امر کے لئے ارتفاع پیما خرد بین استعمال کی جاتی ہے۔ خرد بین کو پہلے اس طرح مرتب کرو کہ اُس کا اُفقی تار نلی میں پانی

[1] کاوی سوڈے کے استعمال کی غرض یہ ہے کہ نلی سے چکنائی دُور ہو جائے۔ ترشہ سوڈے کے بعد اس لئے استعمال کیا جاتا ہے کہ وہ بہ مقابلہ سوڈے کے بآسانی پانی سے دُھل جاتا ہے۔

کی ہلالی سطح سے مس کرتا ہوا نظر آئے۔ اور پھر اُس کو یہاں تک نیچے اُتار کر اس طرح مرتب کرو کہ ایک ایسی کیل کی نوک جو پانی کی سطح کے بہت ہی قریب ہو مگر اُسے چھوتی نہ ہو، خُردبین کے میدانِ منظر میں اِس طرح آجائے کہ اُس کا اُفقی تار، اِس نوک اور پانی میں اُس کے عکس کے عین وسط میں نظر آئے۔

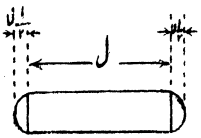


شکل ۱۰۷ شعری نلی میں مائع کا چڑھاؤ

اُس انتصابی فاصلہ کی پیمائش جہاں تک ان دونوں مقاموں کے درمیان خُردبین کو اُتارنا پڑتا ہے، خُردبین کے استادہ سے لگے ہوئے پیمانہ کے ذریعہ ہوتی ہے۔ اور اس طرح ف کی صحیح قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

نلی کے سُوراخ کی پیمائش

نلی کے سوراخ کی پیمائش کے لئے پہلے نلی کو خشک کر کے اُس میں صاف پارا چڑھایا جاتا ہے۔ اس کے بعد نلی کے اندر پارے کی ڈوری کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ پھر اِس پارے کو معلوم وزن کی پیالی میں ڈال کر اُس کا وزن دریافت کر لیا جاتا ہے۔ پارے کی کمیت سے نلی کا نصف قطر محسوب کیا جا سکتا ہے بشرطیکہ پارے کی کثافت معلوم ہو۔



شکل ۱۰۸۔ پارے کا ڈورا

$$\text{پارے کی ڈوری کے مادہ کی کمیت} = \pi \text{ص}^2 \text{ل ث}$$

جہاں ث پارے کی کثافت اور ل پارے کی ڈوری کا طول ہے۔
ڈوری کے طول کی پیمائش کے وقت یہ معلوم ہو گا کہ پارے کے سرے چپٹے نہیں بلکہ اُبھرے ہوئے ہوتے ہیں۔ اگر پارے کی ڈوری کے اُسطوانی حصے کا طول ل ہو اور دونوں اُبھرے ہوئے حصوں کا مجموعی طول لا ہو تو پارے کی ڈوری کا

حجم ہوگا:-

$$۲۲ \text{ ص}^۲ \text{ ل} + \frac{۴}{۳} ۲۲ \text{ ص}^۳ \text{ لا}$$

دوسری رقم کی قیمت اِس مفروضہ پر حاصل کی گئی ہے کہ ڈوری کے دونوں اُبھرے ہوئے سرے نصف ناقص نما ہیں۔

پس پارے کا حجم

$$۲۲ \text{ ص}^۲ [\text{ل} + \frac{۴}{۳} \text{لا}] \text{ ہے۔}$$

صفحہ ۲۹۷ کے ضابطہ میں $[\text{ل} + \frac{۴}{۳} \text{لا}]$ کو ل سے تعبیر کیا گیا ہے۔

نلی کے نصف قطر کی پیمائش کا ایک اَور طریقہ یہ ہے کہ نلی کو اُس جگہ پر سے عموداً کاٹ دیا جاتا ہے جہاں مائع کی ہلالی سطح قائم تھی۔ اِس عمودی تراش کو اِس طرح اُفقاً قائم کرتے ہیں کہ وہ متحرک خُردبین میں نظر آئے۔ سوراخ کے قطر کی پیمائش خُردبین کے چشمہ کی ماسکی سطح میں رکھے ہوئے خُردہ پیما کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ اِس خُردہ پیما کی تعیر کسی معیاری پیمانہ کو اسی خردبین سے دیکھ کر کی جاتی ہے۔ خردبین کے ذریعہ یہ دیکھا جاتا ہے کہ خُردہ پیما کے کتنے درجے معیاری پیمانہ کے ایک ملی میٹر کے ساتھ منطبق ہوتے ہیں۔ مگر اِس امر کے مشاہدہ کرنے میں اِس بات کا لحاظ رہے کہ نلی کے قطر کے مشاہدہ کرنے میں خردبین کی جو ترتیب تھی اُس میں کسی قسم کی تبدیلی نہ ہونے پائے (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۶)۔

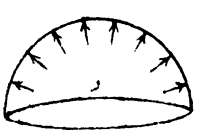
پارے کی ڈوری کے ذریعہ نصف قطر کی پیمائش کا طریقہ خردبین کے طریقہ سے کہیں زیادہ صحیح ہے۔ پارے کی ڈوری کی لمبائی نلی کے مختلف مقامات پر دریافت کرکے اِس کا اندازہ ہوسکتا ہے کہ آیا نلی کا سُوراخ تمام یکساں ہے یا نہیں۔ اِس امر کا امتحان تجربہ شروع کرنے سے پہلے ہی کرلینا چاہئے۔ اگر نلی میں معتدبہ ناہمواری ہو تو نلی کو تجربہ سے خارج کردینا چاہئے۔

مختلف سوراخ کی کم سے کم تین نلیوں پر تجربے کرنے چاہئیں۔ اور یہ ثابت

کرنا چاہئے کہ ف، نصف قطر ص کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔
اگر پانی کے علاوہ کوئی اور مائع استعمال کیا جائے تو سطحی تناؤ محسوب کرنے سے قبل اُس کی کثافت دریافت کر لینی چاہئے۔

منحنی سطحوں کی وجہ سے دباؤ

صابُون کے بُلبلے کے اندر دباؤ۔ صابُون کے بلبلے کے اندر کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے بقدر ایک چھوٹی مقدار د کے زیادہ ہے۔ بُلبلے کے بالائی نصف کرہ کے تعادل پر غور کرو۔ دباؤ کی زیادتی د اِس نصف کرہ پر عمل کرتی ہے اور اس میں اوپر کی طرف ایک حاصل قوت پیدا کرتی ہے جس کی مقدار د ۲ ص ۲ ہے۔ اور اِس قوت کا یہ تقاضا ہوتا ہے کہ بُلبلے کے بالائی اور زیریں دونوں نصف کرے ٹوٹ کر ایک دوسرے سے الگ ہو جائیں۔



شکل ۱۰۹۔ صابُون کے بُلبلے کے اندر دباؤ

دونوں نصف کرے سطحی تناؤ کی قوتوں سے آپس میں ملے رہتے ہیں۔ یہ تناؤ وہ قوتیں ہیں جو خطِ تماس کے گرد بُلبلے کی جھلّی کی دونوں سطحوں پر عمل کرتی ہیں۔ بُلبلہ پھیلتا جاتا ہے یہاں تک کہ سطحی تناؤ کی قوتیں اور بلبلے کو توڑنے والی قوت د ۲ ص ۲ آپس میں متعادل ہو جائیں۔

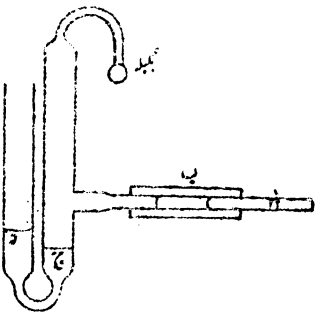
نصف کروں کے درمیان ہر سطح میں خطِ تماس کی لمبائی ۲ ۲ ص ہے۔ چونکہ جھلّی کی سطحیں دو ہوتی ہیں اس لئے نصف کروں کو ملے رکھنے کے لئے سطحی تناؤ کی وجہ سے جو مجموعی قوت درکار ہے اُس کی قیمت ۲ (۲ ۲ ص ت) ہے۔

لہٰذا ۲ ۲ ص ت = د ۲ ص ۲

یا

تجربہ ۱۱۸۔ صابنوں کے محلول کے سطحی تناؤ کی تعیین بلبلے کے اندر کے دباؤ سے

شکل ۱۱۱ میں شیشے کی سلاخ ا کو آلے کے پہلو میں لگی ہوئی ربر کی نلی ب میں آہستہ آہستہ ڈھکیل کر آلے کے سرے پر ایک چھوٹا بلبلہ بناؤ۔



شکل ۱۱۱۔ بلبلوں کے اندرونی دباؤ کا آلہ

ایک ایسی خردبین کے ذریعہ جس میں اُفقی اور انتصابی پیمانے لگے ہوں، بلبلے کا اُفقی قطر دریافت کرو۔ پہلے اُفقی پیمانہ کے ذریعہ اُفقی قطر ناپنے کے لئے خردبین کو اس طرح متحرک کرو کہ اُس کا انتصابی متقاطع تار بلبلے کے خیال سے پہلے ایک طرف، اور پھر دوسری طرف مس کرے۔ خردبین کی ان دو وضعوں کا درمیانی فاصلہ اُفقی قطر کے برابر ہوگا۔ اب متحرک خردبین کے انتصابی پیمانے کی مدد سے نلیوں ج اور د میں پانی کی بلندیوں کا فرق ف دریافت کرو تو بلبلے کے اندر کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادتی دباؤ

د = ف ث ج ڈائن فی مربع سمر

جہاں ث لامائی کے خمدار حصے میں پانی کی کثافت ہے۔ ص کی پیمائش پہلے ہو چکی ہے۔

مندرجۂ ذیل مساوات سے سطحی تناؤ کی قیمت ڈائن فی سم میں منسوب کرو۔

$$\text{ت} = \frac{\text{د ص}}{\text{ط}}$$

مختلف جسامت کے دو یا تین بلبلوں پر مشاہدات حاصل کرو۔

خواصِ مادّہ پر مزید مشقیں

۱۔ ۱۵ سم نصف قطر اور ۱۵° زاویہ کا ایک قطاع دائرہ کھینچو۔ سطح پیما کے ذریعہ اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ اور ترازو کی مدد سے اپنے نتیجہ کی تصدیق کرو۔

۲۔ ۲۰ سم محورِ عظم اور ۱۰ سم محورِ اصغر کا ایک ناقص کھینچو اور سطح پیما کی مدد سے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۔ ایک دی ہوئی تختی کا رقبہ اور کثافت، پہلے اُس کو ہوا میں اور پھر پانی میں تول کر اور اُس کی موٹائی ناپ کر دریافت کرو۔

۴۔ ایک میتری پیمانے اور ایک ماسکونی ترازو کی مدد سے ایک دیے ہوئے تار کی تراشِ عمودی کا اوسط رقبہ دریافت کرو۔

۵۔ ماسکونی ترازو اور خُردہ پیما کے ذریعہ تار کی ایک دی ہوئی اُنجمن کی لمبائی اور کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۶۔ ایک معلوم کثافتِ اضافی کے مائع میں ایک ٹھوس جسم کو تول کر اُس کی کثافتِ اضافی معلوم کرو۔

۷۔ ایک دیے ہوئے ٹھوس جسم کو ہوا میں، پانی میں، اور ایک دیے ہوئے مائع میں تولو۔ حاصل شدہ وزنوں سے جسمِ مذکور کی اور دیے ہوئے مائع کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۸۔ شکر اور پانی کا وزن کے لحاظ سے ٹھیک ۱۰ فیصدی محلول تیار کرو۔ اور محلولِ مذکور کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۹۔ معمولی نمک اور پانی کا ایک ایسا محلول تیار کرو کہ جس کے ۱۰۰ گرام میں ۱۵ گرام

نمک ہو۔ اِس محلول کی کثافت دریافت کرو۔

۱۰۔ نمک کا ایک ایسا محلول تیار کرکے اُس کی کثافتِ اضافی دریافت کرو جس کی کثافت اضافی دیے ہوئے پانی سے بھاری اور غیر مخلوط مائع کی کثافتِ اضافی کے برابر ہو۔

۱۱۔ ترازو کی مدد سے دیے ہوئے ظرف کی تعیر کرو۔

۱۲۔ ایک دی ہوئی معلوم طول کی تنگ نلی کا اندرونی حجم دریافت کرو اور اُس سے اوسط اندرونی قطر کی قیمت اخذ کرو۔

۱۳۔ دیے ہوئے کُرے کا نصف قطر کُرویت پیما کے ذریعہ ناپو۔ اُس کا وزن دریافت کرکے کُرے کے مادّہ کی کثافت معلوم کرو۔

۱۴۔ ایک جسم مائل سطح پر، سطح کے متوازی عمل کرنے والی قوت سے سہارا ہُوا ہے۔ ایک ایسی ترسیم تیار کرو جو قوت کی مقدار اور سطح مائل کی بلندی میں رشتہ ظاہر کرے۔

۱۵۔ سطح مائل کے استعمال سے دیے ہوئے گردونہ کے مادّے کی کمیت دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک میتری پیمانہ کے طول میں مختلف نقطوں کو نصاب قرار دے کر اور چھوٹے بازو پر مختلف اوزان لٹکا کر توازن پیدا کرو۔ اور میتری پیمانہ کا وزن بھی اخذ کرو۔

۱۷۔ دو دی ہوئی سطحوں کے درمیان سکونی رگڑ کا زاویہ دریافت کرو۔

۱۸۔ دی ہوئی مشین کے لئے رفتاری نسبت اور قوائی نسبت معلوم کرو۔ اور ان نسبتوں کی مدد سے اُس مشین کی استعداد بھی اخذ کرو۔

۱۹۔ دونوں سروں پر سہاری ہوئی ایک سلاخ کے وسط میں مختلف وزن لٹکا کر ایک ایسی ترسیم حاصل کرو جو مرکز کے جھکاؤ اور وزن میں رشتہ ظاہر کرے۔

۲۰۔ تار کے ایک سرے پر دیا ہُوا جفت لگایا گیا ہے۔ ایک ترسیم کھینچو جو تار کے زاویۂ مروڑ اور اُس کے طول میں رشتہ ظاہر کرے۔

حرارت

فصل اوّل

تپش پیمائی

۱۔ تمہید

تپش کے پیمانہ کے تعین کے لیے کسی جسم کی اُس خاصیت کو کام میں لاسکتے ہیں جو تپش کے ساتھ ہموار نہ بدلتی ہے۔ اگر پانی کے نقطۂ انجماد پر اس خاصیت کی قیمت $لا_0$ ہو اور معیاری دباؤ کے تحت پانی کے نقطۂ جوش پر $لا_{100}$ ہو تو اُس صورت میں ہم ایک درجہ مئی کو تپش کی اُس تبدیلی سے تعبیر کرتے ہیں جو اِس خاصیت میں $\frac{لا_{100}-لا_0}{100}$ تبدیلی پیدا کرتی ہے۔

اگر اِس خاصیت کی قیمت $لا_ت$ ہو جب جسم کسی خاص ماحول میں ہو تو ماحول کی تپش کی قیمت کسی خاص پیمانہ پر جو اِس خاصیت لا پر مبنی ہے حسبِ ذیل ہوگی:۔

$$ت^\circ \text{ مئی} = \frac{لا_ت - لا_0}{لا_{100} - لا_0} \times 100$$

اکثر عملی کاموں میں ہم ایسا پیمانہ استعمال کرتے ہیں جو شیشے کی نلی میں پارے کے ڈورے کے پھیلنے کی وضع پر مبنی ہو۔ پہلے نقطۂ انجماد اور پھر نقطۂ جوش پر

اِس کی وضعوں کا مشاہدہ کیا جاتا ہے اور اِن نقطوں کے درمیان تپش پیما کے تنے کو ۱۰۰ برابر حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے اور ہر حصہ کو ایک درجہ مئی قرار دیتے ہیں۔ شیشے کے دو سیمابی تپش پیما صرف اُس صورت میں ایک دوسرے سے مطابقت کرینگے جب کہ دونوں میں ایک ہی قسم کا شیشہ استعمال کیا گیا ہو اور ہر ایک کا سوراخ بھی بالکل ہموار ہو۔

"شیشے کے سیمابی تپش پیما" خاص کر اس لیے استعمال ہوتے ہیں کہ اُن کی شکل سادہ ہوتی ہے۔ علمی کاموں میں ہائیڈروجن گیس سے بھرا ہوا مستقل حجم والا تپش پیما، معیاری تپش پیما کے طور پر استعمال ہوتا ہے۔ (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۴۴)۔

کسی معمل کا حُسنِ عمل اِس بات پر منحصر ہے کہ آلات کے استعمال میں کافی احتیاط برتی جائے۔ اور طالب علم تپش پیماؤں جیسے نازک آلات کی دست ورزی میں ہر ممکنہ احتیاط ملحوظ رکھے۔ جس تپش کے لیے تپش پیما بنایا گیا ہے، اُس سے بلند تر تپش پر اُسے ہرگز نہ لے جانا چاہیے اور جب کام ہو جائے تو فوراً خول میں رکھ دینا چاہیے۔

تپش پیما پڑھنے میں اختلافِ منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ یعنی آنکھ کو اِس طرح رکھنا چاہیے کہ خطِ نظر پارے کے سرے پر تنے کے علی القوائم ہو تاکہ پارے کے ڈورے کے سرے سے منطبق ہونے والا درجہ مشاہدہ میں آجائے۔ طالب علم کو تپش پیما کے پڑھنے میں اس قدر مشق بہم پہنچانی چاہیے کہ وہ ۰٫۱ مئی کے دسویں حصے تک کا خود اندازہ کر سکے۔

یہ یاد رہے کہ تپش پیما اپنی ہی تپش بتاتا ہے۔ اِس لیے کسی شئے کی تپش دریافت کرنے کے وقت یہ ضرور ہے کہ اُس شئے کے ساتھ تپش پیما کافی چھوتا رہے اور شئے مذکور کی تپش حاصل کرنے کے لیے اُس کو کافی وقت تک اُسی شئے میں رکھا جائے۔

تجربہ ۷۹۔ تنے کے تعریہ کا اثر ــــ ارتفاع پیما

(ملاحظہ ہو صفحہ ۳۱۶) میں ایک تپش پیما کو اِس حد تک داخل کرو کہ

تقریباً ۱۰۰° ھ کے نشان تک تنہ بھاپ کے اندر رہے۔ جب پانی آہستہ آہستہ جوش کھا رہا ہو تو تپش پیما پڑھ لو۔ اس کے بعد تپش پیما کو یہاں تک اُٹھاؤ کہ تنہ ۱۰° نشان سے اوپر، ارتفاع پیما سے باہر رہے۔ اب اُس کو چند منٹ تک ایسا ہی رہنے دو۔ اس دوران میں پانی حسب سابق آہستہ آہستہ جوش کھاتا رہے۔ اس کے بعد پھر تپش پیما پڑھ لو۔ تنے کو ۱۰° نشان سے اُوپر کھُلا رکھ کر مشاہدات کو دُہراؤ۔ اسی طرح عمل جاری رکھو جب تک کہ تنہ ۱۰° نشان سے اوپر کھُلا رہے۔ تنے کے تعریہ سے تپش پیما کے مقرورہ پر جو اثر پڑتا ہے، اُس پر غور کرو کہ باوجودیکہ جوشے کی تپش دورانِ تجربہ میں ایک ہی تھی لیکن تنے کے تعریہ سے تپش پیما کا مقرورہ ہر مشاہدے میں مختلف ہے۔

تمام تپش پیمائیوں میں امر مندکرۂ بالا کا لحاظ رہے۔

۲۔ تپش پیما کے ثابت نقطے

تپش کے پیمانے کے تعین کے لیے دو ثابت نقطے ضروری ہیں۔ خالص کشید کیے ہوئے پانی سے بنی ہوئی برف کی اماعت کی تپش زیرین ثابت نقطے کی تعیین کرتی ہے۔ یعنی یہ ثابت نقطہ وہ تپش ہے جس پر برف اور پانی حالتِ تعادل میں ساتھ ساتھ موجود رہ سکیں۔ اِس کو نقطۂ انجماد یا صفری نقطہ کہتے ہیں اور نئی پیمانہ پر یہ ۰° لکھا جاتا ہے۔ کسی شئے کے نقطۂ اماعت پر دباؤ کا اثر اِس قدر کم ہے کہ نقطۂ انجماد کے تعین میں عملی نقطۂ نظر سے اس کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

بالائی ثابت نقطے کا تعین اُس تپش سے ہوتا ہے جس پر بھاپ، طبعی دباؤ کے تحت، اُبلتے ہوئے خالص کشید کیے ہوئے پانی سے نکل رہی ہو۔ یہ دباؤ پارے کے ۷۶۰ ملیمتر بلندی کے مماثل ہے۔ یہ بالائی ثابت

نقطۂ انجماد، نقطۂ جوش کہلاتا ہے اور پیمانہ پر ۰° لکھا جاتا ہے ۔ بناء بریں مئی پیمانہ پر نقطۂ انجماد اور نقطۂ جوش کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ درجوں میں تقسیم کیا جاتا ہے ۔

اُبلتے ہوئے پانی سے نکلنے والی بھاپ کی تپش، اُس برتن کی نوعیت پر منحصر نہیں ہے جس میں پانی جوش کھا رہا ہے ۔ اور نہ اُس پر پانی کے ٹوٹوں کا اثر ہے بلکہ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے ساتھ ساتھ یہ تپش متغیر ہوتی رہتی ہے ۔ رینیو[1] نے نہایت احتیاط سے نقطۂ جوش پر دباؤ کے اثر کا مشاہدہ کیا اور یہ معلوم کیا کہ ۷۶۰ ملی میٹر کے قریب دباؤ میں ۲۶/۸ ملی میٹر کی زیادتی، نقطۂ جوش میں ۱° کا اضافہ کرتی ہے ۔ خفیف تغیرات کے لیے، نقطۂ جوش کا تغیر، فرق دباؤ کے متناسب تصور کیا جا سکتا ہے ۔ اِسی مفروضے کی بناء پر شکل ۱۱۲ کی ترسیم کھینچی گئی ہے ۔ ہر طالب علم کی بیاض میں اس ترسیم کی نقل ہونی چاہیے ۔

یہ دیکھا گیا ہے کہ تپش پیما کا شیشہ امتدادِ زمانہ کے ساتھ بتدریج اِس طرح بدلتا ہے کہ ثابت نقطوں میں خفیف سی تبدیلیاں پیدا ہو جاتی ہیں ۔ لہٰذا اِن نقطوں کو وقتاً فوقتاً پھر دریافت کرنا ضروری ہے تاکہ مشاہدات کی غلطیوں میں تصحیح ہو سکے ۔ انگلستان میں بالعموم زیرین ثابت نقطے کا پہلے تعین کیا جاتا ہے ۔

تجربہ ۸۰ ۔ تپش پیما کے ثابت نقطوں کی تعیین

(۱) نقطۂ انجماد ۔ ایک مناسب برتن کو برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں سے تقریباً بھر دو ۔ اور برف کو اِس طرح پگھلنے دو کہ اِن ٹکڑوں کی درمیانی فضا برف کی تپش پر کے پانی سے بھری رہے ۔ پگھلتی ہوئی برف سے پانی کا خارج کرنا مناسب نہیں ہے تاہم ضرورت سے زیادہ پانی برتن میں جمع بھی نہ ہونا چاہیے ۔ برف اور پانی کو خوب ہلاتے رہنا چاہیے ۔

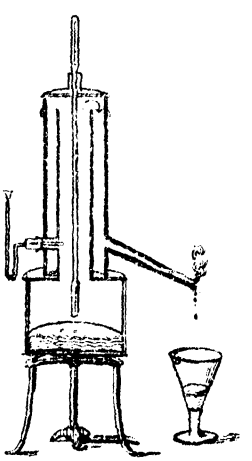
تپش پیما کو نہایت احتیاط کے ساتھ اِس برتن میں اِس طرح

---

[1] Regnault

رکھو کہ اِس کا جوف برتن کے وسط میں رہے اور تپش پیما کا صفری نقطہ برف کی سطح سے عین اوپر رہے۔ وہ انتہائی نقطہ پڑھ لو جہاں تک پارے کے ڈورے کا سرا نیچے اُترتا آئے اِس نشان کے پڑھنے میں ایک درجہ کی اوکسر تک تخمین ہونی چاہیے۔ یہ امر ملحوظ رہے کہ مشاہدے کے وقت پارے کا ڈورا کلیتہً برف سے گھرا رہے۔ اگر ڈورے کا سرا صفر سے اُوپر رہے تو خطاء مثبت کہلائیگی۔ اور اگر نیچے رہے تو خطاء منفی ہوگی۔ اگر خطاء مثبت ہو تو صحیح تپش حاصل کرنے کے لیے تصحیح کا عمل منفی ہوگا۔

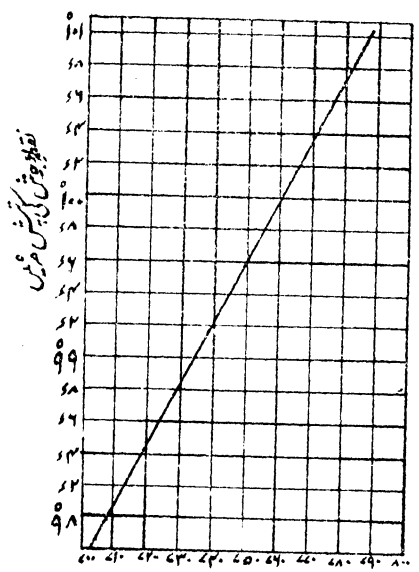
(۲) نقطۂ جوش ـــــ نقطۂ جوش دریافت کرنے کے لیے تپش پیما کو دھات کے ایک برتن میں رکھتے ہیں جو ارتفاع پیما کہلاتا ہے۔ یہ آلہ ایک قسم کا جوشندہ ہے جس کے بالائی حصہ میں ایک دوہری دیوار کا بھاپ دان لگا ہوتا ہے۔ تپش پیما ایک کاگ کے ذریعہ ارتفاع پیما کے منہ پر اِس طرح لگایا جاتا ہے کہ اُس کا بالائی ثابت نقطہ عین کاگ سے اوپر نظر آئے۔ اس امر کی احتیاط کی جائے کہ تپش پیما، ارتفاع پیما میں گرنے نہ پائے ورنہ جوفے کے ٹوٹنے کا اندیشہ رہیگا۔ تپش پیما کے سرے کے سوراخ میں تار کا ایک حلقہ لگا دینے سے یہ اندیشہ



شکل ۱۱۱ ـ ارتفاع پیما

رفع ہو جائیگا۔ تپش پیما پڑھنے سے قبل، اُس کو تقریباً دس منٹ تک بھاپ میں رہنا چاہیے۔ پانی کو شدت سے جوش کھانے نہیں دینا چاہیے ورنہ ارتفاع پیما میں بھاپ کا دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے بڑھ جائیگا۔ پارے کے ڈورے کے سرے کا مقام درجے کے دسویں حصہ تک پڑھو۔

دباؤ کی وجہ سے تصحیح ـــــ بارپیما کی بلندی ملی میٹروں میں پڑھ لو اور مشہودہ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے تحت نقطۂ جوش کی قیمت ترسیم شکل ۱۱۲ کے ذریعہ دریافت کرو۔

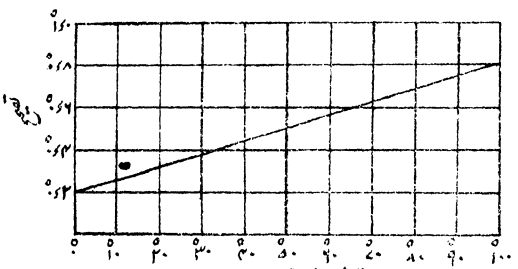


شکل ۱۱۲۔ دباؤ کے لحاظ سے نقطۂ جوش کا تغیر

بیاض میں یہ تپش جو حقیقی نقطۂ جوش ہے، قلمبند کرلو

ونیز وہ تپش لکھ لو جو زیرِ تجربہ تپش پیما بتا رہا ہے ۔ اور نقطۂ جوش پر تپش پیما کی خطا محسوب کرو ۔

نقطۂ انجماد اور نقطۂ جوش کے درمیان کسی مطلوبہ تپش پر تصحیح معلوم کرنے کے لیے ترسیمی طریقہ اختیار کرو ۔ تپش پیما کی درجہ بندیوں کو فصلہ اور تصحیحی رقوم کو معین مان کر ایک ترسیم تیار کرو ۔ شکل ۱۱۳ میں نقطۂ انجماد پر تصحیح +۰٫۲° م اور نقطۂ جوش پر تصحیح +۰٫۸° م فرض کی گئی ہے ۔



شکل ۱۱۳ تپش پیما کی تصحیح

حقیقی تپش حاصل کرنے کے لیے تپش پیما کے مقروئے میں تصحیحی رقم جمع کرنا پڑیگی ۔

۳ تپش پیما کی تعیین اور درجہ بندی

نلی کے اندر پارے کے سرے کی مساوی حرکتوں سے ظاہر ہونے والی تپش کے فرقوں کی مساوی قیمتیں حاصل کرنے کے لیے لازم ہے کہ نلی کا سوراخ یکساں ہو مگر یہ صورت تو شاذ ہی ہوتی ہے بلکہ کبھی نہیں پائی جاتی ۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں نہ ہو تو اس کی تصحیح کے لیے پارے کے ڈورے کو

نلی میں حرکت دے کر اور ڈورے کا طول نلی کے مختلف حصوں میں ناپ کر سوراخ کی تعیین کر لینی چاہیے ۔

تجربہ ۸۱ ۔ تپش پیما کے سوراخ کی تعیین

پارے کے ڈورے کے سرے سے تقریباً ۱۰° فاصلہ پر ایک بار ایک شعلہ سے نلی کو گرم کیا جاتا ہے ۔ اس طرح ۱۰° کے طول کے مساوی پارے کا ایک ڈورا ٹھیک اُس مقام پر، جہاں کہ گرم کیا گیا تھا، پارے کے جوش کھانے کی وجہ سے ٹوٹ کر علیحدہ ہو جاتا ہے ۔ اور اس ڈورے کو نلی کی تعیین کے لیے استعمال کر سکتے ہیں ۔ اس کے بعد تپش پیما کا تنہ سرد ہونے دیا جاتا ہے ۔ اور جوفہ کو ایتھر کے ذریعہ اس قدر ٹھنڈا کیا جاتا ہے کہ باقی ماندہ پارا صفر درجہ کے نشان سے نیچے اُتر جائے ۔ بعد ازاں ڈورے کو خفیف جھٹکے دے کر ہٹاتے ہیں یہاں تک کہ ایک سرا ۰° کے نشان پر آجاتا ہے ۔ دورانِ تجربہ میں جوفہ کو ایتھر کے ذریعہ سرد رکھنا چاہیے ۔ تاکہ علیحدہ شدہ ڈورا پارے کے باقی حصے سے ملنے نہ پائے ۔ اب ڈورے کے ہر ایک سرے کا مقام متحرک خُردبین کے ذریعہ معلوم کر لیا جاتا ہے[1] اور تپش پیما کے درجوں کے پیمانہ پر ہی ان مقاموں کا تعین کر لیا جاتا ہے ۔ اس تعین کے لیے ایک درجہ کی لمبائی خُردبین کے پیمانہ پر سمروں میں ناپ لی جاتی ہے ۔ اور درجہ کی کسر کو بھی ڈورے کے سرے سے پچھلے نشان تک سمروں میں ناپ لیتے ہیں ۔ اس طرح سرے کا مقام درجہ کے $\frac{1}{100}$ ویں حصے تک ظاہر ہو جاتا ہے ۔ مثلاً

خُردبینی پیمانہ کا مقدار ۹۰۶ ویں درجہ کے نشان پر = ۱۲٫۳۶ سمر

" " " ۱۰ " " = ۱۴٫۰۸ سمر

" " ڈورے کے سرے پر = ۱۴٫۰۰ سمر

---

[1] اس قسم کی تعیین متحرک پیمانہ استعمال کیے بغیر صرف خُردہ پیما چشمے کے ذریعہ بھی کی جا سکتی ہے ۔ اس صورت میں خُردہ پیما چشمے کو معیاری بنانے کی ضرورت نہیں کیونکہ یہاں صرف لامتمانی قیمتیں درکار ہیں ۔

لہٰذا ڈورے کا سرا

$9 + \frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{6}{4}$ درجہ یعنی (۳) ۹۵ر۹° پر ہوگا۔

اس کے بعد ڈورے کو ہٹایا جاتا ہے یہاں تک کہ "زیرین" سرا تقریباً وہاں ہوتا ہے جہاں کہ پہلی پیمائش پر "بالائی" سرا تھا۔ اور پھر دونوں سروں کے مقام لکھ لیے جاتے ہیں۔ اس کے بعد وہ ایک تیسری وضع پر ۲۰° اور ۳۰° کے درمیان رکھا جاتا ہے اور پھر ناپ لیا جاتا ہے۔ یہی عمل بار بار کیا جاتا ہے یہاں تک کہ بالائی سرا نقطۂ جوش پر پہنچ جاتا ہے۔

ذیل کی عددی مثال کی طرح تصحیح کا حساب لگایا جاتا ہے:۔

ڈورے کی پہلی وضع	۰۳ر۰° تا ۷۹ر۹°	ڈورے کی لمبائی	۸۲ر۹
〃 دوسری 〃	۸۵ر۹° تا ۹۳ر۱۹°	〃	۰۸ر۱۰
〃 تیسری 〃	۸۸ر۱۹° تا ۹۴ر۲۹°	〃	۰۶ر۱۰
〃 چوتھی 〃	۹۸ر۲۹° تا ۱۲ر۴۰°	〃	۱۴ر۱۰
〃 پانچویں 〃	۰۰ر۴۰° تا ۷۸ر۴۹°	〃	۸ر۹۷
〃 چھٹی 〃	۸۲ر۴۹° تا ۰۰ر۶۰°	〃	۱۲ر۱۰
〃 ساتویں 〃	۹۵ر۵۹° تا ۹۰ر۹۹°	〃	۹۵ر۹
〃 آٹھویں 〃	۰۰ر۷۰° تا ۰۰ر۸۰°	〃	۰۰ر۱۰
〃 نویں 〃	۰۳ر۸۰° تا ۱۷ر۹۰°	〃	۱۴ر۱۰
〃 دسویں 〃	۰۶ر۹۰° تا ۹۲ر۹۹°	〃	۸۶ر۹

ڈورے کی اوسط لمبائی = ۹۹۵ر۹

یعنی پارے کی یکمیت پیمانے کے کسی مقام پر ۹۹۵ر۹ درجے پر کریگی بشرطیکہ سوراخ اور پیمانہ دونوں کافی صحت کے ساتھ یکساں ہوں۔

فرض کرو کہ ڈورا ۰° سے شروع ہوتا ہے تو اس کا بالائی سرا قریب قریب ۸۲ر۹° پر ہوگا۔ اگر سوراخ ہموار ہو تو اس سرے کو ۹۹۵ر۹° پر ہونا چاہیے۔

اس طرح جو تصحیح ۸۲ر۹° مقروضے میں شامل کرنی ہے + ۱۷۵ر۰° ہوئی۔ اس کو

مف۱۰ کہو۔ یہ ۱۰° م کے قرب وجوار میں تصحیح ہوگی اگر اس میں ایک ایسا ڈورا جوڑ دیا جائے جو اس کے ہر طرح مشابہ ہو تو دونوں مل کر ۹٫۸۲ + ۱۰٫۰۸ تک پہنچینگے۔ اُنھیں ۲ (۹٫۹۹۵) پر پہنچنا چاہیے۔ یعنی تصحیح (۹۹٫۱۹ - ۹۰٫۱۹) یا + (۰٫۰۹) م ہوگی۔ اس کو مف۲۰ کہو۔ یہ ۲۰° م کے قرب وجوار میں مطلوبہ تصحیح ہے۔

اسی طرح ۳۰° م کے قرب تصحیح ۳ (۹٫۹۹۵) - (۹٫۸۲ + ۱۰٫۰۸ + ۱۰٫۰۶) = + ۰٫۰۲۵° م ہے۔ اور علیٰ ہذا۔ پس ہمیں حاصل ہوتا ہے:۔

مف۱۰	=	+ ۰٫۱۶۵
مف۲۰	=	+ ۰٫۰۹۰
مف۳۰	=	+ ۰٫۰۲۵
مف۴۰	=	— ۰٫۲۰۰
مف۵۰	=	+ ۰٫۰۹۵
مف۶۰	=	— ۰٫۰۳۰
مف۷۰	=	+ ۰٫۰۱۵
مف۸۰	=	+ ۰٫۰۱۰
مف۹۰	=	— ۰٫۱۳۵
مف۱۰۰	=	۰٫۰۰۰

آخری قیمت دراصل صفر ہی ہونی چاہیے۔

اِن مشاہدات کی مدد سے ایک تصحیحی ترسیم کھینچی جاسکتی ہے جس میں پیمانہ کے ہر مقام پر سوراخ اور درجہ بندی کی ناہمواری کی وجہ سے جو مقدار شامل کرنا پڑتی ہے، حاصل ہوسکتی ہے۔

تپش پیما کی درجہ بندی کسی اختیاری پیمانہ پر

بعض صورتوں میں یہ ممکن ہے کہ کسی تپش پیما کے تنے پر کھُدا ہوا پیمانہ کلیتہً اختیاری ہو جس کی وجہ سے مشاہدات براہِ راست مئی درجوں میں نہیں حاصل ہوتے۔ مثلاً تنے پر ملی میتری پیمانہ کے نشان لگے ہوں تو اس قسم کا تپش پیما بھی مئی پیمانہ پر تپش پیمائی کے لیے استعمال ہوسکتا ہے۔ اس غرض

کے لیے اولاً تپش پیما کو گذشتہ دفعہ میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق، دو ثابت نقطے معلوم کر کے معیاری بنا لینا چاہیے۔ ایسا کرنے سے فرض کرو کہ نقطۂ انجماد پر پارا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ ممر کے مقام پر اور نقطۂ جوش پر پیمانہ کے زیرین سرے سے ۱۸۴ ممر کے مقام پر قائم ہے۔ اگر اس تعین کے وقت بار پیما کا مقروء ۳۳۰ ممر ہو تو نقطۂ جوش بجائے ۱۰۰° م کے ۹۹° م ہوگا۔ لہٰذا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ ممر والا مقام نتیجۃً ۰° م کے اور زیرین سرے سے ۱۸۴ ممر والا مقام ۹۹° م کے مماثل ہوگا۔ پس پیمانہ پر ۱۶۰ ممر کا فاصلہ ۹۹ مئی درجوں کے وقفہ کے متناظر ہوگا۔ اس کے بعد تپش پیما کے ایک ممر کے لیے مئی پیمانہ پر تپش کا وقفہ معلوم کر لینا آسان ہے۔ موجودہ صورت میں $\frac{99}{160}$ درجے ایک ممر کے متناظر ہیں۔

فرض کرو کہ یہ تپش پیما، حرارہ پیما میں رکھے ہوئے کسی مایع کی تپش معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے (صفحہ ۳۵۳)۔ اور پارا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۶۴ ممر کے فاصلہ پر قائم ہو جاتا ہے۔ یعنی اس وقت پارا نقطۂ انجماد سے ۴۰ ممر بلندی پر قائم ہو گیا ہے۔ اور اس کے متناظر تپش مئی پیمانہ پر $40 \times \frac{99}{160}$ یا ۲۴٫۷۵° م ہے۔

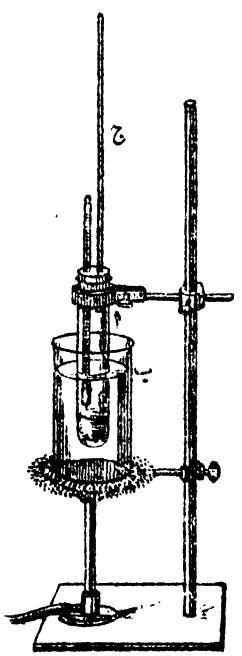
ایسے تپش پیما کے مقروؤں کو فصلے اور اخذ کردہ مئی پیمانہ کے مقروؤں کو معین مان کر دیے ہوئے تپش پیما کے پیمانہ اور مئی پیمانہ کے باہمی ربط کو ترسیماً ظاہر کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۸۲ ــــ کسی اختیاری پیمانہ والے تپش پیما کی درجہ بندی ــــ متذکرۂ بالا طریقہ کے بموجب کسی ایک اختیاری پیمانہ والے تپش پیما کو معیاری بناؤ اور اس کو تجربہ خانہ کے کمرے کی تپش و نیز نل کے پانی کی تپش معلوم کرنے کے لیے استعمال کرو۔

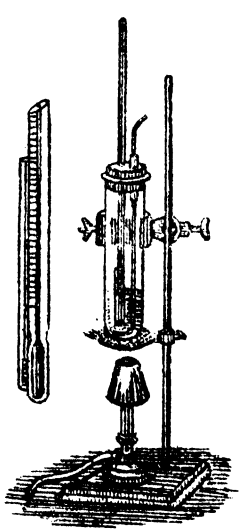
۴۔ نقطۂ اماعت اور نقطۂ جوش

تجربہ ۸۳ ــــ کسی ٹھوس کے نقطۂ اماعت کی تعیین۔

کسی ٹھوس، مثلاً پیرافنی موم کا نقطۂ اماعت معلوم کرنے کے لیے دھونکنی کے شعلہ میں شیشے کی ایک نلی کو رکھ کر اس طرح کھینچو کہ ایک پتلی دیوار والی شعری نلی بن جائے۔ ریتی کے ذریعہ یا شیشے کاٹنے کے چاقو سے اس نلی کا چند سمر لمبا ٹکڑا کاٹ کر جدا کرلو۔ اب اس نلی میں زیر تجربہ شئے داخل کرلینی چاہیے۔ اس مطلب کے لیے ٹھوس کی تھوڑی سی مقدار کو مناسب برتن میں گرم کرکے مایع بنالیا جائے اور نلی کا سرا اُس مایع میں ڈبو دیا جائے۔ اس طرح بالعموم شعری عمل سے نلی میں زیر تجربہ شے چڑھ جائیگی۔ نلی میں شئے داخل کرنے کے بعد اُس کے پیندے کو سربمہر کردینا چاہیے ورنہ شے پگھلنے کے بعد یہ جائیگی یا پانی نلی میں چڑھ جائیگا ان وجوہ سے ٹھوس بننے کا نقطہ مشاہدہ میں نہ آسکیگا۔



شکل ۱۱۵۔ کسی مایع کا نقطۂ جوش



شکل ۱۱۶۔ کسی ٹھوس کا نقطۂ اماعت

اب اس نلی کو جس میں ٹھوس شئے موجود ہے، ایک تپش پیما کے جوفہ کے ساتھ لچکدار بندھنوں یا باریک تاگے کے ذریعہ باندھ دیتے ہیں اور جوفہ کو احتیاط کے ساتھ پن جنتر میں گرم کیا جاتا ہے (شکل ۱۱۱)۔ تپش پیما کا مقرونہ اس خاص لمحہ پر قلمبند کرلیا جاتا ہے جب کہ چھوٹی نلی کے اندر کی ٹھوس شئے مایع کی شکل اختیار کرتی ہے، ایک دوسرا مقرونہ بھی اس طرح حاصل ہوسکتا ہے کہ پن جنتر کو سرد ہونے کا موقع دیا جائے اور جب شئے پھر ٹھوس بن جائے تو تپش لکھ لی جائے۔ اماعت کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطۂ اماعت سے کسی قدر زیادہ ہوگی اور ٹھوس بننے کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطۂ اماعت سے کسی قدر کم ہوگی۔ لہٰذا اصلی نقطۂ اماعت ان دونوں مقرونوں کے اوسط سے حاصل کرنا ضروری ہے۔ تاہم اس تجربہ میں مایع کے پُرسرد ہو جانے کا احتمال ہے۔ اور ایسی صورت میں اس نوعیت کے تجربہ سے اصلی نقطۂ اماعت حاصل نہیں ہوسکتا۔

بعض صورتوں میں شعری نلی کو ترک کرکے تپش پیما کے جوفہ کے گرد ٹھوس کی ایک پتلی تہ چڑھا دی جاتی ہے اور پہلے کی طرح احتیاط کے ساتھ تپش پیما کا جوفہ گرم کیا جاتا ہے۔ جب تہ عین پگھلنے کو ہوتی ہے تو تپش پڑھ لی جاتی ہے۔

جب کوئی مایع ٹھوس بن رہا ہو تو طالب علم تبریدی مغنی کا تجربہ بھی دیکھ لے (صفحہ ۳۷۸)۔

تجربہ ۸۴۔ کسی مایع کے نقطۂ جوش کا تعین ——— اس تعین کے لیے مایع کو ایک ایسی امتحانی نلی میں رکھو جس کے منہ پر دو سوراخ والا کاگ لگا ہو۔ ایک سوراخ میں سے تپش پیما گزرتا ہے اور دوسرے میں سے ایک شیشہ کی نلی داخل کی جاتی ہے جس سے بخارات خارج ہوتے ہیں۔ نلی کو غایت احتیاط کے ساتھ باریک شعلے سے یا پن جنتر کے ذریعہ گرم کرتے

ہیں یہاں تک کہ مایع کا نقطۂ جوش پہنچ جاتا ہے۔ دھکے سے اُبلنے کے عمل کو روکنے کے لیے شیشے کی چند گولیاں یا پتلی دیوار کی شعری نلی کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے (جو دھونکنی کے شعلہ میں شیشے کی نلی کو کھینچ کر بنائے جاتے ہیں) مایع میں رکھنا چاہییں۔ امتحانی نلی میں تپش پیما کی وضع کا انحصار زیرِ امتحان مایع کی نوعیت پر موقوف ہے۔

(ا) خالص مایع کی صورت میں تپش پیما کو صرف بخارات کی تپش دیکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اور اس صورت میں **تپش پیما کا جوفہ مایع کے اندر نہیں ڈوبنا چاہیے** شکل 115۔

(ب) کسی محلول کی صورت میں مایع کی تپش خالص منحل کی تپش سے معتدبہ مختلف ہوتی ہے۔ اس لیے محلول کا نقطۂ جوش معلوم کرنے کے لیے تپش پیما کا جوفہ مایع کے اندر ڈوبا رہنا چاہیئے۔

جوفہ کو اُبلتے ہوئے مایع کے اندر ڈبو کر تپش پیما کا مقروہ حاصل کرو پھر اس کو مائع سے باہر اس کے بخارات میں رکھ کر دوسرا مقروہ حاصل کرو۔ ان دونوں مقروؤں کے درمیان جو فرق ہے اس کا مشاہدہ کرو۔ پرگرانے سے بچنے کے لیے محلول کو بہت آہستہ آہستہ جوش کھانا چاہیے۔

فصل دوّم

پھیلاؤ کی شرحیں

۱- طولی پھیلاؤ کی شرح

کسی سلاخ کی تپش کو ایک درجہ بڑھانے سے اُس کے طول میں جو اضافہ ہوتا ہے اُس کے کُل طول کے مقابلے میں بہت کم ہے اور یہ اضافہ مختلف تپشوں کے لیے تقریباً مستقل پایا گیا ہے۔

کسی ٹھوس کے طولی پھیلاؤ کی شرح کی تعریف اس طرح ہو سکتی ہے کہ طولی پھیلاؤ کی شرح، اضافۂ طول اور اصلی طول کی باہمی نسبت ہے جب کہ تپش میں ایک درجہ کا اضافہ ہو۔

پس اگر سلاخ کا ابتدائی طول ل ہو اور اُس اضافۂ تپش سے اُس کا طول ل' ہو جائے تو طولی پھیلاؤ کی شرح عہ مندرجۂ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی :—

$$\text{عہ} = \frac{\text{ل}' - \text{ل}}{\text{ل}}$$

اگر سلاخ کا طول ل ہو جائے جب کہ اُس کی تپش ت° تک بڑھا دی گئی ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں

$$\text{کہ } \text{عہ} = \frac{\text{ل} - \text{ل}_{\cdot}}{\text{ل}_{\cdot}\,\text{ت}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (۱)$$

$$\text{پس } \text{ل} - \text{ل}_{\cdot} = \text{ل}_{\cdot}\,\text{عہ}\,\text{ت}$$

$$\text{یا } \text{ل} = \text{ل}_{\cdot}(۱ + \text{عہ ت}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (۲)$$

بعض اوقات یہ باعثِ سہولت ہوتا ہے کہ ہم سلاخ کی ابتدائی تپش ۰° م لیں اس صورت میں ل، ۰° م پر کے طول کو تعبیر کریگا۔ اور ت، سلاخ کی تپش کو مئی درجوں میں ظاہر کریگی جو طول ل کے متناظر ہوگی۔

چونکہ طول کی تبدیلی جو حقیقت میں مشاہدہ میں آتی ہے نہایت خفیف ہے اِس لیے عملیات میں سہولت کے لیے یہ فرض کر لیتے ہیں کہ ابتدائی تپش کمرے ہی کی تپش ہے اور ل اُسی تپش پر سلاخ کے طول کو تعبیر کرتا ہے۔ اِس صورت میں اِس امر کا خیال رہے کہ ت اضافۂ تپش کو تعبیر کرتی ہے۔ یعنی ت وہ فرق ہے جو انتہائی تپش اور کمرے کی تپش کے درمیان ہو۔

مساوات (۱) میں ہم دیکھتے ہیں کہ طولی پھیلاؤ کی شرح کے تعین میں تین مقداروں کی پیمائش شامل ہے: ابتدائی طول، اضافۂ تپش اور طول کا اضافہ ۔ صرف آخری پیمائش ہی ایسی ہے جس میں کسی قدر دقت ہے۔ چونکہ اِس پیمائش میں خطاء کا امکان زیادہ ہے اس لیے یہ امر فضول ہے کہ باقی دو مقداروں کی پیمائش میں کافی صحت کا خیال رکھا جائے (دیکھو صفحہ ۶)۔ اولاً سلاخ کا ابتدائی طول ۱۰۰ میں حصے تک درست ناپ لیا جائے اور وہ تپش لکھ لی جائے جس پر تجربہ کا آغاز ہوا۔ سلاخ کو ایک معلوم تپش تک گرم کرنے سے اس کے طول میں جو خفیف اضافہ ہوتا ہے اُس کی پیمائش کے لیے مختلف طریقے استعمال کیے جا سکتے ہیں:—

(۱) کسی حیلی یا مناظری پیرم کے ذریعہ (لیوازیئے[1] اور لاپلاس[2] کا طریقہ)

---

[1] Lavoisier [2] Laplace

ایک معلوم تناسب میں اضافۂ طول کی تکبیر عمل میں لائی جا سکتی ہے۔
یہ پہلا طریقہ بالکل غیر صحیح ہے کیونکہ تکبیری جزو ضربی ۲ یا ۳ فی صدی کے اندر بالکل نامعلوم مقدار ہے۔
(۲) طول کے اضافہ کی پیمائش براہِ راست خُردہ پیما پیچ کے ذریعہ ہو سکتی ہے۔ معمولی کردیت پیما اس مقصد کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔
(۳) طول کا اضافہ، براہِ راست طریقہ پر دو خُردہ پیما یا کسر پیما خُردبینوں کو کام میں لا کر معلوم کر سکتے ہیں جب کہ زیرِ تجربہ سلاخ کا ہر سرا ایک ایک خُردبین کے اسکہ پر لایا گیا ہو۔
یہ طریقہ مذکورۂ بالا دو طریقوں پر اس امر میں فوقیت رکھتا ہے کہ سلاخ کے ہر دو سروں پر مشاہدات عمل میں لائے جاتے ہیں اور اس میں کسی ایسے مفروضہ سے کام نہیں لیا جاتا کہ تمام دورانِ تجربہ میں سلاخ کا ایک سرا بالکل قائم رہتا ہے۔ یہ سرا لائے[1] اور سرا رامسڈن[2] کا طریقہ ہے۔

تجربہ ۸۵ ۔ طولی پھیلاؤ کی شرح کی تعیین

مندرجۂ ذیل آلہ دوسرے طریقہ کی ایک مثال ہے۔
زیرِ تجربہ سلاخ کو ایک بھاپی پیرہن میں رکھتے ہیں جو دھاتی یا شیشے کی ایک ایسی نلی پر مشتمل ہوتا ہے جس میں سے بھاپ کی رَو گزار سکتے ہیں۔ سلاخ کے دونوں سرے، پیرہن سے کسی قدر باہر نکلے ہوتے ہیں اور جوڑوں کو کاگ یا ربر کی نلی کے ذریعہ بھاپ بند کیا جاتا ہے۔
سلاخ کے ہر سرے پر تپش کی پیمائش کے لیے تپش پیما لگے ہوتے ہیں۔ سلاخ کا ایک سرا دھات کی ایک قائم گھنڈی کے ساتھ حالتِ تماس میں ہوتا ہے اور دوسرا سرا پھیلاؤ کے لیے آزاد رہتا ہے۔ اِس سرے کے پاس ایک خُردہ پیما پیچ جس کا سر درجہ دار ہوتا ہے (کردیت پیما) اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ پیچ کا محور بلحاظ سمت سلاخ کے محور سے منطبق ہوتا ہے۔ پیچ کے سرے اور سلاخ

---

[1] Roy [2] Ramsden

کے آزاد سرے کے درمیان تماس کی حالت کو قوتِ لمس کے ذریعہ محسوس کر سکتے ہیں۔ یا ایک چرخ برما (Ratchet) خردہ پیما استعمال کر سکتے ہیں، جو تماس کے پیدا ہوتے ہی پھسل جائے۔ لیکن تماس کی وضع دکھانے کے لیے کوئی سا سادہ، برقی طریقہ قابلِ ترجیح ہے۔

کسی دولٹائی خانے کے ایک قطب کا خردہ پیما پیچ کے ساتھ الحاق کیا جاتا ہے، اور دوسرا قطب ایک سادہ رو پیما کے ایک سرے سے ملایا جاتا ہے۔ رو پیما کے دوسرے سرے کو اُس گھنڈی سے ملاتے ہیں جس سے سلاخ کا دوسرا قائم سرا سہارا ہوا ہے۔ جوں ہی خردہ پیما پیچ کا سرا سلاخ کے سرے سے مس کرتا ہے، برقی دور پورا ہو جاتا ہے اور رو پیما کی سوئی منصرف ہو جاتی ہے۔

آلہ کو ترتیب دے لو اور معمولی تپش پر خردہ پیما پیچ کا مقروعہ حاصل کرو جب کہ پیچ کے سرے کا سلاخ کے سرے سے تماس پیدا ہو جائے۔ یہ ترتیب متعدد مرتبہ دہرائی جانی چاہیے۔

اب خردہ پیما پیچ کو متعدد چکروں میں پیچھے گھما دو تاکہ پھیلاؤ کے لیے گنجائش پیدا ہو۔ بھاپی پیرہن میں جوشارہ سے بھاپ کی رو گزار کر سلاخ کو گرم کرو۔ اور اُس وقت تک انتظار کرو کہ سلاخ مستقل تپش پر آجائے۔ ہر دو تپش پیماؤں کے مقروؤں کو پڑھ لو۔ پھر خردہ پیما پیچ کو تماس کے لیے مرتب کرو اور مقروعہ حاصل کرو۔ یہ مقروئے متعدد مرتبہ دہرا لینے چاہییں۔ اس مقروعہ اور سابقہ کے مقروئے کے فرق سے سلاخ کے طول میں اضافہ معلوم ہو جائیگا۔

مشاہدات کی مدد سے سلاخ کے طولی پھیلاؤ کی شرح کو محسوب کرو۔

تیسرا طریقہ۔ دھاتی نلی کے طولی پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے

استعمال ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۸۶ ۔ دھاتی نلی کے طولی پھیلاؤ کی شرح کا تعین ۔۔۔ تقریباً ایک میٹر لمبی دھاتی نلی پر سروں کے قریب دو عرضی نشان کر دو۔ کمرہ کی تپش پر ان نشانوں کا درمیانی فاصلہ، دو متحرک خُردبینوں کو ترتیب دے کر معلوم کر لو جیسا کہ خواص مادّہ کے تجربہ ۸۴ میں گز اور میٹر کے مقابلہ کرنے میں بتایا جا چکا ہے۔ خُردبینی ٹیکنوں کو سلیٹ کی تختی پر قائم کرنا مناسب ہے تاکہ نلی کو گرم کرنے سے خُردبینوں کے درمیانی فاصلے پر کوئی اثر نہ پڑ سکے۔ نشانوں کو پھر خُردبینوں کے ماسکوں پر لاؤ۔ نلی میں سے بھاپ کی رَو گزارو۔ نلی کو اس طرح ترتیب دو کہ اس کے ایک سرے کا نشان پہلی خُردبین کے صلیبی تار سے منطبق ہو جائے اور دوسری خُردبین کو اتنا ہٹاؤ کہ اس کا صلیبی تار دوسرے سرے کے نشان پر آجائے۔ دوسری خُردبین کو جس قدر ہٹانا پڑے وہ فاصلہ ناپ لو۔ یہ فاصلہ نلی کے طول میں اضافہ ہے۔ اس مفروضہ کی بناء پر کہ نلی ۱۰۰° ف تک گرم کی گئی ہے طولی پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

۲۔ مایع کے پھیلاؤ (بسط) کی شرح

کسی مایع کے پھیلاؤ کی شرح کی تعریف دو مختلف طریقوں پر ہو سکتی ہے۔

(۱) **صفر پھیلاؤ کی شرح** ۔۔۔ کسی مایع کے پھیلاؤ کی شرح سے مراد وہ نسبت ہے جو ۱° م کے اضافۂ تپش سے پیدا ہونے والے اضافۂ حجم اور ۰° م کے حجم کے درمیان ہو۔

پس، اگر ح، ۱° م پر اور ح، ۰° م پر حجم ہوں اور عہ پھیلاؤ کی شرح

تو $$\text{عہ} = \frac{\text{ح} - \text{ح}_0}{\text{ح}_0}$$

اگر ہم یہ فرض کر لیں کہ اضافۂ تپش کے ساتھ شئے ہموار طریقہ پر پھیلتی ہے، یعنی تپش کے مساوی تغیرات کے جواب میں اگر حجم میں مساوی تغیرات واقع ہوتے ہوں تو کسی تپش ت پر حجم ح مساوات

$$\text{عہ} = \frac{\text{ح}_{\text{ت}} - \text{ح}_{\text{۰}}}{\text{ح}_{\text{۰}} \text{ت}}$$ سے حاصل ہوگا۔

یا $$\text{ح}_{\text{ت}} = \text{ح}_{\text{۰}} (۱ + \text{عہ ت})$$

(۲) دو تپشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح ــــ

کوئی سی دو تپشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح وہ نسبت ہے جو فی درجہ اضافۂ تپش کے لیے حجم کے اضافے اور ابتدائی حجم کے درمیان ہو۔ چنانچہ اگر ت° اضافۂ تپش سے حجم ح سے حَ میں تبدیل ہو جائے تو اوسط پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{\text{حَ} - \text{ح}}{\text{ح ت}}$$ ہوگی۔

یاد رہے کہ یہاں یہ قید نہیں لگائی گئی ہے کہ ابتدائی تپش ۰° ہر ہو۔ پانی جیسی شئے کے لیے جو ہموار انہ نہیں پھیلتی، پھیلاؤ کی شرح کی تعریف ایسی ہی ہونی چاہیے۔

مایع کی کثافت پر تپش کی تبدیلی کا اثر

فرض کرو کہ ح اور ث کسی مایع کی دی ہوئی کمیت کے لیے ۰° ہر پر حجم اور کثافت کو ظاہر کرتے ہیں تو مایع کی کمیت ح ث ہوئی۔

فرض کرو کہ کسی دوسری تپش ت° ہر پر ح اور ث، حجم اور کثافت کو تعبیر کرتے ہیں تو مایع کی کمیت ح ث ہوئی۔ لیکن دونوں تپشوں پر کمیت ایک ہی ہے۔

لہٰذا $ح_{ث} = ح_{ث_0}$

یا $\frac{ح}{ح_0} = \frac{ث_0}{ث}$

لیکن $\frac{ح}{ح_0} = ۱ + عہ ت$

لہٰذا حاصل ہوتا ہے $\frac{ث_0}{ث} = (۱ + عہ ت)$

یا $ث_0 = ث (۱ + عہ ت)$

اس مساوات اور ح والی مساوات میں جو فرق ہے اُس پر خیال رکھنا ضروری ہے۔ تپش میں اضافہ کا اثر عام طور پر یہ ہے کہ حجم میں اضافہ ہو لیکن کثافت میں کمی ہو جائے۔

پھیلاؤ کی شرح مساواتِ ذیل سے حاصل ہوتی ہے:۔

$$عہ = \frac{ث_0 - ث}{ث ت}$$

اسی طرح، دو تپشوں $ت_۱$ اور $ت_۲$ کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح کو اس طرح دکھا سکتے ہیں:۔

$$عہ = \frac{ث_۱ - ث_۲}{ث_۱ (ت_۲ - ت_۱)}$$

جہاں $ث_۱$، $ت_۱$ پر اور $ث_۲$، $ت_۲$ پر کثافت ہے۔

پانی کے پھیلاؤ کی شرح تپش کے مختلف وقفوں کے لیے

اگر شئے مایع کی شکل میں ہو تو اس کی کثافت کی تبدیلی معلوم کرنا زیادہ آسان ہے بہ نسبت اس کے کہ مایع کی دی ہوئی کمیت کے حجم کی تبدیلیاں دریافت کی جائیں۔ عموماً جو طریقہ مستعمل ہے، یہ ہے کہ کثافت اضافی کی بوتل کو خاص

نشان تک مختلف تپشوں پر مایع سے بھر بھر کر اس کے اندر موجودہ مایع کی مقدار کو تول لیا جاتا ہے۔

تجربہ ۸۷ ۔ پانی کا پھیلاؤ کثافت اضافی کی بوتل کے طریقے سے ۔ اس صورت میں مایع کی کثافت بوتل کے اندر کے مایع کے وزن کے متناسب ہوتی ہے ۔ ۱۰۰ مکعب سمر گنجائش کی کثافت اضافی کی ایک بوتل لے کر اُس کو خشک کرو اور تول لو۔ بوتل کو ۲۰° ھ اور ۶۰° ھ کی درمیانی تپش پر کے پانی سے خاص نشان تک بھر دو ۔ بوتل اور پانی کو بحالتِ مجموعی تول لو۔

بوتل کو خالی کر دو ۔ اور اُس کو ایک پن جنتر میں رکھ کر تقریباً ۲۰° ھ تک تپش کو بڑھاؤ۔ پن جنتر میں سے پانی لے کر اُس کو بھر دو اور پانی کی سطح کو بوتل کی گردن پر کے نشان تک ٹھیک کر لو، جب کہ بوتل ابھی جنتر کے اندر ہی ہو ۔ جنتر کی تپش دیکھ لو۔ جنتر میں سے پانی سے بھری ہوئی بوتل کو علٰحدہ کر دو اور بوتل کی بیرونی سطح کو احتیاط سے خشک کر لو اور پھر تول لو۔

پن جنتر کی تپش کو تقریباً ۴۰° ھ، ۶۰° ھ اور ۸۰° ھ کے لیے ترتیب دے کر بوتل کو اِن تپشوں پر نشانِ معین تک بھر کر تجربے کو دہراؤ ۔ تولنے کے دوران میں دونوں بوتل اور پانی کافی ٹھنڈے ہو جائینگے اور مایع کی سطح بوتل کی گردن کے نشان سے نیچے اُتر جائیگی ۔ اس کا کوئی خیال نہ کیا جائے ۔ بوتل کے اندر مایع کی موجودہ مقدار وہی ہے جو جنتر کی تپش پر بوتل کو اُس نشان تک پُر کیے ہوئے تھی، سکڑاؤ کی وجہ سے اُس کی کمیت میں کوئی تغیر نہیں پیدا ہوتا۔

تاہم یہ ضروری ہے کہ بلند تپشوں پر حتی الوسع جلد سے جلد تول لیا جائے تاکہ تبخیر کے عمل سے وزن میں معتد بہ کمی واقع نہ ہو۔ گرم بوتل کے قریب اوپر کی جانب، حملِ رَو کی وجہ سے بھی

خطاء پیدا ہوگی اور اسی لیے یہ مناسب ہے کہ تولنے سے پہلے بوتل کو ٹھنڈے پانی کے نل کے نیچے جلد ٹھنڈا کر لیا جائے۔

پہلی تپش ت۱ پر (۲۰° ھ اور ۷۰° ھ کے درمیان) بوتل کو پُر کرنے والے پانی کی کمیت (گراموں میں) کو عدداً اُس تپش پر برتن کے حجم ح کے برابر لے سکتے ہیں جب کہ تپش کے اِس وقفہ کے لیے تجربہ کی صحت کے حدود کے اندر پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سمر ہو۔

دیگر تپشوں کے لیے جن پر مشاہدات کیے گئے ہیں بوتل کی گنجائش ح کو ضابطہ

$$ح = ح_{۱} (۱ + بہ (ت - ت_{۱}))$$

استعمال کر کے محسوب کرو، جہاں بہ شیشے کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے۔ بہ کی قیمت تقریباً ۰٫۰۰۰۰۲۵ فی ۱° ھ فرض کی جا سکتی ہے۔

بوتل کے اندر پانی کی کمیت کو اُس تپش پر بوتل کے محسوب شدہ حجم سے تقسیم کر کے ہر تپش پر پانی کی کثافت معلوم کرو۔ اِن مقداروں کو ذیل کی جدول میں ترتیب دو:۔

تپش	بوتل میں مایع کی کمیت	بوتل کا حجم (محسوب شدہ)	مایع کی کثافت

۲۰° ھ اور ت۲° ھ پر کی کثافتیں معلوم کرو اور اِن دو تپشوں کے درمیان پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرح ذیل کی مساوات سے حاصل کرو:۔

$$\text{اوسط بہ } (ت_{۱} \text{ تا } ۲۰°) = \frac{ث_{۱} - ث_{۲}}{ث_{۲} (۲۰ - ت_{۱})}$$

نیز ۲۰° م تا ۴۰° م، ۴۰° م تا ۶۰° م اور ۶۰° م تا ۸۰° م کے لیے بھی اسی طریقہ سے پھیلاؤ کی اوسط شرح کو محسوب کرو۔

کثافت کی تبدیلی بلحاظ تپش ظاہر کرنے کے لیے ایک منحنی اور پھیلاؤ کی شرح کی تبدیلی بلحاظ تپش دکھانے کے لیے بھی ایک منحنی کھینچو۔

پھیلاؤ کی اوسط شرح ۲۰° م تا ۴۰° م عملی طور پر وہی ہے جو ۳۰° م پر پھیلاؤ کی شرح ہے۔ وعلیٰ ہذا۔

شیشے کے مغرق کے ذریعہ مختلف تپشوں پر پانی کی کثافت معلوم کرنا

شیشے کے مغرق کا وزن پانی میں مختلف تپشوں پر معلوم کرنے سے پانی کی کثافت کی تبدیلی بلحاظ تپش معلوم ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ شیشے کے جوفہ کا حجم ° م پر ح ہے اور ب شیشہ کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے تو کسی تپش ت° م پر جوفہ کا حجم ح = ح (۱+ ب ت) ہوگا۔ معمولی شیشے کے لیے ب کی قیمت تقریباً ۰٫۰۰۰۰۲۵ ہے۔

اگر ث، ت° م پر پانی کی کثافت کو ظاہر کرے تو پانی کے اندر بالکل ڈوبے ہوئے مغرق سے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن ح ث = ح (۱+ ب ت) ث۔ لیکن اصول ارشمیدس کی بنا پر یہ وزن پانی میں مغرق کے نقصانِ وزن کے برابر ہے۔ اس کو و رکھو۔

پس ح (۱+ ب ت) ث = و

اور ث = $\frac{\text{و}}{\text{ح (۱+ ب ت)}}$

ح کی قیمت بالواسطہ طور پر اس طرح معلوم ہوگی کہ مغرق کا نقصانِ وزن معلوم کر لیا جائے جب کہ وہ ایسے پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو جس کی

تپش تقریباً ۴° م ہے۔ اگر تپشیں ۴° م سے بہت دُور نہ ہوں تو پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سمرلے سکتے ہیں اور اِس طرح اِس تپش پر مغرق کا حجم فوراً معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۸۸ ۔ **شیشے کے مغرق کے ذریعہ مختلف تپشوں پر پانی کی کثافت کا تعین** ۔ مغرق کی ایک سادہ اور سہل کار صورت یہ ہے کہ شیشے کے ایک جوفے کے اندر سیسے کے چھرّے ہوتے ہیں۔ جوفہ کو مُہر کرنے سے پہلے چھرّوں کی مقدار کو اس طرح مرتب کر لینا چاہیے کہ جوفہ پانی کے اندر ڈوبنے کے لیے کافی وزنی ہو جائے۔ باریک تار کے ذریعہ جوفہ کو حسّاس ترازو کے ایک بازو کے ساتھ لٹکا دیتے ہیں۔ اگر بند ڈبے کی کیمیائی ترازو استعمال کی گئی ہو تو ترازو دان کے پیندے میں ایک چھوٹا سا سوراخ بھی ہونا چاہیے جس میں سے تار گزر سکے۔ ایک دُوسرا سوراخ اُس تختہ (Shelf) میں بھی بنانا چاہیے جس پر ترازو دان رکھا ہوتا کہ تار اِن دو سوراخوں میں سے آزادی کے ساتھ گزر سکے۔ تار کے زیرین سرے سے مُغرق باندھ دیا جاتا ہے اور یہ پانی کے ایک بڑے برتن میں کلیتہً ڈبو دیا جا سکتا ہے۔ اور یہ برتن کسی مطلوبہ تپش تک گرم کیا جا سکتا ہے۔ اُس مقام پر جہاں کہ تار پانی کی سطح میں سے گزرتا ہے، سطحی تناؤ کے اثر کو کم کرنے کے لیے تار کے قطر کو ۰٫۰۱ سم سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔

مُغرق کا پہلے ہوا میں دھڑا کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد اس کو برتن کے اندر پانی میں بالکل ڈبو کر دوبارہ وزن کر لیا جاتا ہے۔ دونوں وزنوں کے فرق سے پانی میں نقصانِ وزن معلوم ہو جاتا ہے۔ پہلا مشاہدہ اُس وقت حاصل کیا جا سکتا ہے جب کہ پانی تقریباً ۴° م تپش تک ٹھنڈا کر دیا گیا ہو۔ پھر جنتر کو ۰٫۰۱ سم یا ۸۰° م تک گرم کرو اور اس کو آہستہ آہستہ ٹھنڈا ہونے دو۔

اُس صورت میں جب کہ جنتر سرد ہو رہا ہو تپش کو قابو میں رکھنا اور تولنے کے دوران میں اُس کو ایک قائم قیمت پر لے آنا زیادہ سہل ہے۔ بنسنی مشعل کے شعلہ کی جسامت یا جنتر سے نیچے اُس کے فاصلہ کو احتیاط سے بدل کر اُسے اِس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ مشاہدہ کے وقت تپش مستقل رہے۔ مشاہدات کے دوران میں پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہنا ضروری ہے تاکہ ساری کمیت میں تپش ہموار رہے۔ نقصانِ وزن اور تپش کے مشاہدات ۱۰° یا ۵۰° کے وقفہ پر لینے چاہئیں۔

پانی کی کثافت کو مختلف تپشوں پر بتانے کے لیے ایک جدول تیار کی جائے اور نتائج کو مربع دار کاغذ پر مرتسم کیا جائے۔

مشہور تپشوں کے متوالی یا متصلہ جوڑوں کے درمیان پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرحوں کا حساب لگاؤ۔

وزن تپش پیما

وزن تپش پیما شیشے کا ایک اُسطوانی جوفہ ہوتا ہے جس کی گردن کو کھینچ کر باریک نلی کی طرح بنا دیا جاتا ہے۔ اس نلی کو اس طرح موڑ دیتے ہیں کہ اُس کا کھلا سرا مایع کے برتن میں ڈوب سکے۔ اس آلہ کو مایع کے پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ سادہ طور پر ہم اس کو یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ایک آلہ ہے جو کوئی سی دو معلوم تپشوں پر کے مایع کی کثافتوں کا مقابلہ کرنے کے لیے کام میں لایا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ

ح = وزن تپش پیما کا حجم °ھ پر۔

ک = مایع کی کمیت جو اُس کو °ھ پر پُر کرتی ہے۔

ث = مایع کی کثافت °ھ پر۔

نیز فرض کرو کہ ح۰، ک۰، اور ش۰ ت° صفر پر ان کی متناظر قیمتیں ہیں۔

اگر بہ شیشے کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے تو

$$ح_ت = ح_0 (1 + بہ\ ت)$$

کثافت کی تعریف کی بناء پر ذیل کے رشتے حاصل ہوتے ہیں:۔

$$ک_0 = ح_0 ش_0 \text{ اور } ک_ت = ح_ت ش_ت$$

لہذا $$\frac{ح_0 ش_0}{ح_ت ش_ت} = \frac{ک_0}{ک_ت}$$

یا $$\frac{ش_0}{ش_ت} = \left(\frac{ک_0}{ک_ت}\right)\left(\frac{ح_ت}{ح_0}\right)$$

$$= \frac{ک_0}{ک_ت} (1 + بہ\ ت)$$

لیکن صفحہ (۳۴۲) پر ثابت کیا جا چکا ہے کہ

$$\frac{ش_0}{ش_ت} = (1 + عہ\ ت)$$

جہاں عہ مایع کے مطلق پھیلاؤ کی شرح ہے۔

لہذا $$(1 + عہ\ ت) = \frac{ک_0}{ک_ت} (1 + بہ\ ت)$$

اس مساوات کو عہ کے لیے حل کرنے سے ذیل کا رشتہ حاصل ہوتا ہے:۔

$$عہ = \frac{ک_0 - ک_ت}{ک_ت\ ت} + بہ \frac{ک_0}{ک_ت}$$

یاد رہے کہ اس نتیجہ کے حاصل کرنے میں کسی تقریبات سے کام نہیں لیا گیا۔
اگر تپش پیما کے جوفے کے پھیلاؤ کو نظر انداز کیا جائے تو بہ = ۰ اور مایع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{ک_{ب} - ک_{ت}}{ک_{ت}}$$ ہے۔

تجربہ ۸۹ ۔ "وزن تپش پیما" کے ذریعہ گلسرین کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین

خالی تپش پیما کا وزن معلوم کرلو۔ جوفے کو کامل احتیاط کے ساتھ بنسنی شعلہ پر گرم کرکے اور اس کے منہ کو گرم گلسرین والے برتن میں ڈوبا ہوا رکھ کر تپش پیما کو گلسرین سے بھر دو۔ جیسے جیسے جوفہ سرد ہوگا گلسرین اس کے اندر کھنچ آئیگی۔ بار بار گرم اور سرد کرکے جوفہ کو گلسرین سے مکمل بھر دینا چاہیے۔ جب جوفہ کمرے کی تپش تک سرد ہوجائے تو اس کو کچلی ہوئی برف سے بھرے ہوئے ایک برتن میں اس طرح رکھ دو کہ وہ برف سے پورے طور پر گھرا رہے مگر اس کا منہ گلسرین کے اندر ہی ڈوبا رہے۔ جس وقت جوفہ ۰° ہر تک سرد ہو رہا ہو تو ایک چھوٹی سی پیالی یا کٹھالی کو تول لو۔ تپش پیما کو برف سے نکال لو اور پیالی کو اس طرح رکھو کہ خارج ہونے والا مایع اس میں رہے۔ تپش پیما اور پیالی کو ایک ساتھ وزن کرلو۔ اور تپش پیما کو ۰° ہر پر پُر کرنے والی گلسرین کی کمیت معلوم کرو۔

اس کے بعد تپش پیما کو پانی کے ایک منقارے میں رکھ کر نقطۂ جوش تک گرم کرو اور خارج ہونے والی گلسرین کو بچا لو۔ تپش پیما کو نکال لو اور اس کو کمرے کی تپش تک ٹھنڈا ہونے دو۔ مایع سکڑ جائیگا لیکن اس پر بھی مایع کی کمیت وہی ہے جو تپش پیما کو ۰° ہر پر پُر کرتی ہے۔ تپش پیما کو دوبارہ تول لو اور

گلسرین کی کمیت اخذ کرو۔
گلسرین کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔ شیشے کے پھیلاؤ کی شرح کو معلوم مان کر مطلق پھیلاؤ کی شرح بھی محسوب کرو۔

حجم بسط پیما

بسط پیما میں ایک استوانی جوفہ ہوتا ہے جس پر ایک سیدھی درجہ دار نلی لگی ہوتی ہے۔ اگر تنے پر کے پہلے نشان تک جوفہ کا حجم معلوم ہو اور نلی کے ایک درجہ کا متناظر حجم بھی معلوم ہو تو یہ آلہ کسی مایع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۹۰ ۔ کسی مایع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح کا تعین بسط پیما کے ذریعہ ـــــ پہلے خالی بسط پیما کو تول لو۔ اس کے بعد ایک معلوم کثافت کا مایع لے کر تنے کے پہلے نشان تک بھر لو۔ اور پھر تول لو۔ اس طرح معلوم شدہ کمیت سے جوفہ کا حجم محسوب کرو۔ تنے کے سرے کے قریب والے کسی نشان تک بسط پیما کو بھر دو اور پھر تول لو۔ تنے کے ایک معین طول کو پُر کیے ہوئے مایع کی کمیت معلوم کر لو اور تنے کے اس طول کا حجم محسوب کرو۔ پیمانے کے ایک درجہ کے متناظر حجم کو اخذ کرو۔

کسی مایع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے جوفے اور تنے کے کچھ حصے کو مایع سے بھر دو اور برف میں رکھ کر تمام کا تمام ۰° م تک ٹھنڈا کرو۔ تنے میں مایع کا مقام پڑھ لو۔ پھر پن جنتر میں رکھ کر کسی معلوم تپش تک گرم کرو اور تنے میں مایع کا مقام دوبارہ دیکھ لو۔ ان مقداروں کے متناظر حجموں کا حساب لگاؤ۔ ضابطہ $ح = ح_{0}(1 + \gamma_{ظ} ت)$ کی مدد سے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

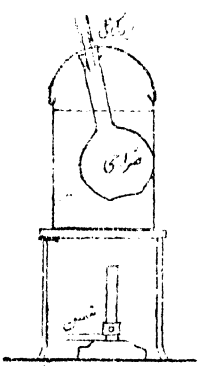
۳۔ گیسوں کا پھیلاؤ

مستقل دباؤ پر ہوا کا پھیلاؤ

جب کسی گیس کی ایک دی ہوئی کمیت مستقل دباؤ کے تحت اضافہ تپش کے اثر سے پھیلتی ہے تو مساواتِ ذیل سے حجم اور تپش کے مابین رشتہ ظاہر ہوتا ہے :۔

$$ح = ح_{0} (1 + عت)$$

جہاں ح سے ۰°م پر گیس کا حجم تعبیر ہوتا ہے اور ح سے °م پر حجم۔ اور ع کو پھیلاؤ کی شرح کہتے ہیں یا مستقل دباؤ پر اضافۂ حجم کی شرح۔ یہ مساوات کلیۂ شارل کو علامات ریاضی میں ظاہر کرتی ہے جو یہ بیان کرتا ہے کہ جب گیس کی ایک مقررہ کمیت مستقل دباؤ کے تحت پھیلتی ہے تو تپش کے ہر درجہ کے اضافہ کے لیے حجم میں ۰°م کے حجم کی ایک معین کسر کا اضافہ ہوتا ہے۔



شکل ۱۱۶ مستقل دباؤ پر ہوا کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین کا آلہ

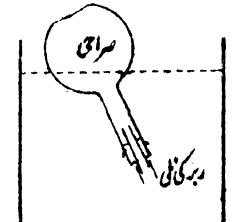
تجربہ ۹۱ مستقل دباؤ پر ہوا کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین ——— ۰.۰۰۳۶۷

کعب سمر گنجائش کی ایک صراحی کے ساتھ ربر کی ایک چست روک ڈاٹ کا انتظام ہوتا ہے جس میں سے شیشے کی ایک چھوٹی نلی گزرتی ہے۔ نلی کا زیرین سرا روک ڈاٹ کے ساتھ ہموار ہونا چاہیے اور بالائی سرا

روک ڈاٹ سے اوپر ۲ یا ۳ سمر سے زیادہ نکلا ہُوا نہیں ہونا چاہیے۔ شیشے کی نلی کے باہر نکلے ہوئے حصہ سے تقریباً ۵ سمر لمبا ربر کی نلی کا ٹکڑا جوڑ دیا جاتا ہے۔

صُراحی، ڈاٹ اور نلی اچھی طرح خشک کر لیے جائیں۔ خشک کرنے کا عمل آلہ کو میتھیلی رُوح سے دھو کر اور اُس میں سے ہوا کی رَو گزار کر پورا کر سکتے ہیں۔ اب خشک صُراحی کا وزن معلوم کر لیا جاتا ہے۔

اس کے بعد ڈاٹ لگی ہوئی صراحی کو پانی کے ایک برتن میں رکھتے ہیں جو رفتہ رفتہ نقطۂ جوش تک گرم کیا جاتا ہے۔ اگر برتن میں تار کا دستہ لگا ہُوا ہو تو اِس سے پانی میں ڈوبی ہوئی صُراحی کے پکڑنے کا کام لیا جا سکتا ہے (شکل ۱۱۶)۔ نقطۂ جوش پر پہنچ چکنے کے بعد کم سے کم پانچ منٹ تک صراحی کو پانی کے اندر ہی رکھا رہنے دیا جائے تاکہ اندر کی ہوا جوش کھاتے ہوئے پانی کی تپش پر، جس کو ہم ۱۰۰° مفرض کرینگے، پہنچ جائے۔ اس کے بعد ربر کی نلی کو انگھوٹھے اور انگلی کے درمیان مضبوطی کے ساتھ دبا دیا جاتا ہے۔ اور صراحی کو تمیزی کے ساتھ اُس برتن سے باہر نکال کر ٹھنڈے پانی کے ایک بڑے برتن میں اوندھا دیتے ہیں (شکل ۱۱۷)۔ جوں ہی ڈاٹ ٹھنڈے پانی کی سطح سے نیچے ہو جاتی ہے، ربر کی نلی کو چھوڑ دیا جاتا ہے تاکہ ٹھنڈا پانی صراحی میں داخل ہو سکے۔ صراحی کی گردن کو نیچے کی طرف ہی رکھ کر صراحی کو



شکل ۱۱۷۔ صراحی ٹھنڈے پانی میں

کئی منٹ تک پانی کے اندر ڈوبا ہوا رکھنا چاہیے تاکہ اُس کا مافیہ پانی کی تپش پر آجائے ۔ فرض کرو کہ تپش ت° ہے۔
اس کے بعد صراحی کو اونچا کیا جاتا ہے یہاں تک کہ پانی کی سطح صُراحی کے اندر بھی وہی ہوجاتی ہے جو باہر کی سطح ہے ۔ یعنی یہاں تک کہ اندر کی ہوا کا دباؤ وہی ہوجائے جو کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے ۔ جب یہ شرط پوری ہوجاتی ہے تو ربر کی نلی کو داب کر بند کر دیتے ہیں اور صراحی کو پانی سے باہر نکال لیا جاتا ہے اور پھر اُس کو سیدھا کر دیتے ہیں۔ بیرونی سطح کو خشک کر کے صراحی کو تول لیا جاتا ہے ۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_2$ ہے ۔

اس کے بعد صراحی کو ٹھنڈے پانی سے بالکل بھر دیتے ہیں اور ڈاٹ لگا دیتے ہیں تاکہ پانی شیشے کی نلی کو بھی بھر دے اور وزن $و_3$ معلوم کر لیا جاتا ہے ۔

ساری صُراحی کو بھرنے والے پانی کا وزن ($و_3 - و_1$) گرام ہے۔ لیکن ایک گرام پانی ا مکعب سم جگہ گھیرتا ہے ۔ پس بوتل کا حجم $و_3 - و_1$ مکعب سم ہے ۔ اب جب کہ بوتل جوش کھاتے ہوئے پانی میں تھی تو اُس کے اندر کی ہوا تمام حجم کو پُر کیے ہوئے تھی اور دباؤ کرۂ ہوائی کا تھا۔
فرض کرو کہ یہ حجم ح ہے تو

ح = $و_3 - و_1$ مکعب سم

جب صراحی $ت_1$° والے ٹھنڈے پانی میں رکھی گئی تو ہوا کا حجم گھٹ گیا یہاں تک کہ ح ہوگیا۔ ذرا غور کرو تو معلوم ہوگا کہ

$ح_1$ = $و_3 - و_2$ مکعب سم ۔

در اصل صورتِ حال یہی ہے کیونکہ اس کمتر تپش پر ہوا اُس قدر حجم گھیرے ہوئے تھی جس قدر کہ بوتل کے اندر چڑھا ہوا پانی پُر نہیں کرتا تھا۔ اس طرح حجم ح اور $ح_1$ معلوم ہوجاتے ہیں ۔

لیکن یہ ضروری ہے کہ ان حجموں کو ۰° م کے حجم پر تحویل کریں تاکہ پھیلاؤ کی شرح کا حساب لگایا جائے ۔ یعنی ہمارے پاس دو مساواتیں ہیں:

$$ح_{ت} = ح_{۰} (۱ + ۱۰۰ اعہ)$$

$$ح_{ت} = ح_{۰} (۱ + ت عہ)$$

جن میں دو مجہول مقادیر ہیں ۔

پہلی مساوات کو دوسری سے تقسیم کر دو تو

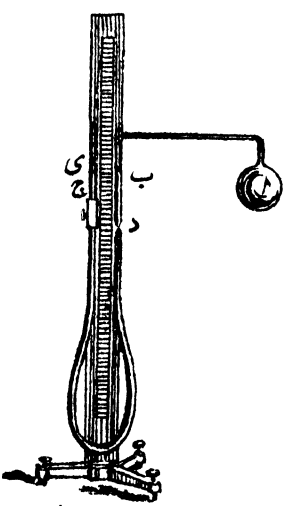
$$\frac{ح_{۱۰۰}}{ح_{ت}} = \frac{۱ + ۱۰۰ اعہ}{۱ + ت عہ}$$

جس سے مندرجۂ ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے:

$$عہ = \frac{ح_{۱۰۰} - ح_{ت}}{۱۰۰ ح_{ت} - ت ح_{۱۰۰}}$$

اور اس رشتہ سے عہ کی قیمت محسوب ہو سکتی ہے ۔

مستقل حجم والا ہوائی تپش پیما



شکل ۱۱۸ ۔ جولی کا مستقل حجم والا گیسی تپش پیما

جب کسی گیس کی ایک معین کمیت ایسے برتن میں رکھی جائے جس کا حجم غیر متغیر رہتا ہے تو گیس کی وجہ سے برتن کی دیواروں پر جو دباؤ پڑتا ہے، وہ تپش کے اضافے کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے ۔ گیس کے دباؤ اور تپش کے مابین رشتہ اُس آلہ کے ذریعہ جانچ سکتے ہیں جس کو **مستقل حجم والا گیسی تپش پیما** کہتے ہیں ۔ اور جس کو "جولی" (Jolly) نے ۱۸۷۴ء میں تیار کیا تھا ۔

گیس شیشے کے فانوس ا (شکل ۱۱۸) میں رکھی جاتی ہے جس کو کسی مطلوبہ تپش تک پانی یا تیل کے جنتر کی مدد سے، جس میں وہ رکھا جاتا ہے گرم کر سکتے ہیں۔ اِس فانوس کو دباؤ کی پیمائش کے لیے باریک سوراخ کی ایک شیشے کی نلی کے ذریعہ پارے کے فشار پیما کے ساتھ ملحق کر دیتے ہیں۔ فشار پیما میں شیشے کی دو بہت چوڑی نلیاں ب د اور ی ج ہوتی ہیں جو ایک لمبی ربر کی نلی سے ملا دی جاتی ہیں۔ اِس میں پارا اتنی کافی مقدار میں ہوتا ہے کہ ربر کی نلی اور شیشے کی چوڑی نلیوں کا کچھ حصہ بھر جاتا ہے۔ شیشے کی نلی ی ج کو اُونچا نیچا کر کے ب د میں پارے کی سطح کو مرتب کر سکتے ہیں یہاں تک کہ پارے کی ہلالی سطح شیشے کے نمایندہ کی نوک کو عین چھوئے۔ یہ نمایندہ چوڑی اور تنگ نلیوں کے مقامِ اتصال کے قریب ب کے اندر لگا ہوتا ہے۔

آلے کے استعمال کے دوران میں ب د کے اندر پارے کی ہلالی سطح کا اِس خاص وضع میں ہونا ضروری ہے تاکہ فانوس ا اور باریک نلی کے اندر گھری ہوئی گیس کا حجم مستقل رہے۔ گیس کی وجہ سے پڑنے والا دباؤ، مقام ب پر کے پارے کی سطح پر دباؤ کے برابر ہے۔ یہ دباؤ اس طرح معلوم ہوتا ہے کہ ب پر پارے کی سطح اور ی ج میں پارے کی سطح کا فرق لیا جائے اور ی پر کرۂ ہوائی کی وجہ سے پارے کی سطح پر واقع ہونے والا دباؤ بھی شمار کیا جائے۔ مشاہدات حاصل کرتے وقت کرۂ ہوائی کا دباؤ بارپیما کی بلندی پڑھ کر معلوم کر لینا چاہیے۔

آلے کے استعمال سے متعلق تین امور پر زور دینے کی ضرورت ہے:

۱۔ پارے کی سطحوں کے مابین فرق کو صحت کے ساتھ معین کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ آلہ کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ نلیاں ج اور د اُس پیمانہ سے بہت ہی قریب ہوں جو ارتفاع ناپنے کے لیے استعمال کیا گیا ہو۔

۲۔ دباؤ کی تعیین اُس وقت عمل میں لائی جائے جب کہ گیس کی تپش مستقل ہو۔ جس جنتر میں ا کو ڈبویا گیا ہو اُس کی تپش کو مستقل رکھنے کے متعلق کافی احتیاط کرنی چاہیے جب کہ ی ج کو

مرتب کیا جا رہا ہو اور پارے کی سطحوں کے مابین فرق کا مشاہدہ کیا جا رہا ہو۔ یہ عمل زیادہ سہولت کے ساتھ اُس وقت ہو سکتا ہے جب کہ تپش گر رہی ہو بہ نسبت اُس وقت کے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو۔ لہٰذا یہ قرین مصلحت ہے کہ جس اعظم تپش تک تجربہ کرنا ہو اُس تپش تک جنتر کو گرم کر دیا جائے اور پھر جنتر کو آہستہ آہستہ سرد ہونے دیا جائے۔ چونکہ اِس میں وقت کا کافی صرفہ ہے اس لیے مناسب یہ ہے کہ جنتر کو کسی مطلوبہ تپش سے ایک یا دو درجہ زیادہ گرم کر کے شعلہ ہٹا لیا جائے۔ اب پانی کو اچھی طرح ہلایا جائے یہاں تک کہ وہ مطلوبہ تپش تک ٹھنڈا ہو جائے۔ پانی کے ٹھنڈا ہونے کے دوران میں تقریبی طور پر پارے کی بلندی مرتب کر لی جاتی ہے۔ اور اُس کو ٹھیک قیمت پر لاتے ہیں۔ جب یہ تپش پہنچ جاتی ہے تو اُس وقت مقروءہ حاصل کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد سارے جنتر کو تیزی کے ساتھ دوسری مطلوبہ تپش سے کسی قدر زیادہ گرم کرتے ہیں۔ اور پھر وہی عمل دُہرایا جاتا ہے۔

تجربہ کی کامیابی کا انحصار اس امر پر ہے کہ جوفہ کے اندر گیس کی تپش ٹھیک وہی ہو جو کہ باہر جنتر کی تپش ہے اور اس امر پر بھی کہ اس تپش کا تعین صحت کے ساتھ کیا گیا ہو۔

۲۔ جب جنتر کو سرد ہونے دیا جاتا ہے تو اس امر کی بڑی احتیاط کرنی چاہیے کہ گیس کے دباؤ میں کمی کے اثر سے ب د کے اندر کا پارا جوفہ ا کے اندر نہ کھنچ آئے۔ اِس احتمال کو دور کرنے کے لیے نلی ی ج کو اتنا نیچے کرو کہ ب د کے اندر کا پارا نلی کے سرے سے کافی نیچا رہے۔ جب تجربہ ختم کر دیا جائے تو نلی ی ج کو اِس طریقہ پر ہمیشہ نیچے کر دینا چاہیے۔

تجربہ ۹۲ — ہوا کی ایک مستقل کمیت کے دباؤ کی تبدیلی تپش کے ساتھ جب کہ تپش پارے کے تپش پیما کے ذریعہ معلوم کی گئی ہو — ہوائی تپش پیما

کے جوف کو گرم کرنے کے لیے پن جنتر اور پن جنتر کی تپش لینے کے لیے پارے کا تپش پیما استعمال کرو۔ پانی کو نقطۂ جوش تک گرم کرو اور جب تپش مستقل ہو جائے تو تپش پیما کو پڑھ لو۔ فشار پیما میں پارے کو ترتیب دے کر ب، اور ی کا ارتفاع پڑھ لو ۔ اس کے بعد تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور دوبارہ تپش اور دباؤ کے مقدرے حاصل کرو۔ یکے بعد دیگرے مقدروں کے درمیان تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور اس طرح مشاہدات کا ایک سلسلہ حاصل کرو۔ یا مختلف تپشوں پر پارا اُس وقت بھی مرتب کیا جا سکتا ہے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو بشرطیکہ اوپر فقرۂ ۲ میں بیان کردہ احتیاطیں برتی گئی ہوں ۔ اس صورت میں آخری تپش ۱۰۰° م ہوگی ۔

نتائج کو مندرجۂ ذیل طریقہ پر قلمبند کرو: ۔

بارپیما کی بلندی = ...

نمایندہ نشان کی بلندی ب ب = ...

تپش	ی کا ارتفاع	ارتفاع کا فرق (ی ۔ ب)	۱ میں دباؤ

اب دباؤ کو معین اور تپش کو فصلہ مان کر ہوا کے دباؤ اور اُس کی تپش کے مابین رشتہ ترسیمی طریقہ پر ظاہر کرنا چاہیے ۔ اس طرح حاصل شدہ نقطے تقریباً ایک خط مستقیم پر ہونے چاہئیں ۔ اِن نقطوں میں سے گزرتا ہوا ایک ایسا خط کھینچو کہ خط کے اوپر کی جانب اُسی قدر نقطے واقع ہوں جتنے کہ نیچے کی طرف ہیں ۔ اِس خط کے ذریعہ، جس کو تجربے کے نتائج کا اوسط بتانے والا فرض

کر سکتے ہیں۔ دو منتخبہ تپشوں ت۱ اور ت۲ کے متناظر دباؤ معلوم کرو۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ د۱ اور د۲ ہیں۔

اگر گیس کے دباؤ کی شرح اضافہ بلحاظ تپش عہ ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں:۔

$$د_۱ = د_۰ (۱ + عہ ت_۱)$$

$$د_۲ = د_۰ (۱ + عہ ت_۲)$$

ایک مساوات کو دوسری سے تقسیم کر کے ہم د۰ کو ساقط کر سکتے ہیں اور اس طرح مندرجۂ ذیل رشتہ حاصل ہوگا:۔

$$\frac{د_۱}{د_۲} = \frac{۱ + عہ ت_۱}{۱ + عہ ت_۲}$$

اس کو عہ کے لیے حل کریں تو حاصل ہوگا:

$$عہ = \frac{د_۲ - د_۱}{د_۱ ت_۲ - د_۲ ت_۱}$$

اس مساوات کی مدد سے عہ کی قیمت محسوب کرو۔

اگر ہم چاہیں تو منتخبہ تپشوں کو ت۱ = ۰° م اور ت۲ = ۱۰۰° م لے سکتے ہیں۔ ترسیم کی مدد سے ان کے متناظر دباؤ د۰ اور د۱۰۰ معلوم کرو اور عہ کو مساواتِ ذیل کی مدد سے محسوب کرو:۔

$$د_{۱۰۰} = د_۰ (۱ + عہ ۱۰۰)$$

اس کے لیے ترسیم کو استعمال شدہ کمترین تپش سے آگے بڑھانا چاہیے۔ اور اسی بڑھائی ہوئی ترسیم کے ذریعہ دباؤ د۰ حاصل ہوگا۔

تجربہ ۹۳ ــــ مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کی مدد سے کسی شئے کے نقطۂ اماعت کی تعیین

ــــ اس تجربہ میں پارے کا تپش پیما استعمال کرنے کی ضرورت

نہیں ہے لیکن مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کے ذریعہ بنایا ہوا تپش کا پیمانہ کام میں لایا جائے۔ اولاً تپش پیما کے "ثابت نقطوں" کو متعین کر لو۔ جب کہ جوفہ کے اطراف جنتر میں برف ہو تو جوفہ کے اندر ہوا کا دباؤ معلوم کر کے نیچے کا ثابت نقطہ متعین کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ د۰ ہے۔ جب جنتر نقطۂ جوش پر ہو تو جوفے کے اندر ہوا کا دباؤ دیکھ کر اوپر کے ثابت نقطے کی تعیین کرو۔ در اصل دیکھا جائے تو یہ ضروری ہوگا کہ جوفے کے اطراف معیاری دباؤ پر خالص پانی سے بنی ہوئی بھاپ ہونی چاہیے تاکہ یہ نقطہ صحت کے ساتھ حاصل ہو۔ موجودہ غرض کے لیے یہ کافی ہوگا کہ جوفے کو پن جنتر میں جوش کھاتے ہوئے پانی سے گھیر دیا جائے۔ فرض کرو کہ اس کے متناظر دباؤ د۱۰۰ ہے۔ تو

د۱۰۰ = د۰ (۱ + عہ ۱۰۰)

اس طرح عہ کی قیمت تجربہ سے براہِ راست معلوم ہو سکتی ہے۔

اب پن جنتر میں پانی کی تپش کو مرتب کرو یہاں تک کہ وہ ٹھوس شئے کے نقطۂ اماعت کے برابر ہو جائے۔ اس مقصد کے لیے ٹھوس کی ایک خفیف سی مقدار پتلی دیوار والی شعری نلی میں رکھی جا سکتی ہے۔ جس کو پن جنتر میں ڈبو دیا جا سکتا ہے۔ اس تپش کے متناظر دباؤ د پڑھ لو۔

تو مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کے پیمانہ پر ہمیں حاصل ہوگا:۔

د = د۰ (۱ + عہ ت)

جہاں ت وہ تپش ہے جس کا تعین مطلوب ہے۔ اور عہ کی وہی قیمت ہے جو تجربے کے ذریعے پہلے ہی معلوم ہو چکی ہے۔ تپش ت کو اس مساوات کے ذریعہ محسوب کرو۔

گیسوں پر تجربوں کے نتائج جو بائل اور شارل کے کلیتوں میں بیان کیے گئے ہیں ایک ہی جملے

$$د ح = م ر ت$$

کے ذریعہ بتائے جا سکتے ہیں۔ جہاں د دباؤ، ح گیس کی ایک دی ہوئی کمیت کے حجم کو ظاہر کرتی ہے، اور ت مطلق تپش ہے یعنی وہ تپش جو مئی پیمانہ کے نقطۂ انجماد سے ۲۷۳° نیچے سے شمار کی جاتی ہے۔

م ایک مستقل ہے جو بالعموم گیسی مستقل کہلاتا ہے۔

گیسوں سے متعلق حسابات لگانے میں اسی جملے کو استعمال کرنا چاہیے سوائے اُن صورتوں کے جب کہ گیس کی شروع کی تجرباتی مشاہدات کے ذریعہ معلوم کرنی ہو۔

اگر گیس کی اکائی کمیت پر غور کیا جائے تو ح = $\frac{۱}{ش}$ جہاں ش گیس کی کثافت ہے۔ اور گیسی مساوات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:۔

$$\frac{د}{ش} = م ر ت$$

اس مساوات میں م گیسی مستقل ہے جو گیس کے ایک گرام کے لیے شمار کیا جائیگا۔

کسی شئے کا گرام سالمہ، شئے مذکور کی وہ کمیت ہے جس میں اُتنے ہی گرام ہوں جتنی کہ اُس شئے کے سالمی وزن میں اکائیاں موجود ہیں۔ گیس کے ایک گرام سالمے کا حجم طبعی تپش اور دباؤ پر ۲۲۴۱۲ مکعب سمر ہوتا ہے۔ ۷۶۰ ملی میٹر پارے کے متناظر کرۂ ہوائی کا دباؤ ۱۰۱۳۲۰۰ ڈائن فی مربع سنتی میٹر ہوتا ہے۔ ۴۵° عرض بلد اور سطح سمندر پر

لہٰذا ایک گرام سالمہ کے لیے گیسی مستقل

$$م = \frac{د ح}{ت}$$

$$= \frac{۱۰۱۳۲۰۰ \times ۲۲۴۱۲}{۲۷۳٫۱}$$

$$= ۸۳۱۵٫۴۰ \text{ ارگ فی درجہ فی گرام سالمہ}$$

$$= ۱٫۹۸۷ \text{ حرارے فی درجہ فی گرام سالمہ}$$

کسی گیس کے ایک گرام سالمے کے لیے ہر معلوم کرنا ہو تو اس عدد کو گیس کے سالمی وزن سے تقسیم کر دینا چاہیے۔

فصل سوم

حرارہ پیمائی

۱۔ حرارت کی مقداروں کی پیمائش

حرارہ پیمائی کے مضمون میں حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے بحث کی جاتی ہے۔ **اکائی مقدارِ حرارت** وہ مقدار ہے جو پانی کی اکائی کمیت کی تپش کو ایک درجہ بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ جو اکائی عملی کاموں میں عموماً مستعمل ہے، وہ حرارہ ہے جس کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ کسی مخصوص تپش پر حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام پانی کی تپش کو 1° م بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ یہ مقدار 0° م اور 100° م کے درمیان مختلف تپشوں پر بالکل وہی نہیں ہے بلکہ تقریباً وہی ہے۔ مثلاً 15° م کا حرارہ 20° م کے حرارے سے بقدر ایک ہزارویں ایک حصّے کے بڑا ہے۔ ذیل کے بیان میں یہ خفیف تبدیلیاں نظر انداز کر دی جائینگی۔ پس پانی کے ک گراموں کی تپش کو $ت_1^\circ$ م سے $ت_2^\circ$ م تک بڑھانے کے لیے حراروں کی مطلوبہ تعداد

$$ح = ک (ت_2 - ت_1)$$

کسی جسم کی تپش کو 1° م بڑھانے کے لیے ایک خاص مقدارِ حرارت درکار ہوتی ہے۔ اس مقصد کو جسم کی **گنجائشِ حرارت** کہتے ہیں۔ کسی جسم کا

آب مساوی پانی کی اُس مقدار کو کہتے ہیں جس کی تپش کو ۱° بڑھانے کے لیے اُسی قدر حرارت کی ضرورت ہے جس قدر جسم مذکور کو۔ آب مساوی کی مقدار (گرام اموں میں) عدداً گنجائشِ حرارت (حرارے فی درجہ مئی) کے برابر ہوتی ہے۔

اگر کسی جسم کا آب مساوی و گرام ہو تو اُس جسم کی تپش کو ت۱° سے ت۲° تک بڑھانے کے لیے حرارت کی مقدار:

$$ح = و (ت_۲ - ت_۱)$$

کسی شئے کی اکائی کمیت کی گنجائش یا حرارتِ نوعی حراروں کی وہ تعداد ہے جو اُس شئے کے ایک گرام کو ۱° بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ اگر کسی جسم کی حرارتِ نوعی ک نخ حرارے فی گرام فی درجہ مئی سے ظاہر کریں تو اُسی شئے کے ک گراموں کی تپش ت۱° سے ت۲° تک لانے میں حرارت کی مطلوبہ مقدار

$$ح = ک نخ (ت_۲ - ت_۱)$$

حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے متعلق یہ بنیادی مساوات ہے۔ اِس مساوات کا مقابلہ گذشتہ مساوات سے کرنے پر ہم دیکھتے ہیں کہ آب مساوی و = ک نخ۔ پس کسی جسم کا آب مساوی اس طرح محسوب ہو سکتا ہے کہ جسم کی کمیت اور اُس کی حرارتِ نوعی کا حاصلِ ضرب لیا جائے۔

حرارہ پیما

وہ برتن جو مقدارِ حرارت کی پیمائش کے لیے استعمال ہوتا ہے، حرارہ پیما کہلاتا ہے۔ اس کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ حتی الامکان بیرونی اجسام سے اِس میں یا اِس سے بیرونی اجسام میں حرارت منتقل نہ ہونے

پائے۔ حرارت کا یہ انتقال، ایصال، حمل، یا اشعاع حرارت کی شکل میں وقوع پذیر ہوسکتا ہے۔ ایصالِ حرارت کو روکنے کے لیے حرارہ پیما کو کسی ناقص موصل جیسے نرم روئی، کاگ یا آبنوس کے ذریعہ سہارا لیتے ہیں۔ حملی رووں سے بچنے کے لیے بعض وقت برتن کو اچھی طرح روئی سے لپیٹ دیتے ہیں۔ یا خلاء دار پیرہن کے اندر لٹکا دیتے ہیں۔ اشعاع کے ذریعہ انتقالِ حرارت کو روکنے کے لیے عموماً یہ طریقہ اختیار کیا جاتا ہے کہ حرارہ پیما کے گرد ایک بیرونی برتن کا انتظام ہوتا ہے اور اندرونی برتن کی بیرونی سطح نہایت مجلا بنا دی جاتی ہے تاکہ اُس کی خروجیت کم ہو جائے اور بیرونی برتن کا اندرونی پہلو بھی نہایت مجلا بنایا جاتا ہے تاکہ اُس کی انعکاسی طاقت بڑھ جائے۔

ڈیوار (Dewar) کا خلائی برتن جس کو عام بول چال میں تھرماس صراحی کہتے ہیں، بعض تجربوں کے لیے سہولت بخش حرارہ پیما کا کام دیتا ہے لیکن شیشہ تمام وکمال ایک ہی تپش پر نہیں ہوتا اس لیے یہ امر دقت طلب ہوتا ہے کہ اُس کی گنجائشِ حرارت کی کیا قیمت اختیار کی جائے۔

۲۔ کسی ٹھوس کی حرارتِ نوعی کی تخمین

تجربہ ۹۴۔ کسی ٹھوس کی حرارتِ نوعی کی تخمین کے سادہ طریقے۔ ٹھوس کی ایک معلوم

کمیت کو خاص تپش تک گرم کرکے اس کو کمرے کی تپش پر رکھے ہوئے پانی کی ایک معلوم کمیت میں داخل کیا جاتا ہے۔ آخر میں جل کر ٹھوس اور پانی ایک مشترک تپش پر پہنچ جاتے ہیں جس کا مشاہدہ کرلیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ٹھوس کی حرارتِ نوعی محسوب ہوسکتی ہے۔

سب سے پہلے ٹھوس کو تول لینا چاہیے تاکہ اُس کے گرم ہونے تک دوسری چیزیں تولی جاسکیں۔ اگر ٹھوس کسی دھات کا

ٹکڑا ہے تو اس کو باریک دھاگے یا تار سے باندھ کر پانی کے ایک برتن میں ڈبو دو جس کو نقطۂ جوش تک گرم کر سکتے ہیں۔ اگر ٹھوس کسی شئے کے باریک ٹکڑے ہوں (جیسے سیسے کی گولیاں یا پیتل کی چھیلن) تو ان ٹکڑوں کو شیشے یا دھات کی پتلی امتحانی نلی میں ڈال کر نلی کو جوش کھاتے ہوئے پانی میں گرم کرو۔ ٹھوس شئے کو کافی وقت تک اس پانی میں رکھا رہنا چاہیے تاکہ وہ تمام دکھال ایک مستقل تپش پر پہنچ جائے۔

جب کہ ٹھوس شئے گرم ہو رہی ہو حرارہ پیما (مع ہلانی) تول لو اور پھر اس میں تقریباً دو تہائی تک پانی ڈال کر دوبارہ تول لو۔ پانی کی تپش قلمبند کر لو۔

جب ٹھوس کی تپش جوش کھاتے ہوئے پانی کی تپش پر پہنچ جائے تو اس کو حرارہ پیما میں جس قدر جلد ممکن ہو سکے منتقل کرو۔ اگر ٹھوس ٹکڑوں کی شکل کا ہو تو امتحانی نلی کو ایک مناسب دستے سے پکڑ کر اس طرح جھکاؤ کہ ٹکڑے حرارہ پیما میں گر جائیں۔ حرارہ پیما کے اندر پانی کو ہلاتے رہو اور احتیاط کے ساتھ اس اعظم تپش کا مشاہدہ کرو جو تپش پیما کے ذریعہ ظاہر ہوتی ہے۔ جب ٹھوس سالم ٹکڑے کی شکل کا ہو تو جس وقت اس ٹکڑے کو ڈوری کے ذریعہ پانی سے باہر نکال کر حرارہ پیما میں ڈالتے ہیں تو اس کے ساتھ پانی کی ایک تھوڑی سی مقدار حرارہ پیما میں منتقل ہو جاتی ہے جس کو کسی طرح نہیں روکا جا سکتا۔ اس کی وجہ سے تجربہ میں اہم خطا پیدا ہو جاتی ہے۔

مندرجۂ ذیل مثال کے ذریعہ مشاہدات کے قلمبند کرنے اور حساب لگانے کے طریقے کی توضیح ہوتی ہے:۔

مثال ـــــ سیسے کے چھرّوں کی حرارتِ نوعی کی تخمین ـــــ

چھرّوں کی کمیت = ۲۰۰ گرام

حرارہ پیما اور ہلانی کی کمیت = ۰٫۴۰ گرام
حرارہ پیما، ہلانی اور پانی کی کمیت = ۲٫۲۲۵ گرام
پانی کی کمیت = ۲٫۲۱۲ گرام
چھروں کی ابتدائی تپش = ۱۰۰° م
پانی کی ابتدائی تپش $ت_1$ = ۱۵٫۰° م
پانی اور چھروں کی آخری تپش $ت_2$ = ۱۷٫۳° م

یہاں پر ہم یہ فرض کیے لیتے ہیں کہ ٹھوس شئے سے جو حرارت ۱۰۰° م سے $ت_2$ تپش تک ٹھنڈا ہونے میں خارج ہوئی ٹھیک برابر ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیما میں جذب ہوئی جب کہ ان کی تپش $ت_1$ سے بڑھ کر $ت_2$ ہو جائے۔

اگر ٹھوس کی حرارتِ نوعی نخ ہو تو خارج شدہ حرارت

۲۰۰ × نخ × (۱۰۰ − $ت_2$) حرارے ہوگی۔

حرارہ پیما کا "آبِ مساوی" مساوی ہے اُس کی کمیت مضروب اُس دھات کی حرارتِ نوعی (۰٫۰۹۵ فرض کرو)

= ۰٫۰۹۵ × ۴۰ = ۳٫۸ گرام

مجموعی آب مساوی (بشمول حرارہ پیما و پانی)

= ۲٫۲۱۲ + ۳٫۸ گرام

= ۲۱۶ گرام

پانی اور حرارہ پیما کا کسبِ حرارت

= ۲۱۶ × (۱۷٫۳ − ۱۵)

= ۴۹۶٫۸ حرارے

اس کے بعد ہم ایک مساوات لکھ لیتے ہیں جو اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ ٹھوس سے خارج شدہ حرارت مساوی ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیمانے حاصل کی۔

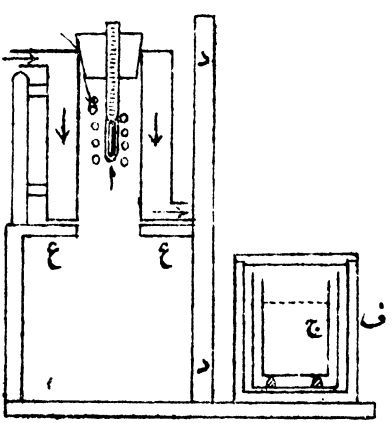
۲۰۰ × نخ × (۱۰۰ − ۱۷٫۳) = ۴۹۶٫۸

اس لیے نخ = ۰٫۰۳ حرارے فی گرام فی درجہ مئی

رینو[1] کا آلہ

کسی ٹھوس کی حرارتِ نوعی کی صحیح تخمین کے لیے رینو کا تجویز کیا ہوا آلہ استعمال ہو سکتا ہے۔ اس آلے کی تجویز کے وقت جو اہم اور خاص نکات مدِنظر تھے وہ یہ ہیں کہ ٹھوس کو تپشِ معین تک گرم کرنے میں رطوبت سے بالکل تماس نہ پیدا کیا جائے۔ گرم کرنے کے کمرہ سے حوارہ پیما میں شے کی منتقلی بعجلت عمل میں آئے اور تجربے کے دوسرے حصوں کی تکمیل کے دوران میں حرارہ پیما کو گرم کرنے کے کمرے سے محفوظ رکھا جائے۔

ٹھوس کو مقام ا پر (شکل ۱۱۹) ایک دوہری دیوار کے بھاپی پیرہن میں گرم کرتے ہیں جس میں سے جوشارہ کے ذریعہ بھاپ کی رَوگزاری جاتی ہے۔



شکل ۱۱۹ - رینو کا آلہ

[1] Regnault

جو شارہ اور نکاس نلی کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ اشعاع حرارت کا کوئی اثر حرارہ پیما ج پر نہ پیدا ہو جو بھاپ سے گرم ہونے والے کمرے سے لکڑی کے پھسلواں پٹ د کے ذریعہ محفوظ کیا گیا ہے۔ جس وقت ٹھوس گرم ہو رہا ہو، اس کمرے کا بالائی سرا ایسے کاگ کے ذریعہ بند کر دیا جاتا ہے جس میں سے ۱۰۰° ھ تک پڑھنے والا تپش پیما گزرتا ہو۔ نیچے کا سرا لکڑی کے پلاٹ فارم ح کے کچھ حصہ سے ڈھکا ہوتا ہے۔ ٹھوس شئے کو جس کا تپش پیما کے جوف کے ساتھ چھوتا ہوا رہنا ضروری ہے، باریک دھاگے سے لٹکا دیتے ہیں اور یہ دھاگا اس خاص وضع میں کاگ کے ذریعہ سہارا لیا جاتا ہے۔ دھات کی صورت میں مرغولہ کی شکل میں مڑا ہوا تار استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے۔

تجربہ ۹۸۔ ٹھوس کی حرارت نوعی کے لیے رینو کا آلہ

چونکہ ٹھوس جسم کو مستقل تپش پر پہنچنے کے لیے خاصا وقت چاہیے اس لیے بھاپ کی رسد کا انتظام کر لینے کے بعد پہلا کام یہ ہونا چاہیے کہ ٹھوس کو تول کر گرم کرنے کے کمرے میں لٹکا دیں۔ اس کے بعد حرارہ پیما کا اندرونی برتن تولا جائے۔ اس کا تقریباً تین چوتھائی حصہ پانی سے بھر لیں۔ اس کے بعد پھر دوبارہ تول لیا جاتا ہے تاکہ پانی کی کمیت معلوم ہو جائے۔ اس کے بعد اس کو حرارہ پیما کے بیرونی دھاتی برتن کے اندر رکھ دیتے ہیں جس کو لکڑی کے تکیہ کے ذریعہ مزید محفوظ کر دیا جاتا ہے۔ حرارہ پیما کے اندر پانی کی تپش کو حتی الامکان صحیح طور پر پیمائش کرنے کے لیے حساس تپش پیما استعمال کیا جاتا ہے۔ وہ تپش جو "کمرے" کے اندر کا تپش پیما بتا رہا ہے مستقل ہو جائے تو اس کے بعد بھی ٹھوس جسم کو کم از کم اور پانچ دقیقوں تک گرم کرنے کے کمرے کے اندر ہی رکھا رہنے دیں۔ بھاپ کے جاری ہو چکنے

کے بعد اندازاً بیس تا تیس دقیقے ٹھوس کے گرم کرنے میں صرف ہونگے۔

اِس مستقل تپش کو قلمبند کر لینے کے بعد گرم کرنے کے کمرے کو اس قدر گھماتے ہیں کہ یہ زینبع کے سوراخ کے اُوپر آجائے۔ اب پٹ د کو اُٹھایا جاتا ہے اور بکس ف کو جس میں حرارہ پیما ہے، ڈھکیل کر ایسی وضع میں لاتے ہیں کہ حرارہ پیما کا اندرونی برتن زینے کے سوراخ کے عین نیچے ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کو تیزی کے ساتھ حرارہ پیما میں اس طرح گراتے ہیں کہ چھینٹیں نہ اُڑنے پائیں۔ اس کے بعد صندوق ف کو واپس ہٹا لیا جاتا ہے اور پٹ گرا دیا جاتا ہے۔ حرارہ پیما کی تپش کا احتیاط کے ساتھ مشاہدہ کیا جاتا ہے اور جس اعظم ترین تپش پر وہ پہنچے اُس کو قلمبند کر لیتے ہیں۔ اگر تپش کی صحیح تخمین درکار ہو تو تبرید کا تخنی بھی مرتسم کیا جائے تاکہ اُس تصحیح کا تعین ہو سکے جو اشعاع کی وجہ سے حرارت کے زائل ہونے سے پیدا ہوتی ہے (دیکھو صفحہ ۳۶۲)۔

حرارتِ نوعی کو اِن مشاہدات کی مدد سے بالکل اُسی طرح محسوب کر سکتے ہیں جس طرح صفحہ (۳۵۴) کے سادہ تجربے میں بیان کیا گیا ہے۔

فرض کرو کہ

ک = ٹھوس کی کمیت

نخ = نامعلوم حرارتِ نوعی

ح = حرارہ پیما کی کمیت

ک = حرارہ پیما کے اندر کے پانی کی کمیت

نخ = حرارہ پیما کے مادّے کی حرارتِ نوعی

ت = گرم ٹھوس کی تپش

ت = حرارہ پیما کی ابتدائی تپش

ت = حرارہ پیما کی آخری تپش

پس تپش ت سے ت۲ تک ٹھنڈا ہونے میں ٹھوس سے خارج شدہ حرارت

= ک نخ (ت - ت۲)

پانی اور حرارہ پیما کو ت۱ سے ت۲ تپش میں بدل جانے کے لیے جو حرارت حاصل کرنا پڑی

= (ک + ح نخ) (ت۲ - ت۱)

حرارت کی اِن مقداروں کو مساوی فرض کر لینے سے مساوات

ک نخ (ت - ت۲) = (ک + ح نخ) (ت۲ - ت۱)

حاصل ہوتی ہے جس سے نخ کی قیمت متعین ہو جاتی ہے۔

طالب علم کو چاہیے کہ وہ اس شکل کی کوئی مساوات یاد رکھنے کی کوشش نہ کرے بلکہ کسی خاص حالت کے لیے ابتدائی اصولوں کی مدد سے نتیجہ حاصل کرلے۔

۳۔ مائعات کی حرارتِ نوعی کی تخمین

طریقۂ آمیزش کی مدد سے مایعات کی حرارتِ نوعی کی تخمین کئی طرح ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۹۶۔ معلوم حرارتِ نوعی کے ٹھوس کو استعمال کرکے کسی مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین

مایع پر ٹھوس جسم کا کوئی کیمیائی عمل نہیں ہونا چاہیے (ورنہ یہ طریقہ استعمال نہیں ہو سکتا)۔

یہ تخمین بھی بالکل اُسی طرح انجام پاتی ہے جیسی کہ ٹھوس کی حرارتِ نوعی (تجربات ۹۴ و ۹۵)۔ لیکن اس میں پانی کے بجائے دیا ہُوا مایع استعمال کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ نخ مایع کی حرارتِ نوعی اور ک اس کی کمیت کو تعبیر کرتے ہیں۔

تو ک نخ (ت - ت۲) = (ک نخ + ح نخ) (ت۲ - ت۱)

جہاں دوسرے علامات کے وہی معنی ہیں جو پہلے مقرر کیے جا چکے ہیں۔

بتمرین ۹۷۔ رینو کے طریقے سے کسی مایع کی حرارتِ نوعی معلوم کرنا۔ حرارہ پیما میں پانی کے اندر پتلی دیواروں کا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم مایع داخل کر کے مایع کی حرارتِ نوعی دریافت کر سکتے ہیں۔ یا اس کے بالعکس حرارہ پیما میں دیے ہوئے مایع کے اندر پتلی دیواروں والا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم پانی داخل کر کے بھی دیے ہوئے مایع کی حرارتِ نوعی معلوم کی جا سکتی ہے۔ چونکہ ایک ہی تپش والے دو مایعات کی آمیزش سے اکثر اوقات کیمیائی تعامل کے ذریعہ حرارت پیدا ہوتی ہے لہٰذا اصولاً دو مایعات کو راست تماس میں نہیں لانا چاہیے۔

بتمرین ۹۸۔ طریقۂ آمیزش سے مایع کی حرارتِ نوعی معلوم کرنا۔ ایک سہل تر طریقہ یہ ہے کہ مایع کو پتلی دیواروں والی شیشے کی بوتل یا دھات[1] کے اسطوانے میں گرم کریں اور اس کو کاگ کے ذریعہ بند رکھ کر اس میں ایک تپش پیما گزاریں۔ گرم شدہ بوتل کو اس کی تپش قلبند کر لینے کے بعد حرارہ پیما میں منتقل کیا جاتا ہے۔ بوتل کو تپش پیما کے تنے کے ذریعہ پکڑ کر ہلانے سے ہلانی کا کام نکل جاتا ہے۔ حرارہ پیما کے اندر پانی کی تپش معلوم کرنے کے لیے ایک

[1] الومینیم کے پتلی دیواروں والے اسطوانے دستیاب ہوتے ہیں جو اس مقصد کے لیے موزوں ہیں۔

اور تپش پیما استعمال کیا جاتا ہے ۔ آخری تپش ان دونوں تپش پیماؤں کے مقروؤں کا اوسط لی جاتی ہے جب کہ ان کا باہمی فرق صرف ایک درجہ یا اس سے کم ہو ۔ اُس برتن کے آبِ مساوی کا جس میں مائع رکھا ہے، ضروری لحاظ کرنا چاہیے اور نیز حرارہ پیما کے آبِ مساوی کا بھی خیال ضرور رہے ۔

تجربہ ۹۹ ۔ حرارت[1] بردار کے ذریعہ کسی مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین ——— حرارت بردار ایک ایسے تپش پیما کے مشابہ ہوتا ہے جس کا جوفہ بڑا ہو ۔ لیکن اس کے تنے پر صرف دو نشان ہوتے ہیں ۔ جوش کھاتے ہوئے پانی کے اندر حرارت بردار کو گرم کرنے سے جوفہ میں کا پارا بالائی نشان سے بھی اوپر چڑھ جاتا ہے ۔ اس کے بعد حرارت بردار کو پانی میں سے نکال لیتے ہیں اور اس کو خشک کر کے مائع کی تُلی ہوئی مقدار میں حرارہ پیما کے اندر عین اُس وقت رکھتے ہیں جب کہ پارا کسی قدر اُتر کر اوپر کے نشان پر پہنچ جاتا ہے ۔ اس کے بعد اُس کو حرارہ پیما میں اُس وقت تک رکھ چھوڑتے ہیں جب تک کہ پارا نیچے کے نشان پر پہنچ جائے ۔ اس کے بعد اس کو فوراً نکال لیا جاتا ہے ۔ حرارہ پیما میں مائع کی تپش کا اضافہ ایک حساس تپش پیما کے ذریعہ ناپ لیا جاتا ہے ۔ اب اسی عمل کو حرارہ پیما میں پانی کی ایک معلوم کمیت پر دُہراتے ہیں ۔ چونکہ ہر دو صورتوں میں حرارت بردار کے ذریعہ حرارہ پیما میں حرارت کی ایک ہی مقدار منتقل ہوتی ہے لہٰذا مائع کی حرارتِ نوعی محسوب کرنا کچھ مشکل نہیں ۔ طریقِ حساب طالب علم کے لیے بطور مشق چھوڑ دیا جاتا ہے ۔

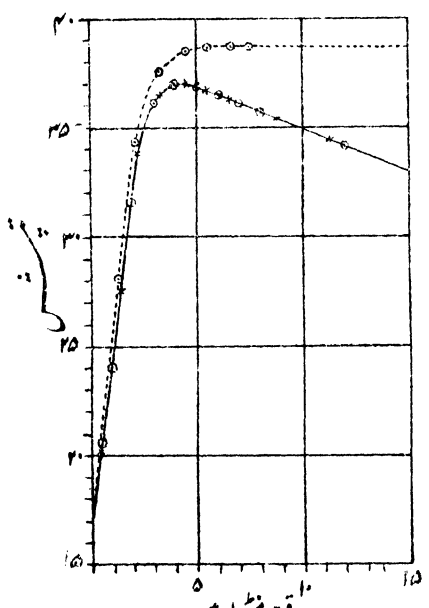
تبرید کے طریقے سے مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین کی توضیح صفحہ ۳۸۰ پر ملیگی

[1] Calorifer

۴۔ اشعاع کے لیے حرارہ پیمائی مشاہدات کی تصحیح کا طریقہ

صحیح حرارہ پیمائی کے لیے ضروری ہے کہ حرارہ پیما ایسے دوہری دیوار کے دھاتی برتن سے گھرا ہوا ہو جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی رکھا جائے۔ پانی کی وجہ سے حرارہ پیما ایک مستقل تپش کے ماحول سے گھرا ہوا رہیگا۔ اور اس حالت میں اشعاع حرارت کے متعلق یہ فرض کیا جا سکتا ہے کہ یہ اُس فرق تپش کے متناسب ہے جو حرارہ پیما اور اُس کے گرداگرد برتن کے درمیان ہے۔

حرارہ پیما کی تپش تجربہ کے آغاز سے پہلے، انجام کے بعد اور نیز خود دوران تجربہ میں ہر ۳۰ ثانیہ پر لکھ لی جاتی ہے۔ اور ایک منحنی جو وقت کے لحاظ سے تپش کی تبدیلی ظاہر کرے مرتسم کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۲۰ ۔ تصحیح کا منحنی

جس انتہائی تپش پر حرارہ پیما پہنچتا ہے، اُس وقت تپش کے گرنے کی شرح منحنی کی مدد سے معلوم کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ لا درجے فی منٹ ہے اور سب سے اعظم تپش ماحول سے ت درجے زیادہ ہے۔

منحنی کو ایک ایک منٹ کے وقفوں میں تقسیم کرو اور اُس آن سے آغاز کرو جب کہ گرم جسم حرارہ پیما کے اندر گرایا گیا تھا۔ اِن میں سے ہر ایک وقفے کے وسط کی تپش کو اُس منٹ کے لیے اوسط تپش مان لو۔ فرض کرو کہ یہ تپشیں گرد کے برتن سے (یعنی ماحول سے) ت۱، ت۲، ت۳ درجے زیادہ ہیں۔

پہلے منٹ میں جو حرارت ضائع ہوئی وہ اوسط اضافۂ تپش ت۱ کے متناظر ہے۔ اگر حرارت کی یہ مقدار ضائع نہ جاتی تو پہلے منٹ کے اختتام پر تپش اُس تپش سے جو حقیقۃً حاصل ہوئی بقدر لا = $\frac{لا}{ت}$ ت۱ زائد ہوتی۔

دوسرے دقیقے میں زائل شدہ حرارت نقصانِ تپش لا۲ = $\frac{لا}{ت}$ × ت۲ کے متناظر ہوگی۔ وعلیٰ ہذا القیاس۔

پہلے دقیقے کے اختتام پر تپش بقدر لا۱ درجے کم ہے اور دوسرے دقیقے کے دوران میں مزید لا۲ درجے کی کمی واقع ہوتی ہے۔ اس طرح دوسرے منٹ کے ختم پر اُس تبرید کی وجہ سے جو گرم جسم کے داخل کیے جانے کے بعد دو منٹ میں واقع ہوئی، تپش بقدر (لا۱ + لا۲) درجے کم ہو جاتی ہے۔

اسی طرح تیسرے منٹ کے ختم پر جو تصحیح چاہیے، (لا۱ + لا۲ + لا۳) ہے۔ اور اسی طرح باقی وقت کے لیے بھی۔ ان تصحیحات کو مرتسم کردہ منحنی میں جوڑنے سے ایک نیا منحنی حاصل ہوگا جس سے وہ تپشیں معلوم ہونگی جو اشعاع کی وجہ سے نقصان نہ ہونے کی صورت میں حاصل ہوتیں۔ یہ منحنی تجربے کے اختتام کے قریب اُفقی ہوگا اور اُفقی حصے کے معین (Ordinate) سے صحیح شدہ تپش ملیگی۔

اگر ضرورت ہو تو آدھے آدھے منٹ کے وقفے بھی لیے جا سکتے ہیں۔ اِس حالت میں بیان کردہ طریقے کے بجائے ہر آدھے منٹ پر تصحیح کو جوڑ لینا ہوگا۔

۵۔ مخفی حرارتیں

پانی کی مخفی حرارت معلوم کرنا

اماعتِ یخ کی مخفی حرارت ـــــ حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو بلا تبدیلی تپش ٹھوس سے مایع حالت میں بدل دینے کے لیے درکار ہے، پانی کی حرارتِ مخفی یا اماعتِ یخ کی حرارتِ مخفی کہلاتی ہے۔

جب حرارہ پیما میں پانی کی معلوم کمیت لے کر اُس میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں تو برف پگھل کر ۰° کا پانی بن جاتی ہے اور یہ ٹھنڈا برفیلا پانی گرم پانی اور حرارہ پیما سے حرارت حاصل کرتا ہے یہاں تک کہ متعادل تپش پہنچ جاتی ہے۔

اگر تجربہ کے آغاز پر حرارہ پیما کمرے کی تپش پر ہو تو برف کے داخل کرنے سے وہ ٹھنڈا ہو کر کمتر تپش پر آجائیگا۔ اور اس طرح تمام دورانِ تجربہ میں اشعاعِ حرارت کے ذریعہ بیرونی فضا سے حرارت حاصل کرتا رہیگا۔

اس خاص سبب سے پیدا ہونے والی خطاء کو دُور کرنے کے لیے مناسب ہے کہ حرارہ پیما اور اُس میں کے پانی کو کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اونچا کر دیا جائے اور پھر کافی مقدارِ برف شامل کی جائے تاکہ کمرے کی تپش سے پھر اُسی قدر یعنی ۵° نیچے ہو جائے۔ ایسی صورت میں تجربے کے پہلے نصف میں جس قدر نقصانِ حرارت ہوا، اُس کسب حرارت سے متوازن ہو جائیگا جو بقیہ نصف وقت میں حاصل ہوا بشرطیکہ تجربے کے دوسرے حصے کے لیے پہلے نصف حصے سے زیادہ

وقت درکار نہ ہو۔[1]

تجربہ ۱۰۰ ۔ اماعتِ یخ کی مخفی حرارت کی تعیین

— پہلے حرارہ پیما کو مع ہلانی تول لو۔ ۱۰۰ سمکعب سے ۲۰۰ سمکعب سمر تک پانی ڈال کر دوبارہ تول لو۔

ان دونوں اوزان کے فرق سے حرارہ پیما میں پانی کی کمیت معلوم ہو جائیگی۔

حرارہ پیما کو گرم پانی کے برتن میں رکھ کر کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اوپر تک گرم کرو۔

حرارہ پیما کی بیرونی سطح کو خشک کر لو اور اس کو تانبے کے ایک بڑے برتن میں نمدے، روئی یا کاگ پر اس طرح سہار کر رکھو کہ موصلیت کے ذریعہ حرارت منتقل نہ ہو سکے۔ حساس تپش پیما کی مدد سے پانی کی تپش معلوم کرو۔

کپڑے یا جاذب کاغذ کی مدد سے برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں کو خشک کر کے پانی میں ڈالتے جاؤ اور اس دوران میں پانی کو ہلاتے رہو۔ برف اس قدر ڈالو کہ پانی کی تپش کمرے کی تپش سے تقریباً ۵° نیچے اُتر آئے۔ تمام برف کے عین گھل جانے کے بعد جو آخری تپش حاصل ہو اُس کا مشاہدہ کر لو۔

حرارہ پیما کو دوبارہ تول لو اور اس طرح شامل کردہ برف کا

---

[1] ۔ خطا سے بچنے کا یہ طریقہ اطمینان بخش طور پر استعمال نہیں ہو سکتا اگر کمرہ کی تپش بہت ہی کم ہو یا تبرید کی وجہ سے تپش نقطۂ شبنم سے بھی بہت نیچے گر جائے جیسے کہ اکثر گرم ممالک میں ہوتا ہے۔ ایسی حالتوں میں یہ قرینِ مصلحت ہے کہ تجربہ کو کمرہ کی تپش سے زیادہ تپش پر شروع کیا جائے اور اُس وقت ختم کیا جائے جب کہ تپش تقریباً کمرہ کی تپش کے برابر ہو۔ اس کے لیے صفحہ ۳۶۳ پر بتائے ہوئے طریقے کے بموجب اشعاع کی وجہ سے نقصان حرارت کی تصحیح کر لی جائے۔

وزن معلوم کرو۔

مندرجۂ ذیل مثال سے مشاہدات کو درج کرنے اور نتیجے کو محسوب کرنے کی توضیح ہوتی ہے :۔

مثال ۔۔۔

حرارہ پیما مع ہلانی کی کمیت	= ۴۰٫۰ گرام
〃 〃 اور پانی کی کمیت	= ۲۴۰٫۰ گرام
صرف پانی کی کمیت	= ۲۰۰٫۰ گرام
حرارہ پیما، پانی اور برف کی کمیت	= ۲۶۲٫۹ گرام
برف کی کمیت	= ۲۲٫۹ گرام
کمرے کی تپش	= ۱۵٫۰ $^{\circ}$م
پانی کی ابتدائی تپش $ت_1$	= ۲۰٫۰ $^{\circ}$م
〃 آخری تپش $ت_2$	= ۱۰٫۰ $^{\circ}$م

اب ہمیں اس امر کا اظہار کرنا ہے کہ پانی اور حرارہ پیما کے $ت_1^{\circ}$ سے $ت_2^{\circ}$ تک ٹھنڈا ہونے میں جو حرارت خارج ہوئی، اُس حرارت کے برابر ہے جو برف کو پگھلانے اور اس طرح بنے ہوئے پانی کی تپش کو $^{\circ}$۰ سے $ت_2^{\circ}$م تک لانے کے لیے درکار ہے۔

حرارہ پیما (مع ہلانی) کا آب مساوی، جو حرارہ پیما کی کمیت اور نحاسیے کی حرارت نوعی (۰٫۰۹۵) کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔

$$= ۰٫۰۹۵ \times ۴۰ = ۳٫۸ \text{ گرام}$$

پانی سے خارج شدہ حرارت

= پانی کی کمیت × تپش میں کمی

$$= ۲۰۰ \times (۲۰^{\circ} - ۱۰^{\circ})$$

= ۲۰۰۰ حرارت کی اکائیاں یعنی حرارے۔

حرارہ پیما سے خارج شدہ حرارت

= حرارہ پیما کا آب مساوی × تپش کی کمی

$$= ۳٫۸ \times (۲۰^{\circ} - ۱۰^{\circ})$$

= ۳۸ حرارے

خارج شدہ حرارت کی کُل مقدار

= ۲۰۳۸ حرارے

حرارت جو ۹ء۲۲ گرام برف پگھلانے کے لیے درکار ہے

= ۹ء۲۲ × مخ حرارے

جہاں مخ پانی کی مخفی حرارت ہے یعنی حراروں کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو پگھلانے کے لیے درکار ہے۔

حرارت جو ۹ء۲۲ گرام پانی کو ۰° سے ت° تک پہنچانے میں درکار ہے

= ۹ء۲۲ × ت° حرارے

= ۲۲۹ حرارے

اب ہم ایک مساوات لکھتے ہیں جس سے اِس واقعہ کا پتہ چلتا ہے کہ کُل مقدارِ حرارت خارج کردہ = کُل مقدارِ حرارت حاصل کردہ۔ اور اِس کے ذریعہ مخ کی قیمت دریافت کرتے ہیں۔

پس ۲۰۳۸ = ۹ء۲۲ مخ + ۲۲۹

۹ء۲۲ مخ = ۱۸۰۹

مخ = ۷۹ حرارت کی اکائیاں مئی پیمانہ پر فی گرام برف

= ۷۹ حرارے فی گرام

بھاپ کی مخفی حرارت کی تعیین

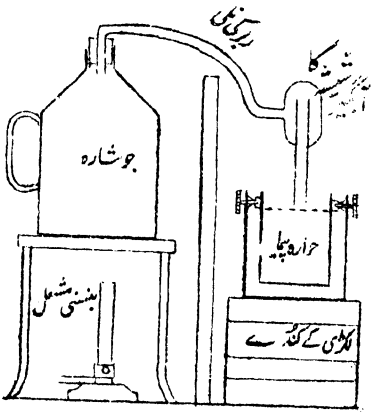
بھاپ کی مخفی حرارت ۔ بھاپ کی مخفی حرارت یا پانی کی تبخیر کی مخفی حرارت، حرارت کی وہ مقدار ہے جو ایک گرام پانی کو بلا تبدیلیٔ تپش بھاپ میں تبدیل کردے۔

جب حرارہ پیما میں پانی کی ایک معلوم کمیت کے اندر جوشارہ سے بھاپ گزاری جاتی ہے تو کچھ بھاپ بستہ ہو جاتی ہے اور پانی کی آخری

تپش ابتدائی تپش سے بڑھ جاتی ہے ۔ مشاہدہ کردہ اضافۂ تپش اور بستہ شدہ بھاپ کی کمیت کے ذریعہ بھاپ کی مخفی حرارت محسوب کر سکتے ہیں ۔

اگر تجربے کے آغاز پر حرارہ پیما کے اندر پانی کمرے کی تپش پر ہو تو جوں ہی اس کی تپش گرد و پیش کی چیزوں سے زیادہ ہو گی، یہ اشعاع کے عمل سے حرارت کھونے لگیگا ۔ اس وجہ سے مخفی حرارت کی بہت چھوٹی قیمت حاصل ہونے کا امکان ہے ۔

اِس سبب سے پیدا ہونے والی خطاء کو اِس طرح گھٹا سکتے ہیں کہ تجربے کے آغاز پر پانی کی تپش کمرے کی تپش سے اسی قدر کم رکھی جائے جس قدر کہ تجربہ کے اختتام پر آخری تپش کمرے کی تپش سے زیادہ ہو گی ۔ اِس خطاء کو اس طرح بھی گھٹایا جا سکتا ہے کہ پانی کو گرم کرنے کی مدت حتی الامکان کم کر دی جائے ۔ اس مقصد کے لیے بھاپ ٹونٹی میں سے تیز دھار کی طرح نکالی جانی چاہیئے ۔ اشعاع حرارت کو روکنے کی غرض سے حرارہ پیما اور جوشارہ کے مابین ایک پردہ حائل کیا جا سکتا ہے (شکل ۱۲۱) ۔



شکل ۱۲۱ ۔ بھاپ کی مخفی حرارت

صحیح نتیجہ برآمد ہونے کے لیے یہ ضروری ہے کہ بھاپ خشک ہو۔ یعنی بستہ شدہ پانی سے پاک ہو۔ اس مقصد کے لیے شیشے کا آب گیر (Water trap) استعمال کرتے ہیں تاکہ بستہ شدہ پانی جس قدر ممکن ہو بھاپ کے ساتھ حرارہ پیما میں داخل نہ ہو سکے۔ آب گیر اور جوشارہ کو جوڑنے والی ربر کی نلی چھوٹی ہونی چاہیے اور اس کو روئی سے لپیٹ سکتے ہیں۔

بھاپ کو خشک رکھنے کی اہمیت اس واقعہ سے واضح طور پر ذہن نشین ہو گی کہ بھاپ کے ساتھ ایک گرام پانی کا چلا آنا تقریباً ۵۰ حراروں کی خطا پیدا کرتا ہے۔

تجربہ ۱۰۱ ۔ بھاپ کی مخفی حرارت کی تخمین ۔ پہلے یہ دیکھ لو کہ جوشارہ میں پانی کی کافی مقدار موجود ہے۔ اس کے بعد اس کو کسی شعلہ پر گرم کرو۔

حرارہ پیما دو حصوں، ایک اندرونی اور دوسرے بیرونی برتن پر مشتمل ہوتا ہے۔ اندرونی برتن کو تول لو اور اس کو تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھر لو۔

پانی میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالتے جاؤ یہاں تک کہ پانی کی تپش تقریباً ۵° م گر جائے۔ پھر اس برتن کو مع اس کے مافیہ کے صحت کے ساتھ تول لو۔

کمرے کی تپش لکھ لو اور حرارہ پیما کے تپش پیما کو پھر ایک مرتبہ پڑھ لو۔ اس تپش کا اندازہ کر لو جس پر تمہیں تجربہ ختم کرنا چاہیے۔ مثلاً اگر کمرہ کی تپش ۱۵° م ہو تو انتہائی تپش ۲۵° م ہونی چاہیے۔

اگر نلکا سس نلی کی ٹونٹی پر پانی کے کچھ قطرے ہوں تو انہیں جاذب کے ذریعہ نکال دو۔ حرارہ پیما کے پانی میں بھاپ کی تیز رو گزارو۔[1]

---

[1] ۔ اس تجربے میں نلی کی ٹونٹی پانی کے اندر نہیں ڈبونا چاہیے بلکہ نلی کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ اُس کا سرا حرارہ پیما کی سطح سے کسی قدر اندر کی طرف ہو تاکہ پانی کی سطح نلی میں سے (بقیہ بر صفحۂ آئندہ)

اور اُس وقت پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہو تاکہ کیساں تپش کا یقین ہو سکے جب مطلوبہ درجہ تک تپش پہنچ جائے تو حرارہ پیما کو جو شارہ کے قریب سے جس قدر جلد ہو سکے ہٹا دو اور تپش پیما کی انتہائی تپش کا مشاہدہ کرو۔

بستگی میں آئی ہوئی بھاپ کا اندازہ کرنے کے لیے حرارہ پیما کو تول لو۔

بارپیما کی بلندی بھی پڑھ لو۔

۷۶۰ ملیمعیاری دباؤ کے لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰° س ہے۔ اس دباؤ کے قریب پارے کے ۸ر۲۶ ملیم کے تناظر اضافۂ دباؤ سے نقطۂ جوش ۱° س بڑھ جاتا ہے اور خفیف تبدیلیوں کے لیے نقطۂ جوش کی بلندی دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ پس مشاہدہ کردہ دباؤ کے تناظر نقطۂ جوش کا حساب لگایا جا سکتا ہے لیکن چونکہ انگلستان میں اس طرح معلوم کردہ تپش ۱۰۰° س سے کچھ زیادہ مختلف نہیں ہوتی ہے اس لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰° س لینے سے جو خطا شامل ہوگی ان خطاؤں کے مقابلے میں بالکل ناقابل احساس ہوگی جو تجربہ کی عملی بداحتیاطوں سے شامل ہو جاتی ہیں۔

نتائج کو حسب ذیل طریقے پر درج کرو:—

حرارہ پیما کی کمیت	= ۱۶۰ر۰ گرام
حرارہ پیما اور پانی کی کمیت	= ۶۸۴ر۲ گرام
پانی کی کمیت	= ۵۲۴ر۲ گرام
حرارہ پیما، پانی اور بھاپ کی کمیت	= ۷۰۴ر۴ گرام
بستہ شدہ بھاپ کی کمیت	= ۲۰ر۲ گرام
پانی کی ابتدائی تپش ت° س	= ۶ر۲° س

بقیہ حاشیہ صفحۂ گزشتہ) نکلنے والی بھاپ کی زد کی وجہ سے نلی سے ذرا دُور ہٹی رہے اور بھاپ صرف پانی کی سطح پر پھیلتی ہو۔ اگر نلی کا سوراخ پانی کے بالکل اندر کر دیا گیا تو بھاپ بہت جلد بستہ ہو جائیگی اور پانی بھاپ دان کے اندر داخل ہو جائیگا اور سارا تجربہ اکارت ہو جائیگا بھاپ کے بچ نکلنے سے کوئی غلطی نہیں پیدا ہوتی کیونکہ جو بھاپ نکلتی ہے، پانی میں بستہ نہیں ہوتی اس لیے اس کی مخفی حرارت پانی کو نہیں پہنچ سکتی اور نہ اس کی کمیت بستہ شدہ بھاپ کی کمیت میں شامل ہو سکتی ہے۔

پانی کی انتہائی پیش $ت_۲$ م = ۲۸٫۶° م

بار پیما کی بلندی = ۷۵۸ مم

بھاپ کی پیش $ت_۱$° م = ۱۰۰° م

حرارہ پیما کا آب مساوی محسوب کرو۔ مجموعی آب مساوی اس طرح حاصل ہوگا کہ حرارہ پیما میں جو پانی ہے، اُس کو حرارہ پیما کے آب مساوی میں شامل کر لیا جائے۔ اگر اس کو اضافۂ پیش $ت_۲$ - $ت_۱$ سے ضرب دیا جائے تو ہمیں حرارہ پیما اور اس میں کے پانی کی جذب کردہ حرارت معلوم ہو جائیگی۔ اس کو حراروں میں بیان کرتے ہیں۔

اب اُس حرارت پر غور کرو جو بھاپ کی بستگی میں اور حاصل شدہ پانی کی پیش کے پست ہونے میں خارج ہوئی ہے۔

بھاپ کے بستہ ہونے سے جو حرارت خارج ہوئی

= بستہ شدہ بھاپ کی کمیت × مخ

= بستہ شدہ پانی کی کمیت × مخ

= ۲٫۶۲ گرام × مخ

اس طرح حاصل شدہ پانی کی پیش کے ت° سے $ت_۲$ تک گرنے سے خارج شدہ حرارت

= پانی کی کمیت × (ت - $ت_۲$)

= ۲٫۶۲ × (۱۰۰ - ۲۸٫۶) حرارے

یہ فرض کر کے کہ اشعاع کی وجہ سے کوئی کسب یا نقصانِ حرارت نہیں ہوتا ہے، اِن دونوں مقداروں کا حاصل جمع اُس حرارت کے برابر ہونا چاہیئے جس کو حرارہ پیما اور اُس کے مافیہ پانی نے جذب کیا تھا۔

اِس کے ذریعہ ایک سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے جس سے مخ کی تخمین ہو جائیگی۔

ڈیوار (Dewar) کی صُراحی کا آب مساوی

ڈیوار کی صُراحی کے آب مساوی کی تخمین کا یہ طریقہ

ویسٹ منسٹر[1] ٹریننگ کالج کے ڈاکٹر ایل[2] ۔ ایف ۔ رچرڈسن کا ایجاد کردہ ہے ۔ مندرجۂ ذیل ہدایات ایک پائینٹ (Pint) (نصف لیٹر) گنجائش والی صُراحی کے لیے ہیں ۔ ٹھنڈے پانی کی ایک معلوم مقدار (تقریباً ۵۰ مکعب سمر) کی تپش ت معلوم کرلو ۔ صُراحی کو تقریباً تین چوتھائی تک گرم پانی سے بھر لو اور چُست بیٹھنے والے کاگ سے جس میں سے تپش پیما گزرتا ہو، صُراحی کا مُنہ بند کر دو ۔ اب صراحی کو اوندھا کر کے پانی کو اچھی طرح چکر دو تاکہ صُراحی کے تمام اندرونی حصے میں یکساں تپش قائم ہو جائے ۔ نتیجہ کی صحت اُس احتیاط پر منحصر ہے جو اس عمل میں برتی جاتی ہے ۔ تپش ت کو لکھ لو ۔ گرم پانی کو پھینک کر اس کے اندر ٹھنڈے پانی کی معلوم مقدار جلدی سے داخل کرو ۔ کاگ کو پھر لگا دو اور دوبارہ ہلانے کے بعد حاصل تپش ت دیکھ لو ۔ اِن معطیات سے صراحی کا آبِ مسادی معلوم ہو جائیگا ۔ اس صراحی کو پانی یا بھاپ کی حرارتِ مخفی معلوم کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں ۔

---

[1] Westminster Training College

[2] Dr. L. F. Richardson

فصل چہارم

تبرید

۱۔ کلیۂ تبرید

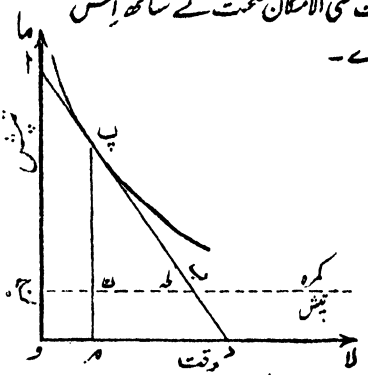
جب کوئی گرم جسم مستقل تپش والے ماحول میں رکھا جائے تو گرم جسم کی تپش اس حد تک گرے گی کہ وہ آخر میں ماحول ہی کی تپش کے برابر ہو جائیگی۔ اگر جسم اس طرح رکھا گیا ہو کہ ایصال کے ذریعہ حرارت کی منتقلی کو نظر انداز کر سکیں تو عمل تبرید کچھ تو اشعاع اور کچھ حملِ حرارت کے ذریعہ ہوگا۔ اگر حملی رَوؤں کے اثر کو ساقط کر سکیں جیسا کہ تجربے کو خلا میں انجام دینے سے ہوتا ہے تو اشعاعِ حرارت تپشِ مطلق کی چوتھی قوت کے متناسب پایا جاتا ہے۔ یہ کلیۂ اسٹیفان (Stefan's law) کے نام سے موسوم ہے۔

معمولی صورت میں جب کہ گرم جسم ہوا میں کرۂ ہوائی کے دباؤ پر ٹھنڈا ہوتا ہے تو شرحِ تبرید اُس فرقِ تپش کے متناسب پائی جاتی ہے جو گرم جسم اور اُس کے ماحول کی تپش میں ہو۔ یہ نیوٹن کا کلیۂ تبرید کہلاتا ہے۔ زمانۂ حال کے تجربات سے ظاہر ہے کہ یہ کلیہ تپش کے کافی وسیع حدود کے لیے تقریباً درست ہے جب کہ تبرید کا عمل دونوں طرح یعنی اشعاع اور حملِ حرارت کے ذریعہ ہو رہا ہو۔

تجربہ ۱۰۲۔ مختلف تپشوں پر شرحِ تبرید کا

تعین ـــــ نیوٹن کے کلیۂ تبرید کی توضیح کے لیے پتلی دیواروں والے دھاتی برتن کو ایک دوسرے بڑے برتن کے اندر اس طرح قائم کرو کہ جہاں تک ممکن ہو حرارت کی منتقلی ایصالِ حرارت کے ذریعہ بہت ہی کم ہو۔ چھوٹے برتن کو تقریباً ۸۰° م کے گرم پانی سے قریب قریب پُر کر دو۔ ہر نصف منٹ کے وقفے سے پانی کی تپش کے مقروئے حاصل کرو یہاں تک کہ تپش گر کر کمرے کی تپش سے تقریباً دس درجے کے اندر ہو جائے۔ تپش کو معین اور وقت کو فاصلہ مان کر ایک ترسیم کھینچو اور اس بات کی احتیاط رکھو کہ منحنی، مشاہدہ شدہ نقطوں کے درمیان مسلسل کھینچا جائے (شکل ۱۲۲)۔ اس تبریدی منحنی کا ڈھال اولاً بہت زیادہ ہوگا لیکن جُوں جُوں پانی کی تپش کمرے کی تپش کے قریب آتی جائیگی اس کا ڈھال کم ہوتا جائیگا۔ کمرے کی تپش کو تعبیر کرنے کے لیے مربع دار کاغذ پر ایک اُفقی خط بھی کھینچ لو۔

کسی خاص تپش پر، جو ترسیم میں نقطۂ پ کے متناظر ہو، شرحِ تبرید یا تپش کی تبدیلی کی شرح معلوم کرنے کے لیے اس نقطہ پر منحنی کا ایک مماس کھینچو۔ اس خط کے کھینچنے میں احتیاط سے کام لینا چاہیے تاکہ خط کی سمت حتی الامکان صحت کے ساتھ اس نقطہ پر منحنی کی سمت کو تعبیر کرے۔



شکل ۱۲۲ ۔ شرحِ تبرید

فرض کرو کہ یہ مماس انتصابی محور سے نقطہ ا پر اور کمرہ کی تپش کو تعبیر کرنے والے افقی خط سے نقطہ ب پر ملتا ہے۔ تو اس خط کے ڈھال یعنی زاویہ ا ب ج یا ط ی کے مماس سے تپش کی شرحِ تبدیلی حاصل ہو جائیگی۔ فاصلے ا ج اور

ب ج ناپ لو اور مس طہ کو محسوب کرو جو $\frac{\text{ا ج}}{\text{ب ج}}$ کے برابر ہے۔ جسم اور کمرے کی تپشوں کا باہمی فرق خط پ ن سے ظاہر ہوتا ہے۔ اس فرقِ تپش کا بھی تعین کرلو۔

پس نیوٹن کے کلیۂ تبرید کی رُو سے مس طہ یعنی تپش کی شرحِ تبدیلی پ ن یعنی فرقِ تپش کے متناسب ہونی چاہیے۔ یعنی مس طہ ∝ پ ن یا مس طہ = م × پ ن، یا $\frac{\text{مس طہ}}{\text{پ ن}}$ = م جو ایک مستقل ہے۔

ترسیم کے کم از کم تین نقطوں کے لیے اِس مقدار کا تعین کرو۔ یہ نقطے ایسے منتخب کیے جائیں کہ پورے منحنی کے مختلف حصوں کی اچھی طرح تعبیر ہو سکے۔ اور یہ دیکھو کہ آیا نتیجہ تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں[1]۔

حاصل شدہ نتائج کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمتوں کا فرق معلوم کرو اور فی صدی فرق کا حساب لگاؤ۔

جب ایک مقدار دُوسری مقدار کے ساتھ اس طرح بدلتی ہو کہ دوسری مقدار کے لحاظ سے پہلی مقدار کی شرحِ تبدیلی متناسب ہو خود پہلی مقدار کے تو کہتے ہیں کہ یہ تبدیلی لوکارتمی یا قوت نمائی قانون کی پابندی کرتی ہے۔

یہی حالت اُس وقت بھی ہوتی ہے جب کہ کوئی رقم سود مرکب کے لحاظ سے بڑھتی جائے۔ لیکن اُس وقت تو رقم مسلسل بڑھتی چلی جاتی ہے اور جو مسئلہ اِس وقت زیرِ غور ہے اس میں گرم جسم کی تپش مسلسل گرتی جاتی ہے۔ اگر ہم تپش کی زیادتی (کمرے کی تپش سے) کے لوکارتم کو وقت کے مقابلے میں مرتسم کریں تو ایک خطِ مستقیم حاصل ہونا چاہیے۔ ایسے

---

[1] ۔ چونکہ مس طہ = $\frac{\text{پ ن}}{\text{ن ب}}$ ، $\frac{\text{مس طہ}}{\text{پ ن}}$ = $\frac{\text{ا}}{\text{ن ب}}$

لہٰذا اگر $\frac{\text{مس طہ}}{\text{پ ن}}$ مستقل ہو تو ن ب کو بھی مستقل ہونا چاہیے۔

اس سادہ ترسیمی طریقے سے اِس کلیہ کی جانچ کا ایک طریقہ ہاتھ آتا ہے۔ مختلف زیرِ غور نقطوں کے لیے خط ن ب کا طول ناپ لو اور یہ دیکھو کہ آیا یہ طول تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں۔

طالب علم جو تفرقی احصاء کے ابتدائی معلومات رکھتے ہوں، کلیۂ نیوٹن کی تصدیق حسبِ ذیل طریقے سے کر سکتے ہیں۔ اگر زیرِ بحث ترسیم ایک خطِ مستقیم ہو تو

لوک ز = - لوک ز = ا و

جہاں ز وقت و پر تپش کی زیادتی ہے اور ز ابتدائی زیادتی ہے جب کہ و = ۰، اور ا ایک مستقل ہے۔

عملِ تفرق سے

$$\frac{1}{ز} \frac{فرز}{فرو} = ا -$$

یا

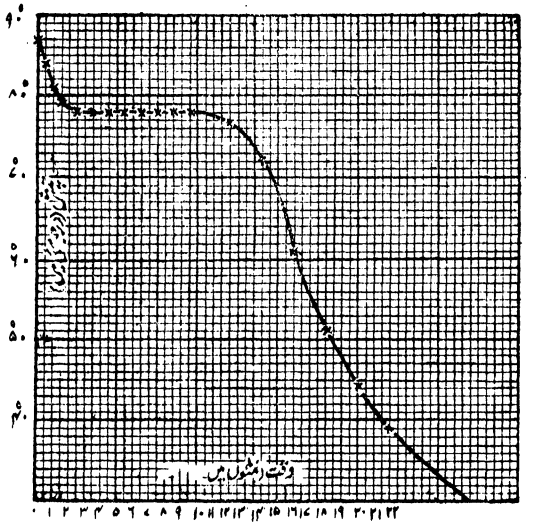
$$\frac{فرز}{فرو} = ا ز -$$

یعنی و پر تپش کے تنزل کی شرح، وقت و پر زیادتی کے متناسب ہے۔

۲۔ تبرید کا منحنی جب کہ مایع ٹھوس بن رہا ہو

گزشتہ تجربے میں نیوٹن کے کلیۂ تبرید کو دھات کے پتلی دیواروں والے گرم پانی کے برتن کی تبرید کے ذریعہ واضح کیا گیا ہے۔ ایسے تجربے کے ذریعہ حاصل کردہ نتائج کی ترسیم ایک خاص طریقے پر اُس وقت ہو جاتی ہے جب کہ برتن کے اندر کا مایع اُس تپش میں سے گزرے جس پر انجماد واقع ہوتا ہے۔ موجودہ تجربہ میں ایسی شئے استعمال کر سکتے ہیں جس کا نقطۂ اماعت کرہ ہوائی کی معمولی تپش سے زیادہ لیکن ۱۰۰° سے کم ہو۔ مثلاً نفتھالین، سٹیرین (Stearin) یا اچھی قسم کا پیرافنی موم استعمال کر سکتے ہیں۔ اگر تجربہ کے آغاز پر شئے مایع کی حالت میں ہو اور برتن کو ٹھنڈا ہونے کا موقع دیں تو نقطۂ انجماد کے پہنچنے تک مایع کی تپش مسلسل گرتی جائیگی۔ اب چونکہ مایع کے تمام حصے یکے بعد دیگرے ٹھوس بنتے جائینگے اس لیے ہر حصہ اپنی مخفی حرارت خارج کرتا جائیگا اور اس طرح تپش گرنے نہیں پاتی۔ لہٰذا جب تک کہ تمام شئے ٹھوس نہ بن جائے تپش تقریباً مستقل رہتی ہے۔ اس کے بعد تپش پھر گرنے لگتی

ہے اور آخر کار ٹھوس جسم کمرے کی تپش پر پہنچ جاتا ہے (شکل ۱۲۳)۔



شکل ۱۲۳۔ تبریدی منحنی نفتھالین کا نقطۂ اماعت دکھانے کے لیے

تجربہ ۱۳۔ نقطۂ اماعت کی تعیین تبریدی منحنی کے ذریعہ

دھات کے چھوٹے سے برتن کو جس میں زیر تجربہ مادہ مثلاً موم رکھا ہو، گرم پانی کے برتن میں ڈبو کر احتیاط سے گرم کیا جاتا ہے یہاں تک کہ سارا موم پگھل کر ایسی تپش پر پہنچ جائے جو ۸۰° م یا ۹۰° م کی تپش سے زیادہ بلند نہ ہو۔

اب اس چھوٹے برتن کو دوسرے بڑے برتن کے اندر سہارا لیا جاتا ہے اور تپش کے مقروئے ہر نصف منٹ کے وقفے پر

لیے جاتے ہیں۔ جب شئے ٹھوس بننے لگتی ہے تو یہ ضروری ہوجاتا ہے کہ تپش پیما کو ٹھوس بننے والے جسم کے وسط میں ایک حالت پر چھوڑ دیا جائے کیونکہ اس تجربے میں ہلاتے رہنا مناسب نہیں ہے۔ تپش پیما کو پڑھتے رہو یہاں تک کہ وہ شئے کے نقطۂ اماعت سے ۱۰° یا ۱۵° نیچے گر جائے۔

وقت کو فصلے اور تپشوں کو معین مان کر ایک منحنی مرتسم کرو۔ پیمانہ منتخب کرنے میں اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ منحنی تقریباً تمام کاغذ کو پُر کردے۔ اس منحنی کے ذریعہ شئے کا نقطۂ اماعت یعنی وہ تپش معلوم کرو جس پر منحنی پہلی مرتبہ اُفقی ہو جاتا ہے۔

اگر شئے آمیزہ ہو تو منحنی پر اماعت کے مختلف نقطے ظاہر ہونگے یا کوئی صریح تغیر مشاہدہ نہ ہوگا۔ سستی قسم کے پیرافنی موم، پیرافنی گروہ کے مختلف ارکان کے آمیزے ہوتے ہیں جو مختلف تپشوں پر پگھلتے ہیں۔ اِن کے مختلف اجزاء خفیف سی حد تک ایک دوسرے کو حل کر لیتے ہیں اور اس طرح کوئی خاص نقطۂ اماعت حاصل نہیں ہوتا۔

پُرسردی ـــــ عکاسی کا معمولی ہائیپو (Hypo) عمل تبرید کا ایک دلچسپ واقعہ پیش کرتا ہے۔ اگر اس کو پگھلایا جائے اور معمولی طور پر اس کا تبریدی منحنی حاصل کیا جائے تو کافی وقت تک اس کی تپش بالکل یکسانیت کے ساتھ گرتی چلی جائیگی اور نیوٹن کے کلیۂ تبرید کے تابع ہوگی۔ اس کے بعد یکایک انجماد کا عمل شروع ہوگا اور تپش میں فوراً ہی قابل لحاظ اضافہ واقع ہوگا اور یہ تپش حقیقی نقطۂ اماعت تک بڑھیگی اور اس کے بعد قائم ہوجائیگی، جب تک کہ تمام کا تمام "ہائیپو (Hypo) ٹھوس نہ بن جائے۔ اس کے بعد وہ پھر ایک مرتبہ معمولی کلیۂ تبرید کے مطابق گرنے لگیگی۔ طالب علم کو چاہیے کہ کوئی ایسا نظریہ قائم کرنے کی کوشش کرے جس سے انجمادی عمل شروع ہونے پر تپش کی ترقی کی توجیہ ہوسکے۔

بعض اوقات ایسا بھی مشاہدہ میں آسکتا ہے کہ مایع کی تپش، فضا کی

تپش سے چند ہی درجے اوپر تک گر چکی ہے لیکن پھر بھی شئے ٹھوس نہیں بنی۔ اگر شئے کے ٹھوس بننے کے بغیر تپش ۲۵° م سے نیچے گر جائے تو ٹھوس ہائپو (Hypo) کی ایک قلم پگھلی ہوئی کمیت کے اندر گرا دی جائے اور اس وقت احتیاط کے ساتھ تپش مشاہدہ کی جائے۔

۳۔ مایع کی حرارتِ نوعی تبرید کے طریقے سے

کسی دیے ہوئے ماحول کے اندر کسی شئے سے فی ثانیہ حرارت کی ضایع ہونے والی مقدار، ٹھنڈا ہونے والے جسم کی تپش، اس کے کھلے رقبے، اور کھلی سطح کی نوعیت کے تابع ہے۔

$$\text{تپش کا تنزل فی ثانیہ} = \frac{\text{خارج شدہ حرارت فی ثانیہ}}{\text{جسم کی حرارتی گنجائش}}$$

جب مایع کی کوئی مقدار جو کافی بلند تپش تک گرم کی گئی ہو، مستقل تپش کی فضا میں رکھے ہوئے حرارہ پیما کے اندر سرد ہونے دی جائے تو ہر نصف منٹ یا ایک منٹ کے وقفوں سے حاصل کردہ مشاہداتِ تپش کی مدد سے اس مایع کے لیے تبرید کا منحنی مرتسم کیا جا سکتا ہے۔ اس کے بعد اس مایع کو پانی سے بدل سکتے ہیں اور پھر پانی کے لیے اسی طرح تجربہ انجام دیا جا سکتا ہے۔

اگر ان ہر دو حالتوں میں تپش کے مماثل سلسلے لیے جائیں تو نقصانِ حرارت کی اوسط شرحیں بھی مماثل ہوں گی اگرچہ تپش کے تنزل کی اوسط شرحیں ایک دوسری کے مماثل نہ ہوں۔ اگر ان دونوں صورتوں میں تپش کے تنزل کی شرحیں منحنی سے حاصل کی جائیں تو نقصانِ حرارت کی شرحوں کے لیے جملے حاصل کر سکتے ہیں اور ان جملوں کو ایک دوسرے کے مساوی رکھ کر مایع کی حرارتِ نوعی معلوم ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ

ک = استعمال کردہ مایع کی کمیت اور نے اس کی حرارتِ نوعی

و = پانی کی کمیت

ک = حرارہ پیما کی کمیت، اور نخ اُس کی حرارتِ نوعی۔

نیز فرض کرو کہ ہر حالت میں تپش $ط_۱$ سے $ط_۲$ تک گرتی ہے اور تپش کے اِس تنزل کے لیے وقت $ق_۱$ صَرف ہوتا ہے جب کہ مایع استعمال ہو اور $ق_۲$ اُس وقت جب کہ پانی لیا جائے۔

پہلی صورت میں نقصانِ حرارت کی اوسط شرح

$$\frac{(ک\ نخ + ک\ نخ)\ (ط_۱ - ط_۲)}{ق_۱}$$ ہے۔

اور دوسری صورت میں

$$\frac{(و + ک\ نخ)\ (ط_۱ - ط_۲)}{ق_۲}$$ ہے۔

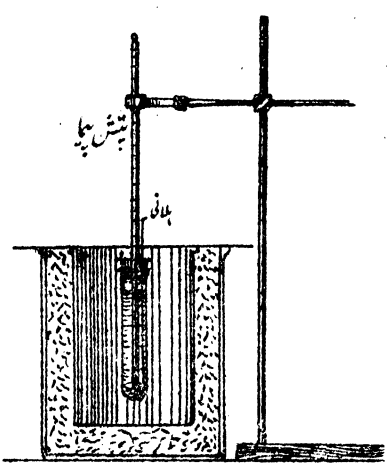
یہ شرحیں مساوی ہیں۔ اس لیے

$$\frac{(ک\ نخ + ک\ نخ)}{ق_۱} = \frac{(و + ک\ نخ)}{ق_۲}$$

اِس مساوات سے نخ محسوب ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۰۲۔ مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین تبرید کے طریقے سے ——— (۱) ۔ دوہری دیواروں کا کوئی ایسا برتن جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی ہو، مستقل تپش کی فضا کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اس تجربہ کے لیے پیرافنی تیل موزوں مایع ہے۔ دھات کا ایک چھوٹا سا حرارہ پیما جس کے ڈھکن میں تپش پیما اور ہلانی کے لیے سوراخ ہوں، مایع رکھنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ یہ بات بہت اہمیت رکھتی ہے کہ تجربے کے دونوں حصوں میں حرارہ پیما کی بیرونی سطح ایک ہی نوعیت پر ہو۔ یہ بیحد مجلا بنائی جا سکتی ہے یا اس پر بالکل سیاہ وارنش چڑھایا جا سکتا ہے۔

حرارہ پیما کو تول لو ۔ کسی دوسرے برتن میں پیرافنی تیل کو گرم پانی میں رکھ کر تقریباً ۵۰° م تک گرم کرو ۔ اور گرم پیرافن کو حرارہ پیما میں انڈیل کر حرارہ پیما کو ڈھانک دو ۔ اور فضا میں اس طرح غیر موصل کے ذریعہ سہار کر رکھ دو کہ وہ اپنے اطراف کے برتن سے مَس نہ کرنے پائے (شکل ۱۲۴) ۔ جب تپش ۴۰° سے ۳۰° م تک گر رہی ہو، ہر ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیما کو پڑھتے رہو۔ اِس دوران میں مایع کو آہستہ آہستہ ہلاتے رہو ۔ مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیما کو ہٹا کر تول لینا چاہیے تاکہ پیرافن کی کمیت معلوم ہو ۔ پیرافن کے بجائے پانی استعمال کر کے اسی طریق عمل کو دُہرایا جائے اور اِس بات کی احتیاط کی جائے کہ اشعاعی سطح میں کسی طرح بھی کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو۔



شکل ۱۲۴ ۔ مایع کی حرارت نوعی

تپش کو معین اور وقت کو فصلے مان کر مربعدار کاغذ پر دونوں تبریدی منحنی

مرتسم کرو۔ پیرافن اور پانی کو ایک ہی حدودِ تپش کے درمیان (مثلاً ۶۵° تا ۳۰° م) ٹھنڈا ہونے میں جتنے ثانیے صرف ہوں اُن کی تعداد نخنوں کی مدد سے معلوم کرو۔ صفحہ ۳۸۱ پر دیے ہوئے ضابطے کی مدد سے پیرافن کی نوعی حرارت محسوب کرو۔

بعض اوقات دو حرارہ پیما استعمال کیے جاتے ہیں۔ ایک میں پانی اور دوسرے میں مایع (پیرافن) ہوتا ہے۔ اگر ایسا کیا جائے تو ان دونوں حرارہ پیما کو ایک ہی دھات (ایلومینیئم) کا اور مساوی ابعاد کا ہونا چاہیے اور دونوں احتیاط کے ساتھ مجلّا کیے ہوں۔ اور وہ ایک ہی احاطہ میں کسی قدر فاصلے سے لٹکا دیے جاتے ہیں۔ سوائے اس کے کہ تبریدی مغنی کے لیے مشاہدات بہ یک وقت حاصل کرنے میں وقت کی کفایت ہے، اِس طریقے کی کبھی سفارش نہیں کی جا سکتی کیونکہ اس کا یقین کرنا بالکل غیر ممکن ہے کہ ٹھنڈی ہونے والی سطحیں، گو رقبہ میں برابر ہوں، لیکن جلا میں بھی ضرور مساوی ہونگی۔ جو حرارہ پیما استعمال ہوتے ہیں چونکہ وہ چھوٹے ہوتے ہیں اس لیے یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ تپش پیما سے جو تپش ظاہر ہوتی ہے، خود مایع کی تپش کے برابر ہے حالانکہ اِس وقت مایع کو ہلایا نہیں جا رہا ہے۔

فرض کرو کہ ک۱ پہلے حرارہ پیما اور ک۲ دوسرے حرارہ پیما کی کمیت کو ظاہر کرتے ہیں۔

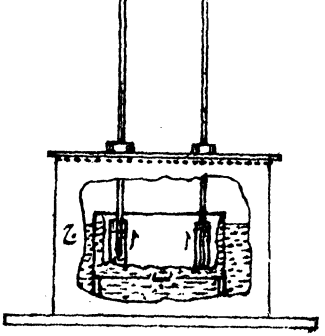
تو $\frac{(ک_{۱} نخ + ک_{۲} نخ)}{و} (طم - طم_{۱})$ مساوی ہے $\frac{(د + ک_{۲} نخ)}{و} (طم - طم_{۲})$

پس $\frac{(ک_{۱} نخ + ک_{۲} نخ)}{و} = \frac{(د + ک_{۲} نخ)}{و}$

اس مساوات سے نخ کی قیمت محسوب کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۱۰۵ - مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین تبرید کے طریقے سے - (۲) - اندرونی

ا کمرے، ب اور بیرونی کمرے ج کی درمیانی فضاء کو ٹھنڈے پانی سے بھر دو تاکہ اندرونی کمرہ مستقل تپش کے برتن کا کام دے سکے۔ ب کے اندرونی طرف پانی نہیں ڈالا جاتا کیونکہ دونوں حرارہ پیمانوں سے تبرید کا عمل اشعاع اور ہوا میں حملِ حرارت کے ذریعہ انجام پاتا ہے۔ دونوں حرارہ پیمانوں کو گرم کرنے کے لیے گرم پانی کا برتن چاہیے۔ جب یہ برتن گرم ہو رہا ہو تو خالی حرارہ پیمانوں کو تول لو۔ ایک حرارہ پیما کو دو تہائی کے قریب پیرافن سے بھر لو اور دوسرے کو پانی سے۔ شکل ۱۲۵ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب ربر کے ڈاٹوں میں سے تپش پیما گزار کر حرارہ پیمانوں کو احاطہ کے ڈھکن کے



شکل ۱۲۵ ۔ مائع کی حرارتِ نوعی

ذریعہ سہارا لو۔ گرم پانی کے برتن میں ڈبو کر حرارہ پیمانوں کو مع مافیہ مایع کے تقریباً ۵۰° ھ تک گرم کر لو۔ حرارہ پیمانوں کو اُسی طرح لگا ہوا رکھ کر احاطہ کا ڈھکن لگا دو اور اس بات کی احتیاط کرو کہ حرارہ پیما دھاتی

برتن ب کو مس نہ کرنے پائے۔ ڈھکن کو اس کی وضع پر رکھ دینے کے بعد تپش پیماؤں کے مقروئے حاصل کرو۔

اِس کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ پہلے تپش پیما کا مقروءہ اُس وقت حاصل کیا جائے جب کہ گھڑی کی ثانیوں کی سُوئی ۶۰ پر ہو اور دوسرے تپش پیما کا مقروءہ اُس وقت میں جب کہ ثانیوں کی سُوئی ۳۰ پر ہو۔ مقروئے اُس وقت تک دیے جائیں جب تک کہ دونوں تپش پیما تقریباً ایک ہی تپش (۶۰° اور ۷۰° کے درمیان) نہ دکھاتے ہوں۔ مقروؤں کو جاری رکھو یہاں تک کہ ہر حالت میں تپش ۳۰° م سے نیچے گر جائے۔ پیرافن زیادہ تیزی سے ٹھنڈا ہوگا لہٰذا اِس تپش پر پیرافن پہلے پہنچ جائیگا۔ جب صورتِ حال اس طرح ہو تو پیرافن کے تپش پیما کے مقروئے ختم کر دیے جائیں۔ لیکن پانی کے تپش پیما کی تپش پڑھنے کا عمل ابھی جاری رکھنا چاہیے۔ ہمیں تو تپش کے مساوی وقفوں میں ٹھنڈا ہونے کا وقت مطلوب ہے نہ کہ مساوی وقتوں میں تپش کی تبدیلی۔

اِن مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیماؤں کو ہٹا لو اور اِن کو تول کر ہر ایک میں مایع کی کمیت معلوم کرو۔ مربعدار کاغذ کے ایک تختے پر دونوں حرارہ پیماؤں کی تبرید کو ظاہر کرنے کے لیے ترسیم کھینچو جن میں تپشوں کو فصلے اور وقتوں کو معین مانا جائے۔ منحنیوں کی مدد سے ثانیوں کی تعداد کا تعین کرو جو ہر حالت میں $طہ_1$ (تقریباً ۶۰° م) سے $طہ_2$ (تقریباً ۳۰° م) تک ٹھنڈا ہونے کے لیے درکار ہیں۔ صفحہ ۳۸۳ پر دیے ہوئے مناسبطے کی مدد سے مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین کرو۔

گزشتہ تجربوں میں پیرافن تیل کے بجائے زیتون کا تیل، گلسرین، یا نمک کا طاقتور محلول استعمال کر سکتے ہیں۔

فصل پنجم

مُوصلیتِ حرارت کی قدر

۱۔ تعریفات

جب کسی جسم کے ایک نقطے پر اُس کے پاس والے دوسرے نقطے سے زیادہ تپش ہو تو حرارت پہلے نقطے سے دوسرے نقطے کی طرف بہنے کا تقاضا کرتی ہے۔ اگر ان دونوں نقطوں پر تپش $ت_1$ اور $ت_2$ ہو اور ان کا باہمی فاصلہ د ہو تو مقدار $(ت_1 - ت_2) \div د$ کو تپش کا میلان یا تپش کا ڈھال کہتے ہیں[1] اور اس کو درجے فی سمر کی رقوم میں ظاہر کرتے ہیں۔



شکل ۱۲۶ متوازی رُخوں کا کُندا

جب کسی مادی شئے کا ایک کُندا جس کے رُخ متوازی ہوں اور جس کی دبازت د ہو اس طرح رکھا ہو کہ اس کے ایک رُخ کو تپش $ت_1$ پر اور دوسرے کو تپش $ت_2$ پر رکھا جائے تو کندے کے رُخوں کے علی القوائم خطوط کی سمت میں حرارت کا یکساں بہاؤ دفعۃً واقع ہونے لگیگا اور تپش کا میلان پیدا ہوگا جو $(ت_1 - ت_2) \div د$ کے مساوی ہوگا۔

---

[1] احصائے تفرقی کی ترقیم میں اس کو $\frac{ت_1 - ت_2}{د}$ لکھتے ہیں اگر لا فاصلے کو تعبیر کرتا ہو۔

حرارت کی مقدار ح، جو وقت و میں کُندے کے ایک رُخ کے رقبہ سر میں سے بہتی ہو، وقت کے رقبے اور تپش کے ڈھال کے متناسب ہوگی۔ اس کا انحصار کُندے کے مادۂ ترکیبی پر بھی ہوگا۔ پس ہم اس کو اس طرح بیان کر سکتے ہیں کہ

$$ح = م\, سر\, \frac{ت_۱ - ت_۲}{د}\, و$$

جہاں م ایسی مقدار ہے جو کُندے کے مادّہ کی نوعیت پر منحصر ہے۔ اس مساوات سے مقدار م کے معنی کی توضیح بھی ہوتی ہے کہ یہ موصلیتِ حرارت کی قدر یا مختصراً مادّہ کی موصلیتِ حرارت ہے۔ اِس مساوات کو م کے لیے حل کریں تو

$$م = \frac{\frac{ح}{و}}{سر\,\frac{(ت_۱ - ت_۲)}{د}}$$

حاصل ہوگا۔ شمار کنندہ $\frac{ح}{و}$ سے کُندے میں حرارت کے بہاؤ کی شرح ناپی جاتی ہے۔ اس کو حرارے فی ثانیہ کی رقوم میں بیان کرتے ہیں۔

پس مختصر طور پر موصلیتِ حرارت کی قدر کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ فی اکائی رقبہ حرارت کے بہاؤ کی شرح ہے اگر تپش کا ڈھال اکائی ہو[1] اِس قدر کو حرارے فی ثانیہ، فی مربع سمر، فی اکائی ڈھال کی رقوم میں بیان کیا جائیگا اور یہ [حرارے × (سمر)$^{-۱}$ × (ثانیہ)$^{-۱}$ × (درجۂ مئی)$^{-۱}$] کے مساوی ہے۔

پس معلوم ہوا کہ موصلیتِ حرارت کی قدر کی پیمائش میں یہ بات بطور نتیجہ شامل ہے کہ ایک قائم حالت پر پہنچ چکنے کے بعد اِن تین مقادیر یعنی

---

[1] احصائے تفرقی کی ترقیم میں یہ مساوات اس طرح لکھی جائیگی۔

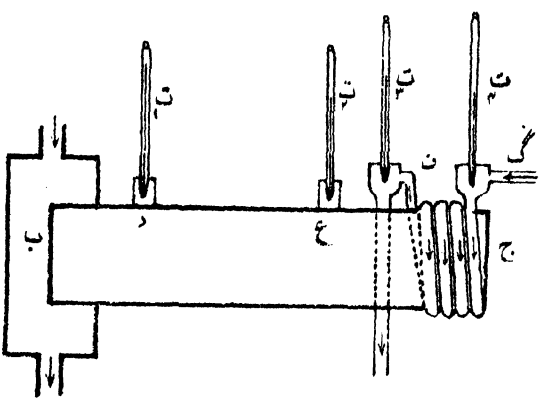
$$م = \frac{\frac{فرح}{فرو}}{سر\, فرت / فرلا}$$

حرارت کے بہاؤ کی شرح، رقبہ جس میں سے حرارت بہ رہی ہو، اور تپش کے ڈھال کی تخمین کی جائے۔

۲ - تجرباتی تعینات

دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت کی قدر

دھات جس کی موصلیتِ حرارت کی قدر معلوم کرنی ہے، اُسطوانی سلاخ کی شکل کی ہے (شکل ۱۲۷) - سلاخ کے ایک سرے کو کمرے ب میں سے بھاپ کی رَو گزار کر گرم کیا جاتا ہے اور دوسرے سرے کو ج کے پاس سلاخ کو گھیرے ہوئے کوئلی نلی میں پانی کی رَو بہا کر سرد رکھا جاتا



شکل ۱۲۷ - دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت

ہے - نلی کے طول میں دو نقطوں د اور ع کی تپشیں ت۱ اور ت۲ تپش پیماؤں کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں - پانی کی تپشیں نقطۂ ف پر جہاں

پانی کو بلی نلی میں سے باہر نکلتا ہے، تپش پیمائے $ت_3$ کے ذریعہ اور مقام گ پر جہاں یہ نلی میں داخل ہوتا ہے، تپش پیمائے $ت_4$ کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں۔

تجربہ ۱۰۶ ۔ دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین ۔ تجربہ کی انجام دہی کے لیے یہ ضروری ہے کہ جوشاندہ سے بھاپ کی ایک مستقل رَو بھاپ کے کمرے میں سے گزاری جائے اور پانی کی مستقل رَو کو بلی نلی میں سے گزرتی رہے۔ سلاخ کو چاروں طرف ناقص موصلِ حرارت مادّے مثلاً نمدے سے اچھی طرح لپیٹ دیتے ہیں اور اس کو اسی طرح چھوڑ دیا جاتا ہے یہاں تک کہ ایک مستقل حالت پر پہنچ جائے۔ اس کے لیے ۲۰ منٹ سے نصف گھنٹہ تک وقت صرف ہوگا۔ چاروں تپش پیمائوں کو وقت بہ وقت یہ دیکھنے کے لیے پڑھتے رہنا چاہیے کہ آیا تپش مستقل ہوگئی ہے یا نہیں۔ آخرکار جو تپشیں معلوم ہونگی، اُن کا انحصار اُس شرح پر ہوگا جس پر پانی نلی میں سے بہ رہا ہے۔ تپشوں $ت_3$ اور $ت_4$ کے مابین کافی زیادہ فرق حاصل کرنے کے لیے یہ مناسب ہوگا کہ پانی کی بہت ہی سُست دھار سے کام لیا جائے۔ دراصل نلی میں سے ٹپکنے سے جو پانی حاصل ہوتا ہے اُس سے کسی قدر زیادہ پانی باہر نکلنا چاہیے۔ نلی میں سے بہنے والے پانی کی فی ثانیہ مقدار اس طرح معلوم کرتے ہیں کہ ایک معلوم وقت (۲ یا ۳ منٹ) کے دوران میں نکلنے والے پانی کو جمع کرکے اور اُس کو تول کر یا درجہ دار برتن کے ذریعہ اُس کا حجم ناپ لیتے ہیں۔ اس طرح ثانیوں میں نلی میں سے گزرنے والے پانی کے گراموں کی تعداد معلوم ہوجائیگی۔ پانی کی اس کمیت کی تپش $ت_3$ سے $ت_4$ تک بڑھ گئی یعنی پانی نے سلاخ سے کہ $(ت_3 - ت_4)$ حرارت کی اکائیاں حاصل کرلیں۔ یہ فرض کرکے کہ سلاخ کے پہلوؤں سے کوئی حرارت خارج نہیں ہوئی، $ح$ کے لیے

جو موصلیتِ حرارت کی قدر کی تعریف میں شامل ہے، جملہ

$\frac{ک (ت_۱ - ت_۲)}{و}$ درج کر سکتے ہیں۔

سرل چاپ کی مدد سے سلاخ کا قطر معلوم کر کے سلاخ کی تراشِ عمودی کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اور مر = ۳۱ ص، جہاں ص مدور تراشِ عمودی کا نصف قطر ہے۔ تپش کا ڈھال تپشوں ت۱ اور ت۲ اور نقاط د اور ع کے مابین فصل و کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔ پس اس طرح م کی تخمین کے لیے تمام ضروری رقمیں معلوم کر سکتے ہیں۔

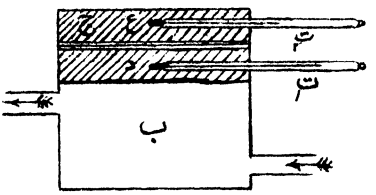
تختی کی شکل کے ایک ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی تعیین

ناقص موصل حرارت کی صورت میں زیرِ تجربہ مادّہ کی تختی کی موٹائی بہت کم ہونی چاہیے۔ ذیل میں جس آلہ کی توضیح کی گئی ہے، بلحاظِ اصول اُس آلے کے مشابہ ہے جو پروفیسر سی۔ ایچ۔ لیز[1] نے اپنی تحقیقات میں استعمال کیا تھا۔ لیکن استعمال میں سہولت کے مدِنظر پروفیسر مذکور کے آلے کو جو ایک خالی برتن میں ڈوریوں کے ذریعہ لٹکایا گیا تھا، اُلٹ دیا گیا ہے۔

تجربہ ۱۰۷ — کسی ناقص موصل مثلاً مقوے کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین — شئے ایک پتلی مدور تختی کی شکل کی ہے۔ تختی کے ایک رُخ کو ایک دھاتی کرے ب کے ساتھ تماس میں رکھ کر گرم کیا جاتا ہے (شکل ۱۲۸) جس میں سے بھاپ کی رَوگزاری جاتی ہے۔ تختی کا دوسرا رُخ

[1] C. H. Lees

دھات کے مدوّر قرص ج کے ساتھ تماس میں ہے۔ دھات



شکل ۱۳۸۔ مقوے کی موصلیتِ حرارت

کی تمام سطحوں پر نکل کا ملمع کیا گیا ہے۔ تپش پیما د اور ع کو کمرے ب اور قرص ج کے اندر سوراخوں میں داخل کر دیا گیا ہے۔

آلے میں بھاپ اُس وقت تک گزاری جاتی ہے جب تک کہ دونوں تپش پیما مستقل نہ ہو جائیں اور اس کے بعد تپش پیماؤں کے مقروؤں کو قلمبند کیا جاتا ہے۔

فضا کی تپش کا بھی مشاہدہ کرنا چاہیئے۔

یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ تپش پیماؤں سے حاصل شدہ تپشیں ت اور ت مقوے کی تختی کے دونوں رُخوں کی تپشوں کو تعبیر کرتی ہیں۔ مقوے کی موٹائی معلوم ہونے سے تپش کا ڈھال محسوب کیا جا سکتا ہے۔ رقبہ جس میں سے حرارت بہتی ہے، مقوے کے ایک رُخ کے رقبے کے برابر لیا جاتا ہے۔ اور اس کو مدوّر تختی کے نصف قطر کی مدد سے معلوم کرتے ہیں۔

اب مقوے میں سے حرارت کے بہاؤ کی شرح معلوم کرنی ہے۔ اس کے لیے ایک علٰحدہ تجربے کی ضرورت ہے۔ جب پہلے تجربے میں مستقل حالت پہنچ جاتی ہے تو یہ ضروری ہے کہ مقوے میں سے حرارت کے بہاؤ کی شرح اُس شرح کے ٹھیک برابر ہونی چاہیئے

جس شرح سے قرص ج کی سطح سے حرارت کا اخراج اشعاع اور حمل حرارت کے ذریعہ عمل میں آتا ہے ۔ وجہ یہ ہے کہ جب تپش مستقل ہو جاتی ہے تو قرص میں کوئی حرارت جمع نہیں ہو سکتی اور اس لیے قرص کی حاصل کردہ حرارت خارج کردہ حرارت کے برابر ہونی چاہیے ۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ہم اُس شرح کا تعین کر سکیں جس سے حرارت خارج ہو رہی ہے تو ہمیں معلوم ہو جائیگا کہ حرارت کس شرح سے مقوے میں سے بہ رہی ہے ۔

گرم کرنے والے کمرے ب کو ہٹا دیا جاتا ہے اور قرص ج کو جس کے ایک رُخ پر مقوے کی تختی تماس کر رہی ہے اس طرح سہارا لیا جاتا ہے کہ ایصال کے ذریعہ انتقالِ حرارت کم سے کم ہو ۔ یہ عمل بعض وقت اس طرح کیا جاتا ہے کہ قرص کو ڈوریوں کے ذریعہ لٹکا دیتے ہیں لیکن یہ زیادہ سہل ہے کہ مقوے کو کسی سہارے مثلاً لکڑی کے کُندے پر جو خود ناقص موصل ہے، رکھ دیا جائے ۔

اس کے بعد قرص کو بنسنی شُعلے کے ذریعہ گرم کرتے ہیں حتیٰ کہ اس کی تپش مستقل تپش $ت_۲$ سے ۵ یا ۶ درجے اونچی ہو جاتی ہے ۔ اس کے بعد اس کو سرد ہونے دیتے ہیں تاکہ اس کی تپش موجودہ تپش $ت_۲$ سے گر کر $ت_۲$ پر پہنچ جائے جو $ت_۲$ سے اُتنے ہی درجے نیچے ہے جتنے درجے $ت_۲$ اس کے اوپر اس تبرید کے دوران میں صرف شدہ وقت و کو بھی کافی احتیاط کے ساتھ لکھ لیتے ہیں ۔

تبرید کے دوران میں ضایع شدہ حرارت $ک ن ج (ت_۲ - ت_۱)$ ہے جہاں ک قرص کی کمیت، اور ن خصوصی حرارت نوعی ہے ۔ اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ حرارت کے خارج ہونے کی شرح $\frac{ک ن ج (ت_۲ - ت_۱)}{و}$ ہے ۔

یہ فرض[1] کرکے کہ یہ مقدار موصلیتِ حرارت کے ضابطے میں $\frac{1}{2}$ کے برابر ہے، ہم کو وہ تمام معطیات حاصل ہو جاتے ہیں جو موخر الذکر مقدار کے محسوب کرنے کے لیے ضروری ہیں۔

نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی تخمین

نلی کی شکل کے کسی ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی شرح کی تعیین اس طرح پر ہو سکتی ہے کہ اس نلی میں سے یا نلی کے اطراف پیرہن میں سے بھاپ کی رَو گزاری جائے اور نلی کی دیواروں میں سے منتقل شدہ حرارت کی مقدار کو حرارہ پیمائی کے سادہ طریقوں کی مدد سے ناپ لیا جائے۔

پہلی قسم کا آلہ ــــ بھاپ خود نلی میں سے گزاری جاتی ہے۔ حرارہ پیما میں پانی کی معلوم کمیت لے کر نلی کو اس کے اندر غرق کر سکتے ہیں اور کسی خاص وقت کے لیے پانی کا اضافۂ تپش مشاہدہ کیا جا سکتا ہے۔

تجربہ ۱۰۰۔ نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین ــــ ربر کی نلی کی حالت میں ایک ایسا حرارہ پیما منتخب کرو جس کی گنجائش کافی سے زیادہ (۵۰۰ یا ۶۰۰ مکعب سمر) ہو تاکہ کافی لمبی نلی لچھے کی شکل میں حرارہ پیما کے اندر رکھی جا سکے۔ حرارہ پیما کے اندرونی برتن کو تول لو

---

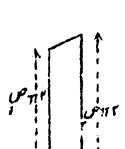
[1] یہ مفروضہ کامل طور پر درست نہیں ہے۔ کیونکہ جب مبدائے حرارت کو ہٹا لیا جاتا ہے تو قرص کی تھوڑی سی حرارت مقوے میں سے ایصال کے ذریعہ ضائع ہو جاتی ہے۔ یہ زیادہ قرینِ صحت ہوگا کہ مبدائے حرارت کو اس کی ابتدائی وضع ہی میں رکھ کر قرص کے نقصانِ حرارت کی شرح کی تخمین کی جائے۔ لیکن اس کو اسی تپش پر ہونا چاہیے جس پر قرص ہے تاکہ مقوے میں کوئی میلانِ تپش موجود نہ ہونے پائے۔ کم از کم تقریبی طور پر اس شرط کے سمجھنے میں عملاً کوئی دقت نہیں ہے۔

اور تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھر لو۔ بھرے ہوئے برتن کو تول لو تاکہ پانی کا وزن معلوم ہو جائے۔ پانی کی تپش θ_1 معلوم کرو جس کو بوقتِ آغاز سہولت کے ساتھ کمرے کی تپش سے نیچے رکھ سکتے ہیں۔ نلی کا پچھا بنا کر پانی کے اندر اس طرح رکھو کہ دونوں سرے حرارہ پیما سے کسی قدر باہر نکلے رہیں۔ اس کے بعد نلی کے سرے کو بھاپ کے مکّون کے سوراخ کے ساتھ جوڑ دینا چاہیے تاکہ اس کے اندر سے بھاپ کی مستقل رَو بہائی جا سکے۔ نلی کا دوسرا سرا قلعی (Tin) کے برتن کے اندر ڈبو دیا جائے تاکہ بستہ شدہ بھاپ کے قطرے جمع ہو سکیں۔

نلی کے اندر سے بھاپ کو مقررہ اور مشاہدہ کردہ وقت تک گزرنے دو تا آنکہ پانی کی تپش ۱۵° یا ۲۰° بڑھ جائے۔ اُس وقت کا مشاہدہ کرو جس دوران میں بھاپ گزرتی رہی اور پانی کی انتہائی تپش θ_2 کا بھی مشاہدہ کرو۔

پانی کے اندر ڈوبی ہوئی نلی کا طول ناپ لینا چاہیے۔ اس مقصد کے لیے یہ امر باعثِ سہولت ہے کہ نلی کے اُن مقامات پر دو نشان لگا دیے جائیں جہاں نلی حرارہ پیما کے پانی میں داخل ہوتی اور باہر نکلتی ہے۔ فرض کرو کہ ڈوبی ہوئی نلی کا طول l سمر ہے نلی کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بھی ناپ لو۔

اِن کو علی الترتیب r_1 اور r_2 مان لو۔ تو نلی کی دیوار کی موٹائی $r_2 - r_1$ سمر ہوگی۔ اگر ہم یوں تصور کریں کہ نلی کے ٹکڑے کو اُس کے محور کے متوازی کاٹ کر کھول دیا گیا ہے (شکل ۱۲۹) تو یہ ٹکڑا اُس شئے کی ایک ایسی تختی کے تقریباً مماثل ہوگا جس کی دبازت $r_2 - r_1$ ہے۔



شکل ۱۲۹۔ نلی سے تختی بنانا

جس رقبہ میں سے حرارت گزرتی ہے، اُس کو

اُس تختی کے دونوں رُخوں کے رقبوں کا تقریباً اوسط لے سکتے ہیں یعنی

$$ر = \frac{1}{2}(2\pi ص_1 ل + 2\pi ص_2 ل) = 2\pi ص ل$$

جہاں $ص = \frac{1}{2}(ص_1 + ص_2)$ نلی کا اوسط نصف قطر ہے۔

نلی کے باہر کی طرف تپش مستقل نہیں رہتی لیکن تپش کے ڈھال کو محسوب کرنے میں ہم ابتدائی اور انتہائی تپشوں کا اوسط لے لیتے ہیں۔ نلی کے اندرونی رُخ کی تپش $ت_1$ = ۰۰ اُٹھ لی جا سکتی ہے۔ پس تپش کا ڈھال

$$\frac{ت_1 - ت}{ص_2 - ص_1}$$

ہے، جہاں $ت = \frac{1}{2}(ت_1 + ت_2)$ نلی کی بیرونی اوسط تپش ہے۔

اب اس کے علاوہ جو مقدار درکار ہے، وہ مقدارِ حرارت ہے جو وقت وہیں نلی کی دیوار میں سے گزرتی ہے۔ چونکہ یہی حرارت حرارہ پیدا اور اُس کے مافیہ کی تپش کو $ت_1$ سے $ت$ تک بڑھانے میں صَرف ہوتی ہے لہٰذا اس کو بھی آسانی سے شمار کر سکتے ہیں۔ اس طرح سے موصلیتِ حرارت کی قدر کی تحقین کے لیے جتنی مقداریں درکار ہیں دستیاب ہو جائینگی اور صفحہ ۳۸ کی تعریف کے بموجب حاصل کردہ مساوات[1] کی مدد سے اُس قدر (Co-efficient) کا تعین ہو جاتا ہے۔

$$م = \frac{ح / و}{2\pi ص ل \left(\frac{ت_1 - ت}{ص_2 - ص_1}\right)}$$

---

[1] کھوکھلے اُسطوانے کی دیواروں میں سے حرارت کے بہاؤ پر غور کرنے سے جو زیادہ صحیح ضابطہ حاصل ہوتا ہے، اُس سے

$$م = \frac{ح / و}{2\pi ل \left(ت_1 - \frac{ت_2 + ت_1}{2}\right)}$$ حاصل ہوتا ہے۔

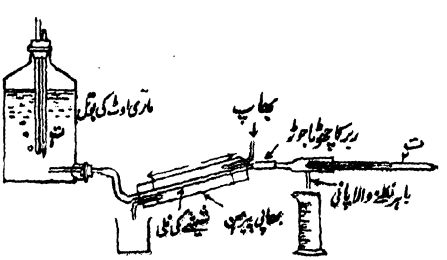
لوگ

جب نلی کی دیوار اتنی پتلی ہو کہ $ص_2 - ص_1$ بہ مقابلہ $\frac{ص_2 + ص_1}{2}$ یا ص بہت چھوٹا ہو تو یہ مساوات مندرجۂ بالا شکل اختیار کر لیتی ہے۔

دوسری قسم کا آلہ ——— اگر نلی ملائم نہ ہو جیسے کہ شیشے کی نلی تو اس کی موصلیتِ حرارت کی حسب ذیل طریقے پر تخمین ہو سکتی ہے:۔

نلی میں پانی کی رَو آہستہ آہستہ بہائی جاتی ہے اور اس رَو کو یکساں رکھنے کے لیے ماریوٹ (Mariotte) کی بوتل کو کام میں لاتے ہیں۔ نلی کو کسی قدر مائل رکھا جاتا ہے تاکہ تجربے کے دوران میں ہمیشہ پانی سے بھری رہے۔ اس کو بھاپ کے پیرہن سے گھیر دیا جاتا ہے جس میں سے بھاپ گزرتی رہتی ہے (شکل ۱۳۰)۔

تجربہ ۱۰۹۔ نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین ——— جب پانی نلی میں داخل ہوتا ہے تو اُس کی تپش ت۱ لے لی جاتی ہے۔ جب پانی نلی میں سے بہتا ہے تو ایصال کے ذریعہ نلی کی دیواروں میں سے حرارت حاصل کرتا ہے اور اِس عرصہ میں کہ یہ پانی نلی کے 'پیرہنی' حصے میں سے بہ نکلے اس کی تپش بڑھ کر ت۲ ہو جاتی ہے۔ عین باہر نکلنے والے پانی کی تپش بھی لے لی جاتی ہے اور باہر نکلنے والے پانی کو پیمانہ دار اُسطوانی میں جمع کر لیا جاتا ہے۔ اس عمل سے کسی خاص وقت میں نلی کے اندر سے بہ نکلنے والے



شکل ۱۳۰۔ شیشے کی نلی کی موصلیتِ حرارت

پانی کی مقدار معلوم کر لی جاتی ہے۔ وقت کا یہ وقفہ اتنا ہونا چاہیے کہ کم از کم ۳۰۰ مکعب سم پانی پیمانے کے اندر جمع ہو جائے اور اس پانی کی کثافت اکائی فرض کر کے اس کی کمیت محسوب کر لی جاتی ہے۔ اگر وقفہ میں نلی میں سے بہنے والے پانی کی کمیت ک گرام ہو تو اس مدت کے اندر نلی کی دیواروں سے ایصال شدہ مقدارِ حرارت ح کی قیمت ک (ت۲ - ت۱) حرارے ہوگی۔

بھاپ پیرہن کے سروں کے درمیان نلی کے طول کو ناپ لیتے ہیں اور نلی کے اندرونی اور بیرونی نصف قطروں کی بھی پیمائش کر لی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ علی الترتیب ل، ص۱ اور ص۲ ہیں۔ تو اوسط رقبہ ۲ π ص ل ہے جس میں سے حرارت بہتی ہے اور جہاں ص = ½ (ص۱ + ص۲) نلی کے اندر تپش کا اوسط ڈھال

$$\frac{100 - ت}{ص_2 - ص_1} \text{ ہے جہاں } ت = \frac{ت_1 + ت_2}{2}$$

لہٰذا[1]

$$ک (ت_2 - ت_1) = م\ 2\pi\ س\ ل \left[\frac{100 - ت}{ص_2 - ص_1}\right] و$$

ان میں سوائے م کے دوسری تمام رقمیں ناپی یا مشاہدہ کی جا سکتی ہیں۔ لہٰذا م محسوب ہو سکتا ہے۔

---

[1] اگر زیادہ صحیح مساوات استعمال کی جائے تو

$$ک (ت_2 - ت_1) = \frac{م\ 2\pi\ ل (100 - ت) و}{\text{لوگ } \frac{ص_2}{ص_1}}$$

فصل ششم

حرارت کا مُعادلِ حیلی

۱۔ حرارت کے مُعادلِ حیلی کی تعریف اور تخمین

ڈاکٹر جے۔پی۔جُول[1] (۱۸۱۸ء۔۱۸۸۹ء) نے یہ ثابت کیا کہ جب میکانی توانائی کے شرح سے حرارت پیدا کی جاتی ہے تو پیدا شدہ حرارت کی ہر اکائی کے لیے کام کی اکائیوں کی ایک خاص تعداد صرف کرنا پڑتی ہے۔ اس تعداد کو حرارت کا مُعادلِ حیلی کہتے ہیں۔ اس طرح ایک حرارہ (گرام درجہ مئی) پیدا کرنے کے لیے ۴٫۲ × ۱۰^۷ ارگ یا ۴٫۲ جُول کام درکار ہے۔ س۔گ۔ث نظام میں تپش کا مئی پیمانہ استعمال کرنے پر حرارت کے مُعادلِ حیلی کی قیمت ۴٫۲ × ۱۰^۷ ارگ فی حرارہ یا زیادہ صحیح طور پر ۴٫۱۸ × ۱۰^۷ ارگ فی ۲۰°م حرارہ ہوتی ہے۔

تجربہ ۱۱۰ ۔ پارے کو ایک نلی کے اندر گرا کر حرارت کے معادلِ حیلی کی تعیین کرنا ۔۔۔ شیشے کی ایک چوڑی اور تقریباً ایک میٹر لمبی اور ۳ تا ۴ سم قطر کی

---

[1] Dr. J. P. Joule

نلی کا ایک سرا سر بہ مہر کر دیا جاتا ہے ۔ اور دوسرے سرے پر ربڑ کی چُست ڈاٹ لگائی جاتی ہے جس میں سے حسّاس تپش پیما گزارتے ہیں ۔ تقریباً ۵۰ مکعب سمر پارا نلی میں ڈالا جاتا ہے اور ڈاٹ کو اُس کی جگہ پر احتیاط سے لگا دیتے ہیں ۔ نلی کو اُس کے وسط میں مضبوطی کے ساتھ اس طرح پکڑ کر انتصاباً رکھتے ہیں کہ اس کا زیریں سرا کسی میز کے ساتھ ایک ہی سطح میں رہے ۔ اب نلی کو تیزی کے ساتھ اس طرح اُلٹتے ہیں کہ نلی کا بالائی سرا اُسی وضع میں آجاتا ہے جس وضع میں پہلے زیریں سرا تھا ۔ اس کے یہ معنی ہیں کہ نلی کو اُس کی لمبائی کے وسط میں سے گزرنے والے افقی محور کے گرد گھمایا جائے ۔ گھمانے کے دوران میں پارا نلی کے سرے کی طرف ہی رہتا ہے لیکن جب نلی انتصابی ہو جاتی ہے تو پارا ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف گرتا ہے ۔

پارے کو اُوپر اُٹھانے میں جو کام صرف کیا گیا تھا گرنے کے دوران میں توانائی بالفعل میں تبدیل ہو جاتا ہے اور جب پارا نلی کے پیندے پر ساکن ہو جاتا ہے تو یہی کام حرارت میں تبدیل ہو جاتا ہے ۔ تپش میں مناسب اضافے کے لیے یہی عمل تقریباً ۵۰ مرتبہ دوہرایا جائے ۔

فرض کرو کہ

ک = نلی میں پارے کی کمیت

خ = پارے کی حرارت نوعی

$ت_۲$ = آخری تپش

$ت_۱$ = ابتدائی تپش

تو یہ فرض کر کے کہ کوئی حرارت ضائع نہیں ہوئی، پیدا شدہ حرارت کی جملہ مقدار

$ح = ک\ خ\ (ت_۲ - ت_۱)$

فرض کرو کہ ہ = وہ انتصابی فاصلہ جس میں پارے کا مرکزِ ثقل نلی کو

اُلٹنے کی صورت میں گرتا ہے (یاد رہے کہ یہ شیشے کی نلی کا طول نہیں ہے) اور ن = تعداد جتنی مرتبہ یہ عمل دوہرایا گیا۔

تو میکانی توانائی جو غائب ہوئی ی = ن ک ج ہ

لہذا $$\text{جو} = \frac{\text{ی}}{\text{ح}} = \frac{\text{ن ک ج ہ}}{\text{ک خ (ت}_1 - \text{ت}_2)} = \frac{\text{ن ج ہ}}{\text{خ (ت}_1 - \text{ت}_2)}$$

اس نتیجہ کی مدد سے جول کا معادل محسوب کر سکتے ہیں۔

یاد رہے کہ 'جو' کی قیمت استعمال شدہ پارے کی کمیت کے غیر تابع ہے۔ کسی حقیقی تجربے میں پارے کی تھوڑی سی مقدار استعمال نہ کی جائے ورنہ نلی کو گرم کرنے میں جو حرارت صرف ہوگی، پارے کو گرم کرنے میں مشاہدہ حرارت کے مقابلہ میں قابل لحاظ ہو جائیگی۔ اس سے کمتر صحیح طریقہ، جس میں پیش پیالے کے ٹوٹنے کا کم اندیشہ ہے، یہ ہو سکتا ہے کہ ٹھوس کاگ استعمال کیا جائے اور پارے کو اس عمل سے پہلے اور بعد کسی چھوٹے سے پیالے میں ڈال کر اس کی پیش معلوم کی جائے۔

دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کی پیدائش

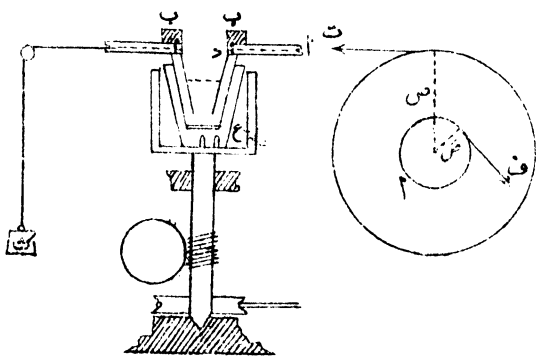
دو دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کے معادل حیلی کی تخمین کا مندرجۂ ذیل طریقہ جول کے استعمال کیے ہوئے ایک طریقے سے اخذ کیا گیا ہے:-

دو دھاتی مخروط د اور ع (شکل ۱۳۱) لیے جاتے ہیں جو ایک دوسرے کے اندر خوب پھنس کر بیٹھتے ہیں بیرونی مخروط پر قوت لگا کر گھمایا جاتا ہے۔ اس عمل کے لیے مخروط کو ایک ایسے انتصابی تکلے (Spindle) سے ملحق کر دیتے ہیں جو ہاتھ سے گھومنے والے اُڑن پہیے کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ اندرونی مخروط کو

گھومنے سے باز رکھتے ہیں۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ تماسی سطحوں میں رگڑ پیدا ہوتی ہے اور اس طرح پیدا شدہ حرارت مخروطوں کو اور نیز اُس مایع (بالعموم پانی یا بعض اوقات پارا) کو گرم کرنے میں صرف ہوتی ہے جو اندرونی مخروط کے اندر رکھا جا سکتا ہے۔

حرارت کی پیدا شدہ مقدار کا تعین مایع کا اضافۂ تپش اور برتن کا آبِ مساوی معلوم کرنے پر موقوف ہے۔

حرارت پیدا کرنے میں جس قدر میکانی کام صَرف ہوا اُس کا تخمینہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ اندرونی مخروط کو گھومنے سے باز رکھنے کے لیے قابلِ پیمائش مروڑ لگائی جائے۔ اور بیرونی مخروط کی تعدادِ گردش گن لی جائے۔ ا ایک لکڑی کا مدوّر قرص ہے جو اندرونی مخروط پر ٹکا ہوا ہے اور اِس سے دوتا بند کے ذریعہ ملحق ہے۔ اس کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لیے اس کے اوپر سیسے کا بوجھ ب رکھ دیا گیا ہے۔ قرص کے محیط کے ساتھ ملی ہوئی ایک ڈوری چرخی پر سے گزرتی ہے اور اس کو اس کے دوسرے سرے پر بندھے ہوئے معلوم وزن ک (۱۰۰ یا ۲۰۰ گرام) کے ذریعہ کھنچا ہوا رکھتے ہیں۔ جب بیرونی مخروط گھمایا جاتا ہے تو اندرونی مخروط بھی اس کے ساتھ گھومنے کا



شکل ۱۳۱۔ حرارت کا معادلِ حرکی

تقاضا کرتا ہے لیکن اُس قوت کے معیارِ اثر کی وجہ سے جو ڈوری کے تناؤ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے، یہ گھومنے سے باز رکھا جاتا ہے۔ جب آلہ استعمال ہو رہا ہو تو ڈوری کو لکڑی کے قرص کے محیط کے ساتھ ہمیشہ مماسی وضع میں رہنا چاہیے۔

فرض کرو کہ قرص کا نصف قطر ص ہے اور مخروطوں کی تماسی سطحوں کا اوسط نصف قطر ص، اگر ف مخروطوں کے مابین فرک (رگڑ) کی اوسط قیمت ہو تو

ف ض = ت ص

= ک ج ص

جہاں ک معلقہ جسم کی کمیت ہے۔

اندرونی مخروط کے ساکن رہنے کی صورت میں بیرونی مخروط کے ایک چکر میں جس قدر کام ہوا وہ ف ۲ π ص کے برابر ہے۔ لہٰذا ان چکروں میں جو کام ہوگا = ۲ π ن ف ص

اگرچہ کہ ف اور ص کی جداگانہ قیمتیں صحت کے ساتھ نہیں معلوم کی جا سکتیں، تاہم ف ص کی قیمت مندرجۂ بالا مساوات سے معلوم ہو سکتی ہے۔ کام کے لیے اس محصلہ قیمت کو مندرج کرنے سے

کام = ۲ π ن ک ج ص

پس حیلی کام کو ارگ کی رقوم میں محسوب کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۱۱۱ ۔ حرارت کے معادلِ حیلی کی تخمین دو دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ

اس تجربہ کی انجام دہی کے لیے یہ لازم ہے کہ مخروطوں کے مابین رگڑ کی مقدار مناسب ہو ورنہ معلقہ وزن کو مقررہ سطحِ بلندی پر قائم رکھنا غیر ممکن ہوگا۔ عموماً چکنانے والے تیل کا ایک چھوٹا سا قطرہ اندرونی اور بیرونی مخروطوں کے بیچ میں ڈال دینا کافی ہوتا ہے۔ اگر ان مخروطوں کو چکنایا نہ جائے تو تماسی سطحیں ایک دوسرے کو "پکڑ" لینگی۔

تجربے کے آغاز سے قبل مدھن کی مناسب مقدار معلوم کر لینی چاہیے ۔ اس کے لیے چلاؤ پہیہ کو گھما کر آلہ کا امتحان کر لیتے ہیں تاکہ یہ معلوم ہو جائے کہ اس کو کافی چال کے ساتھ گھمانے سے آیا وزن تقریباً ایک مقررہ اونچائی پر برقرار رہتا ہے یا نہیں ۔

پہلے دونوں خالی مخروطوں کو ایک ساتھ تول لو اور جب اندرونی مخروط دو تہائی پانی سے بھرا ہوا ہو تو پھر دوبارہ تول لو ۔ اس کے بعد مخروطوں کو آلے میں واپس رکھ دو اور تپش معلوم کرنے کے لیے ایک حساس تپش پیما داخل کرو ۔ اگر احتیاط سے کام لیا جائے تو خود تپش پیما سے ہلانی کا کام لے سکتے ہیں ۔ بعض وقت تپش پیما کو ایک ٹیکن کے ذریعہ سہارا رکھتے ہیں اور ایک علیحدہ ہلانی کام میں لائی جاتی ہے ۔

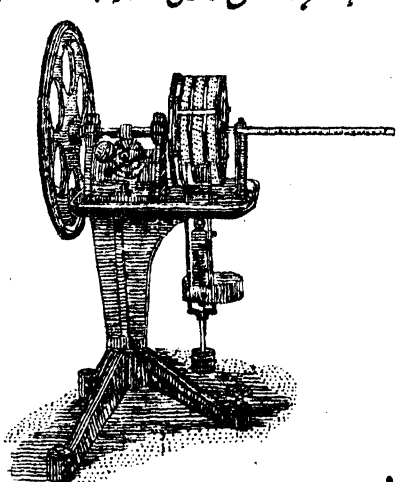
یہ بات اہم ہے کہ اشعاع کی وجہ سے جو نقصان یا کسب حرارت ہو اُس کا لحاظ کیا جائے ۔ اس کے لیے یہ ضروری ہے کہ تجربہ کے آغاز سے پہلے ایک ایک منٹ کے وقفے سے پانچ منٹ تک تپش پیما کے مقروئے حاصل کیے جائیں ۔ اُس کے بعد اُڑ پہیہ کو گھما کر حسبِ ضرورت گردشیں دی جائیں ۔ گردشوں کی یہ تعداد معدد پرزہ ج کے ذریعہ معلوم ہوتی ہے جو گردش کرنے والے سکلے کے ساتھ گیرایا ہوا (Geared) ہے ۔ اس امر کے لیے کہ اضافہ تپش اتنی مقدار میں حاصل ہو کہ مناسب صحت کے ساتھ اس کی پیمائش ہو سکے یہ ضروری ہے کہ گردشیں کافی تعداد میں دی جائیں ۔ اس غرض کے لیے غالباً ۵۰۰ یا ۱۰۰۰ گردشیں درکار ہونگی ۔ اس میں جو وقت صرف ہو لکھ لیا جائے ۔ جب یہ عمل ختم ہو جائے تو تپش بڑھ لی جائے اور پھر پانچ منٹ تک ایک ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیما کے مقروئے حاصل کیے جائیں ۔ تجربہ کے آگے اور پیچھے اِن مقروؤں سے تبدیلیٔ تپش کی اوسط شرح معلوم ہو جائیگی اور جتنی دیر تجربہ جاری رہا اُس وقت کے معلوم ہونے پر اِس دور ان

ہیں اصلی تبدیلی محسوب کر سکتے ہیں۔ مخروطوں کے مابین رگڑ سے تپش کے اضافے کا اندازہ کرتے وقت اس تبدیلی کو بھی ملحوظ رکھنا چاہیے۔

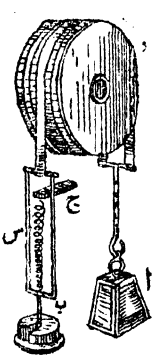
آب مساوی اور اضافۂ تپش کی مدد سے پیدا شدہ حرارت کے حراروں کی تعداد معلوم کرو۔ ایک بڑے سرل چاپ کے ذریعہ لکڑی کے قرص کا قطر معلوم کرو اور جملہ "کام = ۲ π ن ک ج ص" کو استعمال کر کے صرف شدہ کام کی مقدار محسوب کرو۔ معادلِ حیلی کو ارگ فی حرارہ اور نیز جول فی حرارہ کی رقوم میں بیان کرنا چاہیئے۔

حرارت کے معادلِ حیلی کے لیے کیلنڈر[1] کا آلہ

اِس قسم کے آلے میں (شکل ۱۳۲) پانی ایک مجوف اُسطوانے کے اندر رہتا ہے جس کو برقی موٹر یا ہاتھ سے گھمایا جاتا ہے۔ اس اسطوانے پر سے



شکل ۱۳۲۔ کیلنڈر کا آلہ



شکل ۱۳۳۔ کیلنڈر کے آلہ کا ڈینامومیٹر

[1] Callendar

ریشمی[1] ضابط پٹی گزرتی ہے جس میں تین فیتے ہوتے ہیں - بیرونی دو فیتوں کو اُسطوانے کے گرد ایک مرتبہ لپیٹ کر اس کے ایک سرے پر وزن ا (شکل ۱۳۳) جو کئی کلوگرام (۳ تا ۵) ہوتا ہے، لٹکا دیتے ہیں - اِن فیتوں کے دوسرے سرے ہاتھی دانت یا ولکنائیٹ (Vulcanite) کے ٹکڑے سے باندھ دیے جاتے ہیں جس سے وسطی فیتہ کا سرا بھی باندھ دیا جاتا ہے - یہ فیتہ پہلے دو فیتوں کے بیچ میں سے ہوتے ہوئے اور ان کا تسلسل قائم رکھتے ہوئے اُسطوانے کے اوپر سے گزرتا ہے - اس کے ساتھ ایک جُوا (Yoke) س اس کے دوسرے سرے پر لگا رہتا ہے اور اس جُوے کے ساتھ ایک چھوٹا سا تقریباً ۲۰۰ یا ۴۰۰ گرام کا وزن ب لٹکا دیا جاتا ہے - جُوے کے زیرین سرے میں سے ایک کمانی دار ترازو گزرتی ہے جو آلہ کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر لٹکی ہوئی ہوتی ہے - یہ کمانی وزن ب پر اُوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور دورانِ تجربہ میں کسی حد تک ب کو سہارے رکھتی ہے - اس کا کام یہ ہے کہ آلے کے عمل کو یکساں رکھے -

فرض کرو کہ اُسطوانہ پیکانی سمت میں گھوم رہا ہے تو پٹیوں کی رگڑ کی وجہ سے ا اوپر چڑھیگا اور ب نیچے گریگا - پٹی کے سروں کے مابین تناؤ کا فرق اُسطوانے اور پٹی کے درمیان رگڑ کی قوت کے برابر ہے - اُسطوانے یا ثابت چرخی کے گرد فرکی قوت کا انحصار آزاد سرے کے تناؤ (ت) پر ہے (دیکھو صفحہ ۱۴۶) - اگر ب کے وزن کو احتیاط کے ساتھ ٹھیک کر لیا گیا ہو تو یہ ممکن ہے کہ جب اُسطوانہ ایک خاص چال سے گھوم رہا ہو تو ب، ا کو ٹھیک طور پر متوازن رکھے - بہرحال اگر ب کو ٹھیک اس کے برابر قیمت کے لیے مرتب نہ کیا گیا ہو تو پٹی آہستگی کے ساتھ اُسطوانے کی سمتِ گردش میں یا اس کے برخلاف سمت میں حرکت کرنے لگیگی بلحاظ اس کے

[1] - ریشمی پٹی صاف اور خشک رہنی چاہیے اور جب آلہ استعمال میں نہ ہو تو اس کو کاغذ کے لفافے میں علیحدہ لپیٹ کر رکھ دینا چاہیے -

کہ ب اس خاص مقدار سے بڑا ہے یا چھوٹا۔ اضافۂ تپش، رفتار کی تبدیلی[1]، یا کسی اور سبب سے رگڑ کی قدر میں خفیف سی تبدیلی ہو جائے تو ب کو دوبارہ ٹھیک کر لینے کی ضرورت ہوگی۔ یا اگر ضابط پہیّ اور اُسطوانے کے مابین زاویۂ تماس میں کسی سرے کے خفیف اہتزاز سے فرق پیدا ہو جائے تو پٹی کسی نہ کسی سمت میں حرکت کرنے لگیگی۔

اگر کمانی دار ترازو استعمال نہ کی جائے تو وزن ب کو ترتیب دینا دقّت طلب ہوگا۔ اور دورانِ تجربہ میں متعدد وقفوں پر دوبارہ ترتیب دینے کی ضرورت پڑتی رہیگی۔ کمانی کے ذریعہ مندرجۂ ذیل طریقے پر اس دقّت طلب ترتیب کی ضرورت باقی نہیں رہتی: اگر کسی آن میں فرکی قوت بہت زیادہ ہوگئی ہو تو ب نیچے کی طرف حرکت کرنے لگتا ہے۔ اور اس طرح اس کے وزن کا کچھ حصہ کمانی پر آجاتا ہے۔ اس حصۂ وزن کے کم ہو جانے سے اُسطوانے پر پٹی کی فرکی قوت کسی قدر کم پیدا ہوتی ہے اور اس طرح ب کی زیریں حرکت روک دی جاتی ہے۔ رگڑ کی قوت میں زوال کی وجہ سے ب اوپر اُٹھنے لگتا ہے۔ اور پھر اس کا وزن پٹی پر زیادہ اچھی طرح پڑتا ہے اور لازماً رگڑ بڑھ جاتی ہے۔ پٹی کی حرکت دوبارہ بند ہو جاتی ہے۔ کسی اُسطوانے کے گرد اس طرح ضابط پہیّ کے انتظام کو **ڈینامومیٹر** (Dynamometer) کہتے ہیں۔

فر کی قوت (ت - ت ب) کے برابر ہے۔ جہاں ت، ا کا وزن ہے اور ت ب وہ فرق ہے جو ب کے وزن اور کمانی دار ترازو کی لگائی ہوئی قوت کے مابین ہے۔ یہ تمام قوتیں ڈائنوں (Dynes) میں ناپی جانی چاہییں۔

صرف شدہ کام کی مقدار اُسطوانے پر لگائے ہوئے فر کی جفت اور نیمقطریوں میں اُسطوانے کے گردشی زاویے کے حاصل ضرب کے برابر

---

[1] ٹھوس سطحوں کے مابین رگڑ کی قوت اُن کی اضافی رفتاروں کے تقریباً غیر تابع تو ہوتی ہے مگر قطعی غیر تابع نہیں ہوتی۔

ہے۔ پس ن گردشوں میں جو کام کیا گیا ۲ π ن (ت - ت') ص کے برابر ہے۔ جہاں ص اُسطوانہ کا نصف قطر ہے۔

گردشوں کی تعداد کا تعین گردشی مُعدّد کے ذریعہ کیا جاتا ہے جو اُسطوانے کی دُھری پر لگا دیا جاتا ہے۔

گردشوں کی ایک معلومہ تعداد کے لیے پیدا شدہ حرارت کا تعین، پانی کی تپش کے اضافے اور اُسطوانے اور اُس کے مافیہ کے حرارتی معادل کے حاصلِ ضرب کے ذریعہ معلوم کیا جاتا ہے۔ ایصال کے ذریعہ نقصانِ حرارت کو رفع کرنے اور حرارتی معادل کو ایک خاص قیمت پر رکھنے کی غرض سے اُسطوانے کو ہاتھی دانت یا ولکنائیٹ (Vulcanite) کی گل منجوں پر چڑھا دیتے ہیں جو اُسطوانے کے محیط پر چھ جگہ لگی ہوتی ہیں۔ ان گل منجوں کے ذریعہ اُسطوانہ، چلاؤ قرص اور تکلے کے ساتھ ملحق ہوتا ہے۔ اُسطوانے کے سرے کی تختی میں ایک سوراخ ہوتا ہے جس میں سے تپش پیما داخل کرتے ہیں اور اُسطوانے کے اندر پانی ڈالا جاتا ہے۔ تجربہ سے پہلے اُسطوانہ کو نصف پانی سے بھر لیتے ہیں اور اندر ڈالنے سے پہلے پانی کا وزن وگرام معلوم کر لیا جاتا ہے۔ جب اُسطوانہ گھومتا ہے تو پانی کو بھی گردشی حرکت ملتی ہے اور یہ بھی اُسطوانے کے ساتھ ساتھ گھومنے لگتا ہے۔ اس کو اُسطوانے سے باہر نکل جانے سے صرف مرکز گریز قوت روکتی ہے۔ جس کی وجہ سے وہ کنارے کے ساتھ ہمیشہ ملا رہتا ہے۔

اس آلہ کا تپش پیما ایک خاص وضع کا ہوتا ہے۔ یہ خمیدہ ہوتا ہے تاکہ اس کا جوفہ اُسطوانے کے کنارے کے قریب اور اندر رہے اور درجہ دار تنہ مرکزی سوراخ سے باہر نکلا رہتا ہے۔ اس کو شکل ۱۳۲ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب جکڑ دیا جاتا ہے۔ پانی جوفے سے ٹکراتا ہوا گزرتا ہے اور تپش پیما پر اس کی تپش مندرج ہوتی جاتی ہے۔ گردشی حرکت سے پانی اچھی طرح ملتا رہتا ہے اس کا نتیجہ یہ ہے کہ سارے مایع میں تپش کی یکسانی پیدا ہو جاتی ہے۔ چونکہ تپش پیما ایک جگہ قائم

رہتا ہے اس لیے دورانِ تجربہ میں کسی آن بھی تپش لینے میں اس سے مدد ملتی ہے۔ اس لیے یہ ممکن ہے کہ اگر ضرورت ہو تو وقت و تپش کا منحنی کھینچ سکتے ہیں اور اس منحنی کی مدد سے انتہائی تپش کے لیے اشعاعی نقصانات کی تصحیح بھی کر سکتے ہیں (صفحہ ۳۶۳)۔ اُسطوانے کا آبِ مساوی اس کی کمیت ک اور حرارتِ نوعی نح کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔

صرف شدہ کام اور پیدا شدہ حرارت کے ذریعہ حرارت کا معادلِ حیلی "جو" مساوات

$$\text{کام} = \text{جوح}$$

کے ذریعہ متعین ہو جاتا ہے۔ صرف شدہ کام کی مقدار ۲ ط ن (ت۔ ت۱) ص سے حاصل ہو جاتی ہے۔

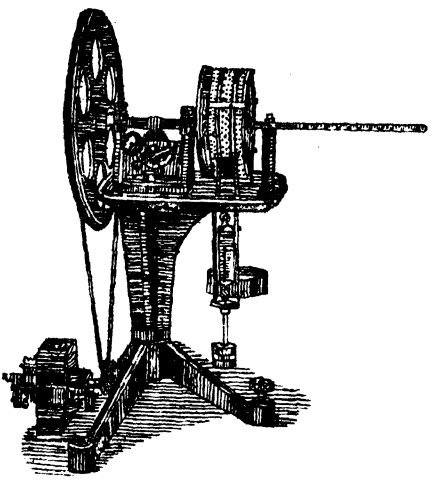
ح پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے اور (و + ک نح) (تہ۔ تہ۱) کے مساوی ہے جہاں تہ اور تہ۱ اُسطوانے کے اندر پانی کی ابتدائی اور انتہائی تپشیں ہیں۔

تجربہ ۱۱۲۔ کیلنڈر کے آلے کے ذریعہ حرارت کے مُعادلِ حیلی کی تخمین

آلے کو ہاتھ سے یا موٹر کے ذریعہ چلانے کے لیے ترتیب دیتے ہیں۔ نرم کپڑے پر کوئی رقیق دھاتی پالش ڈال کر اُس سے اُسطوانہ کی گھومنے والی سطح کو بڑی احتیاط کے ساتھ پالش کرو۔ ضابط پٹیوں کو شکل ۱۴۳ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب ترتیب دے لو۔ سرے ا پر ۵ کلوگرام اور سرے ب پر ۴۰۰ گرام کا بوجھ لگاؤ اور نیز گمانی دار ترازو کو آلے کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر اٹکا دو۔

پانی کی اتنی مقدار ناپ لو جو اُسطوانے کو تقریباً اُس کے مرکزی سوراخ تک پُر کر سکے۔ اندازاً ۳۰۰ اور ۵۰۰ مکعب سم کے درمیان پانی کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ اس کی کمیت

وگرام ہے۔ پانی کو اُسطوانے کے اندر داخل کرو۔



شکل ۱۳۴۔ کیلنڈر کا آلہ موٹر کے ذریعہ چلانے کے لیے
(کیمبرج سائنٹفک انسٹرومنٹ کمپنی)

تپش پیما کے جوفے کو اُسطوانے کے اندر رکھ دو اور اس کو اُس قبضہ کے اندر جو آلے میں لگا ہوا ہے، اس طرح جکڑ دو کہ تپش پیما کا تنہ اُسطوانے کے محور کی سمت میں باہر نکلا رہے۔ جوفہ داخل کرنے کے وقت غایت احتیاط کی ضرورت ہے کیونکہ موڑ کے مقامات پر تپش پیما آسانی سے ٹوٹ جاتا ہے۔

موٹر چلا دو اور اِس کی چال کو یا ۱ اور ب کی کمیتوں کو مرتب کرو تا آنکہ اُسطوانے کے گھومنے پر پٹی ساکن رہے۔ اس امر کی احتیاط کرنی چاہیئے کہ جُزا، آلہ سے ڈھانچے کو مَس نہ کرنے پائے اور نیز کمانی دار ترازو کا نمایندہ

پیمانے کے دونوں سروں سے کافی دُور ہٹا رہے۔ جب یہ انتظامات ختم ہو جائیں تو موٹر روک دی جاتی ہے اور پانی کو ساکن ہونے کا موقع دیا جاتا ہے۔ پانی کی تپش θ_1 اور گردشی مُقدد کے مقروئے حاصل کر لیے جاتے ہیں۔

اب اصلی تجربے کو انجام دینے کے لیے موٹر چلا دو اور اُسطوانے کی ہر پچاس یا ایک سو گردشوں کے لیے پانی کی تپش پڑھ لو۔ تپش کے مقروؤں کے ہر جوڑے کے درمیان کمانی دار ترازو کا کھنچاؤ بھی دیکھتے رہو تاکہ اضافۂ تپش کے اس حصے میں کمانی کی اوسط قوت کا اندازہ ہو سکے۔ کُل تجربے میں جتنا وقت لگے اُس کو بھی لکھ لو۔

ایک ہزار (یا کوئی اَور مناسب تعداد) چکروں کے بعد موٹر کو روک دو اور جب پانی ساکن ہو جائے تو تپش θ_2 حاصل کرو۔ اس کے بعد آلے کو اُتنے ہی وقت کے لیے چھوڑ رکھتے ہیں جتنا کہ تجربہ میں صَرف ہوا تھا۔ اِس دَوران میں تپش کی کمی معلوم کر لیتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ کمی صف θ_3 ہے۔

دورانِ تجربہ میں تپش کی جو اوسط زیادتی ماحولی تپش پر ہوتی ہے وہ آخری زیادتی کا نصف ہے۔ لہٰذا دورانِ تجربہ میں نقصانِ حرارت کی اوسط شرح اختتامِ تجربہ پر نقصانِ حرارت کی شرح کا نصف ہوگی۔ پس تجربہ کے دوران میں اشعاعی تصحیح کے لیے مشاہدہ کردہ اضافۂ تپش میں $\frac{\text{صف } \theta_3}{2}$ جمع کر دینے سے ہمیں

$$ح = (\text{وہ} \times ک \times خ)\ (\theta_2 - \theta_1 + \frac{\text{صف } \theta_3}{2})$$

حاصل ہوگا جہاں ح دَورانِ تجربہ میں پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے۔ اس جملے میں ک اُسطوانے کی کمیت ہے اور خ اُسطوانے کے مادّہ کی (جو عموماً پیتل ہوتا ہے) حرارتِ نوعی ہے۔ ک کی قیمت اُسطوانے کے سرے پر آلہ ساز خود کندہ کر دیتے ہیں۔

صَرف شدہ کام کی پیمائش کے لیے یہ ضروری ہے کہ اُسطوانہ کا قطر معلوم کیا جائے۔ فرض کرو کہ ص ہے۔ پٹی کے دونوں سروں کے مابین تناؤ کے فرق سے فرکی قوت حاصل ہو جائیگی۔ فرض کرو کہ کمانی دار ترازو کے مقروؤں کی اوسط قیمت س گرام ہے۔ پس پٹی کے اُس سرے پر جس پر کہ ب لٹکا ہوا ہے تناؤت' (ب - س) گرام وزن کے برابر ہوگا۔

پٹی کے دوسرے سرے پر تناؤت' ا گرام وزن کے برابر ہے۔

پس اس طرح فرکی قوت ذیل کے جملہ سے حاصل ہو جائیگی:۔

ف = (ت - ت') ڈائین = {ا - (ب - س)} ج ڈائین

یہ قوت اُسطوانے کے احاطہ کے گرد عمل کرتی ہے اور رگڑ کی وجہ سے پیدا ہونے والا جفت

ف ص ڈائین سم ہے۔

اور ن گردشوں میں جو کام ہوتا ہے وہ برابر ہے

۲ π ن ف ص ارگ کے

پیدا شدہ حرارت ح اور صَرف شدہ کام کی مقدار کو گردشوں کی ایک خاص تعداد کے لیے محسوب کرو۔ اور مساوات ذیل کی مدد سے معادلِ حیلی "جو" کو شمار کرو:۔

کام = جو ح

نوٹ:۔ کیلنڈر کے آلے کا اطمینان بخش استعمال، سطحِ اُسطوانہ پر اچھی پالش حاصل کرنے پر موقوف ہے۔ اس کے لیے کافی احتیاط و توجہ اور وقت کی ضرورت ہوگی خصوصاً جب کہ آلہ عرصۂ دراز سے استعمال نہ کیا گیا ہو۔

فصل ہفتم

رطوبت پیمائی

۱۔ تعریفات

ہوا کی رطوبت پیمائی حالت یا مرطوبیتِ اضافی کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ ہوا کی فی صد یا کسری سیری ہے کسی تپش ت پر ہوا میں بخاراتِ آبی کی ایک اعظم مقدار موجود رہ سکتی ہے۔ یہ اعظم مقدار اُس تپش پر کے آبی بخارات کی سیری کے دباؤ د کے تناظر ہے۔

بخارات کی جو مقدار حقیقۃً موجود رہتی ہے، اس اعظم مقدار کے شاذ ہی برابر ہوتی ہو۔ موجودہ بخارات کی حقیقی مقدار کی تناظر سیری کا بخاری دباؤ د ہوتا ہے جو بالعموم د سے بہت کم ہوتا ہے۔ موجودہ بخاراتِ آبی کی کمیت د کے متناسب ہوتی ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کسری سیری کو $\frac{د}{د}$ سے یا فی صد $\frac{د}{د} \times ۱۰۰$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

ہوا میں جو آبی بخارات موجود ہوتے ہیں، کسی خاص تپش ت پر ہوا کو سیر کرنے کے لیے کافی ہو سکتے ہیں۔ اگر ہوا کو مقامی طور پر اس تپش ت تک سرد کیا جائے تو جو کوئی چپٹی سطح اس سرد شدہ ہوا میں کھلی رہیگی، اُس پر شبنم جمع ہو جائیگی: اِس تپش ت کو نقطۂ شبنم کہتے ہیں۔

تقرب کے بہت ہی قریب درجہ تک نقطۂ شبنم پر جو سیری کا بخاری دباؤ (س - ب - د) ہوتا ہے، اُس کو ہوا میں موجودہ بخارات کے دباؤ کے مساوی فرض کر سکتے ہیں۔ پس اگر ہم نقطۂ شبنم معلوم کر سکیں تو اس سے ہوا کی رطوبت پیمائی حالت حاصل کر سکتے ہیں کیونکہ جدولوں (دیکھو ضمیمہ صفحہ ۴۲۶) کی مدد سے کسی تپش پر بخاراتِ آبی کے لیے سیری کا بخاری دباؤ معلوم ہو سکتا ہے۔ پس

$$\text{رطوبت پیمائی حالت} = \frac{د}{\text{ہوا کی تپش پر س - ب - د}} = \frac{\text{نقطۂ شبنم پر س - ب - د}}{\text{ہوا کی تپش پر س - ب - د}}$$

۲۔ نقطۂ شبنم کی تعیین کے طریقے

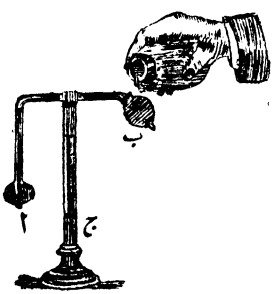
رطوبت پیما

مقامی طور پر ہوا کو سرد کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ایک دھاتی مجلا سطح کو سرد کیا جائے۔ جب اس پر شبنم جمع ہو جاتی ہے تو یہ مجلا سطح دھندلی پڑ جاتی ہے اور زیادہ مشق ہونے کی صورت میں شبنم کا ذرا سا شائبہ بھی معلوم کر لیا جا سکتا ہے اب اگر اس وقت سطح کی تپش حاصل کی جائے تو یہی تپش نقطۂ شبنم ہوگی۔ اس مقصد کے لیے جو آلہ بنایا جاتا ہے اُسے رطوبت پیما کہتے ہیں۔

دانیالی رطوبت پیما

شکل ۱۲۵ میں دانیالی رطوبت پیما دکھایا گیا ہے۔ آلہ کی اس

صورت میں دھاتی سطح ایک طلائی پٹی ہوتی ہے جو شیشے کے زیرین جوفے کے ساتھ چسپاں کر دی گئی ہے۔ اس جوفے کے اندر تپش پیما ہوتا ہے جس کا تنہ اُس نلی کے سرے تک جاتا ہے جو اس جوفے کو ٹیکن کی دُوسری جانب کے ایک دُوسرے جوفے ب کے ساتھ ملحق کرتی ہے۔ اِن جوفوں اور الحاقی نلی میں صرف ایتھر اور ایتھر کے بخارات ہوتے ہیں۔



شکل ۱۳۵۔ دانیالی رطوبت پیما

بالائی جوفہ کو ڈھکے ہوئے کپڑے پر ایتھر ڈالنے اور اس کو جلد تر تبخیر کا موقع دینے سے یہ جوفہ سرد ہو جائیگا۔ جوفے کے اندر کے ایتھری بخارات کی تکثیف ہوگی اور اِن کی جگہ وہ بخارات لے لینگے جو دوسرے جوفہ میں سے نکلتے ہیں۔ بالائی جوفے میں تکثیف جاری رہیگی اور تکثیف شدہ بخارات کی جگہ پُر کرنے کے لیے زیرین جوفے میں سے بخارات آتے جائینگے۔ اور اس طرح زیرین جوفے میں اُس وقت تک مسلسل تبخیر جاری رہیگی جب تک کہ بالائی جوفہ سرد کیا جا رہا ہو۔

زیرین جوفے کے اندر تبخیر کی وجہ سے اس کی تپش میں یکساں طور پر کمی ہوتی جائیگی اور آخر کار طلائی پٹی نقطۂ شبنم تک سرد ہو جائیگی جب شبنم کے پہلے شائبے نظر آئیں تو آلے کے اندر والے تپش پیما کی تپش لے لی جاتی ہے۔ اور ساتھ ہی کمرہ کی ہوا کی تپش بھی معلوم کر لی جاتی ہے اِس غرض کے لیے بالعموم آلے کی ٹیکن پر ایک دوسرا تپش پیما چڑھا دیا جاتا ہے۔

اِن تپشوں میں سے پہلی تپش کو نقطۂ شبنم مان لیتے ہیں اور اِن مشاہدات کی بناء پر رطوبت پیمائی حالت محسوب کی جاتی ہے۔

یہ آلہ کوئی اچھی قسم کا نہیں ہے۔ آلے کا اندرونی تپش پیما طلائی پٹی سے اس طرح پر جدا رہتا ہے کہ ان کے مابین مایع کی کم از کم ایک سمر موٹی تہ ہوتی ہے۔ اور علاوہ بریں شیشے کی ۱ تا ۲ سمر موٹی پرت بھی ہوتی ہے۔ مایع عملی طور پر بالکل ساکن رہتا ہے۔ اور خود مایع میں تپش کے بہت زیادہ تغیرات کا امکان ہے۔ نیز شیشہ خود ناقص موصل حرارت ہے۔ اس سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ تپش پیما کی تپش طلائی پٹی کی تپش سے ۱° تا ۲° ہر کم ہوتی ہے۔ لہٰذا نقطۂ شبنم کے لیے حاصل کردہ قیمت اسی حد تک غلط ہو سکتی ہے۔

اس قسم کے آلے کے متعلق اور بھی اعتراضات ہیں۔ آلے کے چاروں طرف ہوا ایتھر کے ذرات سے لدی ہوتی ہے اور علاوہ بریں شرح تبرید کو منظم نہیں کر سکتے۔ اس کا تعین محض کپڑے پر ایتھر کی تبخیر کی شرح سے ہوتا ہے۔

تجربہ ۱۱۳ — دانیالی رطوبت پیما کے ذریعہ نقطۂ شبنم کی تعیین — آلے کی ٹیکن پر لگے ہوئے تپش پیما کے ذریعہ کمرہ کی ہوا کی تپش معلوم کر لو۔ اوپر والے جوڑ کے اطراف لپٹی ہوئی ململ پر تھوڑا سا ایتھر ڈالو اور طلائی پٹی کو شبنم کے ابتدائی شاخچے پیدا ہونے تک دیکھتے رہو۔ اگر اس کی سطح کو لمبی کاغذ کی بنی ہوئی بتی یا کسی پر کے ذریعہ چھوتے رہیں تو شبنم کی موجودگی کا پتہ زیادہ سہولت سے لگیگا۔ جوں ہی شبنم کا جمع ہونا پایا جائے، فوراً ہی آلے کے اندرونی تپش پیما کی تپش پڑھ لو۔

صفحہ ۴۲۶ پر دی ہوئی جدول کے ذریعہ ان دونوں تپشوں کے تناظر سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔ اور اس سے مرطوبیتِ اضافی کو محسوب کرو۔

رینو[1] کا رطوبت پیما

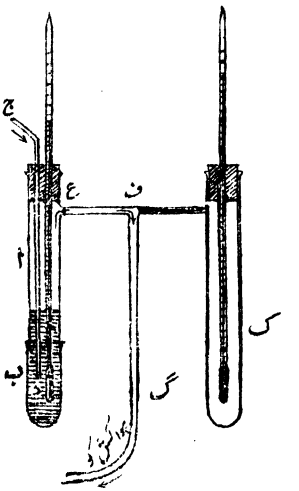
اگر رینو کا تجویز کردہ رطوبت پیما درست طریقہ سے تیار کیا جائے اور مناسب طور پر استعمال کیا جائے تو دانیالی رطوبت پیما کے نقائص سے بچ سکتے ہیں۔ شیشے کی ایک کھلی نلی ا کے زیرین سرے پر ایک نقرئی ٹوپی ب بٹھا دی جاتی ہے۔ (دیکھو شکل ۱۳۶)۔ اس میں ایتھر کی اتنی کافی مقدار رکھی جاتی ہے کہ نقرئی ٹوپی پُر ہو جائے۔ اور ایتھر میں ایک تپش پیما ڈوبا رہتا ہے۔ دو نلیوں ج د اور ع ف کے ذریعہ جو شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب لگائی گئی ہیں آلے میں سے ہوا کی رَو کھینچی جاتی ہے۔ ہوا بلبلوں کی شکل میں مایع میں سے ہوتی ہوئی جانبی نلی گ کے ذریعہ نکل جاتی ہے۔ جب ہوا بلبلے بن کر نکلتی ہے تو ایتھر کے بخار سے لد جاتی ہے اور اس تیز تبخیر کے عمل سے مایع کی تپش گر جاتی ہے۔ چونکہ یہ مایع نقرئی ٹوپی اور تپش پیما دونوں سے راست تماس میں ہے اور نیز ہوا کے بلبلوں کے ذریعہ اچھی طرح ہلایا بھی جاتا ہے اس لیے تپش پیما، مایع اور نقرئی ٹوپی تینوں ایک ہی تپش پر رہینگے۔

جوں ہی نقطۂ شبنم کی تپش پہنچتی ہے، شبنم بننے لگتی ہے۔ پس جس وقت ٹوپی پر ابتداءً شبنم دکھائی دے تو اُس وقت تپش حاصل کر لینے سے نقطۂ شبنم کافی صحت کے ساتھ معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۱۱۴۔ رینو کے رطوبت پیما سے نقطۂ شبنم کی تعیین ــــ شیشے کی چھوٹی نلی کو ہوا کش کے ساتھ جوڑ دو۔ ابتداءً ہوا کی تیز رَو سے کام لے کر نقطۂ شبنم کو سرسری طریقے پر معلوم کر لینا چاہیے۔ اس میں تبرید سرعت کے ساتھ

[1] Regnault

ہوگی اور شبنم اُس وقت تک مشاہدہ نہ ہوگی جب تک تپش اصلی نقطۂ شبنم سے کسی قدر نیچے نہ گر جائے۔ اگر اُس وقت ہوا کی رَو روک دی جائے تو تمام آلہ آہستگی کے ساتھ گرم ہوگا اور شبنم غائب ہو جائیگی۔ وہ تپش جس پر شبنم غائب ہو لکھ لی جائے۔ یہ اصلی نقطۂ شبنم سے زیادہ قریب ہوگی بہ نسبت اُس قیمت کے جو پہلے پہل حاصل کی گئی تھی۔ لیکن یہ کسی قدر زیادہ ہوگی۔



شکل ۱۳۶ ۔ رینو کا رطوبت پیما

اب ہوا کش کو دوبارہ چالو کیا جاتا ہے لیکن اس طرح پر کہ آلہ میں سے ہوا کی بالکل دھیمی رَو بہتی رہے۔ اس عمل سے تپش پھر گرنے لگتی ہے۔ لیکن یہ عمل بہت سست ہوگا اور نقطۂ شبنم کے پہنچنے کے بعد ہی فوراً شبنم کی موجودگی کا علم ہو جائیگا۔ اس طرح نقطۂ شبنم کی صحیح ترقیمت حاصل ہوگی۔

حسب صراحت بالا آلے کو متواتر ٹھنڈا کرنے اور پھر گرم ہونے کا موقع دینے سے بالآخر شبنم کے نمودار اور غائب ہونے کے لیے ایسی تپشیں حاصل ہونگی جن میں ایک درجے کے ۰٫۲ حصے سے زیادہ فرق نہیں رہیگا۔ جب یہ صورت پیدا ہو تو نقطۂ شبنم، ان کا اوسط لیا جا سکتا ہے۔ نلی ک کے اندر

کے تپش پیما سے کمرہ کی تپش معلوم ہوگی ۔

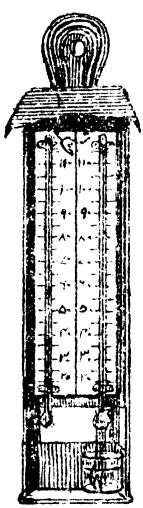
صفحہ ۴۲۶ کی جدول کی مدد سے نقطۂ شبنم کے تناظر اور نیز کمرے کی تپش کے لیے بھی سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔ اور اس سے مرطوبیتِ اضافی کی قیمت محسوب کرو۔

نوٹ ۔ شبنم کا ذرا سا بھی شائبہ معلوم کرنا ہو تو یہ امر باعثِ سہولت ہوگا کہ ایک لمبا خشک پرِیا خط لکھنے کے کاغذ کے ایک ورق کو بتی کی طرح لپیٹ کر استعمال کریں۔ اس کو ایک سرے سے پکڑ کر رکھیں اور نقرئی ٹوپی کو کاغذ کی بتی یا پَر کے دوسرے سرے سے آہستہ آہستہ زد کرتے جائیں۔ اس طریقے سے ذرا سی بھی جمع شدہ شبنم کا پتہ چل جائیگا۔ کیونکہ جب بھیگی ہوئی سطح پر کاغذ کی زد ہوگی تو اس جگہ کی سطح زیادہ چمکدار نظر آئیگی۔ تجربہ کے دوران میں نقرئی ٹوپی سے ۲۰ سمر فاصلے کی حد کے اندر ہاتھ نہ پہنچنا چاہیے۔ اور مشاہد اور آلہ کے درمیان شیشے کی ایک بڑی تختی حائل ہونی چاہیئے۔ تجربہ ایسی جگہ پر انجام نہ دیا جائے جہاں پانی کی ایک وسیع سطح کھلی ہوئی ہو۔

بہت سے آلہ ساز ایک سالم امتحانی نلی لے کر اُس کے سرے پر نقرئی ٹوپی چڑھا دیتے ہیں اور اس کو رینو کے رطوبت پیما کے نام سے فروخت کرتے ہیں۔ اس قسم کے آلے کے استعمال میں تپش پیما اور نقرئی سطح کے مابین ایک ناقص موصل واسطہ رکھنے سے وہی خطاء از سر نو شریک ہو جاتی ہے جس کو رفع کرنے کے لیے رینو کا آلہ تجویز کیا گیا تھا۔ ایسی حالت میں امتحانی نلی کا سرا ریتی سے کاٹ کر نقرئی ٹوپی کو نلی سے چمٹا دینا چاہیے تاکہ نلی نقرئی ٹوپی سے ڈھکی رہے اور یہ ٹوپی ایتھر سے راست تماس میں ہو۔

خشک اور ترجوفہ دار رطوبت پیما

ایک ہی ٹیکن پر دو تپش پیما لگا دیے جاتے ہیں۔ ایک تو ہوا میں کھلا رہتا ہے اور دوسرے کے جوفے کو اطراف سے کپڑے میں ڈھک دیتے ہیں۔ اس کپڑے کے زیرین سرے کو پانی کے ایک برتن (شکل ۱۳۷) میں ڈوبا ہوا رکھ کر تر رکھا جاتا ہے۔ ہوا جس قدر خشک ہوگی اُسی قدر تیزی کے ساتھ تر جوفے میں تبخیر ہوگی اور اِس کی تپش اُسی قدر کم ہوگی۔ اِن دونوں تپشوں کو پڑھنے سے رطوبت پیمائی حالت کا اندازہ ہو سکتا ہے۔ سرینو کا رطوبت پیما مقابلے کے لیے استعمال کر کے اِن مقروؤں کو تحویل کرنے کے لیے آزمائشی طور پر جدولیں تیار کر لی گئی ہیں۔ اس قسم کی ایک جدول صفحہ ۴۲۱ پر دی گئی ہے۔



شکل ۱۳۷۔ خشک اور ترجوفہ دار رطوبت پیما

گو اِس آلہ کو ماہرین شہابیات (Meteorologists) بہت کثرت سے استعمال کرتے ہیں لیکن راست طور پر اس کی کوئی علمی قدر نہیں ہے۔

فی لیتر کرۂ ہوائی میں بخارات آبی کی کمیت کا شمار

ایک لیتر ہائیڈروجن کا وزن ط۔ ت۔ د پر ۰۹ء۰ گرام ہوگا۔

کسی دباؤ د عمر اور تپش ت پر اس کی کمیت

$$\text{۰٫۶۲۹} \times \frac{د}{۷۶۰} \times \frac{۲۷۳}{۲۷۳ + ت} \text{ گرام ہوگی}$$

اب ہمارے پاس بخاراتِ آبی تپش ت (نقطۂ شبنم) اور پیمائش کردہ دباؤ د عمر پر موجود ہیں۔ ایک ہی حالات کے تحت بخاراتِ آبی سیٹی ڈرجن سے ۹ گنا زیادہ کثیف ہوتے ہیں۔ پس فی لیتر موجودہ بخارات آبی کی کمیت

$$\text{۰٫۸۱} \times \frac{د}{۷۶۰} \times \frac{۲۷۳}{۲۷۳ + ت} \text{ ہوئی۔}$$

بعض اوقات یہ اعتراض کیا جاتا ہے کہ بخاراتِ آبی ہوا کی تپش اور د عمر دباؤ پر موجود رہتے ہیں۔ لہٰذا مندرجۂ بالا جملے میں ت کے بجائے ت یعنی ہوا کی تپش درج ہونی چاہیے۔ حساب کرنے کے لیے کوئی سا طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے۔ کیونکہ ان میں سے کوئی ایک جملہ استعمال کرنے میں جو فی صد خطاء (اگر کوئی ہے) ہوتی ہے، وہ اُس فی صد خطاء سے بدرجہا کم ہوتی ہے جو د معلوم کرنے میں پیدا ہوتی ہے۔

بخاراتِ آبی کی کمیت فی لیتر کی تعیین کیمیائی طریقوں سے بھی ہو سکتی ہے، اس کے لیے ہوا کی ایک معلوم کمیت کو پہلے سے تولی ہوئی خشک کرنے والی نلیوں کے راستے کھینچا جاتا ہے اور ان نلیوں میں جذب شدہ بخارات کی کمیت معلوم کی جاتی ہے۔

تر اور خشک جوفہ دار رطوبت پیما

مندرجۂ ذیل جدول میں پہلے انتصابی خانہ سے خشک جوفے والے تپش پیما کی تپشیں ملتی ہیں اور پہلی اُفقی سطر میں دونوں تپش پیماؤں کا فرق دیا گیا ہے۔ باقی اعداد سے بوقتِ مشاہدہ جو حقیقی بخاری دباؤ ہو حاصل ہو جاتا ہے۔ جب ہوا سیر شدہ ہو تو دونوں تپشوں کا باہمی فرق صفر ہے اور یہیں حالت دوسرے انتصابی خانہ سے بخاری دباؤ حاصل ہوگا۔

ت°م	صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۴۶۶	۳۷۷	۲۶۹	۱۶۱	۱۶۳						
۱	۴۶۹	۴۶۰	۳۶۲	۲۶۴	۱۶۶	۰۶۸					
۲	۵۶۳	۴۶۴	۳۶۴	۲۶۷	۱۶۹	۱۶۰					
۳	۵۶۷	۴۶۷	۳۶۷	۲۶۸	۲۶۲	۱۶۳					
۴	۶۶۱	۵۶۱	۴۶۱	۳۶۲	۲۶۴	۱۶۶	۰۶۸				
۵	۶۶۵	۵۶۵	۴۶۵	۳۶۵	۲۶۶	۱۶۸	۱۶۰				
۶	۷۶۰	۵۶۹	۴۶۹	۳۶۹	۲۶۹	۲۶۰	۱۶۱				
۷	۷۶۵	۶۶۴	۵۶۳	۴۶۳	۳۶۳	۲۶۳	۱۶۴	۰۶۴			
۸	۸۶۰	۶۶۹	۵۶۸	۴۶۷	۳۶۷	۲۶۷	۱۶۷	۰۶۸			
۹	۸۶۶	۷۶۴	۶۶۳	۵۶۲	۴۶۱	۳۶۱	۲۶۱	۱۶۱	۰۶۲		
۱۰	۹۶۲	۸۶۰	۶۶۸	۵۶۷	۴۶۶	۳۶۵	۲۶۵	۱۶۵	۰۶۵		
۱۱	۹۶۸	۸۶۶	۷۶۴	۶۶۲	۵۶۱	۴۶۰	۲۶۹	۱۶۹	۰۶۹		
۱۲	۱۰۶۵	۹۶۲	۸۶۰	۶۶۸	۵۶۶	۴۶۵	۳۶۴	۲۶۳	۱۶۳		
۱۳	۱۱۶۲	۹۶۸	۸۶۶	۷۶۳	۶۶۲	۵۶۰	۳۶۹	۲۶۸	۱۶۷		
۱۴	۱۲۶۰	۱۰۶۶	۹۶۲	۸۶۰	۶۶۷	۵۶۶	۴۶۴	۳۶۳	۲۶۲	۱۶۱	
۱۵	۱۲۶۸	۱۱۶۳	۹۶۹	۸۶۶	۷۶۴	۶۶۱	۵۶۰	۳۶۸	۲۶۷	۱۶۶	۰۶۵
۱۶	۱۳۶۶	۱۲۶۱	۱۰۶۷	۹۶۳	۸۶۰	۶۶۸	۵۶۵	۴۶۳	۳۶۲	۲۶۱	۱۶۰
۱۷	۱۴۶۵	۱۳۶۰	۱۱۶۵	۱۰۶۱	۸۶۷	۷۶۴	۶۶۲	۴۶۹	۳۶۷	۲۶۶	۱۶۵
۱۸	۱۵۶۵	۱۳۶۸	۱۲۶۳	۱۰۶۹	۹۶۵	۸۶۱	۶۶۸	۵۶۵	۴۶۲	۳۶۱	۲۶۰
۱۹	۱۶۶۵	۱۴۶۷	۱۳۶۲	۱۱۶۷	۱۰۶۳	۸۶۹	۷۶۵	۶۶۲	۴۶۹	۳۶۷	۲۶۵
۲۰	۱۷۶۵	۱۵۶۷	۱۴۶۱	۱۲۶۶	۱۱۶۱	۹۶۷	۸۶۳	۶۶۹	۵۶۶	۴۶۳	۳۶۱

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۰۰	۲۱	جائیں۔کہ	جائیں کہ
۲۰۱	۱	جائے۔تو	جائے تو
〃	۱۹	جبوی	جبری
۲۰۲	۸	حس	جس
〃	شکل ۶۰	Hiek	Hick
۲۰۶	۱۶	سل	سرع
〃	۲۳	۴	۲
۲۰۸	۱۹	تمناسب	متناسب
〃	۲۳	قمت	قیمت
۲۱۳	۱۳	وا	وا
۲۱۴	۱۰	متحرک ماۃ۔اسراع	متحرک مادہ x اسراع
۲۱۶	۸	متلافی	متلافی
〃	۱۱	عملیات	عملیات
۲۱۷	۱۴	چھوٹی	چھوٹا
〃	۱۵	لگی رہتی	لگا رہتا
〃	۲۴	تیقن	تیقن
۲۲۲	۲۲	جیسا	جیسے
۲۲۴	۱۰	یا ۰	یا مر
۲۲۷	۱۲	چھوٹے	چھوٹے
۲۳۱	۵	ہوکی	ہوگی
〃	۱۰	رَ	ر
〃	۱۱	ہیں۔	ہیں
۲۳۲	۲۴	ے	سے

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۳۷	۱۱-۱۳	ت	قہ
۲۳۸	۲		
۲۳۹	۳-۱۶		
۱۲۷	۱۲	دد	دو
〃	〃	جاذبہ	جاذبہ
۲۳۸	۹	گرے	گرتے
۲۳۹	۱۳	د	د
۲۴۲	۲۰	د	د
۲۴۴	۲۴	د	د
۲۴۸	۲	جاذبہ ہوکر	جاذبیت ہوکر
〃	شکل ۶۵	۵	۵
۲۵۲	۱۴	صفحہ ۲۴۷ سطر ۲	صفحہ ۲۴۷
۲۵۴	۱۶	فی ثانیہ	فی ثانیہ
۲۵۸	۱۸	جہاں	جہاں
۲۶۹	۷	تی	فی
۲۸۲	۴	ہو۔تو	ہو تو
۲۸۷	۱۳	علی	نلی
۲۹۹	۶	مُلبلے	مُلبلے
〃	۲۰	۳۲	۱۲۲
۳۰۳	نٹ نوٹ ۱	At-wood	Atwood
〃	۱۸	۹۸۱	۹۸۱
۳۰۸	۴	نسب نما ۳	نسب نما ۳
۳۰۹	۱۱	۱۱	$\frac{1}{10}$
〃	۱۵	۱۱	$\frac{1}{10}$
۳۱۰	۱۰	تیر ضوبہ	قیر مضوبہ

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	نمبر صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۱۰	۱۱	زرد صفوبر	زرد صنوبر	۳۶۹	شکل ۱۲۱	آبگیر شیشہ کا	شیشہ کا آبگیر
〃	۱۳	۰۶۴ ۰۷۰	۰۶۴ — ۰۷۰	〃	〃	مخفی	مخفی
۳۲۰	۵	ہیں	ہیں	۳۷۶	۱۴	کے	کے،
۳۲۴	۳	۱۱۴	۱۱۴	۳۸۵	۲	د	نہ
۳۲۹	۱۹	متروہ	مقروعہ	۳۸۶	۷	و	د
۳۳۲	۵	ث	ثب	۳۸۶	۱۱	اُخ	رُخ
۳۳۴	۵	مجم	مجم	۳۸۷	۱۵	(درجۂ مئی^{۳})	(درجۂ مئی)$^{-۱}$
〃	۱۰	(	))	۳۹۱	۷	تپش	تپش
〃	۱۲	بلہ	بلہ	۳۹۲	۲۵	نخ (ت$_{۳}$	نخ (ت$_{۳}$
〃	۱۹	اوسط	اوسط	۳۹۹	۱	سرا سر بہر	سرا، سر بہر
۳۳۸	۱۱	شہ	عہ	۴۰۰	۴-۶	جو	جُو
۳۳۹	۲۱	پہا	پیما	۴۰۱	شکل ۱۲۱	کث	ک
۳۴۲	۱۵	انگھوٹھے	انگوٹھے	۴۰۲	۶-۸ ۱۲	ص	صَ
۳۵۱	۱	۱۱۳۲۰۰	۱۰۱۳۲۰۰	۴۰۳	۲۵	دور ان	دَوران
۳۵۵	۵	ٹھوس،	ٹھوس	۴۰۸	۹	سعین	متعین
۳۶۲	۲۰	حوارت	حرارت	〃	۱۱	تہ$_{۳}$	تہ$_{۳}$
۳۶۳	شکل ۱۲۰	تصحح	تصحیح	〃	۲۰	ہ	۵
۳۶۵	۱۷	نیچے	نیچے	۴۲۰	۱۹	اُفقی	اُفقی

اشاریہ

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ اور حرارت

مضامین	صفحات
ا	
آبِ مساوی	۳۵۳
آبی بخارات کا دباؤ	۴۱۲
اُچھال	۷۹
اختلافِ منظر	۲۵
اُذنی اور عینی تخمینہ	۴۱
ارتفاعِ پیما	۳۱۳، ۳۱۶
ارشمیدس کا اصول	۸۰
ارگ	۱۹۳
اُرٹ پہیے کے جمود کا معیارِ اثر	۲۲۷، ۲۳۲
استعداد	۱۵۰، ۱۵۴
استوارِ جسم کی گردش	۲۲۳
استواری کا مقیاس	۱۷۲، ۱۸۴، ۲۶۴
اسٹیفان کا کلیہ	۳۷۴
اسراع	۲۰۰، ۲۰۷

مضامین	صفحات
اسراعِ بوجہ جاذبۂ زمین ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۲۰، ۲۵۲، ۲۵۴، ۲۶۴، ۲۶۵	
اسراعِ زاویئی	۲۲۶
اشعاع کے لیے تصحیح	۳۶۳
اشعاع کے لیے حرارہ پیمائی تصحیح	۱۶۳
اکائیاں بنیادی اور مشتق	۱۴
اکائی مقدارِ حرارت	۳۵۲
اکائی وقت کی	۱۴
الاعتدالِ یخ کی مخفی حرارت	۳۶۵، ۳۶۶
امسلر	۴۹
انتہائی رگڑ	۱۴۵
انتہائے لچک	۱۷۰
انجن	۱۵۰
انحرافی طریقے	۵
انخناء	۶۹
انخناء کا نصف قطر	۶۴، ۶۷

مضامین	صفحات
انحنا کی پیمائش	۶۹
اندفاعی ترازو	۲۰۲
اوسط شمسی ثانیہ	۴۰، ۵
ایٹ وُڈ کا آلہ	۲۱۵
ایٹ وُڈ کا آلہ: ستونی وضع کا	۲۱۶
ایٹ وُڈ کا آلہ: فیتہ دار	۲۲۱
ب	
بار پیما	۲۶۷
بار پیما، بے نم	۲۷۶
بار پیما، فورٹن کا	۲۷۱
بار پیما، لانماظی کی شکل کا	۲۷۱
بار پیما میں تپش کی تصحیح	۲۷۸
بار، دباؤ کی اکائی	۲۷۰
بائیل، رابرٹ	۲۶۶، ۱۶۹
بخارات آبی کا دباؤ	۴۱۲
برآمدہ بیرم کے لیے بینگ کا مقیاس	۸۳
بسط کی شرح	۳۳۰
بصیے	۶۹
بقائے توانائی	۱۱۳
بلندی کی پیمائش بار پیما سے	۲۷۷
بنیادی اکائیاں	۱۴
بھاپ کی مخفی حرارت	۳۶۸
بیانسبس	۳
بیرم	۱۱۸
بیم کمپاس	۲۵
بے نم بار پیما	۲۷۶
پ	
پُرسردی	۳۷۹
پھیلاؤ، طولی	۳۲۶
پھیلاؤ، ظاہری	۳۳۹
پھیلاؤ، کعبی	۳۳۰
پھیلاؤ کی شرح، طولی	۳۲۶
پھیلاؤ کی شرح، ظاہری	۳۳۹
پھیلاؤ کی شرح، کعبی	۳۳۱
پھیلاؤ کی شرح، گیسی	۳۴۱
پھیلاؤ، گیسوں کا	۳۴۱
پھیلاؤ، مائع کا	۳۳۰
پیچ	۱۶۱
پیچدار خردہ پیما	۳۲، ۳۴، ۳۲۸، ۳۲۹
پیچ کی گھمائی	۳۳
پیمائش، وقت کی	۴۰
ت	
تار کا مروڑنا	۱۸۵
تار کی شکل کی شے کے لیے بینگ کا مقیاس	۱۷۴
تبخیر کی حرارت مخفی	۳۶۸
تبرید کا کلیہ	۳۴۷
تبرید کے طریقے، حرارت نوعی کے لیے	۳۸۰
تبریدی مخفی	۳۶۳، ۳۷۸
تپش اور بار پیمائی بلندی	۲۷۸

مضامین	صفحات
تپش اور دباؤ	۳۷۲
تپش پیما، شیشے کے سیمابی	۳۱۳
تپش پیما کی تعیر	۳۱۸
تپش پیما کی درجہ بندی	۳۲۰، ۳۲۱
تپش پیما کے ثابت نقطے	۳۱۴
تپش پیما، مستقل حجم والا، ہوائی	۳۴۴
تپش پیما، وزن	۳۳۷
تپش پیمائی	۳۱۲
تپش کا پیمانہ	۳۱۲
تپش کا ڈھال	۳۸۶
تپش کا میلان	۳۸۶
تپش کی پیمائش	۳۱۲
تپش، مطلق	۳۵۰
تحسیب کے ترسیمی طریقے	۱۱، ۱۲۷
تحسیب، نتیجوں کی	۷
تحلیل، سمتیوں کی	۱۰۹
ترازو	۱۶
ترازو کی روک	۱۸
ترسیم	۱۱، ۲۵۶، ۲۶۳، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۶۳، ۳۷۵، ۳۷۸
ترسیمی سکونیات	۱۳۵
ترسیمی طریقے	۱۱، ۱۲۷، ۱۳۵
تصحیح، بوجہ گڑ	۲۱۲، ۲۱۷، ۲۳۳
تعادل	۱۱۸، ۱۴۴
تفریقی چرخ اور محور	۱۵۹
تناؤ سطحی	۲۹۳
تنے کے تعریے کا اثر	۳۱۳
توانائی، ایسے جسم کی جس میں فساد پیدا ہو گیا ہو	۱۹۳
توانائی، بالفعل	۱۹۶، ۲۰۶، ۲۲۴، ۲۲۶
توانائی، حرارت	۳۹۸
توانائی، کی اکائی	۱۹۳
توانائی کی بقا	۱۱۳
ٹ	
ٹرالی، قلیچہ کی	۲۱۰
ٹھوس کی حرارت نوعی	۳۵۴
ث	
ثابت نقطے، تپش پیما کے	۳۱۴
ثانیہ، اوسط شمسی	۱۵، ۴۰
ج	
جاذبۂ زمین، بوجہ اسراع	۲۰۹، ۲۲۰، ۲۵۲، ۲۶۴، ۲۶۵
جاذبہ کا مرکز	۱۲۴، ۱۲۸
جزّ	۱۴۲
جمود کا معیار اثر	۱۳۱، ۲۲۳
جول - جے - پی	۳۹۸، ۴۰۰
جولی	۳۴۴
چ	
چرخ اور محور	۱۵۹
چرخ بندی (یا چرخ گیرائی)	۱۶۵
چرخ، سطح مائل پر	۲۳۹

مضامین	صفحات
چرخی پر رسّی کی رگڑ	۱۴۶
چرخی کے طلاق	۱۵۵
ح	
حامل	۱۰۰
حجم بسیط پیما	۳۴۰
حجم کی تعیین	۶۲، ۸۷
حجم، کمیّت کا	۲۶۶
حجمی مقیاس	۱۷۳
حرارت بردار	۳۶۳
حرارت پر مشتمل	۴۲۲
حرارت کا معادلِ حیلی	۳۹۸
حرارت کی اکائی	۳۵۲
حرارتِ نوعی تبرید کے طریقے سے	۳۰۰
حرارتِ نوعی، ٹھوس کی	۳۵۴
حرارتِ نوعی کی تعریف	۳۵۳
حرارتِ نوعی کے لیے رینو کا آلہ	۳۵۸
حرارتِ نوعی، مائع کی	۳۶۰، ۳۸۰
حرارہ	۳۵۲، ۳۹۸
حرارہ پیما	۳۵۳
حرارہ پیمائی	۳۵۲
حرارہ پیمائی، تصحیح، اشعاع کے لیے	۳۶۳
حرکت ارتعاشی	۲۴۱
حرکت کا معیارِ اثر	۲۰۰
حرکت کے معیارِ اثر کی بقا	۲۰۰

مضامین	صفحات
حرکی رگڑ	۱۴۱
حیطۂ اہتزاز	۲۴۲، ۲۴۵
حیلی مقاد	۱۵۲
خ	
خُردبین	۳۶
خُردبین خُردہ پیما	۳۶
خُردبین متحرک یا ورنیئر	۳۷
خُردہ پیما پیچ	۳۲، ۳۲۸
خُردہ پیما پشمہ	۳۶، ۲۹۸، ۳۱۹
خُردہ پیما خُردبین	۳۶
خطی اور زاویئی حرکت کا تقابلہ	۲۲۵
خواص مادّہ	۳۰۱
د	
دا[illegible] طوبت پیما	۴۱۳
دباؤ	۷۹
دباؤ، آبی بخار کا	۴۱۲
دباؤ، بخارات	۴۱۲
دباؤ، صابون کے بلبلے میں	۲۹۹
دباؤ، کرۂ ہوائی کا	۳۶۷
دباؤ کی اکائی	۷۹، ۲۶۹، ۲۷۰
دباؤ کی تعریف	۷۹
دباؤ کے لیے نقطۂ جوش کی تصحیح	۳۱۶
دباؤ، گیسوں کا	۲۶۶، ۲۸۱، ۳۴۶
درجہ بندی، تپش پیما کی	۳۲۰، ۳۲۱

مضامین	صفحات
دَوران	۲۴۱، ۲۴۵ تا ۲۵۱، ۲۶۱
دَوری حرکت	۲۴۱
ڈ	
ڈائین	۲۰۹
ڈیٹا مومیٹر	۴۰۶
ڈیوار کا خلائی برتن	۳۵۴
ر	
رابوٹ بائیل	۱۶۹، ۲۶۶
ربر کی موصلیتِ حرارت	۳۹۳
رطبی کثیر الاضلاع	۱۳۵
رطوبت پیمائی	۴۱۲
رفتار	۲۰۰، ۲۰۸
رفتار، زاویئی	۲۲۶، ۲۲۸، ۲۴۲
رفتاری اور قوائی نسبت	۱۵۲
رفتاری نسبت	۱۵۲
رقاص، سادہ	۴۲، ۲۴۶، ۲۵۲
رقاص، سادہ معادل	۲۵۹
رقاص، مرکب	۲۴۷، ۲۵۸، ۲۶۲
رقاص، مروڑی	۲۴۹، ۲۶۴
رقبہ کی پیمائش	۴۴
رگڑ	۱۳۹، ۴۰۰
رگڑ، چرخی پر رسی	۱۴۶
رگڑ کی تصحیح	۲۱۳، ۲۱۷، ۲۳۳
رگڑ کے مکرر	۱۴۰

مضامین	صفحات
ریسمانی کثیر الاضلاع	۱۳۵
ریپنو	۳۱۵
ریپنو کا آلہ حرارتِ نوعی کے لیے	۳۵۸
ریپنو کا رطوبت پیما	۴۱۶
ز	
زاویئی اسراع	۲۲۶
زاویئی رفتار	۲۲۶، ۲۲۸، ۲۴۲
زاویئی سادہ موسیقی حرکت	۲۴۵
زور	۱۷۰
س	
سادہ رقاص	۴۲، ۲۴۶، ۲۵۲
سادہ مُعادِل رقاص	۲۵۹
سادہ موسیقی حرکت	۲۴۱
سرل چاپ	۳۰
سرل چاپ، اندرونی یا بیرونی	۲۵
سطح پیما	۴۸
سطح پیما کا صفری دائرہ	۵۳
سطح پیما کی تعبیر	۵۵
سطح مائل	۱۱۱، ۱۴۴
سطح مائل پر چرخ	۲۳۵
سطح مائل پر لڑھکنے والے ٹھوس اجسام	۲۳۴
سطحی تناؤ	۲۹۳
سکونیات	۹۸
سکونی رگڑ	۱۴۱

مضامین	صفحات
سکونی سطح مائل	۱۱۱
س، گ، ث اکائیاں	۱۲، ۲۰۹، ۲۷۰
سلائیڈ رول	۱۰
سمتیاں	۹۸
سمتیوں کا متوازی الاضلاع	۹۹
سمتیوں کی تحلیل	۱۰۹
سمسن کے قاعدے	۴۷
سنتی میٹر	۱۴
ش	
شعریت	۲۹۴
شمار اقل	۲۷
شیشہ کی حرارتی موصلیت	۳۹۳
شیشے کے سیمابی تپش پیما	۳۱۳
ص	
صابون کے محلول کا سطحی تناؤ	۳۰۰
صفر کی غلطی	۳۱، ۳۵، ۳۱۵
صفری طریقے	۵
صفری غلطی	۳۱، ۳۵، ۳۱۵
ط	
طاقت اور وزن	۱۶۷
طبعی کرۂ ہوائی	۲۷۰
طول کی اکائی	۱۴
طول کی پیمائش	۷، ۲۴، ۲۹، ۸۹
طولی پھیلاؤ	۳۲۶
ظ	
ظاہری پھیلاؤ	۳۳۹
ع	
علم حرکت	۱۹۹
عینی اور اُذنی تخمینہ	۴۱
ف	
فساد	۱۷
فلیجر کا ترازی دار آلہ	۲۱۰
فورٹن کا بارپیما	۲۷۱
ق	
قدرِ موصلیتِ حرارت	۳۸۶
قرص کے جمود کا معیارِ اثر	۲۳۹
قطر کی پیمائش	۸۸
قوائی نسبت	۱۵۲
قوت	۹۹، ۱۹۹
قوتِ اُچھال	۸۱
قوت کا معیارِ اثر	۱۱۷
قوت کی اکائی	۲۰۹
قوتوں کا متوازی الاضلاع	۹۹، ۱۰۷
قوتوں کا مثلث	۱۰۱، ۱۰۷
قوتوں کی ترکیب	۹۸
ک	
"کاذب صفر" کے ساتھ عمل کرنا	۲۰
کام اور حرارت	۳۹۸

مضامین	صفحات
کام کی اکائی	۱۹۳
کام کی پیمائش	۱۱۳، ۲۲۶
کثافت	۶۲، ۳۲۳
کثافتِ اضافی	۷۳
کثافتِ اضافی بوتل	۷۴
کثافت اور تپش	۳۳۱، ۳۵۰
کثیر الاضلاع، ربطی یا ریسمانی	۱۳۵
کثیر الاضلاع، توتوں کا	۱۰۳، ۱۰۸
کروی پیما	۶۴
کُرۂ ہوائی طبعی	۲۷۰
کُرۂ ہوائی کا دباؤ، مطلق اکائیوں میں	۲۸۰
کُرۂ ہوائی کے دباؤ	۲۶۷
کُرۂ ہوائی میں بخاراتِ آبی	۴۱۲، ۴۱۹
کعبی پھیلاؤ	۳۳۰
کُلیۂ اسٹیفان	۳۷۴
کُلیۂ بائیل	۲۶۶، ۲۸۳، ۳۵۰
کُلیۂ تبرید	۲۷۴
کُلیۂ شادل	۳۴۱، ۳۵۰
کُلیۂ ہوک	۱۶۹، ۱۷۳، ۱۹۱
کمانی، اسراع	۲۵۱
کمانیدار ترازو	۱۹۱
کمانی کی تعبیر	۱۹۱
کمانی کی توانائی	۱۹۵
کمیتِ مادّہ اور وزن	۱۶۰، ۲۰۸
کمیتِ مادّہ کی اکائی	۱۴
کمیتِ مادّہ کی پیمائش	۱۶، ۲۳
کیلنڈر کا آلہ	۴۰۴

گ

مضامین	صفحات
گرام	۱۴
گردش، استوارِ جسم کی	۲۲۳
گردش، نصف قطر	۲۲۴
گز	۳۹
گنجائشِ حرارت	۳۵۲
گیسوں کا پھیلاؤ	۳۴۱
گیسی مستقل	۳۵۰
گیسیں	۲۶۶

ل

مضامین	صفحات
لانما طریقہ	۹۴
لانمانی کی شکل کا بار پیما	۲۷۰
لچک	۱۶۹
لچک کا مقیاس	۱۷۱
لچک کی انتہا	۱۷۰

م

مضامین	صفحات
ماڈی اوٹ	۲۶۷
ماسکونی ترازو	۷۸
مائع پیما	۸۹
مائع کا پھیلاؤ	۳۳۰
مائع کی حرارتِ نوعی	۳۶۰، ۳۸۰

مضامین	صفحات
متحرک یا دو نیئر خُردبین	۳۷، ۲۹۶، ۳۱۹، ۳۲۹
متناوِل	۱۰۰
متوازی الاضلاع، سمتیوں کا	۹۹
متوازی الاضلاع، قوتوں کا	۹۹، ۱۰۷
مخفی حرارت	۳۶۵، ۳۶۸
مخفی حرارت، بھاپ کی	۳۶۸
مدوّر پیمانہ اور وِرنیئر	۲۹
مُرتعش مقناطیس	۲۴۹
مرطوبیتِ پیما	۴۱۲
مرکب رقاص	۲۴۷، ۲۵۸، ۲۶۲
مرکزِ ارتعاش	۲۶۰
مرکزِ تعلیق	۲۵۹، ۲۶۰
مرکزِ جاذبہ	۱۲۴، ۱۲۸
مروڑی رقاص	۲۴۹، ۲۶۴
مستقل حجم والا ہوائی تپش پیما	۳۴۴
مشاہدات کی صحت	۵
مشتق اکائیاں	۱۴
مشقیں حرارت پر	۴۲۲
مشینیں	۱۵۰
مطلق تپش	۳۵۰
معادلِ حِیلی، حرارت کا	۳۹۸
معیارِ اثر، جمود کا	۱۳۱، ۲۲۳، ۲۲۷
معیارِ اثر، قوت کا	۱۱۷
معیارِ اثر کی بقا	۲۰۱
مفادِ حِیلی	۱۵۲
مُقعر آئینہ گرہ	۲۵۵
مقوے کی موصلیتِ حرارت	۳۹۱
مقیاس، اُستواری کا	۱۷۲، ۱۸۴، ۲۶۴
مقیاس، حجمی	۱۷۳
مقیاس، لچک کا	۱۷۱
مقیاس، ینگ کا	۱۷۱، ۱۷۴
مکرّر رگڑ کے	۳۸۶
موصلیتِ حرارت	۳۸۶
موصلیتِ حرارت کی قدر	۳۸۶
میٹر	۳۹۴
میزانی	۹۸

ن

مضامین	صفحات
نتیجوں کی تحسیب	۷
نسبت، رفتاری اور توانی	۱۵۲
نقطۂ اماعت	۳۲۲، ۳۴۸، ۳۷۸
نقطۂ انجماد	۳۱۲، ۳۱۵
نقطۂ جوش	۳۱۲، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۲۴
نقطۂ شبنم	۴۱۲
نکلسن مائع پیما	۹۰
نلی کے سوراخ کی پیمائش	۲۹۷
نیوٹن کا کلیۂ تبرید	۳۷۴
نیوٹن کا کلیۂ حرکت	۱۹۹

و

مضامین	صفحات
ورنیئر۔ پی	۲۲
ورنیئر، خُردبین	۳۷
ورنیئر (کسر پیما)	۲۶
ورنیئر (کسر پیما) کا اصول	۲۶
وزن اور طاقت	۱۶۷
وزن اور کمیتِ مادّہ	۱۶، ۲۰۸
وزن تپش پیما	۳۳۷
وزن کرنا	۷، ۱۶، ۱۰۸، ۱۲۳، ۱۳۸
وقت کی اِکائی	۱۴
وقت کی پیمائش	۴۰
وھیٹ اسٹون کا پُل	۷

ھ

مضامین	صفحات
ھکسن کی اندفاعی ترازو	۲۰۲
ہوائی تپش پیما	۳۴۴
ھوک	۱۶۹
ھوک کا کُلیہ	۱۶۹، ۱۷۳، ۱۹۱
ہیئت	۲۴۲
ھیئر کا آلہ	۹۶

ی

مضامین	صفحات
ینگ کا مقیاس	۱۷۱، ۱۷۴
ینگ کا مقیاس، برآمدہ بیرم کے لیے	۱۸۴
ینگ کا مقیاس، تار کے لیے	۱۷۵
ینگ کا مقیاس، شہتیر کے لیے	۱۸۰