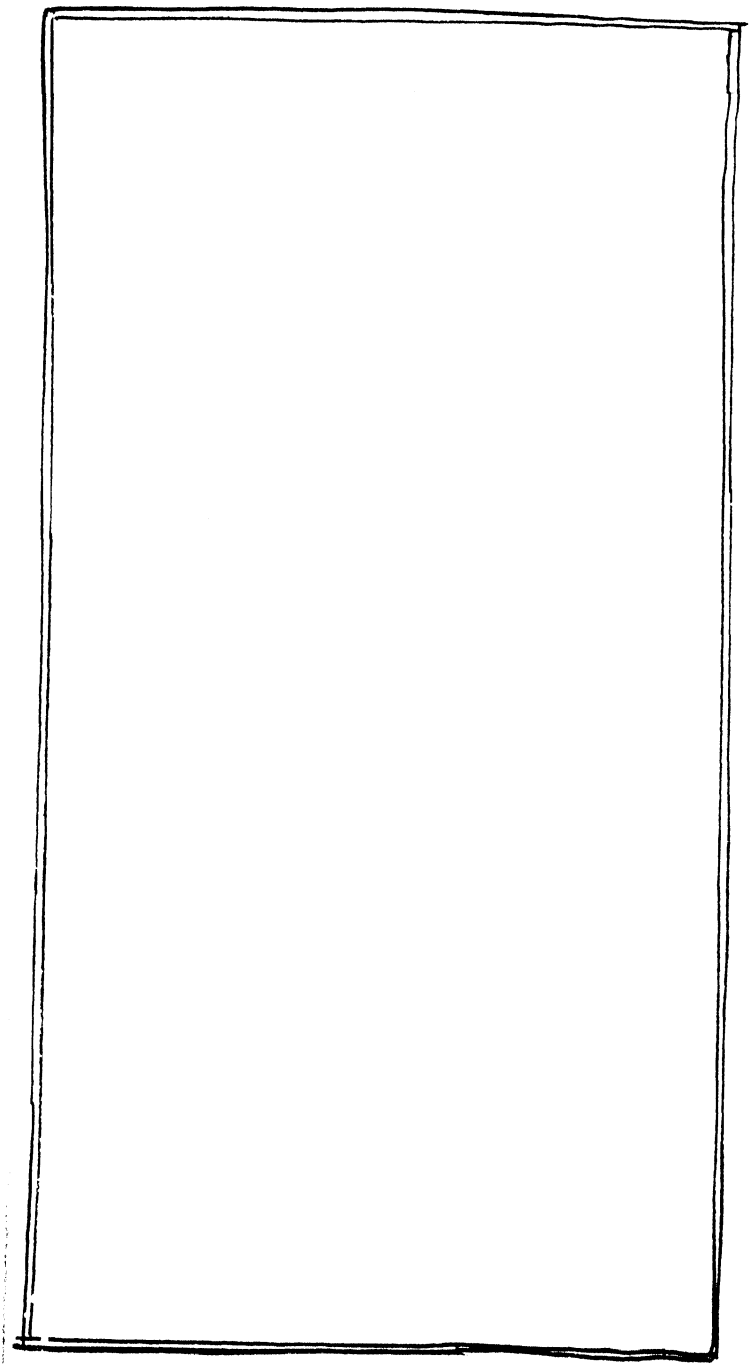
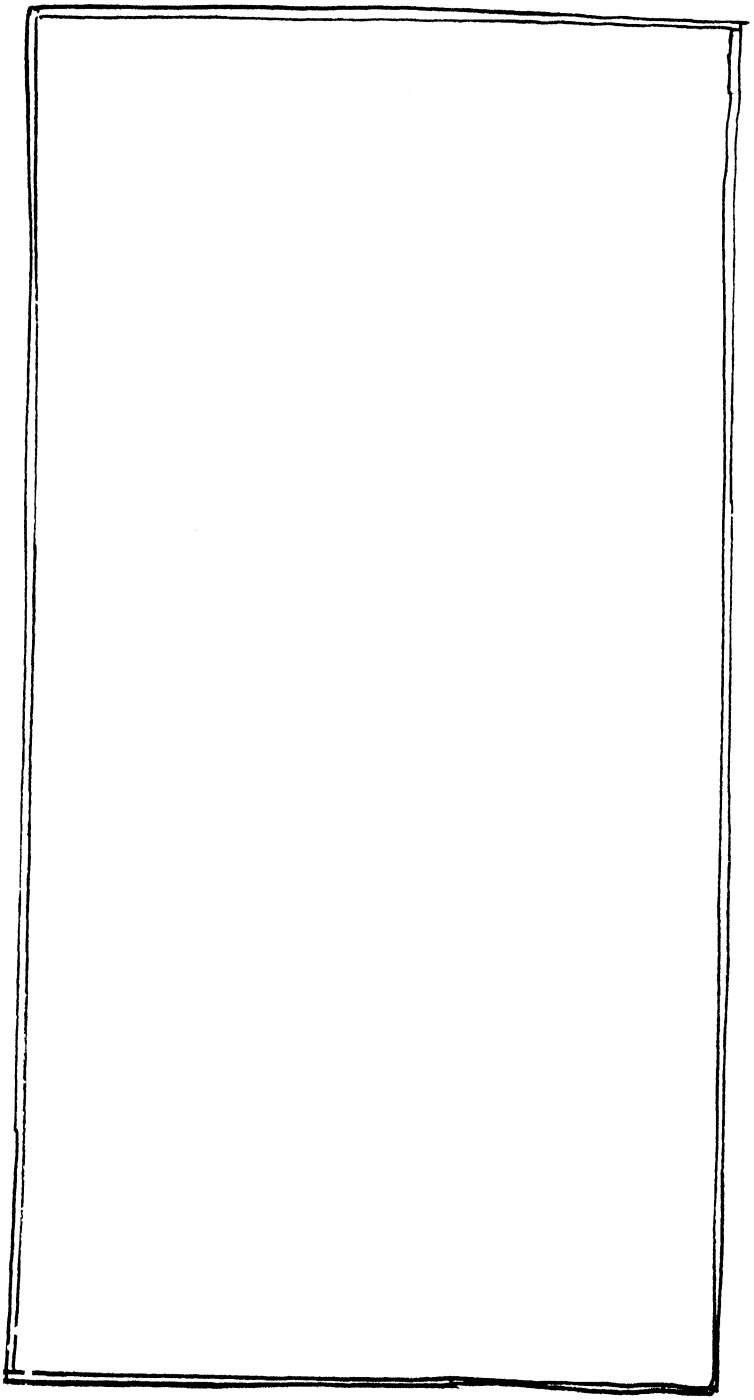
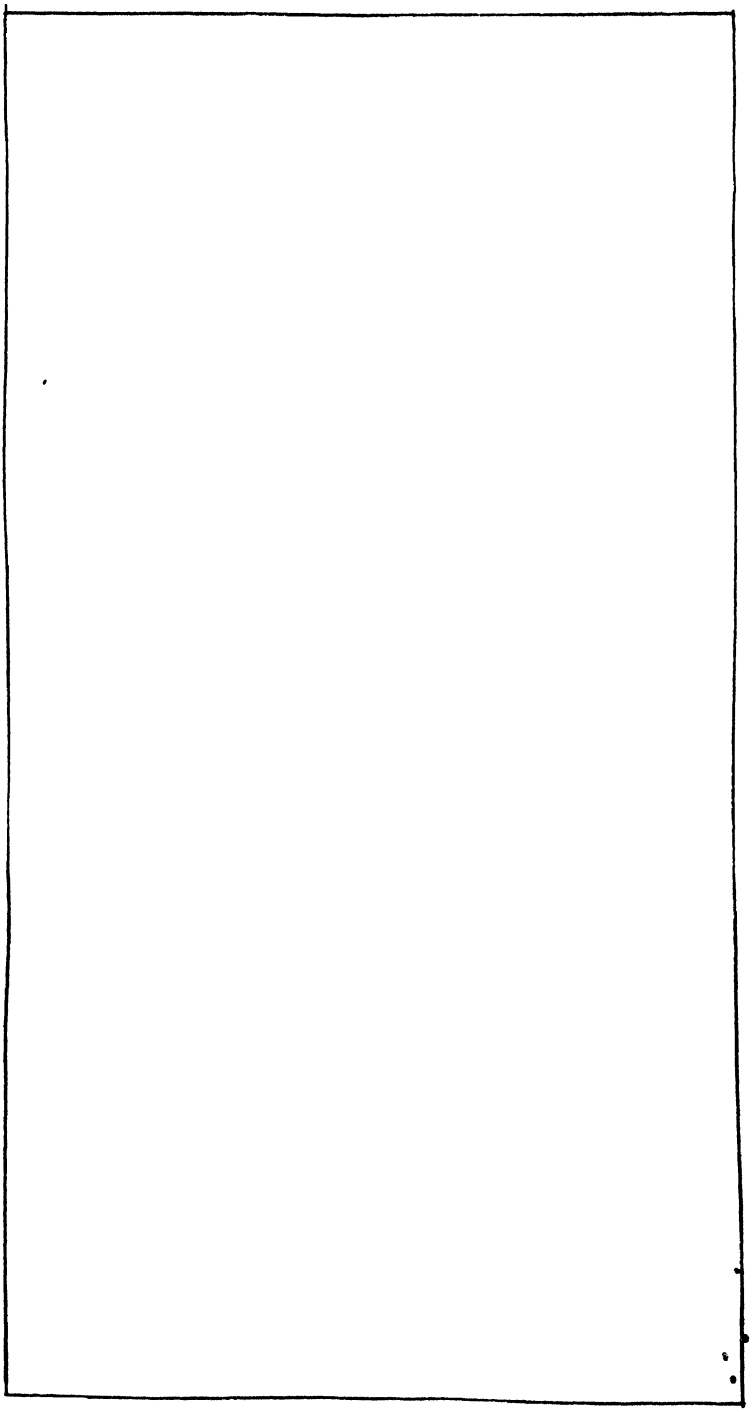
UNIVERSAL
LIBRARY

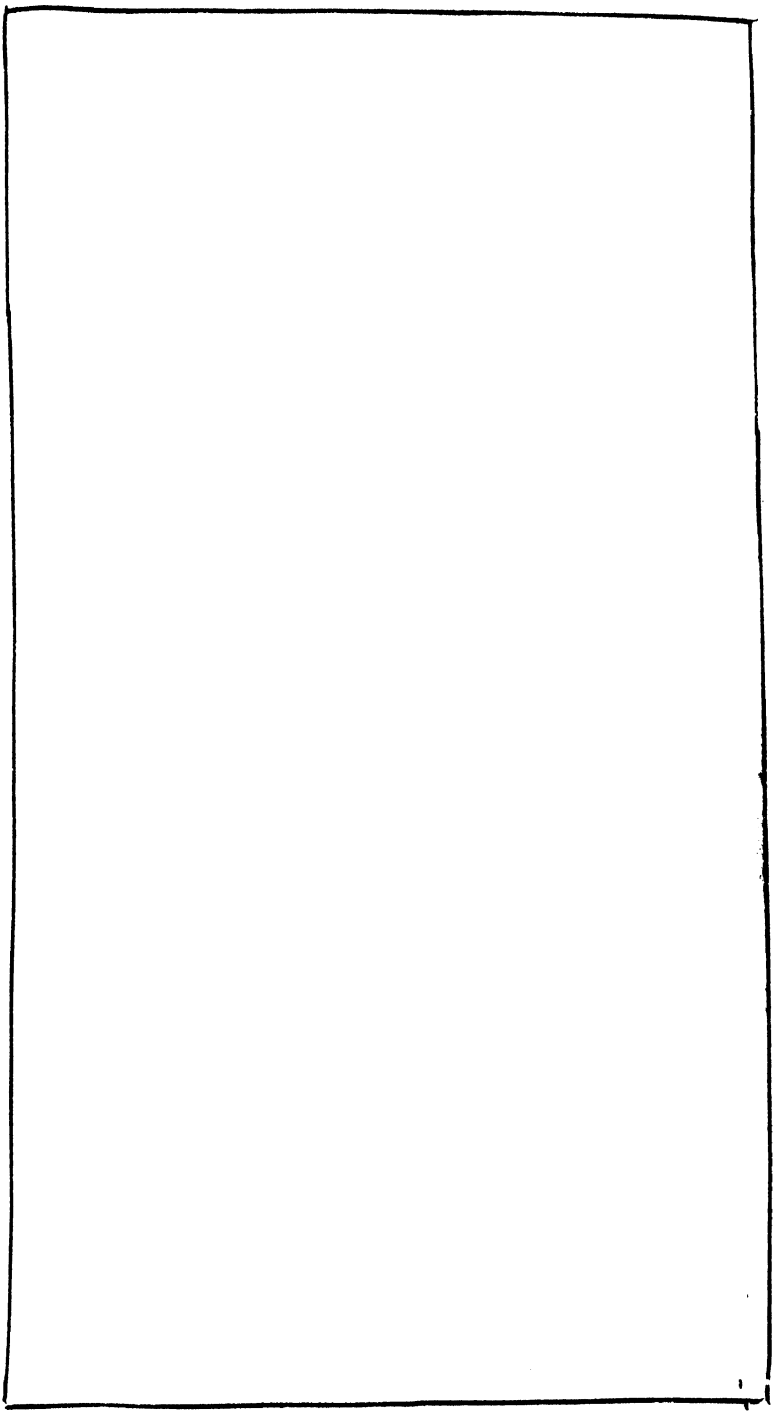
OU-234162

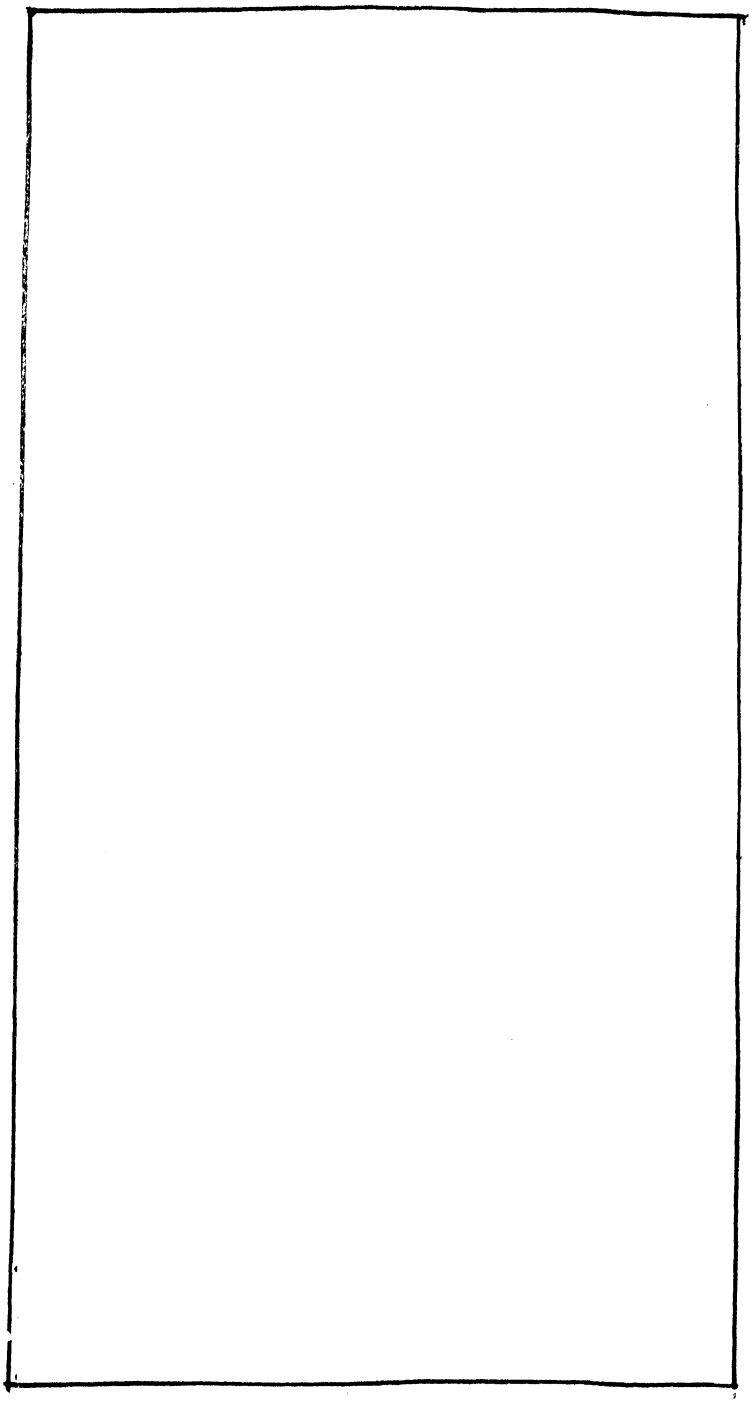
UNIVERSAL
LIBRARY

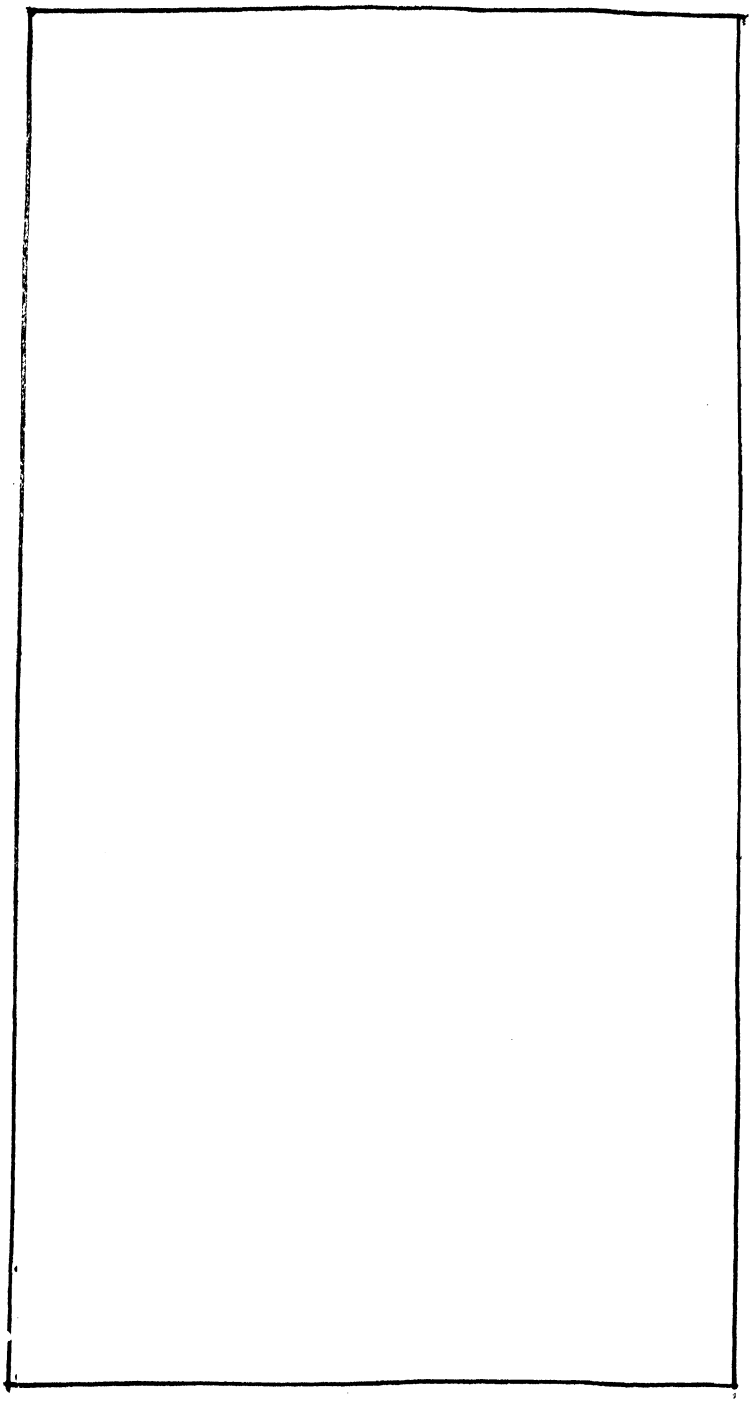


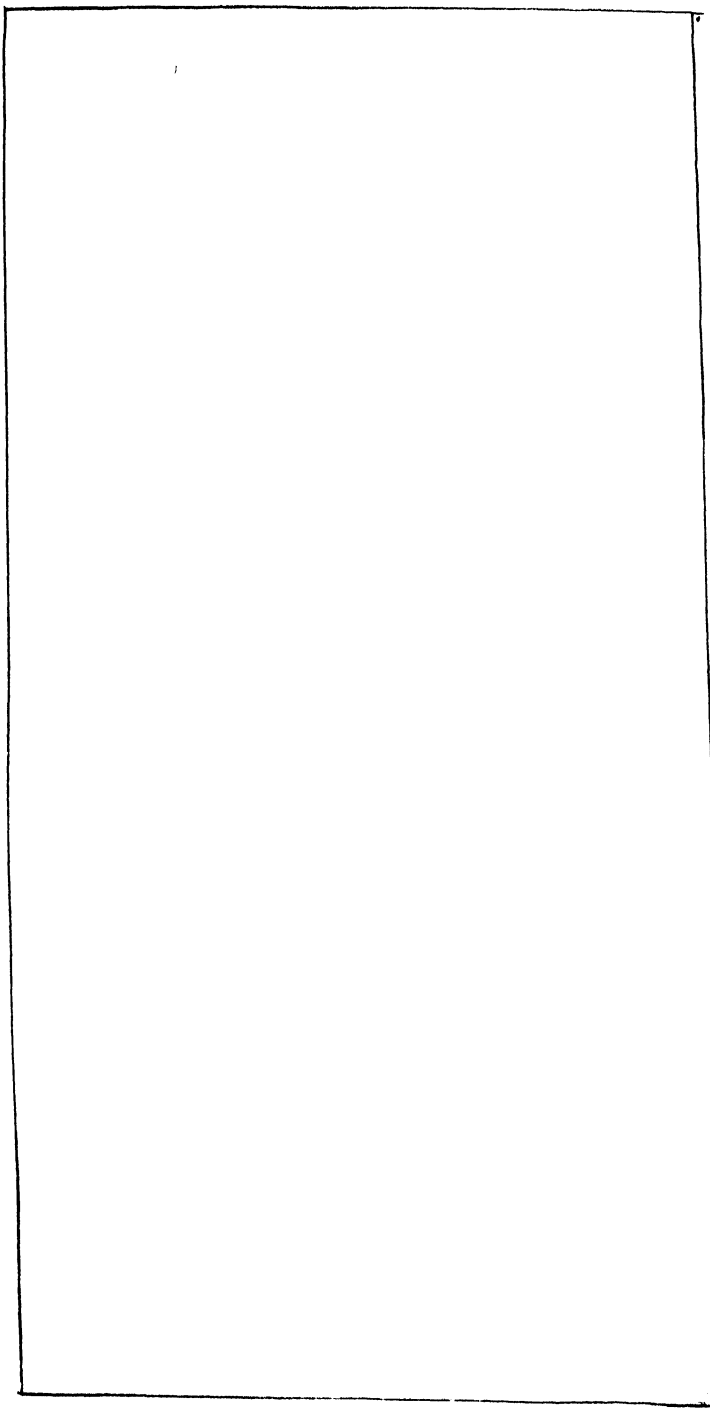


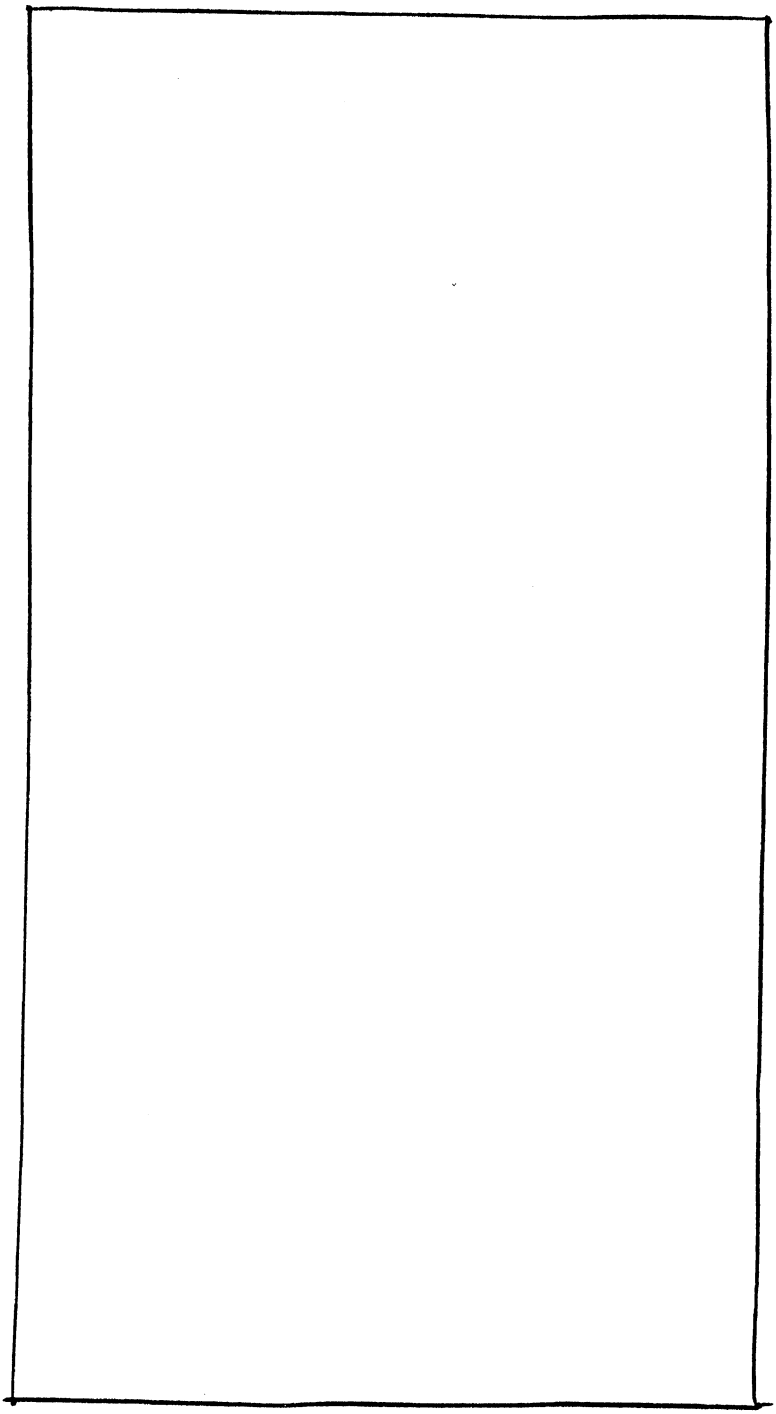


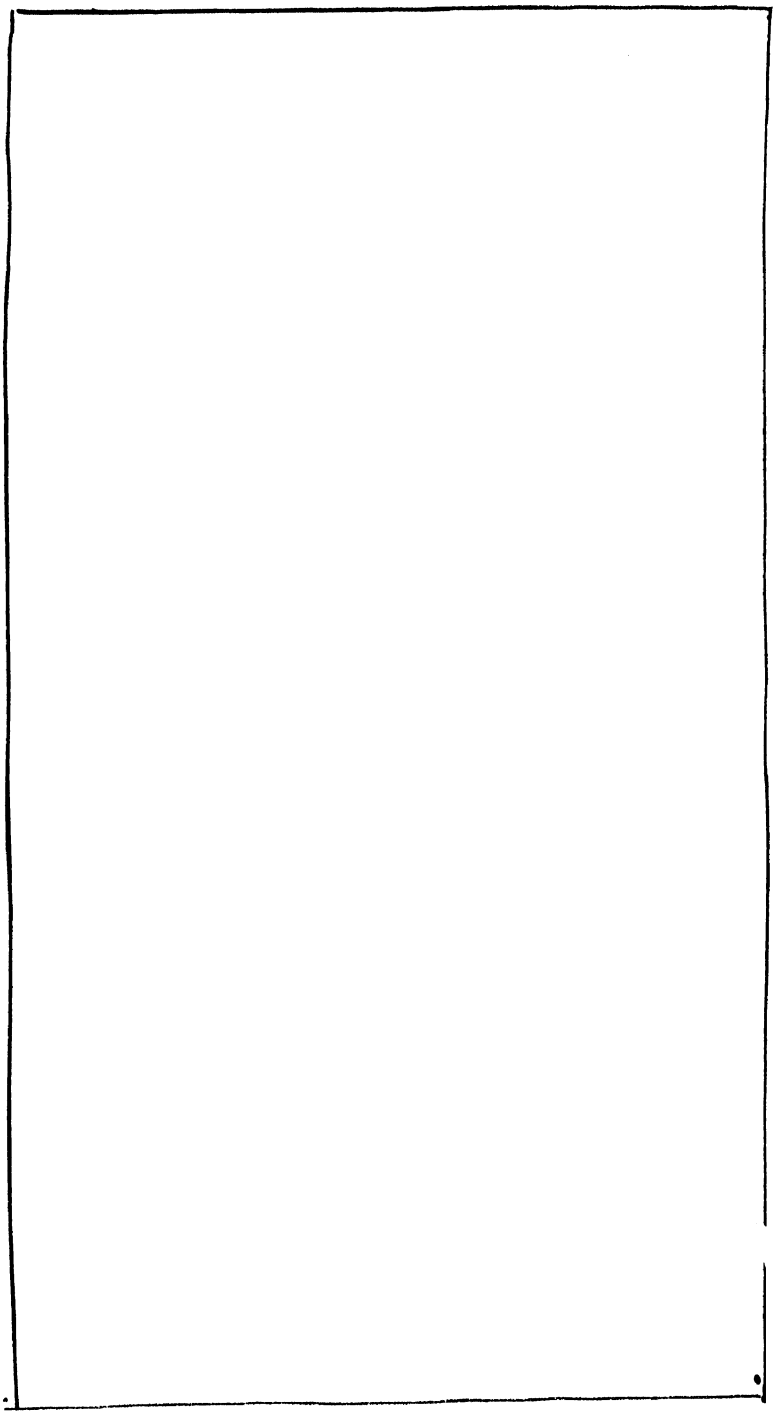


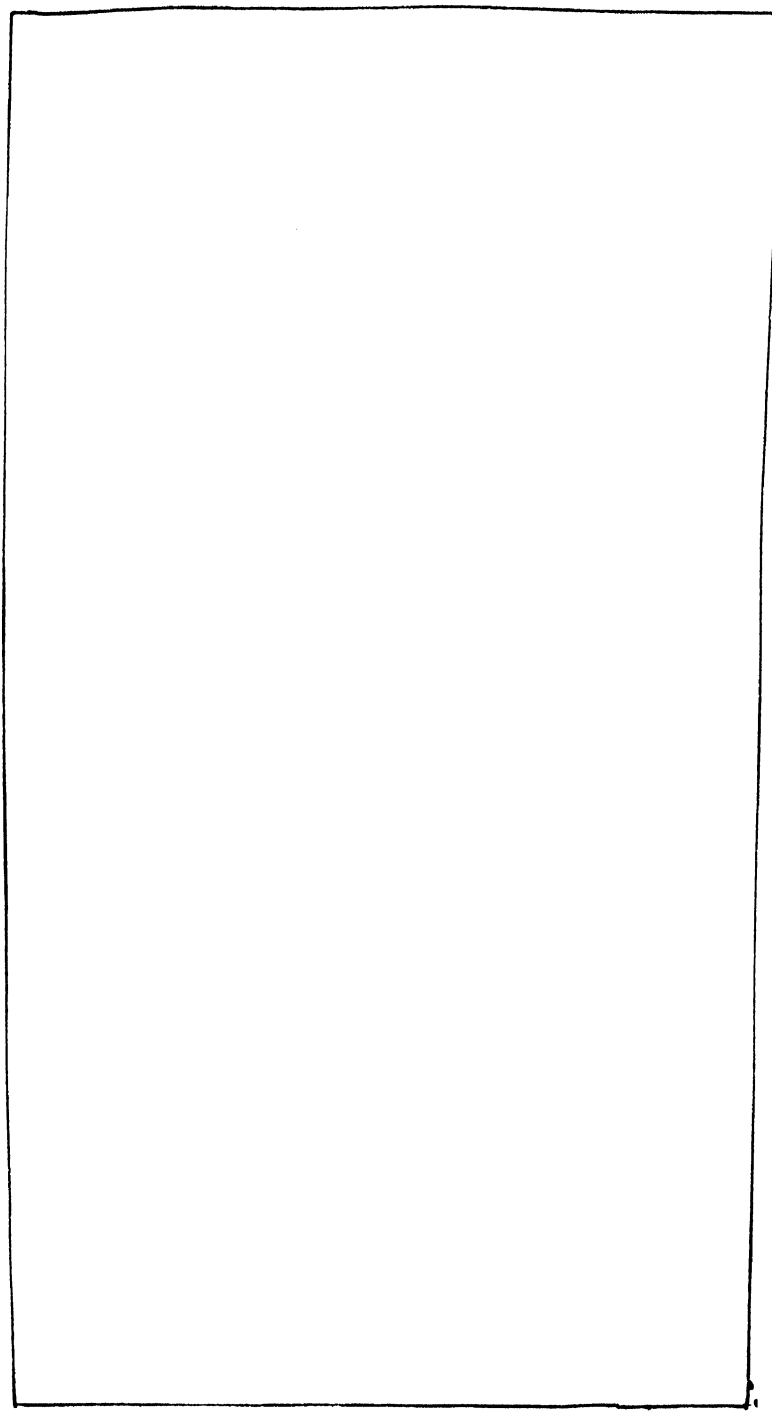


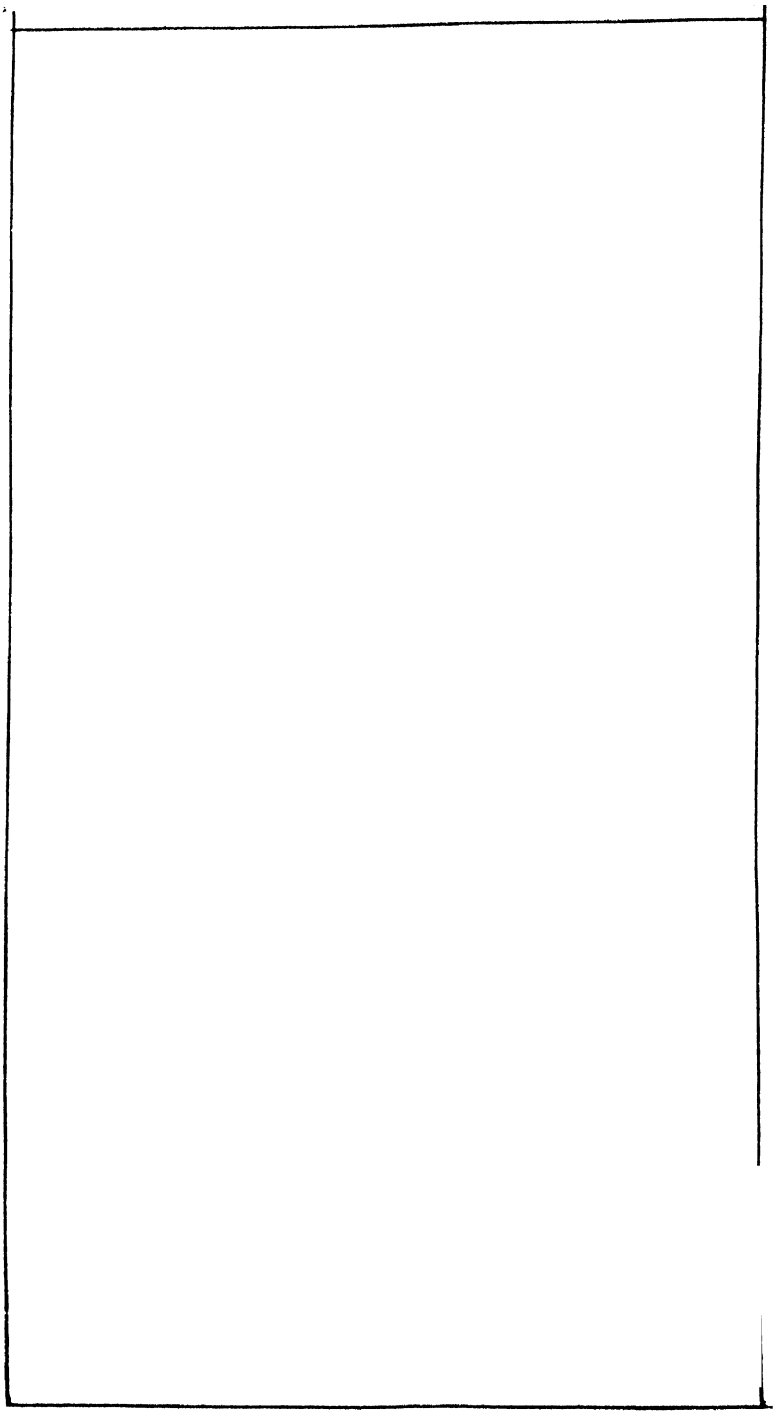


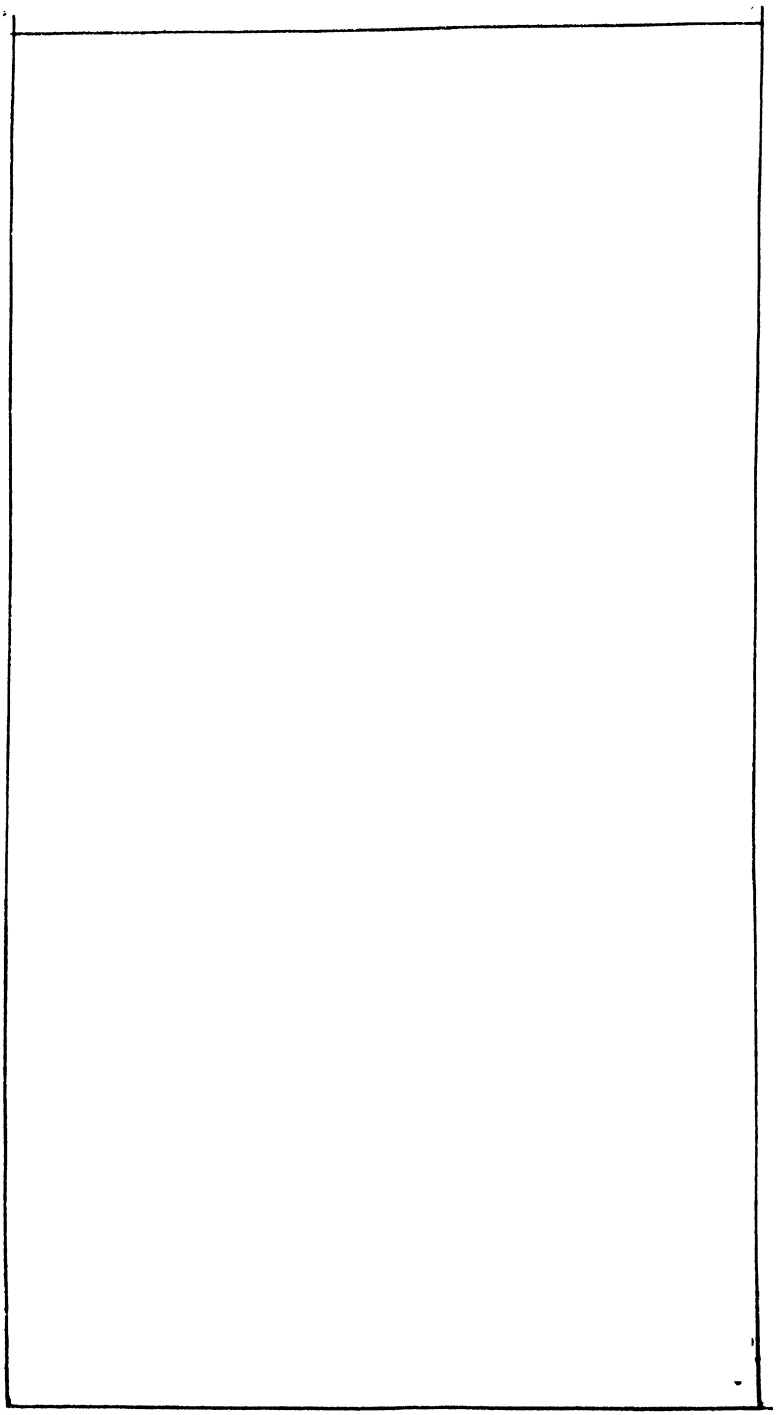


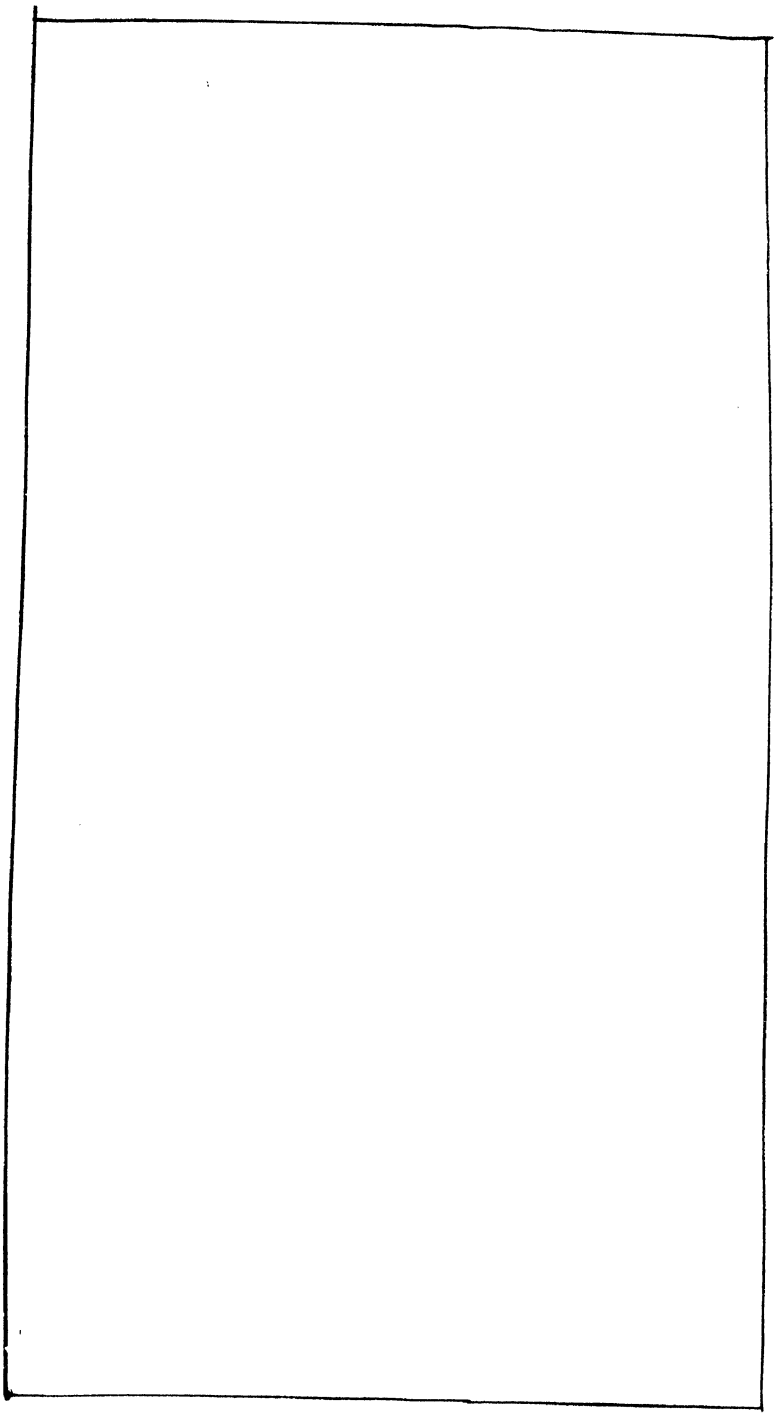


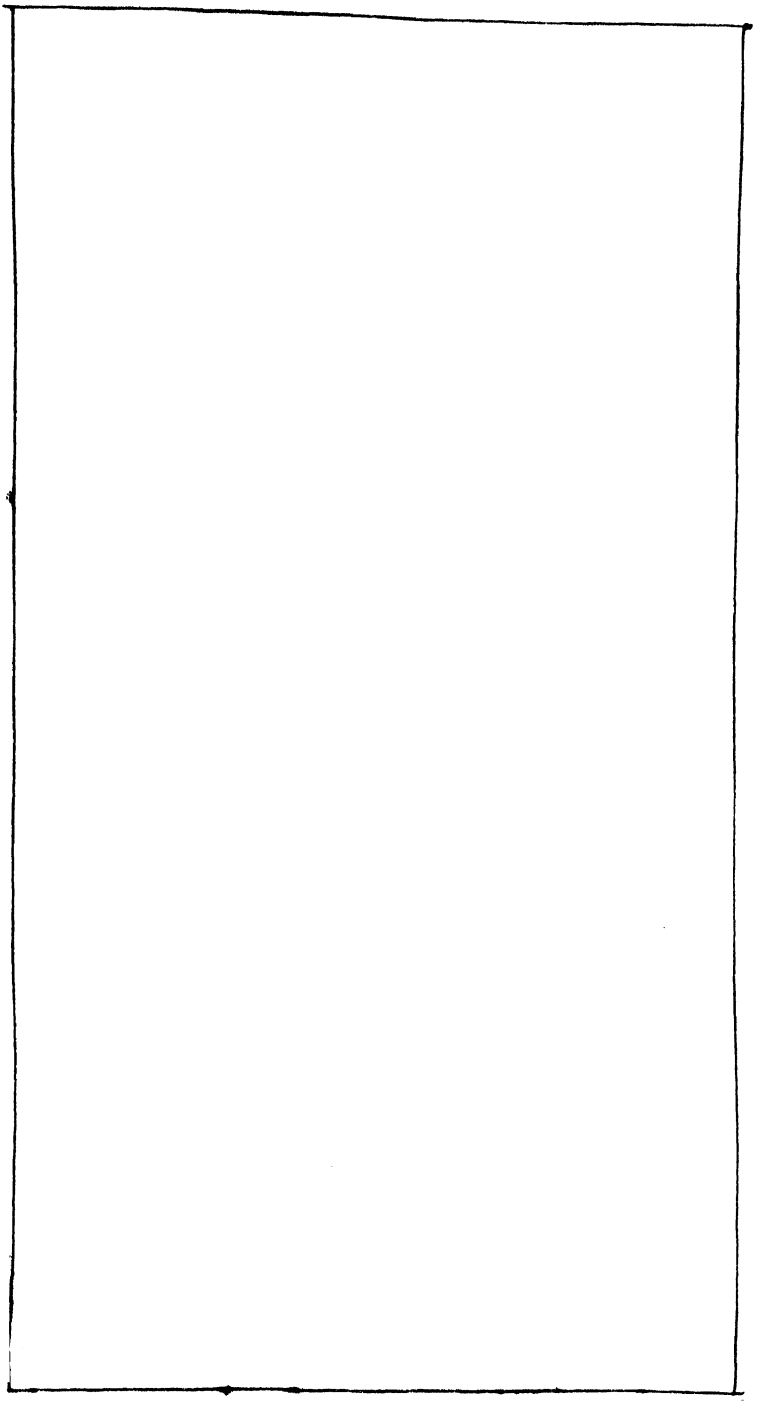


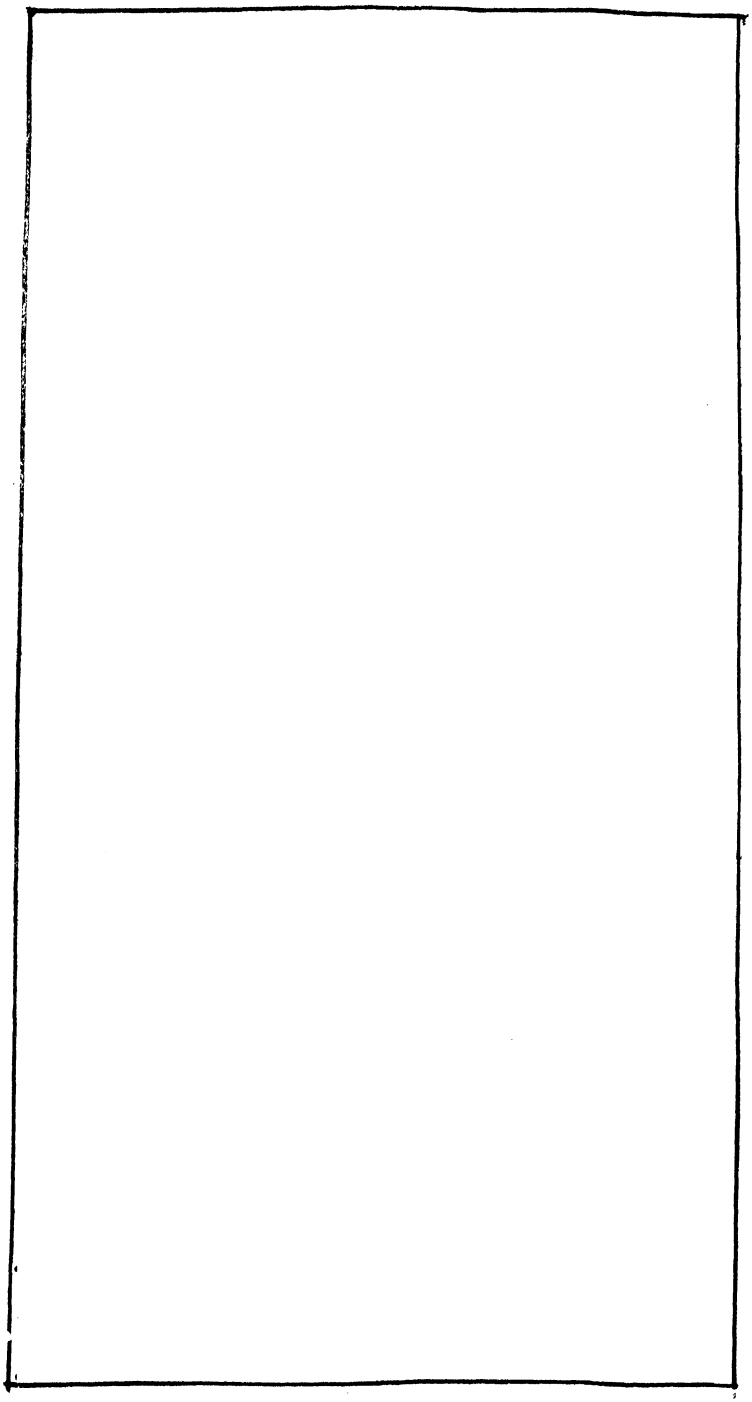


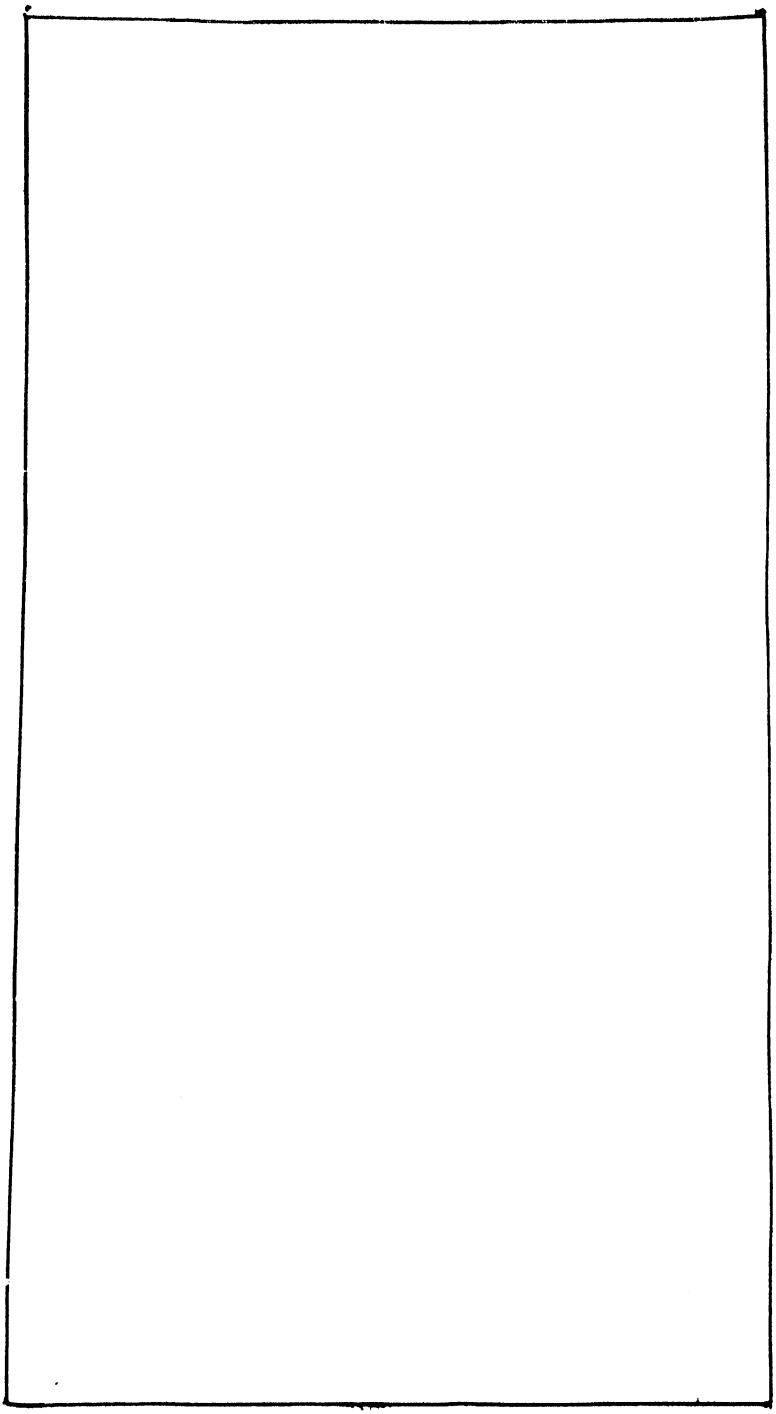












۱۱۷۷

رسالۂ مساحت

مولفہ

ٹاڈہنٹر صاحب ایم اے ایف آر ایس

مبتدیون کے لئے معہ بہت سی مثالون کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب وفیسر ورنی کیولر سائنس اینڈ لٹریچر میور سنٹرل کالج

الہ آباد

نے

اردو مین ترجمہ کیا

ساتوین دفعہ صحیح اور درست ہوکر

سنہ ۱۸۷۱ء مین

بمقام دہلی مطبع مرتضوی عین باہتمام محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

اس کتاب کی رجسٹری حسب ضابطہ ہوئی ہی کوئی چھاپ نہین سکتا

اشتہار کتب جدید علم حساب سنہ ۱۸۸۱ء

یہنے اس سال مین کتب مفصلہ ذیل علم حساب مین ترمیم اور تالیف کین۔

منتہی الحساب حصہ دوم مین فقط عبارتی سوالات اوسکے مع حل انتخاب کیے — قیمت ۰۲ر محصول ۰ر

منتہی الحساب حصہ سوم کے بھی عبارتی سوالات کا انتخاب کیا ہے — قیمت ۰۲ر محصول ۰ر

ضمیمہ اول منتہی الحساب حصہ سوم مین برنارڈ اسمتھ کے کاغذات امتحان علم حساب کا ترجمہ قواعد اعمال صحاح تک — قیمت ۰ار محصول ۰ر

ایضاً ضمیمہ دوم کسور اعشاریہ تک — قیمت ۰ار محصول ۰ر

ایضاً ضمیمہ سوم کسور اعشاریہ تک — قیمت ۰۱ر محصول ۰ر

ایضاً چہارم عام سوالات — قیمت ۰۱ر محصول ۰ر

ضمیمہ منتہی الحساب حصہ دوم مین سوالات مشقی برنارڈ اسمتھ کا ترجمہ مع شرح دفعہ ۱۴۱ رسالہ حساب برنارڈ اسمتھ تک کیا ہے — قیمت ۰۵ر محصول ۰ار

ایضاً حصہ دوم اخیر دفعات تک کے سوال ہین — قیمت ۰۵ر محصول ۰ار

یہ سب اوپر کی کتابین سوا اخیر کتاب کے چھپ چکی ہین اور باقی تمام تصنیفات برنارڈ اسمتھ کے علم حساب مین معرض انطباع مین ہین فقط

ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

فہرست کتب جو موجود ہین

جنوری سنہ ۱۸۸۱ء سے جو شخص دو روپیہ کی نقد کتابین خریدیگا اوسکو فی روپیہ کمیشن اور جو ۵ روپیہ سے دس روپیہ تک نقد کتابین مول لیگا اوسی ۱۰ فی روپیہ کمیشن اور جو ۱۰ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک خریدیگا اوسے ۲ روپیہ کمیشن دیا جائیگا اور ۱۹ روپیہ سے زائد مول لیگا اوسے ۲۰ روپیہ سیکڑہ کمیشن ہے۔

معتبر خریدارون کے واسطے اس روپیہ مین ایک مہینہ کے لئے مہلت بھی ہے لیکن میعاد معینہ پر جو روپیہ نہ دینگے جس کیسکو خریداری منظور ہو وہ میرے پاس درخواست الہ آباد مین بھیجے فقط ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

علم حساب

نمبر شمار	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	برنارڈ اسمتھ کا علم حساب	۱۲ر	۱۰ر
۲	شرح ایضاً کلان تقطیع پر	۶ر	۰ر
۳	چھوٹی تقطیع پر	۴ر	۰ر
۴	برنارڈ اسمتھ مع شرح	۴ر	۲ر
۵	منتہی الحساب حصہ اول	۸ر	۱ر
۶	انتخاب ایضاً حصہ دوم	۰۲ر	۰ر

بسم اللہ الرحمن الرحیم

رُڑکی کالج کا حال سب کو معلوم ہی کہ وہان کے امتحان کے واسطے علم مساحت کیسا ضروری علم ہی بغیر مساحت جانتے کہ وہان کوئی کسی طالبعلم کو نہین پوچھتا اوسکی بدولت ہمارے اہل وطن کیسی دولت کماتے ہین ہر سال کتنے طالبعلم قصباتی دہاتی تحصیلی حلقہ بندی مدرسون کے روزگار پاتے ہین اونکے واسطے ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا چاہیے کہ جناب **لوڈ مسٹر صاحب** کی کتاب کی ضرورتھا اسلئے مینے اوسکا ترجمہ کیا وہ مبتدی کیواسطے ایک کتاب ہے ساری کتاب مین کوئی بات ایسی نہین کہ اوسمین مبتدی اوجہین فقط علم حساب کا جاننا اس کتاب کے پڑہنے کے لئے ضروری ہے مضامین چھوٹے چھوٹے بالبونمین منقسم ہین ہر باب کے اخیر مین اوسی باب کی مثالین لکہی ہوئی ہین اور اسثلہ متفرقہ مین دس دس مثالین ایک قسم کی آئی ہین اکثر اونمین سے جناب ممدوح ہی کے تصنیف کین ہین اور بعض کاغذات امتحان سے منتخب ہوئین ہین علم مساحت کے قاعدے ہی اور بارہ سو مثالین اوسمین موجود ہین غرض یہ کتاب ایسی ہی کہ اگر اوسکو علم حساب پڑہ کر کوئی طالبعلم پڑہے تو کہین نہین رُکے اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑہنے سے آتا ہی اشال حساب طالب علم دیکہتا ہے کہ وہ مساحت مین کسی اور پیرایہ مین حل ہوتے ہین حساب کے مکعب اور مجذور کے معنی یہین آنکر کہلتے ہین علم ہندسہ کے ساتھہ جب اوسکا اختلاط ہوتا ہے تو علم ہندسہ کی کچہہ اور ہی شان نظر آنے لگتی ہی اگر اس کتاب کو پڑہ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم ہندسہ کی مطالعہ کرے تو عجب لطف اوسکو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی جسقدر کتابین اردو مین بالفعل موجود ہین اونکو کچہہ نسبت اس کتاب سے نہین ہے یہ ایک ایسے فاضل کی کتاب کا ترجمہ ہے کہ اوسکا نظیر انگلستان مین بہی نظر نہین آتا۔ روز بروز اس کتاب کی قدر وحقت زیادہ ہوتی جاتی ہے اسلئے اب یہ ساتوین دفعہ از سر نو صحیح ہو کر مطبع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی شح بہی چہاپی گئی فقط

فہرست مضامین

فصل	دیباچہ	صفحہ
	پہلا باب علم ہندسہ	
پہلی فصل	حدود یعنی تعریفات اور اصطلاحات	۱
دوسری فصل	مسائل ہندسیہ	۵
تیسری فصل	عملیات ہندسیہ	۱۱
	دوسرا باب طولوں کے باب مین	
چوتھی فصل	پیمانہائے طولانی	۱۷
پانچوین فصل	مثلث قائم الزاویہ	۱۸
چھٹی فصل	اشکال متشابہ	۲۴
ساتوین فصل	دائرہ کے وتر	۲۹
آٹھوین فصل	محیط دائرہ	۳۶
نوین فصل	قوس دائرہ	۴۰
	تیسرا باب قبوکی بیان مین	
دسوین فصل	مربع پیمانون کی جدول	۴۵
گیارہوین فصل	قائم الزاویہ	۴۶
بارہوین فصل	متوازی الاضلاع	۵۹
تیرہوین فصل	مثلث	۶۱
چودہوین فصل	ذوار بعۃ الاضلاع	۶۸
پندرہوین فصل	مستقیمۃ الاضلاع	۷۴
سولہوین فصل	دائرہ	۷۷

فصل	مضمون	صفحہ
سترھویں فصل	قطاع و قطعہ دائرہ	۸۶
اٹھارھویں فصل	سمپسن صاحب کا قاعدہ	۹۳
اونیسویں فصل	اشکال متشابہ	۹۹

باب چہارم مجسمات

بیسویں فصل	حدود	۱۰۵
اکیسویں فصل	پیمانہائے مجسمات	۱۱۲
بائیسویں فصل	مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ	۱۱۴
تیئیسویں فصل	مجسم متوازی السطوح منشور السطوانہ	۱۲۱
چوبیسویں فصل	اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ	۱۲۷
پچیسویں فصل	مخروط مصلع اور مخروط مستدیر	۱۳۲
چھبیسویں فصل	مخروط مصلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص	۱۳۸
ستائیسویں فصل	فانہ	۱۴۲
اٹھائیسویں فصل	مجسم ذوزلقہ	۱۴۷
اونتیسویں فصل	کرہ	۱۵۱
تیسویں فصل	قطعہ و منطقہ کرہ	۱۵۷
اکتیسویں فصل	مجسم غیر منتظم	۱۶۰
بتیسویں فصل	مجسمات متشابہ	۱۶۲

پانچوان باب مجسمات کی سطوح کی رقبے

تینتیسویں فصل	سطوح مستوی	۱۶۷
چونتیسویں فصل	اسطوانہ مستدیر قائم	۱۷۴

فصل	مضمون	صفحہ
پینتیسویں فصل ۳۵	قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم وحلقہ	۱۷۹
چھتیسویں فصل ۳۶	مخروط مستدیر قائم	۱۸۲
سینتیسویں فصل ۳۷	مخروط مستدیر ناقص	۱۸۸
اڑتیسویں فصل ۳۸	کرہ	۱۹۳
انتالیسویں فصل ۳۹	کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ	۱۹۶
	باب ششم علم مساحت کا عمل	
چالیسویں فصل ۴۰	تمہید	۲۰۱
اکتالیسویں فصل ۴۱	کاریگروں کے کام	۲۰۴
بیالیسویں فصل ۴۲	لکڑی کی پیمائش	۲۰۹
تینتالیسویں فصل ۴۳	ظروف کا ناپنا	۲۱۲
	باب ہفتم زمین کی پیمایش	
چوالیسویں فصل ۴۴	جریب	۲۱۷
پینتالیسویں فصل ۴۵	عمود	۲۲۰
چھیالیسویں فصل ۴۶	فیلڈ بک	۲۲۳
سینتالیسویں فصل ۴۷	سوالات	۲۳۴
اڑتالیسویں فصل ۴۸	ضرب چلیپا اور اثنا عشری	۲۳۶
اونچاسویں فصل ۴۹	میٹر	۲۴۳
	سوالات متفرقہ	۲۴۶
	جوابات	۲۶۵

علم مساحت

دیباچہ

جس علم مین طولون اور رقبون اور جسامتون کے اندازہ کرنے اور جانچنے کے قاعدے بیان ہوتے ہین اوسے علم مساحت کہتے ہین ۔

ضرور ہی کہ علم مساحت جو طالب علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب سے خوب واقف ہو اور اعداد کا جذر نکالنا جانتا ہو اور اوسکو ان علامتون سے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور − سے نفی تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور √ سے جذر مراد ہی ۔

کچھ علم ہندسہ سے بھی واقف ہونا ضرور ہی اسلیئے ہمنے اس کتاب مین اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی مین لکھے ہین مبتدی پر فرض ہی کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے مطالعہ کرے تاکہ اوسکو وہ اصطلاحات علمی جنسے آگے کام پڑیگا خوب سمجھ آجاین اور اونکے معنی پر عبور ہوجاے اور الفاظ مصطلحات سے حقیقی و مجازی معنی مین تمیز ہوجاے ۔ اس باب کو ختم کرکے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرے اور تیسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہان اونھین بھی دیکھ لے ۔

باب اول علم ہندسہ

فصل اول حدود یعنی اصطلاحات کی تعریف

(۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہین کہ اونکے معنی بیان کرنیکی ضرورت نہین مگر جو اونکی تعریفین علم ہندسہ مین کیجاتی ہین اونکے سمجھنے مین فی الجملہ کو خرچ کرنا پڑتا ہی ۔

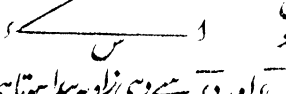
کتابت مین اور کتابونمین نقطہ ایک سیاہ گنڈلی سی ہوتی ہی اور یہ خواہ کیسی ہی چھوٹی سی چھوٹی ہو پھر بھی اوسکی کچھ نہ کچھ مقدار ہوتی ہی لیکن علم ہندسہ مین نقطہ اوسے کہتے ہین جسکی مقدار معدوم ہو ۔ خط دو مستقیم اور منحنی دونون طرح کے ہوتے ہین کتابونمین ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہی خواہ وہ کیسی ہی باریک

سے باریک ہو پھر بھی کچھ نہ کچھ عرض ہوتا ہی مگر علم ہندسہ مین خط اوسے کہتے ہین جسکا عرض بالکل نہو۔

(۲) سطح کا لفظ اکثر الاستعمال ہی اور سطح ہموار اور منحنی دونوع کے ہوتے ہین سطح ہموار کو سطح مستوی یا بسیط بھی کہتے ہین علم ہندسہ مین سطح کا دل نہین ہوتا۔

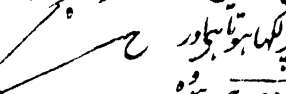
(۳) پس نقطہ وہ ہی جسکا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو اور خط وہ ہی جسکا نرا طول ہو اور سطح وہ ہی جسکا فقط طول اور عرض ہو مجسم یا جسم وہ ہی جسکا طول عرض سمک تینون چیزین ہون اس کتاب مین ہم مجسمات کا ذکر نہین کرینگے اول تین بابون مین فقط خطوط اور شکلون کا جو ایک سطح مین ہون بیان کرینگے۔

(۴) دو خطوط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بنجائین تو اونمین سے ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھہ ہوتا ہی اوسے زاویہ مسطحہ مستقیمہ الخطین کہتے ہین جیسے دو خطوط مستقیم ا ب اور ا ج کے نقطہ ا پر ملنے سے ا پر زاویہ پیدا ہوتا ہی

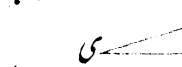


جن خطوط مستقیم سے زاویہ پیدا ہوتا ہی اونکے طول کے بدلنے سے زاویہ مین کچھہ تغیر نہین واقع ہوتا س ا اور د ا سے وہی زاویہ پیدا ہوتا ہی جو ا ب اور ا ج سے پیدا ہوتا ہی۔

(۵) اگر نقطے پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سے تعبیر ہوتا ہی جو اوس نقطے پر لکھا ہوا ہی اور اسکو زاویہ کا راس کہتے ہین جیسا کہ اوپر کی دفعہ مین زاویے کو زاویہ ا کہتے ہین جب کئی زاویے کسی ایک نقطے پر واقع ہون تو اونمین سے ہر ایک زاویہ تین حرفون سے بیان کیا جاتا ہی ان حرفون کے لکھنے کی ترکیب یہ ہی کہ زاویے کے راس پر جو حرف لکھا ہوا ہو اوسکو بیچ مین لکھتے ہین اور اوسکے ادھر اودھر اون دو حرفونکو لکھتے ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر لکھا ہوتا ہی اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ ف ی ح سے وہ زاویہ سمجھا جاتا ہی جو خطوط مستقیم ی ف اور ی ح سے پیدا ہوتا ہی اور ح ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ہ سے بنتا ہی اور ف ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ف ی اور ہ ی سے پیدا ہوتا ہی



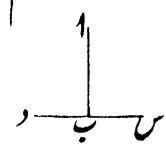
(۶) اگر ایک زاویے کو دوسرے زاویے پر اس طرح رکھا جا سکے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہی وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اون خطون مستقیم پر جنسے کہ دوسرا زاویہ پیدا ہوتا ہی منطبق ہو جائین تو ہم کہا کرتے ہین کہ زاویے آپسمین برابر ہین مثلاً اگر ب س کو ی ف پر اس طرح رکھین کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اس طرح رکھنے سے ب آ منطبق ی د پر ہو جائے تو زاویہ آ ب س کو زاویہ د ی ف کے برابر کہینگے۔



یہ امر ضروری ہی کہ زاویونکے برابر ہونیکا مفہوم مبتدی کے ذہن مین صحیح صحیح ہو اور وہ زاویونکی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان اس طرح کر سکتا ہی کہ دو زاویے مقرر کرکے کاغذ کے بنائے اور ایک پر دوسرے کو رکھکر دیکھ لے کہ وہ منطبق ہو جاتے ہین مگر نظریات ہندسہ مین یہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہی خارج مین مساوات زاویونکی اس طرح عمل کرکے نہین دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسرے پر رکھین۔

(۷) دفعہ کی شکل کو دیکھو کہ اوسمین زاویہ ف ی ح برابر ہی زاویہ ح ی ہ کے اسلیے کل زاویہ ف ی ہ زاویہ ف ی ح سے دوچند ہوا اور اسی طرح سے یہ امر ذہن مین آسانی سے آسکتا ہی کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے سہ چند ہو یا چہار چند ہو تو اوسکے کیا معنی ہوتے ہین اور علی ہذا القیاس۔

(۸) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم قائم ہو اور زاویے متصلہ جو اوس نے اپنے پہلو مین پیدا کیے ہین آپسمین برابر ہون تو ان زاویون مین سے ہر ایک زاویے کو قائمہ کہتے ہین اور خط مستقیم جو کھڑا ہی اوسے دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہین مثلاً شکل مین زاویہ آ ب س برابر ہو زاویہ آ ب د کے تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہی اور آ ب عمود س د پر ہی۔



زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اوسے زاویہ حادہ کہتے ہین

(۹) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح مین ہوتے ہین کہ اونکو سیدھا جہانتک چاہین دونون طرف کھینچین تو وہ آپسمین ایک دوسرے نہ ملین۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گھیرا ہو اور اونکی حدود کا نام ضلع ہی
مثلث وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو تین ضلعون نے گھیرا ہو۔
شکل ذواربعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو چار ضلعون نے احاطہ کیا ہو جس شکل
مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہون اوسکو کثیر الاضلاع کہتے ہین اگر اوسکے پانچ
ضلعے ہون تو اوسکو مخمس اور اگر چھ ضلعے ہون تو مسدس اور علی ہذا القیاس۔
کثیر الاضلاع منتظم وہ شکل ہی جسکے سب ضلعے اور زاویے آپسمین برابر ہون۔

(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہین اونکے نام یہ ہین۔



مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون

مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی
جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون۔





مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو۔
مثلث قائم الزاویہ مین آسانی کے لیے اضلاع کا لفظ فقط اون خطوط مستقیم کے واسطے استعمال مین لاتے
ہین جو زاویۂ قائمہ کے محیط ہین اور جو ضلع مقابل زاویۂ قائمہ کے ہوتا ہی اوسے وتر کہتے ہین۔
مثلث منفرجۃ الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو۔



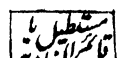
مثلث حادۃ الزاویہ وہ مثلث ہی
جسکے تینون زاویے حادہ ہون



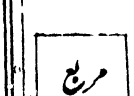
(۱۲) ذواربعۃ الاضلاع مختلف قسم کے ہوتے ہین اور اونکے نام یہ ہین۔



متوازی الاضلاع وہ ہی جسکے مقابل کے ضلعے متوازی ہون۔
مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع

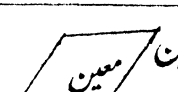


ہی جسکے زاویے قائمے ہون۔

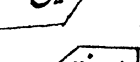


مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہی جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون۔

معین وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے سب ضلعے آپسمین برابر ہون مگر اوسکے زاویے قائمے نہون۔



ذوزنقہ وہ ہی جسکے دو ضلعے متوازی ہون۔



(۱۳) مثلث کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہین اور اس قاعدے پر جو عمود مقابل کے زاویے سے نکالین اوسے ارتفاع مثلث کہتے ہین۔

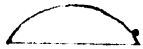
(۱۴) ذوالاربعۃ الاضلاع کا وترو ہ خط مستقیم کہلاتا ہی کہ دو مقابل کے زاویونمین ملائین۔ جو خط مستقیم کہ کثیر الاضلاع کے دو زاویونمین کہ متصل نہون ملاجاے اوسے وتر کثیر الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتے ہین جسکو ایک خط نے جسکا نام محیط ہی گھیرا ہوا اور اوسکے بیچمین ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنے خطوط مستقیم اوسکے محیط تک کھینچین وہ سب باہم متساوی ہون اس خاص نقطے کا نام مرکز دائرہ ہی دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے محیط تک کھینچا جاے۔



دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے گذرے اور محیط پر دونون طرف ختم ہو

محیط کے کسی حصے کو قوس کہتے ہین۔



دائرہ کا وترو ہ خط مستقیم ہی جو قوس کے اطراف مین ملائین۔



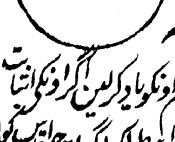
قطعہ دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو وتر اور اوس قوس نے احاطہ کیا ہو کہ وتر سے قطع ہوتی ہی۔

قطاع دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو دو نصف قطرون اور اونکی درمیانی قوس نے گھیرا ہو



دو نصف قطرون سے جو زاویہ بنتا ہی اوسے قطاع کا زاویہ کہتے ہین

منطقہ دائرہ وہ شکل ہی جو دو متوازی وترونکی درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو



دوسری فصل مسائل ہندسہ

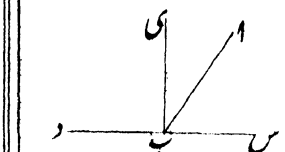
(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہین طالب علم اونکو یاد کرلین اگر اونکی اثبات کی دلیل کو جاننا چاہین تو اقلیدس دیکھین بالفعل یہ رسالہ اونھین طالب علمون کے واسطے لکھا گیا ہی جو اقلیدس کو نہین جانتے اسلیے فقط اصل مطلب بغیر اثبات کے ہم بیان کرتے ہین اونکو طالب علم سمجھ لین اور حفظ کرلین

جب اثبات کسی شکل کا نہایت سیدہا سادا ہی تو ہمنے اوسکی اصل کو بیان کردیا ہی طالب علم اگر اوسکو تمام و کمال اول دفعہ مین نہ بھی سمجھیگا تو بھی اوسکو اوس سے فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی تھا وہ بالکل ہم نے چھوڑ دیا ہی طالب علم اوسکو خود سمجھ جائیگا اور بعض باتین ایسی لکھی ہین کہ وہ آلات پیمائش سے بخوبی سمجھ مین آجاتی ہین غرض جو کچھ لکھا ہی اسطرح لکھا ہی کہ طالب علم کو اوسکا اعتبار بمنزلہ یقین بلکہ عین الیقین ہوگا۔

(۱۷) ہمنے جو علم ہندسہ کے مسائل لکھی ہین وہ چند منتخب کرکے بطور نمونے کے لکھے ہین اور ہندسین کی تحقیقات سے جو مسائل قائم ہوئے ہین اون سبکو نہین بیان کیا فقط ان نمونون سے طالبعلم کے تئین اصول ہندسہ کے تصورات جم جائینگے اور معلوم ہوجائیگا کہ اونمین کس طرح نتایج مختلف پیدا ہوتے ہین اور اونکی مبادی کیا ہین اس جاننے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

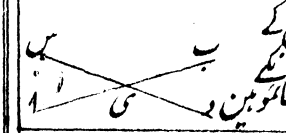
ہماری آیندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سے ۲۱ تک زاویونکا بیان ہی ۲۲ سے ۲۷ تک مثلثونکا ذکر ہی ۲۸ سے ۳۰ تک قطبونکی مساوات کا حال ہی دفعات ۳۱ سے ۳۳ تک دائرہ کے خواص کا بیان ہی اور دفعات ۳۴ سے ۳۸ تک متشابہ مثلثون کا ذکر ہی۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط مستقیم اب خط مستقیم س د پر ایک جانب مین زاویے اب س اور اب د پیدا کرتا ہی تو یہ زاویے ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے



دلیل اسکی یہ ہی کہ ب ای کو عمود س د پر فرض کرو تو زاویہ اب ذ زاویا ر اب ای اور ای ب د کے مجموعہ کے برابر ہی اسلیئے دو زاویون اب س اور اب د کا مجموعہ برابر ہوتین زاویون اب س اور اب ای اور ای ب د کے مجموعہ کے لیکن زاویہ ای ب د قائمہ ہی اور اب س اور اب ای کا مجموعہ ای ب س ہی اور ای ب س بھی قائمہ ہی اسواسطے زاویے اب س اور اب د ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۱۹) فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم اب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین تو زاویہ ای س برابر ہوگا زاویہ ب ی د کے اور زاویہ ای د برابر ہوگا ب ی س کے



دلیل اسکی یہ ہی کہ موجب دفعہ ۱۸ کے زاویے ای س اور س ی ب ملکر برابر دو قائمونکے ہین

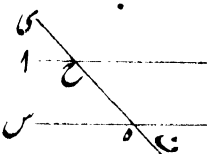
اور ایسے ہی زاویے س ی ب اور ب ی د ملکر برابر دو قائموں کے ہین۔

اسواسطے زاویے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر ہین زاویون س ی ب اور ب ی د کے۔

اسی واسطے زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویہ ب ی د کے۔

اور اسی طرح ثابت ہوسکتا ہی کہ زاویے ا ی د برابر ہی زاویہ ب ی س کے۔

زاویون ا ی س اور ب ی د کو راس کے مقابل کے زاویے کہتے ہین اور زاویون ا ی د اور ب ی س کا بھی یہی نام ہی۔



(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم ف ی خطوط مستقیم متوازی ا ب اور س د کو قطع کرتا ہی تو زاویہ ی ح ب برابر ہوگا زاویہ ح ہ د کے اور دو زاویے ب ح ہ اور د ہ ح ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۲۱) چونکہ بموجب دفعہ ۱۹ کے زاویہ ی ح ب برابر ہی زاویہ ا ح ہ کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ا ح ہ برابر ہی زاویہ ح ہ د کے ان زاویونکو زوایاء متبادلہ کہتے ہین ایسے ہی زاویہ ح ہ س کا زاویۂ متبادلہ ا ح ہ ہی۔

(۲۲) فرضکرو کہ ب س مثلث ا ب س کا ضلع د تک خارج کیا گیا ہی تو زاویۂ خارجہ ا س د برابر دو مقابل کے داخلی زاویونکے ہوگا۔



دلیل یہ ہی کہ ا ب کا متوازی س ی فرض کرو تو بموجب دفعہ ۲۱ کے زاویۂ ی س د برابر ہی زاویۂ ا ب س کے اور بموجب دفعہ ۲۱ کے زاویۂ ا س ی برابر ہی زاویۂ ب ا س کے پس کل زاویہ ا س د برابر ہوا دو زاویون ا ب س اور ب ا س کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینون زاویے ملکر برابر دو قائمون کے ہوتے ہین۔

دلیل اسکی یہ ہی کہ بموجب دفعہ ۲۲ کے زاویون ا ب س اور ب ا س کا مجموعہ برابر ہی زاویۂ ا س د کے پس تینون زاویون ا ب س اور ب ا س اور ا س ب کا مجموعہ ملکر برابر ہی دو زاویون ا س د اور ا س ب کے مجموعہ کے یعنی بموجب دفعہ ۱۸ کے برابر دو قائمون کے۔

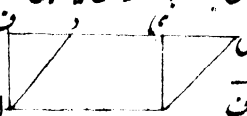
(۲۴) اگر مثلث کے دو ضلعے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے زاویے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۵) اگر مثلث کے دو زاویے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۶) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلعون کے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاویے درمیانی ان ضلعون کے بھی آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سے آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۷) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاویے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر دوسرے مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ اضلاع متصل یا مقابل متساوی زاویون کے ہون تو سب طرح سے مثلث آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۸) متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ کے ہوتا ہی جو اوسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو۔



فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب س د اور قائم الزاویہ اب ی ف ایک ہی قاعدہ اب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ اب اور ف س کے واقع ہون تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونون شکلین ایک ہی جگہہ گھیرینگی۔

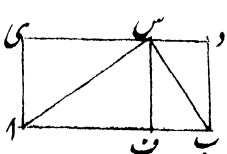
یہ بات مان لینی کچھہ مشکل نہین کہ مثلث ب ی س برابر ہی مثلث ا ف د کے۔

اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ اب س د برابر ہی اب ی ف کے۔

متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک خطوط متوازیہ کے درمیان کہنے کی جگہہ ہم یہ بموجب دفعہ ۱۳ کے کہہ سکتے ہین کہ اونکا ارتفاع ایک ہی ہو۔

(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔

فرض کرو کہ مثلث اب س اور قائم الزاویہ اب دی کا ایک ہی قاعدہ اب اور ایک ہی ارتفاع ہی تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔

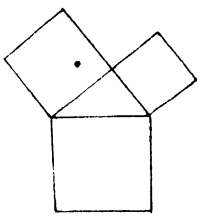


فرض کرو کہ س ف عمود اب کے اوپر نقطہ س سے نکا ہو تو اس بات کے ماننے مین کچھہ مشکل نہین ہی

کہ مثلث ب ف س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث اف س برابر ہی مثلث اسی س کے اور اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہی کہ اب دی سے اب س نصف ہی

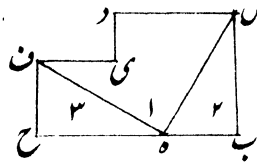
اس سے معلوم ہوا کہ جن دو مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور اونکا ارتفاع برابر ہو وہ آپسمین برابر ہوتے ہین +

(۳۰) مثلث قائم الزاویہ مین وتر پر جو مربع بنایا جاے برابر ہوتا ہی اون مربعون کے جو اضلاع پر بنائے جائین -



اس شکل مین مثلث قائم الزاویہ بنایا ہی اور وتر پر مربع اور اوسکی ضلعون پر مربعے بنائے ہین تو بڑا مربع برابر دونون مربعون کے مجموعہ کے ہوگا

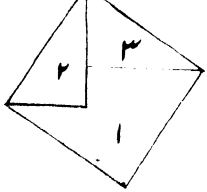
یہ شکل علم ہندسہ کی جان ہی اوس سے بڑے بڑے کام نکلتے ہین



اب ہم اوسکی صداقت کو دکھاتے ہین -

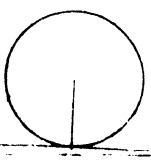
فرض کرو کہ شکل ب س دی فح پر مرکب ہو دو مربعون سے جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہین -

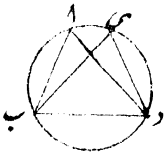
ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س ہ اور ف ہ کھینچو کاغذ کی یا وصلی کی کل شکل کو تراو اور اوسکے تین حصے ۱ و ۲ و ۳ کی صورت کے بنالو اور پھر ان حصون کو اس طرح ملاؤ کہ شکل اف ہ س کے سے پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اس طرح ایسا بنیگا جسکا ایک ضلع برابر ف ہ کے ہی



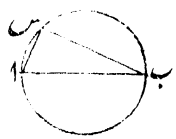
اس سے معلوم ہوا کہ ف ہ پر مربع جو بنایا جاے برابر اون مربعون کے ہوتا ہی جو فح اور ح ہ پر بنائے جائین -

(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو نصف قطر جو نقطہ تماس سے کھینچا جاے گا اوس خط مستقیم پر عمود ہوگا -



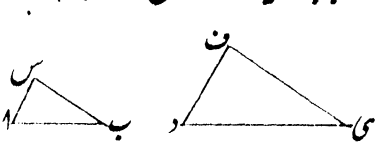


(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور ب ی د ایک ہی قطعہ دائرہ ب ا ی د مین واقع ہین تو یہ زاویے آپسمین برابر ہونگے



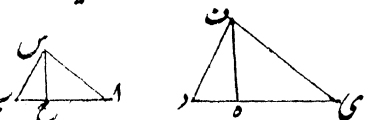
(۳۳) فرض کرو کہ اب دائرہ کا قطر ہو اور محیط مین کوئی نقطہ س کا لیکر خطوط مستقیم اس اور ب س کھینچو تو زاویہ اس ب ایک قائمہ ہوگا۔

(۳۴) فرض کرو کہ اب س اور دی ف دو ایسے مثلث ہون کہ زاویہ ا برابر ہو زاویہ د کے اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ ی کے اور زاویہ س برابر ہو زاویہ ف کے تو برابر زاویون کے اضلاع متناسب ہونگے۔

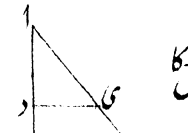


یعنی اگر ی ف دوچند ب س سے ہو تو ف د بھی دوچند س اسے اور دی دوچند اب سے ہوگا اور اگر ی ف سہ چند ب س سے ہو تو ف د سہ چند س اسے اور دی سہ چند اب سے ہوگا اور علی ہذا القیاس ایسے دو مثلثون کو متشابہ مثلث کہتے ہین۔

(۳۵) فرض کرو کہ اب س اور دی ف مثلث متشابہ ہین اور زاویے س اور ف نظیر ہین اور



س ح کو اب پر اور ف ہ کو دی پر نقاط س اور ف سے مقابل کے ضلعون پر عمود فرض کرو تو س ح کو اب سے وہ نسبت ہوگی جو ف ہ کو نسبت ہے دی سے



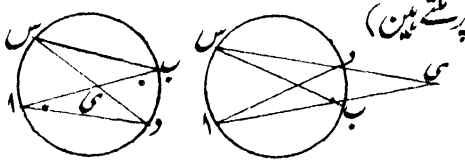
(۳۶) فرض کرو مثلث اب س ہے اور خط مستقیم دی ضلع ب س کا متوازی ہے اور اضلاع اب اور اس سے ملتا ہے تو مثلث

اب س اور ا دی متشابہ ہونگے (دفعہ ۲۰ دیکھو)

(۳۷) فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالا جاے تو مثلث د ب ا اور د ا س متشابہ ہونگے۔



(۳۸) فرض کرو کہ اب اور س د دو وتر ایک دائرہ کے ہون (اور ضرورت کی صورتین خارج ہو کر نقطہ ی پر ملتے ہین)



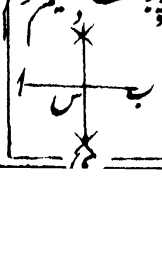
ملاؤ ب س اور ا د تو مثلث ا ی د اور ب ی س آپسمین متشابہ ہونگے اور زاویے ی ا د اور ی س ب آپسمین برابر ہونگے اور زاویے ی د ا اور ی ب س بھی آپسمین برابر ہونگے دفعہ ۳۲ دیکھو

تیسری فصل ہندسہ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کارآمد ہین اور اون سے اشکالین صحیح بنتی ہین آلات مین سے فقط پرکار اور رولر یعنی مسطر مطلق برآری کے واسطے کافی ہین اون سے ہمارا سا کام چل جاتا ہی اگرچہ اور آلات بھی مثل مربع یا متوازی رولر کے کام کے ہوتے ہین مگر اونکی ضرورت کچھ ضروری نہین فصل دوم مین جو کچھ ہم نے ذکر کیا ہی اونھین پر ان اشکال عملی کا حل موقوف ہی اور عملاً نتایج کی صحت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہین وہ سب آسانی سے ثابت ہو جاتے ہین اور علماً جو تحریر اقلیدس کو جانتے ہین وہ بخوبی اونکی صحت کو سمجھ سکتے ہین غرض علماً و عملاً دونون طرح سے اونکی متانت اور صداقت ثابت ہی۔

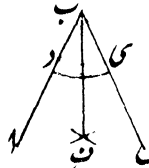
(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصون مین تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور ب کو مرکز مقرر کرکے ایسے نصف قطر پر جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دائرہ کھینچو اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور ی پر قطع کرتے ہین ملاؤ د ی جو اب کو نقطہ س پر قطع کرے تو اس برابر ہوگا اب کے



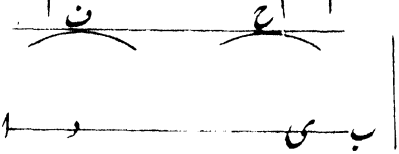
اور خط مستقیم دی زاویہ قائمہ آب پر بناتا ہی اور اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہم اس طرح ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم پر اوسکو دو برابر حصونمین تقسیم کرتا ہوا کھینچ سکتے ہین۔

(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصونمین تقسیم کرو۔



فرض کرو کہ اب س زاویہ معلوم ہی مرکز ب اور کسی نصف قطر پر دائرہ کھینچو کہ با کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د اور ی کو مرکز مانکر کسی کلی فی نصف قطر پر دو سین دائرے کھینچو جو نقطہ ف پر تقاطع کرین۔ ملاؤ ب ف تو زاویہ اب ف برابر ہوگا زاویہ س ب ف کے۔

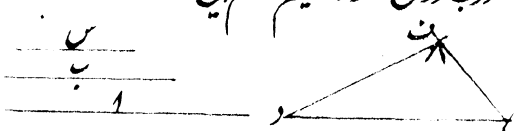
(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بُعد معلوم پر کھینچو۔



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہی اب مین کسی دو نقطون د اور ی کو مرکز مقرر کرکے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کرکے دو سین کھینچو اور خط مستقیم فح ان قوسونکو مس کرتا ہوا کھینچو تو اب کا متوازی فح معلوم فاصلہ س پر ہوگا۔

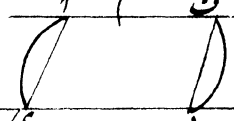
(۴۳) ایک مثلث بناؤ جسکے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہون۔

فرض کرو کہ ا اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہین۔



ایک خط مستقیم دی برابر ایک خط مستقیم معلوم ا کے کھینچو مرکز د پر اور نصف قطر برابر ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی پر اور نصف قطر برابر س کے بناکر دوسری قوس کھینچو اور فرض کرو کہ یہ دو سین نقطہ ف پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہین ملاؤ دف اور ف ی تو دی ف مثلث مطلوب ہوگا۔

(۴۴) نقطۂ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو۔



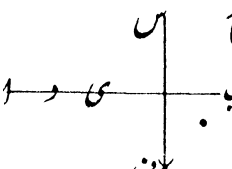
فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو کوئی نقطہ د خط ب س مین لو اور مرکز د اور نصف قطر دا پر س ی ایک دائرہ کھینچو جو ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د ی کو ملاؤ۔ اب ی کو مرکز بنا کر اور نصف قطر دا پر ایک دائرہ کھینچو اور د ف کو برابر د ی کے کھینچو اور ملاؤ ا ف تو ب س کا متوازی ا ف ہوگا۔

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم ایک نقطہ معلوم سے جو اسمین ہو قائم کرو۔



فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب ہی اور نقطہ معلوم س ہی کسی نقطہ د کو باہر خط مستقیم سے مرکز مقرر کرکے نصف قطر د س پر دائرہ کھینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطہ س پر قطع کرے ی د کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ ف پر ملے ملاؤ س ف تو س ف زاویے قائمے ا ب پر بنائیگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ ہی جو اوس سے باہر ہی عمود نکالو



فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب اور نقطہ معلوم س ہی خط مستقیم معلوم ا ب مین کوئی سے دو نقطے د اور ی مقرر کرو اور مرکز د اور نصف قطر د س پر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی اور نصف قطر ی س پر دوسری قوس کھینچو۔ فرض کرو کہ یہ قوسین نقطہ ف پر تقاطع کرتی ہین ملاؤ س ف تو س ف عمود ا ب پر ہوگا۔

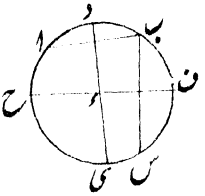
(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصونمین تقسیم کرو۔



فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہی اور اوسکو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرنا ہی۔ نقطہ ا سے کوئی خط مستقیم ا س کھینچو اور نقطہ ب سے ا س کا متوازی خط مستقیم ب د کھینچو اور ا س پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو اور ب د پر چار طول برابر پہلے طولون کے قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو

اور ۱ اور ۴ مین اور ۲ اور ۳ مین اور ۳ اور ۲ مین اور ۴ اور ۱ مین خطوط مستقیم کھینچو تو یہ خطوط مستقیم اب کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرینگے

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو۔

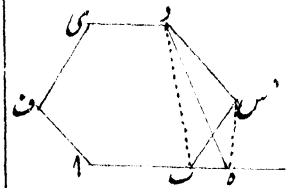


وتر اب کھینچو اور اوسکو دو برابر حصون مین تقسیم کرو۔ اور دی اوس پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا کھینچو تو دائرہ کا مرکز دی مین ہوگا۔

ایک اور وتر ب س کھینچو اور اوسکو دو برابر حصون مین ایک خط مستقیم ح ج سے جو اوسپر زاویہ قائمہ بنائے تقسیم کرو تو مرکز دائرے کا ف ح مین ہوگا

پس دائرے کا مرکز دی اور ف ح کا نقطہ تقاطع ہوگا اس عمل سے یہ بھی معلوم ہوتا ہی کہ دائرے مین نقاط معلوم ا اور ب اور س پر گذرتا ہوا دائرہ اس طرح کھینچتا ہی

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہی اوسکے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعون کی تعداد ایک کم ہو۔



فرض کرو کہ اب س دی ف کثیر الاضلاع معلوم ہو ملاؤ ب د نقطہ س سے ب د کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو جو اب ممدودہ سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاؤ دہ تو

بموجب قضیہ ۲۹ کے مثلث ب س د برابر ہی مثلث ب ہ د کے اور اسواسطے کثیر الاضلاع اب س دی ف برابر ہی کثیر الاضلاع اہ دی ف کے یعنی ایسے کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہی اسی عمل کو بار بار کرکے کثیر الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہین۔

(۵۰) اسکیل جسکا قطر عشری ہو بناؤ اور اوسکا طریقہ استعمال بتاؤ۔

ایک خط مستقیم اب اتنے طول کا لو جسمین عمل کے اندر کسانی ہو اور اوسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط اب سے دس گنا ہو جاے اور اب کے برابر ب س اور س ج بناؤ اور پھر اسی خط کا کوئی خط

متوازی نکالو اور اوسپر بھی اسی بعد اب اور ب س و س د ... برابر اب کے بناؤ اور ا ا اور ب ب اور س س اور د د ... ملاؤ اور ا ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی اب کے کھینچو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ کے نشان کرو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور ب ا اور ب ا کے نقاط تقسیم مین قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے ملاؤ جو متصل ب کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب ا سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطے کے نہو اور ۲ کو اوس نقطے سے ملاؤ جو دوسرے نقطے کے متصل ہو اور علی ہذا القیاس۔

پس اب اسکیل بنگیا۔

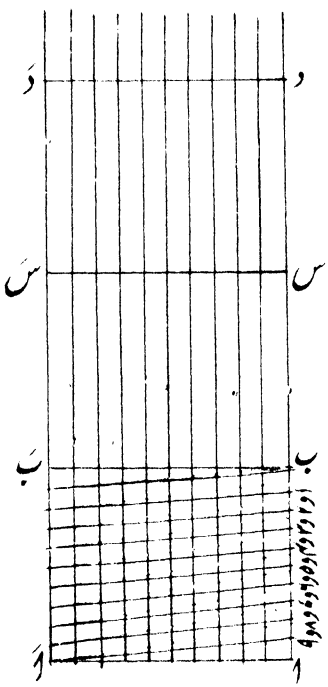
اس بات کو سمجھ لو کہ شکل پوری اسکیل کی بنائی نہین گئی اسلیئے کہ صفحہ مین گنجایش نہین تھی دوسے آگے کا حصہ شکل مین نہین بنایا۔ گو اکثر ا ا کو عمود اب پر بناتے ہین مگر یہ عمودی ہونا ضروری نہین جب طول معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے موافق خطوط مستقیم کھینچتے ہین اور جب خطوط مستقیم معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے طول معلوم کرتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک انچ کو تعبیر کرتا ہی اور ۲٫۵ انچ طول کا خط کھینچنا منظور ہی اب پرکار لو اور اوسکی ایک ساق کے سر کو د پر رکھو اور پرکار کو کھولو جبتک کہ دوسری ساق کا سرا ہ پر آجاے پس طع ل ۲٫۵ انچ کا حاصل ہوگیا جو قریب قریب مطلوب طول کے ہی اب پرکار کی ایک ساق کو د پر سرکاؤ اور دوسری ساق کو اوس قطری خط پر جو پانچ سے کھینچا گیا ہی پرکار کو بقدر ضرورت کشادہ بھی کرتے جاؤ کہ جب دونون ساقونکے دونون سرے اوس ایک خط پر کہ ساتوان متوازی اد کا ہی آجائین تو فاصلہ مابین پرکار کے دونون سرون کے ۲٫۵ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر اب بجاے ایک انچ کے دس انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ جو ابھی دریافت ہوا ہی ۲٫۵ کو تعبیر کریگا اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ مذکور ۲۵٫ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریافت کیا چاہو تو پرکار کو کھولکر اوسکے دونون ساقونکے سرونکو خط کے

انجامونپر رکھو اور پرکار کی ایک ساق کے سرے کو خط مستقیم ب ب و س س د د ... پر اور دوسرے سرے کو قطری خطوط مستقیم پر رکھو اور پرکار کو ہلاتے جلاتے رہو جبتک کہ اون خطوط مستقیم مین سے کہ متوازی آ د کے کسی ایک خط مستقیم پر دونون ساقین آ جائین تو اوس سے طول معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ پرکار کی ایک ساق س س پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہی جو ۹ سے شروع ہوتا ہی اور دونون سرے اوس خط پر ہین جو پانچوان متوازی آ ب کا ہی تو طول مطلوب ۹۵ انگشا طول آ ب کا ہوگا



(۵۱) اسی طرح ایسا اسکیل بھی بنا سکتے ہین جسکا قطر اثنا عشری ہو اس صورت مین فقط ذیل کے عدد کو ۱۲ سے بدلدین اور پھر موافق سابق کے عمل کرین جس ترکیب سے ہمنے ۲٫۵ انچ طول کا خط مستقیم دریافت کیا تھا اوس ترکیب سے ہم خط مستقیم ۲ + ۵/۱۲ + ۵/۱۴۴ طول کا دریافت کرینگے پس اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کریگا تو

تو خطوط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جسکا طول ۲ فینٹ ۵ ۵/۱۲ انچ ہی
اور ایسی ہی دفعہ ۵۰ مین بُعد کا طول دریافت کیا گیا ہی وہ اس سکیل کے موافق اوب سے نسبت
رکھیگا جو ۱ + ۹/۱۲ + ۵/۱۴۴ ایک سے نسبت کہتا ہی اگر اوب ایک فٹ کو تعبیر کرے تو بعد ۱ فٹ ۹ ۵/۱۲ انچ سے تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولونکے باب مین

چوتھی فصل پیمانہائے طولانی

(۵۲) غالبًا طالبعلم طولانی پیمانونسے واقف ہوگا مگر احتیاطًا اونکو ہم یہان لکھدیتے ہین

۱۲ انچ کا ایک فٹ

۳ فینٹ کا ایک گز

۶ فینٹ کا ایک فیدم

۱۶½ فینٹ کا یعنی ۵½ گز کا ایک پول یا ایک روڈ

۴۰ پول کا ایک فرلنگ

۸ فرلنگ کا ایک میل

اس سے یہ نتائج حاصل ہوتے ہین

انچ	فینٹ	گز	پول	فرلنگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶½	۵½	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے ناپنے کیواسطے گنٹر صاحب کی جریب کا بڑا رواج ہی اور یہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہی اور
سو برابر کڑیان اوسمین ہوتی ہین اسیواسطے اونمین سے ہر ایک کا طول ۲۲ گز ہوتا ہی یعنی ۷۹۲ انچ کا
پس ۱۰ کڑیونکا ایک چین ہوتا ہی اور ۱۰ چینونکا یا ۱۰۰ کڑیونکا ایک فرلنگ اور ۱۰ جریب یا ۱۰۰ کڑیونکا
ایک میل ہوتا ہی ہندوستانی جریب مین ۲۰ گٹھے ہوتے ہین اور ہر گٹھہ مین ۳ گز ہوتے ہین +

پانچوین فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط مستقیم سے بنتا ہی اوسمین اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہوسکتا ہی اس طول کے دریافت کرنیکے واسطے ہم قاعدے بیان کرینگے وہ دفعہ ۳۰ کی شکل نظری پر جو قوف ہین اور اس مطلب کو پھر اور زیادہ صفائی سے بیان کرینگے۔

(۵۵) مثلث قائم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہین وتر دریافت کرو۔

قاعدہ ضلعونکے مربعونکو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو۔

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ہی۔

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ ہی اور ۳۶ اور ۶۴ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہی اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہی پس وتر ۱۰ فیٹ ہی۔

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہی اور دوسرا ۱۰ انچ ہی۔

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہین اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہی اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہی اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہی اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہی پس وتر ۲۶ انچ ہی۔

(۵۷) مثال (۲) مین ایک ضلع فٹونمین بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچون مین وتر کے دریافت کرنیکے قاعدہ کو پیچھے عمل مین لانے پہلے فٹون مین انچ بنائے کہ دونون ضلعے ہمجنس ہوجائین اسی طرح تمام علم ساحت مین یہ ضرور ہی کہ جتنے طول معلوم ہون اون سب کو ہمجنس بنالین یعنی تخیل وہمین کرنی ضرور ہی یہ ہمکو اختیار ہی کہ ہم تمام طولون کو انچون مین تعبیر کرین یا فٹونمین تعبیر کرین یا گزون یا میلون مین غرض جسمین چاہین مگر یہ نہین کرنا چاہیے کہ ایک طول ایک پیمانے مین اور دوسرا طول کسی دوسرے پیمانے مین تعبیر ہو سب کا ہمجنس کرنا ضرور ہے۔

(۵۸) دفعہ ۵۶ مین جو دو مثالین حل ہوئین ہین اونمین پورا پورا جذر نکلا ہی اسلیے وتر کا طول بھی

ٹھیک ٹھیک دریافت ہوگیا مگر یہ بھی ہوتا ہی کہ جذر پورا نہین نکلتا ایسی حالت مین مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہین۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۲ فیٹ ۸ انچ ہی۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

۴۰	۳۲	۲۲٫۵۱)۰۰٫۰۰٫۰۰(۲۹۲۸۴
۴۰	۳۲	۲۵
۱۶۰۰	۶۴	۴۴)۱۰۰
۱۰۲۴	۹۶	۱۰۱
۲۶۲۴	۱۰۲۴	۲۰۲۲)۲۳۰۰
		۲۰۴۴
		۲۰۴۸۲)۲۵۶۰۰
		۲۰۴۸۴
		۵۱۱۶

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کرین تو وتر تقریبًا ۲۲٫۵۱ انچ ہوگا

(۳) ایک ضلع ۴٫۲ فیٹ اور دوسرا ضلع ۲٫۱ گز ہی۔

۲٫۱ گز = ۳٫۶ فیٹ

۴٫۲	۳٫۶	۴٫۳۲)۰۲۷٫۱۸(۶۲۸۳
۴٫۲	۳٫۶	۱۶
۹۶	۲۱۶	۸۳)۱۱۲
۴۸۰	۱۰۸۰	۲۴۹
۵۷۶	۱۲۹۶	۸۶۲)۳۰۰
	۵۷۶	۱۷۲۴
	۱۸۷۲	۵۷۶

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کرین تو وتر تقریبًا ۴٫۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر قریب نکالنا منظور ہو تو ۴٫۳۲۶ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر کے مربع مین سے ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہے۔

مربع ۱۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہے ۶۴ کو ۱۰۰ مین سے تفریق کرو تو ۳۶ حاصل ہونگے ۳۶ کا جذر ۶ ہے اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہے۔

یا اس طرح کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہے اور اونکا تفاوت ۲ ہے اور ۱۸ اور ۲ کا حاصلضرب ۳۶ ہے اور ۳۶ کا جذر ۶ ہے۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہے

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے ۱۰۰ کو ۶۷۶ مین سے تفریق کرو تو حاصل تفریق ۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہے۔

یا اسطرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہے اور اونکا فرق ۱۶ ہے اور ۳۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب ۵۷۶ ہے اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے۔

(۶۲) دفعہ ۶۰ کے قاعدہ کی دو صورتین بیان کین اول صورت کا تعلق تو دفعہ ۵ سے ظاہر معلوم ہوتا ہے اور دوسری صورت اوسکی ایسی ہے کہ اوس سے عمل مین آسانی اور تسہیل ہوتی ہے اور کچھ تھوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہے۔

(۶۳) دفعہ ۶۱ کی دونون مثالون مین پورا پورا جذر دریافت ہوگیا اور اسی سبب سے ضلع کا طول ٹھیک معلوم ہوگیا لیکن یہ بہی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہین نکلتا تو اوس صورت مین جذر کا عمل جتنے مرتبہ کی اعشاریہ تک چاہین جاری رکہین اوس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہوجائیگی

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱۵ فیٹ ہے اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہے۔

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۲۱ + ۱۴ = ۳۵

۲۱ − ۱۴ = ۷

۳۵ × ۷ = ۲۴۵

۱۵٫۶۵) : : : ۲ ۴ ۵٫۰ (۲

۱ ۴ ۵

۲۵) ۱ ۲ ۵

۱ ۲ ۵

۳۰۶) ۲ : : :

۱ ۸ ۳ ۶

۳۱۲۵) ۱ ۶ ۴ : :

۱ ۵ ۶ ۲۵

۷ ۷۵

اب اگر دوہی مرتبے تک اعشاریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵٫۶۵ معلوم ہوگا

(۲) وتر ۷٫۲ گز اور ایک ضلع ۴٫۳ فیٹ ہی

۷٫۲ گز = ۸٫۱ فیٹ

۸٫۱ + ۴٫۳ = ۱۱٫۵

۸٫۱ − ۴٫۳ = ۳٫۷

۱۱٫۵

۴٫۷

۸۰۵

۴۶۰

۵۴٫۰۵

۷٫۳۵) : : ۵ ۴٫۰ ۵ (۷

۴۹

۱۴۳) ۵ ۰ ۵

۴۲۹

۱۴۶۵) ۷ ۶ : :

۷۳۲۵

۲۷۵

پس اگر عمل دوہی مرتبے اعشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۷٫۳۵ فیٹ معلوم ہوگا۔

(۶۵) اب ہم چند مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدون پر موقوف ہی۔

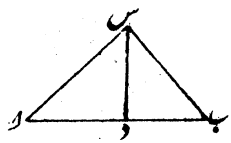
(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۴۰۸ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ فیٹ ہی وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

موجب دفعہ ۶۰ وتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۴۰۸ کا مربع ہی اسواسطے اگر ۴۰۸ کے مربع کو ۵۷۸ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ہوگا اس طرح سے ہم کو وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔

پس وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ ہی اور فرق ۲۸۸ ہی انکو جمع کرکے ۲ پر تقسیم کرو تو ۴۳۳ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا اور ۵۷۸ میں سے ۴۳۳ کو تفریق کرو تو ۱۴۵ حاصل ہونگے یہ دوسرا ضلع ہوگا۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اور اوسکا ارتفاع دریافت کرو

فرض کرو کہ اب س مثلث اور س د ارتفاع ہی تو س د



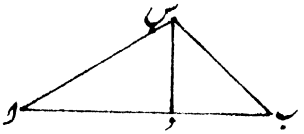
اب کو دو برابر حصون مین تقسیم کریگا اور ا د = ½

تو دفعہ ۶۰ کے دوسرے قاعدہ کے بموجب س د کو دریافت کرتے ہین

$$۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \qquad ۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \qquad \frac{۳}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴}$$

اب $\frac{۳}{۴}$ کا جذر برابر ہی $\frac{۱}{۲}$ جذر ۳ کے اور ۳ کا جذر پورا پورا نہین دریافت ہوسکتا اگر تین مرتبہ کے اعشاریہ تک جذر نکالین تو ۱۷۳۲ حاصل ہونگے اور نصف اوسکا ۸۶۶ ہی پس ارتفاع کا طول تقریبًا ۸۶۶ فیٹ ہی۔

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب = ۵۶ اور س د = ۱۵ اور ب س = ۲۵

بموجب دفعہ ۶۰ کے ہم ب د کو دریافت کرتے ہین کہ

۲۵ + ۱۵ = ۴۰ اور ۲۵ − ۱۵ = ۱۰ اور ۴۰ × ۱۰ = ۴۰۰ اور ۴۰۰ کا جذر ۲۰ ہی۔

پس ب د = ۲۰ اسی واسطے ا د = ۵۶ − ۲۰ = ۳۶

بموجب دفعہ ۵۵ کے اوس کو دریافت کرتے ہین کہ ۳۶ کا مربع ۱۲۹۶ ہی اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہی اور ۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہی اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہی پس اس = ۳۹

پانچوین فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثون مین اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۳۲۵ فیٹ ۱۶۵ فیٹ (۲) ۴۵۸۷ فیٹ ۳۹۳۷ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ۔

(۴) نصف میل اور ۳۴۵ گز فٹ۔

ان مثلثات قائم الزاویہ میں وتر فٹوں میں دو مرتبہ کے اعشاریہ تک اضلاع معلوم مفصلۂ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۴۳۷ فیٹ ۲ ۳۴۲ فیٹ (۶) ۴۳۹۵ فیٹ ۳۸۷۴ فیٹ

(۷) ۳۱۴ فیٹ ۶ انچ ۲۲۸ فیٹ ۹ انچ (۸) چوتھائی میل ۴۲۷ گز ۲ فیٹ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۹) ۷۲۵ فیٹ ۴۴۴ فیٹ (۱۰) ۶۴۱۷ فیٹ ۴۲۰۸ فیٹ

(۱۱) ۲۶۹ فیٹ ۵ انچ ۲۵۰ فیٹ ۸ انچ (۱۲) ۳۴۰ گز ۱ فٹ اور ایک فرلانگ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرے ضلع کو فٹوں میں دو مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۶۴۷ فیٹ ۴۳۱ فیٹ (۱۴) ۴۹۸۷ فیٹ ۳۷۹۵ فیٹ

(۱۵) ۴۲۴ فیٹ ۳ انچ ۲۷۹ فیٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرلانگ اور ۹۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۶۲۰ فیٹ ۲۲۶۵ فیٹ ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۴۸۴ فیٹ ہیں قاعدہ کو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فیٹ ہے وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لمبا سیدھا ایک دیوار کے برابر کھڑا ہے تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور سرکائیں کہ زینہ کا سرا دیوار سے ایک فیٹ نیچے اوتر آئے۔

(۲۰) ایک زینہ ۴۰ فیٹ لمبا ۲۴ فیٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف مکانات پر پہنچتا ہے اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکانات پر لگائیں تو وہ ۳۲ فیٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہے تو بازار کا عرض دریافت کرو۔

(۲۱) ایک مکان سے ۱۴ فیٹ کے فاصلے پر ایک زینہ کے پیر ہیں اور سرا دوسرا مکان کے ۴۸ فیٹ بلندی پر زمین سے اونچا لگا ہوا ہے جب اس زینہ کو اوسکے پیروں پر الٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سرا وسکا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ۔

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ہے اوسکے قطر کی مقدار دس مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہو اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۶۶،۸۲ فیٹ ہو اور مرکز سے جو عمود وتر پر نکالا جائیگا ۱۱،۱ فیٹ ہو وتر کو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے دو متصل ضلعونپر ایک ٹیلا بنی ہوئی ہو مستطیل کا ایک ضلع ۱۹۶ گز اور دوسرا ۱۴۲ گز ہو تو بتاؤ اگر اوسکے قطر مین جائین تو اضلاع مین چلنے کی نسبت کتنی فاصلہ کے طے کرنے سے بچینگے

(۲۶) ایک چھت ۴۰ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہو اور ہر ایک طرف کی سلامی ۷ فیٹ ہو تو بتاؤ چھت کی سلامی کا کتنا کنارہ کتنا اونچا اونچی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اوسکے گرد جو دائرہ بنایا جائے اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہو اوسمین جو مربع بنایا جائے اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہو تو بتاؤ ۱۰ فیٹ کو وتر پر مرکز سے جو عمود نکالین اوسکا طول کیا ہوگا۔

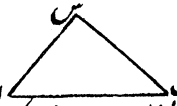
(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو تو جس وتر پر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۲ انچ کا ہو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) دائرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصونمین تقسیم ہوا ہو اور پانچ نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم زاویے قائمہ بناتے ہوئے محیط تک کھینچے گئے ہین طول ان خطون کا انچون مین تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو۔

(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہو اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہو اوسی دائرہ کا مماس نکالا گیا ہو تو اس خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔

چھٹی فصل اشکال متشابہ

(۶۶) فرض کرو کہ اب س اور دی ف دو متشابہ مثلث ہین تو بموجب قضیہ ۳۴ کے اب کو اب س سے وہ نسبت ہوگی جو دف کو ہی ف سے



پس اگر دو ضلعے ایک مثلث کے معلوم ہون اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اوسکا دوسرا

ضلع بھی دریافت ہوسکتا ہی اس ضلع کے دریافت کرنیکا عمل مثل تناسب یا اربعہ تناسبہ کے ہوگا

(۶۷) مثالین۔

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب س = ۶ اور د ی = ۷

۵ : ۶ :: ۷ : ی ف

تو ی ف = $\frac{۶ \times ۷}{۵} = \frac{۴۲}{۵} = ۸\frac{۲}{۵}$

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور د ی = ۷

۵ : ۴ :: ۷ : د ف

پس د ف = $\frac{۴ \times ۷}{۵} = \frac{۲۹}{۵} = ۵\frac{۳}{۵}$

(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات مین متشابہ مثلثون سے اکثر کام پڑتا ہی مثلاً دفعہ ۶۵ مین ہم نے بیان کیا ہی کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا ارتفاع ۸۶۶ء فٹ ہی اب یہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع مین ہوگا پس اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۷ فیٹ ہو تو ارتفاع ۷ × ۸۶۶ء فیٹ ہوگا دفعہ ۳۶ کی شکل مین ہمنے بیان کیا کہ مثلث اد ی اور ب س س متشابہ ہین اور ی ا کو ی د سے وہ نسبت ہی جو ی س کو ی ب سے اس سے معلوم ہوتا ہی کہ مسئلہ تناسب کے موافق حاصل ضرب ی آ اور ی ب کا برابر ہی حاصل ضرب ی س اور ی د کے یہ دائرہ کا ایک خاصہ ہی اور قابل یاد رکھنے کے ہی اور بہت بکار آمد ہی

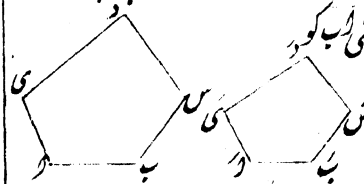
(۶۹) متشابہ مثلثون کی اعانت سے ہم ارتفاع کسی شی کا اوسکے سایہ کو پیمایش کرکے دریافت کرسکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے تین فیٹ اونچی کھڑی ہوئی اور اوسکا سایہ ۴ فیٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فیٹ اوس وقت پڑ رہا تھا تو ہم تناسب سے درخت کا ارتفاع دریافت کرسکتے ہین۔

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع۔

پس ارتفاع = $\frac{۳ \times ۵۲}{۴}$ فیٹ یعنی ۳۹ فیٹ۔

(۷۰) متشابہ شکلوں سے خود بخود خیال متشابہ مستقیمۃ الاضلاع کی طرف جاتا ہی متشابہ مستقیمۃ الاضلاع میں وہ ہین جنکے زاویے متناظرہ آپسمین برابر ہون اور اونکے گرد اضلاع متناسب ہون۔

(۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعے کی شکلون اَبسدی اور اَبَسدی مین اَ و اَ اور ب اور س اور د اور ی برابر ہون زاویون اَ اور ب اور س اور د اور ی کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گرد ان زاویونکے متناسب ہون یعنی اَب کو



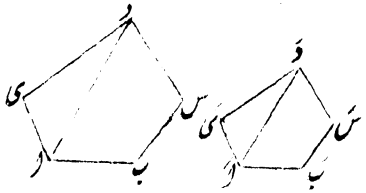
ب س سے وہ نسبت ہی جو اَب کو بَ س سے

اور ب س کو س د سے وہ نسبت ہی جو بَ س کو س دَ سے اور علیٰ ہذا القیاس تو یہ دونون شکلین متشابہ ہونگین۔

(۷۲) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے متشابہ ہونیکے واسطے دو خاصیتونکا بیان ہوا ہی یعنی مساوات زاویونکی اور متناسب ہونا اضلاع کا۔

نظریات ہندسہ مین ثابت ہی کہ اگر شکلونمین ان خاصیتونمین سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہی کہ اونمین دوسری خاصیت بھی پائی جاے اور عملیات مین بھی سبات کا ثابت کرنا کچھ مشکل نہین اور وہ اسطرح ہوتا ہی کہ دو مثلث کاغذ کے اسطرح کترو کہ ایک مثلث کے اضلاع دو چند یا سہ چند دوسرے مثلث کے اضلاع سے ہون تو اونمین یہ ظاہر معلوم ہوگا کہ زاویے متناظرہ آپسمین برابر ہین یعنی نظیر کے جن زاویونکو منطبق ایک دوسرے پر کروگے وہ بالکل منطبق ہوجائینگے مگر اون اشکال مستقیمۃ الاضلاع مین جنکے ضلعے تین سے زیادہ ہین ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جاسکتی ہی مثلاً مربع اور مستطیل کے زاویے آپسمین برابر ہوتے ہین مگر اونکے اضلاع متناسب نہین ہوتے اب مربع اور معین لو تو اونکے اضلاع متناسب کے درمیان زاویے ایک شکل کے برابر دوسری شکل کے زاویون کے نہین ہین

(۷۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ متساوی التعداد متشابہ مثلثونمین تقسیم ہوسکتے ہین مثلاً خطوط مستقیم س اَ اور د اَ اور س دَ اور دَ اَ کے۔



کھینچنے سے دفعہ ۱۰ کے پانچ ضلعے کی شکلوں کو تین زوج متشابہ مثلثوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔

(۷۴) دفعہ ۶۶ میں جو متشابہ مثلثوں کی نسبت بیان کیا گیا ہے اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی نسبت بھی بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل میں معلوم ہوں اور انکی نظیر کا ایک خط دوسری شکل میں معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدہ تناسب کے موافق دریافت ہو سکتا ہے

(۷۵) متشابہ شکلیں جیسے کہ خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہیں اسی طرح خطوط منحنی سے محدود ہو سکتی ہیں مثلاً دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کریں تو دونوں نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشے میں پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے میں پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک نقشے میں ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے میں دو چند ہوگا۔

(۷۶) متشابہ ہونیکا مفہوم اس تعریف سے خوب بین میں بیٹھ جاتا ہے کہ متشابہ شکلیں وہ ہیں جنکی صورتیں متماثل ہوں یعنی ایک سی ہوں مگر انکا طول اور عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابہ شکلیں ہیں

(۷۷) اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں جنکا حل اشکال کے متشابہ ہونے پر موقوف ہے

(۱) دفعہ ۷۳ کی شکل میں فرض کرو کہ ای = ۲ انچ اور اس = ۴½ انچ۔
اور ای = ۱¼ انچ اس کو دریافت کرو۔

۲ : ۴½ :: ۱¼ : اس

$$\frac{۴\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۴}}{۲} = \frac{۴۵}{۱۶} = ۲\frac{۱۳}{۱۶}$$

پس اس = ۲ ۱۳/۱۶ انچ

(۲) مثال گذشتہ میں خطوط مستقیم آد اور آذ کی نسبت دریافت کرو۔
چونکہ ای = ۲ اور ای = ۱¼ اور کسی خط مستقیم مثلاً آذ کو اپنی نظیر کے خط مستقیم آد سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ۱¼ سے یعنی ۲ کو ۵/۴ سے یعنی ۸/۵ کو ۵/۴ سے یعنی ۸ کو ۵ سے۔

(۳) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو۔

مثلث ا ب س اور د ب ا متشابہ ہین تو

ب س : ب ا :: ب ا : ب د

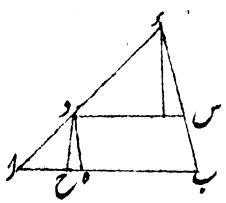
یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د

پس ب د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹\frac{۳}{۵}$

(۴) ا ب س د ایک ذو ذنقہ ہے اضلاع متوازیہ ا ب اور س د مین فاصلہ ۴ فیٹ ہے۔

ا ب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ۔

فرض کرو کہ ا د اور ب س نقطہ ر تک بڑہائے گئے ہین اب مطلوب یہ ہے کہ ر کا فاصلہ عمودی د س سے دریافت کرین۔



ح ہ عمود ا ب پر نکالو اور ب س کا متوازی د ہ نکالو

تو ہ د = د س پس ا ہ = ۱۰ - ۶ = ۴ اور ح ہ = ۳

مثلث ا د ہ اور د ر س متشابہ ہین۔

اسی واسطے بموجب دفعہ ۳۵ کے

ا ہ : ح د :: د س : فاصلہ مطلوب۔

پس فاصلہ مطلوب = $\frac{۶ \times ۳}{۴} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۶ کی شکل مین ا د = مربع دی = ۴ اور ا ب = ۷ تو ب س کو دریافت کرو۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ تھا جب وہ سیدہا کھڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۸ فیٹ ۶ انچ کا پڑا اور اسی وقت ایک جھنڈی کا سایہ ۵۶ فیٹ ۸ انچ پڑ رہا تھا تو اوس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۴) ۲ فیٹ لمبی لکڑی کو سیدہا زمین پر کھڑا کیا تو اوسکا سایہ ۴ فیٹ ۶ انچ تھا تو بتاؤ ۴۵

فیٹ بلند بتی کا سایہ کتنا پڑیگا۔

(۵) کسی نقشے مین ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھوان انچ ہی اور ملک کا طول ۵۰۰ میل ہی تو بتاؤ اوس نقشے کا طول کیا ہوگا۔

(۶) دو شہرونمین ۱۲۱ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ مین اونکے مقامات کے درمیان ۷½ انچ فاصلہ ہی تو بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا۔

(۷) دو شہرونمین ۵۲ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ کے اندر اونکے مقاموں کے درمیانمین ۳½ انچ کا اور دوا ور شہرونکے مقامات کے درمیان ۸½ انچ کا تو بتاؤ ان شہرونکے درمیان کتنا فاصلہ ہی۔

(۸) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اگر ب س = ۲۰ انچ اور دی = ۱۶ اور ب د = ۶ تو ب ا کو دریافت کرو

(۹) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اگر ا د = ۸ انچ اور دی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو

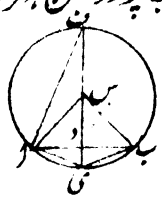
(۱۰) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اگر دی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د ا کو دریافت کرو۔

(۱۱) ایک ذو زنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکے فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۵ فیٹ ہی اور دو باقی ضلعے بڑہاکر ملائے جائین تو ملاپ کے نقطہ کا فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ سے بڑے ضلع سے دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ذو زنقہ کے اضلاع متوازی ہین اور اونکا طول ۹ فیٹ اور ۱۴ فیٹ ہی اگر دو خط متوازی ان اضلاع متوازیہ کی شکل کے اندر کھینچے جائین اور یہ چاروں خط باہم متساوی البعد ہون تو ان خطون کا طول دریافت کرو

ساتوین فصل اوتار دائرہ

(۴۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر اب ہی اور س مرکز ہی اور س د عمود اب پر اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو وتر اب کا نقطہ وسط د ہی اور قوس ا ی ب کا نقطہ وسطی ہی قوس کا وتر اب ہی اور نصف قوس کا وتر ا ی یا ی ب ہی اور قوس کا ارتفاع د ی ہی



(۴۹) ی س کو بڑہا کر محیط سے نقطہ ف پر ملاؤ تو بموجب دفعہ ۳۳ کے زاویہ ی اف قائمہ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۳۵ کے مثلث ی اف اور ی د ا متشابہ ہین اسلیئے ی د کو ی ا سے وہ نسبت ہے

جو ی ا کو ہی ی ف سے اسی واسطے۔

ی د × ی ف = ی ا × ی ا

اور نیز بموجب دفعہ ۶۹ کے

ی د × د ف = ا د × د ب

اسباب میں فقط انہیں دو بڑے نتیجوں کا ذکر ہی سارا باب اونھیں کے استعمال سے بھرا پڑا ہی ہم آسانی کے لیے ان دونوں نتیجوں کو قاعدہ بنا کے لکھتے ہیں مگر جو شخص ان نتائج کو سمجھ گیا ہو اوسکو ان قاعدوں کا حفظ کرنا ضرور نہیں۔

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا۔

(۸۱) مثالیں۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی۔

$\frac{۱۲ \times ۱۲}{۴} = ۳۶$ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی۔

$\frac{۴ \times ۴ \times ۴}{۴} = ۱۲$ پس قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا۔

(۸۲) مثالیں

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہی۔

$\frac{۱۲ \times ۱۲}{۳۶} = ۴$ پس ارتفاع قوس ۴ انچ۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

$\frac{۴ \times ۴}{۱۲} = \frac{۱۶}{۱۲}$ پس ارتفاع قوس $۱\frac{۱}{۳}$ فیٹ ہی۔

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دارہ معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو

قاعدہ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دو حاصل ضرب جذر نصف قوس کا وتر ہوگا۔

(۸۵) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہی۔

۳۶ × ۴ = ۱۴۴ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی

(۲) قوس کا ارتفاع $1\frac{1}{2}$ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

$\frac{۳}{۲} \times ۱۲ = ۱۶$ اور ۱۶ کا جذر ۴ ہی پس نصف قوس کا وتر ۸ فیٹ ہی

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہین دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

(۸۷) مثالین۔ (۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ۔

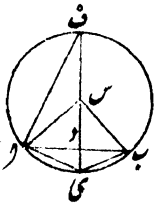
$\frac{۴ \times ۴}{۲} = ۸$ پس قطر کا باقی حصہ ۸ فیٹ ہوا ہی اسیواسطے قطر ۱۰ فیٹ ہی۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ ہی۔

$\frac{۱۰٫۵ \times ۱۰٫۵}{۴} = \frac{۱۱۰٫۲۵}{۴} = ۲۷٫۵۶۲۵$ پس قطر کا باقی حصہ ۲۷٫۵۶۲۵ فیٹ ہی۔

اسیواسطے قطر ۳۱٫۵۶۲۵ فیٹ ہی۔

(۸۸) اس باب اور باب پنجم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونکی استعانت سے مختلف سوالات دفعہ ۷۰ کی شکل سے متعلق ——— ہم حل کرکے نمونے کے طور پر ——— دکھاتے ہین۔



(۸۹) ارتفاع قوس اور وتر دائرہ معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو

یہان ی د اور ی ف معلوم ہونے سے د ف معلوم ہوگا اسواسطے بموجب دفعہ ۷۰ کے ا د معلوم ہو جائیگا۔

(۹۰) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہے۔

بیان ی د = ۹ اور د ف = ۱۶ اسواسطے ا د کا مربع = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس ا د = ۱۲ فیٹ اسواسطے ا ب = ۲۴ فیٹ۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے

بیان ی د = ۲ اور د ف = ۸ اسواسطے ا د کا مربع = ۲ × ۸ = ۱۶

پس ا د = ۴ فیٹ اسی واسطے ا ب = ۸ فیٹ۔

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع قوس دریافت کرو۔

بیان قطر معلوم کا نصف اس اور وتر معلوم کا نصف ا د معلوم ہیں۔

اول موافق دفعہ ۶۰ کے س د دریافت کرو اور اوسکو س ی میں سے تفریق کرو تو دی دریافت ہو جائیگا۔

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے۔

بیان ا س = ۱۲ ½ فیٹ اور ا د = ۱۲ فیٹ

۱۲ ½ + ۱۲ = ۲۴ ½ اور ۱۲ ½ − ۱۲ = ½ اور ۲۴ ½ × ½ = ۴۹/۴ اور ۴۹/۴ کا جذر ۷/۲ ہے یعنی

۳ ½ اور ۱۲ ½ − ۳ ½ = ۹ اسی واسطے دی = ۹ فیٹ۔

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ

بیان ا س = ۵ فیٹ اور ا د = ۴ فیٹ

۵ + ۴ = ۹ اور ۵ − ۴ = ۱ اور ۹ کا جذر ۳ ہے اور ۵ − ۳ = ۲

اسی واسطے دی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

بیان اس اور اد معلوم ہین اول موافق دفعہ ۹۱ کے دی کو معلوم کرین
اور پھر دفعہ ۵۵ یا دفعہ ۸۴ کے موافق اسی کو دریافت کرین -

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہین
بیان اس = ۲۵ اور اد = ۷ پس موافق دفعہ ۶۰ کے س د = ۲۴ حاصل ہوگا -
اسی واسطے دی = ۱ اب بموجب دفعہ ۵۵ کے یا ۸۴ کے اسی برابر ۰ کے جذر کے ہے
اگر چار مرتبہ کے اعشاریہ تک جذر نکالین تو اسی = ۰٫۰۱۰ حاصل ہوگا پس
نصف قوس کا وتر ۰٫۰۱ انچ ہی اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالین تو ۰٫۰۱۰۶۷۸ حاصل ہونگے -
(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہو اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ -
بیان اس = ۱۰۰ اور اد = ۲۹ پس دفعہ ۶۰ کے موافق ۵۹٫۱ کا جذر س ہے پس
اعشاریہ کے چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۹۵٫۰۷۰۲۷ کے تقریباً حاصل ہوگا
اسی واسطے دی = ۴٫۲۹۷۲ اب اسی کا حساب موافق دفعہ ۵۵ کے یا موافق دفعہ ۸۴ کے کرو
اگر اس اور اد اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہون تو دونون قاعدون سے ایک ہی نتیجہ
حاصل ہوگا لیکن اس صورت مین دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہین معلوم اسلیئے دونون قاعدون
سے جو دو نتیجے نکلتے ہین اونمین ذرا اختلاف ہوتا ہی دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہی
اور اوسکے موافق اسی ۴٫۲۹۶۸۵۹ کا جذر ہی اسلیئے اسی = ۲۹٫۳۲ تقریباً پس نصف
قوس کا وتر تقریباً ۲۹٫۳۲ انچ ہی -

(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا وتر دریافت کرو -
بیان اسی اور ی ف معلوم ہین اول ہم دفعہ ۸۲ کے موافق ی د کو
پھر بموجب دفعہ ۶۰ کے اد کو دریافت کرتے ہین -

(۹۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی۔
بموجب دفعہ ۸۳ کے ی د = ۴ اور بموجب دفعہ ۶۰ کے اَد ۱۲۸ کا جذر ہی۔
اس سے معلوم ہوتا ہی کہ اد = ۱۱٫۳۱۴ تقریباً اسیواسطے اب = ۲۲٫۶۲۸ تقریباً پس قوس کا
وتر ۲۲٫۶۲۸ انچ تقریباً ہی۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔
دفعہ ۸۳ کی طرح یہاں ی د = ۱ ½ اور دفعہ ۶۰ کے موافق اَد جذر ۱۶ − ۱۶/۹ یعنی ۱۲۸/۹ کا جذر ہی۔
اسی واسطے اَد ۱۲۸ کی جذر کی ½ ہی اب اعشاریہ کے تین مرتبہ تک عمل کرنے سے اد = ۳٫۷۷۱
اور اسی واسطے اب = ۲٫۵۴۲ پس وتر قوس تقریباً ۵٫۴۲ فیٹ ہی۔

(۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو
اب یہاں اَد اور اَی معلوم ہیں دفعہ ۶۰ کے موافق ی د کو معلوم کرکے ی ف کو موافق دفعہ ۸۰ کے دریافت کرو

(۹۸) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہی پس
یہاں اد = ۲۴ اور اَی = ۲۶ پس دفعہ ۶۰ کے موافق ی د = ۱۰ حاصل ہوتا ہی
اب موافق دفعہ ۸۰ کے ی ف = $\frac{۲۶ \times ۲۶}{۱۰}$ = ۶۷٫۶
پس دائرہ کا قطر ۶۷٫۶ ہی

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ انچ ہی
یہاں اد = ۱۰ اور اَی = ۱۰٫۵ پس موافق دفعہ ۶۰ کے ی د ۱۰٫۲۵ کا جذر ہی اعشاریہ
کے چار مرتبہ نکالو تو ی د = ۳٫۲۰۱۵ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۸۰ کے
ی ف = $\frac{۱۰ \times ۱۰٫۵}{۳٫۲۰۱۵}$ اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ی ف = ۳۴٫۴۳۷ تقریباً
پس قطر دائرہ ۳۴٫۴۳۷ انچ تقریباً ہی

(۹۹) بطور مشق کی ہم مثلث متساوی الاضلاع اور بارہ ضلع کے کثیر الاضلاع منتظم کو دائرہ میں بنا کر انکی اضلاع



ایک دائرہ کھینچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر اب لو ب س اور
س د ... وغیرہ کھینچیں تو ایسے چھ وتر برابر دائرہ کے کل
محیط میں سمائینگے یا اوسکو یوں بیان کرو کہ اگر دائرہ کے
اندر مسدس بنائیں تو مسدس کا ضلع نصف قطر دائرہ کے برابر ہوگا
خطوط مستقیم ف ب اور ب د اور د ف کھینچیں تو مثلث متساوی الاضلاع بنجائیگا۔
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہی اور ف ب کا معلوم کرنا منظور ہی۔ یہ ایک مثال
دفعہ ۹۵ کی ہی۔
فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ک ہی ا کو کھینچو کہ ب ف کو نقطہ ل پر قطع کرے۔
ہمکو معلوم ہی کہ ا ل = ½ پس ب ل = ۳/۴ کا جذر ہی یعنی جذر ۳ کا ½ اور اسطے ب ف ۳ کا جذر ہی
اگر اعشاریہ کے سات مرتبہ تک عمل کرین تو ب ف = ۱٫۷۳۲۰۵۰۸ انچ حاصل ہوگا
اب پھر فرض کرو کہ ل م عمود ا ک پر ہی اور اوس عمود کو بڑہاکر محیط سے نقطہ م پر ملاؤ اور ا م وصل کرو
تو ا م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ مین بنائی جاے ا م کا حساب دفعہ ۹۳
کے موافق کرسکتے ہین۔
ا ل = ½ اور ا ا = ۱ پس ا ل = ½ جذر ۳ کے = ۰٫۸۶۶۰۲۵۴
اسی واسطے ل م = ۱٫۳۳۹۷۴۶ پس ا م = ۰٫۲۶۷۹۴۹۲ کا جذر یعنی ۰٫۵۱۷۶۴ تقریباً ہی۔
پس جو بارہ ضلعے کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاے اوسکا ضلع ۰٫۵۱۷۶۴ انچ تقریباً ہی۔

ساتوین فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع قوس ۱۵ انچ اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۶ انچ ہی قطر دریافت کرو۔
(۲) ارتفاع قوس ۲٫۲۸ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۱٫۵ فیٹ ہی قطر دریافت کرو۔
(۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی ارتفاع قوس دریافت کرو۔
(۴) ایک قوس کا نصف وتر ۶٫۴۳ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۲٫۶۵ فیٹ ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۵) قوس کا ارتفاع ۱ فیٹ ۳ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو
(۶) ارتفاع قوس ۳۱۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۸۷۶ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو
(۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔
(۸) قوس کا وتر ۱۶۷۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۲۰۹ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
(۹) وتر قوس ۱۵ انچ اور قطر دائرہ ۲۰ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
(۱۰) قوس کا وتر ۸۰ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
(۱۱) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اور قطر دائرہ ۸ فیٹ ۲ انچ وتر قوس دریافت کرو۔
(۱۲) نصف قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶ فیٹ وتر قوس دریافت کرو۔
(۱۳) قوس کا وتر ۱۲ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فیٹ ۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو۔
(۱۴) قوس کا وتر ۲۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۰ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

آٹھویں فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولوں کی نسبت دریافت کرنے کی اکثر ضرورت پڑتی ہی گو یہ نسبت بالکل صحیح صحیح نہ بیان ہو سکے مگر پھر بھی وہ ایسی صحت کے دریافت ہو سکتی ہی کہ مطالب عملی کی کارروائی مین کچھ خلل نہین عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہی محیط دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کو ۳ ۱/۷ یعنی $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو یا یون قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو تو حاصل محیط ہوگا

(۱۰۲) مثالین۔

(۱) قطر دائرہ ۸ فیٹ ۸ انچ ہی۔

۸ فیٹ ۸ انچ = ۵۶ انچ $\qquad \frac{22}{7} \times 56 = \frac{22 \times 8}{1} = 176$

پس محیط تقریبًا ۱۷۶ انچ ہی یعنی ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

(۲) دائرہ کا قطر ۴۲۵۶ فیٹ ہی۔

۴۲۵۶
۲۲
۸۵۱۲
۸۵۱۲
۹۴۲۶۳۲
۱۳۳۷۶

پس محیط دائرہ ۱۳۳۷۶ فیٹ ہی

(۱۰۳) دفعہ ۱ میں جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے محیط جتنا نکلنا چاہیئے اوس سے ذرا بڑا نکلتا ہی محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳ ۱/۷ گنے سے کم ہی لیکن ۳ ۱/۷ گنے سے بڑا ہی اکثر ۳ ۱/۷ مین ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہی۔

(۱۰۴) اگر ہم چاہین تو دفعہ ۱۰۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت مین اس طرح رکھہ سکتے ہین کہ ۷ کو ۲۲ سے وہ نسبت ہی جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہی۔

(۱۰۵) اور اس سے بھی زیادہ صحیح تناسب یہ ہی کہ ۱۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہی جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے اس قاعدے سے بھی محیط جتنا ہونا چاہیئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہی مگر یہ غلطی ایسی کم ہوتی ہی کہ اس حساب سے ۱۹ سو میل کے اندر ایک فیٹ سے بھی کم غلطی پڑتی ہی ایسے بڑے حساب مین ایسی چھوٹی غلطی کو کالعدم جانتے ہین۔

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت مین بدل لیتے ہین کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے وہ نسبت ہی جو ۱ کو نسبت ہی ۳۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ سے اس تناسب کا حساب ۶ مرتبہ کے اعشار تک کیا گیا ہی لیکن ان ہندسون مین سے جتنے ہم چاہین استعمال مین لا سکتے ہین اکثر ۳۱۴۱۶ سے ۳ کے استعمال کو صحت عملی کے لیئے کافی سمجھتے ہین اکثر کتب ریاضیہ مین اس عدد ۳۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ کو حرف π سے تعبیر کرتے ہین

(۱۰۷) اوپر کے بیان سے ظاہر ہی کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریافت کرنیکا قاعدہ اس طرح بیان ہو سکتا ہی کہ قطر کو ۳ ۱/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جو ابمین منظور نظر ہو تو قطر کو ۳۱۴۱۶ مین ضرب دو دوسرے قاعدے سے بھی محیط جتنا ہونا چاہیئے اوس سے کچھ زیادہ نکلتا ہی مگر غلطی اوسمین $\frac{1}{4000000}$ حصے محیط سے زیادہ تر نہوگی اس طرح سے غلطی ۵۰ میل مین ایک فٹ سے کم واقع ہوگی

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو تو اوسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہین کہ ۳٫۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت لون سب قاعدون مین ہی جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲٫۰ انچ ہی۔

۳٫۱۴۱۶
۴۲٫۰
۲۱ ۹۹۱۲
۶۲ ۸۳۲
۱۲۵ ۶۶۴
۱۳۴ ۱۴۶۳۲

پس محیط تقریباً ۱۳۴٫۱۴۶۳۲ انچ ہی

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہی

۳٫۱۴۱۶
۸۰۰۰
۲۵۱۳۲٫۸۰۰۰

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲٫۸ میل ہی

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیئے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پیایش کرے مثلاً ایک پیالے اور اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پھر بھی اوسکو دل مین یقین ہوجائیگا کہ محیط ۳½ گنا قطر سے تقریبا ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳½ پر تقسیم کرو یعنی $\frac{۲۲}{۷}$ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی۔

۵۰
۷
۲ | ۳۵۰
۱۱ | ۱۷۵
۱۵۹

پس قطر ۱۵۹ فیٹ تقریبًا ہی

(۲) محیط دار ۳۶۰ فیٹ ہی

۱۱۴۵۹) ۳۶۰۰۰۰۰ (۳۱۴۱۶
۳۱۴۱۶
۴۵۸۴۰
۳۱۴۱۶
۱۴۴۲۴۰
۱۲۵۶۶۴
۱۸۵۷۶۰
۱۵۷۰۸۰
۲۸۶۹۰۰
۲۸۲۷۴۴
۴۰۵۶ پس قطر ۱۱۴۵۹ فیٹ ہی

(۱۱۳) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہین حل کرینگے۔

(۱) ایک پہیہ ایک میل چلنے مین ۱۰۰۰ دفعہ چکر لگائے تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہی۔

یہان ۱۰۰۰ گنا محیط پہیہ کا برابر ۱۷۶۰ گز کے ہی پس محیط ۱۷۶ گز ہی۔

تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے قطر $\frac{۷}{۲۲}$ × ۱۷۶ گز یعنی ۵۶ × ۷ گز یعنی ۵۶ گز ہی۔

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰۰۰ میل ہی اور زمین آفتاب کے گرد ۳۶۵ دن مین ایک دائرہ مین حرکت کرتی ہی تو بتاؤ زمین ایک منٹ مین کتنے میل چلتی ہی

زمین جو دائرہ بناتی ہی اوسکا محیط ۲ × ۹۵۰۰۰۰۰۰ × ۳۱۴۱۶ میل یعنی قریب ۵۹۶۹۰۴۰۰۰ میل کے ہی اور ۳۶۵ $\frac{۱}{۴}$ دن مین ۵۲۵۹۶۰ منٹ ہین پس میلون کی تعداد کو منٹون کی تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵ میل تقریبًا حاصل ہونگے۔

آٹھوین فصل کی مثالین

(۱) محیط دائرہ کو ۳ $\frac{۱}{۲}$ گنا قطر سے فرض کرکے ان قطرون سے دائرون کے محیطونکو دریافت کرو۔

(۱) ۱۴ فیٹ (۲) ۸۶ گز افٹ۔
(۳) ۲۱۳ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) ۱ فرلانگ ۶۰ گز

محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ سے گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم قطرونسے دائرونکے محیط دریافت کرو۔

(۵) ۲۷ فیٹ (۶) ۶۱ گز ۲ فیٹ
(۷) ۵۵۵ گز افٹ ۶ انچ (۸) ۱ فرلانگ ۸۰ گز

محیط دائرہ کو ۳½ گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم محیطوں سے دائرونکے قطر دریافت کرو۔

(۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرلانگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ سے گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم محیطونکے دائرونکے قطر دریافت کرو

(۱۳) ۱ فٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز افٹ (۱۶) ۱ فرلانگ

(۱۷) فرض کرو کہ عطارد ۸۸ دن مین آفتاب کے گرد ایک دائرہ مین حرکت کرتا ہی جسکا نصف قطر ۳۷۰۰۰۰۰۰ میل ہی تو بتاؤ عطارد کتنے میل ایک سکنڈ مین چلتا ہی۔

(۱۸) گاڑی کے پہیہ کا قطر ۲۸ انچ ہی تو بتاؤ نصف میل چلنے مین کتنے چکر کریگا۔

(۱۹) ایک گول روش کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اوسکا محیط بیرونی ۶۰۰ فیٹ ہی اور محیط اندرونی ۴۸۰ فیٹ ہی اوسکا عرض دریافت کرو۔

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط مین فرق ۱۰ فیٹ ہی قطر دائرہ دریافت کرو

تیسرا باب رقبونکے بیان مین

نوین فصل مربع یا مسطح پیمانونکی جدول

(۱۱۴) رقبونکے پیمانون کی جدول جسکو اکثر مسطح یا مربع پیمانون کی جدول کہتے ہین یہان لکھنی آسانی مطالب کے لیے مناسب ہی

۱۴۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہی۔

اسلئے ۳۶۰ درجون مین چار قائمے پیدا ہوتے ہین - اور ایک درجہ ۶۰ دقیقون مین اور دقیقہ ۶۰ ثانیون مین تقسیم ہوتا ہے - دقیقہ اور منٹ کی ایک ہی معنی ہین اور ثانیہ اور سکنڈ ایک ہی چیز ہین -

(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً ر ر ر رموزہ مقرر کرلئے ہین +

مثلاً ۶ درجے ۲۳ دقیقے ۴۷ ثانیے لکھنے ہون تو اس طرح لکھینگے کہ ۶° ۲۳′ ۴۷″ .

(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو زاویہ محاذی کسی قوس کی واقع ہون اوسکے درجون کی تعداد معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو +

قاعدہ ۳۶۰ کو درجون کی تعداد معلوم سے وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو ہی قوس کے طول سے

(۱۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا محیط ۴۸ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر محاذی قوس کے ۵۴ درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۵۴ :: ۴۸ : طول مطلوب

$$\frac{۴۸ \times ۵۴}{۳۶۰} = \frac{۴ \times ۵۴}{۳۰} = \frac{۴ \times ۱۸}{۱۰} = ۷٫۲$$

پس قوس کا طول ۷٫۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے اور قوس کے محاذی زاویہ مرکز پر ایک درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : طول مطلوب

۳۶) ۲۵۰۰۰ (۶۹٫۴

۲۱۶

۳۴۰

۳۲۴

۱۶۰

۱۴۴

۱۶

قوس کا طول ۶۹٫۴ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہے جو زاویہ مرکز پر اوسکے محاذی واقع ہوا اوسکے درجون کی تعداد دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہے جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجون کی تعداد سے

(۱۲۰) مثالین

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد مطلوب درجات

$$\frac{۳۶۰ \times ۸}{۵۰} = \frac{۲۸۸}{۵} = ۵۷\frac{۳}{۵}$$

زاویہ $۵۷\frac{۳}{۵}$ درجون کا ہے

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۷۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۷۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{۳۶۰ \times ۷۵۰}{۲۵۰۰۰} = \frac{۳۶ \times ۷۵}{۲۵۰} = \frac{۳۶ \times ۳}{۱۰} = ۱۰۸$$

پس زاویہ ۱۰۸ درجہ کا ہے

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہین قوس کا طول دریافت کرد

قاعدہ وتر نصف قوس کے آٹھ گنے مین کل قوس کا وتر تفریق کرد اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرد یہ قاعدہ بالکل ٹھیک نہین اوسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہیئے اوسی کچھ کم دریافت ہوتا ہے اگر زاویہ مرکز پر قوس کے سامنے ۴ درجہ کا ہو تو غلطی بقدر $\frac{۱}{۲۰۰۰۰۰}$ طول قوس کے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہتا گھٹتا جائیگا غلطی بھی اوتنی بڑہتی گھٹتی جائیگی

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ ۹۴ کے نصف قوس کا وتر ۷۰۷۱۰۶۷۸ انچ ہے

۷۰۷۱۰۶۷۸

۸

۵۶۵۶۸۵۴۲۴

۱۴

۳ | ۴۲۵۶۸۵۴۲۴

۱۴۱۸۹۵۱۴۱

پس قوس کا طول ۱۴۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ انچ ہے اور نصف قطر دائرہ ۳۰ انچ ہے

بموجب دفعہ ۹۴ کے وتر نصف قوس کا ۲۹ ۱۶/۳۲ انچ ہے

$$\begin{array}{r} 29\ 16/32 \\ \hline 8 \\ \hline 233\ 48/56 \\ 58 \\ \hline 3)\ 175\ 48/56 \\ \hline 58\ 16/85 \end{array}$$

پس قوس کا طول ۵۸ ۱۶/۸۵ انچ ہے

(۱۲۳) دفعہ ۲۱ قاعدہ کے استعمال سے جس غلطی کا ہم نے بیان کیا ہے وہ جتنی قوس چھوٹی ہوگی اوتنی ہی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اسواسطے بعضی صورتون مین اس کی ضرورت ہوگی کہ بجاے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدہ کے اسطرح کرین کہ ایک چوتھائی قوس کی وتر کو آٹھ گنا کرکے اوسمین سے نصف قوس کا وتر تفریق کرین اور حاصل تفریق کو دو مین ضرب دین اور حاصل ضرب کو تین پر تقسیم کرین

(۱۲۴) دفعہ ۱۲۱ مین جو قاعدہ قوس کی طول دریافت کرنیکا لکھا ہے اوس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہے مگر اوسکو وہان برتنا چاہیے جہان زیادہ تر صحت منظور ہو

قاعدہ چوتھائی قوس کے وتر کو ۲۵۶ گنا کرو اور حاصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور نصف قوس کے وتر کو چالیس گنا کرکے تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدہ سے قوس کا طول جتنا ہونا چاہیے اوسسے ذرا زیادہ نکلتا ہے اگر دائرہ کے مرکز پر زاویہ ۴۵ درجہ کا ہو تو اوسکے سامنے کی قوس کے طول مین غلطی کم $\frac{1}{8000000}$ حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑھے گا اوتنی غلطی بڑی ہوگی اور جتنا زاویہ گھٹے گا اوتنی ہی غلطی گھٹیگی +

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے تو کل ۳۶۰ درجہ کے قطاع کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہے تو محیط دائرہ کا ۲ × ۳ ۱۴۱۶/۱۰۰۰ یعنی ۶ ۲۸۳۲/۱۰۰۰ ہے

۳۶۰ : ۶۰ :: ۶ ۲۸۳۲/۱۰۰۰ : طول قوس

پس قوس کا طول ۱۰۴۷۲ء۳ ہی اور دو نصف قطرون کا طول جو ۲۰ فیٹ ہی زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۳۰۴۷۲ء۳ فیٹ ہی۔

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

مثال گذشتہ کی نتیجہ کو استعمال مین لاؤ تو یہہ متناسب حاصل ہوگا

۳۰۴۷۲ء۳ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب

اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰ \text{ فیٹ}}{۳۰۴۷۲ء۳}$ = ۶ء۵۶۳۴ فیٹ تقریباً

فصل نہم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہی اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۲° ہے تو قوس کا طول دریافت کرو

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۹ فیٹ ۱ انچ ہی اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۱۰° ۴' ہی قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہے اور قوس کا طول ۵ انچ ہی تو زاویہ جو اوسکے سامنے مرکز پر ہو اوسی دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور قوس کا طول برابر نصف قطر کی ہی تو قوس کے سامنے جو زاویہ مرکز پر ہو اوسکو دریافت کرو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۶ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۹ انچ قوس کو دریافت کرو

(۶) قوس کا وتر ۵۶ انچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۹ انچ ہے قوس دریافت کرو

(۷) قوس کا وتر ۶ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہی قوس کو دریافت کرو

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے تو ۹۰° کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اوس قطعہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے

(۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۱۳۲° ۴' ۱۲" ہے اوسکے سامنے کے قوس کا طول دریافت کرو

تیسرا باب رقبونکے پیمانون کے بیان مین

نوین فصل مربع یا منطح پیمانون کی جدول

(۱۲۶) رقبونکے پیمانون کی جدول جسکو اکثر سطح یا مربع پیمانونکی جدول کہتے ہین یہان لکھنے آسانی مطالب کے لئے مناسب ہے +

۱۴۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے

۹ مربع فیٹ سے ایک مربع گز بنتا ہے

۳۰ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۷۲ ¼ مربع فیٹ یا یعنی ۳۰ ¼ مربع گز سے ایک مربع پول یا رڈ بنتا ہے

۱۶۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرلنگ بنتا ہے

۶۴۰ مربع فرلنگ کا ایک مربع میل ہوتا ہے

اس طرح جدول مرتب ہوتی ہے

مربع انچ	مربع فیٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلنگ	مربع میل
۱۴۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱			
۳۹۲۰۴	۲۷۲ ¼	۳۰ ¼	۱		
۶۲۷۲۶۴۰۰	۴۳۵۶۰۰	۴۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۴۰۱۴۴۸۹۶۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۶۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات بھی رقبونکے بتلانیمین کام آتے ہین کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکڑ بسوہ بیگہہ بسوانسی کچوانسی وغیرہا

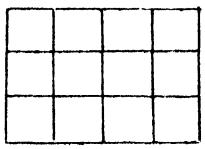
ایک مربع جریب مین ۲۲×۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہین ایک روڈ ۴۰ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز کا ہوتا ہے اور ایک ایکر ۴ روڈ کا ہوتا ہے یعنی ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکر ۱۰ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب مین ۱۰۰×۱۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتے ہین اسلئے ایک ایکر مین ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہین - ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگہہ کہلاتا ہے

ایک بیگہ مین ۲۰ بسوہ اور بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور بسوانسی مین ۲۰ کچوانسی ہوتے ہین

گیارہوین فصل سطح قائم الزایہ یعنے مستطیل

(۱۲۱) فرضکرو کہ ایک قائم الزاویہ ۴ انچ لنبی اور ۳ انچ چوڑی ہے ایک ایک انچ کے فاصلہ سے خطوط متوازی الاضلاع تک کھینچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلون مین منقسم ہوگی اور اونمین سے ہر ایک ایک مربع ہے جو ایک انچ لنبا اور ایک انچ چوڑا ہی



تو قائم الزاویہ مین ۱۲ مربع انچ ہین اور اوسکو اسطرح بیان کیا کرتے ہین کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہے

۱۲ کا اعداد ۴ اور ۳ کا حاصلضرب ہے جنسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہے +

(۱۲۲) اگر ایک قائم الزاویہ ۹ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کی طرح دکھلا سکتے ہین کہ اوسکا رقبہ ۴۵ گنا ۱ مربع انچ کا یعنی ۴۵ مربع انچ ہے اور اسیطرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لنبا اور ۷ انچ چوڑا ہو تو اوسکا رقبہ ۹ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنی ۶۳ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس +

(۱۲۳) اسیطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہو تو رقبہ اوسکا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلون مین منقسم ہوگی جنمین سے ہر ایک ایک فٹ لنبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لنبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا اور علی ہذا القیاس +

(۱۲۴) مبتدیون کو بڑی غور سے اس بات کو دیکھنا چاہئے کہ رقبے کسطرح ناپے جاتے ہین جتنی چیزین قابلیت مساحت کی رکھتی ہین اون سب مین ایک اصول مساحت بالعموم مستعمل ہوتا ہے مثلاً جب ہم طول ناپتے ہین تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹہراتے ہین خواہ وہ ایک انچ ہو خواہ ایک فٹ اور اس پیمانہ ہی سے اور طولون کا اندازہ بتلاتے ہین پس جب کہتے ہین کہ ایک خط کا طول ۷ انچ ہے تو اوس سے یہ مراد ہوتی ہی کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۷ گنا ہے اسیطرح جب ہم رقبے ناپتے ہین تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہین اوسی پیمانہ سے مقابلہ کرکے

اور رقبون کا اندازہ بتلاتے ہین - رقبونکے اندازہ بتلانے کے واسطے مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہین
اسمین بڑی آسانی ہوتی ہے اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع کڑی وغیرہ
(۱۲۲) کسی قائم الزاویہ کے رقبہ کے دریافت کرنیکے لئے ضرور ہے کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے
پیمانہ مین بیان کرین پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرینگے اونکا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریگا
اگر طول اور عرض دونو انچون مین تعبیر ہون تو رقبہ مربع انچ مربعون مین بیان ہوگا اور اگر طول اور
عرض دونو فٹون مین تعبیر ہون تو رقبہ مربع فٹون مین تعبیر ہوگا اور علی ہذا القیاس .

(۱۲۳) اب طالب علم کی سمجھہ مین آگیا ہوگا کہ شکلونکے رقبونکا کس طرح حساب کرتے ہین اور
قاعدون کو کس طرح صحت کے ساتھہ استعمال مین لاتے ہین - قواعد کو اختصار کے ساتھہ ہم
بیان کرینگے اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھہ گیا ہوگا تو اوسکو اُنکے سمجھنے مین دقت نہین واقع ہوگی

(۱۲۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا -
بعض اوقات عرض اور طول کی جگہہ قاعدہ اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہین کہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۱۲۵) مثالین

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$۴۰ \times ۳۰ = ۱۲۰۰$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۴ انچ = $۳\frac{۱}{۳}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = $۲\frac{۱}{۲}$ فیٹ

$۳\frac{۱}{۳} \times ۲\frac{۱}{۲} = \frac{۱۰}{۳} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۲۵}{۳} = ۸\frac{۱}{۳}$

پس رقبہ $۸\frac{۱}{۳}$ مربع فٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۲۰ گز ہے

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳۱۴۱۶ر۳ مین ضرب دو تو اوسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہین کہ ۳۱۴۱۶ر۳ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت لون سب قاعدون مین ہی جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲ر۷ انچ ہی۔

۳۱۴۱۶ر۳

۴۲ر۷

۲۱۹۹۱۲

۶۲۸۳۲

۱۲۵۶۶۴

۱۳۴۱۴۶۳۲

پس محیط تقریباً ۱۳۴۱۴۶۳۲ر۱۳۴ انچ ہی

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہی

۳۱۴۱۶ر۳

۸۰۰۰

۲۵۱۳۲ر۸۰۰۰

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲ر۸ میل ہی

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیئے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پیایش کرے مثلاً ایک پیالے اور اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پھر بھی اوسکو دل مین یقین ہوجائیگا کہ محیط ۳½ گنا قطر سے تقریبا ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳½ پر تقسیم کرو یعنی $\frac{22}{7}$ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ر۳ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی۔

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ ہوتا ہی مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جسکا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اسیواسطے بموجب قضیہ ۴۸ کے ایک مربع فٹ ۱۲ × ۱۲ مربع انچ یعنے ۱۴۴ مربع انچ ہے +

(۱۴۰) اگر ہمکو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول اس طرح دریافت کرسکتے ہین کہ جو عدد رقبہ کو تعبیر کرتا ہوا وسکا جذر نکالین مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہے اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہان جذر پورا نہین نکل سکتا ہے اسلئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہین دریافت ہوسکتا ہے اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۱۲،۲۴۴ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا +

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فٹ اور فٹ مربع مین تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فیٹ سے مراد اوس رقبہ سے ہے جو تین ایسی حصون مین منقسم ہوتا ہے کہ ہر ایک اونمین ایک مربع فیٹ ہے اور ۳ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع طول مین ۳ فیٹ ہی اور اوس شکل مین ۹ مربع فیٹ ہین اور اسیطرح ۴ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع ۴ فیٹ طول مین ہے پس اوس مربع مین ۱۶ مربع فیٹ ہین +

(۱۴۲) اب چند مثالین مشق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہین

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین ۳۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہین کمرہ کا طول ۱۸½ فیٹ ہی۔

اور عرض ۱۵¼ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ $\frac{37}{2} \times \frac{245}{4}$ مربع فیٹ ہی یعنی $\frac{16765}{8}$ مربع فیٹ ہی اور فرش کا عرض ۲½ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ فرش کا طول $\frac{16756}{8}$ کو ۲½ پر تقسیم کرنیسے حاصل ہوگا یعنے $\frac{16756}{8} \times \frac{2}{5}$ فیٹ یعنی $\frac{3353}{4}$ فیٹ اب آگے علم حساب کا کام ہے کہ ایک گز کی قیمت ۶ آنہ ہے تو قیمت $\frac{3353}{4}$ فیٹ کی کیا ہوگی ماحصل $\frac{1}{3} \times \frac{3353}{4} \times 6$ آنہ

یعنی ۳۳۳/۳ آنہ یعنی ۶۶ ۲/۳ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ آنہ ۲/۳ پائی ہے

کچھ اِن باتوں کے بیان کرنیکی ضرورت نہین معلوم ہوتی کہ حساب سے جو فرش نکلا ہی اوس سے زیادہ فرش کمرہ مین لگیگا اسلئے کہ فرش کے ٹکڑے جب جوڑے جائینگے تو کچھ فرش کا ٹکڑا جوڑنے مین یا سیون مین ضایع جائیگا

(۲) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے اور ۱۰ فیٹ بلند ہے تو چارون دیوارون کا رقبہ دریافت کرو۔

اب دو دیوارون مین سے ہر ایک دیوار مین ۳۷/۲ × ۱۰ مربع فیٹ ہین اور دو دیوارین اور ہین اونمین سے ہر ایک کا رقبہ ۴۵/۴ × ۱۰ مربع فیٹ ہی اسلئے کل رقبہ برابر اوس قائم الزاویہ کے رقبہ کے ہی جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور قاعدہ ۳۷۵ + ۴۵/۲ فیٹ ہی پس کل رقبہ ۱۱۹/۲ × ۱۰ فیٹ ہے

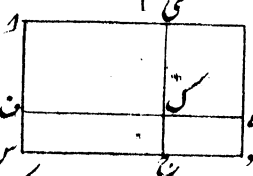
یعنی ۵۹۵ مربع فیٹ

(۳) ایک قطعہ زمین قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسپر گہاس لگی ہوتی ہی اور وہ ۱۶۰ فیٹ لنبا اور ۱۰۸ فیٹ چوڑا ہی ایک سڑک بجری کی ۴ فیٹ چوڑی گرد گھاس کے بنی ہوئی ہے تو اس سڑک کا رقبہ دریافت کرو

طول ۱۶۰ فیٹ اور عرض ۱۰۸ فیٹ اوس قائم الزاویہ کا ہے جسمین سڑک بھی داخل ہے

اسواسطے رقبہ اس قائم الزاویہ کا ۱۱۸ × ۱۰۸ مربع فیٹ یعنی ۱۸۱۴۴ مربع فیٹ اور رقبہ قطعہ گہاس کا ۱۶۰ × ۱۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ ہی اور رقبہ سڑک کا ۱۸۱۴۴ - ۱۶۰۰۰ مربع یعنی ۲۱۴۴ مربع فیٹ ہی۔

(۴) ایک قائم الزاویہ چار حصون مین دو خطوط متوازی سے تقسیم ہوئی ہی اور یہ خطوط متوازی اضلاع کے فاصلہ معلوم سے کھینچے گئے ہین تو ان چارون قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو



فرض کرو کہ اب س د قائم الزاویہ ہی

اور اب ۱۶ انچ اور اس ۹ انچ

اور ای ۱۰ انچ اور اف ۷ انچ ہے

نقطہ ی سے اس کا متوازی ی ک ح اور نقطہ ف سے اب کا متوازی ف ک ہ کھینچا گیا ہی

تو ی ب = ۶ انچ اور ف س = ۲ انچ

ا ی ک ف کا رقبہ = ۱۰ × ۷ یعنی ۷۰ مربع انچ کی

ی ہ ب ک کا رقبہ = ۶ × ۷ یعنی ۴۲ مربع انچ کے

ف ک ح س کا رقبہ = ۱۰ × ۲ یعنی ۲۰ مربع انچ کے

ک ہ ح د کا رقبہ = ۶ × ۲ یعنی ۱۲ مربع انچ کے

ان چارون رقبون کا مجموعہ ۱۴۴ مربع انچ ہے اور وہ برابر ہے ۱۶ × ۹ مربع انچ کے

اگر یہ مثال نہایت آسان ہے مگر اوس سے علم حساب کے ایک بڑے مسئلہ کا ثبوت آنکھونکے سامنے دکھائی دیتا ہے

۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب دیا گیا ۷ اور ۲ کے مجموعہ مین برابر ہے ۱۰ × ۷ اور ۶ × ۷ اور ۱۰ × ۲ اور ۶ × ۲ کے مجموعہ کے

(۵) ایک قائم الزاویہ ۵/۸ انچ لمبی اور ۳/۴ انچ چوڑی ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ دفعہ ۳۴ کے رقبہ ۵/۸ × ۳/۴ مربع انچ ہے یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ کے

لیکن دفعہ ۱۲۸ کے قاعدہ کا اثبات اوس صورت مین ہے کہ اعداد صحیح ہون اسلئے اس بات کا ثابت کرنا

ضرور ہوا کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہے کہ طول اور عرض کسر ہین ہون

کسرونکا نسب نما متحد کیا تو ۳۵/۵۶ انچ اور ۲۴/۵۶ انچ ہوئی اب فرضکرو کہ ایک انچ کا ۱/۵۶ حصہ طول کا پیمانہ واحد ہے

قائم الزاویہ کے طول مین ۳۵ اور عرض مین ۲۴ ایسی پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا

اور ایسیواسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵ × ۲۴ مربع اس پیمانہ واحد کے ہونگے اور ایک انچ مربع مین اس پیمانہ واحد کے

۵۶ × ۵۶ مربع ہین اسلئے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵ × ۲۴ / ۵۶ × ۵۶ مربع انچ

یعنی ۳ × ۵ / ۷ × ۸ مربع انچ یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ ہے

گیارہوین فصل کی مثالین

مربعون کے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزون مین دریافت کرو

(۱) ۱۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۷ ½ گز (۴) ۳۰ ¼ گز

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گزون اور مربع فٹون مین دریافت کرو

(۵) ۱۰ گز ۲ فیٹ (۶) ۱۲ گز ۱ فٹ

(۷) ۱۸ گز ۲ فیٹ (۸) ۲۰ گز ۱ فٹ

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزون مربع فٹون مربع انچون مین دریافت کرو

(۹) ۳ گز ۲ فیٹ ۴ انچ (۱۰) ۵ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۱۱) ۸ گز ۱ فٹ ۹ انچ (۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

مربعون کے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ اور پول مربعون مین دریافت کرو

(۱۳) ۴ جریب ۵۰ کڑی (۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۵) ۱۲ جریب ۴۵ کڑی (۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعون کے قطر بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱۷) ۲۵۵ فیٹ (۱۸) ۸۸ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی (۲۰) ۱۸ جریب ۳۶ کڑی

مربعون کے رقبے بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اضلاع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز (۲۲) ۲۲۵۷ مربع گز

(۲۳) ۲۵۲۹۷ مربع گز (۲۴) $\frac{1}{16}$ مربع میل

(۲۵) ۱۶۰ ایکر (۲۶) ۲ $\frac{1}{2}$ ایکر

(۲۷) ۶۴۰۶۴۰۱۶ مربع فیٹ (۲۸) ۳ ایکر ۱ روڈ ۳۱ پول ۵ $\frac{3}{4}$ مربع گز

ان مربعونکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اضلاع کے طول کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ مربع فیٹ (۳۰) ۲۸۷ مربع فیٹ

(۳۱) ۴۷۸ مربع گز ۱ مربع فٹ (۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فیٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکر (۳۴) ۲ $\frac{3}{4}$ ایکر

(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۱ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو +

(۳۶) شطرنج کی بساط ۱۰ انچ مربع انچ ہے اور اوسکے ہر طرف آٹھ آٹھ خانے مربع کی صورت کے بنے ہوئے ہین تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے +

قائم الزاویون کے طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے فٹ مربعون مین دریافت کرو

(۳۷) ۱۴ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۱۸

(۳۹) ۱۵½ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸¼ سے ۲۰½

قائم الزاویون کے طول وعرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز اور فٹون مین دریافت کرو

(۴۱) ۵ گز ۲ فیٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سے ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فیٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

قائم الزاویون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز فٹ انچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۹ انچ سے ۸ گز ۲ فیٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۱۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۳۶ کڑی

(۵۲) ۱۰ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۲ جریب ۴۰ کڑی

رقبے اور طول قائم الزاویون کی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے عرض دریافت کرو

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فیٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکر طول ۱۱۰ گز

(۵۵) رقبہ ایک مربع میل طول ۱ میل

(۵۶) رقبہ ۱۰۰۰ ایکر طول ۲½ میل

(۵۷) رقبہ ۲⅝ ایکر طول ۱۱۵½ میل

(۵۸) رقبہ ۱¼ ایکر طول ۳۲ جریب

(۵۹) رقبہ ۷ ایکر ۱ روڈ ۵ پول طول ۴۵۳ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۶۰) ایک تختہ ۱۸ انچ چوڑا ہو اوسکا کیا طول رکھین کہ وہ مساحت مین ایک مربع گز ہو

(۶۱) ایک قائم الزاویہ ۹ انچ سے ۱۸ انچ ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کونسی اعشاریہ مربع گز کی ہے

(۶۲) قائم الزاویہ ۱۲۱ گز لمبی اور ۴۵ گز چوڑی ہے اوسکا رقبہ کو ایکر کی کسر مین بیان کرو

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازار ہے اگر بازار کے ایک طرف ۴۴½ فیٹ چوڑا فرش بنائین تو تو بتاؤ وہ کتنے مربع گز ہوگا

(۶۴) ایک کہیت مستطیل کی شکل کا ہے اور اوسمین سے زمین کاٹ کر ایک مستطیل کی شکل کا باغ ایسا بنا ہے کہ اوسمین پون ایکر زمین آتی ہے اور اوسکا ایک ضلع تو کہیت ہی کا ضلع ہے اور اوسکا طول ۲½ جریب ہے دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۵۸ فیٹ ہے اور ایک ضلع ۴۲ فیٹ ہے رقبہ دریافت کرو

(۶۶) چار مربعون کے ضلعے جدا جدا ۱ اور ۲ اور ۳ اور ۴ فیٹ ہین ان چارون مربعون کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۶۷) اضلاع مربعون کی جدا جدا ۵ اور ۶ اور ۷ فیٹ ہین اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان تین مربعون کے برابر ہو

(۶۸) مکان مین شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ ۳ انچ کا لگا ہوا ہے اور اوسمین شیشے پر کالے ۴ انچ سے ۹ انچ کے لگے ہوئے ہین تو اونکے تعداد بتاؤ کیا ہے

(۶۹) ایک مکان ۵۰ × ۲۰ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین چوکی ۳ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۲ فیٹ ۳ انچ چوڑی کتنی لگینگی

(۷۰) ۱۶ انچ لنبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی ۲۴ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی چھت مین لگینگی +

(۷۱) ایک جگہ ۱۸ فیٹ لنبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہے اوسمین ۹ انچ لنبی اور ۴½ چوڑی اینٹین کتنی بچھینگی +

(۷۲) کاٹھ کا فرش ۲۴ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ لنبے اور ۱۰ انچ چوڑے تختے کتنے بچھینگے +

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا ہے اوسکے فرش مین ۱۲ فیٹ ۶ انچ لنبے اور ۹½ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے

(۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لنبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہے اگر ایک آدمی ۲۰ انچ لنبی ۱۸ انچ چوڑی جگہہ گھیرے تو اوس مکان مین کتنے آدمی کھڑے ہونگے

(۷۵) ۵۰۴ صفین آدمیون کی کھڑی ہوئی ہین اور ہر ایک صف مین ۱۴ آدمی ہے اگر یہ آدمی ایک بھرے ہوئے مربع کی صورت مین کھڑے ہوتے تو بتاؤ ایک ضلع مین کتنے آدمی ہوتے

(۷۶) اگر ایک گیہون کا درخت نو مربع انچ جگہہ گھیرے تو ایک ایکر مین کتنے گیہون کے درخت لگینگے +

(۷۷) ایک جنگل آدہ میل لنبا اور چوتہائی میل چوڑا ہے اور ایک مربع حریب مین ۴ درخت ہین تو بتاؤ اوس جنگل مین کتنے درخت ہونگے

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہے اور ۴۰۰ میل لنبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اوسمین ..... ۲ باشندی بستے ہین تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایکر مین بستا ہے

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے وسط مین فرش مخمل کا ۲۱ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہے تو بتاؤ باقی جگہہ کے فرش مین ۲۷ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہے اور مربع کے باہر چارون طرف ۱۰ گز چوڑا رستہ بنا ہوا ہے تو اوسکا رقبہ کتنا ہے

(۸۱) ۴ انچ لنبی ۱۰ انچ چوڑے پتھر کتنے اوس رستہ کے فرش مین لگینگے

(۸۲) ایک قائم الزاویہ صحن ۳۰۴ فیٹ لنبا ۲۶ فیٹ چوڑا ہے ایک رستہ ۴ فیٹ ۶ انچ گرد اس صحن کے

اوسے باہر رہنا ہوا ہے تو بتاؤ ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی اینٹین اوس سنہ کے فرش مین کتنی بچھینگی +

(۸۲) ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی اینٹین ۲۹۰ ایک خاص صحن مین بچھی ہین تو بتاؤ کتنے گہرے ۶ انچ مربع کے اوس رستہ کے نوین حصہ مین بچھینگے +

(۸۳) اگر مثل کے اضلاع ایک مستطیل کے ۹ اور ۱۶ ہون اور دوسرے مستطیل کے اضلاع مثل ۶ اور ۲۴ ہون اور اونمین سے ہر ایک مین برابر مربعے بنائین تو اونکے ضلعونکی نسبت آپسمین بتلاؤ کہ کیا ہوگی +

(۸۴) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ لمبا ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہے اوسکی دیوارون پر ۲۲ انچ عرض کا کاغذ کتنا لمبا لگے گا +

(۸۵) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۰ انچ لمبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہے تو بتاؤ کتنے مربع فیٹ کاغذ اوسکے دیوارون کے منڈھنے مین صرف ہوگا +

(۸۶) ایک مستطیل ۴۸ فیٹ سی ۲۸ فیٹ ہے تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ اضلاع برابر اوس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو +

(۸۷) ایک مستطیل مین ۱۳۲۳ مربع فیٹ ہین اور طول اوسکا بہ نسبت عرض کے سہ چند ہے تو اوسکے ضلعے دریافت کرو

(۸۸) سات کاغذ کے تختون کا وزن ۲½ تولہ ہے اور تختہ ۹ انچ سے ۶⅔ انچ ہے تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۸ انچ سے ۱۱ انچ ہو +

(۸۹) مثال دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہون تو مربع کا رقبہ بڑے مستطیل کے رقبہ سے ہوگا +

(۹۰) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع برابر ہون تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کے زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے اضلاع کے تفاوت کے ہو +

(۹۱) ایک کھیت ۵ جریب ۱۰ گٹھہ طول مین اور ۴ جریب ۱۰ گٹھہ عرض مین ہے اوسکا لگان بشرح ایک روپیہ ۱۳ ارفی بیگھہ کے دریافت کرو +

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۳۵۰ گز لنبا اور ۲۸۰ گز چوڑا ہی اوسکا لگان بشرح ۴ پونڈ ۱۰ شلنگ فی ایکر کو دیافت کرو

(۹۳) ایک صحن مستطیل ۱۰ فیٹ ۶ انچ سی ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۴ مربع فیٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۴) اگر ۹ مربع فیٹ مین بجری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک صحن مین جسکا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنے مین کیا لاگت لگیگی

(۹۵) ایک قطعہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکے فرش مین ۶ پائی مربع گز کے حساب سے کیا صرف ہوگا

(۹۶) ایک بازار کا طول ۱ فرلنگ ۹۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عرض ۲۲ گز ۸ انچ ہے تو ۱/۲ ۸ آنہ گز کے حساب سے اوسکے فرش مین کیا لاگت لگیگی +

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۹۶ فیٹ طول مین اور ۴۸ فیٹ عرض مین ہے اور اوسمین چار قائم الزاویہ قطعے گھاس کے بنے ہوتے ہین اور ہر ایک قطعہ ۲۲ ½ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہے تو بتاؤ باقی زمین کے فرش مین ۸ ½ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۸۵ گز طول مین اور ۵۶ گز عرض مین ہے اور اوسکے اندر چارون طرف یکسان عرض کی سڑک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہے تو ۲ پائی مربع گز کے حساب سے اوس سڑک کے درست کرنے مین کیا لاگت لگیگی +

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جسکے فرش بنانے مین ۳ ۹ پائی فی مربع گز کے حساب سے ۴۸ روپیہ ۲ ۵ پائی صرف ہوئے تو بتاؤ اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے +

(۱۰۰) ۲ ¾ پائی گز کے حساب سے ایک مربع باغ کے گرد مینڈ بنوانے مین ۲۰ روپیہ ۳ ۲ ¾ پائی صرف ہوئے تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو +

(۱۰۱) ایک مربع کھیت کا لگان ۳۳ روپیہ ہی اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۶ ۹ پائی فی ایکر ہے اگر اس کھیت کے گرد جھاڑی رکھین اور اوسمین ۹ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی

جن کمرون کے طول اور عرض بتفصیل ذیل ہون تو بتاؤ اونکے فرش کیواسطے کتنے گز کپڑے کی ضرورت ہوگی

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا اگز عرض

(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا اگز عرض کا

(۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۵) ۱۷ فیٹ ۳ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۶) ۲۹ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

(۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

کمرون کا طول اور عرض اور کپڑے کی قیمت معلوم ہے اونکے فرش کی قیمت نیچے کی مثالون مین دریافت کرو

(۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۶ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑے کی ۱ر۶ پائی مربع فٹ

(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ چھت کی قیمت ۱۳ر۶ پائی مربع گز

(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑے کی قیمت ۲ر۹ پائی مربع گز

فرش کی قیمت ان کمرونمین دریافت کرو طول عرض کمرونکا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے

(۱۱۱) ۳۴ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر۶ پائی گز

(۱۱۲) ۱۰ فیٹ ۹ انچ سے ۷ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر۹ پائی گز

(۱۱۳) ۱۰ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑیکا عرض اگز ۱ انچ اور کپڑے کی قیمت ۶ر گز

(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر گز

(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۴ر گز

(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر۴½ پائی گز

(۱۱۷) ۱۷ فیٹ ۶ انچ سے ۱۷ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ ۴ انچ ۳ر۹ پائی قیمت

(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لمبے فرش مین ۵ مربع گز کا فرش روپیہ ۱۳ر کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑیکا عرض کیا ہے

(۱۱۹) ایک کمرے کے وسط مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۶ فیٹ ۹ انچ لمبا فرش کیا ہوا ہے تو بتاؤ یہہ کتنا فرش ہے اور ۲۷ انچ عرض کا کپڑا ۱ر۶ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا اوسمین صرف ہوگا

اور اگر فرش کے کنارے اور دیوارونکے درمیان سب جگہہ ۲½ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہیگی

(۱۲۰) ایک کمرہ ۴۳ فیٹ لنبا ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو اوسکی دیوارونمین ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا

(۱۲۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۶ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ہی اور کاغذ پون گز عرض کا ہی تو بتاؤ اوسکی دیوارون مین کتنا کاغذ صرف ہوگا

(۱۲۲) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو دیوارون پر کاغذ لگانیکا صرف ۱۰ پائی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۱ فٹ ۱۱ انچ لنبا اور ۶ گز ۶ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہی اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہی اور ۴ پائی گز کا کاغذ ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین کاغذ منڈھنے مین کیا صرف ہوگا

(۱۲۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۵ فیٹ چوڑا ۱۱ فیٹ بلند ہی ایک مربع گز کی سفیدی پہرانے مین ۲ پائی صرف ہوتے ہین اور ایک آتش دان ۴ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۳ فیٹ عرض مین ہی اور ایک دروازہ ۷ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض مین ہی اور دو کھڑکیان ۴ فیٹ ۶ انچ سی ۵ فیٹ ہین تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانیمین کیا صرف ہوگا

بارہوین فصل متوازی الاضلاع

(۱۲۵) دفعہ ۲۸ مین ہم نے ثابت کیا ہی کہ متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ ہوتی ہی جسکا قاعدہ اور ارتفاع

(۱۲۶) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ کا ہوگا

(۱۲۷) مثالین

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہی

۵ × ۳ = ۱۵ پس رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہی

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۴۵ انچ و ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵ × ۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ۳/۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲ ۱/۴ فیٹ

۳ ۳/۴ × ۲ ۱/۴ = ۱۵/۴ × ۹/۴ = ۱۳۵/۱۶ = ۸ ۷/۱۶ پس رقبہ ۸ ۷/۱۶ مربع فیٹ ہے

(۱۴۶) اگر ہمکو متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو امتداد ارتفاع اور قاعدہ مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ ۱۳۶ کے معلوم ہو سکتا ہے

(۱۴۷) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین +

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

۱۸۰/۱۵ = ۱۲ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی +

(۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلعے ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس مربع کے رقبہ سے دوتہائی ہے جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعے کے ہی تو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۶ + ۳۲ فیٹ یعنی ۴۸ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ اوس مربع کا ضلع جسکا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہے ۱۲ فیٹ ہی اسواسطے مربع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ کے ۲/۳ یعنی ۹۶ مربع فیٹ کے برابر ہے اب اگر ہم اوس ضلع کو جو ۱۶ فیٹ طول مین ہے قاعدہ بنائین تو ارتفاع ۹۶/۱۶ یعنی ۱۲ فیٹ ہوگا اور ۸ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنائین تو ۹۶/۸ یعنی ۱۲ فیٹ ارتفاع ہوگا

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۱۸ فیٹ ہی اور اوسکا ایک قطر بھی ۱۸ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

اس قطر کے کھینچنے سے معین دو مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہوگیا اور بموجب دفعہ ۶۸ کے ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۱۸ × ۸۶۶ فیٹ ہی اور یہ ارتفاع برابر معین کے ارتفاع کے بھی ہے پس معین کا رقبہ مربع فٹون مین ۱۸ × ۱۸ × ۸۶۶ یعنی ۲۸۰ ۶ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

گیارہوین فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعون کے رقبے دریافت کرو اونکے قاعدے اور ارتفاع یہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۵ گز ۲ فیٹ ارتفاع ۱۱ گز ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز ۲ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۱۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۶ کڑی ارتفاع ۹ جریب ۴۸ کڑی

متوازی الاضلاعون کے مربعون اور قاعدے بتفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ قاعدہ ۵ گز (۶) رقبہ ۳ ½ ایکر قاعدہ ۴۴۰ گز

(۷) رقبہ ۳۹ مربع فیٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۳ مربع فیٹ ۳۳ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱ فٹ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کے متصل ضلع ۳ فیٹ ہے تو مقابل کے ضلع کی کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو اوسکا طول دریافت کرو +

(۱۰) متوازی الاضلاع کے متصل کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ نصف اوس مربع کے مجموعہ جسکا ضلع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے ہو تو مقابل کے اضلاع کے درمیان فاصلہ عمود کو دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۲۴ فیٹ ہو اور اوسکا قطر ۲۴ فیٹ ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۳۲ فیٹ ہو اور ہر ایک اویہ کلان دو چند ہر ایک اویہ خورد سے ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

بارہوین فصل مثلث کے بیان مین

(۱۴۸) دفعہ ۲۹ مین ہم نے ثابت کیا ہے کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کی دلیل ہے +

(۱۴۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا

یہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ مین ضرب دین یا قاعدہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کا نصف لین سب صورتون مین نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا

(۱۵۰) مثالین

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ گز = ۹ فیٹ ۴ فیٹ ۶ انچ = ۴½ فیٹ

۹ × ½ ۴ = ۹/۲ × ۹ = ۸۱/۲ اور ۸۱/۲ کا ½ = ۸۱/۴ = ۲۰¼

پس مثلث کا رقبہ ۲۰¼ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۶ فیٹ ہے

۳۶ کا نصف ۱۸ ہے ۱۸ × ۴۵ = ۸۱۰ پس رقبہ ۸۱۰ مربع فیٹ ہے

(۱۵۱) اگر ہمکو مثلث کا رقبہ اور اوسکی دو امتداد مین سے ایک امتداد یعنے قاعدہ اور ارتفاع مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہوسکتا ہے اسواسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دو چند کرین اور اوسکو ارتفاع کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دو چند رقبہ کے عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۳۹) مثلث کے تین ضلعے معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ تینون ضلعون کے نصف مجموعہ مین سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور تینون باقیون اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپسمین ضرب دو حاصل ضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا

(۱۴۰) مثالین

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہین

۲ فیٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

۲۶ + ۲۸ + ۳۰ = ۸۴ اور ۸۴ کا ½ = ۴۲

۴۲ - ۲۶ = ۱۶ اور ۴۲ - ۲۸ = ۱۴ اور ۴۲ - ۳۰ = ۱۲

۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ = ۱۱۲۸۹۶ پس ۱۱۲۸۹۶ کا جذر ۳۳۶ ہے

پس رقبہ ۳۳۶ مربع انچ ہے

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ فیٹ ہین

۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۷۵ اور ۷۵ کا ½ = ۳۷٫۵

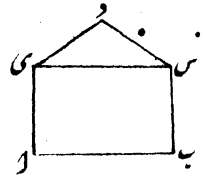
۳۷٫۵ - ۲۴ = ۱۳٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۵ = ۱۲٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۶ = ۱۱٫۵

۳۷٫۵ × ۱۳٫۵ × ۱۲٫۵ × ۱۱٫۵ = ۷۷۴۳۷۵ اور

۷۷۴۳۷۵ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۲۷۷٫۶۶۹ حاصل ہونگے پس رقبہ ۲۷۷٫۶۶۹ مربع فیٹ کے قریب قریب ہے

(۱۴۱) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) ایک مدرسہ کی چھت سلامی کی بنی ہوئی ہے اوسکا عرض ۲۴ فیٹ ہے اور دیوارین اوسکی زمین سے ۳۰ فیٹ بلند ہین اور چھت کی گگر کا فاصلہ اولتی سے ۱۰ فیٹ ہے تو اوس مدرسہ کا رقبہ بتلاؤ



یہ شکل مستطیل اور مثلث سے مرکب ہے اور ب یا ی س عرض ہے اور دیوار کی بلندی یعنی د ی یا ب س ۳۰ فیٹ ہے اور اولتی سے چھت کا عمودی فاصلہ وہ عمود ہے جو نقطہ د سے ی س پر نکالا جاے چھت کی سب سے بلند حصے کو گگر کہتے ہین اسلئے د گگر پر ہے اور مثلث ی د س کو سلامی کی چھت کہتے ہین اور جہان چھت دیوار سے ملی ہے اوسے اولتی کہتے ہین اب یہان مستطیل ا ب س ی کا رقبہ ۲۴ × ۳۰ مربع فیٹ یعنے ۷۲۰ مربع فیٹ ہین اور مثلث کا رقبہ ۲۴ × ۵ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہے پس کل رقبہ ۸۴۰ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ایک فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

نصف مجموعہ اضلاع = ۳/۲ اور ۳/۲ - ۱ = ½

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ اسواسطے رقبہ بین تعداد مربع فیٹون کی $\frac{3}{16}$ کا جذر ہے یعنے ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو اس طرح بھی حاصل کرسکتے ہین کہ دفعہ ۶۵ مین ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع نصف جذر ۳ کا ہے اسواسطے بموجب دفعہ ۱۴۹ کے رقبہ مثلث کا ۳ کے جذر کے ایک چوتھائی ہے پس قیمتاً ۴۳۳ مربع فیٹ ہوا اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک

۴۳۳۰۱۲۷ مربع فیٹ رقبہ ہوگا +

(۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہین جو عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالین اوسکا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عمود سے ہون اونکا بھی طول دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۴۹ کے مثلث کا رقبہ ۶۰ مربع فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۵۰ کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۱۵۱ کے عمود $\frac{120}{17}$ فیٹ یعنی ۷$\frac{1}{17}$ فیٹ ہے

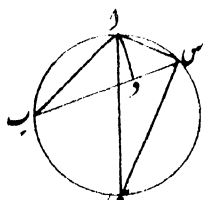
بموجب دفعہ ۱۵۰ کے عمود سے جو دو حصے ہونگے اونمین سے چھوٹا حصہ

$8 \times 8 - \frac{120}{17} \times \frac{120}{17}$ کا جذر یعنے ۶۴ - $\frac{144\,00}{289}$ کا جذر یعنے

$\frac{4096}{289}$ کا جذر یعنے $\frac{64}{17}$ اسیواسطے دوسرا حصہ ۱۷ - $\frac{64}{17}$ یعنے $\frac{225}{17}$ ہے

(۴) مثلث کے اضلاع معلوم ہین جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جاے اوسکا قطر دریافت کرو

جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہین اوس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہے اور یہہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے



فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ای اوس دائرہ کا قطر ہے جو مثلث ا ب س پر بنایا جائے اور قاعدہ ب س پر اد عمود ملاؤ س ی

بموجب دفعہ ۳۳ کے زاویہ اس ی قائمہ ہے پس اسلئے وہ زاویہ ا د ب کی برابر ہے اور

بموجب دفعہ ۲۳ کے زاویہ ای س برابر ہے زاویہ اب د کے اسیواسطے بموجب دفعہ ۲۳ کے ب د ہوا زاویہ ی د س کے

اسیواسطے بموجب دفعہ ۲۴ کے مثلث اب د اور ای س متشابہ ہین پس اب کو د سے وہ نسبت ہے جو ای کو ہے اس سے اور اسیواسطے اب × اس = ا د × ای

$$\text{پس ای} = \frac{\text{اب} \times \text{اس}}{\text{ا د}} = \frac{\text{اب} \times \text{اس} \times \text{ب س}}{\text{ا د} \times \text{ب س}}$$

پس اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ مثلث کے اوپر جو دائرہ بنایا جائے اوسکا قطر برابر ہے اوس خارج قسمت کے جو تینون اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کے دوچند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کے ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہین تو بموجب دفعہ ۱۵۳ اسکے ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہے پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچون مین

$$= \frac{۳۰ \times ۲۸ \times ۲۶}{۳۳۶ \times ۲} = \frac{۶۵}{۲} = ۳۲\frac{۱}{۲}$$

تیرھوین فصل کی مثالین

مثلثون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۸ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ ہے . .

(۲) قاعدہ ۸ گز ۱ فٹ ارتفاع ۵ گز ۲ فیٹ ہے

(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۵ کڑی ارتفاع ۱۲ جریب ۲۴ کڑی ہین

قائم الزاویہ مثلثون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۴۲۱ اور ضلع ۲۹ ہے

(۶) وتر ۳۰۷ اور ضلع ۱۵۲ ہے

قائم الزاویہ مثلثون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۰ اور ضلع ۷ ہے

(۸) وتر ۱۳ ضلع ۹ ہے

مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۵ و ۵ و ۶ (۱۰) ۶۵ و ۶۵ و ۱۱۲

(۱۱) ۸۵ اور ۸۵ و ۱۵۴ (۱۲) ۳۷۳ و ۳۷۳ و ۵۰۴

(۱۳) ۷۰ و ۷۵ و ۶۸ (۱۴) ۲۰ و ۲۹ و ۵۰۷

(۱۵) ۱۰۵ و ۱۱۶ و ۱۴۳ (۱۶) ۱۱۱ و ۱۷۵ و ۱۷۶

(۱۷) ۴۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۱۸) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۹) ۵۳۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۶۰۴ و ۳۶۰۵

(۳) مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ و ۳ و ۴ (۲۲) ۶ و ۷ و ۹

(۲۳) ۷ و ۸ و ۱۳ (۲۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰ (۲۶) ۱۷ و ۳۶ و ۷۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ و ۲۴ و ۳۱ ہین تو ثابت کرو کہ رقبہ اوس کا $66\sqrt{3}$ ہے

(۲۸) مثلث کے اضلاع ۶۱ و ۶۳ و ۷۴ ہین ثابت کرو کہ رقبہ $744\sqrt{5}$ ہے

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۶۸ و ۷۵ و ۷۷ ہین بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعون کو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہے تو رقبہ مثلث کے دونو حصونکا جسنیسبت وہ تقسیم ہوتا ہے دریافت کرو +

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱۱ اور ۱۷۵ اور ۱۷۶ ہین بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے ہوئے کھینچے گئے ہین اور باقی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصون مین تقسیم کرتی ہین تو مثلث جو تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین مقابل کے زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود نکلے گا اوسکو دریافت کرو +

(۳۲) مثلث کے اضلاع ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ فیٹ ہین تو ۵۲ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ سے عمود نکالا جائے اوسے دریافت کرو اور مثلث جو اس عمود سے دو حصون مین تقسیم ہوا و نکا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہے اور اوسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دونو انجامون سے ۶۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کے فاصلہ پر کیا گیا ہے تو اون چارون مثلثون کا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کے کونون مین ملانے سے پیدا ہون +

(۳۴) اب س ایک مثلث ہے اور ا د عمود نقطہ د سے ب س پر نکلا ہے اگر ا د = ۱۲ فیٹ اور عمود جو نقطہ د سے ا ب اور ا س پر نکالین ۵ فیٹ اور ۶ء۱۰ فیٹ ہون تو مثلث کے ضلعے اور اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۵) ایک کون کہیت کا قاعدہ ۱۱۶۶ گڑی ہے اور ارتفاع ۳۸۷ گڑی اور وہ کہیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کہیت کی ہے +

(۳۶) ایک مثلثی کہیت کے اضلاع ۳۵۰ اور ۴۴۰ اور ۵۰۷ گز ہین اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کہیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کہیت کی ہے +

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اوسکا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو

(۳۸) ایک کہیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اوسکے ضلعے جو زاویہ قائمہ کے محیط ہین ۱۰۰ اگر اور ۲۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو - اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصونمین تقسیم کرین تو ہر ایک مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۳۹) ایک مثلث کے اضلاع مین وہ نسبت ہے جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ مین اور مجموعہ اضلاع ۵۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۰) اضلاع مثلث مین وہ نسبت ہین جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مین اور مجموعہ اضلاع ۷۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۱) ۱ روپا فی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گہر کی چھت کی دریافت کرو اور یہہ چھت

سلاخی کی بنی ہوئی ہے اوسکا عرض ۱۰ فیٹ ہے اور زمین سے ۳۳ فیٹ بلند اولتی ہے اور جہت کا ارتفاع عمودی اوسنی سے ۱۲ فیٹ ہے۔

قطر اون دائرون کی دریافت کرو جو ان مثلثون پر بنائی جائین جنکی ضلعے بتفصیل ذیل ہین

(۴۲) ۳۰۴ و ۲۸۵ و ۶۸

(۴۳) ۱۳۶ و ۱۲۵ و ۹۹

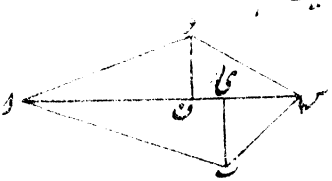
(۴۴) ۱۲۳ و ۱۲۲ و ۴۹ (۴۵) ۲۲۶ و ۲۴۴ و ۱۲۱

چودھوین فصل ذوار بعۃ الاضلاع کے بیان مین

(۵۰) وتر کھینچنے سے ہر ذوار بعۃ الاضلاع دو مثلثون مین تقسیم ہوسکتی ہے اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہوسکتا ہے اسلئے ان دونو مثلثون کے رقبون کا مجموعہ ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ہوگا

(۱۵۶) مثالین

(۱) ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د کا وتر ا س ۱۲ فیٹ ہے اور عمود ب ی ۳ فیٹ اور عمود د ف ۴ فیٹ ہے



رقبہ مثلث ا س ب = $\frac{1}{2}$ × ۱۲ × ۳ = ۱۸

رقبہ مثلث ا س د = $\frac{1}{2}$ × ۱۲ × ۴ = ۲۴

۱۸ + ۲۴ = ۴۲

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہے۔

(۲) ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہے اور عمود مقابل کے ضلعون پر وتر پر نکالے گئے ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہین رقبہ دریافت کرو

$\frac{1}{2}$ × ۸۸ × ۳۰ = ۱۳۲۰ اور $\frac{1}{2}$ × ۸۸ × ۲۵ = ۱۱۰۰

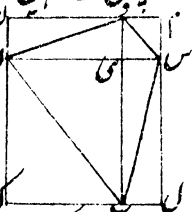
۱۳۲۰ + ۱۱۰۰ = ۲۴۲۰

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہے یعنے نصف ایکر

(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالونمین اور اوسی قبیل کی اور مثالون مین ظاہر ہے کہ بجائے اسکے کہ رقبہ کا جدا جدا حساب لگائین ہم اس قاعدہ کو کام مین لاسکتے ہین کہ عمودون کے مجموعہ کو وتر مین ضرب دین اور حاصل کا نصف لین

دفعہ ۱۵۶ کی اول مثال مین عمودون کا مجموعہ ۴۰ ہے اسیواسطے رقبہ مربع فٹون مین = ½ × ۱۲ × ۴۰ = ۲۴۰ اور دوسری مثال مین عمودون کا مجموعہ ۵۵ ہے اور اسیواسطے رقبہ مربع گزون مین = ½ × ۱۸ × ۵۵ = ۲۴۲۰

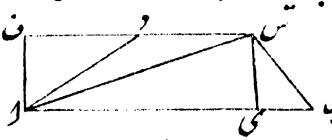
(۱۵۸) خاص صورتون مین جنمین وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین رقبہ دریافت کرنیکا یہ قاعدہ ہے کہ وترونکے حاصلضرب کا نصف لو



شکل کھینچنے سے یہ قاعدہ بدیہی معلوم ہوتا ہے فرضکرو کہ اب س د ایسے ذوالاربعۃ الاضلاع ہین جسکے وتر اس اور د ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویون پر قطع کرتے ہین اور ی نقطہ تقاطع ہے نقطہ ا اور س سے ب د کے متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د سے اس کے متوازی خطوط مستقیم کھینچ لو اب قائم الزاویہ ک ل م ن بن گیا۔ یہ بات آسانی سے سمجھ مین آتی ہے کہ مثلث ا ی ب برابر ہے مثلث ب ک ل کے اور مثلث س ی د برابر ہے مثلث د م س کے اور مثلث ب ی س برابر ہے مثلث س ب ل کے اور مثلث د ی ا برابر ہے مثلث ا ن د پس ذوالاربعۃ الاضلاع اب س د قائم الزاویہ ک ل م ن کے نصف ہے اور اسیواسطے ذوالاربعۃ الاضلاع اس اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اسلئے قاعدہ مذکورۂ بالا معین سے متعلق ہوسکتا ہے

(۱۶۰) اکثر دوز نقطہ کے رقبہ دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کیا کرتے ہین



فرض کرو کہ اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع ہے جسکے ضلعے اب اور س د متوازی ہین نقطہ س سے

س ی عمود ا ب پر اور ا سے ف عمود س د نکالو تو

رقبہ مثلث ا ب س = ½ ا ب × س ی

رقبہ مثلث ا د س = ½ س د × ا ف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہین کہ ا ف = س ی اسواسطے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہے حاصل ضرب س ی اور نصف مجموعہ ا ب اور س د کے اسواسطے قاعدہ ذیل اس سے مستنبط ہوتا ہے +

(۱۶۱) رقبہ ذوزلقہ کا دریافت کرو

قاعدہ - دونو متوازی ضلعون کے درمیان جو عمود ی فاصلہ ہو اوسکو دونو متوازی الاضلاع کے مجموعہ مین ضرب دو حاصل ضرب کا ½ ذوزلقہ کا رقبہ ہوگا +

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزلقہ کی متوازی ضلعے ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ اور اونکے درمیان عمودی فاصلہ ۱ فٹ ۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۲ ½ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳ ⅓ فیٹ

۱ فٹ ۸ انچ = ۱ ⅔ فیٹ اور ۲ ½ + ۳ ⅓ = ۵ ⅚

$\frac{1}{2} \times 5\frac{5}{6} \times 1\frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{175}{36} = 4\frac{31}{36}$

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۴ ۳۱/۳۶ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوزلقہ کے متوازی ضلعے ۴٫۳۲ فیٹ اور ۴٫۸ فیٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۲٫۱۸ فیٹ ہے +

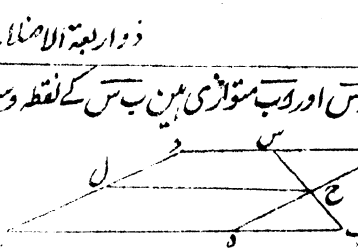
۴٫۳۲ + ۴٫۸ = ۹٫۱۲ اور ۹٫۱۲ کا ½ = ۴٫۵۹

۲٫۱۸ × ۴٫۵۹ = ۱۰٫۶۸۲

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۱۰٫۶۸۲ مربع فیٹ ہے

(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزلقہ کے رقبہ دریافت کرنے کا نہایت سیدہا سادہ دفعہ ۱۶۰ مین قائم کیا ہے مگر ایک اور عمل دلچسپ اور عمدہ ہے اوسکا بھی ذکر کرتے ہین +

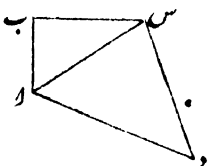
فرضکرو کہ اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع ہے جسکے اضلاع د س اور اب متوازی ہین ب س کے نقطہ وسط ح سے خط مستقیم ہ ح ک متوازی ا د کا نکالو جو اضلاع متوازیہ سے نقطا ک اور ہ پر ملے



تو مثلث ب ح ہ اور س ح ک برابر ہین اسلئے ذوزلقہ اب س د برابر متوازی الاضلاع ا د ک ہ کے اور چونکہ ہ ب برابر ہے س ک کے اس سے ثابت ہوتا ہے کہ ا ہ نصف مجموعہ اب اور س د کا ہے پس ذوزلقہ برابر متوازی الاضلاع کے ہے جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کے ہے اور اوسکا ارتفاع برابر اونکے درمیانی عمودی فاصلہ کے ہے اس سے قاعدہ دفعہ ۱۶۱ کا ثابت ہوتا ہے نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی اب کا د ا سے نقطہ ل پر ملتا ہوا کھینچو تو ا د کا نقطہ وسط ل ہے اور ل ح = ۱/۲ ہ ب پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہے جو باقی اضلاع کے نقاط وسط مین ملائین

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع ہے



اب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د ا = ۵ فیٹ

اور زاویہ اب س قائمہ ہے ذوالاربعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۵۰ کے وس برابر ہے ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے پس وس = ۵

مثلث اب س کا رقبہ = ۱/۲ × ۴ × ۳ = ۶

مثلث اس د کا رقبہ بموافق دفعہ ۱۵۲ کے اسطرح حاصل ہوتا ہے کہ

۵ + ۶ + ۷ = ۱۸ اور ۱۸ کا ۱/۲ = ۹ اور ۹ - ۵ = ۴ اور ۹ - ۶ = ۳ اور ۹ - ۷ = ۲

۲۱۶ = ۲ × ۳ × ۴ × ۹

۲۱۶ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ اعشاریہ کے جذر مین نکالین تو سمجھو ۱۴٫۶۹۷ حاصل ہونگے

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۷۶۹ مربع فیٹ ہے

(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ضلع کا طول بہی اور ارتفاع بہی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times ۸۰ \times ۶۰ = ۲۴۰۰$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہے

معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتے ہین پس ضلع کی طول دریافت کرنیواسطے اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جسکے ضلعے ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہین دریافت کرو بموجب فصہ ۵۵ کے وتر ۲۵۰۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہے پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

$\frac{۲۴۰۰}{۵۰} = ۴۸$ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودہوین فصل کی مثالین

ذوار بعۃ الاضلاعون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۵۰۸ فیٹ عمود ۱۲۱ اور ۴۸ فیٹ

(۲) وتر ۴۵ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۹ انچ اور ۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۱ جریب ۱۴ کڑی عمد ۶ جریب ۲۶ کڑی اور ۸ جریب ۶ کڑی

(۴) وتر ۲ جریب ۲۷ کڑی عمد ۲ جریب ۱۵ کڑی اور ۱ جریب ۵۷ کڑی

(۵) وتر ۱۰ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمودون کا ۱۶ گز فٹ

(۶) ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۳۱ ایکر اور ۱۶ پول اور ایک وتر ۲۵ جریب اون عمودون کا مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویون سے وتر پر نکالین

اشکال ذو ذقفہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۳ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۱ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ گز اور ۲۰ گز ہین عمودی فاصلہ ۱۲ گز

(۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۶۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۶۰ کڑی

(۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ کڑی اور عمودی فاصلہ ۲۴۰ کڑی

(۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰۰ کڑی اور ۲۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۵۴ کڑی

(۱۳) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۳½ ایکر ہے مجموعہ اضلاع متوازیہ ۴۲۰ گز ہی اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو

(۱۴) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۱۸ ایکر ۲ روڈ ۱۰ پول ہے اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۰ گز ہے فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو

(۱۵) مثال مین ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط مین کہینچا ہے تو ذوزنقہ جن دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) مثال مین دو خطوط مستقیم متوازی اضلاع متوازیہ کی اسطرح کہینچے گئے ہین کہ باقی اضلاع کو تین برابر حصون مین تقسیم کرتے ہین ان خطوط سے ذوزنقہ جن تین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) ذوالاربعۃ الاضلاع کے وتر ۲۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) ایک معین کے وتر ۸۰ گز اور ۱۱۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) ایک معین کے قطر ۴۰ گز اور ۳۶ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ فی گز مربع کے حساب سے اوسکے فرش بچھانے مین کیا صرف ہوگا۔

(۲۰) رقبہ ایک معین کا ۵۲۲۰۴ مربع فیٹ ہی اور ایک وتر ۲۴۸ فیٹ ہی دوسرا وتر دریافت کرو

(۲۱) اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع مین اب = ۲۸ فیٹ اور ب س = ۴۵ فیٹ س د = ۵۱ فیٹ اور د ا = ۵۲ فیٹ اور وتر ا س = ۳۰ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۲) اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع ہی اب = ۴۸ جریب اور ب س = ۲۰ جریب اور قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) ذوالاربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۴۷، ۳۶، ۳۰ و ۲۵ فیٹ ہین اور اول دو ضلعون کا

درمیان زاویہ قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذوالاربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہین اور اضلاع کے درمیان زاویہ ۶۰° کا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چہوترہ کے دو مقابل کے ضلعے متوازی ہین اور دو ضلعے برابر ہین اور متوازی اضلاع ۸۰ اور ۵۲ فیٹ ہین اور مساوی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع ۵۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع ہے اب = ۸۴۵ فیٹ اور ب س = ۶۱۳ فیٹ س د = ۸۱۰ فیٹ س د کا متوازی اب ہے اور زاویہ آ پر قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اب س د ذوالاربعۃ الاضلاع کے اضلاع اب اور دس متوازی ہین اب = ۱۶۵ فیٹ اور س د س د = ۲۲۳ فیٹ اور اب اور دس کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰۰ فیٹ ہے اب مین نقطہ ی ایسا ہے کہ وی برابر اب اور س د کے نصف فرق کے ہے مثلث ی ب س کا اور ذوالاربعۃ الاضلاع ا ی س د کا رقبہ دریافت کرو +

(۲۸) ایک معین کے قطر ۸۰ اور ۲۳۴ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ایک ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو +

(۲۹) معین کا رقبہ ۳۵۴۱۴۴ مربع فیٹ ہے اور ایک قطر ۷۲ فیٹ ہے دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو

(۳۰) دو متصل کے ضلعے ایک ذوالاربعۃ الاضلاع کی ۲۸ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہین اور زاویہ درمیانی اونکا ۶۰° ہے اور باقی دو اور ضلعے اوسکے آپسمین برابر ہین اور زاویہ اونکے درمیان ۶۰° کا ہے تو ثابت کرو کہ رقبہ اس ذوالاربعۃ الاضلاع کا مربع فٹون مین

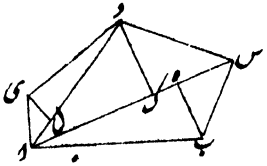
$$\frac{۳}{۴}\sqrt{۱۳۶۹۰۰+۸۰۲۵۶}$$ ہے

پندرہوین فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصونکے رقبونکو جمع کرو تو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا۔

الاضلاع ۶ اگر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے مثلثی ہوتے ہین لیکن بعض صورتون مین اونمین ایک مربع یا متوازی یا ذوزنقہ بھی ایک حصہ ہوتا ہے



(۱۶۶) مثالین

(۱) اوب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ہ اور دک عمود اس پر ہین اور ی ل عمود ا د پر ہے اور فٹون مین یہ طول معلوم ہین

اس = ۱۰٫۴ ا د = ۸٫۷

ب ہ = ۴٫۸ دک = ۶٫۵ ی ل = ۲٫۳

رقبہ مثلث اوب س = $\frac{1}{2}$ × ۱۰٫۴ × ۴٫۸ = ۲۴٫۹۶

رقبہ مثلث اس د = $\frac{1}{2}$ × ۱۰٫۴ × ۶٫۵ = ۳۳٫۸

رقبہ مثلث ای د = $\frac{1}{2}$ × ۸٫۷ × ۳٫۲ = ۱۳٫۹۲

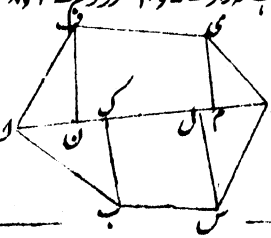
پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین = ۲۴٫۹۶ + ۳۳٫۸ + ۱۳٫۹۲ = ۷۲٫۶۸

(۲) اوب س دی ف چھ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہین اور طول بہ تفصیل ذیل فٹون مین معلوم ہین

ب ک = ۳ س ل = ۴ ی م = ۴٫۷ ف ن = ۱٫۵

ک ل = ۳٫۴ اور ک ل = ۳٫۲ اور ل د = ۱٫۴ اور ا ن = ۳٫۳ اور م ن = ۵٫۳

ان طولون کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ ا د = ۱۰٫۷ اور ا م = ۸٫۶



اس سے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰٫۷ − ۸٫۶ = ۲٫۱

رقبہ مثلث ا ک ب = $\frac{1}{2}$ × ۳٫۴ × ۳ = ۵٫۱

رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س = $\frac{1}{2}$ × ۳٫۲ × ۷ = ۱۱٫۲

رقبہ مثلث دل س = ½ × ۱ء۴ × ۴ = ۲ء۸

رقبہ مثلث وان ف = ½ × ۳ء۳ × ۳ء۱ × ۵ = ۸ء۴۱۵

رقبہ ذوزلقہ نان م ی = ½ × ۸ء۸ × ۹ء۳ × ۵ = ۲۵ء۹۷

رقبہ مثلث ی م د = ½ × ۱ء۱ × ۲ء۷ × ۴ = ۴ء۹۳۵

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۱ء۵ + ۱۱ء۲ + ۸ء۲ + ۸ء۴۱۵ + ۲۵ء۹۷ + ۴ء۹۳۵ = ۶۳ء۸۲

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) مسدس منتظم کا ضلع ایک فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ کی شکل کی استعانت سے ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ مسدس منتظم چھ مثلث متساوی الاضلاع مین تقسیم ہوسکتا ہے اور یہ اسطرح ہوسکتا ہے کہ نقطہ ی سے خطوط اوب وس و د و ی و ف تک کھینچین

اب بموجب دفعہ ۱۵۴ کے ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کے جذر کے ¼ ہے

اسیواسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کی جذر کے ۶/۴ ہے یعنی ۳ کے جذر کے ۳/۲

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلع کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ مین ثابت ہوا ہے کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلع کی کثیر الاضلاع منتظم بنائی جائے اوسکا ایک ضلع د م ہے پس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث د م کے رقبہ سے بارہ گنا ہے اور رقبہ مثلث د م = ½ × د م × د ل اب د م = ۱ فٹ اور د ل = ½ د ف کے = ½ فیٹ ہے

پس رقبہ مثلث د م = ¼ مربع فیٹ اسیواسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ = ۱۲/۴ مربع فٹ = ۳ مربع فیٹ

پندرہوین فصل کی مثالین

(۱) اب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہے اور یہ طول اوسکے اندر معلوم ہین اوس = ۱۶

د = ۱۲ اب اور دے جو عمود اوس پر نکالین ۴ء۸ اور ۴ء۶ علحدہ علحدہ ہین اور

ی سے عمود جو اوپر نکالین وہ ۵ فیٹ ہے رقبہ دریافت کرو

(۲) اب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ک اور س ل اور ی م عمود اوپر ہین اور اونکے یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۳، ۱۵ اور ب ک = ۶، ۷ اور س ل = ۵، ۵ اور ی م = ۳، ۴ اور ا ک = ۷، ۲ و د ل = ۹، ۳ رقبہ دریافت کرو

(۳) اب س دی ف چھہ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود اوپر ہین اور یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۴، ۱۸ اور ب ک = ۵ اور س ل = ۷ اور ی م = ۸ اور ف ن = ۴ اور ا ک = ۷، ۴ اور ا ن = ۱، ۴ اور د ل = ۳، ۵ اور د م = ۴، ۹ رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل اب س دی ف کے چھون ضلعے آپسمین برابر ہین ا اور اب = ۸، ۵ اور ب ف = ۴، ۶ فیٹ اور اوسکا حصہ ب س ی ف قائم الزاویہ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) اب س دی ف پانچ ضلعے کی شکل ہے اور زاویہ نقطہ ی پر قائمہ ہی اور یہ امتداد اوسکی معلوم ہین اب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور د ی = ۱۲ اور ی ا = ۵ اور ا س = ۱۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر ایک ضلع ۲۰ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۷) دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۸) ایک کہیت مسدس منتظم کی شکل کا ہے اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ جریب ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوسکے اندر جو آٹھہ ضلع کی شکل منتظم بنائی جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۲۴ ضلعے کے ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہوین فصل دائرہ کے بیان مین

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب مین منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۶۹) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

مربع ۵ کا ۲۵ ہے اور $25 \times \frac{22}{7} = \frac{550}{7} = 78\frac{4}{7}$

پس دائرہ کا رقبہ $78\frac{4}{7}$ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور $9 \times 3.1416 = 28.2744$ پس دائرہ کا رقبہ ۲۸٫۲۷۴۴ مربع میل ہے

(۱۷۰) نفس الامر مین جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے اوس سے کچھ زیادہ رقبہ دونو قاعدون سے دریافت ہوتا ہے مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی صحت جواب مین منظور ہو تو عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ کی زیادہ مراتب اعشاریہ سے حصے درت لے لو

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو

قاعدہ رقبہ کو $\frac{22}{7}$ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو رقبہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو

(۱۷۲) مثالین

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے

$100 \div \frac{22}{7} = 100 \times \frac{7}{22} = \frac{700}{22} = 31.8181$

اور اسکا جذر ۵٫۶۴ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۵٫۶۴ فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکر ہے

ایک ایکر ۴۸۴۰ مربع گز ہے ۴۸۴۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰٫۶۱ ہوا اسکا جذر ۳۹٫۲۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۳۹٫۲۵ گز ہے

(۱۷۳) دو متحد المرکز دائرون کے درمیان جو حلقہ مدور ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ہر یک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کے رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ تفریق کر دیا نصف قطرون کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دو دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹون مین

$$= ۱۰ \times ۱۰ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۳٫۱۴۱۶$$

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

$$۱۲ \times ۱۲ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۴۵۲٫۳۹۰۴$$

$$۴۵۲٫۳۹۰۴ - ۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴$$

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸٫۲۳۰۴ مربع فیٹ ہے

یا اسطرح کہ $۱۲ + ۱۰ = ۲۲$ اور $۱۲ - ۱۰ = ۲$

$$۲۲ \times ۲ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴$$

(۲) دو دائرون کے نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہین

۳ گز = ۹ فیٹ $\quad ۹ + ۵ = ۱۴ \quad ۵ - ۵ = ۴$

$$۱۴ \times ۴ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۰۵٫۹۲۵$$

پس حلقہ کا رقبہ ۱۰۵٫۹۲۵ مربع فیٹ ہے

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے اندر بالکل واقع ہو تو دفعہ ۱۷۳ کے قاعدہ سے رقبہ اوس سطح کا معلوم ہو جائیگا جو دائرونکے محیطون کے درمیان واقع ہو خواہ دائرے متحد المرکز نہ ہون

(۱۷۶) دفعہ ۱۷۴ کے قاعدہ پر مبتدی طالب علمونکو توجہ گو سب وقت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہئے

علاوہ برین اور قاعدے بھی دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکے اس قاعدے کے برابر ہین مگر وہ عملاً زیادہ بکار آمد نہین اونمین سے تین لکھدیتے ہین +

نصف قطر کو محیط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴ء مین ضرب دو

محیط کے مربع کو ۱۴۱۶ء÷۴×۳ پر تقسیم کرلو

یا محیط کے مربع کو ۰٫۷۹۵۸ء مین ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہم نے اس کتاب مین جو ہات قاعدہ کے لکھنے کا اختیار کیا ہے اوسکے واسطے دفعہ گذشتہ مین جو قاعدی بیان ہوئے ہین اونمین اول قاعدہ نہایت دلچسپ ہے۔ اس قاعدے سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ اور مثلث کی رقبہ برابر ہوتا ہے جسکا قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جسکا ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اگر ثبوت کامل اس دعوی کا لکھین تو وہ مبتدی کی استعداد سے پرے ہوگا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے ہین جس سے قاعدہ کا مفہوم ذہن مین آجائے +

فرضکرو کہ ہم ایک دائرہ مین کثیر الاضلاع ایسی بنائین جسکے اضلاع کی تعداد سے زیادہ ہو تو یہ تین باتین بدیہی معلوم ہونگی اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کے رقبونمین تفاوت نہایت کم ہوگا۔ دوم کثیر الاضلاع کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ مین بہت کم تفاوت ہوگا۔ سوم ہر مرکز سے عمود کثیر الاضلاع کے کسی ضلع پر نکالین اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا۔ دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع کے کونونمین خطوط وصل کرنیسے کثیر الاضلاع برابر مثلثونمین تقسیم ہوجائینگے اور ان سب مثلثونکا رقبہ ملکر برابر ہوگا اوس مثلث کے رقبہ کے جسکا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کے ہو اور جسکا ارتفاع برابر اوس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اس سے ہمارے دعوی کا ثابت ہونا ظاہر ہوگیا +

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سے ضلعون کی کھینچی جائین اونکی نسبت ہم نے تین باتین بیان کی ہین اونکی توضیح کیواسطے بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکھتے ہین دفعات ۹۹ اور ۱۶۰ دیکھو

فرضکرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو عمود جو مرکز دائرہ سے کسی ایک ضلع پر نکالین اوسکا طول ۸۶۶ء۰ فٹ ہی اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۲ × ۱۰۳۶۴ء۰ = ۱۲۴۳۷ء۶ فیٹ یعنی ۱۲۴۳۷ء۶ کے قریب قریب ہی اور دائرہ کا محیط ۲ × ۳۱۴۱۶ء۳ = ۶ء۲۸۳۲ فیٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا قسبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۳ء۱۴۱۶ مربع فیٹ ہی

پندرہوین فصل ۱۰ مسئلہ سے ظاہر ہوتا ہی کہ دائرہ کے اندر جسکا نصف قطر ایک فیٹ ہی چوبیس ۲۴ ضلع کی شکل جو بنی ہوئی ہی اوسکا رقبہ ۳ء۱۰۵۸ مربع فیٹ ہی ان نتیجون کے دیکھنے سے ہمکو صاف معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم دائرہ کے اندر بہت سے ضلعونکی کثیر الاضلاع منتظم بنائین تو جن چیزون کے مقابلہ کا تذکرہ ہم نے اوپر کیا ہے اونمین اسقدر کم تفاوت رہتا ہی کہ بالکل قابل لحاظ کے نہین ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک مدور چمن کا قطر ۸۰ فیٹ ہی اوسکے اندر گرداگرد ایک بجری کی سڑک گز بھر چوڑی بنی ہوئی ہی اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔ سڑک کا کنارۂ بیرونی محیط اوس دائرہ کا ہے جسکا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہی اور اوسکا کنارۂ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جسکا قطر ۳۸ فیٹ ہے

پس بموجب قضیہ ۱۷۳ کے بجری کی سڑک کا رقبہ

= ۷۷ × ۳ × ۳۱۴۱۶ء۳ = ۷۲۵۶ء۰۹۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کی تین چوتھائی ہے

دائرون کے رقبون کے دریافت کرنیکا جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ دو دائرونکے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے نصف قطر کے مربعونمین اس سبب سے یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : $\frac{3}{4}$ :: ۱۵ کے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

= $\frac{3}{4}$ × ۱۵ × ۱۵ = ۱۶۸۷۵

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دوم رتبہ کی اعشاریہ تک نکالین تو ۱۲ء۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۳ انچ کے برابر تقریبًا ہوگا

(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ انچ ہے تین دائرے متحد المرکز ایسے کھینچو کہ دائرہ چار برابر حصون مین تقسیم ہوجائے۔

یہ مثال درحقیقت ان تین مثالون کے حل کرنے کے برابر ہے جو ابھی اوپر بیان ہوئین دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱.۰ کا جذر حاصل ہوگا

اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان بھی سطح دائرہ معلوم کے چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگئے اسواسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہے اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے دوسرے دائرہ کا رقبہ برابر ۲.۰ کی جذر کے ہوگا

اسیطرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳.۰ کا جذر ہوگا

پس اس طرح سے تینون دائرون کے نصف قطر انچون مین ۱.۰ اور ۱.۴۱۴ اور ۱.۷۳۲ دو مرتبہ کے اعشاریہ تک ہونگے۔

سولہوین فصل کی مثالین

دائرون کے نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع فٹون مین محیط دائرہ کو ۳½ گنا قطر سے فرض کرکے دریافت کرو

(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۶ گز ۲ فیٹ (۳) ایک فرلنگ

ان دائرون کے رقبے دریافت کرو جنکی نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳.۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۹۲ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور محیط دائرہ قطر سے ۳½ گنا فرض کرو

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکر ۳ روڈ ۸ پول

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۶ ایکر ۲ روڈ ۱۱ پول (۱۲) ایک مربع میل

سب آئندہ مثالون مین محیط قطر سے ۳۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے بشرطیکہ کہین کنایتہً یا صراحتہً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہے اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ گز ۲ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۸ گز ۲ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک دائرہ کا ۱۵۰۱ فیٹ نصف قطر وہ بالکل دوسرے دائرہ کے اندر واقع ہے اور اوسکے دوسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۱۳ فیٹ ہے دائرون کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے بیرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے اندرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چوتھائی رقبہ ۷ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا محیط ۷۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکر ہے اوسکا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس مستطیل کے رقبہ کے برابر ہے جو ۴۰۰ فیٹ ۲۵۰ فیٹ ہے دائرہ کا محیط دریافت کرو

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے دوسرا دائرہ اوسی نصف رقبہ مین ہو اسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچوان حصہ اس دائرہ کا ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہی اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور وہ دو متحد المرکز دائرون سے تین حصون مین تقسیم ہوتا ہے تو بتاؤ دائرون کی کیا نصف قطر کہین کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصون مین تقسیم ہو

(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۴ فیٹ ۹ انچ چوڑا ہے اور اوسکی ایک صنع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۲۱ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اگر ۵ پونڈ کا داب ہر ایک انچ مربع پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا داب ہوگا جسکا نصف قطر ۴ فیٹ ہی ہنڈریڈویٹ تک وزن دریافت کرو

(۲۸) ایک مدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہی اوسکے درست کرانے مین ۲ ۳ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا صرف ہوگا

(۲۹) ایک گول گھر کا اندرونی قطر ۹ فیٹ ۶ انچ ہے اور آثار دیوار کا ۲ انچ ہے تو بتاؤ دیوار کی بنیاد مین کتنی زمین گھیرتی ہین

(۳۰) ایک گول گھر ۱۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہی اور اوسکے باہر کے کنارہ سے اندر کی طرف چار و نظر ف ۱ فیٹ چوڑا چبوترہ بنا ہوا ہے اگر ۴ فی فٹ اس چبوترہ کی بنوائی مین لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی

(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہی اوسکا قطر ۴۰ گز ہی اور اوسکے کنارہ سے ایک گز دور ایک گز چوڑی بجری کی سڑک بنی ہوئی ہی تو ۴ فی گز کے حساب سے اس سڑک کی بنوائی مین کیا صرف ہوگا

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اور اوسکا محیط بیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۲۰ فیٹ ہی سڑک کا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا نصف قطر ۸ فیٹ ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۳۴) جس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کے رقبہ کے ہو جسکا ضلع ۸۰ فیٹ ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک دائرہ بنایا گیا ہی جو مربع کے سب ضلعو نکو چھوتا ہی
تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اوسکا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۸ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر ایک دائرہ بنایا گیا ہی تو دائرہ اور مربع کے درمیان
جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲۰ اور ۴۳ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو
جو مثلث کے وتر کو قطر بناکر کھینچین

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی تو اوسکے کل احاطہ کا طول دریافت کرو

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور اوسمین ایک مثلث متساوی الاضلاع بنا ہوا ہے تو
مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳۰ فیٹ اور ۱۶۸ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو
جسکا قطر برابر اس مثلث کے وتر کے ہو

(۴۱) مستطیل ۸ فیٹ طول مین اور ۶ فیٹ عرض مین ہے تو بتاؤ اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا
محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو

(۴۲) مثلث کی اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا محیط
اس مثلث کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعوے کو
ان مثالون مین ثابت کرو

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۰ فیٹ ۱۳ فیٹ ہے

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالون سے
اس دعوی کو ثابت کرو

(۴۵) اضلاع مثلث ۹ و ۱۰ و ۱۷ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۶ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مستطیل کے رقبہ کی ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا

ان مثالون مین اس دعوی کو ثابت کرو

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ اور ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ اور ۱۷ فیٹ ہین

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

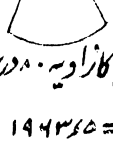
(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

سترہوین فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۳۶۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ کے درجون سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کے رقبہ کو ہر قطاع دائرہ کے رقبہ سے

(۱۸۰) مثالین



(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۳۵ × ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹۶۳٫۵

۳۶۰ : ۸۰ :: ۱۹۶۳٫۵ : رقبہ مطلوب

$\frac{۸۰ \times ۱۹۶۳٫۵}{۳۶۰} = \frac{۸ \times ۱۹۶۳٫۵}{۳۶} = \frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۳}{۱۰۸} = ۵۴۳٫۴$ مربع فیٹ

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲

۳۶۰ : ۷۵ :: ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲ : رقبہ مطلوب

$$\frac{۳٫۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۷۵}{۳۶۰} = \frac{۳٫۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۷۵}{۳۰} = ۳٫۱۴۱۶ \times ۳۰ = ۹۴٫۲۴۸$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۴٫۲۴۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) یہ ایک اور قاعدہ قطاع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنے کا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ ۱۷۷ کے بیان سے ہوتی ہے

(۱۸۲) مثالین

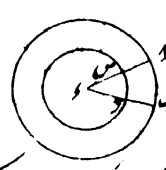
(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

$\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ = ۸$ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطاع کی قوس ۱۷ انچ ہے

$\frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۱۷ = ۲۵۵$ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) فرض کرو کہ ہم کو اوس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہے جو دو قطاع دائرہ کی درمیان واقع ہو اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ اب ایک قطاع ہو اور دس دوسرا قطاع ہو پس شکل اب دس کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہے ہر قطاع کے رقبہ کا حساب کرکے بڑے قطاع کے رقبہ میں سے چھوٹے قطاع کا رقبہ تفریق کرو



یا اسطرح حساب کرو کہ جن دو دائرون کی قوسین اب اور دس ہین اونکے درمیان کے کل حلقہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر اس تناسب کو بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ آ کے درجون سے وہ نسبت ہے جو کل حلقہ کے رقبہ کو ہے رقبہ مطلوب سے

یا اس قاعدہ کو استعمال مین لاؤ کہ قوسون کے مجموعہ کو نصف قطرون کے فرق مین ضرب دو اور

حاصل ضرب کو نصف کرلو

(۱۸۴) مثالین

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور قوسین ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین

بموجب دفعہ ۱۸۱ کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعون مین = $\frac{1}{2}$ × ۶ × ۱۵ = ۴۵

اور چھوٹے قطاع کا رقبہ فٹ مربعونمین = $\frac{1}{2}$ × ۴ × ۱۰ = ۲۰ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعون مین = ۴۵ − ۲۰ = ۲۵

یا دفعہ گذشتہ کی قاعدہ کو استعمال مین لاؤ کہ مجموعہ قوسون کا = ۱۰ فیٹ اور نصف قطرون کا فرق = ۵ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعون مین = $\frac{1}{2}$ × ۱۰ × ۵ = ۲۵

(۲) نصف قطر ۷ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین اور زاویہ ۴۵ درجہ ہے دفعہ گذشتہ کے دوسرے قاعدہ کو استعمال مین لاتے ہین

بموجب دفعہ ۳۱ کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فٹ مین ۱۲ × ۲ × ۱۴ × ۱۶ × ۳ ہے یعنی ۳۹۸۴ ۷۵

پس ۳۶۰ : ۴۵ :: ۳۹۸۴ ۷۵ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = $\frac{۳۹۸۴\ ۷۵}{۸}$ = ۴۹۸ ۴۴ ۹

(۱۸۵) دائرہ کا وتر اب ہے اور یہ وتر قطر نہین ہے اور دائرہ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرتا ہے کہ ایک نصف دائرہ سے بڑا ہو اور دوسرا نصف دائرہ سے چھوٹا ہے جب ہمکو قطعہ چھوٹے قطعہ کا معلوم ہوجائیگا تو اوسکو دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کرکے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کرسکتے ہین اسلئے دائرہ کے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرنیکے لئے قاعدہ بیان کرتا ہون



فرضکرو کہ دائرہ کا مرکز ہے تو اب ظاہر ہے کہ قطعہ اب س برابر ہے قطاع ا اس ب اور مثلث ا اب کی تفاوت کے پس اسی قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور وتر اور نصف

قطر دین سے جو مثلث بنتا ہی اوسکا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ مین سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو

(۱۸۷) مثالین

(۱) نصف قطر دائرہ کا ۱۰ انچ ہے اور زاویہ قطاع کا ۶۰ درجہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

رقبہ دائرہ کا مربع انچ مین = ۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶ بموجب دفعہ ۱۷۹ کے

رقبہ قطاع کا مربع انچون مین = $\frac{۳۱۴٫۱۶}{۶}$ = ۵۲٫۳۶ اور مثلث اس صورت مین متساوی

الاضلاع ہے اور بموجب دفعہ ۱۹۲ کے اوسکا رقبہ مربع انچ مین ۵ × ۵ × ۵ × ۵ کا جذر ہے یعنے

۴۳٫۳۰ کے قریب قریب

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ مین

= ۵۲٫۳۶ - ۴۳٫۳۰ = ۹٫۰۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہی اور زاویہ قطاع قائمہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ مین = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے قطاع کا رقبہ = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۲٫۵۶۶۴

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ مین = $\frac{۱}{۲}$ × ۴ × ۴ = ۸

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹون مین = ۴٫۵۶۶۴

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالون مین ہم مثلثون کا رقبہ دریافت کرسکتے تہے اور پہر اونسے استخراج قطعات کے رقبہ کا کرسکتے تہے - لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جب ہمکو معلوم ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہین دریافت کرسکتے مگر علم مثلث کی استعانت سے ہم رقبہ دریافت کرسکتے ہین

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع کی ایک چوتہائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچوین حصہ پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی مین ضرب دو

یہ قاعدہ بالکل درست نہین ہے اوس سے قطعہ معلوم کا رقبہ حتی الامکان قریب الامر مین ہونا چاہیے اوس سے زیادہ نکلتا ہے لیکن اسمین غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہے بشرطیکہ زاویہ قطاع جو مطابق اوس قطع کے بنایا جائے نہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۹۰° کا ہو تو غلطی $\frac{1}{10000}$ حصہ رقبہ سے کم واقع ہوتی ہے اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو $\frac{1}{4000}$ حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین

(۱) وتر ۱۲ انچ ارتفاع ۱ انچ ہے

$\frac{1}{4} \times 12 \times 12 = 36$ اور $\frac{2}{5} \times 1 \times 12 = 24$

$36 + \frac{2}{5} = 36.4$ اور اسکا جذر 6.032 ہے

$\frac{4}{3} \times 1 \times 6.032 = 8.043$

پس قطعہ کا رقبہ 8.043 مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ اور ارتفاع ۱.۴ انچ ہے

$\frac{1}{4} \times 20 \times 20 = 100$ و $\frac{2}{5} \times 1.4 \times 1.4 = 1.4 = 4.784$

100.784 کا جذر $= 10.039$

$\frac{4}{3} \times 1.4 \times 10.039 = 18.739$

پس رقبہ 18.739 مربع انچ ہے

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق زاویہ قطاع کا ایسا بڑا ہو کہ وہان اس قاعدہ کا برتاؤ غلطی عظیم سے خالی نہ ہو تو وہان قطعہ کو دو متشابہ قطعون اور ایک مثلث مین تقسیم کرلو اور پھر مثلث کا رقبہ ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ ۱۸۹ کے موافق چھوٹی چھوٹی قطعات کا رقبہ دریافت کرو دفعہ ۱۰۰ کی شکل دیکھو جس مین قطعہ ARB مثلث ABC اور اون قطعات سے مرکب ہے جنکے وتر AC اور CB ہین

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہیں ہوسکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اوسکا حل ہوسکتا ہے بموجب دفعہ ۱۲۲
کے قوس کا طول ۱۴٫۸۹۵۱۴۱ انچ کے قریب ہوا اور رقبہ قطاع مربع انچ مین

$= \frac{1}{2} \times ۲۵ \times ۱۴٫۸۹۵۱۴۱ = ۱۷۷٫۳۶۸۹۲$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابھی ہم نے قطاع کا رقبہ ۱۷۷٫۳۶۸۹۲ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ ۱۵۲ کے اضلاع
مثلث کے ۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگے تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کے قریب ہوگا
پس تقریباً قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۶۸۹۲ مربع انچ ہے دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ کے بموجب ہم قطعہ کے
رقبہ کا حساب اسطرح کرتے ہین

اول ارتفاع دریافت کرتے ہین دفعہ ۷۰ کی شکل مین وس = ۲۵ اور وب = ۱۴
پس اد = ۷ اور دفعہ ۷۰ کے بموجب ہم دریافت کرتے ہین کہ س د = ۲۴ اسیواسطے دی = ۱

$\frac{1}{4} \times ۱۴ \times ۱۴ = ۹$ اور $\frac{2}{5} \times ۱ \times ۱ = \frac{2}{5}$

$۴۹ + \frac{2}{5} = ۴۹٫۴$ پس اسکا جذر ۷٫۰۲۸۵۱ ہے

$\frac{4}{3} \times ۱ \times ۷٫۰۲۸۵۱ = ۹٫۳۷۱۳۵$

بموجب اس قاعدہ کے ہم قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۷۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہین یہہ پہلے
نتیجہ سے کچھہ تھوڑا سے فرق رکھتا ہے

سترہوین فصل کی مثالین

ان قطاع دوائر کا جنمین امتداد ذیل معلوم ہین رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۲۴ فیٹ زاویہ ۲۵°

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ ۱۲۰°

(۳) نصف قطر ۴۸ فیٹ زاویہ ۲۸°

(۴) دو دائرے متحد المرکز ہین جنکی نصف قطر ۱۰ فیٹ ۱۵ فیٹ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵) دو متحد المرکز دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۸ فیٹ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور وہ دو نصف قطر محیط ہون کہ ۵۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہین تو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہی اور زاویہ قطاع کا ۵۰° ہی نصف قطر دریافت کرو

(۷) قطاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فیٹ ہی اور زاویہ قطاع کا ۴۰° ہی کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۸) قطاع کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر ۸ فیٹ زاویہ دریافت کرو

(۹) قطاع کا رقبہ ۹۴ مربع فیٹ ہی نصف قطر ۱۶ فیٹ ہی قوس دریافت کرو

(۱۰) قطاع کا رقبہ ۳۵۰ مربع فیٹ ہی اور قوس ۹۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو

(۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی زاویہ دریافت کرو

(۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی قوس کو دریافت کرو

(۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۸ انچ اور نصف قطر ۱۰ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک قطاع کا وتر ۶ انچ ہی اور نصف قطر ۹ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۴۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۲۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی دو متوازی وتر جنمین سے ہر ایک برابر نصف قطر کے ہے کھینچے ہین تو وترونکی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی اور مرکز کے ایک ہی جانب مین دو وتر متوازی کھینچے گئے ہین اور اونمین سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰° ہی اور دوسرے کا محاذی زاویہ ۹۰° ہے تو جو منطقہ اون دونون وترونکے درمیان ہوا اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی مرکز کی مقابل سمتون مین دو متوازی وتر کھینچے گئے ہین

اور اونمین سے ایک وتر کے محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے اور دوسرے کی محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے وتردن کے درمیانی مختلفہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے اور دائرے کے دو جھیوہ وتر کرتا ہی جو نصف قطر کے برابر ہی اونکے رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۱۸۹ کے موافق رقبہ اون قطعات کا تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو جنکی اندازمتدادبہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۲۱) وتر ۱۷٫۳۲۰۵ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۲۲) وتر ۱۴٫۱۴۲۱ فیٹ ارتفاع ۲٫۹۲۸۹ فیٹ

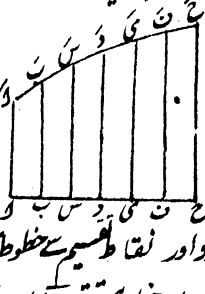
(۲۳) وتر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱٫۳۳۹۰ فیٹ

(۲۴) وتر ۱۶٫۴۶۴۱ فیٹ ارتفاع ۳٫۴۰۷۰ فیٹ

(۲۵) وتر ۲٫۶۱۰۵ فیٹ ارتفاع ۰٫۸۵۵۰ فیٹ

اٹھارہوین فصل سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بیان مین

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلونکی تقریبًا رقبہ دریافت کرنے کا لکھتے ہین



فرض کرو کہ ایک قبہ ہی جو خط مستقیم اح اور خطوط مستقیم اا، اور ح ح سے جو اح پر عمود ہین اور خط منحنی اح سے گھرا ہوا ہے

اح کو جہت برابر حصون اب اور ب س اور س د ... پر تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم ب ب اور س س اور د د ... راوئے قائمے اح پر بناتی ہوئی کھینچو ان خطوط مستقیم اا اور ب ب اور س س ... ح ح کا نام محدد رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اول محدد اور آخر محدد اور سب طاق محددین کے دوچند مجموعہ کو اور جہت محددین کی چوچند مجموعہ کو ان سب کو جمع کرو اور ماحصل کو کسی دو متصل کے محددین کے فاصلہ مشترک کی تہائی مین ضرب دو

(۱۹۴) شکل مین سات محددین ہین جہت محدد ب ب اور د د اور ف ف ہین اور باقی طاق محدد سوا اول اور آخر کے س س اور ی ی ہین

(۱۹۵) دفعہ ۱۹۳ کے قاعدہ کو بعض اوقات مساوی الابعاد محددین کا قاعدہ کہتے ہین اس قاعدہ کو سمپسن صاحب کا قاعدہ کہتے ہین گو موجد اوسکے صاحب ممدوح نہ تھے

(۱۹۶) مثالین

(۱) فرض کرو کہ سات محددین ہین اور فاصلہ مشترک ۴ فٹ ہی اور یہ محددین ۱۲٫۴ اور ۴۰٫۴ اور ۳۶٫۴ اور ۴۷٫۴ اور ۵۸٫۴ اور ۶۹٫۴ اور ۸۰٫۴ فیٹ ہین

۱۲٫۴	۳۶٫۴	۴۲٫۴	۸۹٫۲
۸۰٫۴	۵۸٫۴	۴۷٫۴	۱۷۸۸
۹۲٫۸	۹۴٫۸	۶۹٫۴	۵۳٫۶۰
	۲	۱۳۰٫۴	۳ ۸۰٫۴۰
	۱۷۸۸	۴	۲۶٫۸۰
		۵۳٫۶۰	

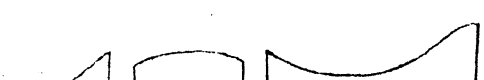
پس رقبہ ۲۶٫۸ مربع فیٹ ہے

(۲) فرض کرو پانچ محددین ہین اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محددین ۲۶٫۱ و ۴۴٫۱ و ۵۹٫۱ و ۷۱٫۱ و ۸۲٫۱ فیٹ ہین

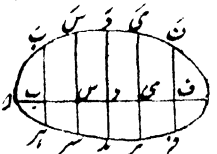
۱٫۲۶	۱٫۵۹	۱٫۴۴	۳٫۰۸
۱٫۸۲	۲	۱٫۷۱	۳٫۱۸
۳٫۰۸	۳٫۱۸	۳٫۱۵	۱۲٫۶۰
		۴	۱۸٫۸۶
		۱۲٫۶۰	۲
			۳ ۳۷٫۷۲
			۱۲٫۵۷

پس رقبہ ۱۲٫۵۷ مربع فیٹ ہے

(۱۹۷) دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین خط مستقیم لوح کیطرف خط منحنی محدب تھا اور سوا اوازین خط مستقیم کی ایک سرے سے دوسرے سرے کیطرف محدد بڑہتی جاتی تہی مگر اسطرح کے خط منحنی ہونیکے قاعدہ سمپسن مین کچھہ تخصیص نہین ہے بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اون سبمین قاعدہ سمپسن کا چل سکتا ہی مثلاً خط منحنی کی یہ شکلین ہون



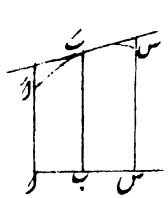
جتنی محدود زیادہ لوگی اوتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کے ساتھ نکلیگا اگر خط منحنی نہایت غیر منتظم ہو تو یہاں اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہین چاہیئے



(۱۹۸) اگر رقبہ خط مستقیم وح اور خط منحنی اوح سے گھرا ہوا ہو تو قاعدہ مذکورہی کو استعمال مین لاؤ یہان اتنا فرق ہی کہ محدد اول و آخر کچھ نہین اسلئے اونکو حساب مین ہی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر رقبہ خط منحنی اوح بدلہ سے احاطہ کیا گیا ہو اور چارون طرف سے محدود ہو تو بجاے محددین کے ہم عرض ب ب اور س س وغیرہما کام مین لائین

(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمپسن صاحب کے قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہین کرسکتا مگر آسانی سے اس بات کو سمجھ سکتا ہی کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہے کہ اوسکی صحت پر اعتبار ہوسکتا ہے

جو دو متصل کے محددین کے درمیان رقبہ واقع ہو اوسکا نام ہم قطعہ رکھتے ہین اور دفعہ ۱۹۳ کی شکل کے اول دو قطعون پر بحث کرتے ہین



فرض کرو کہ خط مستقیم اب کھینچا گیا ہی تو ایک شکل ذو زنقہ بن جائیگی اور شکل سے ظاہر ہی کہ اول قطعہ اس ذو زنقہ سے بڑا ہے پس اول قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا اب اور نصف مجموعہ اا اور ب ب کے حاصلضرب سے۔ اسواسطے اول قطعہ کا دوچند رقبہ بڑا ہوا اب اور مجموعہ اا اور ب ب کی حاصلضرب سے علی ہذا القیاس دوسرے قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا اب س اور مجموعہ ب ب اور س س کے حاصلضرب سے ہوا پس دوچند رقبہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب اب اور مجموعہ اا اور س س اور دوچند ب ب سے ہوا

اب پھر فرض کرو کہ خط ب ط مماس نقطہ ب سے خط منحنی کا نکالا گیا ہے اور اا اور ب خارج ہو کر اس خط مستقیم سے ملتے ہین تو دوسرا ذو زنقہ پیدا ہوگا اور موجب دفعہ ۱۹۳ کے رقبہ اس ذو زنقہ کا برابر حاصلضرب اس اور دوچند ب ب کے ہے اور یہ شکل سے ظاہر ہے کہ مجموعہ اول دو قطعات کا اس ذو زنقہ سے کم ہے

پس رقبہ اول دو قطعات کا کم بنسبت حاصل ضرب اب اور دو چند ب ب سے اس سے معلوم ہوا کہ اگر ہم ان دونو نتیجو نکو اسمپسن شامل کرین تو یہ کم دہشی کی غلطیان اسمپسن ملکر کسیقدر معادلت پیدا کرینگے اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریبًا برابر حاصلضرب اب اور مجموعہ د آ اور س س اور چہار چند ب ب کے ہوگا

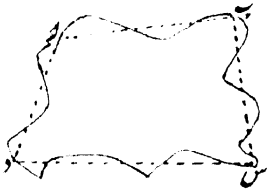
اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین دو سہ زوج قطعات پر ہی عمل کرینگے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہوجائیگا دفعہ ۱۹۰ کی شکلونپر گو عمل معینہ ہی نہ ہو مگر تشابہ اوسکے عمل ہوگا بڑی بات اس عمل مین یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجون کو ملاتے ہین جنمین ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہی اور دوسرا نتیجہ چھوٹا اسواسطے یہ چھوٹی بڑی نتیجے ملکر غلطیون مین معادلت پیدا کرتے ہین

(۲۰۰) اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین ر ح بجاے منحنی ہونیکے ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کے قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہوجاتی مگر اس صورت مین ایک فروقہ پیدا ہوتا ہی جسکا رقبہ آسانی سے اسطرح معلوم ہوجاتا کہ ر ح کو نصف مجموعہ د آ اور ح ح مین ضرب دین اور اگر ر ح ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو بھی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوسکی صورت کو بتلاکر ان مبادی علم مساحت مین نہین داخل کرتے

(۲۰۱) یہ بھی ہوسکتا ہی کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منتظم معوج ہو اور اسمپسن قاعدہ سمپسن صاحب کا نہ چل سکتا ہو تو ایسی حالت مین ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کرین کہ ایک مستقیمۃ الاضلاع کثیر الاضلاع جو بہت قریب شکل کی ہو بنائین اور پھر سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب اون حصونکا رقبہ دریافت کرین جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کی واقع ہون اور ان حصون کے رقبون کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے اندر ہون تو اوسکے رقبہ پر زیادہ کرین اور اگر کثیر الاضلاع کے باہر ہون تو اوسکے رقبے سے تفریق کرین پس آخر ما حصل تقریبًا شکل کا رقبہ حاصل ہوجائیگا

(۲۰۲) زمین کی پیمائش مین اکثر رقبہ ایسی شکلون کا دریافت کرنا ہوتا ہے کہ جنکی حدود بہت بیقاعدہ ہوتی ہین لیکن خطوط منحنی کہین چھوٹے چھوٹے خطوط مستقیم ہوتے ہین ایسے موقع پر

عمل مساحت مین ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اوسی حدود اسطرح قائم ہوجاتی ہین کہ نہایت آسانی سے بصحت رقبہ دریافت ہوجاتا ہے



فرض کرو کہ ایک کہیت ہے جسکی شکل اب س د ہے سطح مستوی سے پر تعمیر ہوتی ہو ایک خط مستقیم اسی ب تک کھینچو تو اسی خط کے اندر کچھ حصے داخل ہوجائینگے اور کچھ اوسے خارج ہوجائینگے اور اس داخل خارج سے معادلت پیدا ہوگی اور اسطرح رقبہ یا تو جتنا تھا اوتنا ہی رہیگا یا کچھ متغیر ہوگا تو بہت کم اور اسطرح خطوط مستقیم ب سے س تک اور س سے د تک اور د سے ا تک کھینچو تو کمی اور بیشی برابر ہونگین اور ایک چار ضلعے کی شکل مستقیم الاضلاع برابر اصل شکل کے بنجائیگی جسکا رقبہ آسانی سے دریافت ہوجائے گا اب یہ مساح کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم اسطرح کھینچے کہ حتی الامکان صحت کے ساتھ مطلب حاصل ہو یہ خطوط منقسم اسطرح خوبی سے کھینچی ہین کہ کوئی سینگ یا شیشہ کا ٹکڑا جسکے کنارے سیدھے ہین اوراوسمین آر پار نظر آتا ہو اوسکو حدود غیر منتظمہ پر رکھدین اور آنکھ سے خوب جانچ کرکے دیکھ لین کہ کسطرح خطوط مستقیم کھینچین کہ کنارہ اور حد کے درمیان حصے دونوطرف برابر آئین +

(۲۰۲) ایسی رقبون کے ناپنے کے لئے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہون ایک اور ترکیب ہے جو تجربہ پر موقوف ہے اور قابل لکھنے کے ہے وہم لکھتے ہین

فرضکرو کہ ایک کہیت سطح مستوی پر دفعہ ۲۰۲ کی شکل اب س د رکھتا ہو موٹا کاغذ یا وصلی ایسی لو کہ اوسکی ضخامت سب جگہہ یکسان ہو اوسکو کترکر کہیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کانٹے مین جسمین بال برابر بھی فرق نہ ہو تولو اور جس چیز کی یہ شکل بنائی ہے اوسکا ایک مربع انچ کترو اور اوسے بھی اوسی کانٹے مین تولو اب دونون کی مناسبت سے ہم کو یہ معلوم ہوجائیگا کہ شکل اب س د مین کتنی مربع انچ ہین اور پھر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہوگی اوسپر

حساب پھیلانے سے یہ معلوم ہوجاتا ہے کہ کہیت مین زمین کتنی ہے کرہ زمین پر جو خشکی اور تری کی سطح دریافت ہوئی ہے وہ اسی ترکیب سے دریافت کی گئی ہے اس ترکیب کی یہ ایک بڑی دلچسپ مثال ہے +

اٹھارہوین فصل کی مثالین

سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب جب ان شکلونکے دریافت کرونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۱) محددین ۳ و ۸ و ۱۵ و ۲۴ و ۳۵ و ۴۸ و ۶۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۲) محددین ۴ و ۱۴ و ۳۶ و ۷۶ و ۱۴۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۳) محددین ۰ و ۲۰ و ۳۲ و ۳۶ و ۲۰ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۲ فیٹ

(۴) محددین ۰ و ۲۵ ۱/۴ و ۵ و ۷۵ ۶/۸ و ۲۵ ۱/۶ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۵) محددین ۰ ۸۲ ۶/۴ و ۱۶ ۱/۶ و ۲۴۵ ۶/۵ و ۳۲۵ ۱/۶ و ۳۰۴ ۶/۳ و ۱۸۱ ۶/۴ و ۵۵ ۶/۷ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) محددین ۱۴ ۷/۲ و ۵۹ ۷/۲ و ۸۰ ۲/۲ و ۴۴ ۲/۸ و ۸۴ ۲/۸ و ۸۸ ۲/۴ فیٹ فاصلہ مشترک ۹ انچ

(۷) محددین ۲ ۱/۴ و ۹ ۱/۴ و ۱۵ ۱/۳ و ۱۵ ۱/۵ و ۱۴ ۱/۵ و ۱۴ ۱/۷ و ۱۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۳ فیٹ

(۸) محددین ۰ ۱۱ ۱/۲ و ۴۸ ۲/۴ و ۱۶ ۱/۲ و ۴ ۲/۴ و ۶ ۱/۲ و ۷۵ ۲/۶ و ۱۱۳ ۳/۳ و ۱۵ ۲/۵ و ۱۹ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۹) محددین ۴ ۲۰ ۲/۱۰ و ۴ ۸۰ ۲/۹ و ۴ ۳۴ ۲/۹ و ۰ ۹۰ ۲/۹ و ۱۷۷ ۲/۸ و ۴۷۵ ۲/۸ و ۱۹۷ ۲/۸ و ۴۳۶ ۲/۷ و ۶۹۲ ۲/۷ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۰) محددین ۴ ۸۴۹ ۲/۲ و ۴۹ ۲/۲ و ۵۶۴ ۲/۲ و ۱۹۱ ۲/۲ و ۱۰۸۱ ۲/۲ و ۲۶۷۷ ۲/۲ و ۸۳۳۲ ۲/۲ و ۴ ۲۸۹۰ ۲/۲ و ۴۴۹ ۲/۲ و ۵۹۹۷ ۲/۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۱) محددین ۰ و ۴۳۵۹ ۲/۶ و ۱۴۱۷ ۲/۸ و ۸۶۶۰ ۲/۹ و ۱۶۵ ۲/۹ و ۵۳۹ ۲/۹ و ۹۷۹۸ ۲/۹ و ۹۹۵۰ ۲/۹ و ۱ فٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۲) محددین ۱/۱۰ و ۱/۱۱ و ۱/۱۲ و ۱/۱۳ و ۱/۱۴ و ۱/۱۵ و ۱/۱۶ و ۱/۱۷ و ۱/۱۸ و ۱/۱۹ و ۱/۲۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

اونیسوین فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم مین ہم نے اشکال متشابہ کی خاصیتونکا ذکر کیا ہے اب ہم اونکے رقبونکے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہین اور ایک مقدمہ عظیم اس باب مین بیان کرتے ہین اور اوسی کو مختلف مثالون کے اندر استعمال مین لاتے ہین +

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مربعون مین فرض کرو کہ دو مثلث متشابہ ہین اور ایک کا ضلع سہ چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے ۹ گنا ہوگا عدد ۹ مربع ۳ کا ہے اور اس بات کا دیکھ لینا بھی آسان ہے اسلئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹے مثلث کے قاعدے سے ہوا تو مثلث کے متشابہ ہونیکے سبب سے بڑے مثلث کا ارتفاع بھی چھوٹے مثلث کے ارتفاع سے سہ چند ہوا

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اسواسطے بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا +

اسیطرح اگر دو متشابہ مثلثون مین ایک مثلث کا ضلع پنجگنا دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبہ سے ہوگا +

(۲۰۶) دفعہ ۱۵۴ مین ہمنے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا رقبہ ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ مربع فٹ ہے اب فرض کرو کہ ہمکو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جسکا ضلع ۷ فیٹ ہو

مربع ۱ کا ۱ ہے اور مربع ۷ کا ۴۹ ہے اسیواسطے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ۴۹ :: ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۴۹ × ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ = ۲۱٫۲۱۷۶۲۲۳

اسیطرح سے عمل اور مثالون مین ہوسکتا ہی پس اس سے یہہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنے کا معلوم ہوا کہ طول ضلع کے مربع کو ۴۳۰۲۷ سے مین ضرب دو

(۲۰۰) دائرے بھی اشکال متشابہ ہین اور دائرون کے رقبون مین بھی وہی نسبت ہوتی ہے جو اونکے نصف قطرون کے مربعون مین دفعہ ۱۰۸ کو دیکھو قطاع دائرے جنکے زاوے آپسمین برابر ہون اشکال متشابہ ہوتی ہین اور اونکے موافق جو قطعات دائرہ ہون وہ بھی اشکال متشابہ ہوتی ہین دو متشابہ قطاع کے رقبون مین وہی نسبت ہوتی ہے جو نصف قطرون کے مربعون مین اور بھی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہے کہ اونکے رقبون مین بھی نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جیسی کہ نصف قطرون کے مربعون مین

(۲۰۸) فرض کرو کہ ہمکو نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے کہ اوسمین جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو

دفعہ ۱۸۷ کے موافق ہمکو معلوم ہے کہ اگر دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہو تو اوسمین ۶۰ درجہ کے قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۹۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۱۰۰ \times ۲۰}{۹۰۶} = ۲۲۰۷۵$

اس عدد کا جذر $= ۱۴۸۵۷$

پس نصف قطر مطلوب ۱۴۸۵۷ انچ ہوا

اب پھر فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے جسمین ۹۰° کے قطعہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہو بموجب دفعہ ۱۸۷ کے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

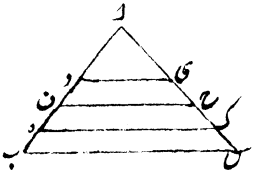
۴۷۵۶۶۴ : ۱۰ :: ۱۶ : نصف قطر مطلوب کے مجذور سے

پس نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۱۶ \times ۱۰}{۴۷۵۶۶۴} = ۳۵۶۰۳۸۵$

اور اس عدد کا جذر $= ۵۹۶۲$

پس نصف قطر مطلوب ۹۲٫۵ فیٹ ہے

(۲۰۹) اب س مثلث ہے اور اب ۱۰۰ فیٹ ہے اور مطلوب ہے کہ ب س کے متوازی خطوط مستقیم کھینچکر چار برابر حصون مین مثلث کو تقسیم کرین



دفعہ ۱۰۸ مین جو سوال حل ہوا ہے اوسکی مماثل یہ مثال ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم دی سب سے زیادہ نزدیک اے کے ہے

تو مثلث اے دی کا رقبہ ایک چوتھائی اب س کے رقبہ کے ہوگا اسواسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : $\frac{1}{4}$ :: اب کے مجذور : اے دی کے مجذور

اسواسطے اے دی کا مربع = $\frac{1}{4}$ اب کے مربع کے

= $\frac{1}{4} \times ۱۰۰۰۰ = ۲۵۰۰$ اور ۲۵ کا جذر = ۵۰

پس اے د = ۵۰ فیٹ

اور اسیطرح اگر ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

۱ : $\frac{2}{4}$ :: اب کے مربع : اب کے مربع

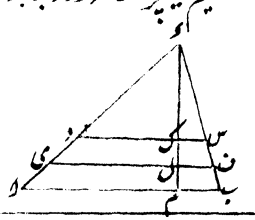
اسواسطے اے ف کا مربع = $\frac{2}{4}$ مربع اب کے = $\frac{2}{4} \times ۱۰۰۰۰ = ۵۰۰۰$

پس اے ف مین تعداد فٹون کی = ۵۰۰۰ کے جذر کے = ۷۰٫۷۱۰۶۷۸

اسیطرح اگر ک بعد اس خط مستقیم کے ہو تو اے ک مین فٹون کی تعداد

= ۷۵ کے جذر کے = ۸٫۶۶۰۲۵۴۰

(۲۱۰) اب س د ذو زنقہ ہے اور اضلاع متوازیہ اب اور د س کے درمیان فاصلہ عمودی ۳ فیٹ ہے اب مطلوب یہ ہے کہ اب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچکر ذو زنقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرین



اب اور ب س کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ و پر ملین

اور فرض کرو کہ ی ف خط مستقیم مطلوب ہے

وم عمود د ب پر نکالو جو ی ف سے نقطہ ل پر اور د ی سے ک پر ملے
چونکہ ی ف ذوزلقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہے تو مثلث د ی ف برابر نصف مجموعہ
مثلثون د ب اور د س ک ہوگا تین مثلث د س اور د ی ف اور د ب متشابہ ہین اور
اونکے رقبون مین ایسی نسبت ہے جیسی کہ د ک و د ل و د م کے طولون کے مربعون مین
اس سے معلوم ہوا کہ مربع د ل کا برابر نصف مجموعہ مربعات د ک اور د م کے ہوا
اب بموجب دفعہ ۷۷ کے ہمکو معلوم ہے کہ د ک = ۵۰ ، ۴ اسیواسطے د م = ۵۰ ، ۷ اور
مربع ۵۰ ، ۴ = ۲۵ ، ۲۰ اور مجذور ۵۰ ، ۷ = ۲۵ ، ۵۶ پس د ل کا مربع = ۵۰ ، ۶۷ کے ½ = ۲۵ ، ۳۱
اسواسطے د ل مین فٹون کی تعداد = ۲۵ ، ۳۸ کے جذر کے = ۴۶ ، ۱۸۴۶ اور ک ل
مین تعداد فٹون کی = ۴۶ ، ۱۸۴۶ - ۵۰ ، ۴ = ۴۶ ، ۱۶۸۴۶
پس ی ف کا مقام تحقیق ہوگیا
(۲۱۱) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے لکھتے ہین
(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمین ۲۰ فیٹ کیواسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جگہہ گھیرگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۴۰ انچ کے واسطے ہے
جگہہ جسکا دریافت کرنا چاہئے ہے ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی مربع پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی

$$\frac{8000}{240\times240} = \frac{80}{24\times24} = \frac{10}{3\times24} = \frac{5}{36}$$

پس جگہہ مطلوب $\frac{5}{36}$ مربع گز کی ہوئی یعنی $\frac{5}{9}$ حصے ۹ مربع فٹ کے یعنی ۴½ مربع فٹ کے
(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا
۴ مربع گز = ۴ × ۹ × ۱۴۴ مربع انچ اور جذر ۴ × ۹ × ۱۴۴ = ۷۲
پس اس سے معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہے
(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اوسکا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے
اوسکے اضلاع دریافت کرو

اگر قائم الزاویہ کی اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہون تو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا پس یہ متناسب حاصل ہوگا

۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سے جسکا دریافت کرنا منظور ہے

اسواسطے اس ضلع کا مربع = $\frac{۱۸۰ \times ۱۶}{۲۰} = ۹ \times ۱۶ = ۱۴۴$

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اسیواسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط آپسمین برابر ہین اور رقبے دریافت کرو فرض کرو کہ مثلث کا ہر یک ضلع ایک فٹ ہی تو اوسکا رقبہ ۰٫۴۳۳۰۱ مربع فیٹ ہی اور مجموعہ اضلاع مثلث کا ۳ فیٹ ہی اور اگر دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ بموجب فصل ۱۴ کے ۰٫۷۱۶۲ مربع فیٹ ہوگا ۰٫۷۱۶۲ کو ۰٫۴۳۳۰۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱٫۶۵ ہوگا پس دائرہ کا رقبہ مثلث کے رقبہ سے ۱٫۶۵ گنا ہوا +

ہمکو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھہ ہی فرض کرین مثلاً فرض کرین کہ ہر یک ضلع ۷ فیٹ ہی تو ہمکو مثلث اور دائرے کے رقبے پہلے رقبون سے ۴۹ گنے حاصل ہونگے مگر نسبت ان رقبون مین ایک ہی رہیگی اوسمین کچھہ فرق نہین آئیگا

اونیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کھیت مین ۳۶۰۰ مربع گز زمین ہی ۱ فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کرکے اوسکا خاکہ نقشہ پر اتارا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنی مربع انچ جگہہ گھیریگی

(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کرین تو ۱ ایکر کا کھیت کتنی جگہہ نقشہ کشتوار مین گھیریگا

(۳) ایک نقشہ مین ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہی تو اوس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو

(۴) ایک نقشہ مین ۱۰ ایکر کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہے تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق یہ نقشہ بنایا گیا ہے

(۵) ایک کھیت کی نقشہ سے اصل کھیت دس ہزار گنا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کھیت کے ۲۰۰ فیٹ طول کو تعبیر کریگا +

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سے دس کروڑ گنا ہے تو بتاؤ کہ اس نقشہ مین میل کے انچ سے تعبیر ہوا ہے

(۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع مین ۲ اور ۳ کی نسبت ہے اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہے اوسکے اضلاع دریافت کرو

(۸) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ کے ہے اور رقبہ ۲۴۲۰۰ مربع فیٹ ہے اضلاع کو فٹون مین دریافت کرو

(۹) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۰ اور ۱۲ اور ۲۰ کی ہے اور رقبہ ۲۲۲۰۰ مربع فٹ ہے تو اضلاع کو فٹون مین بتلاؤ

(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبون مین نسبت بتلاؤ

(۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہین اونکے رقبون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا کہین کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو

(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ۱۵۰ فیٹ ہے تو بتاؤ جو مسدس منتظم اسکے برابر ہوگا اوسکا ضلع کیا ہوگا

(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اوسکے اندر ۹۰ درجہ کے قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۵ فیٹ ہے اب منظور یہ ہے کہ اوس ضلع مین سے کسی ایک ضلع کے خطوط متوازی کھینچکر اوس مثلث کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرین تو بتاؤ اوس ضلع سے نقاط تقسیم کے کیا فاصلے ہونگے

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہے اونکے مجموعہ اضلاع مین باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے

(۱۹) ایک ذو زنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکے درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فیٹ ہے اب منظور یہ ہے کہ اس ذو زنقہ کو دو متساوی ذو زنقہ مین تقسیم کرین

تو اضلاع متوازیہ مین سے چھوٹے ضلع سے نصف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا

(۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کھینچکر اوسکے تین برابر حصے کئے ہین تو خطوط متوازیہ کے درمیانی فاصلہ عمودی کو دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی تو بموجب قضات ۱۹۹ اور ۱۶۷ کے ثابت کرو کہ رقبہ دائرہ کا $\frac{3\frac{1}{7}\times 5\frac{1}{4}}{3\frac{1}{6}\times 4\frac{1}{4}}$ گنا رقبہ کثیر الاضلاع سے ہے

باب چہارم مجسمات

بیسوین فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتے ہین اونکا سمجھنا بہت کام پڑتا ہے اگرچہ یہ بات آسانی کی ہی کہ سب حدود کو جمع کرکے ایک ہی فصل مین لکھدین لیکن یہ ضرور نہین کہ طالب علم اون سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کرے۔ مبتدی کیواسطے بھی کافی ہوگا کہ اول ایکدفعہ ان سب حدود کو توجہ کے ساتھ پڑہ جاے۔ اور پھر جہان موقع اور ضرور ہو اونپر توجہ کرے

(۲۱۳) سطوح متوازیہ وہ ہین جو آپسمین کہین نہ ملین خواہ کہین تک خارج کیجائین مثلاً مکان کی چھت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہین +

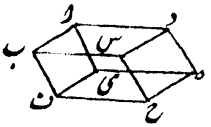
(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہے جبکہ وہ ہر خط مستقیم پر جو اوس سطح مین اوسسے ملے زاوئے قائمے بناتا ہے

یہہ علم ہندسہ کا حدود بعینہ ہے خواہ طالب علم اس پر غور کرے یا نہ کرے۔ مگر وہ سطح پر عمود ہونے کے مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجھہ سکتا ہے کہ سیدہی لکڑی کو سیدہا زمین پر کہڑا کرکے دیکھے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہین +

اور اسیطرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنے کے طالبعلم اس بات کو سمجھہ سکتا ہی کہ ایک سطح پر ایک سطح کی عمود ہونی یا زاوئے قائمے بنانیکے کیا معنی ہین وہ مکان کی دیوارین دیکھہ لے

کہ وہ فرش اور چھت دونو پر عمود ہین اور کواڑ کو جب چول پر پھیرتے ہین تو وہ فرش اور چھت دونو پر عمود رہتا ہے

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہے جسکو چھ متوازی الاضلاعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کی متوازی اور متساوی ہون شکل مین صورت مجسم متوازی السطوح کی بنی ہوئی ہے اوسمین اب س د اور می ف ح ہ برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین اور اب ف ی اور د س ح ہ برابر



متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین اور ا د ہ ی اور ب س ح ف برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین سے ہین

مجسم متوازی السطوح کی جب چھون سطوح احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہوتی ہین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کہتے ہین اور اگر وہ قائم الزاویہ نہین ہوتی تو اوسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہین اینٹ کو دیکھہ لو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجھہ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہی ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جنکی احاطہ کرنیوالے چھون قائم الزاویہ اسمین برابر ہون اوسکو مکعب کہتے ہین اور اسی مضمون کو یون بھی بیان کرتے ہین کہ مکعب وہ مجسم ہے جسکو چھہ برابر مربعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کی سطوح متوازیہ مین ہون

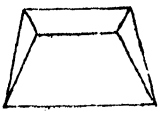
(۲۱۶) جن سطوح مستویہ سے اجسام احاطہ ہوتی ہین اونکو اطراف مجسم کہتے ہین اور ان سطوح مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتی ہین اونکو مجسم کی کنارے کہتے ہین پس مجسم متوازی السطوح کی چھہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہین

(۲۱۷) منشور وہ شکل مجسمہ ہے جسکو اون اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنمین سے دو سطحین جو مقابل ہون متشابہ اور متساوی اور متوازی ہون اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہون جو سطحین مقابل کے متساوی اور متوازی ہوتی ہین اونکو منشور کے سے یا منشور کے قاعدے کہتے ہین

یہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہی اور اوسکی سر
مخمس متساویہ اب س دی اور فوج ہ ل ک


ہین اور یہ دونو سطوح متوازیہ مین ہین
اور اور شکلین مجسمہ کی احاطہ کرنیوالی متوازی الاضلاعین
اب ج ف اور ب س وج ہین اور ایسی ہی اور شکلین ہین ایسی منشور کو منشور خماسی کہتے ہین اور اگر
منشور کے سرون پر مسدس ہون تو اوسکو منشور سداسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور کو
قائم الزاویہ اوس حالت مین کہتے ہین کہ متوازی الاضلاعین اوسکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ
ہون اور غیر قائم الزاویہ کہتے ہین جب اشکال محیط ایسی نہ ہون
پس اسطح مجسم متوازی السطوح بھی منشور مین داخل ہوگیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور
مکعب منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے
(۲۱۸) مخروطہ وہ مجسم ہی جسکو کسی ایک مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثون نے احاطہ کیا ہو اور
یہ مثلث ایک نقطہ پر ملتے ہون اس نقطہ کو راس مخروط اور اوسکے مقابل کی مستقیمۃ الاضلاع کو
قاعدہ مخروط کہتے ہین جب تین مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہے اور جب
چار مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوالاربعۃ الاضلاع ہوتا ہے مصر کا مینار جو مخروطی
شکل کا مشہور ہے وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اونمین
قاعدے اوسکے مربع بنے ہوتے ہین ۔ جب پانچ مثلث راس پر ملتے ہین مخروط کا قاعدہ
مخمس ہوتا ہے اور علی ہذا القیاس
(۲۱۹) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو ٹکڑا مجسم کا قاعدہ اور اوس سطح کے
درمیان واقع ہوگا اوسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہہ مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہین
اگر ایک مخروط دو حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو منقسم ہو تو ایک حصہ مخروط ناقص
ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا

(۲۲۰) فانہ وہ مجسم ہے جسکو پانچ مسطحون نے احاطہ کیا ہو اور اوسکا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور
دوسرے مثلث ہون اور باقی دو طرفونمین اوسکے دو دو زنقہ ہون



دونو دو زنقونکا فصل مشترک فانہ کا کنارہ کہلاتا ہے اور
قاعدہ کا جو ضلع متوازی کنارہ کا ہو اوسکو طول قاعدہ کہتے ہین
اگر قاعدہ کا طول کنارہ کے برابر ہو تو دو زنقہ متوازی الاضلاع ہونگی اور فانہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائیگا
اور اگر متوازی الاضلاعین قائم الزاویہ ہین تو فانہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہوگا
(۲۲۱) مجسم ذو زنقہ وہ مجسم ہے جسکے سرون پر دو مستقیمۃ الاضلاع متوازی ہون اور اون مین تعین اد
اضلاع برابر ہو اور اوسکے تمام اطراف ذو زنقہ ہون
اگر سرے متشابہ مثلثین اور ہم وضع ہون تو مجسم
ذو زنقہ محروط ناقص ہوگا



اگر سرے قائم الزاویہ ہین تو مجسم ذو زنقہ
فانہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسم ذو زنقہ
اس آخری مجسم کا نام ہے +
(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہے جسکی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو وہی
خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہین
کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کے سطح تک کھینچا جائے
قطر کرہ وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے کھینچا جائے اور دونو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو
کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متقاطع دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متقاطع دائرہ
عظیمہ پیدا کریگی کبھی کبھی کرہ کو گولا بھی کہتے ہین گیند اور انٹی کی گولیان دیکھ لو اوس سے
کرہ کی شکل خوب سمجھ مین آتی ہے اور سیسے کی گولیان اور بہت سی چیزین ایسی ہین کہ
اونکو دیکھکر کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہین +

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصون مین منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہین اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے جو اوسی سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہے

اگر ایک قاعدہ قطعہ پر قطر عمود ہو تو اوسکا حصہ جو قطعہ مین واقع ہوگا اوسکو ارتفاع قطعہ کہتے ہین

منطقہ کرہ وہ حصہ کرہ کا ہے جو دو متوازی سطحون کے درمیان واقع ہو اون سطوح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہین +

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح بہی تعریف کرتے ہین - فرض کرو کہ اب س نصف دائرہ ہے اور اس قطر ہے نصف دائرہ کاغذ یا دصلی کا کترلو اور اس کو قائم اور ساکن رکھکر نصف دائرہ کو اوسکے گرد متحرک کرو تو اب س کے متحرک ہونیسے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسی کو کرہ کہتے ہین +



کچھ ضرر نہین کہ اس ترکیب سے کرہ کی تعریف کرین کیونکہ اوس سے اور اچہی طرح تعریف کرسکتے ہین اور اوسی کرہ کا نقش خوب ذہن مین بٹھا سکتے ہین مگر اور مجسمات ہین جنکی تعریف اسی ترکیب سے کیجاتی ہے اسلئے ہم نے یہ ترکیب اول کرہ مین اختیار کی تاکہ اوس سے اور مجسمات کی تعریف سمجھنے مین آسانی ہو +

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل مجسم ہے کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو +

مثلاً فرض کرو کہ اب س د قائم الزاویہ ہے اور اب قائم اور ساکن رکہا جائے اور قائم الزاویہ اوسکے گرد چکر لگائے



تو شکل اب س د کے چکر دینے سے ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو اسطوانہ مستدیر کہتے ہین اب کو محور یا مجسم اسطوانہ کہتے ہین

دائرے جو ا د اور س ب کی حرکت سے پیدا ہوتی ہین اونکو اسطوانہ کے سرے کہتے ہین ہر ایک سرے کو قاعدہ اسطوانہ بہی کہہ سکتے ہین +

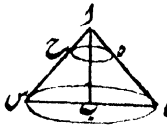
ناتراشیدہ سرمئی قلم خوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سے جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کے جو دو حصے ہونگے اونمین سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا اور اس فصل مشترک کو سطح متفاصل بھی کہتے ہین

(۲۲۵) جسکو ہم اسطوانہ کہتے ہین اوسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی اس لفظ قائم سے یہ سمجھا جاتا ہے کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہی اور لفظ مستدیر سے یہ سمجھا جاتا ہی کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہے اور دور سے وہ پیدا ہوا ہے اور سوا اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانے بھی تحقیقات ریاضیہ مین واقع ہوتی ہین - اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی مخروط سے ہے جسکے قاعدہ کے اضلاع بہت سے ہون اور ہر ایک ضلع نہایت چھوٹا ہو - اسطوانہ مستدیر قائم اوس مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہی جسکے سرے کثیر الاضلاع منتظم ہون مخروط مائل سے تصور اسطوانہ کا سمجھہ مین آسکتا ہے

آیندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام مین آئے تو اوسی مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہوسکتا ہی مگر مبتدیون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھین +

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہی جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ سے کسی ایک ضلع کو ساکن رکھکر مثلث قائم الزاویہ کو اوسپر پورا چکر دینے سے پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہے اور اب اوسمین زاویہ قائمہ ہے



اب کو ساکن رکھکر اوسپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے

ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہین

نقطہ ا کو مخروط مستدیر کا راس اور اب کو اوسکا محور اور سہم کہتے ہین

اور ب س کی حرکت سے جو دائرہ پیدا ہوتا ہے اوسکو قاعدہ مخروط مستدیر کہتے ہین راس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط مستقیم مثلاً اس کھینچا جائے تو اوسکو مخروط مستدیر کا ضلع مائل اور کبھی اوسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین +

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کے ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل مین دائرہ ح ہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصون مین منقسم ہوتا ہے تو وہ حصہ کہ راس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہے لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہے اوسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہین دفعہ ۲۱۹ دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متقاطع سے قطع ہو جاتا ہے اسکی مثال شکل مین خط ح س موجود ہے

(۲۲۷) مخروط کے ساتھ جو الفاظ ہم نے مستدیر اور قائم کے لگائے ہین اوسکی وجہ یہہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سے کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہوتا ہے اور قائم اس سبب سے کہ محور اوسکا قائم قائمے قاعدہ پر بناتا ہے سوا مخروط مستدیر قائم کی اور طرحی بھی مخروطات تحقیقات ریاضیہ مین آتی ہین مخروط دو طرحی ہوتی ہین ایک مین قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتا ہے دوسرے مین دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتے اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونون مین آپسمین بڑی مماثلت ہے جو مخروط مضلع ایسا ہے کہ اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منتظم ہے اور مثلثی اطراف سب آپسمین برابر ہین وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہے اور جو مخروط مضلع ایسا ہے کہ اوسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع منتظم نہین ہے اور نہ اوسکی مثلثی اطراف برابر ہین وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکھتا ہے

جب ہم نے لفظ مخروط کا لکھین تو اوس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہو سکتا ہے مگر مبتدی کے لئے یہہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے

(۲۲۸) مجسم حلقہ سے مراد وہ مجسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح مین ہو اور اوس کو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو

مثلاً فرض کرو کہ اب س دائرہ ہے
اور دی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ مین ہے
اور وہ سطح دائرہ کو نہین کاٹتا ہے
دی کو ساکن رکھہ کر دائرہ اب س کو



دی کے گرد حرکت دین تو شکل اب س کی حرکت سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوس کو حلقہ کہتے ہین
(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہین - طرف مقابل سے جو عمود اس قاعدہ پر نکالین اوسکو ارتفاع مجسم کہتے ہین
مخروط مضلع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو اس سے قاعدہ پر نکالین
منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذو زنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک کھینچا جائے ہر سرے کو قاعدہ کہہ سکتے ہین - فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالین

اکیسوین فصل پیمانہ مجسمات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ ۱۲۶ مین جدول سطحات کے پیمانون کی ربط کے ساتھہ لکھی ہے اوسیطرح جدول مجسمات کے پیمانون کی توضیح کے ساتھہ لکھی جاسکتی ہے مگر فقط یہان اتنی بات کا دیکھہ لینا کافی ہے
۱۷۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فیٹ ہوتا ہے
۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے
(۲۳۱) مجسمات اور اوزان کے پیمانون مین جو ربط اور تعلق ہے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے
گرین کا وزن سطح معین کرتے ہین کہ صاف پانی کا ایک مکعب انچ کا وزن ۲۵۲٫۴۵۸ گرین ہوتا ہے
ایک پونڈ اوویرڈیوپوئین ۷۰۰۰ گرین ہوتے ہین - ایک مکعب پانی کا وزن
۱۷۲۸ / ۲۵۲٫۴۵۸ × ۱۶ / ۷۰۰۰ گرین یعنی ۲۵۲٫۴۵۸ × ۱۷۲۸ × ۱۶ / ۷۰۰۰

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۱۲۴۹۹۹

عرض مین ۱ و ۱۰ انچ ارتفاع مین ہو تو مجسم کی جسامت ۱ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۵ گنا ہوگا یعنے ۱۰۰ مکعب انچ اور علی ہذا القیاس

(۲۳۴) اسی طرح اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ ارتفاع مین ہو تو جسامت ۲۴ مکعب فٹ ہوگی یعنی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۴ برابر ایسے مجسمون مین تقسیم ہوگا کہ ہر ایک اونمین سے ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا ایک فٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ گز لنبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اوسکی جسامت ۲۴ مکعب گز ہوگی اور علی ہذا القیاس

(۲۳۵) دفعہ ۱۳۱ مین ہم نے ایک اصول عام بیان کیا ہے اوسکو طالب علم یاد کرکے یہ کہیگا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ بھی اوسی اصول کے موافق ہے یعنے ایک مجسم کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہین اور اوس سے اور مجسمات کی جسامتون کا اندازہ کرتے ہین اور حساب لگاتے ہین ۔ مکعب کو پیمانہ واحد ٹھہراتے ہین اوسی جسامتون کے اندازہ کرنے مین نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب فٹ ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو ۔

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اول طول عرض ارتفاع کو ایک درجہ کے پیمانون مین تحویل کرنا چاہیئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کرین اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا ۔ اگر طول عرض ارتفاع سب انچون مین بیان کئے جائین تو جسامت مکعب انچون مین تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹون مین بیان کئے جائین تو جسامت اوسکی مکعب فٹون مین تعبیر ہوگی اور علی ہذا القیاس

(۲۳۷) دفعہ ۲۳۲ مین جس مثال کو بیان کیا ہے اوسمین جسامت برابر ۴ × ۳ × ۲ مکعب انچ کے ہے اب فرض کرو کہ ہم مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائین جو ۴ انچ لنبا اور ۳ انچ چوڑا ہے تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس سے کہ جسامت

مجسم کے تعبیر ہوتی ہے حاصلضرب اون اعداد کا ہی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین اگر قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۴ و ۳ انچ ہین تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا پس اب بھی موافق سابق کے جسامت برابر حاصل ضرب اون اعداد کے ہی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین - یا ہم قاعدہ مجسم کا اوس قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۳ و ۲ انچ ہین تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کے جسامت برابر ہی حاصل ضرب اون اعداد کے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین

(۲۳۸) اب اس سے طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ مجسمات کی جسامتونکو کسطرح بیان کیا کرتے ہین ہم قاعدون کو اختصار کے ساتھ بیان کرینگے مگر اونکے سمجھنے مین طالب علمون کو کچھہ دقت نہین واقع ہوگی اگر وہ دفعات گذشتہ کی بیانات کو بخوبی سمجھہ گیا ہو

(۲۳۹) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپسمین ضرب دے تو حاصل ضرب جسامت ہوگی یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت ہوگی

(۲۴۰) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۱ فٹ ۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۳۰ × ۲۰ × ۹ = ۵۴۰۰

پس جسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے قاعدہ کا رقبہ ۱۵ر۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ر۷۵ فیٹ

۱۵ر۵ × ۳ر۷۵ = ۵۶ر۲۵ پس جسامت ۵۶ر۲۵ مکعب فیٹ ہی

(۲۴۱) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد حجامت کو تعبیر کرتا ہے اوسکو اوس عدد پر تقسیم کرین جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور اسیطرح سے اگر حجامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ دریافت کر سکتے ہین مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنے مین رہے کہ حجامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو ہمجانس پیمانون مین تحویل کرین دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو

(۲۴۲) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کی حجامت ۵۷۶ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{۵۷۶}{۷۲} = ۸$

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجامت ۹ مکعب فٹ ہے اور ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

۱ فٹ ۴ انچ = $۱\frac{۱}{۳}$ فیٹ اور $\frac{۹}{۱\frac{۱}{۳}} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۹}{۱} = ۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے

(۲۴۳) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مکعب ہے جسکا طول عرض ارتفاع سب آپس مین برابر ہین پس مکعب کی حجامت دریافت کرنیکے لئے اوس عدد کو کہ طول کو تعبیر کرتا ہے فی نفسہ ضرب دین اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دین پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ عدد کے مکعب سے جو یہہ مراد ہوتی ہے کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دو تو اوسکی وجہ یہی ہے

(۲۴۴) دفعہ ۲۳۰ مین جو نقشہ لکھا ہے اوسمین جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب گز کے درمیان ہے وہ اس باب کی استعانت سے بہت آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے مثلاً اول ہی ہم نے بیان کیا ہے کہ ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہے ایک مکعب فٹ

۱۲ انچ لنبا اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ ۲۳۲ کی ترکیب کے موافق ایک مکعب فٹ مین
۱۲ × ۱۲ × ۱۲ مکعب انچ ہونگے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز طول اور ۱۵ فیٹ بلند اور ۱ فٹ ۱۰½ انچ اثار کی بنانی منظور ہے
تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگینگی

تعداد مکعب انچون کی دیوار مین

۲۵ × ۳ × ۱۲ × ۱۵ × ۱۲ × ۴۵/۲

اور اینٹ مین ۹ × ۹/۲ × ۳ پہلے عدد کو دوسری پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۰۰ نکلے گا پس یہی اینٹون کی تعداد ہے

(۲) ایک ظرف ۱۵ فیٹ ۴ انچ طول مین ۹ فیٹ ۳ انچ عرض مین ہے اور اوسمین پانی بھرا ہوا ہے
تو بتاؤ کتنے مکعب فٹ پانی اوسمین سے نکالین کہ ایک فٹ پانی اوتر جائے

پانی کا حجم جو اوس ظرف مین سے نکالا جائے برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے
جو ۱۵½ فیٹ طول مین اور ۹¼ فیٹ عرض مین اور ایک فٹ عمق مین ہے پس واسطے اوسکے
حجم مین تعداد مکعب فٹون کی ۴۳/۴ × ۴۳/۲ × ۱ یعنی ۴۳ × ۴۳/۲ یعنی ۱۲۶½ ہے

(۳) ایک مکعب ظرف مین ۱۰۰ گیلن پانی ہے اوسکا طول دریافت کرو
ظرف مین ۴۳۲۷ مکعب انچ ہین پس تعداد انچونکی طول مین اس عدد کے جذر المکعب نکالنے سے
دریافت ہوگی اور اوسکا جذر المکعب ۳۰٫۲۶ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسپر ڈکنا نہین ہے طول
بیرونی ۴ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور گہراؤ ۲ فیٹ اور جس مادہ کا وہ صندوق بنا ہوا ہے
ایک نصف انچ موٹا ہے اوس مادہ کے مکعب انچ دریافت کرو

استداد بیرونی انچون مین ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ مین ضرب دیکر حساب اوسکی ۴۱۴۷۲ مکعب انچ ہے

اور امتداد اندرونی انچون مین ۴۷ و ۳۵ و ۲۳½ ہین اسلئے حجامت ۳۸۶۵½ مکعب انچ
پس تفاوت اونمین ۲۸۱۴½ مکعب انچ کا ہی ہی ماحصل مطلوب ہے،

بائیسوین فصل کی مثالین

جن مکعبون کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹون اور انچون کی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم
(۳) ایگزافٹ ۹ انچ (۴) ایک پول

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ
(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ
(۷) ۶ گز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ
(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز افٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فیٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ
(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ارتفاع ۱ گز
(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ
(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۱ گز افٹ ۱۰ انچ ہے

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجامت ۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ
(۱۴) حجامت ۳ مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین

(۱۵) حجم ۴۲ مکعب فیٹ ۱۶۶۸ مکعب انچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۹۸ مکعب فیٹ ۸۵۶ مکعب انچ قاعدہ ۳۴ مربع فیٹ ۴ مربع انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے رقبے دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ انچ (۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۸۴ مکعب انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ انچ

(۱۹) حجم ۹۹ مکعب فیٹ ۴۲۸ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۰) حجم ۲۹۶ مکعب فیٹ ۱۴۴ مکعب انچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ۔ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ انچ ۷ فیٹ ۶ انچ ۶ فیٹ ۹ انچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ انچ ۸ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر جو پانی بہرا جائے اوسکا وزن ہنڈریڈ ویٹ مین تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۷ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ انچ طول کا مکعب اور اون تین مکعبون کے مجموعہ کے ہوتا ہی جنکے طول ۳ انچ ۴ انچ و ۵ انچ ہین

(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۹۴ جریب ۵۰ کڑی اجریب ۵ کڑی اور ۱۳½ کڑی ہین اوسکی جسامت مین مکعب یب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان مین ۴ انچ موٹی ۱۰ انچ عرض کی کڑیان دو سو لگین ہین اور وہ سب ملکر ... مکعب فیٹ دو سو

تہین تو ہر یک کرسٹکا طول دریافت کرو

(۳۲) ایک دیوار ۹۰ فیٹ طول مین ۸ انچ آثار مین ۸ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اوسکے اندر ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگین گی

(۳۳) ایسی کتابین کہ جنمین سے ہر یک کتاب ۵½ انچ لمبی ۲½ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہو ۳ فیٹ ۶ انچ لمبی ۲ فیٹ چوڑی ۲ فیٹ اونچی صندوق مین کتنی سمائینگی +

(۳۴) اگر ایک مکعب فیٹ سونے کے سورق ..... ۴۳۲ مربع انچ پر پہیل جائین تو بتاؤ اوسکا دل کیا ہوگا +

(۳۵) ایک میٹر ۳۷،۳۹ انچ کا ہوتا ہے تو اوس مکعب مین جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب فیٹ کی تعداد دریافت کرو +

(۳۶) ایک چٹان ۴ فیٹ طول مین ۲½ فیٹ عرض مین ہے اور ۱½ فیٹ موٹا ہے اور اوسکا وزن ۲۷ ہنڈریڈ ویٹ ہی تو ۱۰۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو +

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فیٹ وزن مین ۱۶۷،۲ گنا پانی کے ایک مکعب فیٹ کے وزن سے ہوتا ہے تو اوس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۳ انچ عرض مین اور ۲ فیٹ دل مین ہے

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب ظرف کا طول ۱۴،۰۴ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی کم آئیگا اور جس مکعب ظرف کا طول ۱۴،۰۵ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئیگا +

(۳۹) ایک ظرف ۲۴ فیٹ ۸ انچ طول مین ۱۲ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہے اور پانی سے بھرا ہوا ہے تو بتاؤ اوسمین سے کتنے فیٹ پانی نکالین کہ ایک فٹ پانی عمق مین کم ہوجائے +

(۴۰) ایک ظرف مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ طول مین ۹ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہے تو بتاؤ اگر اوسمین سے ۲۶۰ گیلن پانی نکالین تو کتنا پانی عمق مین کم ہوجائیگا +

(۴۱) اگر ایک اونس سونے کو کوٹ کاٹ کی ۲۰ مربع گز ورق بنائین تو بتاؤ کتنے ورق

اکہٹی کرین کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈریڈ ویٹ ۵ ۹ پونڈ ہوتا ہے

(۴۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے +

(۴۳) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق ڈیوڑہا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسری مجسم کے سہ چند سے بڑا ہوگا +

(۴۴) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوا یا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دو چند کے برابر قریب قریب ہوگا

(۴۵) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چھٹے حصہ کے اور عرض بقدر ایک ساتوین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک آٹھوین حصہ کے زیادہ دوسری مجسم کے طول و عرض و عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم ڈیوڑہا دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق مکعب کے شکل کا ہے اور اوسکا ڈھکنا نہین ہے باہر سے طول اوسکا ۲ فیٹ ہے اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہے اوسکی موٹائی ایک انچ ہی تو بتاؤ کتنے مکعب انچ لکڑی اوسمین لگی ہوئی ہے

(۴۷) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اوسکا اوپر کا پٹرا نہین بنا ہوا ہے اگر طول بیرونی اوسکا ۲ فیٹ اور عرض ۱ فیٹ اور عمق ۳ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اوسکی موٹائی آدہ انچ ہو تو اوس چیز کے مکعب انچونکی تعداد دریافت کرو

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول و عرض و عمق ارتفاع ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور لکڑی کی موٹائی آدہ انچ ہی جب خالی صندوق کو تولتے ہین تو اوسکا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہی اور جب ریت بہر کر اوسکو تولتے ہین تو ۱۰۰ پونڈ وزن میں ہوتا ہی تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو

(۴۹) ایک انچ موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کی پٹریکے بنا ہوا ہے اور اوسکا بیرونی طول و عرض اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۱ فیٹ ۵ انچ ہی تو بتاؤ صندوق مین کس حجم کی سمائی ہوگی

(۵۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۳ فیٹ ۴ انچ اونچا ہی اوسکا حجم

۴۰ مکعب فیٹ ۴۰۴ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ ہین اور دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہین اور دو طرفین ہین جنمین سے ہر ایک طرف مین ۱ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ تو ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۳ مکعب فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے

ان مثالون مین جذر المکعب نکالا جائیگا

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ... ۳ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ... ۴ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ایک ٹن پانی سماتا ہو

(۵۶) اگر ... مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا وزن نصف ٹن ہو

تئیسوین فصل مجسم متوازی السطوح و منشور و اسطوانہ کے بیان مین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۲۴۷) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ $= \frac{۳}{۴}$ فیٹ اور $۵ \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳\frac{۳}{۴}$

پس حجم $۳\frac{۳}{۴}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہے جسکے اضلاع ۱ فٹ ۱ انچ اور ۱ فٹ ۸ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہین اور ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۵۲ کے دریافت کرتے ہین

۱ فٹ ۱ انچ = ۱۳ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

$۱۳ + ۲۰ + ۲۱ = ۵۴$ اور $\frac{۵۴}{۲} = ۲۷$

$۲۷ - ۱۳ = ۱۴$ و $۲۷ - ۲۰ = ۷$ و $۲۷ - ۲۱ = ۶$

$۲۷ \times ۱۴ \times ۷ \times ۶ = ۱۵۸۷۶$ پس ۱۵۸۷۶ کا جذر ۱۲۶ ہے

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے

۱ فٹ ۱۰ انچ = ۲۲ انچ

$۱۲۶ \times ۲۲ = ۲۷۷۲$ پس منشور کا حجم ۲۷۷۲ مکعب انچ ہے

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے

قاعدہ کا رقبہ مربع انچون مین $= ۵ \times ۵ \times ۱۶ \times ۳\frac{۱}{۷} = ۸۰\frac{۵}{۷}$

$۸۰\frac{۵}{۷} \times ۱۶ = ۱۲۵۶\frac{۴}{۷}$

پس حجم $۱۲۵۶\frac{۴}{۷}$ مکعب انچ ہے

(۲۴۸) اگر کسی مجسم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اونکے قاعدہ کا رقبہ بھی تو حجم عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہے اوسکو اوس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرنیسے ارتفاع معلوم ہوگا اور علی ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے

(۲۴۹) مثالین

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۷۲۸}{۱۰۸} = ۱۶$ پس ارتفاع ۱۶ انچ ہے

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہی قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$\frac{۲۰۰۰}{۵۰} = ۴۰$ پس قاعدہ کا رقبہ ۴۰ مربع انچ ہے

(۲۵۰) دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ ۲۳۹ مین دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہی اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی - ہم کو یہ خیال ہی کہ مبتدی کو دفعہ ۲۳۲ کے حل سے بالکل یقین ہوگیا ہوگا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہے اب ہم اس بات کو ثابت کرین گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر بھی یہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ ۲۹ کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہین جنکا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث اب س ہے اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل اب دی ہی دفعہ ۲۹ کی ترکیب سے ہم ثابت کرسکتے ہین کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے اسی معلوم ہوا کہ دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ منشور قائم پر جسکا قاعدہ مثلث ہو حاوی ہے اسواسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر بھی حاوی ہے جسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ مثلثون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور منشوران مثلثون کے مطابق ایسی منشورون مین تقسیم ہوگا کہ جنکی قاعدے مثلث ہین اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوسپر قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اسے ہم یہ سمجھتے ہین کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدہ کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہی کچھ اوسکی شکل پر منحصر نہین ہوتا اس سے ظاہر ہوتا ہی کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہے کہ قاعدہ منشور کا دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اسی ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہین کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر ہی پر حاوی نہین ہے بلکہ اور مجسمات پر بھی جنکو روزمرہ کی بول چال مین اسطوانہ مستدیر نہین کہتے ہین مثلاً ستون وکنوان وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلی مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کیواسطے ہو وہی منشور مائل کے لئے ہی - یہہ شکل دفعہ ۲۹ کی شکل کی متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بھی اوسیکا اثبات کے متشابہ ہی فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور مین رقبہ کو زیادہ کرتی ہی اور اوسکی برابر کے رقبہ کو تفریق کرتے ہے یہان ایک حسبامت کو زیادہ

کرینگے اور اوسکے برابر کی جسامت کو تفریق کرینگے

(۲۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے ہم حل کرتے ہین

(۱) ایک انچ مکعب دھات کا تار $\frac{1}{20}$ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر $\frac{1}{20}$ انچ ہی پس قاعدہ کا رقبہ انچ مربع سمین

$= \frac{3\frac{1416}{4000}}{4} = 0.007854$ اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہے

اسواسطے $1 \div 0.007854 = 127.323$ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہے کہ اوس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور ہی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو اکثر نلی یا نالیہ کہتے ہین

بموجب فقرہ ۳۰۷ قاعدہ کا رقبہ مربع انچ مین $= 3\frac{1416}{1000} \times 3^2 = 9.9912$ اور ارتفاع ۶۰ انچ ہی

اسیواسطے جسامت مکعب انچون مین $= 60 \times 9.9912 \div 21 = 28.4754$

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہو اور جسامت اوسکی ۵۰۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور نصف قطر قاعدہ کا آپس مین برابر ہین تو حاصلضرب $3\frac{1416}{1000}$ اور نصف قطر کی تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰۰ کے ہوا اوسی معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچون کی تعداد

$= \frac{500}{3\frac{1416}{1000}} = 159.15$ اور جذر المکعب نکالنے سے ۵.۴۱۹ حاصل ہوتے ہین پس نصف قطر تقریبًا ۵.۴۲ انچ ہے

تیسوین فصل کی مثالین

جن منشورون مین امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹ اور انچ مین دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

(۲) قاعدہ ۱۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے

(۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ

جن مشلثی منشورونمین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی حسابت مین مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین ارتفاع ۴۵ انچ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۲۹ انچ ہین ارتفاع ۵۲ انچ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳ و ۴۰ و ۵۱ انچ ارتفاع ۵۸ انچ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ

جن اسطوانون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی حسابت مکعب فیٹون اور اونکی عشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴½ انچ

جن منشورون کی حسابتین اور قاعدے معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حسابت ۱۸ مکعب فیٹ ۸۰ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ

(۱۴) حسابت ۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ

(۱۵) حسابت ۳۶ مکعب فیٹ ۳۴۹ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ

(۱۶) حسابت ۵ مکعب فیٹ ۷۸۲ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ

جن اسطوانون کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ½ انچ

(۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ½ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہیں اونمین بتاؤ کہ کتنی گیلن پانی سمائیگا

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۲۵) ایک منشور کا ارتفاع ۴۲ فیٹ ہے قاعدہ ذو زنقہ ہے اوسکے اضلاع متوازیہ ۱۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہین اور فاصلہ اونکے درمیان ۵ فیٹ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۶) چین کی دیوار ۱۵۰۰ میل لمبی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہے

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ لمبی ۸ فیٹ گہری ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے کھدی ہے تو بتاؤ اوسکے کھودنے سے کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ لمبی ۶ فیٹ گہری اور ۱۰ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۸ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور پانی اوسمین بھرا ہوا ہے تو اوسمین کتنے گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور اوسکے کھودنے سے ۲۵۰۰۰ مکعب فیٹ مٹی نکلی ہے تو بتاؤ اوسکا طول کتنا ہے

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اگر اوسمین ۱۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو تو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۲۰ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کھودین

(۳۲) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۱۹ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فٹ مٹی کھودین
(۳۳) ایک محراب دار پل زمین کے اندر ۱۰۰ گز لمبا بنانا منظور ہے اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہے
اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب گز مٹی کھودی جائے
(۳۴) ایک سکہ کا ۱½ انچ قطر ہے اور ½ انچ موٹا ہے تو بتاؤ ایسی سکے کتنے گلائین کہ ایک ایسا
مکعب بنجائے جسکا کنارہ ۱ انچ لمبا ہو
(۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اوسکا عمق ۳۰ فیٹ ہے اور ۲۰ پائی فی مکعب گز کھدائی ہے
تو بتاؤ اوسکی کھدائی مین کیا صرف ہوگا
(۳۶) کنوے کا قطر ۳½ فیٹ ہے اور اوسکا عمق ۴۰ فیٹ ہے اور ۲۵ پائی فی مکعب گز کھدائی
ہے تو اوسکو کھدائی مین کیا خرچ ہوگا
(۳۷) کنوے کا قطر ۳ فیٹ ۶ انچ اور اوسکا عمق ۴۵ فیٹ ہے اور ۳۰ پائی فی مکعب گز کھدائی ہے
تو بتاؤ اوسکی کھدائی مین کیا خرچ ہوگا
(۳۸) اگر ۱ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ انچ سوراخ کی بندوق کا کیا طول کہین کہ
۱۰ پونڈ بارود اوسمین سمائے
(۳۹) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار ½ انچ قطر کا کھینچا گیا ہے تو بتاؤ اوسکا طول کیا ہے
(۴۰) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار ۰٫۰۱ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول دریافت کرو
(۴۱) ایک اسطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ
ہے اور ارتفاع اوسکا ۷ فیٹ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو
(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۲ انچ ہے
اور ارتفاع ۹ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو
(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۳ انچ
ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۴) ایک لوہے کی نل کا ۳ انچ سوراخ ہے اور ½ انچ موٹا ہے اور ۲۰ فیٹ لمبا ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲۶۰۴ اونس ہے

(۴۵) ایک سیسی کی نل کا طول ۱۲ فیٹ ہے اور اوسکا سوراخ ۱½ ہے اور اوسکی موٹائی ½ انچ اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسی کا وزن ۶۰۴ اونس ہے

(۴۶) ایک سیسی کی نل ہے اوسکا سوراخ ۲ انچ ہے اور نصف انچ موٹا ہے اور ۹ گز لمبا ہے اور قیمت اوسکی ۲½ پنس فی پونڈ ہے اور ایک مکعب فٹ سیسی کا وزن ۱۱۳۱۲ اونس ہے تو اوس نل کی قیمت دریافت کرو

(۴۷) ایک سلاخ لوہی کی مربع کی شکل ہے اور ضخامت اوسکی ایک انچ ہے اور ۱۰½ پونڈ وزن میں ہے اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنائی جائے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک مثلثی منشور کا ہر یک کنارہ ۱۰ انچ طول میں ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منتظم ہے اور ہر یک کنارہ منشور کا ۱ فٹ ہے منشور کی حسابت دریافت کرو

(۵۰) ایک سیسی کے نل کا اندرونی قطر ۱½ انچ ہے اور بیرونی قطر ۹/۱۶ انچ ہے اگر نل گلایا جاوے اور اسکے طول کی برابر ٹھوس نل بنایا جائے تو اوسکا نصف قطر کیا ہوگا

(۵۱) ایک درخت کا تنہ اسطوانہ قائم ۲۰ فیٹ قطر کا ہے اور ۲۰ فیٹ بلند ہے تو بتاؤ اگر اس تنہ کو چھیل کر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جسکا قاعدہ مربع ہو بنایا جائے تو جتنی لکڑی اوسمیں باقی رہے اوسکا حجم دریافت کرو

ذیل کی مثالوں میں جذر لگب لگالا جائیگا۔

(۵۲) قاعدہ منشور ثلثی کے اضلاع ۵۲ و ۵۱ و ۲۰ انچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع ۶ انچ ہے تو اوسکے برابر حجم کے مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ انچ ہے تو اوسکے برابر مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر ½ انچ ہے اور ½ انچ موٹائی ہے اگر ..... ۱ سورن

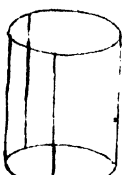
گالین اور اوسکا مکعب بنائین تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ گنا قاعدہ کے نصف قطر سے ہو اور اوسکا حجم ۲۵ مکعب فٹ ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

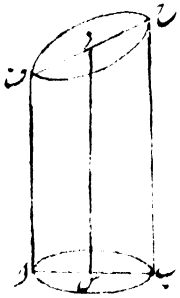
(۵۶) ایک ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اوسکا ارتفاع آدھا اوسکے قاعدہ کے نصف قطر سے ہو اور اسطوانہ مین ایک گیلن پانی سماتا ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

چوبیسوین فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان مین

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اسطرح کی ہوتی ہین کہ اوکا حجم بہت سہولت سے مساوے قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہے اب اس بات کو ہم دکھادینگے اور بتلادینگے



(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصون مین ایک سطح سے جو متوازی محور کی قطع کیا جائے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائر ہوگا اسلئے ہر قطعہ اسطوانہ کا حجم موجب قاعدہ ۲۴۶ کے دریافت ہوگا



(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ اسطوانہ سے نہ ملتی ہو قطع کرے اور فرض کرو کہ ایک مجسم پیدا ہوا اور خط مستقیم س د مرکز قاعدہ سے زاویہ قائمہ بناتا ہوا قاعدہ پر نکالا جائے اور سطح سے ملا اوسکا نام ارتفاع مجسم ہوگا ایسے مجسم کی جسامت دریافت کرنیکا ذریعہ یہی قاعدہ ہے جو دفعہ ۲۴۶ مین بیان ہوا اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتے ہین کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہے جو دو سرون کے درمیان واقع ہے +

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ بون صحیح ثابت ہوسکتا ہے کہ اگر ایک سطح نقطہ د سے متوازی قاعدہ اسطوانہ کے نکالین تو اوس سے ایک فانہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اسطرح سے باقیماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب پاسکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بنجائے گا جسکا ارتفاع س د ہو

(۲۵۸) دفعہ ۲۵۶ کی شکل مین آسانی سے اس بات کو دیکھ سکتے ہین کہ س د نصف مجسمو

ح اور ح ب کا ہم یعنی ارتفاع برابر ہے نصف مجموعہ اوس بڑے سے بڑے خط مستقیم اور چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم کے ہی جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتے ہین دفعہ ۱۶۳ دیکھو +

(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحون سے قطع کیا جائے اور یہ سطحین محور پر مائل ہون اور آپسمین ملتے ہون تو جو مجسم پیدا ہوگا اوسکی حسابت سطح دریافت ہوتی ہی کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم مین ضرب دو یہان ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستدیر کا اوس حصہ سے ہی جو کہ مجسم کے دو نوسرونکے درمیان ہو یہ قاعدہ اسطح استخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اسطح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسمون کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جسکا ذکر دفعہ ۲۵۶ مین ہوا ہے

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ ۲۵۶ کی شکل جس مجسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہانتک موڑا جائے کہ ف اور ا ملجائین تو ایک مجسم متشابہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اسطح بیان کرسکتے ہین کہ وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اسطح موڑنے سے پیدا ہوتا ہے کہ اوسکے دو نوسرے ملجائین یہ بالکل ٹھیک نہین ہے مگر اس سے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی حسابت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ مین ضرب دو (تراش کی جگہہ فصل کے لفظ کو لکھہ سکتے ہین) بعض اوقات تراش مدور سے ترچھی تراش مراد ہوتی ہے

حلقہ کے طول سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جسمین مرکز تمام ترچھی تراشون کے واقع ہون اور وہ حلقہ کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہوسکتا ہے دفعہ ۲۵۸ دیکھو +

(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ $3\frac{1}{7}$ مربع انچ ہے اسسے اسطح حسابت حلقہ کی ملعہ انچ ہین $10 \times 2 \times 3\frac{1}{7}$ یعنی $31\frac{7}{7}$ ہے

(۲) حلقہ کے دائرہ اندرونی کا قطر ۱ انچ اور بیرونی کا ۸ انچ ہے +

ان قطرون کا فرق تراش مدور کی قطر سے دوچند ہی اسواسطے تراش مدور کا نصف قطر ½ انچ ہی
اور حلقہ کی حد بیرونی ۱۴،۱۶،۱۸،۱۴،۳ انچ ہی اور حد اندرونی ۱۴،۱۶،۱۸،۱۴،۳ انچ ہے اور ان عددونکا
نصف مجموعہ ۲۳،۵۶،۲ انچ ہے اسیواسطے یہی حلقہ کا طول ہے

پس حجم حلقہ کا مکعب انچون مین = ۱۹۶۳۵ × ۲۳،۵۶،۲ = ۴،۶۲۶۴ تقریبًا

چوبیسوین فصل کی مثالین

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حاصل تفریق حد بیرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے مجموعہ حد اندرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

جن حلقون کی تعداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب انچ مین دریافت کرو

(۳) طول ۲۰½ انچ ترچھی تراش کا نصف قطر ⅛ انچ ہے

(۴) طول ۱۶ انچ ہے ترچھی تراش کا قطر ۱ انچ ہے

(۵) قطر بیرونی ۸،۴ انچ ہے اور قطر اندرونی ۲،۴ انچ

(۶) قطر اندرونی ۳،۱۲ انچ اور قطر ترچھی تراش کا ۲،۳ انچ ہے

(۷) قطر بیرونی ۱۹ انچ اور ترچھی تراش کا قطر ۳½ انچ ہے

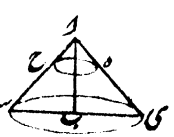
(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ اور ترچھی تراش کا محیط ۶،۱ انچ ہے

(۹) حلقہ کا حجم ... مکعب انچ ہی اور ترچھی تراش کا نصف قطر ۲ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۰) ایک حلقہ کا حجم ... مکعب انچ ہی اور طول ۲۰ انچ ہی اوسکا نصف قطر اندرونی دریافت کرو

پچیسوین فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان مین

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو



قاعدہ۔ قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو

حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا

(۲۶۴) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور ہر یک ضلع ۳ فیٹ ۹ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے

۳ فیٹ ۶ انچ = ۳ ½ فیٹ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ¾ فیٹ

$$۳\frac{۱}{۲} \times ۳\frac{۳}{۴} = \frac{۷}{۲} \times \frac{۱۵}{۴} = \frac{۱۰۵}{۸}$$

$$\frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰۵}{۸} \times \frac{۱۵}{۴} = \frac{۵ \times ۴۹}{۴ \times ۴} = \frac{۲۴۵}{۱۶} = ۱۵\frac{۵}{۱۶}$$

پس حجم $۱۵\frac{۵}{۱۶}$ مکعب فیٹ ہی

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے

$$۱۰ \times ۱۰ \times ۱۸ \times ۳\frac{۱}{۷} = ۳۱۴\frac{۲}{۷} \times ۱۶ = ۵۰۲۸\frac{۴}{۷}$$

$$\frac{۱}{۳} \times ۱۸ \times ۵۰۲۸\frac{۴}{۷} = ۶ \times ۵۰۲۸\frac{۴}{۷} = ۳۰۱۶۸\frac{۲۴}{۷}$$

پس حجم $۳۰۱۶۸\frac{۲۴}{۷}$ مکعب فیٹ ہی

(۲۶۵) اگر کسی مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو اوسکے سہ چند کو اوس عدد پر جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جائیگا اور علی ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اوسسے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا

(۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا حجم ۱ مکعب گز ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

۱ مکعب گز = ۲۷ مکعب فیٹ $\frac{۲۷ \times ۳}{۱۸} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

پس ارتفاع $۴\frac{۱}{۲}$ فیٹ ہی

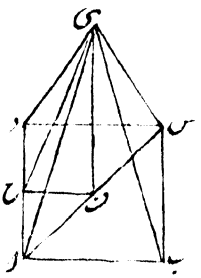
(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فیٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۱۲ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

نصف مکعب فیٹ = ۸۶۴ مکعب انچ $\frac{۸۶۴ \times ۱۲}{۱۰۸} = ۹۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۰۷) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع چایش مین ۱۰ انچ ہے اور چارون کنارون مین سے جو راس پر ملتی ہین ہر ایک کنارہ کا طول ۱۸ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو



اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س د قاعدہ ہے اور مخروط کا

اس ی ہے اور مخروط کا ارتفاع ی ف ہے

یعنی نقطہ ی سے عمود قاعدہ پر پڑتا ہے نقطہ وسط قطر اس کا ہوگا

اب جب فصہ ۵۵ کے اس مین تعداد فٹون کی ۱۰ ہے پس اف مین تعداد فٹون کی ۱۰۰۰ ہے

مثلث قائم الزاویہ ای ف مین وتر ای ۱۸ انچ ہے اور تعداد فٹون کی اف مین ۱۰۰۰ ہے

اسیواسطے بجدول فصہ ۶۰ کے فٹون کی تعداد ی ف مین ۳۲۴ - ۵۰ کا جذر ہے یعنی ۲۷۴ کا جذر ہے یعنی ۱۶۵۵۲۹۴۵۴ ہے

پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$= \frac{1}{3} \times 16552945.4 = 5516764.84$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر یک ضلع ۱۰ انچ ہے اور طول اوس خط کا جو قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط مین ملایا جائے ۱۳ انچ ہے حجم دریافت کرو

اول ارتفاع مخروط کا تحقیق کرنا چاہیے دفعہ گذشتہ کی شکل مین فرض کرو کہ ح نقطہ وسط ضلع ب ج کا ہے تو ی ح ۱۳ انچ ہوگا اور ح ف برابر ۵ فٹ کے ہے

اسیواسطے بجدول فصہ ۶۰ کے ی ف مین فٹون کی تعداد ۱۶۹ - ۲۵ کا جذر ہے

یعنی ۱۴۴ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 12 = 400$

ی ح کو بھی مخروط کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہی اور وہ کنارون کے نقطہ مشترک سے ۳، ۴، ۵ انچ کے فاصلہ پر کنارون سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو

جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے جسکے زاویہ قائمہ کے اضلاع ۳ و ۴ انچ ہین تو مخروط کا ارتفاع ۵ انچ ہے

اسے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انچون مین = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 5 = 10$

پچیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مضلع مین امتداد تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم فٹون اور انچون دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۲ مربع انچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ

(۲) قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ انچ

جن مخروطات مثلثی مین امتداد تفصیلہ ذیل معلوم ہون اونکا حجم مکعب فٹون اور اوسکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۹ و ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵ و ۱۹ و ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳ و ۲۷ و ۳۰ فیٹ ارتفاع ۲۸ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کے امتداد تفصیل ذیل ہین اونکا حجم مکعب فٹون اور مکعب انچون کی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲ و ۴ فیٹ ارتفاع ۲ و ۵ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کا حجم اور قاعدے معلوم ہون اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجم ۱۰ مکعب فیٹ ۳۶۳ مکعب انچ ہی قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۴۴ مربع انچ

(۱۴) حجم ۳۳ مکعب فیٹ ۳۰۹ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۳ مربع انچ

(۱۵) حجم ۹۱ مکعب فیٹ ۹۲۰ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۱۴ مکعب فیٹ ۱۵۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ

جن مخروطات مستدیر کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قاعدونکی نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۴۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۸) حجم ۴۰ مکعب انچ ارتفاع ۳ ۵/۶ فیٹ

(۱۹) حجم ۶۰۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ ۴/۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۶ ۲/۴ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کے مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہین اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہی اور جو کنارے راس پر ملتے ہین اونمین سے ہر یک ۱۵۰ فیٹ ہی

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکا رقبہ ۲۰۲۵ مربع فیٹ ہی اور کنارے جو راس پر ملتے ہین اونمین سے ہر یک ۳۰ ۳/۴ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہے اور ہر یک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۳۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی ہر یک ضلع اوسکا ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکے ضلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط مین خط مستقیم وصل کیا گیا ۱۸ ۱/۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے ہر یک ضلع اوسکا ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط ملایا گیا طول مین ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۲۱ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہے اور قاعدہ کے بڑے ضلعون مین کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا گیا ۳ و ۲۳ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہے اور قاعدہ کے اضلاع خورد مین سے کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا جائے تو اوسکا طول ۲۴ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متقاصل اس سے قاعدہ پر عمود ہو کر تراشتی ہے اور اس تراش سے مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہی جسکا ہر یک ضلع ۱۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۰ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۰۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۸ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک ظرف ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۰ فیٹ ہی تو بتاؤ اسمین کتنی گیلن پانی آئیگا

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۲ انچ چوڑا ہی اور ۳ انچ گہرا ہی تو بتاؤ کہ کتنے مکعب انچ شراب اسمین آئیگی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۱۶ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۶) مخروط مستدیر ۳۰ فیٹ اونچا ہے اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکو زمین پر رکھا اور اوسپر ریت ڈالنی شروع کی یہانتک کہ ایک مخروطی ڈھیر ۲۰ فیٹ اونچا ۲۰ فیٹ محیط کا بن گیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب ریت ڈالی گئی

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲ ۱/۲ مکعب فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

(۳۸) ایک مسدس کمرہ ہی ہر ایک ضلع اوسکا طول مین ۲۰ فیٹ ہے اور دیوارین اوسکی ۳۰ فیٹ اونچی ہین اور پہران دیوارون پر ایک گنبد مسدس سے مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچا بنا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین کتنی مکعب فیٹ ہین

(۳۹) ایک مکعب ہے اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے تین متصل کے ضلعون کو ایک سطح تضعیف کرتی ہی تو اس انقطاع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہے اوسکی حسامت دریافت کرو

(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۱۴ انچ ہی اور ایک کنارہ مکعب کا اسطرح کٹا گیا ہے کہ حصہ جو مکعب سے قطع ہوا اوسی ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جسکا ہر یک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہے اور طول مین ۶ انچ ہے تو جو مجسم باقی رہا اوسکی حسامت دریافت کرو

(۴۱) مصر کا منارہ اعظم ۴۸۱ فیٹ بلند تھا اور اوسکا قاعدہ مربع تھا اور ہر یک ضلع مربع کا ۶۴ فیٹ تھا تو اوسکے حجم کو مکعب گزون تک دریافت کرو

(۴۲) ایک مسجد کا مینار پتھر کا بنا ہوا ہے اور قاعدہ اوسکا مسدس منتظم ہی جسکا ہر ضلع ۱۰ فیٹ ہے اور اسکا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہی اور اوس منار کی اندر جتنے خالی جگہ ہے وہ بھی مخروط ۷ اور مسدس منتظم پر قائم ہے اور ۴۵ فیٹ اونچی ہے اور قاعدہ کا ہر یک ضلع ۹ فیٹ ومنار مین دریافت کرو کہ کتنے مکعب فیٹ پتھر لگا ہے

چہبیسوین فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مستدیر ناقص کی حسامت دریافت کرو

قاعدہ مخروط ناقص کے دو توسرون کے رقبون کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اونکے حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو اور حاصل ضرب کی ایک تہائی لو تو مخروط ناقص کی حسامت حاصل ہوگی

(۲۶۹) مثالین

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے

۱۸ × ۹۸ کا جذر ۴۲ ہے اور ۱۸ + ۹۸ + ۴۲ = ۱۵۸

$\frac{1}{3} \times 15 \times 158 = 790$ پس حجم ۷۹۰ مکعب انچ ہوا

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۴ فیٹ ہے

ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲۵ × ۳۱۴۱۶

دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۹ × ۳۱۴۱۶

اور ان عددون کی حاصل ضرب کا جذر ۳۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ × ۹ کے جذر مین ہے یعنے

۳۱۴۱۶ × ۱۵

ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۹ اور ۱۵ ابین یعنے

۳۱۴۱۶ × ۴۹

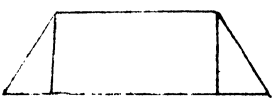
× ۸ × ۴۹ × ۳۱۴۱۶ = ۴۱۰۵۰۲۴ حاصل ہوگا

پس حجم ۴۰۵۰۲۴ مکعب انچ ہوا

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہیئے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھہ کیا ہے کہ اوسمین ضرب دینی کی مشقت نہین اٹھانے پڑی طالب علم کو لازم ہے کہ جہان مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہان اسی طریقہ سے عمل کو برتا کرے ایسی صورت مین فی الحقیقت ہم دفعہ ۲۶۸ کے قاعدہ کی جگہہ اس قاعدہ کو کام مین لاتے ہین کہ سرون کے نصف قطرون کے مربعون کو اونکی حاصل ضرب پر جمع کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۳۱۴۱۶ مین ضرب دو پس حاصل کی تہائی حجم مطلوب ہوگا یہہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ دونو نفس الامر مین ایک ہی ہین فقط اس دوسرے قاعدہ کی موافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(۲۷۱) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور اوسکا ارتفاع مائل ۵ انچ ہے جسامت دریافت کرو



اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہئے

فرض کرو کہ یہ شکل ایک تراش مخروط ناقص کے ہے

جو ایک سطح کو قطع کرنیسے کہ جسمین محور مخروط داخل ہی پیدا ہوئی ہے اب ہم دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جسکا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرون کا فرق ہے

اس صورت مین ارتفاع مائل ۵ انچ ہے اور سرون کے نصف قطرون کا فرق ۳ انچ ہے

اسواسطے بموجب فقرہ ۶۰ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے

۷×۷ = ۴۹ اور ۱۰×۱۰ = ۱۰۰ اور ۷×۱۰ = ۷۰

۴۹ + ۱۰۰ + ۷۰ = ۲۱۹ اور $\frac{1}{3}$×۴×۲۱۹ = ۳۱۴۱۶×۲۱۹ = ۲۷۳۴۷۶۹۱۷

پس حجم ۲۷۳۴۷۶۹۱۷ مکعب انچ ہے

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اضلاع اونکے ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اور ارتفاع ۹ فیٹ ہے

بموجب فقرہ ۲۰۶ کے رقبہ ایک سرے کا مربع فٹ مین = ۹×۴۳۳۰

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۶×۴۳۳۰

ان عددون کے حاصل ضرب کا جذر = ۱۲×۴۳۳۰

ان تینون حاصلون کو جمع کرو تو ۳۷×۴۳۳۰ حاصل ہونگے

پس $\frac{1}{3}$×۹×۳۷×۴۳۳۰ = ۴۸۰۶۳

پس حجم ذرا زیادہ ۴۸۰ مکعب فیٹ سے ہے

چھبیسوین فصل کی مثالین

جن ناقص مخروطات مضلع کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱) سرون کے رقبے ۴٫۵ مربع فیٹ اور ۱۲٫۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۵ فیٹ

(۲) سرون کے رقبے ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۳) سرون کے رقبے ۹۰۰ مربع انچ اور ۶۰ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ گز

(۴) سرون کے رقبے ۵٫۲ مربع فیٹ اور ۸٫۲۵ مربع فیٹ ارتفاع ۶٫۱۲۵ فیٹ

جن ناقص مخروطات مستدیر کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۵) سرون کے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵½ فیٹ

(۶) سرون کے نصف قطر ۴٫۵ فیٹ اور ۵٫۴ فیٹ ارتفاع ۶٫۵ فیٹ

(۷) سرون کے نصف ۸٫۴ فیٹ اور ۶٫۴ فیٹ اور ارتفاع ۲٫۷ فیٹ

(۸) سرون کے نصف قطر ۶٫۵ فیٹ اور ۱۵٫۱ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اونکا حجم دریافت کرو

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہی جسکی بڑے سرے کا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹے سرے کا قطر ۱½ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہی اور قیمت اوسکی ۱۲ روپے فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی

(۱۱) ایک ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اونکے اضلاع کے طول جدا جدا ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مربع ہین اور طول ضلعون کے جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ ہین اور ان مربعون کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط مین جو خط مستقیم ملائین تو اوسکا طول ۱۳ فیٹ ہی حجم اوسکا دریافت کرو

(۱۳) ملک مصر مین اسکندریہ کے قریب ٹولمی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ ابری کا بنا ہوا ہے ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سری کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۷ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۴) ایک جہاز کا ستون ۵۰ فیٹ اونچا ہے اور ایک سرے کا محیط ۶۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین تعداد لکڑی کے مکعب فٹون کی دریافت کرو

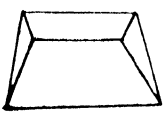
(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہو تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسمین سے یہ مخروط قطع ہوا ہے

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط مین سے ایک سطح متوازی قاعدون کے گذرتی ہے اور اوسکو دو حصون مین منقسم کرتی ہے تو ان دو نو حصون کے جسامت دریافت کرو

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہے، اور مخروط ناقص تین حصون مین قاعدون کے متوازی سطحون سے سطح منقسم ہوا ہے کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہے تو ہر ایک حصہ مین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کے قاعدے منتظم مسدس ہین اور اضلاع کے طول جدا جدا ۸ فیٹ ۱۰ فیٹ ہین اور مخروط کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے، اور ایک سطح عین وسط مین متوازی قاعدون کے گذر کر دو حصون مین اوسکو منقسم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو

ستائیسوین فصل فانہ



(۲۷۲) فانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کی عرض مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو فانہ کی ارتفاع مین ضرب دو تو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ فانہ کا حجم ہوگا

(۲۷۳) مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۴ انچ

$$۱۲+۱۶+۱۶=۴۴ \times \frac{۱}{۶} \times ۴۴ \times ۷ \times ۴=۱۲۳۲$$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) فانہ کا کنارہ ۵ ½ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے

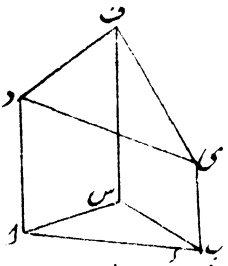
$$۵\frac{۱}{۲}+۳+۳=۱۱\frac{۱}{۲} \text{ اور } \frac{۱}{۲} \times \frac{۲۳}{۲} \times ۲ \times ۴=\frac{۴۶}{۳}=۱۵\frac{۱}{۳}$$

پس فانہ کا حجم ۱۵ ½ مکعب انچ ہے

(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول مین برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ کے قاعدہ سے ہم کو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کے جسامت دریافت کرنے کا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ ۲۴۶ مین جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہین ہین کیونکہ اوس قاعدہ اور اس قاعدہ مین مقادیر مختلف ہین اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھہ سکتے ہین کہ دونو قاعدے ایک ہی ہین۔

(۲۷۵) اگر فانہ کی کناری کا طول اوسکی قاعدہ کی طول سے چھوٹا ہو تو فانہ ایسی دو حصون مین کہ ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جسکا قاعدہ مستطیل ہوا سطح تقسیم ہو سکتا ہے کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی طرف مثلثی کی جو دوسرے سری پر گذرتی ہو کھینچین۔ اسسطح سے اگر کنارہ زیادہ لمبا قاعدہ کے طول سے ہو تو فانہ برابر ہوگا اوس زیادی کی جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جسکا قاعدہ مستطیل ہے رکھتا ہے اسی سبب سے دفعہ ۲۷۲ کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہے

(۲۷۶) اب ہم فانہ کی معنی کو وسعت دیتے ہین اور اوس مجسم کو بھی فانہ کہتے ہین جسکا قاعدہ بجاے مستطیل کی متوازی الاضلاع یا ذو رقعہ ہو ایسی مجسمات کی جسامت دریافت کرنیکے کا قاعدہ مذکور صحیح رہی کا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کی معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عرض فانہ کی معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھین

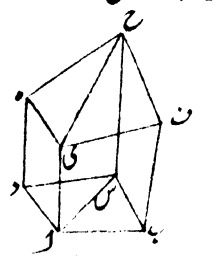


(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور سے ایک میلان رکھتی ہو قطع کرکے ایک مجسم پیدا کیا ہو اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی بھی نہین تو ایسے مجسم کا بھی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہوسکتا ہے کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کنارون کے مجموعہ کی تہائی مین ضرب دین

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۶ مین جو فائنہ کے معنی وسیع بیان کئے ہین اوسکے موافق دفعہ گذشتہ مین جو مجسم ایک فائنہ ہوا اوسکی جسامت دریافت کرنیکا قاعدہ اوسی ترکیب سے ثابت ہوسکتا ہی جو دفعہ ۲۷۰ مین مذکور ہوا ہے اسواسطے کہ اگر ی سے جو تینون کنارون مین سے سب سے چھوٹے کنارہ کا اوپر کا سرا ہے ایک سطح متوازی قاعدہ ا ب س کی نکالین تو مجسم منشور قائم اور مخروط مین تقسیم ہوگا اور ان مجسمات کی جسامت معلوم قاعدون کے موافق دریافت کرکے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۰ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہوگا

(۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم مین سے جسکا قاعدہ متوازی الاضلاع ہے ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ میلان رکھے اور قاعدہ منشور سے کبھی نہ ملے قطع کرکے ایک مجسم



پیدا کرے تو ایسے مجسم کا حجم اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہی

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے چار دن متوازی کنارون کے مجموعہ کی ایک چوتھائی مین ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت مطلوب ہوگی

(۲۸۰) اس بات کا دیکھہ لینا آسان ہی کہ ای + س ح = ب ف + د ہ اسواسطے کہ ہر ایک ہمین سے برابر ہی دو چند اوس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع ا س اور ب د اور نقطہ تقاطع ی ح اور ف ہ کے واقع ہی پس اسلئے قاعدہ مذکور کو اس صورت مین بیان کرسکتے ہین کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چار دن متوازی کنارون مین سے دو مقابل کنارونکے نصف مجموعہ مین ضرب دو

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۰ کے قاعدہ سے استخراج ہوتا ہے اسواسطے کہ اگر مجسم دو حصون مین اسطرح منقسم ہو کہ ایک سطح ای اور س ح مین گذرے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۰

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کر سکتے ہیں اور مجموعہ ان حجموں کا بالکل دفعہ ۱۸۰ کی قاعدہ کے موافق فانہ کا

(۲۸۲) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کریں گے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ ہے قاعدہ کا طول ۳۰ انچ ہے اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اوس سے فانہ کے تراش جو پیدا ہوتی ہے اوسکا رقبہ ۵۰۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو کنارہ جو سطح عمود ہے اوس سے جو تراش پیدا ہوتی ہے وہ مثلث ہے اسواسطے حاصل ضرب اس مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع کا ۲×۵۰۰ یعنی ۳۰۰ ہے اور یہ حاصل ضرب ہی ہے جو عرض فانہ کو ارتفاع فانہ میں ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے

$$۱۸ + ۲۰ + ۲۰ = ۵۸ \text{ و } \frac{۱}{۲} \times ۵۸ \times ۳۰۰ = ۲۹۰۰$$

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے۔

یہی نتیجہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسانی سے نکل آتا ہے

$$۱۸ + ۳۰ + ۲۰ = ۵۸ \text{ اور } \frac{۱}{۲} \times ۵۸ \times ۵۰۰ = ۲۹۰۰$$

(۲) فانہ کا کنارہ ۱۶ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲۴ انچ اور عرض ۶ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور ایک سطح ایک کنارہ کی سرے سے متوازی دوسرے طرف مثلثی کی جو دوسرے سرے پر ہے گذرتی ہے اور فانہ کو منشور اور مخروط میں منقسم کرتی ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴-۱۶ انچ ہے یعنی ۸ انچ ہے اسی معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۲۶۳ کے مخروط کا حجم مکعب انچوں میں $= \frac{۱}{۳} \times ۸ \times ۶ \times ۱۰ = ۱۶۰$

منشور کے تین متوازی کنارے میں ہر ایک انمیں سے ۱۶ انچ لمبا ہے اور بموجب دفعہ ۲۷۰ کے حجم مکعب انچوں میں

$$= ۱۰ \times ۶ \times ۱۶ \times \frac{۱}{۲} = ۴۸۰$$

ستائیسویں فصل کے مثالیں

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۳ انچ اور عرض ۱۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ حجم دریافت کرو

(۲) فانہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہی قاعدہ کا طول ۹ فیٹ ہی اور عرض ۳ فیٹ فانہ کا ارتفاع ۲ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳) فانہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ضلع ۱۵ انچ ہے کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فانہ ۲۴ انچ حجم دریافت کرو

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۴ انچ اوس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور میں سے ایسا قطع کیا جائے کہ اوسکے تینون متوازی کنارون کا مجموعہ ۱۵ انچ ہو

(۵) منشور کا قاعدہ مستطیل ہی اوسکا طول عرض ۱۰ انچ اور ۸ انچ ہی اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور میں سے ایسا منقطع کیا جائے کہ چارون متوازی کنارون کا مجموعہ ۴۲ انچ ہو

(۶) فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اوس سے جو سطح متفاصل پیدا ہوئی ہے اوسکا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو

(۷) فانہ کا کنارہ ۲۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہی اور ایک سطح کنارہ پر عمود ہی اوس سے جو سطح متفاصل مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہے اوسکا ہر یک ضلع ۱۰ انچ ہے حجم دریافت کرو

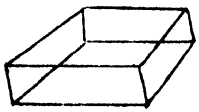
(۸) فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہے اور عرض ۱۰ انچ ارتفاع ۲۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی دوسری طرف مثلثی کے ہے جو دوسرے سرے پر گذرتی ہے اور فانہ کو مخروطا اور منشور میں تقسیم کرتی ہے تو ہر یک حصہ کی جسامت دریافت کرو

(۹) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۵ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سے ۱۵ انچ کے فاصلہ پر گذرتی ہے اور اوس کنارہ کی اس سرے پر جو طرف مثلثی ہے اوسکی متوازی ہے اور فانہ کو دو حصون میں منقسم کرتی ہے ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۲۶ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۰ انچ اور عرض ۱۵ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے فانہ ایک سطح سے ایسا دو حصون میں منقسم ہوتا ہی کہ مجموعہ تینون متوازی کنارون کا ۴۲ انچ ہے

ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

اٹھائیسوں فصل ذو زنقہ



(۲۸۳) مجسم ذو زنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دونو سروں کے رقبوں کو جمع کرو اور اوس سطح متقاصل کا جو عین وسط مین متوازی سروں کی ہے جو چند رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین

(۱) ایک سر کا رقبہ ۴ مربع فیٹ اور دوسرے سر کا ۹ مربع فیٹ ہی اور سطح متقاصل کا رقبہ ۶ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی

$$۴ + ۲۴ + ۹ = ۳۷ \text{ اور } \frac{۱}{۶} \times ۳۷ \times ۲ = \frac{۳۷}{۳} = ۱۲\frac{۱}{۳}$$

پس حجم $۱۲\frac{۱}{۳}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) ایک سر کا رقبہ ۲۲۴ مربع انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۲۱۶ مربع انچ اور سطح متقاصل کا رقبہ ۲۲۱ مربع انچ ارتفاع ۱۸ انچ

$$۲۲۴ + ۸۸۴ + ۲۱۶ = ۱۳۲۴ \text{ اور } \frac{۱}{۶} \times ۱۳۲۴ \times ۱۸ = ۳۹۷۲$$

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ ۲۸۳ کے قاعدہ کا اثبات موقوف اس بات پر ہی کہ مجسم ذو زنقہ منشور دن اور فانون مین تقسیم ہوتا ہے اور نمین سے بعض کے قاعدے مجسم ذو زنقہ کی ایک سرے پر ہوتے ہین اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتے ہین اور سب کے ارتفاع وہی ہوتے ہین جو مجسم ذو زنقہ کا ارتفاع ہوتا ہے

(۲۸۶) سطح متقاصل متوسط کا ہر ایک ضلع سروں کے اضلاع نظیر کے نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہے پس اگر سرے مثلیل ہون اور اونکی امتداد معلوم ہون تو رقبہ سطح متقاصل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہوسکتا ہی پس سطح متفاصل متوسط کا جو چندیہ قبہ برابر اوس ستطیل کے رقبہ کی ہے جسکا ہر یک امتداد مجموعہ سرون کے امتداد نظیرہ کا ہے

اور سطح متفاصل متوسط اور سرون کی زاوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

(۲۸۷) اگر مجسم ذوزنقہ کی سری متشابہ متشکلین ہون اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط مضلع ناقص ہوگا اسواسطے حجم اوسکا دفعہ ۲۶۶ کی قاعدہ موافق دریافت ہوسکتا ہی ان دونو قاعدون کا مقابلہ کرکے دیکھین تو معلوم ہوگا کہ اسحالت مین جو چندیہ رقبہ متفاصل متوسط کا برابر ہے اوس مجموعہ کے جو سرون کے دو چندیہ رقبون اور اونکی حاصل ضرب کے دو چندیہ جذر کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۲۸۸) اب ہم مجسم ذوزنقہ کی معنی یہانتک بڑہاتے ہین کہ اون مجسمات کو بھی کہ جنکی سرے اشکال مستقیمہ الاضلاع نہ ہون مجسم ذوزنقہ کہتے ہین اور اونکی تعریف یہ کرتے ہین کہ مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جنکی سرے متوازی ہون اور اور اطراف اونکے مستقیم ہون اور اطراف مستقیم سے مراد ہمارے یہہ ہے کہ خط مستقیم اوسکی حدود کی کسی نقطہ پر کہین تو وہ ایک سرے دوسرے سرے تک سطح پر منطبق ہوجائے۔ اس تعریف مین مخروط مستدیر ناقص بھی آجائیگا اور مخروط مستدیر ناقص کا ہر یک حصہ بھی شامل ہوجائیگا جو اوس سطح سے کہ دونو سرون سے ملتی ہے متقاطع ہو تا جب ذوزنقہ کی ایسی وسیع معنی لیجائین تو اس حالت مین بھی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوسپر جاوے ہوگا

(۲۸۹) جو قاعدہ مجسمات ذوزنقہ کی جسامت دریافت کرنے کا ہے اوسی بہت سے اور مجسمات کا بھی حجم دریافت ہوسکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ مین مشکل ہے جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میری ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۶۲ کو دیکھی۔

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مجسم ذوزنقہ کی سری ذوزنقہ ہین اور چار کناری متوازی ہین اور ایک سرے کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فیٹ اور ۳۲ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۰ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی بھی امتداد نظیر ۸۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان

فاصلہ ۱۱۲ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

متفاصل متوسط ذوزنقہ ہے اوسکی اضلاع متوازیہ مین سے ایک ضلع ۱۰۰ + ۸۰ فیٹ کا نصف یعنی ۹۰ فیٹ ہے اور دوسرا ضلع ۳۰۲ + ۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۱۳۱ فیٹ ہے اور فاصلہ ان اضلاع متوازیہ کی درمیان نصف مجموعہ سرون کے اضلاع متناظرہ کا یعنی ۲۸ + ۲۶ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ ہے

ہر یک سری کا رقبہ مربع فیٹون مین = $\frac{۱۳۲}{۴} \times ۲۸ = ۱۸۴۸$

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = $\frac{۱۱۰}{۴} \times ۲۶ = ۱۴۳۰$

اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فیٹ مین = $\frac{۱۲۱}{۴} \times ۲۷ = ۱۶۳۳\frac{۱}{۴}$

چوچند رقبہ = ۶۵۳۴

۱۸۴۸ + ۱۴۳۰ + ۶۵۳۴ = ۹۰۱۲ اور $\frac{۱}{۴} \times ۹۰۱۲ \times ۱۱۲ = ۱۸۲۱۵۷\frac{۱}{۴}$

پس حجم ۱۸۲۱۵۷ $\frac{۱}{۴}$ مکعب فیٹ ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۶ انچ قاعدہ کے متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ان تینون حصون کی ارتفاع ایسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہان حصے دو مجسم ذوزنقہ ہین اور ایک فانہ ہے اور ارتفاع ہر ایک کا ۲ انچ ہے اول مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ اور بموجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے دوسرے مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے اور طول و عرض اوسکا ۱۹ انچ اور ۳ انچ ہین حجم بموجب دفعہ ۲۸۳ کے ۱۶۱ مکعب انچ ہے۔

فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہے حجم بموجب دفعہ ۲۷۲ کے ۹۰ مکعب انچ ہے

تینون حجمون کا مجموعہ مکعب انچون مین ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ یعنی ۴۵۹ ہے اور یہ برابر اصل خانہ کے حجم کے ہے اور یہ برابر ہونا ہی چاہئے تھا

اٹھائیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کھودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سر مستطیل ہو اور اونکی امتداد متناظرہ ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کھودین

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کھودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور اوپر نیچے مستطیل ہون اور امتداد متناظرہ اونکی ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنی مکعب فیٹ زمین کھودین

(۳) ایک چھکڑا ہے جو ۴ فیٹ ۶ انچ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کے سر مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۸ اور ۴ فیٹ ۶ انچ اور ۴ اور ۳ انچ ہین اور اوسمین کوئلہ بھرا ہوا ہے تو بتاؤ کوئلہ کا حجم کیا ہے

(۴) ایک نہر ۴½ فیٹ گہری ہے اور اطراف ماتحت اور مافوق اوسکی مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۲۵۰ فیٹ سی ۱۶ اور ۲۴ فیٹ سی ۱۴ ہین تو بتاؤ اوسمین کتنی گیلن پانی آتا ہے

(۵) ریل کیواسطے سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور تھی سرے اوسکے ذوزنقہ ہین اور چارون کنارے متوازی ایک سرے کے ہین اضلاع متوازیہ ۴۴ فیٹ اور ۳۶ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۳۶ فیٹ ہے اور امتداد متناظرہ دوسرے سرے کی ۱۰۸ فیٹ ۳۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان فاصلہ ۱۳½ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ کھدائی ہوگی

(۶) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فیٹ سی ۱۰ اور ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور ارتفاع مجسم ذوزنقہ کا ۴ فیٹ ہے اور سطح متوازی سرون کی عین وسط مین گذرتی ہے اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۷) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ اوسکی ۱۶ فیٹ سے ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۸ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی اب مجسم سرون کے متوازی سطوح سے تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) مجسم ذوزنقہ کے دو سرے مستطیل ہین امتداد متناظرہ ۲۰۵ فیٹ سی ۱۶ فیٹ اور ۱۲ فیٹ سے ۱۲ اور ذوزنقہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور ایک سرے کے مقابل اضلاع کلان مین سے ہر ایک سطح گذرتی ہے اور اوسے مجسم دو قالون مین تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک فانہ کا حجم دریافت کرو

(۹) فانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۸ انچ اور عرض ۱۰ انچ ارتفاع فانہ ۹ انچ ہے عین وسط مین سے ہو کر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہے اوسے فانہ دو حصون مین منقسم کرتا ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو.

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۲۷ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہی اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع فانہ کا ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصون کے اپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۱) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۸ فیٹ سی ۱۰ اور ۱۳ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی بڑے سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی سے اوسکے دو حصے ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح منقاصل مربع ہے

(۱۲) مثال گذشتہ مین دونو حصون کی جسامت دریافت کرو

اونتیسوین فصل کرہ کے بیان مین

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مکعب کو ۱۶ ۱۴ ۱۳ کے چھٹے حصہ مین یعنے ۵۲۳۶ مین ضرب دو

(۲۹۲) مثالین

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶ × ۱۰۰۰ = ۵۲۳۶ مکعب انچ

پس کرہ کے جسامت تقریباً ۵۲۳۶ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے

۳½ کا مکعب ۴۲۸۷۵ ہے اور ۴۲۸۷۵ × ۵۲۳۶ = ۲۲۴۴۹۳۵

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۲۴۵ مکعب فیٹ ہے

(۲۹۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہو جائیگی کہ اوس کرہ کی حجم مین سے جسکا قطر برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کی برابر ہے اوس کرہ کا حجم تفریق کرین جسکا قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجوف کے ہو اسے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے لکھا جاتا ہے

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر بیرونی کی مکعب مین سے قطر اندرونی کا مکعب تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۵۲۳۶ مین ضرب دو

(۲۹۵) مثالین

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ

یہان قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہے ۷۲۹ - ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۵۲۳۶ × ۳۸۶ = ۲۰۲۱۰۹۶

پس کرہ مجوف کا حجم تقریباً ۲۰۲۱۱ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ½ انچ ہے

پس یہان قطر بیرونی ۱۱ انچ ہوگا

مکعب ۱۱ کا ۱۳۳۱ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۱۳۳۱ - ۱۰۰۰ = ۳۳۱ اور ۵۲۳۶ × ۳۳۱ = ۱۷۳۴۹۲۷۶

پس کرہ محدب کا حجم ۵۲۳۶ء۷۵ مکعب انچ ہے

(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۴ کے قاعدہ سے اوس کرہ کا حجم جو دونو کرون کی سطحون کے درمیان واقع ہے دریافت ہو جائیگا اور یہ حجم اوس صورت مین بھی معلوم ہو جائیگا کہ دونو کرون کے مرکز ایک نہ ہون

(۲۹۷) بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) کرہ کے دائرہ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کرین تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸۹۱ء۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا اور پھر بموجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۳۶۹۱ء۱۲ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا

(۲) ایک سیسی کی گولی کا قطر ۵ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۳۷۳ چھٹانک ہے

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہے ۱۲۵ × ۵۲۳۶ء۷۵ = ۶۵۴۵ء۹۳۷۵ پس گولی کا حجم ۶۵۴۵ مکعب انچ ہے

اسلئے اوسکا وزن ۶۵۴۵ × ۳۷۳ = ۲۴۴۱۵۰۵ چھٹانک ہے

(۳) ایک مکعب انچ سونے کا وزن ۵۹۰ء۷ چھٹانک ہوتا ہے تو اوس سونیکی گولہ کا وزن دریافت کرو جسکا وزن ۵۰۰۰ چھٹانک ہے

مکعب انچون کی تعداد گولہ مین $\frac{۵۰۰۰}{۵۹۰ء۷}$ یعنی قریب قریب ۸۴۳۴ء۹ کے ہے یہہ عدد برابر قطر کے مکعب اور ۵۲۳۶ء۷۵ کے حاصل ضرب کے ہوگا

پس قطر کا مکعب حاصل کرنیکے واسطے ہم ۸۴۳۴ء۹ کو ۵۲۳۶ء۷۵ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۱۰۰۶۱۵ ہوگا پس جذر المکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ جذر المکعب ۵۰۴۶ء۵ ہے پس گولہ کا قطر ۵۰۴۶ء۵ انچ کے قریب قریب ہے

اونتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون کے قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو

(۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۳۲٫۵ فیٹ

جن کروں کے دوائر عظیمہ کے قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب فیٹ کرد سوین حصہ تک دریافت کرو

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن مجوف کرونکی استدادیہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین مکعب انچ دریافت کرو

(۹) قطر بیرونی ۵ انچ اور اندرونی ۴ انچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۷ انچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۶ انچ اور اندرونی ۱۲ انچ

(۱۳) ایک کرہ نصف کرہ کی شکل کا ۲ فیٹ ۴ انچ قطر رکھتا ہے اوسمین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سما سکتا

(۱۴) ایک تالاب نصف کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قطر ۱۰ فیٹ ہے اوسمین ایک پانہ ایسا لگا ہوا ہے کہ ۶ گیلن پانی ایک منٹ مین اوسمین پر ہوتا ہے تو بتاؤ کتنے دیر مین یہ تالاب پر ہوگا

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اوسکا ارتفاع درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہے اور قطر ۴ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک مجسم اسطوانہ مستدیرہ قائم کی شکل کا ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اور طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس مجسم کی برابر پانی کے مجسم کا کیا وزن ہوگا

(۱۷) کرہ ۴½ انچ قطر کا ایک لکڑی کے مکعب مین سے جسکا کنارہ ۴½ انچ ہے قطع ہوا ہے تو بتاؤ کتنی لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی

(۱۸) لوہے کے گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲۰۱ چھٹانک ہے

(۱۹) شیشہ کی کرہ کا ۴ انچ قطر ہے اور وزن اوسکا ۳ سیر ۲۲۱ اونس ہے تو اوس شیشہ کے کرہ کا وزن دریافت کرو جسکا قطر ۵ انچ ہو

(۲۰) اگر ۱ مکعب انچ بارود کا وزن آدھ سیر ہو تو ۱۰ انچ قطر کے کرہ مجوف مین وہ کس قدر سما سکیگا

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ مین کتنی بارود آئیگی

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہی اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہی اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہے جسکا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲۱۶ پونڈ ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱½ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہیکا بنا ہوا ہی اور لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴ ہنڈریڈ ویٹ ہوتا ہی اوس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۸،۴ انچ ہی اور قطر اندرونی ۲،۷ انچ ہی تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہوگا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ ایک مکعب فٹ وزن اوسکا ۸۰۶ اونس ہو

(۲۵) کرہ مجوف ۱½ انچ موٹا ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۲ انچ ہے اور ایسی ہی دہات کا بنا ہوا ہی جسکا وزن ایک مکعب فٹ کا ۴،۴ اونس ہی اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۶) مجوف گولی ۳½ انچ دل کی ہی اور اوسکا قطر بیرونی اٹھ ۵½ انچ ہے اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہے جسکی ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۴ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۱ انچ موٹی جسکا قطر بیرونی ۱۰ انچ ہو کیا وزن رکھیگی

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہین اور وزن اوسکا ۱۰½ پونڈ ہے اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جسکے قطر بیرونی ۷½ انچ اور ۴½ انچ ہون بنائین تو اوسکا کیا وزن ہوگا

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ایک مخروط مستدیر ۴ انچ بلند مدور قاعدہ پر جسکا نصف قطر ۲ انچ ہو بنائین اور ایک اندر سے خالی گولہ ایک انچ اور ۴ انچ قطر بیرونی کا بنائین تو ان دونو کا حجم آپسمین برابر ہوگا

(۳۰) لوہے کا مخروط مضلع ایسا ہے کہ ارتفاع اوسکا ۸ انچ ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور ہر ایک ضلع اوسکا ۲ انچ ہے اور ۴ انچ کے قطر کی گولی کا

وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مخروط مضلع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہے تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا رکھین کہ حجم اوسکا برابر اوس کرہ کے ہو کہ جسکا قطر ۴ انچ ہو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اوسکے قاعدہ کا وہ نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۲۲ فیٹ ہے اوسکا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ مخروط کا حجم اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جسکا قطر ۱۰ فیٹ ہو

(۳۴) ایک مجسم اسطرح بنا ہے کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہے اور دوسری طرف نصف کرہ ہے اور اس قاعدہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اوس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہے تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ہے ان مثالون مین جذر المکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے

(۳۶) اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس کرہ کے ہو جسکا قطر ۲۰ انچ ہے

(۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس مکعب کے حجم کے ہے جسکا کنارہ ۲۰ انچ ہے

(۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس اسطوانہ کے ہو جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو

(۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جسمین ۱۵ پونڈ بارود سمائی ہو

(۴۰) ایک سیسہ کی گول ایک انچ قطر کی $\frac{3}{14}$ پونڈ وزن مین ہے تو جو سیسہ کا گولہ وزن مین ۵۸۸ پونڈ ہو تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا

(۴۱) ایک دھات ایسا ہی جسکا ایک مکعب انچ وزن مین ۰٫۵۷۶ اونس ہے تو جو کرہ اس دھات کا وزن مین ۱۶ ۲۲۰٫ اونس کا بنایا جاے اوسکا قطر بناؤ

(۴۲) ایک پیتر کی چکتی اسطوانہ کی شکل کی ہے ۴ انچ اونچی اور ۸ انچ قطر مین ہے اور ۱۲ سیر وزن مین ہے اور ایک اور اوسکی چکتی گولہ کی شکل کی ہے اور وزن مین ۹ سیر ہے تو اوسکا قطر دریافت کرو

تیسوین فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان مین

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ - دونو سرونکے نصف قطرونکے مربعون کے سہ چند مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۵۲۳۶ مین ضرب دو حاصل حجم ہوگا

(۲۹۹) مثالین

(۱) سرونکے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہین اور ارتفاع ۲ انچ

۶۴ + ۱۲۱ = ۱۸۵ اور ۳ × ۱۸۵ = ۵۵۵ اور ۵۵۵ + ۴ = ۵۵۹

۵۵۹ × ۲ × ۵۲۳۶ = ۵۸۵٫۳۸۴۸۰

پس ۵۸۵ مکعب انچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۴۰۰ + ۴۰۰ = ۸۰۰ اور ۳ × ۸۰۰ = ۲۴۰۰ اور ۲۴۰۰ + ۸۱ = ۲۴۸۱

۲۴۸۱ × ۹ × ۵۲۳۶ = ۱۱۶۹۱٫۴۴۴۴

پس حجم تقریبًا ۱۱۶۹۱٫۵ مکعب انچ ہوا

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکہین کہ قطعہ کرہ کا ایک سرا کچھہ نہین ہے تو دفعہ ۲۹۸ مین جو قاعدہ بیان کیا گیا ہے اوسی قطعہ کرہ کا حجم بھی دریافت ہوسکتا ہے مگر اس امر کے واسطے جدا ہی قاعدہ بیان کرنا مناسب ہے اور اوسمین بڑی آسانی ہے

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سہ چند مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۰٫۵۲۳۶ مین پس ماحصل حجم ہوگا

(۳۰۲) مثالین

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے اور ارتفاع ۳ انچ ہے

۳ × ۲۵ = ۷۵ اور ۹ + ۷۵ = ۸۴ اور ۳ × ۸۴ × ۰٫۵۲۳۶ = ۱۳۱٫۹۴۷۲

پس حجم تقریباً ۱۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳½ فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ

۹ انچ = ¾ فیٹ اور ¾ کا مربع = 9/16

قاعدہ کا نصف قطر = ¾ فیٹ اور ¾ کا مربع = 49/16

۳ × 49/16 = 147/16 اور 9/16 + 147/16 = 156/16 = 39/4

¾ × 39/4 × ۰٫۵۲۳۶ = ۳٫۸۸۸۲۵ پس حجم تقریباً ۳٫۸۸ مکعب فٹ ہے

(۳۰۳) مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہے اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ ۸۰ کی شکل کا یہان بھی استعمال کرو

تو ہی د = ۳ انچ اور ی ف = ۱۴ انچ بموجب فعہ ۸۹ کے ہمکو مربع ا د = ۳۳ کے دریافت ہوگا

۳ × ۳۳ = ۹۹ اور ۹۹ + ۱۰۰ = ۱۰۸ اور ۳ × ۱۰۸ × ۰٫۵۲۳۶ = ۱۷۰٫۶۴۶۴

پس حجم قریب ۱۷۰ مکعب انچ کے ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۴ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ ۸۰ کی شکل کو استعمال مین لاؤ تو

ا د = ۲۴ انچ اور د س = ۲۵ انچ موجب فعہ ۶۰ کے ہم کو دریافت ہوگا کہ س د = ۷ انچ

اسیواسطے دی = ۱۸ انچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۵۷۶ × ۳ = ۱۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۴ = ۲۰۵۲

۲۰۵۲ × ۱۸ × ۵۲۳۶ = ۱۹۳۳۹۶۶۸۹۶

پس حجم تقریباً ۱۹۳۴۰ مکعب انچ ہے

تیسوین فصل کی مثالین

(۱) منطقہ کے سروں کے نصف قطر ۱۰ انچ اور ۱۴ انچ ہین اور ارتفاع ۳ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور ارتفاع ۶ انچ ہے اوس کا حجم دریافت کرو

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے وہ دو قطعون مین منقسم ہوتا ہے اون دونون مین سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہے اور وہ دو قطعون مین منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع بہ نسبت دوسرے قطعہ کے دوچند ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲½ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۶ انچ لنبی اور ۲ انچ قطر کی ہے اور اوسکے سرون پر دو گولی لگی ہوئی ہین ہر ایک کا قطر ۴½ انچ ہے یہ سب لوہے کے ہین اور لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ پونڈ وزن مین ہوتی ہے

تو بتاؤ اوس سانچ اور کرون کا سب وزن ملکر کیا ہے

(۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہے اور وہ دو متوازی سطحون سے حصونمین منقسم ہوا ہے اور ان حصون کے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۴) کرہ ۶ انچ قطر مین ہے اور چار حصونمین متوازی سطحون سے منقسم ہوا ہے اور اونکے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۵) منطفہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکے دونو سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور اونکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۶) منطفہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکا ہر ایک سر مرکز کے مقابل جانبون مین واقع ہے اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۷) پیالہ قطعہ کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا عمق ۹ انچ اور قطر اوپر کا ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ اور کتنی پنٹ کے قریب پانی اوسمین سما سکتا

(۱۸) اس دعوی کو مختلف صورتون سے حساب لگا کر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع نصف قطر کرہ کا چوتھائی ہے تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اوس کرہ کے حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہے

اکتیسوین فصل مجسمات غیر منتظم

(۳۰۴) اب وہ ترکیبین ہم بیان کرتے ہین جس سے بعض صورتون مین ہمکو اون مجسمات کے حجم دریافت ہو جائین جو اون قاعدون کے اندر داخل نہین ہین جنکا بیان ہم نے اب تک کیا ہے

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہے کہ پانی مین ڈوب جاتا ہے اور اوسکا کچھہ نقصان پانی مین ڈوبنے سے نہین ہوتا ایک طرف ملعب کی شکل کا یا مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا جو سمین آسانی ہو اور اوسمین اوس مجسم کو رکھدو اور اوسمین پانی بھرو یہانتک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جائے اور جہانتک پانی طرف مین ہو وہان نشان کرلو

اب مجسم کو پانی مین سے نکال کو اور جہان پانی ٹہری وہان ظرف مین نشان کرو اب ظاہر ہے کہ مجسم کا حجم برابر اوس پانی کی حجم کے ہوگا جو اون دو نشانون کے درمیان ظرف مین سماتا ہے اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے۔

یا اسطرح عمل کرو کہ ظرف کو بالکل پانی سے بھر دو اور اوسمین سے حجم کو کہدو اور جتنا پانی ظرف سے نکل جائے اوسے ناپ لو

(۳۰۶) اگر مجسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکی حجم کا اندازہ اوسکی وزن سے اسطرح کر سکتے ہین کہ اوس مجسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہے اوسکی ایک مکعب انچ کا وزن دریافت کرین اور مجسم کے وزن کو اس ایک مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت تعداد مکعب انچون کی مجسم کے حجم مین ہوگی اگر بجائے ایک انچ مکعب کے ہم کو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو تناسب کے حساب سے اوس مجسم کا حجم دریافت کر سکتے ہین (دیکھو ۱۳ فصل کے آخر مین مثالین اس اصول کی لکھی ہین) کہ اگر مجسمات کا مادہ ایک ہی ہو تو اونکے وزنون مین وہی نسبت ہوتی ہے جو اونکے حجمون مین نسبت ہوتی ہے۔

(۳۰۷) اٹھارہوین فصل مین جو قاعدہ لکھا ہے اوسکے متشابہ ایک قاعدہ مجسمات کیواسطے بھی ہے اوسی بعض مجسمات کی حجم تقریبًا دریافت ہو جاتے ہین۔

مجسم کے طول کو برابر جفت حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطوح عمود طول مجسم پر نکالو سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرو اور اول اور آخر رقبون کو اور باقی طاق رقبون اور جفت رقبون کے جو چند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کے سطوح متفاصل کے فاصلہ مشترک مین ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔

(۳۰۸) قاعدہ مذکور عمومًا اوس حالت مین کہ حجم بہت سے سطوح متفاصل سے منقسم ہوگا زیادہ تر صحیح ہوگا مگر جہان مجسم بہت ہی غیر منتظم ہو وہان قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہین چاہیے سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتون کی نہایت مشکل ہوتا ہے اسلیے قاعدہ

مذکور عملاً کچھہ کام کا نہین

اکتیسوین فصل کی مثالین

(۱) ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے ایک پتہر کا ٹکڑا ظرف مین رکہا گیا اور ظرف مین پانی اتنا بہرا گیا کہ پتہر ڈہک گیا اور جب پتھر کو نکال لیا پانی ۶ انچ اور گیا اوس پتہر کا حجم دریافت کرو

(۲) ایک مکعب فیٹ سنگ مرمر کا وزن ۱۶۰ اونس ہی تو جس سنگ مرمر کا وزن ۴ ٹن ہو اوسکا کیا حجم ہوگا

(۳) پانی سے بہرا ہوا پیپہ ۳ ہنڈرڈ ویٹ وزن مین ہے اور جب پیپہ خالی ہوگیا تو ۴۰ پونڈ اوسکا وزن رہ گیا تو ظرف مین تقریبًا بتاؤ کتنے گیلن پانی تہا

(۴) پانچ برابر فاصلہ پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کہینچی گئی ہیں اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہے اور رقبے ان سطوح متفاصل کے ۲۷۳ اور ۲۸۵ اور ۹۶۶ اور ۸۷۵ اور ۱۰۷۲ ہین تو انجام کے سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

(۵) پانچ برابر فاصلہ پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کہینچی گئین اور فاصلہ مشترک ۶ انچ اور سب سطوح متفاصل دوائر ہین اور اونکے محیط جداجدا ۵۰ انچ و ۶۳ انچ و ۷۹ انچ و ۹۶ انچ اور ۱۱۳ انچ ہین تو انجام کی سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

بتیسوین فصل مجسمات متشابہ کے بیان مین

(۳۰۹) مجسمات متشابہ وہ کہلاتے ہین جنکی صورت ایک سی ہو گو اونمین حجم مختلف ہون اکثر روزمرہ کی بول چال مین جو مجسمات متشابہ ہوتے ہین اونمین ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہین

(۳۱۰) تمام مکعب متشابہ ہوتے ہین - تمام کرے متشابہ ہوتے ہین

(۳۱۱) بہت سی صورتون مین ایسا ہوتا ہے کہ وہان آسانی سے یہہ بات دریافت ہوجاتی ہے کہ مجسم متشابہ ہین مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ کی تینون کنارے جو ایک کونہ پر

ملتے ہین دوگنی تگنی یا چوگنی اور گنی ایک دوسری مجسم کے کناروں سے ہون تو ہم کہینگے کہ دونو مجسم متشابہ ہین اگر مخروط مستدیر قایم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دوگنا یا تگنا یا چوگنا اور گنا دوسرے مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم متشابہ کہینگے

اور علی ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانون کے متشابہ ہونے کا ہے

ان بیانات کو اختصاراً اسطرح بیان کیا کرتے ہین

اگر کنارے دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متناسب ہون تو وہ مجسم متشابہ ہونگے

اگر قطر قاعدون کے اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب ہون تو وہ دونو متشابہ ہونگے

(۳۱۲) متشابہ مجسمات کے باب مین یہ مقدمہ اصل اصول ہے کہ

مجسمات متشابہ کی حجمون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے متناظرہ طولون کے مکعبون مین مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطر ۱ انچ ہے اور دوسرے کرہ کا قطر ۴ انچ ہے تو پہلے کرہ کے حجم کو دوسرے کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ۱ کے مکعب کو نسبت ہے ۴ کے مکعب سے یعنی جو ۱ کو نسبت ہے ۶۴ سے اسسے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چھوٹے مکعب سے قریب دوچند کے ہے

جو لوگ اس اصول پر توجہ نہین کرتے اونکو یہ حال نہین معلوم ہوتا ہے کہ مجسمات کی بعض ابتدا کے بڑہنے سے حجم کس نسبت سے بڑہ جاتی ہین اور اوسکے اندر وہ بڑی مشکل مین پڑجاتے ہین اور دہوکہ کہاتے ہین

(۳۱۳) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے لکھتے ہین

(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہے تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دوچند ہو اوسکے کنارہ مین تعداد فٹون کی دریافت کرو

تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک کے مکعب سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ہے ایک سے پس اس سے معلوم ہوا کہ تعداد مطلوب ۲ کا جذر المکعب ہے اور اوسکو نکالو تو ۱.۲۵۹۹۲۶ نکلے گا

اسی ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ مکعب جسکا کنارہ ۲۶ء۱ فیٹ ہو وہ اوس مکعب سے کہ جسکا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھہ ہی دو چند سے زیادہ حجم مین ہوتا ہے

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اوسمین ایک ایسا مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک چوتھائی مخروط مفروض کے ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتھائی ہے تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسیواسطے جو مخروط باقی رہا ہے اوسکی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہے، جو ۱۲ء۱ کی ۴/۳ کو نسبت ہے ۱۲۹۶ اسی پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنی کے رہا ہے ۱۲۹۶ کا جذر المکعب ہے اور وہ ۱۰ء۹۰۲۷ نکلتا ہے۔

پس اسی معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲ - ۱۰ء۹۰۲۷ یعنے ۱ء۰۹۷۳ ہے۔

(۳) ناقص مخروط مستدیر کی سرون کے نصف قطر ۶ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور اوسکا ارتفاع ۳ فیٹ ہے متوازی قاعدہ کی ایک سطح ایسی کھنچو کہ اوسکے دو برابر حصے ہو جائین

دفعہ ۲۱۰ کی شکل مین اب اور س د دائرون کی قطر ہین اور بموجب اوس دفعہ کے وک = ۴ء۵ اور رم = ۵ء۱ فرض کرو کہ جسے سطح مطلوب کا عمود کا فاصلہ ل سے تعبیر ہوتا ہے تو ہم کو یہ دریافت ہوگا کہ ول کا مکعب برابر نصف مجموعہ وک اور رم کے مکعبون کے ہے

اور مکعب ۴ء۵ = ۱۲۵ء۹۱ اور مکعب ۱ء۵ = ۷ء۵۰۷۵ = ۴۲۱ء۲

پس مکعب دل = ۵۱۲ کے ½ = ۲۵۶ء۵ اور اسیواسطے دل مین فٹون کی تعداد = ۲۵۶ء۵ کے جذر المکعب کے یعنے ۶ء۳۵۳۷ کے

پس اسی معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چھوٹی سر سے

= ۶ء۳۵۳۷ - ۴ء۵ = ۱ء۸۵۳۷

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم سب ف سے کتنا کتنا چھیلا جاکے کہ ایک مخروط مضلع ایسا بن جائے

کراوسکی قاعدہ مربعی ہون اگرچہ یہ مثال ٹھیک ٹھیک مشابہ مجسمات کی باب سے علاقہ نہین رکھتی مگر وہ یہان آسانی سے بیان ہوسکتی ہے اسلئے لکھدی ہے

فرض کرو کہ نصف قطر ایک سرے کا ۲ فیٹ ہے اور نصف قطر دوسرے سری کا ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کی مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ مین =

$\frac{1}{3} \times 19 \times 16 \times 14 \times 12 = 12 \times 3 \times 2304 = 829440$ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چارون طرف سے چھیلا گیا اور اوسکی سرے مربع بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین تو بموجب دفعہ ۲۶۸ مخروط مستدیر کا حجم مکعب فیٹ مین

$= \frac{1}{3} \times 30 \times 12 \times 152 = 152$ اسواسطے جو حجم کہ چھیل کر اتارا ہے $= 677376$ مکعب فیٹ ہے اور اصل حجم کا $\frac{677376}{829440}$ حصہ یعنی ۳۶ حجم مخروط مستدیر کا ہے یعنی قریب قریب $\frac{9}{10}$ اس حجم کے اس عمل کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھہ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے جواب حاصل ہوا ہے امتحان کرنے سے یہ بھی واضح ہوگا کہ سرون کی نصف قطر خواہ کچھہ ہی ہون یہی عمل کا حاصل ہوگا جواب ہوا ہے

پس اسی ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہے۔

بتیسوین فصل کی مثالین

(۱) توپ کا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۶ پونڈ وزن مین ہے تو بتاؤ اوسی دھات کے گولہ کا وزن جسکا قطر ۵ انچ ہے کیا ہوگا۔

(۲) اگر دھاتی کل کا نمونہ وزن مین ۹ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی دھات سے بنائی جائے جس کہ نمونہ بنا ہے اور اوسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتداد دون سے نوگنی ہو تو اوس کل کا وزن دریافت کرو

(۳) دو اسطوانی مستدیر قائم متشابہ ہین اور اونکی ارتفاع ۹ انچ اور ۱۰ انچ ہین تو ثابت کرو کہ اونکی متشابہ وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۱.۷۰۳ انچ ہو حجم مین دونو اسطوانون کے

مجسمون کے مجموعہ سے کم ہے اور وہ اسطوانہ جسکا ارتفاع ۱۰۰۰ انچ ہو اون دونو اسطوانون کے مجموعہ سے بڑا ہوگا

(۴) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ اور اوسکا حجم ۴۰۰ مکعب انچ ہی قاعدہ سے ۴ انچ کے فاصلہ پر متوازی قاعدہ کی ایک سطح کھینچی گئی ہے اس سطح سے جو دو حصے مخروط کے ہون اونکے حجم دریافت کرو نیچے کی چار مثالون مین جذر المکعب نکالا جائیگا۔

(۵) توپ کا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۳ سیر وزن مین ہے تو جو گولہ اوسی دہات کا ۱۰ سیر وزن مین ہو اوسکا قطر کیا ہوگا

(۶) اسطوانہ مستدیر قائم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی تو اوسی حجم مین جو نوگنا اسطوانہ متشابہ ہو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷) مخروص ناقص کے سرون کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور وہ دو برابر حصون مین ایک سطح سے کہ متوازی قاعدہ کے ہی تقسیم ہوا ہے تو چھوٹے سرے سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور مین مخروط ناقص تین برابر حصون مین دو سطحون سے کہ متوازی قاعدہ کی ہون منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو

(۹) مسدس منتظم پر ایک مخروط مضلع قائم ہی اوسکو خیراد پر چڑہا کر مخروط مستدیر بنایا ہے تو ثابت کرو کہ ایک دسوین حصہ سی اوسکا کچھ ہی زاید خیراد پر چھیلا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکے حجم کو چارون طرف سی چھیلکر ایسا اوتارا ہے کہ وہ مخروط مستدیر بن گیا ہی تو ثابت کرو کہ کچھ ہی زیادہ اصل حجم کا ½ حصہ چھیل کر اوتارا گیا ہی

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ہر یک کنارہ ایک فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ایک مکعب فٹ کا ہے اور حجم ہر مخروط مضلع کا جسکا قاعدہ مربع ہو اسطرح دریافت ہوگا کہ کنارہ کی مکعب کو $\frac{2}{\sqrt{3}}$ مین ضرب دین

(۱۲) مخروط مضلع مستطیل پر بنایا ہی اور اوسکا ہر یک کنارہ ایک فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم $\frac{2}{12}$ مکعب فٹ ہی اور جو مخروط مثلث پر بنایا جائے اور اوسکا ہر یک کنارہ برابر ہو تو اوسکا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{2}{12}$ مین ضرب دینے سی دریافت ہوگا

پانچوان باب سطوح مجسمات کے رقبے
تینتیسوین فصل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح سے کہ مجسمات احاطہ ہوتی ہین اونکے رقبونکی دریافت کرنیکا حال لکھتے ہین اگرچہ یہ مضمون باب سوم سے متعلق تہا اور وہان بیان کرنا مناسب تہا مگر مبتدیونکے واسطے اس بات مین آسانی ہے کہ اول وہ مجسمات کی جسامت دریافت کرنیکا بیان سیکھین اور بعد ازان اونکی سطوح کے رقبون کے معلوم کرنے کی کیفیت جانین۔

(۳۱۵) کسی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اونہین قاعدون سے دریافت ہوسکتا ہے جو ہم نے باب سوم مین بیان کئے ہین اب ہم مختلف صورتین ان سطوح کے بیان کرتے ہین مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہین اور مجسم متوازی السطوح کی اطراف متوازی متوازی الاضلاعین ہوتے ہین دو یا چار اونمین سے قائم الزاویہ بہی ہوسکتی ہین منشور کے سرے مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتے ہین منشور قائم مین اطراف قائم الزاویہ اور منشور مائل مین اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین مخروط مضلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہے اور اور اطراف مثلث ہوتی ہین مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط مضلع ناقص کے سرے مثلث اور مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین اوز اور اطراف ذوزنقہ ہوتی ہین۔ فانہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفون مین سے ہر یک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہے غرض سب صورتون مین مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین جنکے رقبے اون قواعد سے دریافت ہوتی ہین جو اوپر بیان ہوچکی ہین۔ دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ بہی بیان ہوا ہے اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتون مین ہوگا کہ اسطوانہ مستدیر کے سرے دائرے ہوتے ہین مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے۔ ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے دائرے ہوتے ہین قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے منطقہ کرے کے سرے دائرے ہوتے ہین۔ ان سب صورتون مین دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ کام مین آئیگا۔ باب سوم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونمین سے ہر یک قاعدہ اس باب مین کام آئیگا

مثلاً قطعہ دائرہ کی رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہے وہ اسطوانہ کی اون قطعات کی سطح کے رقبی دریافت کرنیمین کام آئیگا جو دفعہ ۲۵ مین بیان ہوئی

(۲۱۶) مثالین

(۱) ایک مکعب ۱۰ انچ لمبا ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

ہر ایک طرف مکعب کے ایک مربع ہے اور اوسکا رقبہ ۱۰۰ مربع ہے اور اوسکی چھہ طرفین ہین اسلئے کل سطح ۶ × ۱۰۰ مربع انچ یعنی ۶۰۰ ہے۔

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۱۰ انچ لمبا ہے اور باقی چار اطراف جو راس تک ملتے ہین مثلث متساوی الاضلاع ہین مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۶ کے ۳ × ۳ مربع انچ کے قریب ہے اسواسطے چارون مثلثی طرفون کا رقبہ ۲ × ۱۷۳ مربع انچ ہے پس مخروط مضلع کی کل سطح ۲ × ۲۷۳ مربع انچ ہے۔

(۳) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے بنایا گیا ہے طول بیرونی اوسکا ۴ فیٹ عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو

اب سطح بیرونی مین دو مستطیل ایسی ہین کہ جو ۴ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور دو مستطیل ایسی ہین کہ ۳ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور ایک مستطیل ۴ فیٹ سے ۳ فیٹ ہے کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے

فرضکرو کہ یہہ ظرف ایک نصف انچ موٹا دلدار بنایا جائے تو جواب عملاً یہہ ہوگا کہ اس ضخامت معتنیہ کے ایک چادر اوس دھات کی ۴۰ مربع فیٹ اوسظرف کے بنانیکے واسطے لین اسطرح ہر ایک سوال جسمین ضخامت فلزات کی بمقابلہ ظرف کی امتداد کے نہایت چھوٹی ہو حل ہوسکتا ہے

دفعہ ۲۰۴ مین ٹھیک ترکیب حل کرنیکے بیان ہوئی ہے اوسمین بیان کیا گیا ہے کہ بالکل نتیجہ ۱۰ مکعب انچ ہے اب اگر فلزات کا ۴۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

موٹائی لین تو اوسکا حجم ۲۸۸ مکعب انچ ہوگا اسی سے معلوم ہوتا ہے کہ تقریبی حجم جو انکا لاہے وہ اصل حجم سے کچھ زائد ہے جسقدر مادہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اوسیقدر حجم تقریبی اور حجم اصلی مین کم فرق ہوگا

(۴) ایک طرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہی اور اوسکا ڈھکنا نہین ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور اوسمین لگ بھگ ۱ مکعب فٹ کی سمائی ہے اور اوسکا ارتفاع اوسکے طول سے نصف ہی تو اوسکے اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو

ایک طرف اوسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جسمین ۲ مکعب فٹ سما سکینگے یعنی ۳۴۵۶ مکعب انچ اس سے معلوم ہوا کہ طول قاعدہ کا ضلع کا ۳۴۵۶ کا جذر المکعب ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵ء۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف مین سے ہر یک سے ہوگا اسواسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچون مین وہ سہ چند ۱۵ء۱۱۹ کے مربع سے ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۸۵ء۷۵ ہے

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ مین ظرف فلزات کا بنایا جائے اور اس فلزات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۶۸۵ء۷۵ مربع انچ ظرف کے بنانے مین صرف ہونگے +

(۳۱۷) اوپر کی دو مثالون مین جس اصول کی توضیح ہوئی ہے وہ اسطرح بیان مین آتا ہی کہ ہم ظرف کو کسی فلزات کا بنانا چاہین اور اوسکی باریک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلزات کی چادر ظرف کی سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دلچسپ رتین بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہین مثلاً اس باب کے آخر مین جو مثالین ۳۰۷ سے ۳۱۴ تک لکھی ہین اونکی نتائج کا مقابلہ کرین اور اسی قبیل کی مثالون سے ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتے ہین کہ ایک ظرف جسکا سمانا معلوم ہو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جائے اور اوسکا قاعدہ مربع ہو اور اوسکا ڈھکنا نہ ہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اوسکی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی - پس ظرف بنانے مین جبکہ منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۲ ۴ سے ۶ ۴ تک اور اوسی قبیل کی مثالون کے نتایج کو دیکھہ کر ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈکہنا ہی ہو تو مکعب بنانے مین صرف بہت کم ہوگا

فرض کرو کہ ہم ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا مربع قاعدہ پر بنانا چاہتے ہین اور اوسکی مصالح کی مقدار ہمکو معلوم ہے پس اگر ڈکہنا نہ ہوگا تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑی سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈکہنا ہی ہو تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف مکعب ہو

تینتیسوین فصل کی مثالین ۳۳

اون مکعبون کی شکل سطحون کی رقبی دریافت کرو جنکی طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۱) ۲ فیٹ ۶ انچ (۲) ۳ فیٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فیٹ ۷ انچ

جس مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکی کل سطح کی رقبی دریافت کرو

(۵) ۲ فیٹ ۶ انچ و ۳ فیٹ و ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۶ انچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ و ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ انچ ۳ فیٹ ۷ انچ ۵ فیٹ ۲ انچ

جن منشور مثلثی کے امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطوح کے رقبی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۴ فٹ ۴ انچ و ۲ فیٹ ۱ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کے اضلاع ۲ فیٹ ۱ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ و ۳ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور قاعدہ کا ہر یک ضلع ۲ فیٹ ۰ انچ ہے اور اوس خط کا طول جو راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جائے ۳ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ ہے اور طول اوس خط مستقیم کا کہ راس سے قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط مین ملایا جائے ۵ فیٹ ۰ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر یک ضلع قاعدہ کا ۳ فیٹ ۴ انچ اور ہر یک کنارہ ۸ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے جسکا ہر یک ضلع ۲۸ فیٹ ہے، اور ہر یک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے اوس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر یک ضلع ۱۷ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ۴ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف اوسکے آپسمین برابر ہین ہر یک ضلع قاعدہ کا ۲۹ فیٹ ۲ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اضلاع اونکے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور اوسکے اطراف ذوذ نقطہ ہین اور اونکے متوازی اضلاع کے درمیان ۶ انچ کا فاصلہ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اونکے اضلاع ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۹ انچ ہین اور ہر یک طرف ذوذ نقطہ ہے اور اونکے اضلاع متوازیہ کے درمیان فاصلہ ۱۸ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۰ انچ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر یک کنارہ ۵ انچ ہی اوسکی سطح کی کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر یک کنارہ ۱۳ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور ایک دوسرے سے ۲ فیٹ ہی ۶ فیٹ ہی اور اوسکی متناظرہ مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۰ انچ ہی اور باقی کنارون مین ہر یک کنارہ ۲ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) مخروط مثلثی کی چارون اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر یک کا کنارہ ۱۰ فیٹ ہی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہی اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور باقی ہر یک کنارہ ۶ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۷) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۳ و ۴ و ۹ فیٹ ہین تو جس مکعب کی سطح اس مجسم کی سطح کے برابر ہو اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) خانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ اور اوسکی ذوزنقہ اطراف کا ہر یک ضلع ۲۵ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۹) خانہ کا کنارہ ۱۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۲ انچ اور ذوزنقہ اطراف کا ہر یک ضلع ۵ انچ کل اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کے سرے مسدس منتظم ہین اوسکا ہر یک کنارہ ۲ فیٹ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مخروط کا قاعدہ مثمن منتظم ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۴ فیٹ ہے اور مخروط کا ہر یک کنارہ ۱۲ فیٹ

انچ ہے قاعدہ سمیت اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۸ انچ اور ۱۶ انچ اور ۶ انچ ہین تو جو مکعب اوس مجسم کی برابر ہو اوسکی سطح کا کل رقبہ دریافت کرو

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ و ۹ اور ۱۲ انچ ہین اوسکی سطح دریافت کرو اور اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جسکا ارتفاع وہی ہو جو پہلے مجسم کا تہا اور قاعدہ مربع ہو +

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جنکا ارتفاع اور حجم ایک ہی ہے اور اونمین سے ایک مجسم کا قاعدہ مربع ہے تو اسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطوح کا اور مجسمات کی سطوح سے جنکا ارتفاع اور حجم پہلے مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکے مربع ہون مقابلہ کرکے ثابت کرو

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ سی ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ سی ۴ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ سی ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثال مین جذر المکعب نکلے گا

ایک طرف بغیر ڈہکنے کی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہے اور قاعدہ اوسکا مربع ہے اور اوسمین ۱۰۰۰ مکعب انچ کا سماؤ ہے تو اوسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ صورمفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دوچند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر سہ چند طول کے (۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

ایک طرف ڈہکنے سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوس کا سماؤ

۱۰۰ مکعب انچ ہے تو اوسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صورمفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۳۱۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۱۷) ارتفاع برابر دوچند طول کے

(۳۱۷) ارتفاع برابر نصف طول کے

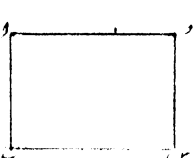
(۳۱۷) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۳۱۷) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونتیسوین فصل اسطوانۂ مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۱۸) اسطوانۂ مستدیر قائم کی سطح مین دو سرے مدور ہوتی ہین اور ایک اور حصہ سطح کا ہوتا ہے۔

جسکو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہین



(۳۱۹) فرض کرو کہ اب س د ایک مستطیل ہے

اوسکو ایک کاغذ یا وصلی کا کتر کر بنالو اور پھر اوسکو موڑو

یہانتک کہ کنارہ اب کنارہ دس سے ملجائے

تو ظاہر ہے کہ موڑتوڑکر کاغذ ایک اسطوانۂ مجوف کی صورت کا بنجائیگا اسطوانہ کا ارتفاع اب ہوگا اور ب س قاعدہ کا محیط ہوگا اسسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہے جسکا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ کے ہو پس اسی یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے بیان ہوتا ہے۔

(۳۲۰) اسطوانۂ مستدیر قائم کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۳۲۱) مثالین

(۱) اسطوانۂ مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۲ × ۳ × ۱۴ × ۱۶ = ۳۱۴ × ۶ = ۱۸۸۴ فیٹ

$\frac{۵}{۴}$ × ۱۸۸۴ = ۱۴۷۱۲۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۴۷۱۲۴ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۱۶ × ۳۱۴۱۶ × ۳ = ۵۰۲۶۵۶ مربع انچون کے اور ۲۵ × ۵۰۲۶۵۶ = ۱۲۵۶۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶۶۴ مربع انچ کے ہے

دو مدور سرون کا رقبہ مربع انچون مین = ۲ × ۶۴ × ۱۶ × ۳۱۴۱۶ × ۳ = ۱۲۴۸۰۲۴

۱۲۵۶۶۴ + ۱۲۴۸۰۲۴ = ۲۵۰۴۶۸۸ مربع انچ

اسواسطے کل سطح کا رقبہ ۲۵۰۴۶۸۸ مربع انچ ہے

(۳۲۲) دفعہ ۳۲۰ کے قاعدہ سے یہ نتایج بہ آسانی استخراج ہوسکتے ہین

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہے اسطوانہ کے دونو سرون کے رقبون کی اور اگر ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے دوچند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے سہ چند ہوگا اور علی ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف نصف قطر سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف سرون کے رقبی سی ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ ثلث سرون کے رقبی سے ہوگا اور علے ہذا القیاس

پس اسسے ہم یہ نتیجہ مستنبط کرتے ہین کہ اسطوانہ مستدیر قائم کی ارتفاع کو وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبے کو دونو سرون کے رقبون سے نسبت ہے ۔

(۳۲۳) دفعہ ۳۱۹ کے عمل سے ہم اور طرح کی بھی مجوف اسطوانی قائم بنا سکتے ہین جنکے قاعدے دائرے ہون بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہون پس ہم دیکھتے ہین کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ سطح دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ کے مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین
(۳۲۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر
قاعدہ کے نصف کی ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۲۲ کے سطح منحنی کا رقبہ ایک سرے کے برابر ہے پس ایک سرے کا سہ چند رقبہ ۲۰ مربع
فیٹ ہی اسواسطے ایک سر یکا رقبہ ۶ ۲/۳ مربع فیٹ = ۹۶ مربع انچ کے اب بموجب دفعہ ۱۷۱
کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

۹۶۰ کو ۱۴۱۶ و ۳ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۰۱۸۰ سنکٹے گا اور اوسکا جذر ۱۷۰۴۸ ہی
پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷۰۵ انچ کے قریب قریب ہی

(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر
اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہی اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے
پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = ۱۲۰ ÷ ۳۰ = ۴ لیکن بموجب دفعہ ۱۷۶ کے
قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف
۴ فیٹ ہی اسیواسطے نصف قطر ۸ فیٹ ہی

اسی معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = ۱۶ × ۱۴۱۶ ÷ ۲ = ۵۰۲۶۵۶ فیٹ

اسیواسطے اسطوانہ کا ارتفاع = ۳۰ ÷ ۵۰۲۶۵۶ = ۵۹۶۷ فیٹ

(۳) ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بنا ہوا ہی اور اوسکا سماؤ ایک مکعب فٹ ہے
اور ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے تو اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۸۰ مکعب انچ دفعہ ۲۵۲ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا اور ارتفاع انچون
مین $\frac{۱۴۴}{۱۴۱۶ \times ۳}$ کا جذر المکعب ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ ارتفاع ۱۹۳۴۸ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند ایک سرے کے رقبہ سے ہوا پس مربع انچونمین اوسکا رقبہ چند اوس جامد سطح کے ہی
جو ۱۴۱۶ و ۳ کا ۱۹۳۴ و ۸ کے مربع مین ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہی عمل کرنیسے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۲۲۷۰ ہے
اس نتیجہ سے اور آخر نتائج سے جو دفعہ ۳۱۶ مین حاصل ہوتی ہین اونسے معلوم ہوتا ہے کہ اس شکل کے ظرف
بنانے کے واسطے مصالح بہ نسبت اوس ظرف کے جسکا ذکر دفعہ مذکور مین ہوا ہے کم چاہیئے

(۳۲۵) اس باب کے آخر مین مثالین ۱۴۱ سے ۱۴۸ تک جو لکھی ہین اونسے اور اوسی قبیل کی مثالون مین نتائج کو
آپسمین مقابلہ کرنیسے ہمکو یہ علم ہوتا ہی کہ ظرف کو بغیر ڈھکنے کے اوس اسطوانہ کی شکل کے بنانے
مین فائدہ ہی کہ جسمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو اور اگر ڈھکنا بھی ہو تو اوس صورت مین
فائدہ ہی کہ ارتفاع دوچند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو
ان شکلونکے اسطوانون مین اصول مذکور کو مانکر ہم تھوڑے سے مصالح سے اپنے مطلوب و جسکا سماؤ معلوم ہو
بنا سکتے ہین اور اگر مصالح دیدیا جائے تو اوسسے ظرف بڑے سے بڑے سماؤ کا بنا سکتے ہین

چونتیسوین فصل کی مثالین

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین سطح منحنی کا کل رقبہ دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۶ انچ

(۳) ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۴۰ فیٹ قاعدہ نصف قطر ۸ فیٹ

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا کل رقبہ دریافت کرو

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ

(۸) ارتفاع ۱ فٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵ ½ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ½ فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دوچند نصف قطر قاعدہ کے ہے اور قاعدہ کا نصف دریافت کرو

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ ½ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۳ ½ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۴ مکعب فیٹ ہے ایک سرے کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ ½ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا رقبہ ۱۶ / ۳۱۴ مربع انچ ہے اور حجم ۶ / ۳۱۴۱ مکعب انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

امثلہ مفصلہ ذیل میں جذر المکعب نکالا جائیگا۔

ایک طرف بغیر ڈھکنی کے ہو اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اور اوسمین ۱۶ ۱۴ ۳۱
مکعب انچ کا سماوے ہے صورمفصلہ ذیل مین اوسکے کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دوچند

(۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سہ چند

(۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک طرف ڈھکنی سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۶ ۱۴ ۳۱ مکعب
انچ کا سماؤ ہے پس صورمفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

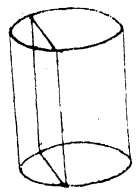
(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انچ ہے اوسکی حجم کی برابر حجم مین ایک اسطوانہ مستدیر ہے جسکا ارتفاع
برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے تو مکعب اور اسطوانہ مین سے ہر ایک کے کل سطح اندرونی دریافت کرو

(۳۲) ایک طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے ہو اور اوس مین .... اگیلن سماتی
ہین تو کل سطح اندرونی ظرف کی اوس حالت مین دریافت کرو کہ وہ کم از کم مصالح مین ظرف تیار ہو جائے

بیانوین فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کی بیان مین

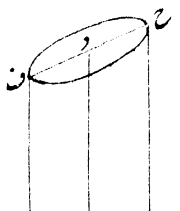
(۳۳) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطوح منحنی کے رقبے آسان قاعدون سے
دریافت ہو سکتی ہین اب ہم اون کو بتلاتے ہین -

(۳۲۷) فرضکرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے متوازی سطح سے دو حصون مین منقسم ہوا ہے اب حصہ کے سطح مین دو قطعات دائرہ کی ہین اور ایک مستطیل ہے اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہے



اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ دفعہ ۱۸۵ سے دریافت ہوسکتا ہے اور مستطیل کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دو یا رقبہ مستطیل اور سطح منحنی دونو ساتھہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کرین یعنی قاعدہ کے احاطہ کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین

(۳۲۸) فرضکرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح سے جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ سے نہ ملی قطع کرکے ایک مجسم بنائین تو اس مجسم کی سطح مین دو حصے ہین ایک حصہ مین قاعدہ ہے اور وہ دائرہ ہے اور دوسرا سرا ہے وہ بھی ایک سطح منحنی مستوی ہے اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے



قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۶۰ کے دریافت ہوسکتا ہے اور دوسرے سرے کا رقبہ دریافت کرنیکا کوئی قاعدہ بالکل صحیح صحیح ابتک نہین بیان ہوا لیکن بموجب دفعہ ۱۹۲ کے اوسکا رقبہ تقریبا دریافت ہوسکتا ہے اس منحنی سطح کو بیضوی کہتے ہین اور تحقیقات ریاضیہ مین وہ بڑے مطلب کا ہوتا ہے

سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین

(۳۲۹) دفعہ ۲۵۶ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہئے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۷ سے ہوا کرتی ہے

(۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحین قطع کرتی ہین اور وہ محور پر مائل ہین اور قاعدہ سے نہین ملتین اور اوسی ایک مجسم پیدا ہوتا ہے۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کی محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۹ کے سمجھو اس قاعدہ کا استخراج اس امر واقعی پر موقوف ہے کہ مجسم کو ہم تفاوت اون دو مجسمون کا سمجھتے ہین

جنکا ذکر دفعہ ۲۵۶ یا ۳۲۸ مین ہوا ہے

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح متفاصل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول مین ضرب دو

طول حلقہ کے معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو

(۳۳۲) مثالین

(۱) حلقہ کی متفاصل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے

محیط متفاصل مدور حلقہ کا $۲ \times ۱۴۱۶ \times ۳$ انچ ہی اسیواسطے رقبہ حلقہ کی سطح کا $۱۰ \times ۲ \times ۱۴۱۶ \times ۳$

یعنی ۶۲۸۳۲ پس قریب سطح کا ۶۳ مربع انچ کی قریب ہے

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۱۰ انچ اور قطر بیرونی ۱۸ انچ ہے

بموجب دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فصل مدور کا ۴ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳۵۶۲ انچ ہے

اسیواسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ مین $= \frac{۱}{۲} \times ۱۴۱۶ \times ۳ \times ۲۳۵۶۲ = ۳۷۶۰۱$

پینتیسوین فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۰۷ کی شکل مین دو حصونکے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے

(۲) دفعہ ۳۲۷ کی شکل مین دو حصونکے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم کا ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور وتر مرکز دائرہ پر زاویہ

قائمہ کا محاذی ہے

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اور محور اسطوانہ پر دو سطوح مائل ہین اور

قاعدہ سے نہین ملتین وہ اسطوانہ سے ایک مجسم قطع کرکے پیدا کرتے ہین ان دو سطحونکے درمیان

جو حصہ محور کا آتا ہے اوسکا طول ۳۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

جن حلقون مین امتداد ذیل معلوم ہین اونکی سطوح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو

(۴) طول ۲۰ انچ اور سطح متفاصل کا محیط ۴ انچ ہے

(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۳ انچ

(۶) قطر بیرونی ۱۴ انچ اور قطر اندرونی ۱۲ انچ

(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۲ انچ

(۸) قطر بیرونی ۲۶ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۴ انچ

(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۰ انچ

(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۲ انچ

(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہے اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسوین فصل مخروط مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر مین دو حصے ہوتی ہین ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہے اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے

(۳۳۴) فرض کرو کہ اب س د ایک قطاع دائرہ ہے اوسکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ اور پھر اوسکو مورو یہانتک کنارہ اب کنارہ اد کے ساتھ متصل ہوجائے



اب یہہ بادی النظر مین معلوم ہوتا ہے کہ تہلی اور اندر کی خالی یعنی مجوف چیز بنیگی اوسکی باہر کے سطح بالکل مخروط مستدیر کے سطح منحنی سے مطابقت رکھیگی

د ا س مخروط مستدیر کا ہوگا اور اب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط اسی پر استخراج ہوتا ہے کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اوس قطاع کے ہوتی ہے جسکا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل استنباط ہوتا ہے

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر میں ضرب دو اور نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۳۶) مثالین

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ انچون میں = ۲ × ۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶

سطح منحنی = ½ × ۱۴ × ۵۰٫۲۶۵۶ = ۳۵۱٫۸۵۹۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوسکا ۳ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہیے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل

۹ + ۱۶ کا جذر یعنے ۲۵ کا جذر یعنے ۵ ہے

سطح منحنی = ۳٫۱۴۱۶ × ۴ × ۵ = ۳٫۱۴۱۶ × ۲۰ = ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ

پس سطح منحنی کا رقبہ ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ ہے

قاعدہ کا رقبہ = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع فیٹ

سو اسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۶۲٫۸۳۲ + ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۱۳٫۰۹۷۶

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ بآسانی مستنبط ہوتا ہے

کہ مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دو چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا سہ چند نصف قطر قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سہ چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور علی ہذا القیاس

پس اس نتیجہ کو یوں بیان کر سکتے ہیں کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کی رقبہ سے نسبت رکھتا ہے

(۳۳۸) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۳۷ کے سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی قاعدہ کے دوچند رقبہ کے اسلیئے سطح قاعدہ کا سہ چند رقبہ برابر ۲۴ مربع فیٹ کے ہے اسلئے قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع فیٹ پس قاعدہ کا نصف قطر موافق دفعہ ۱۷۱ کے اسطرح دریافت ہوجائیگا کہ ۸ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرد تو خارج قسمت ۲٫۵۴۶۴ نکلے گا اور اسکا جذر ۱٫۵۹۵۸ کے قریب ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۱٫۵۹۵۸ فیٹ کے قریب ہی

(۲) مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع دوچند نصف قطر کی ہی تو کل سطح مخروط کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۲۶۳ کے قطر قاعدہ کے مکعب اور ۳٫۱۴۱۶ کی $\frac{۲}{۳}$ کا حاصل ضرب برابر ۲۰ کے پس نصف قطر قاعدہ کا مکعب

$$= \frac{۶۰}{۲ \times ۳٫۱۴۱۶} = \frac{۳}{۳٫۱۴۱۶} = ۹٫۵۴۹$$

اسواسطے قاعدہ کا نصف قطر فٹون مین ۹٫۵۴۹ کا جذر المکعب ہے اور یہ برابر ۲٫۱۲۱۵ کے ہے اسواسطے رقبہ قاعدہ مربع فٹون مین ۳٫۱۴۱۶ اور ۲٫۱۲۱۵ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور یہ برابر ہے ۱۴٫۱۴۰ کے

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل ۵٫۰ فیٹ موجب دفعہ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۵٫۰ گنا نصف قطر قاعدہ کا ہوگا پس اس صورت مین ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے اسلئے ارتفاع مائل ۵٫۰ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲٫۲۳۶ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہے اسی بموجب دفعہ ۳۳۷ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی مربع فیٹ مین ۲٫۲۳۶ اور ۱۴٫۱۴۰ انچ کا حاصل ضرب ہے یعنی ۳۱٫۶۱۷

اسیواسطے سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۴۰ء۴ء۱۷ + ۳۱ء۶ء۱۷ = ۴۵ء۷ء۵۷

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہوتا اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع ۸۶ء۲ فیٹ

بموجب دفعہ ۶۰ کے ہوتا یعنی ارتفاع ۸۶ء۲ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت مین ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ کے ہے تو ارتفاع ۸۶ء۲ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا

پس موافق مثال گذشتہ کے عمل کرنیسے معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب = $\frac{۲ \times ۳}{۳ء۱۴۱۶ \times ۸۶ء۲}$

اور یہ برابر ۷۵۲ء۰ کے اسیواسطے نصف قطر قاعدہ کا جذر المکعب مذکور کا ۸۵۰ء۰ ہے

بموجب دفعہ ۳۳۷ کے کل سطح کا رقبہ ۴ گنا رقبہ قاعدہ سے ہے پس وہ مربع فیٹ مین ۴ گنا حاصل ضرب ۳ء۱۴۱۶ اور مربع ۸۵۰ء۰ کا ہے اور یہ حاصل ضرب ۴۴ء۸۸۸ ہے

اس مثال مین کل سطح مقدار مین بہ نسبت مثال گذشتہ کے کم ہے اور اس باب کے آخر مین جو مثالین لکھی ہین اونمین ۳۱ سے ۴۰ تک مثالون کی اور اسی قبیل کی اور مثالون کے نتائج کو مقابلہ کرنے سے نفس الامر مین یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اوسکا جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اوسکی جب نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا

چھتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر قائم مین امتداد ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچونمین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ سہ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۱ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر افٹ ۹ انچ

(۴) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۲۸۳۲ء۶ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم میں امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کے کل سطح کو بقدر مربع فیٹ میں دریافت کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ء۵ فیٹ نصف قطر ۲ء۳ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴ء۶ فیٹ محیط قاعدہ ۷ء۹ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ایک فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۵۰۷ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۶۴ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۵ ۱/۲ فیٹ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۲٫۲۵ فیٹ مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۳ ۱/۸ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۱۰ فیٹ اونچا بنانا ہے تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسمین کتنا لگے گا

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ گز قطر اور ۱۰ فیٹ بلند بنانا ہے اوسمین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہوگا

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے تو صور مفصلہ ذیل مین اونکا حجم دریافت کرو

(۳۱) ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل پچگنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چھہ گنا نصف قطر قاعدہ سے

ان مثالون مین جذر المکعب نکالنا پڑتا ہے

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۱۴۱۶ ۳ مکعب انچ ہی صورت مفصلہ ذیل کی اندرکل سطح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۳۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ کے

(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسوین فصل مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح کا دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ مین دو مدور سرون کی سطح اور دوسرے حصہ مین سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو کہ اب س د قطاع دائرہ ہی آ کے مرکز اور آب سے کم کسی نصف قطر پر قوس ی ف ح کھینچو ب س د ح ف ی کو کاغذ یا دھلی کا کترکر بنالو اور اسکو موڑو یہانتک کہ کنارہ ی ب کنارہ ح د کے ساتھ وصل ہوجائے



اب بادی النظر مین یہ معلوم ہوتا ہے کہ ایسی پتلی مجوف شی بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی سے بالکل مطابقت رکھتی ہی اور ی ف ح ایک سرے کا محیط ہے اور ب س د دوسرے سرے کا محیط ہے اور ی ب ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ سطح منحنی مخروط مستدیر ناقص کے برابر اون دو قطاع

دائرہ کی تفاوت کی ہوتی ہے جبکا زاویہ مشترک ہوتا ہی اور قوسین قطاع کے مخروط ناقص کے سرونکے محیط ہوتے ہین اور اونکے نصف قطرونکا فرق مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے تو دفعہ ۱۴۳ کے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جبکا نیچے بیان ہوتا ہے

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے محیطون کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۴۲) مثالین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

انچون مین محیطون کا حاصل ضرب ۱۴۱۶ء۳ اور مجموعہ ۲۰ اور ۳۰ کا یعنی ۵۰ کا ہے

پس محیطون کا مجموعہ ۵۰ × ۱۴۱۶ء۳ انچ ہے

$\frac{1}{2} \times 16 \times 50 \times 1416{,}3 = 8 \times 50 \times 1416{,}3 = 400 \times 1416{,}3 = 566{,}4 \times 1256{,}64$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶ء۶۴ مربع انچ ہے

مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہی

$= 13 \times 8 \times 1416{,}3 = 104 \times 1416{,}3$

رقبہ ایک سرے کا مربع فیٹ مین $= 25 \times 1416{,}3$ اور رقبہ دوسرے سرے کا مربع فیٹ مین $= 64 \times 1416{,}3$ پس اس سے معلوم ہوا کہ کل سطح کا رقبہ حاصل ضرب ۱۴۱۶ء۳ اور مجموعہ ۱۰۴ و ۲۵ اور ۶۴ یعنی ۱۹۳ کا ہے

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

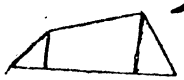
= ۱۹۲ × ۱۴۱۶ × ۳ = ۶۰۶۳۲۸۸

(۳۴۳) دفعہ ۳۴۲ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہی کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سرون کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہی جو سطح منحنی کا رقبہ سرون کے رقبون کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہے

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۱۲ انچ اور ۸ انچ ہین اور ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا ۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ یہ شکل مخروط مستدیر ناقص کی ایک تراش ہی جو ایک سطح سے جسمین محور بھی ہی بنتی ہے اب یہان دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جسکا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرون کا تفاوت ہی اس صورت مین مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور نصف قطرون کا تفاوت ۴ انچ ہی



اسواسطے بموجب فقرہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہے

اسیواسطے سطح منحنی کا رقبہ انچ مربعون مین = ۵ × ۱۷ × ۱۴۱۶ × ۳ = ۲۶۷۰۳۶

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے قطر ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہی اوس خارج قسمت کے جو ان قطرون کی حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو دونون سرون کا رقبہ دریافت کرو

ارتفاع مخروط ناقص فیٹ مین = $\frac{۱۶ \times ۲۴}{۴۰} = \frac{۲۴ \times ۲}{۵} = ۹٫۶$

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے ۹٫۶ کا مربع = ۹۲٫۱۶ اور

سرون کے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہی اور ۴ کا مربع = ۱۶

۹۲٫۱۶ + ۱۶ = ۱۰۸٫۱۶ اور ۱۰۸٫۱۶ کا جذر = ۱۰٫۴ پس ارتفاع مائل ۱۰٫۴ فیٹ ہی

پس کل سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹون مین

= ۶۵۳٫۴۵۲۸ = ۲۰۸×۳٫۱۴۱۶ = ۲۰×۱۰×۳٫۱۴۱۶×۲

اور دونو سرون کا رقبہ ۳٫۱۴۱۶ اور مربعات ۸ اور ۱۲ کے مجموعہ کا حاصل ضرب ہے یعنے

یعنی حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۴۴ اور ۴۴ کا ہے یعنی حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور ۲۰۸ کا

اسسے معلوم ہوا کہ رقبہ دونو سرونکا برابر سطح منحنی کے ہے یہ امر امتحان سے معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ

صورت ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے

حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہون اور ارتفاع مائل ۶ انچ

اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصون مین تقسیم کیجائے تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو

اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہین

دفعہ ۲۷۷ کے چوتھی مثال مین جس ترکیب کو استعمال مین لائے تھے اگر اوسی یہان استعمال مین لائین

تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اسیواسطے ارتفاع مائل چھوٹے مخروط کا ۲۴ انچ

اب دفعہ ۲۱۰ کی طرح عمل کرکے فاصلہ مائل اس سطح سے جو سطح منحنی مخروط کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہے

دریافت کرتے ہین ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہے اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہے اور ان مربعون کا نصف مجموعہ ۷۳۸ اور

۷۳۸ کا جذر ۲۷٫۱۶۶ کے قریب ہے ۲۴ کو اس سے تفریق کرو تو باقی ۳٫۱۶۶ ہے

پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳٫۱۶۶ انچ کے قریب ہے اور اسیواسطے دوسرے حصہ کا

ارتفاع مائل ۲۰٫۸۳۴ انچ سے کچھ کم ہے

سینتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر ناقص مین استدا دبہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) سرون کے محیط ۱۵ انچ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سرون کے محیط ۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ

(۳) سرون کے نصف قطر ۲ انچ اور ۹ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرو نکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرو نکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سرو نکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سرو نکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سرو نکے نصف قطر ۱½ فیٹ اور ۶½ فیٹ ارتفاع ۲½ فیٹ

جن مخروطات مستدیر ناقص کی استدادیہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے کل رقبے دریافت کرو

(۹) سرون کے محیط ۱۲ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سرون کے محیط ۱۰ اور ۲۱ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سرو نکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲½ فیٹ

(۱۲) سرو نکے نصف قطر ۲، ۳ و ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سرو نکے نصف قطر ۱۲ اور ۱۹ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سرو نکے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطون مین ارتفاع برابر ہو اون خارج قسمت کی جو سرو نکے قطرون کے حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی اور اون مین استدادیہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی اور دونو سرون کے رقبے جداجدا دریافت کرو

(۱۵) سرو نکے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سرو نکے قطر ۱۳ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۷) سرو نکے قطر ۲۰ فیٹ اور ۴۲ فیٹ

(۱۸) سرو نکے قطر ۲۵ فیٹ اور ۴۰ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سرون کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۹ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص کی سطح منحنی دو برابر حصون مین تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۰) ایک خیمہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل بنایا گیا ہے اور اوسپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہے اور مخروط ناقص کے سرونکے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مربع گز لگے گا

اڑتیسوین فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

$$9 \times 9 \times 3{,}1416 = 254{,}4696$$

پس کرہ کی سطح ۲۵۴٫۴۶۹۶ مربع انچ کے قریب ہی

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے

$$3{,}5 \times 3{,}5 \times 3{,}1416 = 38{,}4846$$

پس سطح کا رقبہ ۳۸٫۴۸۴۶ مربع فیٹ کے قریب ہی

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سے بھی بیان ہوسکتا ہے

قطر کرہ کو اوسکے محیط مین ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سے مراد اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جس سے دفعہ ۲۲۲ مین کرہ پیدا ہوا تھا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۴۸) دفعات ۳۲۰ اور ۳۴۵ سے یہ استخراج ہوتا ہے کہ سطح کرہ کا رقبہ برابر ہے اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کے رقبہ کی جسکا ارتفاع اور اوسکے سرونکے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہون

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سے ہم یہ استنباط عظیم کرتے ہین کہ کرہ کا حجم برابر ایک تہائی حاصل ضرب سطح اور نصف قطر کرہ کے ہوتا ہے

(۳۵۰) اس قاعدہ کو مخروط مستدیر اور مضلع کے قاعدہ کے ساتھ بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہے فرض کرو کہ کرہ کا مرکز ہے اور ع اور ق اور ر سطح کرہ پر تین نقطے بہت قریب قریب ہین اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کرین کہ جسکو سطوح ع ق اور ق ر اور ر ع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اون کے درمیان آتا ہے گھیرتا ہے

تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ہمکو بہت جلد یقین ہوگا کہ حجم اس ٹکڑے کا برابر ایک تہائی حاصل ضرب نصف قطر اور کرہ کی اوس حصہ سطح کی ہے جو اون سطحون کے درمیان واقع ہوئی ہے پس کرہ کو ایسے ایسے بیشمار حصون مین تقسیم ہوا ہو خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئیگا ان مین اور دفعہ ۱۷۷ کے بیان مین طالبعلم کو مشابہت تامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہے کہ تمام مجسمات مین جو حجم معینہ رکھتے ہون اوسکی سطح کا رقبہ نہایت کم ہوتا ہے اور تمام مجسمات مین جو سطح معینہ رکھتے ہون کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس باب کے آخیر مین جو مثالین ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی ہین اونسے طالب علم اس خاصیت کو ثابت کر سکتا ہے

(۳۵۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہے کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو

قطر کی مربع اور ۳۱۴۱۶ کا حاصل ضرب برابر ۲۰۰ کے ہے اسیواسطے قطر کا مربع

$= \frac{۲۰۰}{۳۱۴۱۶} = ۶۳۶۶۱۸$ اور اس عدد کا جذر ۷۹۸۹۷ ہے پس قطر ۷۹۸ انچ کے قریب ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ مین

$= \frac{۱}{۳} \times ۲۰۰ \times \frac{۱}{۲} \times ۷۹۸۹۷ = ۲۶۵۹۹$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہے اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب $= \frac{۱۰۰۰}{۵۲۳۶} = ۱۹۰۹۸۵$

اسیواسطے کرہ کا قطر انچون مین جذر المکعب اس عدد کا ہے اور وہ ۱۲۴۰۷ ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۴۳۲ مربع انچ کے قریب ہے

اڑتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲ ۱/۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴، ۶ فیٹ

جن کرون کی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع فیٹ (۹) ۵، ۷ مربع فیٹ

اون کرون کی حجم دریافت کرو جنکی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل ہین

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہو

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ قطر کا ہے اور نصف کری اوسکے بڑے سرے پر لگائی گئی ہین تو کل سطح دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کے سطح کے ہے جسکا طول ایک فٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح کے ہے جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اور ارتفاع دو فیٹ ہر یک کا حجم دریافت کرو

ان نچر کی مثالون مین جذر المکعب نکالا جائیگا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم برابر اوس مکعب کے ہی جسکا طول ایک فٹ ہی ہر ایک کی سطح دریافت کرو
(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی ہی جسکی قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ
ہر یک کی سطح دریافت کرو

اونتالیسوین فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح مین دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جسکو سطح منحنی کہتے ہین +
قطعہ کرہ کی سطح مین قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین
(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۔ محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع مین ضرب دو .

(۳۵۵) مثالین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$۶ \times ۱۸ \times ۳\frac{۱}{۷}\frac{۴۱۶}{۱۰۰۰} = ۳۳۹\frac{۲۹۲۸}{۱۰۰۰}$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹ ۲۹۲۸ مربع انچ کے قریب ہی
(۲) منطقہ کرہ کے سرونکا فاصلہ مرکز سے ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ ہی اور دونو سرے مرکز کے ایک ہی
جانب مین واقع ہین اور کرہ کا قطر ۱۴ فیٹ ہی منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو
سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ

$$= ۲ \times ۱۴ \times ۳\frac{۱}{۷}\frac{۴۱۶}{۱۰۰۰} = ۲۸ \times ۳\frac{۱}{۷}\frac{۴۱۶}{۱۰۰۰}$$

بموجب دفعہ ۸۹ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع

$$= ۹\frac{۵}{۱۰} = ۴۵$$

اور دوسرے سرے کے نصف قطر کا مربع $= ۱۱ \times ۳ = ۳۳$
اور دونو سرون کا رقبہ مربع فیٹ مین $= ۷۸ \times ۳\frac{۱}{۷}\frac{۴۱۶}{۱۰۰۰}$

اسیواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

$$= ۳۱۴۱۶ \times ۱۰۶ = ۳۳۲۹۰۰۹۶$$

دفعات ۳۲۰ اور ۳۲۵ سے ظاہر ہوتا ہے کہ سطح منحنی منطقہ یا قطعہ کرہ کی برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی ہوتی ہے جسکا ارتفاع برابر منطقہ یا قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو اور قطر اوسکے سرون کا برابر کرہ کے قطر کے ہو

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہے اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مراد لین دفعہ ۳۴۸ دیکھو

(۳۵۷) اب ہم چند مثالین حل کرتے ہین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے اور کرہ کا محیط ۴۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

$$= ۴۴ \times ۷ = ۳۰۸$$

اور کرہ کا قطر $\frac{۴۴}{۳۱۴۱۶}$ انچ ہی اسیواسطے بموجب دفعہ ۷۹ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یون حاصل ہوگا

$$\left(\frac{۴۴}{۳۱۴۱۶}\right)^۲$$

مین سے $\frac{۴۴}{۳۱۴۱۶}$ کو تفریق کرین

اور حاصلتفریق کو ۷ مین ضرب دین پس $۷ \times \frac{۴۴}{۳۱۴۱۶}$ − ۴۹ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ برابر ماحصل اور ۳۱۴۱۶ کے حاصل ضرب کے ہے اسیواسطے وہ

$$۷ \times ۴۴ - ۴۹ \times ۳۱۴۱۶ \text{ یعنی } ۳۰۸ - ۴۹ \times ۳۱۴۱۶$$

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

$$۸۹۶ - ۴۹ \times ۳۱۴۱۶$$

یعنی $۸۹۶ - ۱۵۳۹۳۸۴$

یعنی ۷۴۲۰۶۱۶

اس قاعدہ کو قائم کیا ہے کہ قطعہ کی سطح منحنی اوس دائرہ سے جسکا نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو جسقدر زیادہ ہوئی ہے اوس زیادتی کا دوچند برابر ہوتا ہی قطعہ کرہ کی کل سطح کے (۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کے برابر ہے جنکا ارتفاع ۱۳ انچ اور ۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کا کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

$$= ۸۲ \times ۴ = ۳۲۸$$

بموجب دفعہ ۷۹ کے منطقہ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع $\frac{۸۲}{۳۱۴۱۶}$ مین سے ۹ کی تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے پس وہ $\frac{۸۲ \times ۹}{۳۱۴۱۶}$ ۸۱ ہے اس منطقہ کے سرے کا رقبہ انچ مربعون مین حاصل ضرب اس ماحصل اور ۳۱۴۱۶ کا ہے اسیواسطے وہ

$$۹ \times ۸۲ - ۸۱ \times ۳۱۴۱۶$$

اسیطرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچون مین $۱۳ \times ۸۲ - ۱۶۹ \times ۳۱۴۱۶$ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہے کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ

۴×۸۲ و ۹×۸۲ اور ۱۳×۸۲ کے مجموعہ منفی ۸۱×۳۱۴۱۶ اور ۱۶۹×۳۱۴۱۶ کے مجموعہ کے

یعنے $۲ \times ۱۳ \times ۸۲ - ۲۵۰ \times ۳۱۴۱۶$ کے

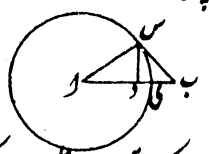
پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۶ مربع انچ کے قریب ہے،

اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ہم نے یہ قاعدہ قائم کیا ہے کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا تفاوت خیال کرکے اوسکی کل سطح کا رقبہ اس طرح دریافت کیا ہے کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دوچند رقبہ مین سے اون دو دائرون کے رقبے تفریق کئے ہین جنکی نصف قطر قطعات کے ارتفاع معلوم ہین

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیکر اوسی کرہ کی مماس نکالی ہین اس طرح قطعہ کرہ کو مقرر کرکے اس قطعہ کی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز ا ہے اور ب وہ نقطہ ہے جس سے خطوط کھینچے ہین اور ب س اون خطون مین سے ایک خط مستقیم ہے جو کرہ سے نقطہ س پر ملتا ہو س د عمود ا ب پر نکالو اور دی وہ نقطہ ہو جہان ا ب کرہ کو قطع کرتا ہے تو



جس قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ ہم کو دریافت کرنا ہے

وہ وہ قطعہ ہی جسکا ارتفاع دی ہے اب ہم دی کا طول دریافت کرتے ہین سطحی لون کو فیٹ مین تعبیر کرو

ا ب = ۱۵ اور ا س = ا ی = ۱۲

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۱۰۰ کے ہم کو ب س = ۹ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۱۵۱ کے

ا د = $\frac{۳۶}{۵}$ = ۷٫۲ بموجب دفعہ ۱۰۰ کے ا د ۱۴۴ - ۸۴ ، ۵۱ کا جذر ہے

یعنی ۱۶ ، ۲۵۹ کا جذر ہے اور وہ ۹٫۶ ہے ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثون سے بآسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳۰ کے

ب ا : ا س :: ا س : ا د

یعنے ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ا د

اسیواسطے ا د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵}$ = $\frac{۴۸}{۵}$ = ۹٫۶

پس د ی = ۱۲ - ۹٫۶ = ۲٫۴

اسیواسطے قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۴ ، ۲ ، ۲ × ۲ × ۱۲ × ۱۲ × ۱۴ = ۳ ، ۱۶ ، ۱۴ = ۱۶۰ ، ۹۵۶۱۶

اگر آنکھ ب پر رکھو تو تمکو اتنا ہی قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جسکا رقبہ ہم نے دریافت کیا ہے

پس اگر تمکو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آنکھ رکھین تو کسقدر کرہ کا حصہ تمکو دکھائی دیگا تو دی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بنا کر کسر بنائین تو اس کسر کے موافق دکھائی دیگا

مثال مذکورہ مین کسر $\frac{۲۷}{۲۴}$ یعنی $۱\frac{۱}{۱۰}$ ہوگی

اونتالیسوین فصل کی مثالین

جن قطعات کرہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۸۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ $\frac{۱}{۴}$ فیٹ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۶ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۴ و۲ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۲۵ و۳ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۷ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی تفاوت سے جو منطقی پیدا ہوتے ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۶ انچ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵۰ انچ اور ارتفاع ۳ انچ اور ۷ انچ

جن منطقون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۱۳) نصف قطر کرہ کا ۹ فیٹ اور مرکز سے منطقہ کی سر دونکا فاصلہ مقابل جانبون مین ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین

(۱۴) نصف قطر کرہ کا ۱۶ انچ اور منطقہ کی سر دونکا فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب مین ۵ انچ اور ۹ انچ ہے

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اور منطقہ کی سرحدون کے فاصلے مرکز سے مقابل جانبون مین ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) کرہ کا محیط ۹۰ انچ ہی اور منطقہ کی سرحدون کے فاصلے مرکز سے ایک ہی جانب مین ۷ اور ۱۰ انچ ہین

(۱۷) کرہ کا قطر ۸۰ فیٹ اگر مرکز سے ۴۱ فیٹ کی فاصلہ پر آنکھہ لگا کر دیکھین تو کرہ کی سطح کا کونسا حصہ دکھائی دیگا

(۱۸) کرہ کا قطر ۹۰ فیٹ ہے اگر سطح کرہ سے ۸ فیٹ کی فاصلہ پر آنکھہ لگا کر دیکھین تو بتاؤ کرہ کا کونسا حصہ دکھائی دیگا

(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر آنکھہ لگائین کہ کرہ کا ایک سولھوان حصہ دکھائی دے

(۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آنکھہ لگائین کہ کرہ کا ایک آٹھوان حصہ دکھائی دے

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسوین فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار مین جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہی اوسکا ذکر کیا گیا ہو اس فصل مین ہمنے کیا ہے کہ مکانون کے فرشون کا حساب کس طرح کرتے ہین دیوارون پر جو کاغذ لگاتے ہین اونکا اندازہ کیونکر ہوتا ہی اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کیونکر پت ہوتی ہی غرض ایسے حسابون مین علم حساب اور اصول مساحت سے واقفیت ضروری

اس باب کے آخر مین ہم اور مثالین اسی قبیل کی لکھینگے

(۳۵۹) سوا اوسکے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کی بعض ضروری کامون مین کام آتے ہین اونکا جاننا کاریگرون کی اصطلاحات جاننے پر موقوف ہی اور اونکے قاعدے جدا ہوتے ہین اور تخمینی قواعد کا رواج ایسا پڑگیا ہے کہ وہ بدل نہین سکتا گویا کہ اون قواعد کے موافق حساب کا کرنا ایک دستور ٹھہر گیا ہے ہم ان تین بابون مین انہین باتون کا ذکر کرین گے

چالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۹ انچ بلند ہے اگر ڈیڑھ آنہ فی فٹ رنگوائی مین اوسکی صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگیگی

(۲) ایک کمرہ ۳۲ فیٹ ۴ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکے چارون دیوارون کی رنگوائی مین ڈیڑھ روپیہ سیر بع فیٹ کی حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ عرض مین اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی دو روپیہ سیر بع فٹ کے حساب سے کیا ہوگی

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۱۶ فیٹ عرض مین اور ۱۲ فیٹ ۴ انچ ارتفاع مین ہے تو ۹ مربع فٹ کی حساب سے کیا چارون دیوارون کی رنگوائی ہوگی

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۶ انچ ہے تو اوسکی دیوارون پر گز بھر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگیگا

(۶) ایک صندوق مکعب سے اور سیسہ کی چادرون سے منڈھا ہوا ہے اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگا ہے اور اس حساب سے کل صندوق مین ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہے تو صندوق کا طول و عرض دریافت کرو

(۷) ایک ظرف ۱۲ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۸ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۶ فیٹ ۶ انچ گہرا ہے اوسکی اطراف اور تہ مین سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہین اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیر سیسہ خرید کیا ہے اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگتا ہے تو بتاؤ اس ظرف مین کیا لاگت لگیگی

(۸) ایک ظرف اوپر کیطرف سے کھلا ہوا ہے اور وہ سیسہ کی چادرون سے بنایا گیا ہے اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۳ سیر ہے اور وہ ظرف ۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۲ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور ۴۲ مکعب فیٹ کی اوسمین سمائی ہے تو سیسہ کا وزن دریافت کرو

(۹) ایک صندوق ڈھکنی سمیت ۱½ انچ موٹے تختہ کا بنایا گیا ہے اگر اندر کا بیرونی اوسکے ۳ فیٹ ۶ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہون تو بتاؤ اوسکے بنانے مین کتنے مربع فیٹ تختے لگین گے +

(۱۰) ایک ہموار جہت ۱۰ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہے اگر اوسپر سیسہ کی چادرین ایک سولہوین انچ کے برابر موٹی بچھائین اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ ½ اونس ور ایک پونڈ کی قیمت ۳ ½ پنس مقرر کرین تو بتاؤ اس جہت مین کیا لاگت لگیگی +

(۱۱) ایک گول گہر ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۸ فیٹ قطر کا ہے تو اوسکی دیوارون کی رنگوائی بحساب ½ آنہ گز کے کیا ہوگی

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہے اوسکے قاعدہ کا محیط ۴۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۰۸ فیٹ ہی تو ½ آنہ مربع گز رنگوائی کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہے تو اوسکی گلٹ کرائی ۱ ½ آنہ مربع انچ کے حساب سے کیا ہوگی +

(۱۴) ایک گول کمرہ ہی اور اوسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہین اور کمرہ کا قطر ۲۸ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہے تو ۹ روپی مربع فٹ کے حساب سے اوسکی استرکاری مین کیا لگے گا

(۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہان وہ دیوارون سے ملتا ہی بجیرہ ۱۰ آنہ فٹ کی لگائین تو اوس بجیر کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک صحن مستطیل ہے اور ۱۰۰ فیٹ لنبا اور ۹۰ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے طول مین رستہ ۷ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہے ۲ روپیہ ۴ ر ایک مربع گز پر لاگت لگی ہی اور باقی جگہہ پر فرش ۶ ر گز کا تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہی اور ہر منزل مین تین دروازے ہین اور سب سے نیچی منزل کے دروازے کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور بیچ کی منزل کے دروازون کا ارتفاع ۷ فیٹ اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور عرض سب کا ۴ فیٹ ہی اگر ان دروازون مین شیشے لگائین ۱۰ ر مربع فٹ خرچ کرین تو کیا لاگت لگیگی +

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ۵۰ فیٹ سی ۴۳ فیٹ دیوارون کے درمیان واقع ہے اور ۱۵ فیٹ

۳ انچ سے ۹ فیٹ جگہہ پر سیڑہیان لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنی مربع فرش اوسکے واسطے درکار ہوگا

(۱۹) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکی دیوارون پر ۳ انچ چوڑا ۱۱½ آنہ گز کا کاغذ کتنے کا لگے گا ان دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۹ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور ایک آتشدان ۶ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ہی اور ایک دروازہ ۱۲ فیٹ سے ۵ فیٹ ۰ انچ ہے ان سب کو منہا کرکے حساب لگاؤ

(۳۲۰) ایک صحن مربع ۳۶ فیٹ لنبا ہی اور اوسکے وسط مین ایک چمن مدور ۱۳ فیٹ قطر کا ہی اور تین طرف اوسکے ۴ فیٹ چوڑی کیاری پھولون کی ہے تو بتاؤ اگر باقی جگہہ مین ۴ روپیہ گز کا فرش کرائین تو کیا لاگت لگیگی

اکتالیسوین فصل کاریگرونکا کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جداہی طرح سے کرتے ہین ایک گز یا فٹ سرکاری اون کے پاس ہوتا ہی اور اسیواسطے مربع فٹ اور مربع گز قیمونکے واسطے پیمانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز جسامتونکے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہے

(۳۶۱) فرش بنانیکا اور استرکاری اور پلاستر اور کھپریل اور چھپر کا کام اور رنگوائی کا کام مربعونکی تعداد پر موقوف ہوتا ہی اور مربع مین ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتے ہین مثلاً معمار کہیگا کہ ۵ روپیہ گز استرکاری کرونگا تو اوس سے مراد یہ ہوتی ہی کہ سو مربع گز کی استرکاری کی اجرت پانچ روپیہ ہونگے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہین کہ یہ حساب فی سیکڑہ ہوتے ہین اور بول چال مین فی گز و فی فٹ بولتے ہین

(۳۶۲) چھتین دو طرح کی ہوتی ہین ایک چھتین تو ایسی ہوتی ہین جیسے کہ ہمارے مکانونکی بنی ہوئی ہوتی ہین دوسری چھتین قینچی دار ہوتی ہین جیسے کہ تم نے ریل کے اسٹیشنونپر دیکھی ہون اور کھپریل کی چھتین اکثر قینچی دار ہوتی ہین اب یہہ قینچیان تین طرح کی ہوتی ہین اور اونکے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہین ۔

اول طول فتحی کے بازو کا تین چوتھائی عرض مکان سے ہوتا ہی ایسی فتحی کا اندازہ اسطرح ہوتا ہے کہ عرض مکان کو ڈیوڑھا کر لیتے ہین وہی اندازہ چھت کا ہوتا ہے

دوم مکان کے عرض کی برابر فتحی کے بازون کا طول ہوتا ہی اسلئے چھت کا اندازہ مکان کے دوچند عرض سے ہوتا ہی

سوم ارتفاع فتحی کا عرض مکان کے $\frac{1}{4}$ حصہ کی برابر ہوتا ہی اسصورت مین طول نیچی کی لکڑیکا $\frac{11}{12}$ عرض مکان کا ہوتا ہے اسلئے چھت کا اندازہ $\frac{11}{12}$ عرض مکان سے ہوگا

(۳۶۳) ہرقسم کے کاریگرون کے واسطے جداجدا دستور حساب کے بندہ گئے ہین اونکے موافق حساب عمارا ہوتا ہے اونمین کچھہ مساحت کے اصول کام مین نہین آتے اسلئے تفصیل اونکی یہان فضول ہے مگر بطور مشتی نمونہ از خروارے ہم دروازون کا حساب جسطرح کیا کرتے ہین اور اوسکے موافق مزدوری لیتے ہین اوسکو لکھتے ہین

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دونو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہین اور جو اس ازدیادی طول اور عرض کی مقدار ہوجاتی ہین اونکو باہم ضرب دیتے ہین اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا سمجھتے ہین اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو ڈیوڑھا کر لیتے ہین اور اگر دونو طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو دوچند کر لیتے ہین +

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۷ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۴ انچ بنائینگے تو رقبہ مربع فیٹ مین

$7\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{15}{2} \times \frac{17}{4}$ یعنی $\frac{255}{8}$ یعنی ۳۲ $\frac{1}{2}$ مربع فیٹ ہی

اب اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہو تو ۴۴ $\frac{3}{4}$ مربع فیٹ کی مزدوری دیجائیگی اور اگر دونو طرف دلہ دار ہو تو ۵۰ مربع فیٹ کی اجرت دیجائیگی

(۳۶۴) انجنیر ہمیشہ اینٹونکا حساب مکعب گز سے کرتے ہین مگر یہ جو روزمرہ کی عمارت مین اینٹ کا کام ہوتا ہے اوسکا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اوسکا بیان کرتے ہین

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار جسکا آثار ڈیڑھ اینٹ کا ہو اوسکو آثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہین پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کے مربع گزون سے کرتے ہین جو اینٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہے یا رود کے مربعون سے حساب لگاتے ہین اور سرکاری رود مسربع مین ۳۰ ۱/۴ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۷۲ ۱/۴ مربع فیٹ پس رود اینٹ کا کام وہ ہوتا ہے جسکی سطح ایک رود مربع اور آثار اوسکا ڈیڑھ اینٹ ہو اور اس رود کو پیمانہ معینہ سرکاری کہتے ہین جہان ہم رود پیمانہ لکھین وہان یہی رود سمجھنا چاہیئے

(۳۶۶) ایک دیوار مین تعداد رود کے پیمانون کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ ۱/۴ پر تقسیم کرو خارج قسمت رود پیمانون کی تعداد ہوگی بشرطیکہ آثار دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری رکھتا ہو اور اگر اندازہ سرکاری نہو تو خارج قسمت کو آثار کی نصف انیٹون مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳ پر تقسیم کرو

عمل مین اکثر ۲۷۲ ۱/۴ کی جگہہ ۲۷۲ سے کام مین لاتے ہین

(۳۶۷) مثالین

(۱) ایک دیوار اینٹ کی ۵۰ فیٹ لنبی اور ۸ ۱/۲ فیٹ بلند اور ۲ ۱/۲ اینٹ آثار کی ہے اوسمین رود پیمانے دریافت کرو $\frac{\frac{1}{2}\times 8\times 105}{272} = \frac{\frac{1}{2}\times 9\times 50\times 35}{272} = \frac{5}{3}\times 546 = \frac{17\times 5\times 35}{544} = 5\frac{1}{4}$

پس تعداد رود پیمانون کی ۵ ۱/۴ تخمینا ہوئی

(۲) ایک چہت سلامی کی بنی ہوئی ہے اور ۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فیٹ ہے اور آثار دو اینٹ کا ہے

$$\frac{15\times 20}{9\times 22} = \frac{50}{3} \text{ اور } \frac{4}{3}\times\frac{50}{3} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$$

پس تعداد معینہ گزون کی ۲۲ ۲/۹ ہے

(۳۶۸) اکثر اینٹین ۸ ۱/۲ انچ لنبی اور ۴ انچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچ موٹی ہوتی ہین مگر جب اون مین چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام مین ایک انچ طول اور عرض

اور دل مین بڑھا لیتے ہین پس اسلئے اینٹ کے طول اور عرض دل ۹ انچ اور ۴½ انچ اور ۳ انچ خیال کرتے ہین اور ایک روڈ پیمانہ مین ۴۵۰۰ اینٹین بعد کردہ کے سہولت کے لگتی ہین

اکتالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک دیوار ۲۰ فیٹ ۶ انچ لمبی اور ۱۴ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲½ اینٹ آثار کی ہے اوسمین روڈ پیمانون کی تعداد دریافت کرو

(۲) ایک محراب دار مثلثی دیوار بنی ہوئی ہے اور اوسکا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲۲ فیٹ لمبی اور ۲۰ فیٹ اولتی تک ہے اور ۳۶ فیٹ زمین سے چھت کی کگر تک بلند ہے اوسمین تعداد روڈ پیمانون کی دریافت کرو

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ ۴ انچ سنڈریمثلثی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۳۰ فیٹ بلند ہے اور عرض اوسکا ۲۴ فیٹ اور آثار ۲½ اینٹ کا اور ۱۰ روپیہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اوسپر لگیگی +

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳۰ فیٹ لمبی اور ۴۰ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک مثلثی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہے اور ۲۰ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲½ اینٹ آثار کی ہے اور ۲۰ فیٹ سے ۴۰ تک ہے اوسکا ۱۲ فیٹ کا آثار اور مثلثی دیوار ۱½ اینٹ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پیمانے گز اوسمین ہین +

(۵) فرض کرو کہ ڈہائی روپیہ ہزار اینٹین ہین اور ایک روڈ مین ۴۵۰۰ اینٹین لگتی ہین اور مصالح چونہ وغیرہ مین فی روڈ ۱۴ لگتا ہے اور مزدوری ڈہائی روپیہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۱۳۶ فیٹ لمبی ۱۰ فیٹ بلند اور ۲ اینٹ کے آثار کی دیوار مین کیا لاگت لگے گی

(۶) ایک مکان کا طول ۴۰ فیٹ اور ۲۵ فیٹ عرض ہے اور پہر قیچی دار چھت قسم اول

کے ۱/۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنینگے

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فیٹ اور عرض ۴۰ فیٹ ہی اوسپر قسم دوم کی قبچی دار چھت ۱۲ ۱/۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنیگی

(۸) ایک مکان ۳۰ فیٹ طول مین اور ۲۰ فیٹ عرض مین سیسی کی چھا درون سے پٹا ہوا ہے اور چھت قبچی دار ہے اور اوسکا ایک پلڑا گیارہ بارہوان عرض مکان سے ہی اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہے اور قیمت ۱۲ شلنگ فی ہنڈریڈ ویٹ ہے تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگی ہوگی +

(۹) ایک حصارہ ۴۸ فیٹ ۵ انچ سے ۸ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکی قیمت ۶ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۴ فیٹ سے ۲۴ فیٹ ہی اوسکے فرش کی لاگت ۶ پونڈ ۶ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی اور اوسمین دو آتشدان ہین اور ہر یک ۷ فیٹ سے ۴ فیٹ ہی اونکو فرش کے حساب سے مین نہ لگاؤ

(۱۱) ایک کمرہ ۴۴ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ بلند ہے اوسکے گچ کرنے مین ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فیٹ اور طول اوس رسّی کا جو اولتی سے اولتی تک لگائی جائے ۶۰ فیٹ ہے تو قیمت چھت کی ۲۲ روپیہ ۱۲ کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۱۸۰ فیٹ لمبی اور ۶ فیٹ بلند ہی اور ایک اینٹ کا اثار ہی اور ۱۸ ستون ہین ہر یک ستون ۱ ۱/۲ فیٹ چوڑا ہے اثار اوسکا ۱ ۱/۲ اینٹ کا ہے اوس مین پیمانے گزون کے دریافت کرو

(۱۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ طول اور ۱۸ فیٹ عرض اور ۱۲ فیٹ بلند ہی ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی گچ کرائی اور ۱۲ ر فی مربع گز کے حساب سے اوسکی چھت بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکے فرش بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ بلند ہے اور دیوار پر تہرا رنگ پھرا ہے اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع رنگوائی کا دیا گیا ہے تو بنا و کیا لاگت اسمین لگی ہوگی

بیالیسوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل اون مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتھے باب مین کیا گیا ہے تو اوسکی پیمائش اوس قاعدہ سے کہ مخصوص اوس مجسم سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہو تو دفعہ ۳۰۷ کے موافق مساوی الاضلاع تراشون کی وساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت کر سکتے ہین دو صورتین ایسی کثیر الوقوع ہین اونکی واسطے قاعدہ مقرر کئے گئے ہین گو وہ صحیح نہین مگر ایسی آسان اور سادہ ہین کہ محاسبین نے اونکی برتنے کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل مین لکھی جاتی ہین

(۳۷۰) چوکھوٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول مین ضرب دو تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کے عرض حقیقی ناپو اور ان سب عرضون کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو حاصل اوسط عرض ہوگا اور اسیطرح اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے

(۳۷۱) مثالین

(۱) ایک لکڑی کا طول ۲۴ فیٹ ہے اور اوسط عرض ۱ فٹ ۹ انچ اور اوسط موٹائی کا ۱ فٹ ۶ انچ

$$۲۴ \times ۱\frac{۳}{۴} \times ۱\frac{۱}{۲} = ۲۴ \times \frac{۷}{۴} \times \frac{۳}{۲} = ۶۳$$

پس ہمکو حجسم ۶۳ مکعب فیٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک لکڑی کا طول ۱۶ فیٹ ہے اور موٹائی اوسکی ایک سرے پر ۱ فٹ ہے اور دوسرے

سرے پر اونچائی ۸ انچ ہے اور عرض ۲ فٹ ہے

اب موٹائی کا نصف مجموعہ ۱ اور ۱½ ہوگا یعنے ۱½

۱۶ × ½ × ۲ × ۱½ = ۲۴ = ۴/۴ × ۲/۲ × ۳۳/۴

پس حجم ۲۴ مکعب فیٹ ہے

(۳۷۲) اگر کڑی گاؤدم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہو تو اکثر اوسکے وسط کا عرض اوسط عرض کی جگہہ لے لیتے ہین کیونکہ جو عرض بیچوبیچ مین ہوگا وہ وہی ہوگا جو سرونکے عرضونکا اوسط نکالنے سے ہوتا اور اسیطرح موٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہے لیکن اسصورت مین کڑی مجسم ذوزنقہ ہوتا ہے تو بموجب قاعدہ ۲۸۳ کے ہم اوسکا حجم ٹھیک ٹھیک دریافت کرسکتے ہین مگر قاعدہ جسکے حجم تخمیناً نکلتا ہے اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے۔ اگر دوسری مثال مین دفعہ ۲۷۱ کی موٹائی گاؤدم ہوتی جائے اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت مین کڑی منشور کیصورت ہوگی اور سرے اوسکے ذوزنقہ ہون گے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت مین ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہے مگر عرض برابر گاؤدم ہوتا جائے

(۳۷۳) ایک گول لکڑی کا یا ایسی لکڑی کا جو چوکوٹہی نہو حجم دریافت کرو

قاعدہ اوسط چوتہائی گروہ کی مجذور کو طول مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۳۷۴) مثالین

(۱) ایک لکڑی جو چوکہوٹہی نہین ہے اوسکا گروہ ۶ فیٹ ہے اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہے چوتہائی گروہ کی ۲ فیٹ ہے اور ۲ کا مجذور ۴ ہے اور ۴ × ۲۴ = ۹۶ پس حجم ۹۶ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک کڑی جو چوکہونٹی نہین ہے اوسکا گروہ ایک سرے پر ۱۲ فیٹ ہے اور دوسرے سرے پر ۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہے

اب یہان اوسط گروہ کا $\frac{6+5}{2}$ اور اسیطرح اوسط چوتہائی گروہ کا $\frac{11}{4}$ ہوگا اور $\frac{11}{4}$ کا مربع $\frac{121}{16}$ ہے

$$\frac{121}{16} \times 24 = \frac{2904}{8} = 363 = 45\frac{3}{4}$$

پس $45\frac{3}{4}$ مکعب فیٹ حجم مطلوب ہے

(۳۷۵) اگر کڑی کی ہئت اسطوانہ کی معینہ ہو تو اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریافت کرسکتے ہین - ہمکو یہ معلوم ہے کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۲۷۳ کے قاعدہ سے اوسکے حجم دریافت کرنے مین اصل حجم سے اوسکی پوری تین چوتہائی سے کچھ زیادہ نتیجہ نکلتا ہی شاید یہ قاعدہ اس سبب سے بنایا گیا ہی کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہین تو بہت سے چھلینے مین ضائع جاتے ہے اوسکو بہی حساب مین لگالیا ہے دفعہ ۲۱۳ کے آخر مثال دیکھو اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہ ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہے

(۳۷۶) ڈاکٹر ہٹن صاحب نے دفعہ ۲۷۳ کی قاعدہ کی جگہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہے کہ اوسط گروہ کی ایک پانچوین کو دو چند طول مین ضرب دو ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم $\frac{33}{25}$ گنا زیادہ اصل حجم سے بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہی مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے

(۳۷۷) اگر کڑی چوکہوٹی نہ ہو مگر برابر گاؤدم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہونی چاہیے تو وسط کی گروہ کو اوسط گروہ کا شمار کرتے ہین اور یہ ظاہر ہے ہے کہ وسط گروہ برابر دونو سرونکے گروہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوگا - اگر سرے معینہ دائرے بہی ہون اور کڑی برابر گاؤدم ہوتی جائے تو وہ حقیقت مین مخروط مستدیر ناقص ہے اسلئے اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۸ کے ٹہیک ٹہیک دریافت ہوسکتا ہے تخمینًا حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیق حجم دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہے

بیالیسوین فصل کی مثالین

جن کڑیون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین مکعب فٹ دریافت کرو

(۱) طول ۲۲½ فیٹ عرض ایک سرے پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سرے پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی ایک سرے پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سرے پر ۱ فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۷ فیٹ اوسط عرض ۳½ فیٹ اوسط موٹائی ۱½ فیٹ

(۳) طول ۳۲ فیٹ اوسط عرض ۲½ فیٹ اوسط موٹائی ۱¾ فیٹ

(۴) طول ۵۶ فیٹ اوسط گردہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۳۲ فیٹ گردہ ایک سرے پر ۲۵ انچ اور دوسرے سرے پر ۳۵ انچ

(۶) طول ۲۴ فیٹ اوسط گردہ ۴۰ انچ

(۷) ایک کڑی ۴۰ فیٹ لنبی ہے اور برابر گاؤدم ہوتی ہے اور اوسکے عرض اور موٹائی ایک سرے پر ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سرے پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۳۷۰ کے دریافت کرو

(۸) اوپر کے سوال کی لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۳۸۳ کے دریافت کرو

(۹) ایک کڑی ۴۰ فیٹ لنبی برابر گاؤدم ہوتی ہے ایک ادائرہ ہے اور اوسکا محیط ۶ فیٹ ہے اور دوسرا سرا بھی دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۴ فیٹ ہے اوس مین مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۳۷۳ کے دریافت کرو

(۱۰) اوپر کی کڑی مین مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۳۸۰ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی کڑی مین مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۳۸۸ کے دریافت کرو

(۱۲) ایک کڑی مثال ۹ کی چوکھوٹی بنائی جائے اور سرے اوسکے اتنے بڑے ہون جتنے بڑے ہوسکتے ممکن ہون تو یہ کڑی جو چھل چھلا کر بنتی ہے اوسمین مکعب فیٹ دریافت کرو سولھوین باب کی مثالین ۱۵۱ اور ۱۵۲ دیکھو

تینتالیسوین فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہے کہ ہم پیپون کے ظرف دریافت کرین یعنی یہ دریافت کرین کہ اون ظروف مین مایعات کی سمائی کسقدر ہوگی

پیپے مختلف شکل کے بنائی جاتے ہین اور اونکی ظروف کی تخمینہ کرنیکے مختلف قاعدے موافق اونکے ہیئت کی بیان کے ہوئے ہین بعض قاعدون سے ٹھیک ٹھیک ظرف اونکے دریافت ہوتے ہین اور بعض سے تخمیناً معلوم ہوتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک پیپہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدون کے ملانے سے بنا ہی تو اوسکا حجم بالکل ٹھیک ٹھیک موجب قعہ ۲۶۸ کے دریافت کرسکتے ہین اور اگر کسی پیپہ کی شکل اس شکل سے ملتی ہو مگر بالکل ایسی نہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سے ہم کو تخمیناً حجم اوسکا ہی معلوم ہوجائیگا گو بالکل ٹھیک نہ معلوم ہو

(۳۷۹) مگر ایک خاص قاعدہ ہی جس سے ہر قسم کے پیپون کے حجم یا ظرف معلوم ہوسکتی ہین خواہ اونکی کچھ ہی ہیئت ہو اور اوس قاعدہ ہی عمل مین بہت فائدہ ہوتا ہی اوسکے اندر ہمکو پیپہ کے اندر کی تین چیزین معلوم ہونی چاہئین ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جسکو قطر راس کہتے ہین اور اوسکے وسط کا قطر جسکو قطر متوسط کہتے ہین

(۳۸۰) یہ پیپہ کی امتداد ہمیشہ انچون مین بیان ہوتی ہین

(۳۸۱) ایک پیپہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قطر متوسط کی مربع کا ۳۹ گنا اور قطر راس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطرونکے حاصلضرب کا ۲۶ گنا لو اور اون سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳۱۴۷ ..... مین ضرب دو تو حاصلضرب کے موافق گیلن اوس پیپہ مین ہونگے

(۳۸۲) مثالین

(۱) پیپہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر راس ۲۴ ہی

$$۳۹۹۳۶ = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۹$$

$$۱۴۴۰۰ = ۲۴ \times ۲۴ \times ۲۵$$

$$۱۹۹۶۸ = ۲۴ \times ۳۲ \times ۲۶$$

$$۷۴۳۰۴ = ۱۹۹۶۸ + ۱۴۴۰۰ + ۳۹۹۳۶$$

$$۹۳۶۵۴۲۷۹ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۷۳ \times ۴۰ \times ۷۴۳۰۴$$

پس پمپہ کا حجم ۹۳ ½ گیلن ہے

(۲) پمپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ ہے

$$۹۹۸۴ = ۱۶ \times ۱۶ \times ۳۹$$

$$۳۶۰۰ = ۱۲ \times ۱۲ \times ۲۵$$

$$۴۹۹۲ = ۱۶ \times ۱۲ \times ۳۶$$

$$۱۸۵۷۶ = ۴۹۹۲ + ۳۶۰۰ + ۹۹۸۴$$

$$۱۱۶۹۲۸ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۷۳ \times ۲۰ \times ۱۸۵۷۶$$

پس پمپہ کا حجم ۱۱۶ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ ایک ظرف مایعات سے جسقدر بھرا ہوا ہو اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے۔ جو حصہ بھرا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہین اور جو خالی حصہ ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ دو صورتین واقع ہوسکتی ہین ایک یہ کہ پمپہ کھڑا ہوا ہو دوسرا یہ کہ لیٹا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہین جو مایع ہوا وسکے عمق کو تر انچ کہتے ہین اور جو تر انچون اور طول پمپہ کے انچون مین فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہین

(۳۸۵) ایک کھڑے ہوئے پمپہ کے حصہ تر کا جو نصف پمپہ سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچون کے مربع کو قطر متوسط اور قطر راس کے انچون کے فرق مین ضرب دو حاصل ضرب کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پمپہ کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کرسکتے ہین

پس اب قاعدہ دہ برتوجو اسطوانہ کی حجم دریافت کرنے مین برتا کرتی ہو اوسط قطر کے مربع کو ترانچون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۰۰۲۸۳۲۶ مین اور حاصل ضرب کو گیلن کے تعداد شمار کرو

(۳۸۶) اب کہڑی ہوئی پیپہ کے اوس ترحصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہے دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا استعمال کرو اور ترانچون کی جگہہ خشک انچون کو کام مین لاؤ تو اسی ہمکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپہ کے حجم مین سے تفریق کرو تو باقی ترحصہ

(۳۸۷) مثالین

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۳۲ ہے اور قطر راس ۲۴ اور تعداد ترانچون کی ۱۰ ہے حصہ ترکو دریافت کرو

خشک انچون کی تعداد ۲۰ ہے اور فرق قطر متوسط اور قطر راس کا ۸ ہے

$$\frac{۸\times۳۰\times۲۰}{۴۰\times۴۰} = \frac{۹}{۸} \text{ اور } ۳۲-۲۴ = \frac{۵۵}{۲}$$

پس اوسط قطر $\frac{۵۵}{۲}$ حاصل ہوا

$$\frac{۵۵}{۲}\times\frac{۵۵}{۲}\times۱۰\times۰۰۲۸۳۲۶ = ۲۱٫۴۲۱۵$$

پس ترحصہ قریب ۲۱٫۴ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ اور ترانچون کی تعداد ۱۵ ہے ترحصہ دریافت کرو

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہین

$$\frac{۹}{۴} = \frac{۴\times۱۵\times۱۵}{۲۰\times۲۰} \text{ اور } ۱۶-۱۲ = \frac{۵۵}{۴}$$

$$\frac{۵۵}{۴}\times\frac{۵۵}{۴}\times۵\times۰۰۲۸۳۲۶ = ۲٫۶۷۷۷ \text{ کے قریب}$$

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپہ کا ۲۰۶۹٫۱ ہے اسمین سے ۲٫۶۷۷۷ کو تفریق کرو تو باقی ۱۵۱٫۹ ہے پس حصہ ۹ گیلن کے قریب ہے

(۳۸۸) جو لیٹا ہوا پیپہ ہو اوسکی حصہ تر دریافت کرنے کا قاعدہ قابل اطمینان کے نہین بیان ہو سکتا

جو قاعدہ ہٹن صاحب نے بیان کیا ہے اوسمین پیپہ کو اسطوانہ مانا ہے اصل قاعدہ یہ ہے اول اوس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپہ پر ایک سطح عمودی سے ترحصہ مین سے تراشی جائے اور اس رقبہ کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۷۷ر۴۲ پر تقسیم کرو تو حاصل ضرب تعداد گیلن کے حصہ تر مین ہوگی

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اسطح پیپون کا کرتے ہین وہ آبکاری کے ملازم بذریعہ آلات کے کرتے ہین جنکو گاجنگ روڈ یا ڈائی اگنل روڈ کہتے ہین اور اونکے واسطے جدا قاعدے ہوتے ہین ان آلات سے گو صحیح صحیح حال نہین دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور مطلب آسانی سے بھی نہین حاصل ہوسکتا اس لئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب نے بہتر جانا ہے بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہین ہوتا جیسا کہ اونکے معائنہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہے

تینتالیسوین فصل کی مثالین

جن پیپون کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو

(۱) طول ۲ر۵۰ قطر متوسط ۵ر۳۱ قطر راس ۷ر۲۲

(۲) طول ۵ر۴۷ قطر متوسط ۵ر۲۸ قطر راس ۴ر۲۱

(۳) طول ۵ر۴۲ قطر متوسط ۵ر۳۲ قطر راس ۵ر۲۶

(۴) طول ۵ر۳۰ قطر متوسط ۵ر۲۶ قطر راس ۲۴

(۵) طول ۸ر۴۶ قطر متوسط ۵ر۳۰ قطر راس ۲۶

(۶) طول ۵ر۳۴ قطر متوسط ۳ر۳۲ قطر راس ۶ر۲۷

(۷) طول ۹ر۴۶ قطر متوسط ۲ر۳۱ قطر راس ۱ر۳۶

کٹے ہوئے پیپون مین ترحصونکے حجم دریافت کرو اونکی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر راس ۳۰ تراخ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر راس ۲۰ تراپج ۱۰

(۱۰) طول ۲۰ قطر متوسط ۲۰ قطر راس ۲۳ تراپج ۹

(۱۱) طول پیمہ کا پہلی مثال مین ۱۰ انچ زیادہ ہوا ہی تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ گیلن زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ مین قطر راس ۱۰ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۰ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ مین ۱۰ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۳۴ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ہر یک امتداد مثال اول کا بقدر ۱۰ انچ کے زیادہ ہوجائے تو ثابت کرو حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

ساتوان باب ویںگ یعنی زمین کے پیمائش

چوالیسوین فصل جریب

(۳۹۰) زمین کی پیمائش مین بعض قواعد مساحت کے بہت بکار آمد ہین ہاوکا بیان اب ہم کرتے ہین

(۳۹۱) زمین کی پیمائش جریب سے ہوتی ہی اور یہ جریبین مختلف طرح کی ہوتی ہین کمپنیون کی پیمائش مین انگلستان کے اندر گنٹر صاحب کی جریب کام مین آتی ہی اور وہ ۲۲ پول یعنی ۲۲ گز لمبی ہوتی ہے اور ۱۰ کڑیان اوسمین ہوتی ہین اور ہر یک کڑی $\frac{۲۲}{۱۰}$ گز یعنی ۲۰۲ انچ لمبی ہوتی ہے اور ہندوستان مین اکثر ۱۰۰ فیٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہی اور اوسمین ۱۰۰ کڑیان ہوتی ہین اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہی اور پہاڑ و نیزہ ہی فٹ جریب کو ہلکے ہونے کے سبب سے استعمال مین لاتے ہین اور کمپنیون کی ہندوستانی پیمائش مین ۶۰ گز لمبی جریب ہوتی ہے اور ۶۰ گز کے مین ۴ حصے ہوتے ہین اور ہر حصہ کو گٹھہ کہتے ہین اور گٹھہ مین تین گز ہوتے ہین

(۳۹۲) جھنڈی اوس نشان کو کہتے ہین جو زمین مین کسی مقام کے بتلانیکے واسطے گاڑدین

(۳۹۳) پیمائش کی تمام کیفیت اور حالات لکھنے کے لئے ایک کتاب ہوتی ہے اسکو انگریزی مساحت مین فیلڈ بک کہتے ہین اور ہندوستان مین کمپنیون کی پیمائش کیواسطے جرنل کہتے ہین

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے کہ خط مستقیم کو کس طرح جریب سے پیمائش کرتے ہین

اول ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم جسکو پیمایش کرتے ہین وہ فاصلہ دو نقطون کا ہے اور ہر نقطہ پر ایک جھنڈی لگی ہوئی ہے

دس سوئی زمین مین گاڑنیکے لئے لیتے ہین - دو آدمی جریب سے پیمایش کرتے ہین ایک شخص جو جریب کو آگے کھینچتا ہی اوسکو اگلا جریب کش کہتے ہین اور دوسریکو پچھلا - یہ دونو آدمی ایک جھنڈی پر کھڑے ہوتے ہین اور اگلا جریب کش دس سوئون کو ہاتھ مین لیکر اور جریب کے ایک سرے کو پکڑکر دوسری جھنڈی کی طرف چلتا ہی اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سرے کو اول جھنڈی پر پکڑے بیٹھا رہتا ہی اور جب جریب خوب تنکر بالکل پھیل جاتی ہی وہان جریب کش ایک سوا گاڑ دیتا ہی تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہانتک وہ پھیلی ہی اور پھر یہ شخص وہان سے بھی جریب کا سر الیکر اوسی طرح چلتا ہے جسطرح پہلے چلا تھا اور پچھلا آدمی بھی اوس سوئی کے پاس آتا ہی اور دوسرا سرا جریب کا پکڑے رہتا ہے جبتک دوسرا آدمی پوری جریب کو تانکر پھیلاتا ہی اور وہان پھر دوسرا سرا گاڑتا ہی اور پھر پچھلا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ مین لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہے اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہے جبتک کہ طول مطلوب کی پیمایش ہوتی ہے

جب دسون سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھون مین آجائین تو وہ فیلڈ بک مین لکھتا ہی کہ طول دس جریب کا ناپا گیا ہے اور دسون سوئی وہ پھر اگلی جریب کش کو دیدیتا ہی اور پھر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہی اور جب دوسری جھنڈی پر جریب کش پہنچتا ہی تو فیلڈ بک سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ کتنی دہائی جریب کی پیمایش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھ مین ہوتی ہین اوس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ کتنی جریبین دہائیون کے سوا پیمایش ہوئی ہین اور جھنڈی اور آخر سوئی کے درمیان جو کریان ہون اون کی تعداد گن لیجاتی ہے پس اسطرح طول معلوم ہوجاتا ہے

(۳۹۵) جریب سے پیمایش کرنے مین بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب مین چاہیے کہ جریب سیدھی کھنچی اور سمت نہ بدلے پیمایش ایک سیدھ مین چلی جائے احتیاطاً صحت کے واسطے دوبارہ پیمایش کیا کرتے ہین - جب اگلا جریب کش سوا گاڑتا ہی تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھتا ہی کہ سوئی اور جہنڈی کے درمیان خط مستقیم پچھلی جریب کش کی سوئی پر سے گذرتا ہی اور ایسے ہی پچھلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہے کہ اوسکی سوئی اور دوسری جہنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھینچا جائے وہ اگلے جریب کش کی سوئی پر گذرتا ہے

(۳۹۶) اگر کہیت یا قطعہ زمین شکل مستقیمۃ الاضلاع کی صورت ہو تو مخالف خطوط کا طول دریافت کرکے بموجب قواعد باب سوم ہم اوسکا رقبہ دریافت کرلیتے ہین

(۳۹۷) مثالین

(۱) مستطیل کہیت ۸ جریب ۹۵ کڑی لمبا اور ۳ جریب ۲۶ کڑی چوڑا ہے

۸ جریب ۹۵ کڑی = ۹۵ ؍ ۸ اور ۳ جریب ۲۶ کڑی = ۲۶ ؍ ۳ جریب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴ کے

۹۵ ؍ ۸	۲۶ ؍ ۳
۲۶ ؍ ۳	۹۵ ؍ ۸
۵۳ ۷۰	۱۷۰ ۹
۱۷۹ ۰	۲۶۸۵
۲۶۸۵	۲۹۱۷۰
۲۹۱۷۰	

کہیت کا رقبہ ۲۹۱۷۰ مربع کڑی یعنی ۲ ؍ ۹۱۷۰ ایکر ہے اور اعشاریہ ایکر کو روڈ پول کی طرف تحویل کرین تو ۲ ایکر ۳ روڈ ۲ پول کے قریب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو

(۲) اضلاع ایک ترکون کہیت کے ۲ ؍ ۵ جریب اور ۶ ؍ ۵ جریب اور ۶ جریب ہین بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

$۲ ؍ ۵ + ۵ ؍ ۶ + ۶ = ۸ ؍ ۱۶$ اور $۸ ؍ ۱۶$ کا $\frac{۱}{۲} = ۸ ؍ ۴$

$۸ ؍ ۴ - ۲ ؍ ۵ = ۳ ؍ ۲$ اور $۸ ؍ ۴ - ۵ ؍ ۶ = ۲ ؍ ۸$ اور $۸ ؍ ۴ - ۶ = ۲ ؍ ۴$

$۸ ؍ ۴ \times ۳ ؍ ۲ \times ۲ ؍ ۸ \times ۲ ؍ ۴ = ۱۸۰ ؍ ۶۳۳۶$ اور ۱۸۰ ؍ ۶۳۳۶ کا جذر ۱۳ ؍ ۴۴ ہے

پس رقبہ ۱۳ ؍ ۴۴ مربع جریب یعنی ۱ ؍ ۳۴۴ ایکر یعنی ایک ایکر ایک روڈ ۸ ؍ ۱۵ پول ہے

(۳) ایک گہاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہے اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اوسکا نصف قطر ہی

دفعہ ۱۶۸ کے قاعدہ کو کام مین لاتے ہین

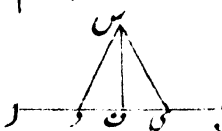
۳۱۴۱۶ × ۲۶۵ × ۲۶۵ = ۱۹۶۳۵

پس رقبہ ۱۹۶۳۵ مربع جریب یعنی ۱۹۶۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۳ روڈ ۱۶ ۳۴ پول ہے

پینتالیسوین فصل عمود

(۳۹۹) اشکال مستعینۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے مین ہمکو ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ بعض عمودون کے طول جو خاص نقطون سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئے جائین معلوم کرین اور جب مقام ایسے عمودون کا معلوم ہوجائے تو طول اونکے موافق دفعہ ۳۹۴ کی نپ سکینگے اب ہم اونکے مقامات کے معین کرنیکا طریقہ لکھتے ہین

(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم ہی باہر ایک نقطہ معلوم ہی اوس سے عمود جو اوس خط پر قائم کیا جاوے اوسکا مقام دریافت کرو



فرضکرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور س اوس سے باہر ایک نقطہ ہی

ایک رسی دو برابر حصون مین موڑو اور اوسکے بیچ کے مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کھڑا ہو اور دو آدمی اوسکو سرونکو پکڑ کر دونو ٹکڑون کو تانین یہانتک کہ خط مستقیم اب کے نقاط ڈ اور ی پر وہ سرے آجائین اور ڈی کا نقطہ وسط ف دریافت کرکے س ف ملاؤ پس س ف عمود مطلوب ہوگا

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ مین ضرور ہے کہ خط مستقیم اب کا نشان صاف زمین پر کسی نہ کسی طرح بنایا جائے اور یہ اسطرح ہوسکتا ہی کہ کوئی رسی یا جریب تا اور ب کے درمیان خوب تانکر پھیلائی جائے یا جھنڈیان تھوڑی تھوڑی فاصلہ پر سمت اب پر لگائین جائین لیکن اگر خط مستقیم اب کا اسطرح نشان نہ کیا جائے تو ایک شخص اوسی پر سے ہٹ کر دیکھ لے کہ دسیدہ مین ڈ کی ٹھیک ٹھیک ہے اور اسیطرح ب سے پرے ہٹ کر دیکھ لے کہ ی سیدہ مین ب کے ہی

(۴۰۱) خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہی اس سے جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور ف نقطہ معلوم اوسپر ہے
اب پر نقاط د اور ی ایسے مقرر کرو کہ ف د اور ف ی آپس مین برابر ہون اور ایک سی دی سے بڑی لو اور اوسکے سرونکو د اور ی پر قائم کرو اور ایک شخص اوسی سی کو بیچ مین سے پکڑ کر تانے اور فرضکرو کہ جب سی تنی تو اوسکا وسط س پر پہونچے تو ف س زاویے قائمے اب پر بنا لگا اور اسیواسطے یہ خط مستقیم مطلوب ہوگا

(۴۰۲) پس اوپر کے بیان سی ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ رسی یا ڈور کے ذریعہ سے عمود مطلوب کا مقام دریافت ہوسکتا ہی مگر ایک آلہ ہوتا ہی اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین کے سرویر اوس آلہ سے عمودون کے مقام کو دریافت کیا کرتے ہین

(۴۰۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہے اور ۶ انچ اوسکا قطر ہوتا ہی اور اوسپر دو خط بہت صاف ایکدوسرے پر زاویہ قائمہ بناتی ہوئی کھدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے اوپر جڑا ہوتا ہے اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہے جس کیوہ سیدہا زمین مین گڑ سکتا ہی غرض اوسکے بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہے

(۴۰۴) ایک خط مستقیم معلوم سی باہر ایک نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سی جو عمود اوس خط پر قائم ہو اوسکا مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو



فرضکرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور س نقطہ معلوم اوس سے باہر ہی
ا اور ب اور س جہنڈیان کھڑی کرو اور فقط نظر سے کوئی مقام اب ایسا تجویز کرو کہ عمود اور اب کے نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو
فرض کرو کہ یہ مقام د کا ہو اب د پر کراس کی لکڑی کو گاڑ دو اور کراس کو اسطرح رکھو کہ ایک نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت مین دیکھین

تو جہنڈی آ دکھائے دی اور اوسی نشان پر دوسری سمت مین دیکھین تو جہنڈی ب دکھائی دے
اب دوسرے نشان کی سیدھ مین جہنڈی کو دیکھو اگر جہنڈی س کی اس نشان کی سیدہ مین
دکھائی دی تو مقام د کا محل تقاطع ہوگا اب اوسی عمود کا کہ س سے قائم ہو اور اگر سیدہ مین
مقام س نہ دکھائی دے تو کراس کو دائین یا بائین طرف غرض جس سمت مین کہ س جہنڈی
اوس نشان کی دکھائی دے سرکاؤ جبتک کہ س جہنڈی سیدہ مین دکھائی دی ذری سی
آزمایش مین ایک مناسب مقام کراس کا ایسا دریافت ہوجائیگا کہ جسکے ایک خط کی سیدہ مین د
اور ب جہنڈیان نظر آئینگی اور دوسرے خط کی سیدہ مین جہنڈی س دکھائی دیگی اور اس
مقام کراس سے مقام عمود کا جو س سے اب پر نکالا جائے دریافت ہوگا

(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہے اس نقطہ سے اوسپر زاوئے قائمے بناتا ہوا خط
بذریعہ کراس کے قائم کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور د نقطہ معلوم ہے
کراس کے پایہ کو د پر قائم کرو اور کراس کے ایک خط کو متوازی اب کی رکھو تو دوسرا نشان کراس کا
مقام اوس خط کا معین کریگا جو زاوئے قائمے اب کے ساتھ بناتا ہے

(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب مین ہم نے اعمال مساحت کا بیان کیا ہے اوسسے اون طولون کا
حساب ہوتا ہے جو کہتیون اور قطعات زمین کے رقبونکے دریافت کرنے مین مطلوب ہوتی ہین اب
ہم اوسکی بعض مثالین لکھتے ہین

(۴۰۷) مثالین

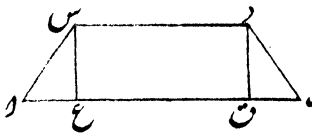
(۱) مثلث کا قاعدہ ۱۳٫۲ جریب اور ارتفاع ۸٫۳ جریب ہے

$$\frac{1}{2} \times 13{,}2 \times 8{,}3 = 54{,}78$$

پس کہیت کا رقبہ ۵۴٫۷۸ مربع جریب یعنے ۱۵ ایکر ۴۷٫۸ ایکر یعنی ۱۵ ایکر ۱ روڈ ۸ ۳۶ پرچ ہے

(۲) اب س د چوکون کہیت ہے اور س ع اور د ق عمود و اب پر ہین

اور کرڑیون مین یہ خطوط پیمایش ہوئے ہین



د ع = ۱۱۲ اور د ق = ۴۴۸ اور د ب = ۶۲۶

س ع = ۲۲۳ اور د ق = ۲۹۵

پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

تو کہیت کے حصون کے رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ہونگے

مثلث د ع س = $\frac{1}{2}$ × ۱۱۲ × ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸

ذوزنقہ ع ق س = $\frac{1}{2}$ × ۳۳۶ × ۵۱۸ = ۸۷۰۴

مثلث د ق ب = $\frac{1}{2}$ × ۱۷۸ × ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵

ان تینون عدد دونکا مجموعہ ۱۵۰۶۷ ہے پس کہیت کا رقبہ ۲۵۰۶۷ ایکر ہے یعنی قریب ایک ایکر ایک روڈ ایک پول کے

چھیالیسوین فصل فیلڈ بک اور جنبرہ

(۴۰۸) بہت سے کہیتون کی پیمایش اسطرح سے ہوجاتی ہی کہ ایک کونے سے دوسرے کونے تک خط مستقیم کو پیمایش کرین اور کونونسے جو عمود اوسپر واقع ہون اونکو ناپ لین اول خط کو قاعدہ کا خط یا جریبی خط کہتے ہین اور عمودون کو اوفسٹ کہتے ہین اکثر قطعہ زمین جو بڑے سے بڑا خط کہنچتا ہے اوسکو قاعدہ کا خط ٹھہراتے ہین اس سے بہت فائدی حاصل ہوتے ہین اور بعض اوقات قطعات زمین مین ایک ضلع ہی قاعدہ کا خط ہوتا ہے جیسا کہ دفعہ ۴۰۰ کی دوسری مثال مین تمنے دیکھا ہوگا خطوط کی طول پیمایش ہوہوکر حسب طرح فیلڈ بک مین مندرج ہوتی ہین اوسکا حال بیان کرتے ہین

(۴۰۹) فیلڈ بک ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانون مین منقسم ہوتا ہے اور سرویر یعنی مساح صفحہ کے نیچے کی طرف سے اوپر کیطرف لکھتا ہی

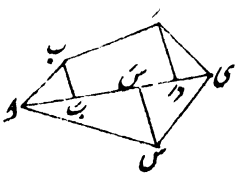
خانہ وسط مین جو قاعدہ کے خط پر طولون کی پیمایشین ہوتی ہین وہ لکھی جاتی ہین اور دائین خانہ مین اون اوفسٹون کی طول لکھی جاتی ہین جو قاعدہ کے خط کے دائین طرف واقع ہوتے ہین اور بائین

بائین خانہ مین اون اوفسٹونکے طول لکھی جاتے جو قاعدہ کے خط کے بائین طرف واقع ہوتی ہین اور قاعدہ کے جن نقطونپر افسٹ پیمائش ہوتی ہین اونہین نقطونکے فاصلہ کے محاذی لکھے جاتے ہین فیلڈ بک مین نقطہ پیمائش ہی طولونکی نہین لکھی جاتے بلکہ اور مخصوص باتین بھی لکھی جاتی ہین جسسے نقشہ بنانے مین سرویر کو بہت فائدہ پہنچتا ہی جس مقام پر کوئی جھیل خندق دریا وندی آبادی وغیرہا آجاتی ہین اوسکی تحریر بھی فیلڈ بک مین کرتے جاتے ہین اگر کوئی بڑا درخت یا عمارت آجاتی ہے تو اوسکو بھی لکھہ لیتے ہین اور اگر حریب کسی ایسی سرحد پر گذرتی ہے کہ وہان کی حد نہایت غیر منتظم ہوتی ہے تو اوس سرحد کو بھی کھینچ لیتے ہین

(۴۱۰) مثالین

(۱)

	ی تک	
	۱۱ ۲۵	
	۷ ۵۰	۲۶۰ د کی طرف
س کے طرف ۲۵۰	۶ ۲۵	
	۳ ۰۰	۲۳۰ ب کی طرف
	و سے	



سرویر یعنی مساح و سے ی کے طرف پیمائش شروع کرتا ہے و ب ۳۰۰ کڑی اور ب پر ایک افسٹ ب ب بائین طرف ۲۳۰ کڑی کا ہی اور ہ س ۶۲۵ کڑی کا ہی اور س پر ایک افسٹ س س دائین طرف ۲۵۰ کڑی کا ہی اور د د ۷۵۰ کڑی کا ہے اور د پر ایک افسٹ و د بائین طرف ۲۶۰ کڑی کا ہے اور ی ۱۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کے رقبون کا حساب کرتے ہین اور سب نتائج مربع کڑی مین لکھتے ہین

مثلث و ب ب = $\frac{1}{2} \times ۳۰۰ \times ۲۳۰ = ۳۴۵۰۰$

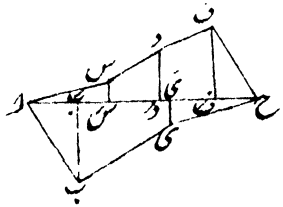
ذوزنقہ ب د د ب = $\frac{1}{2} \times ۴۵۰ \times ۴۹۰ = ۱۱۰۲۵۰$

مثلث د ی د = $\frac{1}{2} \times ۷۵ \times ۲۶۰ = ۴۸۷۵۰$

مثلث و ی س = $\frac{1}{2} \times ۱۱۲۵ \times ۲۵۰ = ۱۴۰۶۲۵$

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی کا ہی یعنی ۳۳۴۱۲۵ ÷ ۳ ایکر یعنی ۳ ایکر ۱ روڈ ۶ ۱۴ پرچ

(۲)



	ح تک	
	۱۰۲۰	
	۹۹۰	۴۰۰ ف کیطرف
ی کی طرف ۵۰۰	۶۱۰	
	۵۸۵	۳۲۰ د کیطرف
	۴۴۰	۷۰ س کیطرف
	۳۱۵	
ب کیطرف ۳۵۰	ا سے	

پیمائش کڑیون مین لکھین تو قطعات کے رقبے یہ حاصل ہونگے

مثلث ا ب ب = $\frac{1}{2}$ × ۳۱۵ × ۳۵۰ = ۵۵۱۲۵

ذوزنقہ ب ی ی ب = $\frac{1}{2}$ × ۲۹۵ × ۴۰۰ = ۵۹۰۰۰۰

مثلث ی ح ی = $\frac{1}{2}$ × ۴۱۰ × ۵۰ = ۱۰۲۵۰

مثلث ح ف ف = $\frac{1}{2}$ × ۳۰ × ۴۷۰ = ۷۰۵۰

ذوزنقہ ف د د ف = $\frac{1}{2}$ × ۴۰۵ × ۷۹۰ = ۱۵۹۹۷۵

ذوزنقہ د س س د = $\frac{1}{2}$ × ۱۴۵ × ۳۹۰ = ۲۸۲۷۵

مثلث س ا س = $\frac{1}{2}$ × ۴۴۰ × ۷۰ = ۱۵۴۰۰

پس کل رقبہ ۳۳۵۰۷۵ مربع کڑی یعنی ۳۳۵۰۷۵ ÷ ۳ ایکر یعنی ۳ ایکر ۱ روڈ ۱۲ ۱۶ پول رقبہ ہوا

(۴۱) جریبی خطوط کے سرون کو مسام کہتے ہین اور پر اکثر فیلڈ بک مین نشان ① ② ③ کا کر دیتے خطوط جریبی کے مقامات بلحاظ جنوب مشرق مغرب شمال کے لکھے جاتے ہین مثلاً از ① مشرق سے مراد یہ ہے کہ خط جریبی شروع ہوکر مشرق کیطرف جاتا ہے اور ایسی ہین ② شمال ۵۰° مغرب سے یہ مطلب ہے کہ جریبی خط دوسرے مقام سے شروع ہوکر اوس سمت مین جاتا ہے کہ ۵۰ درجہ کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہے بعض اوقات متواتر جریبی خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ راست کا لکھہ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھنین کہ ② سے چپ پر تو اسی یہ مراد ہے کہ جب مساح دوسرے مسام پر پہونچا تو

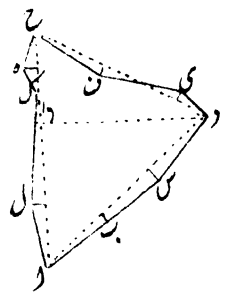
تو وہان سے بائین ہاتھہ کیطرف مڑکر چلا گیا

اگر اوسنٹ کے خانہ مین صفر ہو تو وہان یہ سمجھنا چاہئے کہ خط جریبی ٹھیک اوسی مقام پر زمین کی حد کے پہونچتا ہے جسکو پیمایش کرنا منظور ہے

(۴۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کرنیکے لئے بعض خطوط زائد کے طولون کی پیمایش کرتا ہے اور اونکی ضرورت کچھہ قبون کے حساب لگانے مین نہین پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک کہیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اوسکے رقبے کے دریافت کرنیکے لئے فقط چارون خطون کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلئے کہ مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہین اونکے رقبونکا حساب ان خطون سے بخوبی ہو جائیگا مگر سرویر دوسرے قطر کو بھی ضرور ناپیگا وہ شکل کا نقشہ چارون مثلثون اور قطر کے طولون سے جو اوسنے معلوم کئے ہین بنائیگا اور دوسرا قطر کھینچیگا اور جس پیمانہ کے موافق اوسنے نقشہ اس شکل کا بنایا ہے اوسسے وہ دوسرے قطر کو ناپیگا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے ہے یا نہین جو اوسنے پیمایش کیا ہے اگر یہ دونو طول مطابق آپسمین ہوئے تو مساح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے مین ہوگی یا جریب سے پیمایش کرنے مین پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہئے کہ کہان رہے اور پھر اوسکو دریافت کرکے نقشہ درست کرنا چاہئے

اگر قطعہ زمین جسکی پیمایش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسکی ناپنی چاہئے جس سے رقبہ اوسکا دریافت ہو جاے اور نقشہ بن جاے اب اس کام کی صحت دریافت کرنیکے لئے بھی ضرورت ہے کہ اوس عمود کا طول بھی ناپین جو ایک زاویہ کے مقابل کے ضلع پر نکالین یا اوس خط کا طول دریافت کرین جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک کھینچا جائے اور پھر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہئے جو نقشہ مین دریافت کیا جائے وہ طول جو فقط کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اوسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہین

(۴۱۳) ایک کمیت یا بہت سے کمیتونکی پیمایش مین بہت سے عمل وسیطح کرین جسطح دفعہ ۴۱۱ مین عمل کیا ہے یعنی ہر ایک جریبی خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کمیت کی مثال لیتے ہین اوسکی صورت مثلث کی قریب قریب ہے پس تین خط جریبی پیمایش مین کھینچے جائین گے



	ا		
	۱۶۵۰		
ل	۱۳۰۰		
	۷۲۶ و	۱۲۳۲ و	
ک	۵۰۰		
۵ کیلف	۲۶۰		
	ح		
بائین	طرف پہرا		
	ح		
	۱۴۳۰		
	۸۲۰	۱۰ اف	
	۶۰۰		
ی	۲۷۰		
	د		
بائین	طرف پہرا	صفائی کے واسطے اوفسٹونکو بہت بڑہاکر شکل مین بنایا ہے	
	و		
	۱۵۴۰		
س	۹۶۰		
ب	۳۰۰		
	ا	شمال مشرق کی طرف چلو	

اضلاع مثلث ا د ح ۱۵۴۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیان ہین پس اس مثلث کا رقبہ بموجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہے

اب ہم اون چھوٹے چھوٹے حصون کے رقبون کا حساب لگاتے ہین کہ مثلث کے اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کے درمیان واقع ہین

آ در پر اوفسٹ ب اور س پر ہین پس ہمکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ دریافت کرنا چاہیئے پس اونکے رقبے مربع کڑیون مین بتفصیل ذیل ہین

اول مثلث = ۱۰×۳۰۰×½ = ۱۵۰۰

ذوزنقہ = ۴۰×۶۶۰×½ = ۱۳۲۰۰

دوسرا مثلث = ۳۰×۵۸۰×½ = ۸۷۰۰

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب د ح پر ایک اوفسٹ ی پر ہے اور امدز کی طرف اوفسٹ ق پر ہو تو دو مثلثون مین سے دوسرا مثلث تفریق ہونا چاہیئے

اول مثلث = ۴۰×۶۰۰×½ = ۱۲۰۰۰

دوسرا مثلث = ۱۰×۸۳۰×½ = ۴۱۵۰

اب میزان ۷۸۵۰ زیادہ ہونی چاہیئے

اب ا ح پر ھ اور ل اوفسٹ ہین اور خط جریبی سے نقطہ ک پر ملتے ہین پس یہان دو مثلث ہوئے

اول مثلث = ۲۰×۵۰۰×½ = ۵۰۰۰

دوسرا مثلث = ۳۰×۱۱۵۰×½ = ۱۷۲۵۰

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

۱۰۱۶۴۰۰ + ۲۳۴۰۰ + ۷۸۵۰ + ۲۲۲۵۰ = ۱۰۶۹۹۰۰

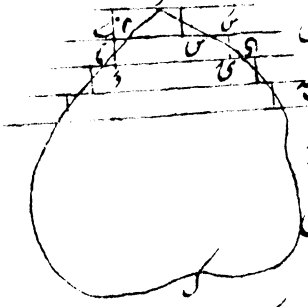
پس کھیت کا کل رقبہ ۱۰۶۹۹ ایکر ہے

عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ کڑی ہے اور ح ۶۲۶ کڑیان (۴۱۴) ایک اور ترکیب بھی سوا فیلڈ بک کے ہے جسکو مساح اختیار کرتے ہین

کہ ایک نقشہ اوس کہنیت کا بناتے ہین جسکو پیمائش کرتے ہین اور جن طولون کو ناپتے جاتے ہین
اونکے مطابق نقشہ مین خطون پر اوس طول کو لکھتے ہین یہ اکثر دستور بندوبست مین پٹواریون کا
اس ملک مین ہے ۔

(۴۱۵) اب تک ہم نے یہ فرض کیا ہے کہ کہنیت جسکی پیمائش ظاہر کی ہے اوسکی سرحد مین خطوط مستقیم ہتے
اور اونکی تعداد بھی اعتدال اور ضبط کے ساتھ ہی لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منتظم ہو کہ وہان کام
اوپر کے فرض سے نہ چل سکتا ہو تو وہان ۲۰۲ فقرہ کے اصول کو کام مین لانا چاہئے کہنیت کا نقشہ
بناؤ اور حد کو ایسا بالو کہ مستقیمۃ الاضلاع حد بنجائے اور اوسکے اندر رقبہ اتنا ہو جتنا کہ پہلی
ترکیب مین تہا اب آسان ترکیب اس اصول کے برتنے کی بیان کرتے ہین

(۴۱۶) فرضکرو کہ اب د ک می س ایک کہنیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خطوط متوازی متساوی الابعاد



کھینچو تو اسی کہنیت کے حصے متساوی العرض
ہو جائینگے اب ان حصون مین سے ایک حصہ
ب د ی س کو خیال کرو اور خط مستقیم ب د
عمود اول خطون پر اسطرح سے کھینچو کہ رقبہ اس
حصہ کا وہی رہے خواہ اوسکی حد ب د ہو
خواہ ب د ہو اگر ب د کو خط مستقیم سمجھو تو یہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم نہ ہو تو
مقام ب د کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوسمین شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی س س دوسرے
سرے سے اس حصہ کھینچو تو رقبہ ب د ی س کا برابر مستطیل ب د ی س کے ہے پس
اس طرح سے ایک سلسلہ مستطیلون کا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہوگا
اور ان مستطیلون کا رقبہ آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسلئے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہو جائیگا
مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کھینچے گئے ہین اور مجموعہ تمام مستطیل
کے طولون کا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

کہ کہنیت کے نقشہ مین پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کے واسطے بنا تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کو تعبیر کریگا
اسیواسطے کہنیت کا رقبہ ۹ × ۲۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہے،
عمل مساحت مین طول مستطیلوں کا ایک آلہ سے پیمایش ہوتا ہے اوسکو کنپوٹیشن اسکیل کہتے ہین

چہیالیسوین فصل کی مثالین

ان کہیتوں کا نقشہ لینیو اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولون کی فیلڈ بک مین اس طرح لکھی ہے

(۱)

	ی تک	
	۵۵۰	
	۴۰۰	۱۰۰ او تک
س تک ۱۱۰	۳۵۰	
	۱۸۰	۱۵۰ اب تک
	او سے	

(۲)

	ی تک	
	۵۰۰	
د تک ۱۴۰	۲۲۰	۵۰ س تک
	۱۰۰	۶۰ اب تک
	او سے	

(۳)

	ی تک	
	۳۰۰	
د تک ۱۸۰	۲۴۲	
	۱۶۲	۱۳۶ اس تک
ب تک ۱۲۲	۶۶	
	او سے	

(۴)

	ی تک	
د تک ۸۰	۴۵۰	
س تک ۹۰	۲۹۰	
	۱۵۰	۲۰۰ ب تک
۰	او سے	

(۵)

	ف تک	
	۸۰۰	
	۶۵۰	۱۲۰ ی تک
	۴۰۰	۷۰ د تک
س تک ۱۱۰	۳۵۰	
	۱۸۰	۱۵۰ اب تک
	او سے	

(۶)

	ح تک	
	۶۰۰	
	۵۶۰	۱۴۰ ف تک
	۴۸۰	۱۵۰ ی تک
د تک ۱۷۰	۴۷۰	
	۳۸۰	۱۵۰ اس تک
ب تک ۱۵۰	۱۰۰	
	او سے	

(۷)

	۷۸	
۴	۷۳	۸
۸	۳۶	۱۴
۵	۲۱	۴
	⊙	

(۸)

	۱۰۲	
۸	۷۵	۹
۱۲	۴۰	۴
۷	۱۲	۱۷
	⊙	

(۹)

	۱۲۰	
	۱۰۰	۱۹
	۸۰	۲۲
	۶۰	۲۷
	۴۰	۲۵
	۲۰	۱۸
	⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
۲۲	۱۱۰	
	۹۰	۲۶
۴۰	۵۰	
	۳۰	۲۸
	⊙	

(۱۱)

۲۰	۳۸۰	۶۰
۱۰۰	۲۶۰	۶
۷۶	۱۸۰	۴
۱۰	۱۰۰	۶۰
۴۰	۸۰	۲۰
۵۰	۰	۰
	⊙	

(۱۲)

۰	۱۳۹۴	
	۱۱۱۲	۲۷۰
	۹۴۰	۲۲۰
	۶۱۴	۱۸۴
۲۳۵	۳۶۸	
۶۲	۱۶۰	
۴۲	۳۳۸	
	۰	
	⊙	

(۱۳) فیلڈ آب مین کہیت اب س کا حال بہ تفصیل ذیل لکھا ہوا ہے اور خطوط جریبی تمام کہیت کے اندر ہین اوسکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

ا ۲۵۰	۱۰
۲۰۰	۵۰
س ⊙	
س ۳۹۰	۰
۲۰۰	۴۰
۱۰۰	۳۰
	۱۰
ب ⊙	
ب ۵۶۰	۰
۱۰۰	۳۰
	۰
شمال ۲۵ مغرب	
ا ⊙	

(۱۴) کہیت اس د کا حال فیلڈ بک مین بہ تفصیل ذیل لکھا ہے اوسکا نقشہ بناؤ اور اوسکے رقبہ کا حساب لگاؤ اور ضلع ود کی پیمائش نہین ہوئی وہ خط مستقیم بغیر افسٹ کے تنہا

د ۵۰۰	۰
۴۰۰	۶۰
شمال ۹۶۸ مشرق	
س ⊙	
س ۱۰۰۰ ا	۰
۸۶۰	۱۰
۶۶۰	۰
۶۰۰	۳۰
۴۲۰	۸۰
۲۴۰	۰
۲۰۰	۱۰
جنوب ۴۸ مشرق	۳۰
ب ⊙	

ب ۱۰۰۰
۸۰۰
جنوب ۳۰° مغرب
ا ⊙

(۱۵) کہیت وب س دی فٹ کی اسٹنڈ تفصیل ذیل معلوم ہین یا دسکا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ

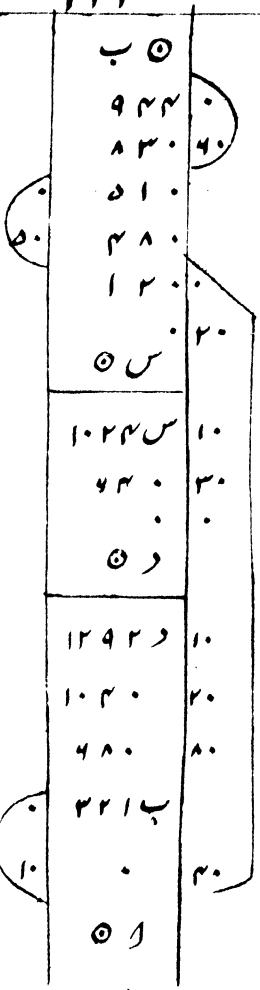
د ⊙ تک
۱۵۶۰
مشرق ۲۰ ۸۶۴
۶۱۸ ۶۹۰ ج
ف ⊙ سے

ح ⊙ تک
۱۳۰۵
۳۶۲ ۶۹۰ د
س ⊙ سے

س ⊙ تک
۱۶۵۰
۱۲۳۰ ۳۶۲ ب
ح ۳۹۰ ۴۰۵

مشرق کی سمت ا ⊙ مین شروع

(۱۶) اس کہیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بناؤ اور کل کہیت کا رقبہ دریافت کرو اور فرض کرو مثلث ب س د مین ۴۱۶۷۳۲ مربع کڑی ہین اور ایک قطعہ زمین کا س اور اسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پر کھینچے جائین ۳۰۰۰ مربع کڑی کا ہے



سیتالیسوین فصل کے سوالات

(۴۱۷) زمین کی مساحت مین ہم نے صرف جریب کی پیمایش اور کراس کا ذکر توضیح کے ساتھ بیان کیا مگر جہان پیمایش بڑی اور صحیح کرنی ہوتی ہے وہان آلات زاویون کی پیمایش مین استعمال کرتے ہین اور پھر حساب اوسکا علم مثلث کی وساطت سے لگاتے ہین اور انہین پیمانون کے ساتھ ایسی پیمایشون کا بھی ذکر کرتے ہین جہان ہماری رسائی نہین ہوتی اور فاصلہ اون

اشیا کا جہان ہم پہونچ نہین سکتے دریافت کرتے ہین باوجودیکہ ایسے سوالات کے حل کرنے مین علم مثلث کا کام پڑتا ہے مگر بعض سوال نہایت سیدھے سادھے طور سے حل ہوجاتے ہین اسلئے ہم اونکا بیان کرتے ہین

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو



فرض کرو کہ آ ایک چیز دریا کے نزدیک ہے اور ٹھیک اوسکے مقابل ایک اور چیز ب دریا کے متصل ہے ایک خط اس زاوئے قائمے بناتا ہوا اب پر کھینچو اور اتنا طول اوسکا کہو کہ جسمین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو د تک ایسا کھینچو کہ س د برابر اس کے ہو د سے ایک خط مستقیم زاوئے قائمے بناتا ہوا اوپر کھینچو اور اوسمین نقطہ ی ایسا دریافت کرو کہ ب س ی ایک خط مستقیم ہو پس مثلث س اب اور س د ی سطح سے برابر ہین اور د ی برابر ہے اب کے اور اب د ی کو پیمایش کرلو تو اوسکا طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہوجائے گا

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ مین ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ایک خط مستقیم زاوئی قائمے بناتا ہوا دوسرے خط مستقیم پر کھینچین اور اوسکی ترکیب ہم پینتالیسوین فصل مین بیان کرآئے ہین اب ہم ایک اور ترکیب سے سوال کو حل کرتے ہین اوسمین کبھی ضرورت زاوئے قائمے بنانے کی نہین پڑتی

(۴۲۰) اون دو مقاموں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو جنمین ایک کا مقام ایسا ہے کہ ہم نہین پہونچ سکتے

فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور ب پر دریا کے حائل ہونیکے سبب سے یا کسی اور روک کے سبب سے ہم نہین جاسکتے



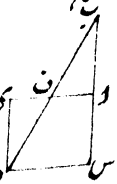
آ سے کوئی خط اس کھینچکر ناپ کو اور کسی نقطہ د پر ایک جھنڈی ب س کی سمت مین قائم کرو اور س آ کو ف تک ایسا بڑھاؤ کہ ف برابر اس کے ہو اور د کو ی تک ایسا خارج کرو کہ ی برابر د ف کے ہو اور ف اور ی پر جھنڈیان گاڑدو پس ح کا نقطہ ایسا دریافت کرو

جسپر ب ا اور ف ی کی تمثین قطع ہوتی ہین یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے ا
اور ب ایک خط مستقیم مین اور ی اور ف ایک اور مستقیم مین معلوم ہون
اب مثلث د ب اور ی ح آپسمین سب طرح جیسے برابر ہین اور ح ا برابر ہے ا ب کے
پس ح ا کو ناپ لین اوس سے ا ب کا طول دریافت ہو جائیگا

(۴۲۱) دفعات ۴۱۸ اور ۴۲۰ مین ہم نے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب ہمارے
پاس موجود ہین کہ جس سے ایک خط برابر اوس خط کے جسکو ناپنا چاہتے ہین مرتسم کر سکتے ہین اکثر مقامات
جہان ہم پہونچ نہین سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہون وہان ان ترکیبون کا استعمال نہین ہو سکتا
اسلئے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سے لکھتے ہین جو ایسی صورتون مین بھی بکار آمد ہو سکتا ہے

(۴۲۲) دو مقامون کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اونمین سے ایسا ہے کہ وہان
ہم پہونچ نہین سکتے اور بہت دور ہے

فرضکرو کہ ا اور ب دو مقام ہین اور اونمین ب پر پہونچ نہین سکتی اور وہ بہت دور ہے ا
کی سمت مین کوئی طول اوس ناپ لو اور اوس سے کسی ایسی سمت مین
کہ جسمین آسانی ہو اوس کے برابر اوس کو ناپ لو اب دو رسیان لو جنمین
سے ہر ایک اوس کے برابر ہو اور ایک کا سرا ا پر باندہو اور دوسرا سرا



دو پر اور رسیون کو تانکر پہلا ڈوکرا ونسے خطوط مستقیم پیدا ہون اور اونکے دوسرے سرے ایک نقطہ پر ملین
اور فرض کرو کہ یہ نقطہ ی ہو پس ا د معین ہو گا ایک جھنڈی نقطہ ف پر گاڑ دو جہان
سمتین ا ی اور د ب کی تقاطع کرتے ہین
مثلثات ف ا ب اور ف ی د متشابہ ہین اسواسطے ی ف کو ی د سے وہ نسبت ہی جو
ا ف کو ہے ا ب سے پس اگر ی ف اور ف ا کو ناپ لین تو اس تناسب سے ا ب کو معلوم
کرینگے +

اڑتالیسوین فصل ضرب اثناعشری

(۴۲۳) سطحات اور مجسمات کے پیمانون سے جو سوالات متعلق ہوتے ہین وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بھی حل ہوتے ہین اس ترکیب کا نام ضرب چلیپا یا اثنا عشری ہے وہ علم اور عمل دونو مین بکار آمد ہے عمل مین آسانی ہوتی ہے اور علم مین اوس سے عمدہ تعلیم ہوتی ہے اسلئے جو کچھ ہم اوسکا بیان کرین وہ لایق توجہ کے ہے اول ہم مربع پیمانون کا ذکر کرتے ہین

(۴۲۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہین کہ مربع فٹ سے کیا مراد ہوتی ہے اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے

اب ہم رقبون کے ناپنے کے لئے اور اندازہ بتاتے ہین اور وہ یہ ہے کہ اگر مستطیل ۱۲ انچ لمبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام مسطح اولے کہتے ہین

پس جو جدول مربع پیمانون کی ہے اوسمین یہ پیمانے اور بڑھاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک مسطح اولے ہوتا ہے

۱۲ مسطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۴۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچون کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مسطح اولی اور مربع انچون مین تحویل ہوسکتی ہے

مثلاً ۱۷ مربع انچ = ۱ مسطح اولے ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ مسطح اولے ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = ۴ مسطح اولے ۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی ہی تعداد مسطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور مسطح اولی مین تحویل ہوسکتی

۱۹ مسطح اولی = ۱ مربع فٹ ۷ مسطح اولی

۴۵ مسطح اولی = ۳ مربع فیٹ ۹ مسطح اولی

۵۴ مسطح اولی = ۴ مربع فیٹ ۶ مسطح اولی

(۴۲۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ مسطح اولی ہے اس سے

معلوم ہوتا ہے کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتے ہیں وہ ۲ مسطح اولے ہیں اور ایسی ہی مستطیل ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ ۳ مسطح اولے ہیں اور علی ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۷ فیٹ اور ۱ انچ عرض رکھتی ہے اوسمین ۷ مسطح اولے ہین اسسے معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۷ فیٹ اور ۲ انچ طول عرض رکھتی ہے اوسمین ۱۴ مسطح اولے ہین اور جو مستطیل ۷ فیٹ اور ۳ انچ طول عرض رکھتی ہے اوسمین ۲۱ مسطح اولے ہین اور علی ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج ہوتا ہے جسکا بیان مختصر یہ ہے کہ فیٹ اور انچون کا حاصل ضرب مسطح اولے ہوتا ہے۔

(۴۲) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہو

فرضکرو کہ شکل اب س د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہے اور اب طول اور اوس عرض ہے

اور فرضکرو کہ ای ۸ فیٹ ہی اور اف ۵ فیٹ اور ی ب ۹ انچ

اور ف س ۶ انچ نقطہ ی سے ی ھ متوازی اوس کا

اور نقطہ ت سے ف ک متوازی اب کا نکالو

اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہے

پس کل مستطیل اب دس چار حصون مین تقسیم ہوا ہے یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ح ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۹ انچ عرض مین ہے، اسیواسطے ۸ مسطح اولے اوسمین ہین یعنی ۳ مربع فیٹ اور ۹ مسطح اولے

دوسرا حصہ مستطیل اف ح ی ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۵ فیٹ عرض مین ہے اسیواسطے اوسمین ۴۰ مربع فیٹ ہین ۔

تیسرا حصہ مستطیل ح ک د ھ ہے جو ۹ انچ طول مین اور ۶ انچ عرض مین ہے اسیواسطے اوسمین ۵۴ مربع انچ ہین یعنی ۵۴ مسطح اولے ۶ مربع انچ

چوتھا حصہ مستطیل ف ح ھ س ہے ۸ فیٹ طول مین ۶ انچ عرض مین اسیواسطے اوسمین ۴۸ مسطح اولے ہین یعنی ۴ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلوں کے رقبہ کا ۴۳ مربع فٹ و سطح اولیٰ ہے اور باقی دو مستطیلوں کا ۴ مربع فیٹ
۴ سطح اولیٰ ۶ مربع انچ ہے اسیواسطے چارون مستطیلون کے رقبہ کا مجموعہ ۴۸ مربع فیٹ
اسطح اولیٰ ۶ مربع انچ ہے

(۴۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اسطرح لکھتے ہین

	۸	۹	
	۵	۶	
۴	۳	۹	
	۴	۴	۶
۴	۸	۱	۶

طول کو ایک سطر مین لکھو اور عرض کو دوسری سطر مین
اسطرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہون
اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہہ ہین ضرب دیتے ہین تو پانچ نم
۴۵ ہوئی پس ۵ سطح اولیٰ ہوئے یعنی ۴ مربع فیٹ و سطح اولیٰ ہوئے
اب ۹ کو لکھہ دو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ اٹھی ۴۰ ہوے اور ۴۰ اور ۳ ملکر ۴۳ ہوئے اوس کو
سطح اولیٰ کے مقام سے بائین طرف لکھہ دو
اب ہم ۶ مین ضرب دیتے ہین جو انچون کی جگہہ ہے ۶ نم ۵۴ ہوئے ۵۴ مربع انچون مین ۴ سطح
اولے اور ۶ مربع انچ ہین اوسکو دائین طرف اوس خانہ کے لکھہ دو جسمین سطح اولیٰ لکھی ہین اور ۴ کو
حاصل مانو اور ۶ اٹھے ۴۸ ہوئے اور ۴۸ اور چار ۵۲ ہوئے اور ۵۲ سطح اولیٰ کے ۴ مربع فیٹ
۴ سطح اولے ہوئے اونکو اپنے اپنے خانون مین لکھو
اب ان دونو سطرون کے جو حاصل ہوئے ہین جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۹ اور ۴ تیرہ
سطح اولے ہوئے جنکا ایک مربع فیٹ اور ایک سطح اولے ہوا اکو لکھہ دو اور ایک کو
حاصل مانو اور ۱ اور ۴ اور ۳ ۴ ملکر ۴۸ ہوئے
پس ماحصل ۴۸ مربع فیٹ اسطح اولے ۶ مربع انچ ہوئے

(۴۲۹) اب ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین لکھتے ہین
ایک سطح اولیٰ اور ۶ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئے اسیواسطے ماحصل ۴۳ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور اسطح اولی ۱/۱۲ مربع فیٹ ہو اور ۶ مربع انچ ۶/۱۴۴ مربع فیٹ ہے
اسیواسطے حاصل مربع فیٹ ہین ۴۸ + ۱/۱۲ + ۶/۱۴۴ یعنی ۴۸ + ۱/۱۲ + ۱/۲۴ یعنے ۴۸ ۳/۲۴
یعنے ۴۸ ۱/۸ ہے

یہ صورتین نتیجہ کی بالکل مطابق اون صورتون کے ہین جو بغیر اعانت ضرب جدیدہ کے نکلے
پس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

۶۶ × ۱۰۵ = ۶۹۳۰

۶۹۰ مربع انچ = ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ
یا اسطرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = ۸ ۳/۴ فیٹ = ۳۵/۴ فیٹ
۵ فیٹ ۶ انچ = ۵ ۱/۲ فیٹ = ۱۱/۲ فیٹ

۳۵/۴ × ۱۱/۲ = ۳۸۵/۸ = ۴۸ ۱/۸

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھہ اس بات کا بیان کرتے ہین کہ ترکیب مذکور مجسمات پیمانون کے بیانون مین کسطرح توسیع پاتی ہے اور اب ہم دو اصطلاحین بیان کرتے ہین مجسم اولے اور مجسم ثانی اور انکے معنی یہ مقرر ہین کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانی ہوتا ہے
۱۲ مجسم ثانی کا ایک مجسم اولے
۱۲ مجسم اولے کا ایک مکعب فیٹ

(۴۳۱) دفعہ ۴۲۶ کی طرح عمل کرنیسے ہم بآسانی تمام اون نتایج کو حاصل کرتے ہین جنکو اون دو نتیجون کے ساتھہ جو بالفعل معلوم ہین ملائین تو سارا مطلب مختصر اول بیان ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا مسطح فیٹ مین مجسم فیٹ ہوتا ہے
حاصلضرب فیٹ کا مسطح اولی مین مجسم اولی ہوتا ہے
حاصلضرب فٹون کا مربع انچونمین مجسم ثانی ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا مسطح فٹونمین مجسم اولی ہوتا ہی
حاصل ضرب انچون کا مسطح اولی مین مجسم ثانی ہوتا ہی۔
حاصل ضرب انچونکا مسطح انچون مین مجسم انچ ہوتا ہی

(۴۳۲) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اوسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ۔

دفعہ ۴۲۸ مین قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ مسطح اولی ۶ مربع انچ دریافت ہوا ہی اب ہم باقی عمل لکھتے ہین

	۴	۸	۱	۶
		۴	۳	۰
۱۹۲		۶	۰	
	۶	۴	۱۲	
۲۰۴		۶	۴	۶

اب ہم اول ۴ مین جو بجاے فیٹ کے ہین ضرب دیتے ہین ۴ چھک ۲۴ ہوئے ۴ مجسم ثانی یعنی ۲ مجسم اولی پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن ۴ اور ۴ اور ۲ چھ ہوئے پس ۶ کو لکھہ دیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہی پس ۱۹۲ کو لکھدیا۔

اب ہم ۳ مین جو بجاے انچ کے ہی ضرب دیتے ہین ۳ چھک ۱۸ ہوئے اور ۱۸ مجسم انچ ایک مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے پس ۶ کو اوس خانہ کے دائین طرف لکھو جسمین مجسم ثانی لکھے ہین اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اکن ۴ ہوئے اور ۳ اور ۱ ملکر ۴ ہوئے ۴ کو لکھو

۳ گنی ۴۸ برابر ۱۴۴ کے ہوئے ۴ مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فٹ ہوئے پس ۰ کو خانہ مجسم اولی مین لکھو اور خانہ مجسم فیٹ مین ۱۲ کو لکھو

پس دو سطرین جو حاصل ہوئی ہین اونکو جمع کرو پس حاصل ۲۰۴ مجسم فیٹ ۶ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے۔

(۴۳۳) دفعہ ۴۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اوُر صورتونمین بیان کرتے ہین اور ثابت کرتے ہین کہ اگر ہم اوسکو بغیر اس ترکیب ضرب چلیپا کے نکالتے تو بھی نتیجے مطابق انہین نتیجون کے نکلتے

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فٹ کی رقمون مین بیان کرین تو یہہ حاصل ہوگا

$$\frac{6}{1728} + \frac{4}{144} + \frac{6}{12} + 2.04$$

یعنے $\frac{1}{288} + \frac{1}{36} + \frac{1}{2} + 2.04$ یعنی $2.04\frac{153}{288}$ ہوے

(۴۳۴) بڑی جوروں اپنی پاس کہتے ہین وہ بارہوین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اسلیے رقمون اور محسبات سے جو سوال عمل مین واقع ہوتے ہین اونمین انچ کی بارہوین حصے ہی داخل ہوتے ہین یہ مثال اور اوپر کی مثالین ایک ہی اصول پر مبنی ہین اب ہم نئی اصطلاحین بیان کرتے ہین جنسے سب کے تمام رقبے اس جدول کے پیمانون سے بیان ہوا کرینگے

مسطح اولی ایک بارہوین مربع فیٹ کا ہوتا ہے

مسطح ثانی ایک بارہوان حصہ مربع انچ کا ہوتا ہے یعنی ایک بارہوان مسطح اولی کا

مسطح ثالث ایک بارہوان حصہ مسطح ثانی کا ہوتا ہے

مسطح رابع ایک بارہوان حصہ مسطح ثالث کا ہوتا ہے

(۴۳۵) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو کہ جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہوین اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۷ بارہوین ہے

	۸	۹	۱۰	
	۵	۶	۷	
۴۴		۱	۲	
۴		۴	۱۱	
		۵	۱	۸ ۱۰
۴۸		۱۱	۲	۸ ۱۰

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ مسطح اولی ۲ مسطح ثانی ۸ مسطح ثالث ۱۰ مسطح رابع ہے

اڑتالیسوین فصل کی مثالین

جن مستطیلون کے استداد یہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ضرب اثنا عشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۱ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۱ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارہوین اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہوین ۲ فیٹ ۱ انچ ۳ بارہوین

(۱۰) ۶ فیٹ ۰ انچ ۷ بارہوین ۲ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہوین

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ابعاد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم بذریعہ ضرب اثنا عشری کی دریافت

(۱۱) ۳ فیٹ و ۳ فیٹ و ۱ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ و ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ و ۳ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ و ۴ فیٹ ۰ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۲ انچ و ۵ فیٹ ۳ انچ و ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ و ۶ فیٹ ۷ انچ و ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچاسوین فصل میٹر

(۲۰۴) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اوسکا کام ہی کبھی کبھی تحقیقات علمی مین آجاتا ہے اسلئے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے

(۲۰۵) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ کی طرف سے معین ہوا ہے میٹر ہے اور وہ برابر

۳۹٫۳۷۰۷۹ انگریزی انچ کے ہی۔
سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہی اوسکے ایک دس لاکھوین حصہ کا نام میٹر رکھا گیا تھا
حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہی کہ قریب $\frac{1}{40}$ ایک انچ کے ہوتا ہی یعنی جس نسبت
سے کہ یہ پیمانہ مقرر کیا گیا تھا اوس سے کچھ چھوٹا ہی
رقبہ کا پیمانہ معینہ ایر ہی جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہی
اور مجسمات کے واسطے پیمانہ معینہ سٹیر ہی اور وہ ایک مکعب میٹر کا ہوتا ہی
تمام تقسیمین اضعاف اور حصون کی عشری ہین ذیل مین اونکی ترکیب کی کیفیت لکھی ہی

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر
کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر
ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر
ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر
ڈیسی میٹر = $\frac{1}{10}$ میٹر
سینٹی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر
ملی میٹر = $\frac{1}{1000}$ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹائر = $\frac{1}{100}$ ایر
دی کیسٹیر = ۱۰ سیٹر اور ڈسی سیٹر = $\frac{1}{10}$ سیٹر

اور مایعات کے ناپنے کے واسطے ایک پیمانہ لٹر ہوتا ہی اور وہ ایک مکعب ڈیسی میٹر کے برابر
ہوتا ہی اور اونکے واسطے ایک پیمانہ گریم ہی وہ ایک مکعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہی
اور اوسمین ۱۵٫۴۴۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہین

اونچاسوین فصل کی مثالین

(۱) قطر دائرہ کا ۱۵ میٹر ہی محیط اوسکا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا ۰٫۵ میٹر طول اور ۰٫۴ میٹر عرض ہی رقبہ اوسکا دریافت کرو
(۳) ایک ذوزنقہ کے خطوط متوازیہ ۱٫۶ میٹر اور ۰٫۹ میٹر ہین اور اونکا درمیانی عمودی فاصلہ ۰٫۷ میٹر ہی رقبہ دریافت کرو۔
(۴) ایک دیوار ۸٫۴ میٹر لمبی ۳٫۴ میٹر بلند اور ۰٫۵ میٹر آنار ہی اوسکا حجم مکعب میٹر مین دریافت کرو۔
(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۲٫۴ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۰٫۴ میٹر ہی اوسکے حجم مین مکعب ڈسی سی میٹر دریافت کرو
(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہی تو ۱٫۶۷ کیلوگریم کا تلتا ہی اور جب پانی سے پر ہوتا ہی تو اوسکا وزن ۶٫۹ کیلوگریم ہوتا ہی تو ظرف کا سماؤ مکعب ڈسیمی میٹر مین دریافت کرو۔
(۷) ایک ظرف ۰٫۸ میٹر لمبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۲٫۹ میٹر عمق مین ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے ہیکٹولٹر پانی سما ئینگے
(۸) ایک اسطوانہ مین ۳۶ کیلوگریم پانی آتا ہی اور اسطوانہ کا نصف قطر ۵ سینٹی میٹر ہی تو اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر مین دریافت کرو
(۹) ایک تار برقی ۳۵ کیلومیٹر لمبا ہی اور اوسکا قطر ۲ ½ ملی میٹر ہی تو اوسکا حجم مکعب ڈسی سی میٹر مین دریافت کرو
(۱۰) ایک لوہے کے گولی کا قطر ۰٫۲ میٹر ہی اوسکا وزن کیلوگریم مین دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۰٫۵ گنا اوس پانی سے ہی جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو
(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع مائل ۹ میٹر ہی۔
(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہی اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو۔
(۱۳) ثابت کرو کہ ایکر مین ۴۰٫۴۸ ایر ہوتے ہین

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گز مین ۵ ۶۴ مکعب ڈی سے میٹر ہوتے ہین

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴ ۵۴ کے قریب لٹر ہوتے ہین

ان نتیجے کے مثالون مین جذر المکعب نکالا جاتا ہے۔

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا طرف ایک لٹری کرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک طرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اوسکا ارتفاع برابر قطر قاعدہ کے ہے اور اوسکا ظرف ایک لٹر کا ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اوسکا حجم ایک مکعب ڈی سے میٹر ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے حصے سے ٹوٹ کر زمین سے آلگی اور ایسی جگہہ لگی کہ وہ ۵ فیٹ کے فاصلہ پر بلی کے جڑ سے تھی اگر اوٹا ہوا ٹکڑا ۳۹ فیٹ ہو تو بتاؤ اوس بلی کا کل طول کیا ہے

(۲) ۱۲۰۰ مربع انچون مین کتنی مربع فٹ ہون گے

(۳) ۲ دو مربعون کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہین اور ایک مربع کا ضلع سے چند دوسرے مربع کے ضلع سے طول مین ہے تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع مین ۳۰۳۰۲۵ فیٹ ۴ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۴۴ گز ہے اور طول سے چند عرض سے ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ لمبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہے ۲ انچ عرض کا فرش کی پٹی گز کا کتنے روپیہ کا لگیگا

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۲ ½ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳ ½ انچ چوڑا ہے اور ۱۲ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۱۸ انچ عرض کا کاغذ ۲ ½ آنہ گز کا کتنے روپیہ کا لگے گا

(۸) ایک مکان مین ۴۳ کھڑکیان ہین اور ہر ایک ۴ کے اندر ۱۲ پر کالے شیشہ لگی ہوئی ہین

اوران مین سے ہر ایک پرکالہ ۲۰ انچ لمبا اور ۱۲ انچ چوڑا ہے اور باقی مین ۹ پرکالے لگے ہوے ہین
اوراونمین سے ہر ایک پرکالہ ۱۶ انچ مربع ہے اور ایکروپیہ ۴ مربع فٹ شیشہ کی قیمت
ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا

(۹) اضلاع مثلث ۵۰۰ اور ۱۹۹ اور ۱۰۰ کڑے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) فوروزفقہ کا رقبہ ۷۵۴ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۱۹ فیٹ ہے
تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور اونمین فرق ۴ فیٹ ہے

(۱۱) دو سڑکین ایک دوسرے کے ساتھہ زاویہ قائمہ بناتے ہین دو آدمی اوس مقام سے چلے
جہان سڑکین ایک دوسرے سے ملتی ہین ایک سڑک پہ ۴ میل فی گھنٹہ کے چال چلتا ہے
اور دوسرا آدمی دوسری سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ
۱۰ منٹ چلنے کے بعد اونمین کیا فاصلہ ہوگا

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے ½ حصہ مین کتنے مربع گز ہوتی ہین -

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸ انچ ہے اور دوسرے کا ۳۶ انچ ہے تو جو مربع ان
دونو مربعون کے برابر رقبہ مین ہے اوسکا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۴) ایک مربع مین ۳۶۰۰ فیٹ ۸۱ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کھیت ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ گز کا ہے اگر ایک شخص ۲½ میل فی گھنٹہ
کی رفتار سے اوسکی گرد پھری تو کتنی دیر مین اوسکے گرد پھر آئیگا

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۸ انچ لمبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہے اوسمین ایک گز عرض کا فرش کا گز کا
کتنا اور کتنے کا صرف ہوگا

(۱۷) ایک کمرہ ۴۴ فیٹ لمبا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۳ انچ بلند ہے اور ان دیوارون
مین ۴ دروازے ہین اور ہر دروازہ ۱ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور تین بڑے دروازے ہین
جنمین سے ہر ایک ۱۰ فیٹ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور ایک نشان ۶ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ سے ان سبکو

منہا دیکر بتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱ ½ آنہ گز کا کتنا اس کمرہ مین صرف ہوگا

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہی اور اوسکی چھت کی رنگوائی ۱۴ ½ آنہ گز کے حساب سے ۳۹ روپیہ صرف ہوئی اور دیواریون کی رنگوائی مین ایک روپیہ ۱۲ ر گز کے حساب سے ۵۲۵ روپے خرچ ہوئے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) ضلاع ایک مثلث کے ۸۴۸ اور ۹۰۰ اور ۹۸۸ گڑیان ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ گز ۱ فٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۰ گز ۱۰۰ انچ عرض مین ہی تو بتاؤ کتنے دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ مین اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہ مان لو کہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ مربع انچ ہی

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اوسکے استعمال کے طریقہ کو بیان کرو اور بتاؤ پرگار کی سانقین کن نقطون پر رکھی جائین کہ ۳۷ ر ۱ طول پیمایش ہو

(۲۲) بتاؤ ۱۵ فیٹ مربع کسقدر ۱۵ مربع فیٹ سے زیادہ ہی

(۲۳) دو مستطیل کھیت ہین اور رقبے اونکے آپسمین برابر ہین اور اضلاع ایک کھیت کے ۴۴۵ گز اور ۱۳۴۴ گز طول مین ہین اور اوُر دوسرے کھیت کا بڑا ضلع ۱۳۴۱ گز ہی تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کھیت کے رقبہ کو ایکر روڈ پول مربع گز مین بیان کرو

(۲۴) ایک مربع مین ۳۶۷ ر مربع فیٹ ۵۲ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل کھیت کا رقبہ ۶ ایکر ۹۶۰ گز ہی اور اوسکا طول عرض سے سہ چند ہی تو مجموعہ اضلاع اوسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی بتلاؤ

(۲۶) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہی تو ۲۰ انچ عرض کا فرش ۵ ر ۳ پائی گز کا کتنے کا اوسمین صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ طول مین ۱۰ فیٹ عرض مین اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع مین ہی تو اوسکی چھت اور دیوارون کی رنگوائی ۱۴ ر گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول مین بہ نسبت عرض کے سہ چند ہی اور ۴ شلنگ ۶ پنس گز کا فرش اوسمین بچھایا گیا ہی اور ۹ پنس گز کے حساب سے دیوارون پر رنگوائی ہوئی ہی اور فرش مین ۸ پونڈ ۵ شلنگ ۴ ½ پنس اور رنگوائی مین ۴ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۲۹) کسی مثلث متساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰۶ فیٹ ہی اور ہر ایک ضلع برابر اضلاع مین سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھوان حصہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) اب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہی اور زاویے ب اور س پر قائمے ہین اگر اب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور دی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور اوی کا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک پل کی محراب قوس کی شکل کی ہی اوسکا وتر ۹۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہی

(۳۲) ایک مربع گز ۵۷۶ برابر مربعون مین تقسیم ہوا ہی ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ مین بتاؤ کتنی ایکر ہین ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر اوس مستطیل کے ہی جو ۸ فیٹ لنبا اور ۶۰ ½ انچ چوڑا ہی

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کھیت ۳۰۰ گز لنبا اور ۲۰۰ گز چوڑا ہی اوسمین ایک کونہ سے دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوسکے اندر ۳۰ گز چوڑا گھیرا درختونکے لیے بنایا جاے تو کتنی جگہہ باقی رہیگی

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۶ فیٹ لنبا اور ۶۴ فیٹ چوڑا ہی اور اوسمین چار کیاریان گھاس کی ہین اور ہر کیاری ۲۲ ½ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہی تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸ ½ گز کے حساب سے کتنے روپے مین ہوگا۔

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہی تو دیوارون پر ۴ ½ فیٹ عرض کا اور ۴ ½ آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگے گا۔

اور اوس کمرہ مین بھی خرچ کا غذ منا سبہ کا بتاؤ جسکا طول عرض ارتفاع پہلی کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دوچند ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت مین بہ نسبت پہلی کاغذ کے عرض اور قیمت کے نصف ہے

(۳۰) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہے اور طول عرض سے دوچند ہے اوسمین ۱۶۵ گز کا غذ ۲ فیٹ عرض کا چارون دیوارون مین لگا ہو تو بتاؤ اوسمین فرش کتنا لگے گا

(۳۹) مثلث کی اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۵۶ فیٹ ہین اوسکی ایک زاویہ سے سب سے بڑے ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جو دو مثلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۴۰) کہیت اب س د کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اوسکے اندر بہ تفصیل ذیل طول پیمایش کڑیون مین ہوئی ہین

ب سے عمود ب م کا اوس پر = ۴۰،

د سے عمودون کا اوس پر = ۸۱۶

اوس = ۱۲۲۰ اور اوم = ۵۳۲ اور ان = ۴۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اوسکا طول دریافت کرو

(۴۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لمبا ہے اوسکا کیا عرض کہین کہ ۲۱ مربع گز رقبہ اوسکا ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۲،۳ فیٹ ۳۲ ۲/۳ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ ۱/۲ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۴۴) ایک مستطیل ۲،۹ گز لمبا اور ۳،۶ گز چوڑا ہے اوسکے رقبہ کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۷۵ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۵۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوسکے ۱۴۱ روپیہ ۱۰ ر ۶ ۱/۲ پائی ہے تو بتاؤ اوسکے مثلث مشابہ قطعہ ۸۰ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۵۷ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۴۶) ایک بازار نصف میل لمبا اور ۴۰ فیٹ چوڑا ہے اوسکے فرش کی لاگت ۷ ۱/۲ آنہ

مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۶ انچ لمبا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۶ فیٹ بلند ہے اور اوسکے دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۷ فیٹ سے ۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سے ۷ فیٹ ہے اور دو اور دروازے ہین ہر ایک ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۲ فیٹ کا ایک آتش دان ہے، تو ان سب کو دیوارون مین سے منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱/۲ آنہ گز کا اوسکی دیوارون مین کتنا لگے گا۔

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہے اور ۲ گز کا فرش اوسمین ۱۰ روپیہ ۶ پائی کا لگا اور اوسکی دیوارون کی سفیدی مین ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ ر ۶ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۴۹) اب س د چار ضلع کی شکل ہے اور ب س متوازی اد کا ہی اور اب = ب س = س د = ۲۵ فیٹ اور اد = ۳۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے اوسکے اندر جو مربع بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۱) ایک مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے سے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین اور دوسرے سرے کا بڑا ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سرے کی اضلاع دریافت کرو

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۸۰ فیٹ سی ۲۴ فیٹ ہے اوسکی فرش کا خرچ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۶۰ فیٹ سے ۳۲ فیٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰،۵ مربع فیٹ، ۷۰،۵ مربع انچ ہے اور ایک ضلع ۸۱ فیٹ ۹ ۱/۲ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین ہیکڑ مین ۱۱۹۵۸ مربع گز ہین اور ایک ہیکڑ ۱۰۰۰۰ مربع میٹر تو طول میٹر کا گزون کے رقمون مین دریافت کرو

(۵۵) ۱۳ ۱/۲ فیٹ طول اور ۱ انچ عرض کی تختی ۳۵ گز لمبی اور ۱۲ گز چوڑی چبوترہ

پر کتنی پچینگے اور اگر ۱/۲ آنہ مربع فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا روپیہ اوسمین خرچ ہوگا

(۵۶) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین ہی ایک فرش اوسکا ۳/۴ گز عرض کی ٹاٹ کا اور ۴ر۶ پائی گز کا بنایا جاے اور دوسرا فرش ۱/۲ گز عرض اور ۳ر۶ پائی گز گاڑھے کا بنایا جاے تو بتاؤ دونون فرشون کی قیمت مین کیا فرق ہوگا

(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہی اور اوس مین دو دروازے ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ ہین اور ۳ کھڑکیان ہین اور ہر ایک ۶ فٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ ہی تو اوسکی دیوارون پر ۱۵/۱۶ انچ لنبے اور ۱/۲ انچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے لگینگے دروازے مستثنی ہین۔

(۵۸) ایک شخص پاس تکھونٹا باغ ہی اور اوسکے قاعدے مین ۲۰۰ گز ہین وہ قاعدہ کے متوازی جھاڑی لگاکر اوسکے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہی تو جھاڑی کا طول دریافت کرو

(۵۹) اس دعوی کو مثالون سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحد المرکز ہون تو اونکے درمیانی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہوتا ہی جسکا قطر برابر اوس وتر بیرونی کے ہی جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہی۔

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہی اور اوسکا فرش ۲ر۳ پائی فٹ کے حساب سے کیا گیا مگر مرگز پر اوسکے ایک مسدس منتظم کی جگہہ چھوڑ دی گئی ہی اور اس مسدس کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہی تو بتاؤ فرش مین کیا لاگت لگے گی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لنبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۲ اینٹ آثار کی ہی تو بتاؤ اوسمین کتنی اینٹین لگینگی

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱/۲ گز اور جسامت ایک مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۱۲۹۶ مکعب انچ ہی اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اوسمین بارش کے سبب سے ۲ فٹ گہرا پانی چڑھ گیا تو بتاؤ یہ پانی وزن مین کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن

۳۱ ہلہ سیر ہی۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹنا چاہے کہ ایک گرین سونے کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجاے تو بتاؤ کتنے ایسے ورق اوپر تلے رکھین کہ ایک انچ کا دل بنجاے اور ایک مکعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈریڈویٹ ۹۵ پونڈ ہی

(۶۵) ایک مکعب مین ۰٫۳۰۲ مکعب گز ہین تو بتاؤ اوسکے کنارہ مین کتنے طولانی فیٹ ہین۔

(۶۶) ایک ظرف چارون طرف سے بند ایک انچ موٹی دہات کا بنا ہوا ہی اور اوسکی امتداد بیرونی ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۴ فیٹ ۳ انچ ہین اور وزن ۲ ہنڈریڈویٹ ۲ کوارٹر ۷ پونڈ ہی تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹھوس ہوتا اور اندر سے خالی نہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متقاصل کا اوسط ۱۱۳ مربع فیٹ ہی اگر اوسکا ایک چوکھوٹہ مینار بناوین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضایع ہوتا ہی اور اوسکا وزن ۳۹۶ ٹن کا ہوجاتا ہی تو ایسے مینار کے حجم مین مکعب فٹ اور ایک مکعب فٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ

(۶۸) ایک گول میز کے تختہ کا ۱ فیٹ قطر ہی اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنے مکعب فٹ لکڑی اوسمین ہی اور اوسکی خراد کرائی ۶ رنی فٹ کے حساب سے کتنے روپیہ مین ہوگی۔

(۶۹) ایک نل چمڑے کا ۴۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے گیلن پانی سمائیگا۔

(۷۰) ناقص مخروط مضلع کے سرے قائم الزاویہ ہین اور ایک سرے مین اضلاع محیط زاویہ قائمہ کے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور دوسرے ضلع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۱۰ فیٹ ہی حجم اوسکا دریافت کرو

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹائی ۹ و ۴½ و ۳ انچ ہی تو بتاؤ کہ

۷۲ و ۸ و ۱۱½ فیٹ کے طول عرض آثار کی دیوار مین کتنی اینٹین لگینگی۔

(۷۳) ایک مجسم کا دل ایک فٹ ہی اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہی اوس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۴) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ایک فٹ ۶ انچ عمق مین ہے

اور اوسمین ۲۵۲ کتابین رکھی گئی ہین اور ہر یک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہے تو بتاؤ ۶ انچ لمبی اور ۳ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی کتابین اوس صندوق مین کتنی اور سمائین گے

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مین ۶۵۹ فیٹ ۲۱۰ انچ ہین اور اوسکا قاعدہ ۲۶ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷۵) مکعب کی جسامت ۹۰۰۰۰۰۴۵۰۴۸ مکعب انچ ہے اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کے سطح مین ۳۹۳۶۶ مربع فیٹ ہین تو اوسکی کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۷۸) بیلن لوہی کا ہے اور ایک انچ موٹا ہی اور طول اوسکا ۳۰ انچ ہے اور قطر اندر کے سطح کا ۲۰ انچ ہے وزن اوسکا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴۵۶۲ اونس ہے

(۷۹) ایک برج کی سر پکلف ۲۱ فیٹ ہے اور اوسکی چھت چپٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوسپر بچھائی گئی ہے جسکی قیمت ۶ پنس مربع فیٹ ہے اور ایک مخروطی چھت ہے جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور سلیٹون سے پٹی ہے اور ۱۸ شلنگ ۹ پنس فی صد سلیٹ کی قیمت ہے اور اوسمین سے ہر ایک کے سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت مین چھت کی قیمت دریافت کرو

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہین اور اونمین سے ایک کی سطح چھ دوسرے کی سطح سے ہے تو اونکے حجمون مین نسبت دریافت کرو

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی متصل کے کنارے ۲۶، ۵، ۸۰ انچ ہین تو اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اس مجسم کے ہو

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عریض ہے اوسمین ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پانی چلتا ہی تو بتاؤ اوسکا پانی کتنی ٹن سمندر مین ایک منٹ کے اندر گرتا ہی۔

(۸۳) مکعب کی جسامت مین ۵۷۳۵۹۲۰۵ مکعب فیٹ ہین اوسکے کنارہ مین تعداد انچون کی دریافت کرو

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہے کہ اوسکا حجم برابر اون مکعبون کے حجم کے ہے جنکی کناری ۱۰ انچ اور ۲ انچ ہین اور اوسکے قاعدہ کا رقبہ برابر دو مربعون کے تفاوت کے ہے جنکے اضلاع ۱½ و ۱½ فیٹ ہین ظرف کا عمق دریافت کرو

(۸۵) ظرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہے ½ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اوسکے گلٹ کرائی کیا ہوگی

(۸۶) اگر سونا کوٹ کر ایسا پتلا بنایا جاے کہ ایک گرین کا ورق ۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ملکر موٹائی مین برابر اوس کاغذ کے ہونگے جسکے ۴۰۰ تختون کی کتاب ایک انچ موئی ضخامت مین ہے اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہے اور اوسکا قطر ۱ فیٹ ہے اور اوسکا ظرف ۱۲۰ گنا ایک اور برتن سے ہے جسکے صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اوسکا عمق ۱ فٹ ۶ انچ ہے اس ظرف کا قطر دریافت کرو

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳ اور ۴ انچ طول مین ہین وہ بڑے ضلع کی گرد حرکت کرکے جو مخروط مستدیر پیدا کریگا اوسکا حجم اور کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۸۹) مخروط ناقص ضلع کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سر استعلیل ہے اور ۹ و ۱۰ انچ سے ۱۲ انچ ہے اور اوپر کا سر استعلیل ہے جسکا بڑا ضلع ۱۸ انچ ہے اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۵۰۲ مربع فیٹ ہے کرہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک لٹھہ ۱۰ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اور ایک فٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے اور ایک فٹ ۶ انچ موٹا ہے نوبتاؤ ایک انچ موٹا تختے کتنے پہلاؤ کے کٹینگے

(۹۲) حمام کا حوض ۶ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ایک فٹ ۹ انچ گہرا ہے اوسمین کسقدر پانی وزن مین سماتا ہوگا۔

(۹۳) مکعب کا حجم ۴۳۴۴۴۳۲۴۷۰۱۷۲۹ مکعب انچ ہی اوسکا ضلع دریافت کرو

(۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہی اوسمین ۴ ½ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سمائینگے۔

(۹۵) ایک مکان ۴۰ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۳۰ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اور اوسمین تختون کا فرش بچھا ہوا ہی اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہی اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ لنبا ہی تو ایسے تختے کتنے فرش مین لگے ہوئے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختون کا وزن کیا ہوگا۔

(۹۶) کمرہ مکعب کی شکل کا ہی اور اوسمین ۴۶۶۵۶ مکعب فیٹ کا سماؤ ہی تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۲۷ انچ عرض اور ۴ ½ پائی گز کا فرش کتنا لگے گا

(۹۷) ایک مخروطی چیت ۱۶ فیٹ بلند ہی اور قاعدہ اوسکا مربع ہی اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسپر ½ ۱ انچ موٹی چادرین سیسہ کی لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنا سیسہ اوسمین لگا ہوا ہی اور یہ مان تو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۰ اونس ہی۔

اگر سیسہ کو اوتار لین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائین کہ اوسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ½ ۱ انچ لنبا اور ½ ۱۱ انچ قطر ہو اور ایک سرے پر اوسکے اسی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور ½ ۱ انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیان اوسکی ایسی بنین گی۔

(۹۸) ایک توپ کا گول گولا ۹ انچ قطر کا ڈھالا گیا اور مخروط مستدیر کے قالب مین ڈھالا گیا اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہی مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۹۹) ایک اسطوانہ ۲۴ فیٹ لنبا ہی اوسکا قطر ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرون پر نصف کرہ چسپان کیے گئے ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۰۰) ٹن کی ایک کیف ہی اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہی اور ارتفاع مائل ۶ انچ ہی اور ایک سرے کا محیط ۲۰ انچ ہی اور دوسرا سرا ۱۰ ½ انچ ہی اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہی جسکا محیط ۱۰ ½ انچ ہے

اور طول ۸ انچ ہی تو بتاؤ کتنے مربع انچ ٹین اس کیف مین لگا ہوگا

(۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ انچ ہی اوسمین سے ۲½ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے

(۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکے طول سے ہی اور تین نصف اوسکے ارتفاع سے ہی اور ظرف کمرہ کا ۵۸۳۲ مکعب فیٹ ہی تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۲۳۶،۵۳۸۵۹ مکعب انچ ہی اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ ½ مکعب فیٹ ہی اور دوسرے مجسم کی ۴ ½ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلی مجسم کا ہی۔

(۱۰۵) ایک پل ۱۷ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہی اور دہار اوسکی نیچے سے ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ گہری جاتی ہی اور اوسکے رفتار ۴۰ میل فی گھنٹہ ہی تو بتاؤ اس پل کے نیچے سے ۱۰ منٹ مین کتنا پانی جائیگا۔

(۱۰۶) ایک مکعب انچ دہات کا اتنا بڑہایا گیا ہی کہ ہر ایک رخ اوسکا ۰،۲۰۱ رقبہ مین بڑہگیا ہی تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑہا

(۱۰۷) کرہ اور مکعب کی سطحین آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ حجم کرہ کا ۰،۳۸۲ گنا مکعب کے حجم سے ہی۔

(۱۰۸) کرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحین آپسمین برابر ہین اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۲،۲۴۴ گنا اسطوانہ کے حجم سے ہی۔

(۱۰۹) ایک کرہ اور مکعب کا ایک ہی حجم ہی ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۱،۲۴۰ گنا کرہ کی سطح سے ہی۔

(۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱،۱۴۷ گنی کرہ کے سطح سے ہی۔

(۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور ۲ فیٹ ۳ انچ ہی تو بتاؤ آویس پانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک شیر کے قریب تک نکالو۔

(۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکر ۳ روڈ ہی اوسپر ۴ فیٹ ۶ انچ اونچی بجری بچھی ہوئی ہی تو بتاؤ بجری ۶ مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بچھی ہوگی۔

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعب فیٹ ۱۰۱ مکعب انچ ہے اوسکے قطر کا طول دریافت کرو

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی ۲ انچ موٹی ہے اور دسیر اوسکا وزن ہے تو بتاؤ جو چبوترہ اینٹون کا ۱۰ فیٹ بلند ۶ فیٹ چوڑا اور ۳ فیٹ آثار کا بنا ہوا ہو اوسکا وزن کیا ہوگا

(۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اوسکے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۶ فیٹ گہری ہے اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر کیطرف اور ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے تہ پر ہے اگر اوسمین آدہا پانی بھرا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع ۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۹) اگر لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کے وزن مین ۹ پونڈ ہے تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۴ انچ اور ۳ انچ ہے

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ کے ہے اوس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۲۱) ایک مجسم توازی السطوح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہے اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲۲) قطعہ زمین ۱۲۰ ایکر کا ہے اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تہین کوئلہ کی جمی ہوئی ہین اور ایک ٹن کوئلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہے اور ایک مکعب گز کوئلہ وزن مین ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام کوئلہ کی قیمت دریافت کرو

(۱۲۳) ایک طباق پیتل کا ۵ فیٹ لمبا ۴ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہے ۱ انچ موٹا ہے اوسمین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۴) جنوبی ویلز مین کوئلہ کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کی موٹائی ۶

۱۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن مین صرف کوئلہ کا سالیانہ
..... ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا
ئلہ کتنے برسون کے واسطے کافی ہوگا

۱۱) ایک مخروط مضلع کی دو ٹکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے ہوئی ہین اور یہہ سطح قاعدے اور
س کے درمیان ہین وسط مین گذرتی ہے تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ سے ہی

۱۲) ایک اسطوانہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اور اوسکا حجم ۸۵ ۸۴ مکعب فیٹ تو بتاؤ اوسکا ارتفاع
یا ہوگا +

۱۳) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے
فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو +

۱۴) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور دونو سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ
۲ فیٹ ہین اور مخروط ناقص دو حصون مین قاعدہ کے متوازی سطح سے تقسیم ہوا
ہے اور اس سطح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے ۸۴ ۳ فیٹ کا ہے تو ثابت کرو کہ دونو
صون کے حجم آپسمین برابر ہین

۱۵) ایک ٹھوس گولی ۴ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اوسکا وزن
بڈی ہی تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور بیرونی ۱۰ انچ

۱۶) ایک گولی کے دائرہ عظیم کا محیط ۱۰ ۵۰ فیٹ ہی کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

۱۷) ایک پتھر کی دیوار ۱۰ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ آثار کی چٹان سے پتھر نکال کر اس
دیوار مین لگائی گئی ہین وہان غار ۳۰ فیٹ لمبا ۲۰ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا
طول دریافت کرو

۱۸) ایک ظرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس ظرف مین پانی
بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑھ گھنٹہ مین خالی ہو گیا تو بتاؤ اس نل مین

ایک منٹ مین کتنا پانی گذرتا ہی

(۱۳۳) ۱۰۰ تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۱۵ فیٹ لنبا اور ۱۰ انچ چوڑا اور ۱½ انچ موٹا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہی

(۱۳۴) ۴ ایکر کا تالاب ہی اوسپر برابر ۶ انچ موٹی برف جم گئی ہی اگر ایک مکعب فٹ برف کا وزن ۹۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن مین دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن مین صرف ہوتا ہی اوسکا ایک مینار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینار مصر کے قاعدہ کے برابر ہو تو اوسکا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال اور امثلہ متفرقہ کی ۱۲۴ مثال دیکھو

(۱۳۶) ایک خندق ۸ فٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۰ فیٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی اور مٹی نکال کر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اوسسے ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھہ بناتا ہی اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہی تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جسکا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۸ فیٹ ہی۔

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہی اور اوسکی تہ کا قطر ۱ فٹ ہی اور اوپر کا قطر ۱ فٹ ۳ انچ ہی اور عمق ۱ فٹ ۲ انچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بھرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن مین کتنے پونڈ کے قریب ہوگا۔

(۱۳۹) اگر ۳ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ مین ۱۱ پونڈ بارود سماتی ہو اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک منطقہ کرہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ اور قطر کرہ ۶½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴۱) ایک کھیت مین ایک ایکر ۲ روڈ ۱۶ پول ہین اگر اس کھیت کی زمین کو ۱۸ انچ اونچا اونچا اوٹھانا چاہین تو کتنے مکعب فٹ مٹی اوسپر ڈالین۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے ورق کوٹ کر ایسے بنائے کہ وہ ۱ مربع فیٹ پر چسپان ہو سکتے ہین تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہی تو اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہوا سمائیگی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۴۰ فیٹ لنبی ۳۰ فیٹ چوڑی گہری کھودی گئی ہی اور نصف ایکر زمین پر یہ مٹی کھود کر یکسان پھیلائی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہوجائیگی اور یہ مان لو کہ مٹی کھودنے سے حجم مین $\frac{1}{4}$ انچ بڑھجاتی ہی۔

(۱۴۵) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہی اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہی اوسکا ۰٫۰۸ انچ قطر کا کھینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا کتنا طول ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہی اوسکے لنبے کنارون کو جوڑ کر ایک میزاب بنایا گیا ہی اور اوس میزاب کا عرض زیادہ سے زیادہ ۸ انچ ہی پس اگر وہ ۴ گز لنبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوسمین آئینگے۔

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہین اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہی کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴٫۲ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۳٫۶ انچ ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک سطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۶۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ مثلث ۴۰ گز لنبا اور ۹ گز چوڑا ہی اوسکا رقبہ ایکر مین دریافت کرو اور اوسکے اون حصونکے رقبے بھی دریافت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ مین

ملانے سے پیدا ہون

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیوارین ۲۱ فیٹ لنبی اور ۱۵ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند ہین اور ۹ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کے اوسپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے جہت کی رنگوائی مین اور کیا خرچ ہوگا

(۱۵۳) ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعون مین ہر ایک ۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور باقی دو ضلعون مین ہر ایک ۶ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لنبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہین

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زاویے قائمے بناتی ہوئی کھینچی گئی ہین اور ونکے طول ۱۳ اور ۱۲ انچ ہین دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵۵) یورکشیر کے کوئلہ کی کان کا رقبہ ۹۳۰ ½ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۶ فیٹ ہے اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان مین ..... ٹن کوئلہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنی برس تک اگر اسی طرح کوئلہ خرچ ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جائیگا

(۱۵۶) انگلستان مین جتنا کوئلہ ایک سال مین صرف ہوتا ہے اگر اوسکا چبوترہ ۱۰ ایکر کے مستطیل پر لگایا جائے تو بتاؤ اسکا ارتفاع کتنے گز کے قریب ہوگا

(۱۵۷) ایک مکعب فٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۱۶ ایکر پر پھیلتے ہین تو سونے کی ورق کی انچ کے اعشاریہ مین دریافت کرو اور وہان تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمین دو ہندسے ایسے ہون کہ اونسے کچھ مفہوم ہوتا ہو

(۱۵۸) ایک مکعب فٹ مین لعدد گیلن کی تین مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۵۹) ایک مکعب انچ پیتل کا تار کھینچا گیا ہے اور ۱/۲۵ انچ قطر اوسکا ہے تو بتاؤ تار کتنی انچ کے قریب ہوگا

(۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہین اگر وتر کے گرد یہہ مثلث چکر

کھائی توجو دو مخروط پیدا ہونگے اونکا حجم دریافت کرو

(۱۶۱) ایک ظرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اوسپر کچھ ڈھکنا نہین ہے اور ظرف کی قیمت ۱۵ روپیہ ۱۰ مربع گز ۱/۲ روپیہ مربع گز کے حساب سے ہی تو بتاؤ کتنی گیلن اوس ظرف مین پانی آئیگا +

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۵۰۰۰ اونس ہوتا ہے اوسکی ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ۱/۳۰ انچ ہے کیا ہوگا

(۱۶۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول مین ہین وتر پر وہ حرکت کرکے جو دو ہرے مخروط پیدا کرے اونکا حجم اور سطح دریافت کرو

(۱۶۴) دو کرون کے وزنون مین نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہین اونکے وزنون مین نسبت ۱۵ اور ۹ کی ہے تو بتاؤ اونکے قطرون مین کیا نسبت ہے +

(۱۶۵) ایک تار سونے کا ۱۰ انچ موٹا ہے اوسکا چھلا بنایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہے اب اس چھلے کے اندر جو سطح واقع ہے اوسپر اوس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چھلا وزن مین ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پاکر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہے اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائمہ ہے اب اس مجسم کو پانی سے بھری ہوئی اسطوانہ مین ڈبویا اور اس اسطوانہ کی بھی تراش مدور کا قطر ۲ فیٹ ہے اب جس مجسم کو ڈبویا ہے اوسکی یہ کیفیت ہے کہ اوسمین راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح اب سے ملا ہوا ہے تو بتاؤ اسطوانہ مین کسقدر پانی باقی رہا

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۶ فیٹ قطر کا کچھنہ مین مین گڑا ہے اور اوسکا منہ نیچے کی طرف ہے اور افقی المقام ہے اور زمین کے اوپر اوسکا ایک تہائی حصہ دکھائی

دیتا ہی تو بتاؤ کتنی زمین کھودین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجاے۔

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فٹ ہی اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کھنچین کہ وہ دو برابر حصونمین تقسیم ہوجاے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہی تو بتاؤ اوسکے غلاف مین کتنے انچ کے قریب چمڑہ لگیگا۔

(۱۷۰) حجم پیپہ کا گیلن مین دریافت کرو طول اوسکا ۴۷٫۵ انچ اور قطر متوسط ۲۸٫۶ اور قطر راس ۲۶٫۵ انچ

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہی اوسکا فرش ۹ پائی فٹ کے حساب سے ہوا ہی اور اوسکے گرد مینڈ بندی ۵ فٹ کے حساب سے ہوئی ہی تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈ بندی کی لاگت سے وہ نسبت ہی جو ۳۶۰ کو ضلع کے سہ چند فٹون کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکے فرش مین ۹ پائی فٹ کے حساب سے اوتنا ہی خرچ ہوا ہو جتنا ۵ فٹ کے حساب سے اوسکے اضلاع پر مینڈ بندی مین ہوا ہی۔

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰۲ انچ لمبی زیادہ اور ۲ انچ چوڑی کم ہی مگر رقبہ دونون مین ایک ہی ہی تو شکل کھینچکر ثابت کرو کہ مربع کے ضلع مین تعداد انچون کی برابر اوس خارج قسمت کے ہے جو ۲۰۲ اور ۲ کے حاصل ضرب کو اونکے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہی۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کنارونکے ناپنے مین غلطی سے ۲۰۲ ایک انچ طول مین بڑھ گیے اور عرض مین ۲ انچ گھٹ گیے اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کرکے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر تہا تو صندوق کا حجم مکعب انچون مین دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۶ انچ ہی اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھینچے گئے ہین تو ان خطوط کے درمیان جو حصہ دائرہ کا آئے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷۶) ۲ انچ چوڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ مین جسکا نصف قطر ۲ انچ ہے اسطرح کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو بتاؤ برادہ اوسمین سے نکالا گیا ہے۔

(۱۷۷) ایک برتن لوہے کا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور ایک اور برتن اسی طرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے اور ان برتنون کے ڈبکنے نہین ہین اور اونکی شکلین ایسی بنائی گئی ہین کہ اونمین ذرا بھی لوہا بیکار نہین گیا غرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے برتن کا لوہا ۹۲ حصے دوسرے برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کی مثال مین اگر ڈبکنے بھی ہوتے تو بھی یہی نتیجہ نکلتا۔

(۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہے اور ہر یک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لمبا ہے اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر مخروط کے ہو

(۱۸۰) اس دعوی کو مختلف مثالون سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصون مین تقسیم ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ مستدیر کی شکل بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو تو اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے حجم کے چار نوین حصے کے برابر ہوگا

جوابات

جہان جواب پورے صحیح صحیح نہین نکلتے وہان تقریبی جواب لکھے گئے ہین وہ اصلی جوابون سے کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہین

پانچوین فصل (۱) ۵۵۰ فیٹ (۲) ۸۵۴۵ فیٹ (۳) ۳۸۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) ۹۴۵ گز ۱ فٹ (۵) ۵۵۴۱۹۲ (۶) ۵۸۵۸۶۶

(۷) ۳۳۸۶۹ (۸) ۱۸۴۰۷۸ (۹) ۳۳۳ فیٹ (۱۰) ۸۲۲۵ فیٹ

(۱۱) ۹۰ فیٹ ۹ انچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۴۸۲۵۴

(۱۴) ۳۲۷۰۳۱ (۱۵) ۳۲۱۷۷۶ (۱۶) ۱۸۲۴۱۴

(۱۷) ۱۹۴۸۸ + ۵۸۷ فیٹ (۱۸) ۱۲۰۱۲۱۲۶۴۷ فیٹ (۱۹) ۷ فیٹ

(۲۰) ۳۲ + ۲۴ فیٹ (۲۱) ۱۴ + ۳۰ فیٹ (۲۲) ۱۳۵۶۲۴ (۲۲) ۱۴۱۴۲ ۱/۲ انچ

(۲۳) ۱۵۵۵۶ فیٹ (۲۴) ۸۴ (۳۲) فیٹ (۲۵) ۹۸ گز

(۲۶) ۹۶۴ فیٹ (۲۷) ۵۶۶ فیٹ (۲۸) ۸۴۸۵ فیٹ

(۲۹) ۵۷۴ فیٹ (۳۰) ۹۱ (۲۱ انچ

(۳۱) ۶ (۳۳۲ (۱۱ (۳۱۴ (۱۱ (۳۹۲ (۱۰ (۴۴۹۸ (۳۳۶۶

(۳۲) ۹۷۵ فیٹ

چھٹی فصل

(۱) ۵۶۶ انچ (۲) ۲۵۹۸ انچ (۳) ۴۰ فیٹ

(۴) ۴۰ ۱/۲ فیٹ (۵) ۵ فیٹ ۲ ۱/۲ انچ (۶) ایک چوتھائی انچ کو ایک میل سے

(۷) ۶۸ میل (۸) ۳۰ انچ (۹) ۹ ۵/۸ انچ

(۱۰) ۴ ۳/۴ انچ (۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

ساتویں فصل

(۱) ۱۶ ۱/۵ فیٹ (۲) ۲۲۴۲ فیٹ (۳) ۵ ۱/۴ انچ

(۴) ۷۴ فٹ (۵) ۳ فیٹ ۹ انچ (۶) ۹۶۵ فیٹ (۷) ۲۹ فیٹ

(۸) ۲۵۰۳ فیٹ (۹) ۸۲۳ فیٹ (۱۰) ۷۲۴۴ انچ (۱۱) ۴ فیٹ

(۱۲) ۵۰۴ فیٹ (۱۳) ۵۰۷ فیٹ (۱۴) ۱۲۵۹۳ فیٹ

آٹھویں فصل

(۱) ۴۴ فیٹ (۲) ۲۷۱ گز ۱ فٹ (۳) ۶۷۲ گز ۸ انچ

(۴) ۴ فرلانگ (۵) ۸۴۸۲۳۲ فیٹ (۶) ۵۸۱۱۹۶ فیٹ

(۷) ۵۲۳۵۴۴۶ فیٹ (۸) ۴۴۲۴۸ گز (۹) ۲۱ گز

(۱۰) ۷۰ گز (۱۱) ۲۳۸ گز (۱۲) ۵۶۰ گز

(۱۳) ۳۱۸۳ فٹ (۱۴) ۷۷۵۹۵ فٹ (۱۵) ۴۵۰۵ مربع فٹ ۳ انچ

(۱۶) ۷۰۲۸ گز (۱۷) ۳۰ (۱۸) ۳۶۰

(۱۹) ۱۹۵۰۹۸۵ فٹ (۲۰) ۴۷۶۷ فٹ

نوین فصل

(۱) ۱۲۵۶۶۴ انچ (۲) ۴۲۶۵۶ (۳) ۳۵۸۱ ۵

(۴) ۵۷۳ ۵ (۵) ۳۸ ۳/۴ انچ (۶) ۵۶۱۹ انچ

(۷) ۶۶۱۱ انچ (۸) ۱۷۵۴ انچ (۹) ۴۰۶۰۲ انچ

(۱۰) ۱۴۱۶ ۵ انچ (۱۱) ۱۹۳۵ انچ (۱۲) ۱۸۹۷ ۱۴ انچ

گیارہویں فصل

(۱) ۱۹۶ (۲) ۵۷۶ (۳) ۵۶ ۱/۴ (۴) ۹۱۵ ۱/۱۶

(۵) ۱۱۳ گز ۶ فٹ (۶) ۱۵۲ گز ۱ فٹ (۷) ۴۰۴ گز ۴ فٹ

(۸) ۴۱۳ گز ۴ فٹ (۹) ۱۴ گز ۳ فٹ ۶۴ انچ

(۱۰) ۳۴ گز ۶ فٹ ۱۴ انچ (۱۱) ۳۰ گز ۶ فٹ ۹ انچ

(۱۲) ۲۱۳ گز ۴ فٹ ۱۵۲ انچ (۱۳) ۲ ایکر ۴ پول

(۱۴) ۵ ایکر ۱ روڈ ۱ پول (۱۵) ۱۵ ایکر ۲ روڈ ۱۴ پول

(۱۶) ۷۰ ایکر ۲ روڈ ۶ ۹۳ پول (۱۷) ۵۵۱۱۲ ۳۲ مربع فٹ

(۱۸) ۳۹۳۸ مربع گز ۲ فٹ ۵ ۷۶ انچ (۱۹) ۷ ایکر ۲ روڈ ۵ پول

(۲۰) ۱۶ ایکر ۳ روڈ ۸ ۱۶۷۱۶۸ پول (۲۱) ۴۲ گز (۲۲) ۸۵ گز

(۲۳) ۱۰۳ گز (۲۴) ۴۴۰ گز (۲۵) ۸۸۰ گز

(۲۶) ۱۱۰ گز (۲۷) ۸۰۰۴ فٹ (۲۸) ۱۲۷ گز

(۲۹) ۱۰۹۵۴ (۳۰) ۱۶۹۴۱ (۳۱) ۶۵۵۹۰

(۳۲) ۹۸۸۲۳ (۳۳) ۱۵۵۶۱۶۹ (۳۴) ۳۴۶۵۱۰۷

(۳۵) ۴۲۷۳ انچ (۳۶) ۱۱/۱۴ انچ (۳۷) ۲۸۰

(۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۲۷۹ (۴۰) ۳۷۴ ۱/۲

(۴۱) ۳۴ گز (۴۲) ۶۳ گز ۵ فیٹ (۴۳) ۱۲۷ گز ۴ فیٹ

(۴۴) ۸۰ گز ۴ فیٹ (۴۵) ۷ گز ۸ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۶) ۱۶ گز ۹۶ انچ (۴۷) ۲۴ گز ۱ فٹ ۸۰ انچ

(۴۸) ۵۹ گز ۸۷ انچ (۴۹) ۳ ایکر ۳۴ پول

(۵۰) ۵ ایکر ۲ روڈ ۸۶۳۶ ۳۴ پول (۵۱) ۹ ایکر ۲ روڈ ۶۲۲۴ ۱۱ پول

(۵۲) ۳ ایکر ۱ روڈ ۲۰ ۲۲ پول (۵۳) ۳۲ فیٹ (۵۴) ۴۴ گز

(۵۵) ۳۵۲ گز (۵۶) ۱۱۰۰ گز (۵۷) ۱۱۰ گز

(۵۸) ۳۶ ۳/۳۲ گز (۵۹) ۸۷ گز ۱ فٹ (۶۰) ۲ گز

(۶۱) ۱۲۵ ۱/۲ (۶۲) ۵/۸ (۶۳) ۶۶۰ (۶۴) ۳ جریب

(۶۵) ۵۳۰۴۰ مربع فیٹ (۶۶) ۱۱ فیٹ (۶۷) ۴۸۸ ۱۰ فیٹ

(۶۸) ۴۹ (۶۹) ۴۳۲۰ (۷۰) ۳۲۴ (۷۱) ۸۱۶

(۷۲) ۴۸ (۷۳) ۸۰ ۱۶/۱۹ (۷۴) ۴۰ (۷۵) ۱۴ (۷۶) ۶۹۶۹۶۰

(۷۷) ۳۲۰۰ (۷۸) ۳۸۴ (۷۹) ۲۰ (۸۰) ۳۰۷۸۰ (۸۱) ۳۴۵۶ (۸۲) ۱۹۲ (۸۳) ۲ کو نسبت سے

(۸۴) ۲۸۰ فیٹ (۸۵) ۱۵۱۰ ۵/۹ (۸۶) ۱۴۴ مربع فیٹ (۸۷) ۲۱ و ۶۳ فیٹ

(۸۸) ۱ ۵/۲۲ تولہ (۹۱) ۹۶ روپیہ ۹ ۱/۲ پائی (۹۲) ۱۱۰۲ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹۳) ۵۶ روپیہ ۱۰ ۱/۲ آنہ (۹۴) ۲۵ روپیہ (۹۵) ۲۳ روپیہ ۶ ۱/۲ پائی

(۹۶) ۳۶۵۹ روپیہ ۳ ۲/۹ آنہ (۹۷) ۳۸۰ روپیہ ۶ (۹۸) ۷۷ روپیہ ۹ ۴/۹ پائی

(۹۹) ۴۳ فیٹ (۱۰۰) ۱۷ گز (۱۰۱) ۱۴ روپیہ ۴ (۱۰۲) ۳۲ (۱۰۳) ۴۴

(۱۰۴) ۴۶ گز ۲ فیٹ (۱۰۵) ۲۴ گز ۳۳ انچ (۱۰۶) ۸۸ گز ۲ فیٹ

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲۷ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ر ۲½ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹ر ۳ پائی
(۱۱۰) ۷ روپیہ ۵ر ۱۱ $\frac{5}{48}$ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷ر ۹ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳ر ۹ $\frac{3}{16}$ پائی
(۱۱۳) ۵ روپیہ ۶ر ۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۶ر ۹ $\frac{1}{2}$ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳ر ۱۰ $\frac{2}{3}$ پائی
(۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲ر ۹ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴ر ۳ $\frac{3}{4}$ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ
(۱۱۹) ۲۸ $\frac{1}{2}$ مربع گز ۱ روپیہ ۲ر ۱۰ پائی ۲۰ $\frac{25}{36}$ مربع گز (۱۲۰) ۱۰۹ گز ۱ فٹ (۲) ۱۸۰ گز ۱ فٹ ۴ انچ
(۱۲۲) ۱۳ روپیہ ۲ر (۱۲۳) ۱۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱ر ۱۰½ پائی

بارھویں فصل

(۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۱۷۷ مربع گز ۵ فیٹ (۳) ۲۴۹ مربع گز ۳ فیٹ ۷۲ انچ
(۴) ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۸۸۸۷ر ۲۷ پول (۵) ۱۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ
(۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ ۴ فیٹ ۴ انچ
(۱۱) ۸۷۶۸ مربع فیٹ (۱۲) ۸۸۶۸ مربع فیٹ

تیرھویں فصل

(۱) ۲۰۲ مربع فیٹ (۲) ۲۱۲۵ مربع فیٹ
(۳) ۴۰ مربع امربع فٹ ۱۸ مربع انچ (۴) ۱۸ ایکڑ ۲ روڈ ۵۶۸۵ر ۲۵ پول

(۵) ۶۰۹۰ (۶) ۵۴۲۶۴ (۷) ۲۴۹۹۵

(۸) ۴۲۵۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸

(۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰ (۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰

(۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۶۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰ (۱۸) ۶۶۹۹۰

(۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰ (۲۱) ۲۵۹۰۵ (۲۲) ۲۰۵۹۷۶

(۲۶) ۷۵۶۷۳۴ (۲۷) ۵۷۷۵۵۲۱۷۳۲ (۳۰) ۱۰۲۶ $\frac{2}{3}$ و ۳۰۸۰۵۱۳۳ $\frac{1}{3}$

(۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۴۵ فیٹ و ۵۴۰ و ۶۳۰ مربع فیٹ

(۱۰۷) ۳۶۹ (۱۰۸) ۲۴۲۵ (۱۰۹) ۲۴۲۵ (۱۱۰) ۱۰۹۶۹۲ (۱۱۱) ۲۴۲۵ (۱۱۲) ۲۴۲۵ (۱۱۳) ۳۶۹

(۳۳) ۲۴۰۰ و ۲۶۰۰ و ۱۸۰۰ و ۳۲۰۰ مربع فیٹ

(۳۴) ب د = $\frac{65}{12}$ فٹ و اب = $\frac{169}{12}$ و دس = $\frac{52}{3}$ و اس = $\frac{65}{3}$

رقبہ ۱۴۷$\frac{1}{2}$ مربع فیٹ (۳۵) ۱۵ روپیہ ۳ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸ ر

(۳۷) ۲۱۱۶ (۳۸) ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۸۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۷۵۰ مربع فیٹ (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیٹ (۴۱) ۱۲ روپیہ ۱۲ ر ۹ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) ۱۴۱$\frac{1}{2}$ (۴۴) ۱۲۵۰۰۵ (۴۵) ۴۵ و ۲۷

چودھویں فصل

(۱) ۴۰۸ و ۴۶۳ (۲) ۱۱۳۴ مربع فیٹ

(۳) ۶۵۳۱ و ۷۲ مربع جریب (۴) ۳۷۴۵ و ۶ مربع جریب (۵) ۱۳۷۲ مربع فیٹ

(۶) ۲۹ و ۸۸ جریب (۷) ۴۰ مربع فیٹ (۸) ۴۴ مربع فیٹ

(۹) ۲۰۴ مرگز (۱۰) ۵ م جریب (۱۱) ۱۴۷۰ م جریب

(۱۲) ۱۵۲ و ۰۷۵ م جریب (۱۳) ۱۲۵ گز (۱۴) ۲۰۰ $\frac{1}{2}$ گز

(۱۵) ۱۷$\frac{1}{2}$ و ۲۲$\frac{1}{2}$ م فیٹ (۱۶) ۶۰ و ۶۸ و ۷۶ م گز

(۱۷) ۳۱۲ م فٹ (۱۸) ایک ایکر (۱۹) ۱۱۵۲ م گز ۲۷۵ روپیہ ۸ ر

(۲۰) ۴۲۱ فیٹ (۲۱) ۱۸۰۰ م فیٹ (۲۲) ۱۲۶۰ م جریب

(۲۳) ۳۹ و ۵۵۳ م فیٹ (۲۴) ۱۶ و ۸۲۵ م فیٹ (۲۵) ۶۸۸ م فیٹ

(۲۶) ۳۰ و ۵۰۶۴ م فیٹ (۲۷) ۲۰۰ و ۷۲۰۰ م فیٹ

(۲۸) ۲۹۶ و ۱۰ م فیٹ و ۱۲۵ و ۳۶۸ و ۸۲ فیٹ (۲۹) ۱۰۵۴ و ۶۲۵ و ۶۳۰۴ و ۵۶۶ فیٹ

پندرھویں فصل

(۱) ۱۳۴ م فیٹ (۲) ۱۱۰ و ۸۶۵ م فیٹ (۳) ۱۵۰ و ۶ م فیٹ

(۴) ۶۸۱۳ و ۵۲ م فیٹ (۵) ۱۴۲ و ۵۵۷ م فیٹ (۶) ۲۳ و ۱۰۳۹ م فیٹ

(۷) ۲ و ۶۴۹۵ م فیٹ (۸) ۲۵۹ و ۸۱ م جریب

(۹) ۲۰۲ م فٹ (۱۰) ۵۱۷۶۴۲۶ مربع فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

سولھویں فصل

(۱) ۱۳۸۶ (۲) ۷۰۸۵ ½ (۳) ۱۳۶۹۰۲۸ ½

(۴) ۱۹۶۳۵ (۵) ۳۰۹۱۵۳۵۶۴۶ (۶) ۵۴۷۳۹۲۳۸۴

(۷) ۵۶۴ (۸) ۵۸۶۸ (۹) ۲۸۳۵۳ (۱۰) ۱۳۶۱۶

(۱۱) ۳۰۱۶۷۹ (۱۲) ۲۹۷۸۶۹ (۱۳) ۴۹۶۶۱۸۸م فیٹ

(۱۴) ۳۷۶۹۹۲م فیٹ (۱۵) ۲۳۶۴۸۳۲م فیٹ (۱۶) ۱۵۶۰۹۴ انچ

(۱۷) ۱۵۶۱۱۶ فیٹ (۱۸) ۸۶۵۶۸ فیٹ (۱۹) ۳۸۹۹۳م فیٹ

(۲۰) ۵۵۴۶۲۲م فیٹ (۲۱) ۵۲۳۶۱۶م فیٹ (۲۲) ۱۱۳۴۶۴ فیٹ

(۲۳) ۵۶۵۷۶ فیٹ (۲۴) ۸۶۰۵ انچ (۲۵) ۵۶۷۷۶ ۸۶۱۶ انچ

(۲۶) ۵۳۹۶۳۰۵۷م فیٹ (۲۷) ۱۳۶ (۲۸) ۱۷۶ روپیہ ۱۴۴۶ آنہ

(۲۹) ۴۰۷۶۰۱ (۳۰) ۷۷۶۸۵۸ روپیہ (۳۱) ۲۸۵ روپیہ ۳۲۶۶۱۱ آنہ

(۳۲) ۵۸۵۷ مربع فیٹ (۳۳) ۱۴۱۶۸ فیٹ (۳۴) ۱۵۱۴ فیٹ

(۳۵) ۵۴۶۷۶۹م فیٹ (۳۶) ۱۸۴۶۹۳۹۲ (۳۷) ۲۰۲۴۶۸م فیٹ (۳۸) ۱۰۴۶۲ فیٹ

(۳۹) ۱۲۹۶۸۸۶۶۳۸۴۶۸۴۲۶م فیٹ (۴۰) ۱۲۹۶۸۸۶۶۳۸۴۶۸۴۲۶م فیٹ (۴۱) ۱۷۶۲

(۴۲) ۱۴۰۳۶۴م فیٹ (۴۳) ۱۸۱۰۵۱۹۱۲ مربع فیٹ (۵۲) ۲۶۴۸ فیٹ

سترہویں فصل

(۱) ۱۲۵۶۶۴ (۲) ۱۵۰۶۹۶۸ (۳) ۵۶۲۶۹۷۴۷

(۴) ۴۳۶۳م فیٹ (۵) ۹۷۶۴م فیٹ (۶) ۱۸۵۴ فیٹ (۷) ۴۹۶۲۶ فیٹ

(۸) ۸۰۶۵۴ (۹) ۱۱۶۷۵م فیٹ (۱۰) ۷۶۴۳۰۵ فیٹ

(۱۱) ۱۲۵° (۱۲) ۱۵۶۴۱ فیٹ (۱۳) ۲۹۴۲م انچہ دفعہ ۱۲۲ دیکھو

(۱۴) ۲۷۶۵۲م انچ (۱۵) ۱۸۰۱م فیٹ دفعہ ۱۶۷ دیکھو (۱۶) ۶۱۶۴۲م فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

(۱۷) ۲۹۶۰۴م فیٹ (۱۸) ۲۸۶۵م فیٹ (۱۹) ۳۹۸۶۲۵م فیٹ

(۲۰) ۳۸۵٫۲۰ و ۴۷۸٫۶۸۶ م فیٹ (۲۱) ۴۴۶۱٫۶۱ (۲۲) ۵۴۶٫۲۸

(۲۳) ۵۹٫۹۵۰ (۲۴) ۱۸۰٫۱ (۲۵) ۴۸۹٫۴ م فٹ

اٹھارہویں فصل

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۶۶٫۹۰۷ (۶) ۸٫۴۰۳

(۷) ۹٫۲۶۳ (۸) ۵۹٫۳۰۷ (۹) ۶۴۱٫۷۰۰ (۱۰) ۲۲٫۹۵۰۷ (۱۱) ۷۸۱۷٫۱۲ (۱۲) ۶۹۳٫۱

اونیسویں فصل

(۱) ۳۲۴ (۲) ۴٫۳۶۵ م انچ (۳) ۱ انچ کو ۳۶ سے (۴) ۱ انچ کو ۶۶۰

(۵) ۲٫۷ انچ (۶) ۳۳۶٫۶ انچ کو ایک میل سے (۷) ۱۱٫۹۳۲ و ۱۷٫۴۸۷ فیٹ

(۸) ۳۳۱ و ۲۳۸ و ۲۵۵ (۹) ۱۰۹٫۲۰۵۰۶ و ۱۴۵٫۶۰۰

(۱۰) مربع ۲۹۹٫۲ گنا مثلث سے ہے

(۱۱) مسدس ۱۵۴۷٫۱ گنا مربع سے

(۱۲) دائرہ ۲۷۳۲٫۲ گنا مربع سے (۱۳) دائرہ ۱۰۲۶٫۱ گنا مسدس سے

(۱۴) ۱۹۰٫۱۵ فیٹ (۱۵) ۲۳۷٫۶ فیٹ (۱۶) ۲۳۶٫۱۳ فیٹ

(۱۷) ۲۷۰۸٫۶۶۸۴۸۶۹ و ۱۱٫۶۱۹۰ و ۱۱۳٫۴۱۶۴ فیٹ

(۱۸) مثلث کا مجموعہ اضلاع ۱۴٫۱ گنا مربع کے مجموعہ اضلاع سے (۱۹) ۲٫۶۳۸ فیٹ

(۲۰) ۱۱۴٫۳ فیٹ

بائیسویں فصل

(۱) ۱۸ فیٹ ۱۶۶۴ انچ (۲) ۲۱۶ فیٹ (۳) ۱۰۷ فیٹ ۲۹۷ انچ

(۴) ۲ ۴۴۹۲ فیٹ ۲۱۶ انچ (۵) ۳۸ فیٹ ۱۹۲ انچ (۶) ۷۸ فیٹ ۸۱۰ انچ

(۷) ۲۰۰ فیٹ ۲۰۰ انچ (۸) ۳۳۹۹ فیٹ ۱۰۰۸ انچ (۹) ۶۸ فیٹ

(۱۰) ۲۰ فیٹ ۱۴۴۰ انچ (۱۱) ۳۲ فیٹ ۲۷۵۲ انچ

(۱۲) ۶۶ فیٹ ۱۲۹۶ انچ (۱۳) ۹ انچ (۱۴) ۳۲ ۴ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۱۷) ۲۰ م فیٹ (۱۸) ۴ م فیٹ ۴۸ انچ (۱۹) ۱۷ م فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۳۴ م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۲۳۱۴ (۲۴) ۳۶۰۵

(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵

(۳۰) ۳۱ ۲۵۵۸۷۵ (۳۱) ۲۴ فیٹ (۳۲) ۱۵۳۶۰ (۳۳) ۳۸۴

(۳۴) ۴۰۰۰۰۰ ایک انچ کا (۳۵) ۳۵ ۳۱۴ (۳۶) ۱۴ پونڈ

(۳۷) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۸) ۳۱۴ ½ (۳۹) ۳۶۸ انچ

(۴۱) ۲۹۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۳) ۶۸۱۰ ½ (۴۴) ۱ ½ پونڈ و ½ پونڈ

(۴۹) ۹ مکعب فیٹ (۵۰) ۳ فیٹ ۶ انچ (۵۲) ۲۶ ۱۶ فیٹ

(۵۳) ۴۲ ۱۴ فیٹ (۵۴) ۱۰۳۶۵۱ انچ (۵۵) ۳ ۲۹۷ فیٹ (۵۶) ۲۰ انچ

نیکیسوین فصل

(۱) ۱۵ فیٹ ۱۰۵۰ انچ (۲) ۶۲ فیٹ ۲۹ انچ

(۳) ۱۰۹ فیٹ ۱۳۳ انچ (۴) ۱۹۴ فیٹ ۳۶۳ انچ (۵) ۱ فٹ ۱۶۲ انچ

(۶) ۳ فیٹ ۱۰۵۶ انچ (۷) ۵ فیٹ ۴۰۸ انچ (۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ انچ

(۹) ۴۳۶۹۸۲۴ (۱۰) ۸۳ ۴۴۸۷۵ (۱۱) ۲۲۱ ۲۸۶۴۵

(۱۲) ۵۶۹ ۶۷۶۸ (۱۳) ۳۳ انچ (۱۴) ۴۴ انچ (۱۵) ۴۷ انچ

(۱۶) ۵۳ انچ (۱۷) ۷ ۹۷۹ انچ (۱۸) ۱ ۱۷۳۲ فیٹ

(۱۹) ۱ ۷۲۰۸ فٹ (۲۰) ۲ ۳۳۶ فیٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۴۸۹

(۲۳) ۳۹۱۶ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فٹ

(۲۶) ۱۱۷۳۳۳۳۳ ½ (۲۷) ۱۴۴۰۰۰ (۲۸) ۱۳۴۶۱

(۲۹) ۱۵۶۲۷۵ فیٹ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲۷۰۶ (۳۲) ۵۵ ۷۴

(۳۳) ۱۷۴۵۷۳ (۳۴) ۴۸۹ (۳۵) ۶ روپیہ ۸ پائی

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱ آنہ (۳۷) ۸ روپیہ ۵ آنہ ۶ پائی (۳۸) ۱۰۶۶۱ انچ

(۳۹) ۸۸۰۰۰۶۱ فیٹ (۴۰) ۳۵۲۰۲۴۴ فیٹ (۴۱) ۶۸۱۶ مکعب فیٹ

(۴۲) ۷۰۶۸۸۶ فیٹ (۴۳) ۱۷۶۷۱۵ مکعب فیٹ (۴۴) ۳۷۳ پونڈ

(۴۵) ۴۰۶ پونڈ (۴۶) ۴ پونڈ ۱۷ شلنگ ۳ پنس (۴۷) ۸۲۴۶۷ پونڈ

(۴۸) ۳۳ مکعب انچ (۴۹) ۲۵۹۸ مکعب فیٹ (۵۰) $\frac{1}{16}$ ایک انچ کا

(۵۱) ۹۰ مکعب فیٹ (۵۲) ۳۳۵۴۵ انچ (۵۳) ۶۴۶ فیٹ

(۵۴) ۱۵۵۵۵ انچ (۵۵) ۷۲۷۹ فٹ (۵۶) ۱۶۶۵ انچ

چونتیسویں فصل

(۳) ۴۹۳ (۴) ۱۵۲ (۵) قریب ایک کے

(۶) ۳۹۱۶ (۷) ۱۰۶۵۴ (۸) ۲۷۶ (۹) ۶۳۷۶ (۱۰) ۳۸۴ انچ

پچیسویں فصل

(۱) ۶ فیٹ ۳۶۲ انچ (۲) ۱۷ فیٹ ۸۹۶ انچ

(۳) ۳۲ فیٹ ۷۰۴ انچ (۴) ۴۵ فیٹ ۱۱۲۱ انچ (۵) ۱۹۵۹۶

(۶) ۸۳۷۸۵ (۷) ۹۸۷۹۸ (۸) ۲۳۷۸۵۶۱

(۹) ۱۶۷۵۵ (۱۰) ۱۴۱۶۴ (۱۱) ۹۷۹۰۵ (۱۲) ۱۰۴۷۲ (۱۳) ۱۷ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۲۱ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۳۰ فیٹ (۱۶) ۳۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۷) ۹۷۹۷ انچ (۱۸) ۲۶۸۴۶ فیٹ (۱۹) ۳۲۶۱۲ فیٹ

(۲۰) ۴۲۸۵۳ فیٹ (۲۱) ۴۰۷۲۹۵ مکعب (۲۲) $\frac{2}{3}$ ۶۶۶۶۶۶ مکعب فٹ

(۲۳) ۲۰۶۴۴۸ مکعب (۲۴) ۱۹۲۰۰۰ مکعب فٹ (۲۵) ۳۴۹۴۵۴ مکعب فیٹ

(۲۶) ۱۱۶۴۵۹ مکعب (۲۷) ۳۶۴۰ مکعب فیٹ (۲۸) ۳۱۴۷۱۸ مکعب فیٹ

(۲۹) ۱۲۳۱۵ مکعب فیٹ (۳۰) ۳۹۱۸ مکعب فیٹ (۳۱) ۳۲۹۲۹۲۸ مکعب فیٹ

(۳۲) ۱۲۳۱۵ مکعب فیٹ (۳۳) ۶۲۶۵۲ (۳۴) ۳۱۴۱۶

(۳۵) ۱۰۱۶۸۶ مکعب فیٹ (۳۶) ۱۱۶۲۲۴ مکعب فٹ (۳۷) ۱۰۶۴۷۲ فیٹ

(۳۸) ۳۶۳۷۳۵۰۷ (۳۹) ۱۹۶۲/۳ مکعب فٹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب انچ

(۴۱) ۳۴۶۶۱۴۵ (۴۲) ۱۱۷۳۵۴۶ مکعب فیٹ

چھبیسویں فصل

(۱) ۱۲۵۲۵ (۲) ۱۱۶۲۲۷ (۳) ۳۸۵۲۴۷۵

(۴) ۴۸۵۲۱۶ (۵) ۲۰۳۵۴۱۸۶ (۶) ۵۰۱۷۲۹۲ (۷) ۷۱۴۱۷۳۹۶

(۸) ۱۰۳۸۵۴۳۶۲ (۹) ۹۱۷۵۳۴۷۲ (۱۰) ۶۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۲۳۵۳۷ مکعب فٹ (۱۲) ۷۸۰۰ مکعب (۱۳) ۴۸۲۴۵۳۲ مکعب فیٹ

(۱۴) ۵۶ (۱۵) ۱۶۰۸۵۵ مکعب فیٹ (۱۶) ۲۸۳۵۱۲۴۷۶۸ مکعب فٹ

(۱۷) ۳۳۱۶۰۵۴۳۰۵۴۱۳۵۸۲۷۸۸۵۳۵ مکعب فیٹ

(۱۸) ۱۴۰۸۵۲۱۱۲۷۵۶ مکعب فیٹ

ستائیسویں فصل

(۱) ۱۶۲۰ مکعب انچ (۲) ۲۱ مکعب فٹ

(۳) ۳۲۴۰ مکعب انچ (۴) ۳۴۶۴ مکعب انچ (۵) ۵۸۸ مکعب انچ

(۶) ۴۰۰۰ مکعب انچ (۷) ۹۹۵۹ مکعب فٹ (۸) ۴۶۲ و ۱۱۵۵ مکعب انچ

(۹) ۱۰۰۸ و ۲۸۷ مکعب انچ (۱۰) ۴۲۰ و ۴۸۰ مکعب انچ

اٹھائیسویں فصل

(۱) ۴۴۰۰۰۷ مکعب (۲) ۸۳۲۰۰۰ مکعب انچ

(۳) ۱۲۵۰۶۷ مکعب انچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۵) ۳۳۶۶۰۰

(۶) ۱۲۶ ۲/۳ و ۱۹۸ ۲/۳ مکعب فٹ (۷) ۳۴۳ و ۳۷۱ و ۲۸۱ مکعب فیٹ

(۸) ۴۸۰ و ۲۰۷ مکعب فیٹ (۹) ۲۶۱ ۱/۲ و ۴۸۵ ۱/۲ مکعب انچ

(۱۰) ۲۵۰ و ۶۷۰ و ۹۷۰ مکعب انچ (۱۲) ۱۴۴ و ۵۸۴ مکعب فیٹ

اونتیسویں فصل

(۱) ۹۹۶۵۹ مکعب انچ (۲) ۲۶۸۰۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲۳۸۵۲۷ مکعب فیٹ (۴) ۱۷۹۷۴۵۲ مکعب فیٹ (۵) ۲۰۵۶۵

(۶) ۸۶۵ (۷) ۱۶۵۸۹ (۸) ۲۹۵۱۸ (۹) ۳۱۵۹۴

(۱۰) ۱۵۴۹۹ (۱۱) ۳۴۴۱۰۱ (۱۲) ۱۲۳۹۸۸ (۱۳) ۲۰۷۳

(۱۴) ۲۷۲ سنٹ (۱۵) ۱۹۷۹۲۰۸ مکعب فٹ (۱۶) ۶۴۹۴ پونڈ

(۱۷) ۱۲۴۳۴۳ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳½ چھٹانک (۱۹) ۱۴۳۲۲۲۷ اونس

(۲۰) ۲۹۹۳ سیر (۲۱) ۶۳۶ سیر

(۲۲) ۳۱۹۴ پونڈ (۲۳) ۱۱۱۱۸ پونڈ (۲۴) ۵۲۳۶۷ اونس

(۲۵) ۲۹۲۶۲ اونس (۲۶) ۶۱۱۱۲ پونڈ (۲۷) ۵۴۹ پونڈ

(۲۸) ۲۸۶۸۷۵ پونڈ (۲۹) ۲۴۱۲ پونڈ (۳۰) ۲ انچ (۳۱) ۳ انچ

(۳۲) ۱۹۲۸ انچ (۳۳) ۶۵۴۵ مکعب انچ (۳۴) ۹ گز کے قریب

(۳۵) ۱۶۱۲ انچ (۳۶) ۲۴۸۱۴ انچ (۳۷) ۱۶۶۴ انچ (۳۸)

(۳۹) ۶۷۵۰۷۶ انچ (۴۰) ۱۴ انچ (۴۱) ۴ انچ کے قریب

(۴۲) ۱۰۰۳ انچ

تیسوین فصل

(۱) ۴۸۶۶۳۸۴ مکعب انچ (۲) ۴۵۶۴۳۷۰۲ مکعب فٹ

(۳) ۴۴۸۹۶۳۲ مکعب فٹ (۴) ۹۵۶۷ مکعب فٹ (۵) ۷۵۶۴۳۲ مکعب فیٹ

(۶) ۱۵۸۴ مکعب فیٹ (۷) ۴۶۷۷۰۲ مکعب فٹ (۸) ۲۰۵۲۵ مکعب فیٹ

(۹) ۵۴۶۵۳۴۳۵۲۴ مکعب فیٹ (۱۰) ۲۲۶۸۴۱۹۷۹۵۲۲۶۱ مکعب فیٹ

(۱۱) ۷۵۳ مکعب انچ (۱۲) ۳۰۵

(۱۳) ۲۹۶۹۸ مکعب فیٹ ایک ۸۷۳۱۸ مکعب فیٹ

(۱۴) ۲۱۵۳۳ مکعب انچ دو ۲۷۳۷ مکعب انچ

(۱۵) ۱۶۷۹۳ مکعب انچ (۱۶) ۵۴۶۸۲۶ مکعب انچ (۱۷) ۱۴۳

اکتیسوین فصل

(۱) ۶۶۴۸۱ مکعب انچ (۲) ۵۰۶۵۸ مکعب فیٹ (۳) ۳۰

(۴) ۵۶۴۸ مکعب فیٹ (۵) ۳۳۹۳ مکعب انچ

تنتیسویں فصل (۱) ۲۵ء۲۰ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ

(۴) ۷۷۵ء۱۶۸ و ۲۵ء۲۳ مکعب انچ (۵) ۲۲۸ء۵ انچ (۶) ۳۲۰ء۸ فیٹ
(۷) ۴۴۷ء۲ فیٹ (۸) ۲۶۵ء۹۲ و ۳۵ء۵۶۳ فیٹ

تینتیسویں فصل (۱) ۳۷م فیٹ ۷۲ انچ (۲) ۸۰م فیٹ ۹۶ انچ

(۳) ۲۰۴م فیٹ ۴ انچ (۴) ۲۶۰م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰م فیٹ
(۶) ۶۳م فیٹ (۷) ۳۷م فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۸۸م فیٹ ۱۰ انچ
(۹) ۱۰۸م فیٹ (۱۰) ۵۲۰م فیٹ (۱۱) ۵۱م فیٹ ۹۶م انچ
(۱۲) ۷۷م فیٹ ۱۳۲ انچ (۱۳) ۲۴م فیٹ ۴۷ انچ
(۱۴) ۴۸م فیٹ ۸ ۱۲ انچ (۱۵) ۶۶م فیٹ ۱۶ انچ
(۱۶) ۱۲۲۷م فیٹ ۴۸ انچ (۱۷) ۹۸۵م فیٹ ۱۲۰ انچ
(۱۸) ۲۴۸۸م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۹) ۱۸م فیٹ
(۲۰) ۴۸م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰م فیٹ ۸۴ انچ
(۲۲) ۴۰م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۱۰۴م فیٹ ۸۴ انچ
(۲۴) ۱۷۳ء۲م فیٹ (۲۵) ۲۸۸۸ء۸۸م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ مکعب انچ
(۲۷) ۶۰۸۳ء۶م فیٹ (۲۸) ۲۱۹ء۵۲ مکعب انچ (۲۹) ۱۹۱ء۱۳م انچ
(۳۰) ۴۴۷۸۴ء۴م فیٹ (۳۱) ۱۹۰م فیٹ ۹۶ انچ (۳۲) ۶م فیٹ
(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۶م انچ (۳۴) ۵۰۰ (۳۸) ۵۶۶ء۹۶
(۳۹) ۴۷۶ء۲۲ (۴۰) ۷۹۴ء۶۲ (۴۱) ۴۸۵ء۳۵ (۴۲) ۶۰۰
(۴۳) ۶۲۹ء۹۶ (۴۴) ۴۳۴ء۹۶ (۴۵) ۹۷۳ء۵۰۵ (۴۶) ۶۹۳ء۴۶

چونتیسویں فصل (۱) ۱۲۴۸م انچ (۲) ۱۶۵۳م انچ

(۳) ۲۳۴۹ء۹۲م انچ (۴) ۵۲۷۷ء۸۹م انچ (۵) ۲۰۱۰ء۶۲۴م فیٹ

(۶) ۲۶۸۳۲ء۶م فیٹ (۷) ۱۸۶ء۲۵۲ء۹م فیٹ (۷) ۱۰۵ء۸۴ء۱م انچ

(۹) ۶۶۲ء۷۳ء۱م فیٹ (۱۰) ۲۴۱ء۶۷۳ء۲م فیٹ (۱۱) ۱۹ء۲ انچ

(۱۲) ۴۷ء۷۵ انچ (۱۳) ۱۲ء۶۶۶ انچ (۱۴) ۱۳ء۵۴۱ انچ

(۱۵) ۴۰۹ء۲۱ انچ (۱۶) ۲۶۶ (۱۷) ۱۹ء۶۳۵م فیٹ

(۱۸) ۳ء۸۲ انچ (۱۹) ۲۸ء۳۲۶م انچ (۲۰) ۹۶۸ء۵۴م انچ

(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۶۳۰ (۲۴) ۴۹۰۷

(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۳۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۶۹۴۴

(۲۹) ۵۶۰۸ (۳۰) ۸۰۸۸ (۳۱) ۶۰۰ء۵۸۶م انچ (۳۲) ۱۸۶۸۳م انچ

پینتیسویں فصل

(۱) ۹۸ء۵۳ء۷م انچ (۲) ۳۲ء۶۲۸م انچ

(۳) ۵۹ء۱۸ء۳۵م انچ (۴) ۸۰ (۵) ۸۱ء۷۱۷ (۶) ۱۳ء۰۳۶

(۷) ۶۱ء۲۵۶ (۸) ۵۳ء۶۸۸ (۹) ۴ء۸۵۶

(۱۰) ۹۰ء۷۹۸ (۱۱) ۹۲ء۱۵ انچ (۱۲) ۴۳۴۶ انچ

چھتیسویں فصل

(۱) ۵ء۱۵ء۷۱ (۲) ۱۲۷۳ (۳) ۳۷ء۱۵۸۳

(۴) ۰۶ء۱۸ء۳۴ (۵) ۷۶ء۳۵ء۲۰ (۶) ۷۸ء۹۷ء۵۴ (۷) ۲۵ء۶۹۱۱

(۸) ۰۳ء۹۰۷۱ (۹) ۰۱ء۸۰۱۲ (۱۰) ۷۳ء۳۸ء۶۷ (۱۱) ۴۴ء۶۷۳۰۲

(۱۲) ۷۶ء۱۵۷۸ (۱۳) ۹۹ء۶۷۳ (۱۴) ۵۲ء۴۵۸ (۱۵) ۹۳ء۵۰۲۹

(۱۶) ۲۷ء۵۲۸ (۱۷) ۳۵ء۹۶۱ (۱۸) ۰۳ء۳۸۰۲۱ (۱۹) ۷۸ء۳۷۶۲

(۲۰) ۳۲ء۴۳۸۱ (۲۱) ۳۰ انچ (۲۲) ۳۱ء۸۳۲ (۲۳) ۶۵ء۵۴۶۲ فیٹ

(۲۴) ۲۹ء۷۲۶ فیٹ (۲۵) ۵۲ انچ (۲۶) ۳۵ء۸۳۶۱ فیٹ

(۲۷) ۲۵ء۹۲۵۰۱ فٹ (۲۸) ۹۹۸ء۵۰۱ فٹ (۲۹) ۲۸ گز کے قریب

(۳۰) ۳۲۷ گز کے قریب (۳۱) ۶۸۸ء۶۲۶ (۳۲) ۹۰ء۴۹۶۶

(۳۳) ۶۵۱۴۵ (۳۴) ۶۲۶۸۸ (۳۵) ۶۰۷۰۴

(۳۶) ۳۳۹۸۹ (۳۷) ۲۸۷۰۱ (۳۸) ۲۸۱۷۲

(۳۹) ۴۷۳۳۵ (۴۰) ۶۰۱۵۴

سینتیسویں ۳۷ فصل

(۱) ۱۷۶م انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۲۵۱۳۲۸م انچ (۴) ۹۴۲۴۸م فیٹ (۵) ۱۱۰۲۷۰م انچ

(۶) ۹۷۶۴۵۰۹م انچ (۷) ۸۹۶۴۱م فیٹ (۸) ۹۶۳۵م فیٹ

(۹) ۱۸۵۹۷م انچ (۱۰) ۲۲۹۰۹م انچ (۱۱) ۸۰۱۱م فیٹ

(۱۲) ۱۳۹۴۹م فیٹ (۱۳) ۲۴۱۲۷۵م انچ (۱۴) ۳۴۱۸۰۶م انچ

(۱۵) ۴۰۸۴ (۱۶) ۱۷۱۲۲ (۱۷) ۴۲۷۲۶

(۱۸) ۱۷۴۷۵۱۵ (۱۹) ۱۷۷۲۶۲۲۸ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

اڑتیسویں ۳۸ فصل

(۱) ۳۱۴۱۶م انچ (۲) ۲۸۲۷۴۴م انچ

(۳) ۶۰۸۲۱م فیٹ (۴) ۱۲۷۳۲م انچ (۵) ۵۰۹۳م فیٹ

(۶) ۱۳۵۰۳۸م فیٹ (۷) ۱۱۲۸۴ انچ (۸) ۴۵۱۳۵م فیٹ

(۹) ۴۸۸۶م فیٹ (۱۰) ۸۴۱۰۴م مکعب فیٹ (۱۱) ۳۳۲۴۵م مکعب فیٹ

(۱۲) ۹۴۵۰۳۱۵ مکعب فیٹ (۱۳) ۴۱۸۸۸م مکعب فیٹ

(۱۴) ۴۷۱۷۱۳م مکعب فیٹ (۱۵) ۷۵۳۹۸۴م فیٹ

(۱۶) اسطوانہ ۳۱۴۱۶ مکعب انچ کرہ ۴۱۸۸۸ مکعب انچ

(۱۷) مکعب ایک مکعب فٹ کرہ ۱۳۸۲ مکعب فیٹ

(۱۸) اسطوانہ ۶۲۸۲ مکعب کرہ ۷۶۹۵ مکعب فیٹ

(۱۹) مکعب ۶م فیٹ کرہ ۴۸۳۶م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۱۸۸۴۹۶م فیٹ کرہ ۱۶۴۶۶م فیٹ

انتالیسویں فصل

(۱) ۸۵۰م انچ (۲) ۴۵م فیٹ

(۳) ۷۷۸۴۹۰م انچ (۴) ۹۰۰۹۴۹م فیٹ (۵) ۱۶۳۶۳۲م فیٹ

(۶) ۲۲۱۲۲۳م انچ (۷) ۱۳۳۷۲۵۶م فیٹ (۸) ۱۹۹۸۷۸۶م انچ

(۹) ۱۰۳۹۶۹۸۶م فیٹ (۱۰) ۱۳۲۸۹۸۷م انچ

(۱۱) ۳۰۸۹۸۹۳۶م فیٹ (۱۲) ۸۶۷۷۹م انچ

(۱۳) ۷۵۰۸۴۲۴م فیٹ (۱۴) ۱۶۷۷۶۱۴۴م انچ

(۱۵) ۳۰۸۴۳۴۳م فیٹ (۱۶) ۲۲۱۸۹۴م انچ (۱۷) $\frac{1}{82}$

(۱۸) $\frac{4}{53}$ (۱۹) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا (۲۰) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا

چالیسویں فصل

(۱) ۷۷ روپیہ ۱۰ر (۲) ۱۶۵۶ روپیہ (۳) ۱۸۳۶ روپیہ ۲ر ۸ پائی

(۴) ۵۶۶ روپیہ ۹ر (۵) ۶۲ روپیہ ۸ر (۶) ۳ $\frac{1}{2}$ فیٹ لنبا

(۷) ۳۷۸ روپیہ ۳ر (۸) ۱۸۶ سیر ۸ چھٹانک (۹) ۳۴ $\frac{3}{4}$

(۱۰) ۱۲ پونڈ ۶ شلنگ ۵ $\frac{1}{2}$ پنس (۱۱) ۴۷ روپیہ ۲ر کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ

(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸ر (۱۴) ۱۴۳۴ روپیہ ۱۵ر (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸ر

(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰

(۱۹) ۹۶ روپیہ ۶ (۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸ر

اکتالیسویں فصل

(۱) ۶۲۵ (۲) ۳۶۴ (۳) ۱۰۲ روپیہ ۸ر (۴) ۲۱۶ $\frac{2}{3}$

(۵) ۱۸۱ روپیہ ۸ر (۶) ۵۷ روپیہ ۸ر (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹) ۲۵ پونڈ ۸ پنس (۱۰) ۶۲ پونڈ ۱ شلنگ (۱۱) ۱۲۶ روپیہ (۱۲) ۱۲۷ روپیہ ۸ر

(۱۳) ۱۰۰ $\frac{1}{3}$ (۱۴) ۱۲۶ روپیہ (۱۵) ۱۴۱ روپیہ (۱۶) ۱۶۲ روپیہ

بیالیسویں فصل

(۱) ۹۳ $\frac{3}{4}$ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) ۸۷ $\frac{1}{2}$

(۵) ۱۲ $\frac{1}{2}$ (۶) ۱۶ $\frac{2}{3}$ (۷) ۱۲۸ $\frac{1}{4}$ (۸) ۱۲۸ $\frac{1}{4}$ (۹) ۷۵ $\frac{5}{8}$

(۱۰) $96\frac{4}{5}$ (۱۱) ۹۸۶۷۶ (۱۲) ۶۲۵۸

تینتالیسویں فصل

(۱) ۱۱۰۸۸۰ (۲) ۸۸۱۸ (۳) ۱۰۸۵۴

(۴) ۵۴۶۲ (۵) ۱۰۸۷۷ (۶) ۹۰۶۰۳ (۷) ۱۱۲۶۴۳

(۸) ۳۵۱۵ (۹) ۲۳۶۴۹ (۱۰) ۱۵۶۹۸

چوالیسویں فصل

(۱) ۵۰۷۰۵ ایکر (۲) ۶۲۲۶ ایکر

(۳) ۵۶۲۸۳ ایکر (۴) ۱۶۵۷ ایکر (۵) ۱۴۴۵۱ ایکر

(۶) ۱۱۶۵ ۱ ایکر (۷) ۷۶۶ مربع کڑی (۸) ۱۵۱۱ م کڑی

(۹) ۲۳۰۰ م کڑی (۱۰) ۵۶۴۰ م کڑی (۱۱) ۳۱۱ ایکر

(۱۲) ۱۱۳۵ ۳ ایکر (۱۳) ۶۶۲ ایکر

(۱۴) ۴۰۶۱۲۰ ایکر اور زاویہ اب س ۹۰° کا معلوم ہوگا اور وس د ۹۰° کا

(۱۵) ۲۴۴۲۵ ۱۶ ایکر (۱۶) ۵۶۰۲۹۲۲ ایکر

اڑتالیسویں فصل

(۱) ۹م فیٹ (۲) ۱۶م فیٹ ۸ مسطح (۳) ۹م فیٹ ۲ مسطح اولے

(۴) ۱۶م فیٹ ۶ مسطح اولی ۹ انچ (۵) ۲۶م فیٹ ۱۱ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۶) ۲۷م فیٹ ۱ مسطح اولی ۵ انچ (۷) ۱۳م فیٹ ۱۰ مسطح اولی ۱۰ انچ

(۸) ۱۵م فیٹ ۸ مسطح اولی ۸ انچ (۹) ۱۴م فیٹ ۱۰ مسطح اولی ۴ انچ ۱۰ وان

(۱۰) ۲۲م فیٹ ۷ مسطح اولے ۴ انچ بارہوین ۱۱ (۱۱) ۱۳ مکعب فیٹ ۶ مجسم اولے

(۱۲) ۳۳ مکعب فیٹ ۹ مجسم اولی (۱۳) ۴۳ مکعب فیٹ ۴ مجسم اولے

(۱۴) ۳۳ مکعب فیٹ ۱۰ مجسم اولی ۸ مجسم ثانی (۱۵) ۱۲۳ مکعب فیٹ ۶ مسطح ثانی ۹ انچ

(۱۶) ۱۸۷ مکعب فیٹ ۲ مجسم اولی ۲ انچ

اونچاسویں فصل

(۱) ۱۲۴۷۴۷ میٹر (۲) ۱۲ ہیکٹر ۵۶۷۹ ایر

(۳) ۵۷۶۷ ایر (۴) ۷۳۴۴ (۵) ۴۰۲ (۶) ۵۲۳۵ (۷) ۴۶۹۲

(۸) ۵۱ (۹) ۱۷۲ (۱۰) ۱۶ ۴/۳ (۱۱) ۱۰۴ (۱۲) ۲۵۴

(۱۶) ۰۶۲ میٹر (۱۷) ۱۰۸ میٹر (۱۸) ۰۹۸ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۵۷ فیٹ (۲) ۸ ½ (۳) ۱۰ ایکر ۹۰ ایکر (۴) ۵۰ فیٹ ۴ انچ

(۵) ۷۲۹ م گز (۶) ۱۰ روپیہ ۸ آ (۷) ۵۲ روپیہ ۸ آ (۸) ۱۶۱۴ روپیہ (۹) ۹۶ ۳/۴ ایکر

(۱۰) ۲۳ فیٹ ۲۷ فیٹ (۱۱) ۵/۶ میل (۱۲) ۱۹۳۶۰۰ (۱۳) ۸۲۰ انچ

(۱۴) ۶۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۸ ۱۳/۱۶ سنٹ (۱۶) ۱ روپیہ ۵ آ ۲ پائی

(۱۷) ۸۰ روپیہ ۱۰ آ (۱۸) ۶ گز (۱۹) ۸ ۵۵۶۸ ۳/۴ ایکر (۲۰) ۱۷۵۶۰۲

(۲۲) ۲۱۰ م فیٹ (۲۳) ۱۱۲۰ گز ۲۶۲ ایکر ۲ روڈ ۲۶ پول ۳ ½ م گز

(۲۴) ۸۵ فیٹ ۱۰ انچ (۲۵) ۸۰۰ گز ۳۶۶ ۲۲۸۹ گز (۲۶) ۱۵ روپیہ ۱۵ آ ۲ ½ پائی

(۲۷) ۶۱ روپیہ ۱۵ آ ۶ پائی (۲۸) طول ۱۰ ½ گز عرض ۳ ½ ارتفاع ۴ گز

(۲۹) ۳۴۶۸ م فیٹ (۳۰) ۵۴۶ م فیٹ ۱۳ فیٹ (۳۱) ۱۰۲ فیٹ

(۳۲) ۱ ½ انچ (۳۳) کچھ زیادہ ۱۳ ۳/۸ سے (۳۴) ۲۴۳ انچ

(۳۵) ۵۵۵ ۳۶۰ گز ۰۰ ۳۳۶ م گز (۳۶) ۳۰۰ روپیہ ۶ آ

(۳۷) ۲۹ روپیہ ۱۲ آ اور چوگنا اسے (۳۸) ۵۰ م گز

(۳۹) ۵۰ ام فیٹ ۲۷۰ م فیٹ (۴۰) ۹ ۴۴۱۶ ایکر (۴۱) ۲۹ ½ فیٹ

(۴۲) ۱۲ فیٹ (۴۳) ۱۸ فیٹ ۲ ½ انچ (۴۴) ۵۹۴ گز

(۴۵) ۲۲۰ روپیہ ۱۴ آ ۱۱ ۳/۱۴ پائی (۴۶) ۶۴۶۲ روپیہ (۴۷) ۶۲ روپیہ ۱۱ آ

(۴۸) ۲۱ فیٹ طول ۱۰ ½ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۹) ۱۳۲۸۳۷ م فیٹ

(۵۰) ۲۷ م فیٹ (۵۱) ۱۵ انچ ۰ ۳/۴ انچ (۵۲) ۷۰ روپیہ (۵۳) ۳۰ فیٹ ۷ ½ انچ

(۵۴) ۰۹۳۶ گز (۵۵) ۸۶۴ ۳۵۰۰ روپیہ ۸ آ (۵۶) ۳ روپیہ ۱ آ ۳ ½ پائی

(۵۷) ۸۱۹۲۰ (۵۸) ۱۴۱۵۴۲ اگز (۵۹) ۹۰ روپیہ ۱۵ر

(۶۱) ۳۶۰۰ (۶۲) 15 انچ (۶۳) ۱۳۰۲ $\frac{1}{12}$ سیر

(۶۴) ۲۷۵۶۲۵ (۶۵) ۴ فیٹ (۶۶) ۳۳۴۹ $\frac{1}{2}$ پونڈ

(۶۷) ۳۲۰ $\frac{5}{81}$ و ۱۶۵ (۶۸) ۱۴۳۱۲۰۷۰۵ روپیہ (۶۹) ۵۴۴

(۷۰) ۱۴۴ مکعب فیٹ (۷۱) ۱۲۲۸۸ (۷۲) 25 انچ

(۷۳) ۴۸۰ (۷۴) ۲۵ فیٹ ۴ انچ

(۷۵) ۲۲۱۲۲ انچ (۷۶) ۱۰۱ فیٹ ۱۴۴ ۵۳۱ مکعب فیٹ

(۷۷) ۱۴۱۶ ۳۵ مکعب فیٹ (۷۸) ۴ و ۲۰۵ پونڈ (۷۹) ۱۱ پونڈ ۱۰ پنس اور ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پنس

(۸۰) ۳ ۳۵ اور اکی (۸۱) ۵ فیٹ (۸۲) ۸۶۰۷۶ (۸۳) ۲

(۸۴) ۲۷ انچ (۸۵) ۱۲ شلنگ ۳ پنس (۸۶) ۶۸۹ (۸۷) ۲ فیٹ ۶ انچ

(۸۸) ۴۹۹۲ و ۳۷ مکعب انچ (۸۹) ۳۹۸۴ و ۵۰۷ م انچ (۸۹) ۳۰۴ مکعب انچ

(۹۰) ۱۱۷۵۴ مکعب انچ (۹۱) ۶۰۱ (۹۲) ۱۹۶۹ پونڈ

(۹۳) ۷۰۰۹ انچ (۹۴) ۶۴۸ (۹۵) ۲۸ $\frac{1}{2}$ و ۴۲۷ $\frac{1}{2}$ پونڈ

(۹۶) ۵۲ روپیہ (۹۷) ۳۷۸۰ پونڈ ۵۹۱۵۹ (۹۸) ۴ $\frac{1}{2}$ انچ

(۹۹) ۵۹۲ و ۳۵ م فیٹ (۱۰۰) ۳ $\frac{3}{4}$

(۱۰۱) ۵۱۲ (۱۰۲) ۲۷ و ۱۸ و ۱۲ فیٹ (۱۰۳) 9019 انچ (۱۰۴) چوگنا

(۱۰۵) ۴۲۳۰۷۹۴ (۱۰۶) ۱۳۰۳۰۱ پہلے حجم کے

(۱۱۰) ۸۰۵ $\frac{1}{2}$ (۱۱۲) ۱۰۲۰۹ روپیہ ۶ (۱۱۳) ۲۱ ۳۵ انچ (۱۱۴) ۱۲۸۰۰ سیر

(۱۱۵) ۶ و ۱۸۵ مکعب فیٹ (۱۱۶) ۴۸۸ و ۵۶۵ مکعب فیٹ (۱۱۷) ۱۴۲ و ۲ فیٹ

(۱۱۸) ۲۷۲ و ۴۴ و ۱۰۷ مکعب انچ (۱۱۹) ۴۴ پونڈ ۰ اونس (۱۲۰) ۱۲۰۳۰۳۶ مکعب فیٹ

(۱۲۱) ۲۲ $\frac{1}{2}$ مکعب فیٹ (۱۲۲) ۵۰۰۰۰۰ پونڈ (۱۲۳) ۹۰۰

جوابات ۲۸۴

(۱۲۴) ۸۸۵ (۱۲۶) ۴۰ (۱۲۷) ۲۳۳ $\frac{1}{2}$ مکعب فیٹ

(۱۲۹) ۷ $\frac{5}{8}$ پونڈ (۱۳۰) ۷۸۵۴ م فیٹ (۱۳۱) ۴۰ فیٹ

(۱۳۲) ۴۷۱۵ (۱۳۳) ۳۱۲ $\frac{1}{2}$ (۱۳۴) ۲۱۷۸ (۱۳۵) ۸۰۹ فیٹ

(۱۳۶) ۱۲ فیٹ (۱۳۷) ۵۷۴۲۸۰ مکعب فیٹ (۱۳۸) ۹۴

(۱۳۹) ۸۷۵۴ انچ (۱۴۰) ۵۱۷۰۵۱ م فیٹ

(۱۴۱) ۳۸۷۲ (۱۴۲) $\frac{1}{1008}$ انچ (۱۴۳) ۴۸۴۰

(۱۴۴) $\frac{4}{11}$ فیٹ (۱۴۵) ۳۷۷۲۰۵ مکعب انچ

(۱۴۶) ۱۹۹ انچ (۱۴۷) ۱۷۲۸ (۱۴۸) ۳۹۲۷۷۷ مکعب انچ

(۱۴۹) ۸۷۷۴۸ پونڈ (۱۵۰) ۳۷۸۲ انچ (۱۵۱) ۱۴۷۱۰ $\frac{1}{2}$ و ۳ $\frac{1}{2}$

(۱۵۲) ۳ پونڈ ۱۴ شلنگ ۳ پنس (۱۵۳) نہیں (۱۵۴) ۳۵۹۷۷ م انچ (۱۵۵) ۹۶۸

(۱۵۶) ۱۴۴ (۱۵۷) ۴۶۰۰۰۰ (۱۵۸) ۶۷۲۳۲ (۱۵۹) ۷۹۶

(۱۶۰) ۱۶ (۱۶۱) ۴۸۷۷ مکعب انچ (۱۶۲) ۱۵۴۵۷ اونس

(۱۶۳) ۹۰ مکعب انچ ۲۴۶ م انچ (۱۶۴) ۳ کوڈ سے

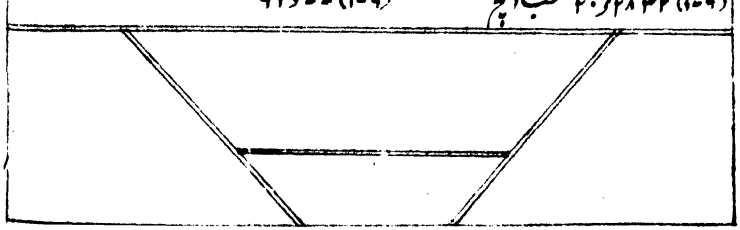
۰۰۳۲ ایک انچ کا (۱۶۶) ۱۴۱۶۷۲ مکعب فیٹ

(۱۶۷) ۱۷۷۳۷۸ مکعب فیٹ (۱۶۸) ۷۷۵۷۳ فیٹ چھوٹے سرے کا ۹۷۶۹ مکعب فیٹ

(۱۶۹) ۸ | (۱۷۰) ۱۰۳۷۴ (۱۷۲) ۴۶۱۸۸ فیٹ

(۱۷۴) ۸۴۲۷۴۰۸ مکعب انچ (۱۷۵) ۵۷۱۴۱۶ م انچ

(۱۷۶) ۲۰۷۲۸۳۲ مکعب انچ (۱۷۹) ۶۱۷۷۷



نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۷	ضمیمہ اول " حصہ دوم	۰۵ر	۱ر
۸	انتخاب منتہی الحساب حصہ سوم	۰۲ر	۰ر
۹	ضمیمہ اول	۱ر	۰ر
۱۰	ایضاً دوم	۱ر	۰ر
۱۱	ایضاً سوم	۰۱ر	۰ر
	" چہارم	۰۱ر	۰ر
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۳ر	۰ر
۱۴	معراج الحساب حصہ دوم	۰۵ر	۱ر
۱۵	ایضاً حصہ سوم	۳ر	۰ر
۱۶	زبانی حساب	۰۱ر	۰ر
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ خورد	۱۲ر	۰۱ر
۲	شرح ایضاً	۸ر	۱ر
۲	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ کلان	عہ ۱۲ر	۳ر
۴	شرح	عہ	۰۱ر
۵	ہاٹن گلبرتھہ کا جبر مقابلہ	۸ر	۱ر
۶	رسالہ معادلات	عہ	۰۱ر
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈہنٹر کے اقلیدس مادہ مقالے مع شرح و نتائج	عہ	۰۱ر
۲	ٹوڈہنٹر اور اقلیدس مقالہ اول و دوم	۳ر	۰ر
۳	ایضاً سوم و چہارم	۳ر	۰ر
۴	شرح چار مقالہ اول اقلیدس پوٹ	۴ر	۰ر
۵	شرح چار مقالہ اول ٹوڈہنٹر	۴ر	۰ر
۶	ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم	۲ر	۰ر
۷	نتائج مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عہ	۱ر
۸	رسالہ براشہائے مخروطی	عہ	۲ر
۹	پوٹ اقلیدس مقالہ پنجم و ششم و یازدہم و دوازدہم مع شرح و سوالات	۱۲ر	۱ر

علم مساحت

۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر	۱۲ر	۱۰ر
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر دردو حصہ ہر حصہ قیمت ۲ر	۸ر	۱ر
۳	رسالہ مساحت خورد ٹوڈہنٹر برائے ہند	۶ر	۱ر
۴	شرح ایضاً	۴ر	۰ر
۵	مساحت جان ہنٹر	۰۴ر	۱ر
۶	رسالہ مساحت مورصاحب	۳ر	۰ر
۷	سوالات مساحت مع حل	۳ر	۰ر

علم مثلث

۱	رسالہ علم مثلث مستوی ٹوڈہنٹر	عہ ۸ر	۱ر
۲	ایضاً کردی	۱۲ر	۱ر
۳	رسالہ علم مثلث ہاٹن گلبرتھ	۱۲ر	۱ر
۴	رسالہ استعمال جداول علم مثلثی	۴ر	۰ر

متفرقات

۱	رسالہ علم ہندسہ بالجبر	عہ ۸ر	۱۰ر
۲	رسالہ علم حساب الجزئیات ٹوڈہنٹر	عہ ۸ر	۱۰ر
۳	رسالہ علم حساب الکلیات	عہ ۸ر	۱۰ر
۴	رسالہ علم السکون	عہ ۸ر	۱۰ر
۵	رسالہ چار عنصر علم کیمیا	۳ر	۱ر

تاریخ جغرافیہ

ان کتابوں پر کمیشن نہیں ملیگا اور بہتر ہوگا کہ علی گڈھ کے مدرسۃ العلوم مسلمانان کے سکرٹری صاحب کے طلب کیجائیں

۱	تاریخ ہند عہد نجود	۲ر	۱ر
۲	تاریخ ہند عہد انگلشیہ در چہار جلد	عہ ۸ر	۱۲ر
۳	جغرافیہ مبتدیون کے لئے	۸ر	۱ر
۴	تحریر اقلیدس مقالہ اول دوم ٹوڈہنٹر ٹائپ میں چھپا ہے	۸ر	۱ر

ہندی کتابیں

	چنبر درپن	۸ر	۱ر
	ٹوڈہنٹر کا مقالہ اول مع شرح و نتائج	۵ر	۱ر

ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

