THE BOOK WAS DRENCHED

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_191138

UNIVERSAL
LIBRARY

كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب *
ترجمه من الفرنساوية * الى اللغة
العربية * محمد افندى الشيمى
غفر الله ذنوبه وستر
فى الدارين
عيوبه
آمين

(فهرسة كتاب كشف النقاب عن علم الحساب)

صحيفة

خطبة الكتاب ٣
الباب الاول فى التعاريف الاولية والعدّ وعمليات الحساب الاربعة
الاصلية (وهى الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول ٤
الفصل الاول فى التعاريف الاولية ٤
الفصل الثانى فى العدّ ٤
بيان اسماء الاعداد والعدّ الهوائى اعنى اللفظى ٤
بيان وضع الاعداد بالارقام اعنى العدّ الغبارى او الوضعى ٧
الفصل الثالث فى قواعد الحساب الاصلية ٩
بيان الجمع ٩
ميزان الجمع ١٢
بيان الطرح ١٢
ميزان الطرح ١٦
بيان الضرب ١٧
ميزان الضرب ٢٥
بيان القسمة ٢٧
ميزان القسمة ٤٣
الباب الثانى فى الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومكرراتها والقاسم
الاعظم المشترك والاعداد الاولية والبحث عن قواسم اى عدد كان ٤٥
الفصل الاول فى خواص قواسم اى عدد ومكرراته ٤٥
الفصل الثانى فى بيان باقى قسمة اى عدد على قاسم من هذه القواسم
وهى ٢ و٣ و٥ و٩ و١١ وفى البحث عن معرفة كون العدد
يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة اولا يقبلها وفى الميزان
بعددى ٩ و ١١ ٤٨

صحيفة

الفصل الثالث فى الاعداد الاولية والقاسم الاعظم المشترك وخواص
القواسم الاولية والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص
تلك القواسم ٥٩
الباب الثالث فى الكسور الاعتيادية والكسور الاعشارية ٨٠
الفصل الاول فى الكسور الاعتيادية ٨٠
الفصل الثانى فى الكسور الاعشارية ٩١
امثلة الجمع ٩٤
امثلة الطرح ٩٤
تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية ٩٧
الباب الرابع فى الاعداد المميزة والاقيسة الجديدة والقديمة بفرانسا
وفيه فصلان ١١٤
الفصل الاول فى اسماء الاقيسة القديمة المصطلح عليها وفى عملياتها ١١٤
عمليات الاعداد المميزة ١١٨
طريقة الاجزاء المتداخلة ١٢٧
الفصل الثانى فى الاقيسة الجديدة ١٣٤
قيسة الخطوط اى الاطوال ١٣٤
اقيسة السطوح ١٣٥
اقيسة الحجم والسعة ١٣٦
الموازين ١٣٦
النقود والمعاملات ١٣٦
عدية الاقيسة الجديدة وعملياتها ١٣٧
امثلة الجمع ١٣٨
امثلة الطرح ١٣٩
المقابلة بين الآحاد المختلفة من الاقيسة القديمة والجديدة ١٤٠
اقيسة الخطوط اى الاطوال وفيه اربع صور ١٤٠

	صفحة
السطوح والحجوم والسعات	١٤٣
الموازين	١٤٤
نقود المعاملات	١٤٥
تحويل الاقيسة القديمة الى الاقيسة الجديدة وعكسه	١٤٦
الباب الخامس فى مسائل علم الحساب	١٥٧
قاعدة الشركة	١٦٥
بيان المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة والمركبة	١٦٨
مسائل تتعلق بالارباح البسيطة	١٦٩
قاعدة الخطيطة اى الفرط	١٧٣
مسائل تتعلق بالارباح المركبة	١٧٨
مسائل تتعلق بخلط الموانع	١٨٤
خلط المعادن	١٨٧
الباب السادس فى بيان المربعات وجذرها والمكعبات وجذرها والقوة وجذرها (وفيه ثلاثة فصول)	١٩٤
الفصل الاول فى بيان المربعات وجذرها	١٩٤
بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصحيحة	١٩٤
بيان تربيع الكسور الاعتيادية والاعداد الاعشارية واستخراج جذرهما	٢٠٢
الفصل الثانى فى بيان المكعبات وجذرها	٢٠٩
بيان جذر مكعب الاعداد الصحيحة	٢١٠
بيان تكعيب الكسور الاعتيادية والاعداد الاعشارية واستخراج جذرهما	٢١٨
الفصل الثالث فى بيان القوى وجذرها	٢٢٢
الباب السابع فى بيان النسبة والمتناسبة والمتواليات وفيه اربعة فصول	٢٢٦
الفصل الاول فى بيان النسبة العددية والهندسية	٢٢٦

صحيفة

الفصل الثانى فى بيان المناسبة العددية والهندسية ٢٢٦
بيان المناسبة العددية ٢٢٧
بيان المناسبة الهندسية ٢٣٠
الفصل الثالث فى تطبيق مبحث التناسبات على حل مسائل علم الحساب ٢٣٩
القاعدة الثلاثية البسيطة ٢٣٩
القاعدة الثلاثية المركبة ٢٤٢
قاعدة الشركة ٢٤٥
مسائل تتعلق بالفوائد البسيطة والمركبة ٢٤٦
مسائل تتعلق بالارباح البسيطة ٢٤٧
قاعدة الخطيطة ٢٤٩
مسائل تتعلق بالارباح المركبة ٢٥٠
الفصل الرابع فى الكلام على المتواليات ٢٥٣
بيان المتواليات العددية اى التفاضلية ٢٥٤
بيان المتواليات الهندسية اى القسمية ٢٥٦
الباب الثامن فى اللوغاريتم وفيه فصول ٢٦٣
الفصل الاول فى بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا بقيد طريقة مخصوصة ٢٦٣
الفصل الثانى فى بيان اللوغاريتمات على الطريقة التى يكون أساسها ١٠ ٢٦٧
الفصل الثالث فى بيان عمليات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة بالاعداد الموجبة والسالبة ٢٧١
الفصل الرابع فى بيان اللوغاريتمات السالبة ٢٧٦
الفصل الخامس فى بيان كيفية وضع جدول اللوغاريتمات واستعماله ٢٨٠
الفصل السادس فى المقدمات الحسابية ٣٠٢

	صحيفة
الفصل السابع في استعمال اللوغاريتمات لاجل اختصار العمليات المتعلقة بالارباح المركبة	٣٠٩
الباب التاسع في ذكر مسائل يقترن بها الطالب	٣١٦
حصص تناسبية	٣١٧
الارباح البسيطة	٣٢٣
الارباح المركبة	٣٢٤
مزج الموائع	٣٢٨
خلط المعادن	٣٣٥
مسائل مختلفة	٣٤٤
مسائل تحل بعدة اوجه	٣٥٩
رؤس مسائل يراد حلها	٣٦٢
تنبيهات	٣٦٦
الضرب	٣٦٦
التقسيم	٣٦٦
الاقيسة القديمة	٣٦٨
اقيسة السطح	٣٦٨
اقيسة الحجم أو الجسم	٣٦٩
أقيسة السعة المتعلقة بالموائع والحبوب	٣٧٠
الاقيسة الجديدة	٣٧١
اقيسة السطح	٣٧١
اقيسة الحجم او الجسم	٣٧٣
بيان النسب والعلاقات بين اقيسة السطح والحجم والسعة قديمة كانت او جديدة	٣٧٤
أقيسة السطح وفيها خمس مواد	٣٧٤

	صحيفة
أقيسة الحجم والسعة	٣٧٧
مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة	٣٨٠
تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع	٣٨٢
تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة فى العدية	٣٨٣
الطريقة الاثناعشرية	٣٨٣
امثلة الجمع	٣٨٧
امثلة الطرح	٣٨٧
امثلة الضرب	٣٨٧
مثال القسمة	٣٨٧
جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير الفرنساوية	٣٩٧
جداول تحويل المقاييس والمعايير القديمة الى المقاييس والمعايير الجديدة	٣٩٨
الجدول الاول فى تحويل اقيسة الطول القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس	٣٩٨
الجدول الثانى فى تحويل الاقيسة القديمة المربعة الى الاقيسة الجديدة وبالعكس	٣٩٩
الجدول الثالث فى تحويل الاقيسة المكعبة القديمة الى أقيسة جديدة وبالعكس	٤٠٠
الجدول الرابع فى تحويل أقيسة السعة القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس	٤٠١
الجدول الخامس فى تحويل الموازين القديمة الى موازين جديدة وبالعكس	٤٠١
الجدول السادس فى تحويل النقود القديمة الى نقود جديدة وبالعكس	٤٠٢

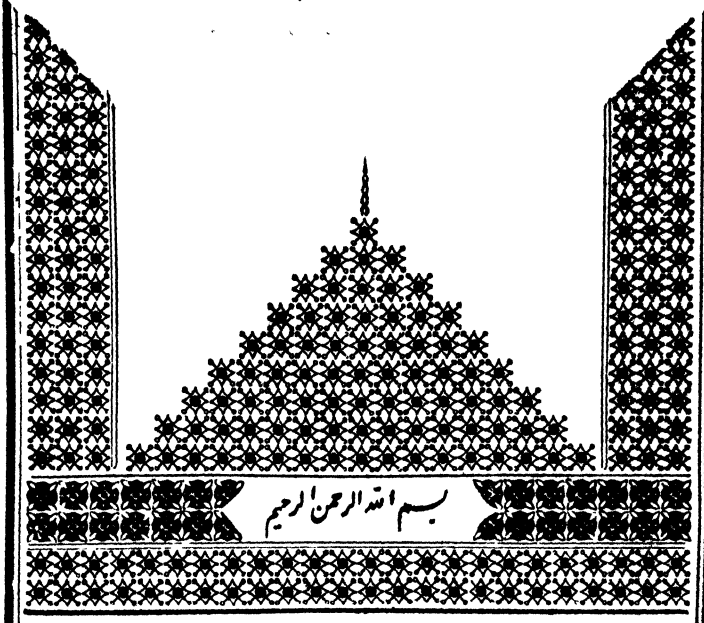
*

هذا كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب *
ترجمه من الفرنساوية * الى اللغة
العربية * محمد افندى الشيمى
غفر الله ذنوبه وستر
فى الدارين
عيوبه
آمين

وهذه هى الطبعة الثالثة بأمر سعادة مدير المدارس والاشغال حضرة على باشا مبارك وتنقيح معلم علم الاستاتيك والدينامبك والايدروليك بمدرسة المهندسخانة الخديوية حضرة على افندى عزت وتصحيح شيخ التصحيح بدار الطباعة ابراهيم عبد الغفار الدسوقى

طبع بالمطبعة الكبرى ببولاق سنة ١٢٨٨ هجرية على صاحبها أفضل الصلاة
وازكى التحية

*



حمد نعمائك التي تجل عن العد * وشكر آلائك التي لا تقف عند حد * خير ما افتتح به كل مقال * وآثارك الدالة على وحدتك * وآياتك الشاهدة باحديتك * اجلى برهان على تنزهك عن الكم في الذات والصفات والافعال * فسبحانك لا يقدر قدرك * ولا يحصى برك وخيرك * قسمت النوال على احسن منوال * ضربت علينا سرادقات الاكرام * وبسطت لنا مقام الانعام * بابراز سرك الجامع لكمال الصفات وصفات الكمال * أس آثارك الافخم * وقاسم عطاياك الاعظم * نبيك الكريم المفضال * الذي قام بارشاد العباد * ودمر عشيرات المخالفين بالالحاد * مبادر الاوامرك بالامتثال * فصل عليه افضل صلواتك * وسلم عليه ازكى تسليماتك * وألحق به في ذلك سائر الاصحاب والآل * ثم الدعاء بالتأييد والنصر * ودوام العز والفخر * لمن اكتسى بالعدل حلل المهابة والاجلال * عزيز مصرنا * وغزة جبهة عصرنا * من اضحى به دوح الامن وارف الظلال * محمد الاسم على الهمة * حليف الحزم ولي النعمة *

من شهدت بفخاره الملوك والاقيال * لازالت ديارنا بوجوده باسمة الثغر *
وبهمته راقية مراقى الفلاح مدى الدهر * ولا برح ملحوظا بعين العناية
والسعادة والاقبال * اما بعد فيقول المفتقر الى رحمة ربه الخالق * محمد بن شعيب
ابن عبد الرازق * احسن الله له الحال والمآل * هذا كتاب فى علم الحساب *
تحل به المعضلات الصعاب * نافع للمبتدين وغيرهم من فحول الرجال * ترجمته
من الفرنساويه * ونظمته فى سلك المؤلفات العربيه * ممتطيا صهوة العزم
فى هذا المجال * بامر من ديوان المدارس * التى هى فى ديارنا من اعظم المغارس *
حيث انتعشت بها المعارف بعد الاضمحلال * كيف لا وقد اينعت فيها ثمار
العلوم بعد الذبول * وبزغت فيها شمس المعارف بعد الافول * وأنتجت ضروبها
نتائج الفنون والاشكال * بانفاس حضرة مديرها * القائم بتنظيمها وتدبيرها *
من غردت بمدحه طيور المكارم فى الابكار والآصال * حضرة البيك المفخم *
سعادة ميرالوا ابراهيم ادهم * حميد الشيم جميل الخلال * لازالت شموس
المدارس بهمته ساطعه * وحمائم الفنون على اغصان دوحها ساجعه * داعية
بالبقاء لولى النعم وحضرات الانجال * وكان تعويلى فى حل مشكلاته *
واعتمادى فى فك معضلاته * على من حاز فضيلة السبق على الاقران والامثال *
حضرة العلامة رفاعة افندى * حفظه مولاه المعيد المبدئ * حتى انتهى
بانفاسه على احسن حال * وكان تحريرا صطلاحياته * وبيان رموز رياضياته *
بمعرفة حضرة محمد افندى بيومى لكونه فى هذا الفن بعيد المنال * فجاء
بحمد الله كتابا معتبرا فى بابه * عظيم النفع لطلابه * جريا بالظهور فى ايام
الخديوى العديمة المثال * وسميته كشف النقاب * عن علم الحساب * راجيا
من الله بلوغ الآمال * وقد حان الشروع فى التعريب * وسلوك طريق
التسهيل والتقريب * فأقول طالبا من الله الاعانة فى جميع الاحوال *
قال صاحب الاصل وهو البارون دينو

(الباب الاول)
فى التعاريف الاولية والعدّ وعمليات الحساب الاربعة الاصلية
(وهى الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول

(الفصل الاول)*
(فى التعاريف الاولية)

(١) الحساب فرع من العلوم الرياضية يبحث فيه عن معرفة اجراء العمليات المختلفة على الاعداد * والعدد هو الكمية المؤلفة من عدّة وحدات والوحدة كمية مصطلح عليها تؤخذ مقياسا لعدّة كميات أخرى متحدة الجنس * والكم كل ما يقبل الزيادة والنقصان

والعدد الصحيح ما ألف من عدّة وحدات متحدة المقدار وهو قسمان مبهم ومميز فالمبهم ما لم يذكر مميزه عند النطق به بأن لم يصرّح بجنس آحاده (كخمسة مثلا) والمميز ما ذكر مميزه عند النطق به بأن صرّح بجنس آحاده (كخمسة ارطال) مثلا

(الفصل الثانى)
(فى العدّ)

(٢) العدّ كيفية تأليف الاعداد والنطق بها ورسمها باشكال مخصوصة

(بيان اسماء الاعداد والعدّ الهوائى اعنى اللفظى)

(٣) اذا أريد تأليف الاعداد يبتدأ من الوحدة او من الواحد فاذا أضيف الى نفسه حدث عدد يسمى اثنين وباضافته الى هذا العدد الحادث يحدث عدد آخر يسمى ثلاثة وهكذا كلما أضيف الواحد الى عدد حدث من الاضافة عدّة اعداد تسمى اربعة وخمسة وستة وسبعة وثمانية وتسعة (وتسمى هذه الاعداد بالآحاد البسيطة الاصلية)

واذا اضيفت الواحد الى التسعة يحصل عدد آخر يسمى عشرة وباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل عدد جديد لا مانع من تسميته باسم يخصه

كالاعداد السابقة لكن لاجل اجتناب التطويل فى التسمية باختراع كلمات كثيرة اصطلحوا على أن يعتبروا العشرة نوعا جديدا من الآحاد فيعدّ بها كما يعدّ بالآحاد البسيطة فيبتدا من العشرة الى تسع عشرات

واذا اريد النطق بعشرتين وثلاث عشرات واربع عشرات وخمس عشرات وست عشرات وسبع عشرات وثمانى عشرات وتسع عشرات يقال عشرون ثلاثون اربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وتسمى هذه الاعداد بالعشرات)

وباضافة اسماء التسعة البسيطة الى كل اسم من اسماء العشرات وهى العشرة والعشرون الى التسعين تتألف اسماء اعداد أعلى من عشرة لاتزيد على اكثر من تسع عشرات وتسعة آحاد فيقال مثلا احد عشر اثنا عشر وهكذا الى تسعة عشر واحد وعشرون واثنان وعشرون الى تسعة وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

وحيث انه يتألف من اضافة الواحد الى تسعة آحاد عدد يسمى عشرة يسهل بالقياس على ذلك مع الالتفات الى الاصطلاح المتقدم تحصيل اسماء جميع الاعداد الصحيحة المتتابعة من عشرين الى تسعة وتسعين لانه لما كان عدد تسعة عشر مؤلفا من عشرة واحدة وتسعة آحاد كان يتحصل باضافة الواحد الى هذا العدد عدد جديد مؤلف من عشرتين اعنى عشرين ويتحصل ايضا باضافة الواحد الى تسعة وعشرين المؤلف من عشرتين وتسعة آحاد ثلاث عشرات أعنى ثلاثين وهلم جرّا

ولما كان عدد تسعة وتسعين مؤلفا من تسع عشرات وتسعة آحاد كان يتحصل باضافة الواحد اليه عدد جديد مؤلف من عشر عشرات يسمى مائة ويوجد انواع جديدة من الوحدة الاصلية فيعدّ من المائة الى تسع مائة وباضافة أعداد تسعة وتسعين الاول (اى من واحد الى تسعة وتسعين) الى مائة ومائتين وهكذا الى تسعمائة يتحصل اسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة وتسعة وتسعين

مثلا عدد تسعمائة وتسعة وتسعين يحتوى على سبع مآت وتسع عشرات وتسعة آحاد فاذا أضيف اليه الواحد تحصل عدد ثمانمائة المؤلف من ثمان مآت لان تسع عشرات زائدة تسعة آحاد زائدة واحدا يتالف منها عشر عشرات اى مائة

وباضافة الواحد الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين يتحصل عشر مآت لان عدد تسعة وتسعين زائدا واحدا يساوى عشر عشرات أى مائة وباجتماع عشر مآت يتحصل ايضا وحدة جديدة تسمى ألفا فيعد من الالف الى تسعة آلاف وباضافة اعداد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول (اى من الواحد الى تسعمائة وتسعة وتسعين) الى الف والفين وهكذا الى تسعة آلاف يتحصل عدد تسعة آلاف وتسعمائة وتسعة وتسعين وباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يتحصل عشرة آلاف لان تسعمائة وتسعة وتسعين زائدة واحدا يساوى عشر مآت اى الفا

وقد علم مما ذكرناه أنه باجتماع عشرة آحاد من اى مرتبة كانت يتحصل نوع جديد من الوحدة يسمى باسم مختصر وبالقياس على ذلك يتحصل من عشرة آحاد من الالف نوع جديد من الوحدة يسمى باسم يخصه لكن لقصد الاختصار فى التسمية اصطلحوا على اعتبار الالف واحدا جديدا اصليا فيعدّ بآحاد الالف وعشراته ومآته كما يعدّ بآحاد الاعداد البسيطة وعشراتها ومآتها ويتوصل بهذه الطريقة الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الفا وتسعمائة وتسعة وتسعين فباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يتحصل الف آحاد الف لان عدد تسعمائة وتسعة وتسعين زائدا واحدا يتحصل منه الف وعدد تسعمائة وتسعة وتسعين الفا زائدا الفا يتحصل منه الف الف وباجتماع الف آحاد الف يتحصل واحد جديد أصلى يسمى مليونا فيعدّ بآحاد المليون وعشراته ومآته من المليون الى الف مليون ومنها يتحصل واحد جديد يسمى بليونا ويتحصل من الف بليون واحد آخر يسمى ترليونا وهكذا

ومقتضى ماذكر فى طريقة العدّ الهوائى أن اسم اى عدد من هذه الاعداد

لا يتحقق الا باضافة عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول الى ألف او مليون او بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها داخلا على اكثر من تسعة آحاد وتسع عشرات وتسع مآت من كل نوع

ومن ثم سميت الوحدة الاصلية التي يتوصل بها الى تأليف جميع الاعداد بالوحدة البسيطة او وحدة المرتبة الاولى وسميت العشرات بآحاد المرتبة الثانية والمآت بآحاد المرتبة الثالثة والالوف بآحاد المرتبة الرابعة وعشرات الالوف بآحاد المرتبة الخامسة وهكذا

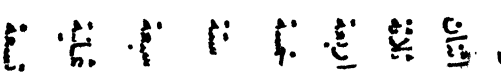
ثم ان الوحدات الاولية او وحدات المرتبة الاولى والالوف او وحدات المرتبة الرابعة والملايين او وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب الثلاثية لانها تتابع ثلاثة ثلاثة

(بيان وضع الاعداد بالارقام اعني العد الغباري او الوضعي)

(٤) حيث انهم سلكوا في طريقة العد الهوائي مسلك الايجاز باصطلاحهم على وضع كلمات قليلة دالة على جميع الاعداد ناسب أن يسلكوا هذا المسلك ايضا في وضع الاعداد بالطريقة الغبارية طلبا للسرعة في اجراء العمليات فوضعوا لها اشكالا تسمى بالارقام فكما أنهم استعملوا لاجل النطق بالاعداد الاصلية تسع كلمات مختصرة اخترعوا ايضا لاجل الدلالة عليها تسعة ارقام وحيث انه يحدث من اجتماع هذه الاسماء التسعة مع آحاد المراتب المختلفة اسماء جميع الاعداد اصطلحوا هنا على أن الارقام الموضوعة بجانب بعضها تدل بالنظر لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وهاك بيان الارقام التسعة المذكورة

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

وهي عبارة عن اعداد



فاذا أردت كتابة اي عدد من الاعداد فانك تضع الارقام الدالة على مقدار

آحاد كل مرتبة بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة او آحاد المرتبة الاولى فى الخانة الاولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات او آحاد المرتبة الثانية فى الخانة الثانية على يسار الخانة الاولى ورقم المائات او آحاد المرتبة الثالثة فى الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا

وبموجب هذا الاصطلاح تكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين هكذا ٩٥٦٧

فان كان ذلك العدد لا يحتوى على آحاد جميع المراتب التى تكون دون مرتبة احاده العليا فانك تضطر الى وضع ٠ و يعبر عن هذه النقطة بصفر وهو لا قيمة له فى نفسه وانما فائدة وضعه حفظ خانة ما لم يوضع من الارقام المعنوية التى هى

١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩

فعلى ذلك اذا أردت وضع عدد تسعمائة وسبعة المؤلف من تسع مائات وسبعة آحاد بدون عشرات فانك تضعه على هذه الكيفية ٩٠٧

(٥) وبالجملة متى أردت كتابة اى عدد هو الى لزم أن تضع الارقام الدالة على عدة المراتب التى يحتوى عليها العدد المذكور من مائات كل مرتبة ثلاثية وعشراتها وآحادها متتالية بعضها بجانب بعض (بالابتداء من الجهة اليسرى) وتضع اصفارا فى محل الآحاد والعشرات او المائات التى تكون معدومة من العدد المفروض

فعلى ذلك اذا أردت كتابة عدد تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة وضعته هكذا ٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(٦) لاجل قراءة اى عدد من الاعداد الغبارية يلزم أن تقسم ذلك العدد الى فصول كل فصل منها يحتوى على ثلاثة ارقام مبتدئا فى التقسيم من اليمين الى اليسار وقد يكون الفصل الاخير من الجهة اليسرى لا يحتوى الا على رقم او رقمين فقط ثم تبتدئ من اليسار بقراءة كل فصل على حدته وتذكر فى الآخر اسم آحاده

فعلى ذلك اذا أردت قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ نطقت به على هذا الوجه وهو تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آحاد

وهذه الطريقة التى ذكرناها فى العد تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة ارقام ولذا قيل ان اساسها عشرة

(٧) يوخذ من الاصطلاح الذى جرى عليه العمل فى العد الغبارى أنه اذا وضع على يمين اى عدد صفرا وصفران اوثلاثة اصفار الخ كبر ذلك العدد عما كان عليه عشر مرات اومائة مرة اوالف مرة الخ واما فى صورة العكس وهى ما اذا وضع عن يمينه صفر أوصفران اوثلاثة اصفار الخ فانه يصغر عما كان عليه عشر مرات اومائة مرة اوالف مرة الخ

مثلا اذا وضعت صفرين على يمين عدد ٢٤٨ صارا كبر مما كان عليه ١٠٠ مرة وذلك لانك ترى فى ٢٤٨٠٠ الناتج عن وضع الصفرين كل رقم من ارقام ٢ و ٤ و ٨ قد دل على آحادا كبر من الآحاد الاصلية مائة مرة

(الفصل الثالث)

(فى قواعد الحساب الاصلية)

(بيان الجمع)

(٨) الجمع ضم عدد الى غيره ليحصل عدد آخر يسمى بالحاصل

فاذا أردت أن تجمع ٣ و ٥ تقول ٥ و ١ يحصل ٦ و ٦ و ١ يحصل ٧ و ٧ و ١ يحصل ٨ فيكون ٨ الحاصل من اضافة ٣ الى ٥ هو مجموع عددى ٥ و ٣ وبهذه الطريقة يمكن تحصيل مجموع عدة اعداد ايا ما كانت بأن يضاف الى احدها على التوالى جميع الآحاد المؤلفة منها الاعداد الاخرى لكن حيث ان هذه العملية تطول اذا كانت الاعداد كبيرة لزم تحصيل المجموع الكلى بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بأن نجمع الاحاد والعشرات والمآت الخ المؤلفة منها جميع الاعداد

المطلوب جمعها كل منها على حدته وتضع لاجل ذلك الاعداد المفروضة على وجه بحيث تكون آحادها التي من منزلة واحدة موضوعة تحت بعضها على هيئة عمود رأسي

ولنمثل لذلك بمثالين الاول أن يكون المطلوب جمع عددي ٤٢ و ٣٦ فعوضا عن أن تضيف الواحد ٣٦ مرة الى ٤٢ تضع الاعداد هكذا

٤٢
٣٦

٧٨

ثم تقول ٢ آحاد + ٦ آحاد يحصل ٨ آحاد فتضعها تحت صف الآحاد ثم تقول ٤ عشرات + ٣ عشرات يحصل ٧ عشرات فتضعها تحت صف العشرات فعلى ذلك يكون ٧٨ هو مجموع العددين المطلوب

وفي كل جمع جزئي يستغنى عند اجراء العملية عن التصريح باسم جنس الاحاد التي يجري فيها العمل فلذا يقال ٢ و ٦ يحصل ٨ و ٤ و ٣ يحصل ٧

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحصيل مجموع اعداد ٨٤٧٩ و ٥٨ و ٧٩٣ و ١٥٤٠ فتضع الاعداد هكذا

٨٤٧٩
٠٠٥٨
٠٧٩٣
١٥٤٠

١٠٨٧٠

ثم تقول ٩ و ٨ يحصل ١٧ و ٣ يحصل ٢٠ فتضع صفرا في منزلة الآحاد وتحفظ ٢ عشرات لتضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم تقول معنا ٢ و ٧ يحصل ٩ و ٥ يحصل ١٤

و ٩ يحصل ٢٣ و ٤ يحصل ٢٧ وحيث ان ٢٧ تعادل ٧ عشرات + ٢ ماءات تضع ٧ فى منزلة العشرات وتحفظ ٢ ماءات تضيفها الى ماءات الاعداد المفروضة ثم تقول معنا ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٧ يحصل ١٣ و ٥ يحصل ١٨ وحيث ان ١٨ تعادل ٨ ماءات + ١ الوف تضع ٨ فى منزلة الماءات وتحفظ الواحد لتضيفه الى ما بعده ثم تقول معنا ١ و ٨ يحصل ٩ و ١ تكون الجملة ١٠ وحيث ان فى عشرة الآلاف المذكورة واحدا من عشرات الالوف تضع صفرا ليحل محل آحاد الالوف ثم تضع ١ فى منزلة عشرات الالوف فيكون ١٠٨٧٠ هو المجموع المطلوب

(٩) وبالجملة اذا أردت أن تجمع عدة اعداد فضعها تحت بعضها بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة موضوعة على هيئة عمود رأسى بمعنى أن الآحاد تكون تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا ثم ترسم خطا تحت الاعداد المذكورة ليفصلها من الحاصل الذى تضعه تحته ثم تبتدئ الجمع من عمود الآحاد فان لم يتجاوز مجموعها ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور وان جاوزها الا تضع تحته غير آحاده ثم تحفظ العشرات لتضيفها الى عمود العشرات وتجرى العملية على هذا العمود كما اجريتها على عمود الآحاد وتستمر على هذا المنوال حتى تصل الى العمود الاخير فتضع تحته جملته بتمامها

تنبيهان الاول يكفى فى تحصيل المجموعات الجزئية أن تضيف كل عدد ذى رقم واحد الى اى عدد كان

الثانى يبتدأ دائما فى الجمع من الجهة اليمنى لانه بهذه الطريقة يتحصل من جمع كل عمود رقم من المجموع المطلوب

ولا يتأتى ذلك دائما بالابتداء من الجهة اليسرى لانه فى صورة ما اذا تحصل من جمع احد الاعمدة اكثر من ٩ آحاد يلزم وضع الآحاد واضافة العشرات الزائدة الى الرقم الموضوع تحت العمود الذى قبله وهذا لا يتأتى الا اذا تغير الرقم المذكور

(الميزان)

(١٠) الميزان عملية يختبر بها صحيح العمليات من فاسدها ويكفي في ميزان عملية الجمع أن تعيد العمل على عكس عملية الجمع المعتادة وهاك مثالا يوضح ذلك وهو

٠٩٢٧
٠٠٤٣
٥٦١٨
٦٥٨٨

فاذا فرضنا انه تحصل ٦٥٨٨ من جمع تلك الاعمدة القائمة من أعلى الى اسفل وأردنا أن نختبر هذا الحاصل هل هو صحيح او فاسد فانا نعيد العملية على عكس العملية الاولى بأن نجمع كل عمود قائم من اسفل الى اعلى فنقول ٨ و ٣ يحصل ١١ و ٧ يحصل ١٨ فنضع ٨ ونحفظ ١ ونقول معنا ١ و ١ يحصل ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٢ يحصل ٨ فنضعها بقامها ثم نقول ٦ و ٩ يحصل ١٥ فنضع ٥ ونحفظ ١ ثم نقول ١ و ٥ يحصل ٦ فنضعها بقامها فنجد الحاصل من العملية الثانية عين الحاصل من العملية الاولى فلا يكون حينئذ في العملية غلط

وبالجملة فالغرض من الميزان تحقيق صحة حاصل الجمع بعملية مغايرة للعملية التي انتجت ذلك الحاصل ومع ذلك فقد يقع الغلط في العمليات الجديدة التي اعيدت لتحقيق العمليات الاولى وربما كان الغلط فيهما واحدا وليس الغرض من ميزان العملية الا ازالة الشك

(بيان الطرح)

(١١) الغرض من الطرح استخراج عدد من عددين علم مجموعهما واحدهما ويسمى العدد المطلوب استخراجه باقيا او فرقا او فاضلا

ثم ان استخراج الباقي له طريقتان احداهما أن تطرح من العدد الاكبر جميع احاد الاصغر على التوالي والثانية أن تبحث عن العدد الذي اذا أضيف الى العدد

الاصغر يحصل من مجموعهما العدد الاكبر

مثلا اذا أردت استخراج الباقى من عددى ٥ و ٣ فاطرح ٣ احاد من خمسة بأن تقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ حينئذ هو باقى الطرح المطلوب

ولك أن تستخرجه بهذه الطريقة فتقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ٤ و ١ يحصل ٥ فلزم حينئذ اضافة ٢ احادا الى ٣ حتى يحصل ٥ فاذن يكون ٢ هو الباقى المطلوب

ولما كانت هاتان الطريقتان تؤديان الى التطويل فى العمل اذا كان المطروح كبيرا وكان الباقى المطلوب استخراجه كثيرا ناسب اختصار العملية بطرح الآحاد المتحدة المنزلة من بعضها على التدريج وذلك بأن تضع العدد الاصغر تحت الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متقابلة (بمعنى أن الآحاد تكون تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا الخ)

مثلا اذا كان المطلوب طرح ٤٢ من ٧٨ فانك تضع الارقام هكذا

٧٨

٤٢

٣٦

ثم تقول ٢ آحاد مطروحة من ٨ احاد يبقى ٦ آحاد فتضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم تقول ٤ عشرات مطروحة من ٧ عشرات يبقى ٣ عشرات فتضع ٣ تحت عمود العشرات فاذن يكون الباقى المطلوب ٣٦

فاذا كان بعض ارقام المطروح اكبر من الارقام المقابلة له من المطروح منه فانه يمكن بواسطة الاستعارة أن تطرح طرحا جزئية اذا أردت

ولنفرض مثلا ان المطلوب طرح ٢٩ من ٦٧

فحيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ فاستعر واحدا من عدد ٦ الذى

هو عشرات ٦٧ فيتحال حينئذ هذا العدد الى ٥ عشرات و ١٧ آحادا فتؤول المسئلة حينئذ الى قولنا اطرح من

١٧	آحادا	ومن ٥	عشرات
٩	آحادا	و ٢	عشرات

فتقول فى طرح الآحاد المتحده المنزلة من بعضها ٩ آحاد مطروحة من ١٧ آحادا يبقى ٨ آحاد و ٢ عشرات من ٥ عشرات يبقى ٣ عشرات فاذن يكون الباقى المطلوب ٨ آحاد + ٣ عشرات اى ٣٨ وعند العمل تضع العددين هكذا

المطروح منه ٦٧

المطروح ٢٩

الباقى ٣٨

ثم تقول حيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ يستعار ١ عشرات من ٦ ويطرح حينئذ ٩ من ١٧ فيكون الباقى ٨ فتوضع تحت عمود الآحاد وبتنقيص ١ عشرات من ٦ لا يبقى الا طرح ٢ من ٥ فيبقى ٣ فتوضع تحت عمود العشرات فاذن يكون ٣٨ هو الباقى المطلوب

وهنالك حالة تصعب فيها العملية وهى ما اذا كان الرقم المستعار منه صفرا ولنفرض مثلا أن المطلوب طرح ٤٦٧ من ٨٠٠٥

فنقول حيث لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمت الاستعارة حتى يمكن الطرح لكن لا يمكن الاخذ الا من الرقم المعنوى (وهو رقم ٨ الذى فى منزلة آحاد الالوف) فيستعار منه حينئذ ١ وهو من آحاد الالوف وحيث انه يعادل ١٠ مآت يترك منها ٩ فى منزلة المآت وحيث ان المائة الباقية تعادل ١٠ عشرات يترك منها ٩ فى منزلة العشرات وتضم العشرة الباقية الى ٥ آحاد وبذلك يتحصل ١٥ آحادا فعلى ذلك تكون الالف المستعارة محللة الى ٩ مآت و ٩ عشرات و ١٠ احاد

وباستعارتها

وباستعارتها ينقص ١ من رقم ٨ المستعار منه ويحل رقم ٩ محل كل من الصفرين المتقدمين عليه وتضاف ١٠ الى الاحاد وبما ذكرناه يتوصل الى اجراء العملية فى هذا المثال وهاك صورتها

٨٠٠٥

٠٤٦٧

٧٥٣٨

فيتحصل الباقى وهو ٧٥٣٨ بطرح ٧ احاد من ١٥ احادا و ٦ عشرات من ٩ عشرات و ٤ مآت من ٩ مآت وبتنقيص الالف المستعارة من رقم ٨

وحيث ان الطروح الجزئية دائما لا تكون الا فى الآحاد المتحدة المنزلة اغنى ذلك عن ذكر جنس تلك الآحاد فيقال فى تحصيل ارقام باقى الطرح فى هذا المثال

٧ من ١٥ يبقى ٨ و ٦ من ٩ يبقى ٣ و ٤ من ٩ يبقى ٥

وباستعارة ١ من رقم ٨ يبقى ٧

(١٢) متى أردت طرح اى عدد من آخر تضع الاصغر منهما تحت الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متقابلة (بمعنى أن الآحاد توضع تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) وترسم تحتهما خطا ليفصلهما من الباقى ثم تطرح كل رقم من الارقام السفلى من الرقم الذى يقابله من الارقام العليا مبتدئا من الجهة اليمنى ثم تضع كل باقى جزئى تحت العمود الذى اتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما تحت العمود وان تجاوزه استعرت واحدا من احاد اول رقم معنوى من الجهة اليسرى وأضفته محسوبا بعشره الى الرقم الذى تريد الطرح منه وبذلك ينقص العدد المستعار منه واحدا فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المذكور والرقم المستعار منه اعتبرت محل كل صفر تسعة حتى تنتهى الى العمود الاخير فعند ذلك تضع تحته الباقى المتحصل منه وبهذا تتم العملية

تنبيهان * الاول يكفي في اجراء جميع الطروح الجزئية ان تعرف طرح اي عدد ذي رقم واحد من آخر لا يتجاوز ١٨

الثاني يبتدأ دائما في الطرح من الجهة اليمنى لانه بهذه الكيفية يتحصل من كل طرح جزئي رقم واحد من الباقي المطلوب

ولا يتاتى ذلك في الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد في المطروح ارقام اكبر من الارقام المقابلة لها في المطروح منه لم يتات الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغيرت بعض ارقام الباقي المتحصل وذلك لكون العملية اجريت على الارقام المتقدمة

(الميزان)

(١٣) يكفي في ميزان عملية الطرح أن تضم الباقي الى اصغر العددين المفروضين فان كان الحاصل مساويا للاكبر كانت العملية صحيحة والا فلا

(١٤) اذا زاد المطروح منه او نقص بمقدار ما فان الباقي يزيد او ينقص بقدر ذلك المقدار ويقال عكس ذلك في المطروح فاذا زاد او نقص بمقدار ما نقص الباقي أو زاد بقدر ذلك المقدار وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ كان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ اي ٨

وينتج من ذلك أن الفرق بين اي عددين لا يتغير اذا زاد او نقص كل منهما بمقدار واحد لانه لما كان الفرق بين اي عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور دائما على حالة واحدة سواء زاد العددان او نقصا بمقدار واحد فيكون حينئذ الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ ويكون ايضا الفرق بين ١٥ و ٨ هو عين الفرق بين ١٥ — ٦ و ٨ — ٦

(١٥) يتوصل بالقاعدة المذكورة الى طريقة اخرى في اجراء عملية الطرح وهي أنه عوضا عن أن يؤخذ من الرقم الاعلى الواحد الذي استعير منه ليطرح الرقم الاسفل المقابل للمستعار له يطرح الرقم الاسفل المقابل له بزيادة الواحد المستعار

فى الطرح الجزئى المتقدم على الرقم المطروح فما آل الطريقتين واحد فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المعنوى المستعار منه والرقم الاعلى الذى أضيفت اليه العشرة فانك عوضا عن أن تجعل محل هذه الاصفار تسعات ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها تجعل كل صفر منها ١٠ ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد عليها ونتيجة هذه الطريقة كنتيجة الطريقة السابقة ولتمثل لتلك القاعدة الجديدة بمثالى نمرة ١١ السابقين فنجعل الوضع على هذه الصورة

المطروح منه	٦٧	المطروح منه	٨٠٠٥
المطروح	٢٩	المطروح	٤٦٧
الباقى	٣٨	الباقى	٧٥٣٨

ونقول فى طرح المثال الاول ٩ مطروحة من ٧ + ١٠ أو من ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ او ٣ مطروحة من ٦ يبقى ٣

ونقول فى طرح المثال الثانى ٧ مطروحة من ١٥ يبقى ٨ و ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ١ من ٨ يبقى ٧

(بيان الضرب)

(١٦) الضرب هو تكرير عدد يسمى مضروبا عدة مرات بقدر ما يوجد من الآحاد فى عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصلا ويسمى المضروب والمضروب فيه عاملى الحاصل

فاذا أردت استخراج الحاصل بمقتضى هذا التعريف وضعت المضروب عدة مرات بقدر الآحاد الموجودة فى المضروب فيه ثم تجرى على ذلك عملية الجمع فيكون المجموع هو الحاصل المطلوب فحينئذ يكون حاصل ضرب ٢ فى ٣ هو ٢ + ٢ + ٢ اى ٦

وبهذه الكيفية تستخرج جميع الحواصل الناتجة من ضرب عددين فى بعضهما كل منهما ذو رقم واحد وهى مبينة فى جدول فيثاغورس وهذه صورته

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥
٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

فاما السطر الاول فيحتوى على الاعداد التسعة البسيطة والثانى يحتوى على حواصل ضرب هذه الاعداد فى ٢ ويتالف باضافة كل من هذه الاعداد الى نفسه والثالث يحتوى على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة فى ٣ ويتألف باضافة اعداد السطر الثانى الى اعداد السطر الاول والرابع على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة فى ٤ ويتألف باضافة اعداد السطر الثالث الى الاول وهلم جرّا

وبموجب تاليف هذا الجدول ترى أن حاصل ضرب عددين كل منهما ذو رقم واحد يكون فى الخانة التى يتلاقى فيها السطر الافقى المبدوء باحد العاملين المذكورين مع السطر القائم المبدوء بالعامل الآخر فحينئذ يكون عدد ٤٨ الحاصل من ضرب ٦ فى ٨ موجودا فى ملتقى السطرين المبدوء أحدهما برقم ٦ والآخر برقم ٨

ولنذكر هنا قاعدة يعرف بها استخراج حاصل ضرب أى عددين صحيحين من الحواصل الناتجة من ضرب الاعداد ذات الرقم الواحد فى بعضها مثنى

بحيث

بحيث يمكن اجراء جميع الضروب بواسطة جدول فيثاغورس فنقول

(١٧) يكفي في ضرب أي عدد في حاصل ضرب عدة عوامل أن تضربه على التوالي في العوامل المذكورة ومعناه أن ضرب اي عدد في حاصل ضرب عدة عوامل يؤل الى ضرب ذلك العدد في العامل الاول ثم الحاصل في العامل الثاني وهلم جرّا * وهكذا تجرى العملية حتى يتم ضرب جميع العوامل

مثلا اذا ضربت ٤ في عدد ٦ الذي هو حاصل ضرب عاملي ٢ و ٣ وجدت حاصل ضرب ٤ في ٦ عبارة عن مجموع ٦ اعداد كل عدد منها يساوي ٤ (اي هو عبارة عن عدد ٤ مكرّرا ٦ مرّات)

وحيث ان ٦ يساوي ٣ في ٢ يكون المجموع مؤلفا من ٣ مجموعات جزئية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرّتين اعني ٢ في ٤ مكرّرة ٣ مرّات فاذن يتالف حاصل ضرب ٤ في ٣ في ٢ من ضرب ٤ في ٢ فيتحصل ٨ ثم ضرب ٨ في ٣ فيكون ٢٤ الناتج هو حاصل ضرب ٤ في ٣ في ٢

(تنبيه) قد استبان من هذه القاعدة ان حاصل ضرب عدة اعداد يحتوي دائما على جميع عواملها

(١٨) قد تبين أن هذه القاعدة التي سبق ذكرها في (١٧) يتوصل بها الى استخراج حاصل ضرب عددين حيثما اتفق بأن تضرب رقما في آخر على التوالي

مثلا اذا كان المطلوب استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤ وضعت صورة العملية على هذا المنوال

٥٦٧	مضروب
٨٣٤	مضروب فيه
٢٢٦٨	اول حاصل جزئى ناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٤
١٧٠١٠	ثانى حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٣٠
٤٥٣٦٠٠	ثالث حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٨٠٠
٤٧٢٨٧٨	مجموع الحواصل الجزئية أو الحاصل الكلى الناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

ثم تلاحظ انه يكفى فى استخراج حاصل الضرب المطلوب تكرير المضروب ٨٣٤ مرة او ٨٠٠ مرة + ٣٠ مرة + ٤ مرات وهو عبارة عن ضرب ٥٦٧ على التوالى فى أجزاء المضروب فيه وهى ٨٠٠ و ٣٠ و ٤

ولنذكر لك هنا كيفية استخراج هذه الحواصل الجزئية لكن حيث انه يتألف من مجموعها الحاصل الكلى لزم وضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المنزلة متقابلة (بمعنى أن الآحاد تكون موضوعة تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) (وتشتمل الكيفية المذكورة على ثلاث صور)

الصورة الاولى لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٤ يلزم تكرير ٥٦٧ أربع مرات فيكون مجموعها وهو ٢٢٦٨ هو الحاصل المطلوب لكن حيث ان هذا الجمع عبارة عن تكرير كل من آحاد المضروب وعشراته ومآته وهى ٧ و ٦ و ٥ أربع مرات استغنى عن تكرير ٥٦٧ اربع مرات ويقال ٤ فى ٧ يحصل ٢٨ فتوضع ٨ تحت سطر الآحاد ثم تحفظ ٢ عشرات ويقال ٤ فى ٦ عشرات يحصل ٢٤ عشرات و ٢ محفوظة يحصل ٢٦ عشرات او ٢ مآت و ٦ عشرات فتوضع ٦ عشرات تحت سطر العشرات ثم تضم ٢ مآت محفوظة الى حاصل ٤ فى ٥ مآت فيحصل ٢٢ مآت او ٢ الوفا و ٢ مآت فتوضع ٢ مآت تحت سطر المآت و ٢ تحت

سطر الالوف فيكون ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٤

وان شئت الاختصار فى ذلك قلت ٤ فى ٧ يحصل ٢٨ فتضع ٨ وتحفظ ٢ وتقول ٤ فى ٦ يحصل ٢٤ و ٢ محفوظة يحصل ٢٦ فتضع ٦ وتحفظ ٢ وتقول ٤ فى ٥ يحصل ٢٠ و ٢ محفوظة يحصل ٢٢ فتضع ربقى هذا العدد بجانب بعضهما

ويجرى مثل ذلك فيما اذا أريد ضرب اى عدد فى آخر ذى رقم واحد فيكفى ضرب آحاد المضروب وعشراته وما آنه الخ على التوالى فى المضروب فيه بأن يضاف على التدريج الى كل حاصل جزئى (معتبرا حادا بسيطة) ماحفظ من العشرات المتحصلة من الحاصل المتقدم ان كان والا فلا

الصورة الثانية لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٣٠ يلزم تكرير عدد ٥٦٧ عدة مرات بقدر ما فى عدد ٣٠ من الآحاد فيكون مجموع هذه المرات هو حاصل الضرب لكن حيث ان عدد ٣٠ يساوى ١٠ فى ٣ ينتج من الطريقة السابقة فى نمرة ١٧ أنه يكفى فى استخراج الحاصل المطلوب أن نضرب اولا ٥٦٧ فى ٣ فيكون الحاصل بمقتضى الصورة الاولى ١٧٠١ ثم نضرب ١٧٠١ فى ١٠ فيكون الحاصل بمقتضى (نمرة ١٧) ١٧٠١٠ فعلى ذلك يكون ون استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٣٠ بضرب ٥٦٧ فى ٣ ثم وضع صفر على يمين حاصل هذا الضرب وهو ١٧٠١ وبذلك يكون أول رقم من عدد ١٧٠١ من الجهة اليمنى موضوعا فى منزلة العشرات

وبمثل هذه الطريقة يجرى العمل فى ضرب أى عدد فى رقم مسبوق بعدة اصفار فيكفى فى ذلك أن نضرب هذا العدد فى الارقام التى على يساره بقطع النظر عن الاصفار السابقة عليها ثم نضع تلك الاصفار المحذوفة من المضروب فيه على يمين الحاصل فينتج حينئذ حاصل الضرب المطلوب

الصورة الثالثة لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٠٠ يكفى أن نضرب أولا ٥٦٧ فى ٨ ثم نضع صفرين على يمين حاصل هذا

الضرب وهو ٤٥٣٦ وبذلك يكون أول رقم من هذا الحاصل أعنى ٤٥٣٦ موضوعا فى منزلة المآت

وبالجملة فيتألف من مجموع الثلاثة حواصل الجزئية وهى ٢٢٦٨ و ١٧٠١٠ و ٤٥٣٦٠٠ الحاصل الكلى وهو ٤٧٣٨٧٨ وذلك بضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

(تنبيه) يظهر أن اجراء العملية فى ذلك على وجه سهل هو عبارة عن ضرب ارقام المضروب وهو ٥٦٧ على التوالى فى كل من ارقام المضروب فيه المعنوية وهى ٤ و ٣ و ٨ التى هى اجزاء المضروب فيه أعنى ٨٣٤ ووضع الحواصل الجزئية وهى ٢٢٦٨ و ١٧٠١ و ٤٥٣٦ بحيث اذا جمعت يكون كل رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروبا فيه ولذلك توضع اصفارا على يمين كل حاصل جزئى أو يوضع كل حاصل جزئى على وجه بحيث يكون اول رقم من ارقامه من الجهة اليمنى موضوعا تحت الرقم المستعمل مضروبا فيه

(١٩) اذا أردت ضرب أى عدد فى آخر فضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحتهما خطا ليفصلهما من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالى فى كل من ارقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث اذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروبا فيه ثم ارسم تحتها خطا ليفصلها من مجموعها وهو الحاصل الكلى

(تنبيه) يبتدأ فى استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب فى جميع ارقام المضروب فيه المختلفة بالضرب من يمين المضروب فيه لان الضرب ليس الا جمعا مختصرا

وليس ذلك بلازم بل الضرب من كلتا الجهتين واحد غير أن العادة انما جرت بالضرب من الجهة اليمنى

ثم ان الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب أى عدد صحيح فى عدد ٢ أو ٣ أو ٤ الخ تسمى مضاعفات العدد المذكور فعلى ذلك تكون مضاعفات ٧ هى ٢ فى ٧ أى ١٤ و ٣ فى ٧ أى ٢١ و ٤ فى ٧ اى ٢٨ وهكذا

(٢٠) لاجل بيان حاصل ضرب عدة اعداد فى بعضها يضرب العدد الاول فى الثانى ثم حاصل ضربهما فى الثالث وهكذا على التوالى حتى تنتهى جميع العوامل فيكون آخر هذه الحواصل هو الحاصل المطلوب

(تنبيه) اذا كان عاملا الحاصل منتهيين باصفار من الجهة اليمنى فان العملية تختصر بأن يحصل الضرب بدون التفات الى هذه الاصفار وبعد تمام العملية توضع الاصفار المحذوفة على يمين الحاصل الكلى

مثلا اذا أردت استخراج حاصل ضرب ٥٤٠٠ فى ٢٠٠٠٠ فاضرب ٥٤ فى ٢ ثم ضع الاصفار الستة المتروكة على يمين النتيجة التى هى ١٠٨ فينتالف من ذلك الحاصل الكلى المطلوب وهو ١٠٨٠٠٠٠٠

(٢١) لا يتغير حاصل ضرب عدة اعداد صحيحة ولو تغيرت مواضعها

ولنبرهن اولا على أن هذه الخاصية تجرى فى عاملين كعاملى ٣ و ٤ مثلا فنلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التى يتألف منها حاصل ضرب ٣ فى ٤ برسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث تكون على هذا الوضع

١ ١ ١
١ ١ ١
١ ١ ١
١ ١ ١

لكن اذا عددت آحاد الاسطر القائمة رأيت هذا الجدول مؤلفا من ٣ أسطر قائمة كل منها محتو على أربعة آحاد أعنى على ٣ فى ٤ آحاد أو على حاصل ضرب ٤ فى ٣

فحينئذ يكون حاصل ضرب ٣ فى ٤ مساويا لحاصل ضرب ٤ فى ٣ وبذلك تثبت الخاصية المذكورة (كما فى الصورة الاولى)

وثانيا على أن تلك الخاصية تجرى فى ثلاثة عوامل فنلاحظ أن حاصل ضرب ثلاثة اعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين او الاخيرين وقد ثبت آنفا أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد سبق فى الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣ × ٤ يساوى ٤ × ٣ فاذا ضربنا كلا من هذين الحاصلين فى ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب

٣ × ٤ × ٥ مساوية بالضرورة لنتيجة ٤ × ٣ × ٥

فلم يبق علينا حينئذ الا أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع العاملين الاخيرين فنقول

لاجل الاستدلال على أن حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ يساوى حاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ نضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلف من أربعة اعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث ان كل سطر أفقى من هذا الجدول يحتوى على ٤ × ٣ آحاد أو ٣ × ٤ آحاد فان الاسطر الخمسة الافقية المتالف منها هذا الجدول تحتوى على ٥ فى ٣ × ٤ آحاد أو ٣ × ٤ × ٥ آحاد

فاذن يمكن أن نعتبر ان هذا الجدول مؤلف من أربعة أسطر قائمة كل منها محتو على ٥ × ٣ آحاد بمعنى أنه مؤلف من ٣ × ٥ آحاد مكررة ٤ مرات أو من ٣ × ٥ × ٤ آحاد

فيكون حينئذ حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ مساويا لحاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ فلم يتغير اذن حاصل الضرب بتغير موضع المضروبين الاخيرين

ثالثا يكفي في البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجري في عدد تام من المضاريب أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع مضروبين متواليين ايا ما كانا

مثاله حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ × ٨ × ٩ × ٧

وليكن المضروبان المتواليان في هذا المثال هما ٣ و ٥ فلاجل البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ أن حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ يكون استخراجه قبل ضربه في مضاريب ٨ و ٩ و ٧ فعلى هذا يكفي أن نبرهن على أن حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ = ٢ × ٦ × ٤ × ٥ × ٣

وحيث انه يلزم استخراج ٤٨ الذي هو حاصل ضرب مضاريب ٢ و ٦ و ٤ قبل ضربه في مضروبي ٣ و ٥ يؤول الامر الى البرهنة على أن ٤٨ × ٣ × ٥ = ٤٨ × ٥ × ٣ وقد ثبت في الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع المضروبين الاخيرين في صورة ما اذا كان هناك ثلاثة مضاريب

فينتج مما تقدم أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أي مضروب من المضاريب بأن ننقله بالتدريج من محل الى محل آخر من الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى وبذلك يثبت المطلوب

(ميزان الضرب)

(٢٢) يكفي في اختبار صحة الضرب عدم تغير الحاصل بتغير مواضع المضاريب بل يكون حاصل الضرب بعد التغيير هو عين حاصل الضرب قبله

(٢٣) اذا كانت مضاريب الحاصل كلها متساوية بأن ضرب أي عدد مفروض في نفسه عدة مرات سمي حاصل الضرب قوة لذلك العدد المفروض واذا تعددت

القوى لعدد واحد قيل فى تمييزها القوة الثانية أو القوة الثالثة أو الرابعة وهكذا على حسب عدد المضاريب المتساوية من كونها ٢ او ٣ او ٤ الخ اذا تقرر ذلك علمت أن ٨ مثلا هى القوة الثالثة لعدد ٢ وان شئت قلت هى مكعب ذلك العدد وذلك لانها عبارة عن حاصل ضرب ثلاثة مضاريب كل منها يساوى ٢

ولاجل الدلالة على قوة اى عدد مفروض يوضع فوقه من الجهة اليمنى عدد يدل على عدد المرات التى يتكرر بقدرها المضروب فعلى هذا اذا وضعت ٣ على ٢ هكذا 2^3 دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ ويسمى رقم ٣ أس عدد ٢

(تنبيه) كل عدد لا اس له فأسه الواحد فعلى هذا 2^1 يساوى ٢

(٢٤) حاصل ضرب أى عدد مفروض له عدة قوى يساوى ذلك العدد مشارا اليه بأس يكون مساويا لمجموع أسس ذلك العدد المفروض الموجودة فى جميع المضاريب وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب يحتوى على جميع مضاريب الاعداد التى تضرب فى بعضها كما تقدم فى تنبيه ثمرة (١٧)

فعلى ذلك يكون حاصل ضرب 4^2 فى 3^2 مساويا 7^2 لان هذا الحاصل يحتوى على ٢ أربع مرات وهى عين المضروب الذى هو 4^2 ويحتوى أيضا على ٢ ثلاث مرات وهى عين المضروب فيه الذى هو 3^2 فيتألف من ذلك حاصل ضرب ٤ + ٣ او ٧ مضاريب كل يساوى ٢ فاذا ضربنا 4^2 او ١٦ فى 3^2 او ٨ كان الحاصل وهو ١٢٨ مساويا 7^2

تنبيهان * الاول اذا كان بعض مضاريب الحاصل متحدا وكان له قوى فانه يكفى وضع احد تلك المضاريب المتحدة فى الحاصل مرة واحدة بأس يكون مساويا لمجموع أسس المضاريب المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب 5×3^2 فى $8^2 \times 6^2$ مساويا $11^1 \times 7^5$ وذلك لانه يؤخذ من قواعد ثمرة ١٧ و ٢١ و ٢٤ أن هذا

الحاصل

الحاصل يساوى $\frac{3}{2} \times 5 \times \frac{8}{2} \times \frac{6}{5}$ كما تقدم فى ثمرة (١٧) أو يساوى $\frac{3}{2} \times \frac{8}{2} \times 5 \times \frac{6}{5}$ كما سبق فى ثمرة (٢١) أو يساوى $\frac{3}{2} \times \frac{8}{2}$ ثم فى $5 \times \frac{6}{5}$ كما فى ثمرة (١٧) أو يساوى حاصل ضرب $\frac{11}{2}$ فى $\frac{7}{5}$ كما فى ثمرة (٢٤)

التنبيه الثانى * اذا كان المطلوب رفع أى حاصل الى قوة كفى فى ذلك رفع كل من مضاريب هذا الحاصل الى تلك القوة

مثلا حيث ان القوة الثالثة من حاصل 2×5 المبينة بهذا الوضع $^{2}(2 \times 5)$ مؤلفة من ثلاثة مضاريب كل يساوى 2×5 يلزم أن تكون محتوية على ٣ مضاريب كل يساوى ٢ وعلى ٣ مضاريب كل يساوى ٥ (لانه يمكن تغيير مواضع المضاريب من غير أن يتغير الحاصل) فحينئذ تكون $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5}$ هى القوة المطلوبة

وذلك لان

$$2 \times 5 = 10 \text{ و } ^{2}(2 \times 5) = ^{3}10 = 1000$$

أو $\frac{3}{2} = 8$ و $\frac{3}{5} = 125$ و $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = 8 \times 125 = 1000$

(بيان القسمة)

---

(٢٥) القسمة عبارة عن حاصل ضرب مضروبين معلوم هو وأحد مضروبيه والمضروب الآخر مجهول يطلب استخراجه ويسمى الحاصل مقسوما والمضروب المعلوم مقسوما عليه والنتيجة خارج القسمة

وحيث ان استخراج المقسوم انما هو بضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة يمكن تحصيل خارج القسمة المذكور بواسطة الطروح المتوالية بأن نبحث عن عدد المرات التى يحتوى بقدرها المقسوم على المقسوم عليه لكن لما كانت هذه العملية قد تطول بكثرة الطروح اذا كان المقسوم محتويا على المقسوم عليه عدة مرات ناسب أن نذكر طريقة مختصرة فى بيان اجراء العمليه بواسطة القسمة ولنمثل لذلك بمثالين فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب قسمة ٤٥٣٦ على ٨

فيقال حيث ان المقسوم يساوى مجموع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد المعبر عنها بجميع ارقام خارج القسمة على اختلافها فان أمكن استخراج هذه الحواصل الجزئية المختلفة من المقسوم فان قسمتها على المقسوم عليه تكفى فى تحصيل ارقام خارج القسمة وبهذه الطريقة تكون المسئلة عبارة عن عدة قسمات متوالية سهلة العمل والاجراء ينتج منها جميع ارقام خارج القسمة على التوالى

واذا أردت معرفة اجزاء المقسوم التى تحتوى على هذه الحواصل الجزئية فضع العملية هكذا

المقسوم	٤٥٣٦	٨ المقسوم عليه
	٤٠	٥ مئات
الباقى الاول	٥٣٦	٦ عشرات ← خوارج القسمة الجزئية
	٤٨	٧ آحاد
الباقى الثانى	٥٦	٥٦٧ خارج القسمة الكلى
	٥٦	
الباقى الثالث	٠٠	

ثم ابحث أولا عن جنس الآحاد العليا من خارج القسمة فتعين من المقسوم الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ويلزم أن يكون المقسوم محتويا على هذا الحاصل المؤلف من عدة آحاد منزلتها من جنس منزلة آحاد الرقم المطلوب ولا يمكن أن يكون الحاصل المذكور أصغر من المقسوم عليه الذى هو ٨ فلاجل أن تحصل من المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى فى المقسوم عليه وهو ٨ تاخذ ارقاما كافية من يسار ٤٥٣٦ ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه ولو مرة واحدة وذلك متحقق فى عدد ٤٥ الذى هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث ان

هذا

هـذا العدد يدل على ما آت المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ تكون الآحاد العليا من خارج القسمة من منزلة المآت

ويتحقق ذلك بطريقة سهلة بأن تضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى خارج القسمة المطلوب فيتحصل المقسوم وهو ٤٥٣٦ وحيث ان هـذا المقسوم محصور بين ٨٠٠ و ٨٠٠٠ اعنى بين ٨ × ١٠٠ و ٨ × ١٠٠٠ يكون أيضا خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصرا بين ١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى ذلك تكون أعظم الآحاد العليا من خارج القسمة من المآت

ولاجل بيان رقم ما آت خارج القسمة يلاحظ أن عدد ٤٥ مؤلف من حاصل ضرب ما آت خارج القسمة فى المقسوم عليه وهو ٨ ومما حفظ من المآت التى أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه فينتج من ذلك أنه اذا كان هذا العدد المحفوظ اقل من المقسوم عليه وهو ٨ يلزم بالضرورة أن يكون المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن فى ٤٥ عبارة عن حاصل ضرب الرقم الاول من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ فعلى هذا يحصل اول رقم من خارج القسمة بتقسيم هذا المضاعف على المقسوم عليه وهو ٨ وبناء على ذلك تسهل البرهنة على أن العدد المحفوظ من المآت (المتحصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه) يكون بالضرورة اقل من المقسوم عليه وهو ٨ وذلك لان العدد المعبر عنه بعشرات خارج القسمة وآحاده لما كان اقل من ١٠٠ كان ضربه فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ينتج حاصلا اقل من ١٠٠ × ٨ اومن ٨ مآت

وحيث كان عدد ٤٠ هو المضاعف الاكبر للمقسوم عليه المنحصر فى عدد ٤٥ الذى يحتوى على ما آت خارج القسمة ينتج من قسمة ٤٠ على ٨ رقم مآت خارج القسمة وهو ٥

وذلك لانه لما كان المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ منحصرا بين ٤٠ و ٤٨

ما آت اعنى بين ٥ ما آت × ٨ وبين ٦ ما آت × ٨ كان خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصرا بين ٥ و ٦ ما آت فاذن يكون خارج القسمة مؤلفا من ٥ ما آت زائدا بعض عدد من العشرات والآحاد

وعوضا عن تقسيم المضاعف الاكبر لعدد ٨ المنحصر فى ٤٥ على ٨ تؤل المسئلة الى البحث عن عدد مرات انحصار ٨ فى ٤٥ وهذه الطريقة اسهل من الاولى فيكون رقم ٥ الناتج هو ما آت خارج القسمة المطلوب

وحيث علم رقم ٥ الذى هو ما آت خارج القسمة ولزم البحث عن ايجاد عشراته وآحاده بلاحظ أن المقسوم وهو ٤٥٣٦ مؤلف من ثلاثة حواصل جزئية ناتجة من ضرب ٥ التى هى ما آت خارج القسمة وضرب عشراته وآحاده فى المقسوم عليه الذى هو ٨ فاذا طرح من هذا المقسوم ٤٠ ما آت وهو حاصل ضرب ٥ التى هى ما آت خارج القسمة فى المقسوم عليه يكون الباقى وهو ٥٣٦ محتويا على الحاصلين الجزئيين وهما حاصل ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه ولا مانع من اعتبار الباقى الاول وهو ٥٣٦ مقسوما جزئيا جديدا مؤلفا من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى خارج قسمة جزئى تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلى وآحاده

فتؤول المسئلة حينئذ الى قسمة ٥٣٦ على ٨ ويؤخذ من ذلك ان الآحاد العليا من خارج القسمة هى العشرات وحيث كان لا يمكن وجود حاصل ضرب عشرات خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ الا فى ٥٣ التى هى عشرات المقسوم الجزئى وهو ٥٣٦ وكان ضرب رقم آحاد خارج القسمة فى المقسوم عليه وهو ٨ يعطى عددا من العشرات يحفظ ويكون اقل من ١٠ × ٨ اومن ٨ عشرات فان رقم عشرات خارج القسمة يتحصل بالبحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه وهو ٨ فى ٥٣

فيتحصل

فيحصل ٦ فاذن يكون ٦ هو رقم عشرات خارج القسمة الكلى فاذا طرح حاصل ضرب ٨ × ٦ عشرات او ٤٨ عشرات من ٥٣٦ دل الباقى وهو ٥٦ على حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى رقم آحاد خارج القسمة فيحصل حينئذ هذا الرقم المذكور بقسمة ٥٦ على ٨ فينتج ٧ فاذا طرح حاصل ضرب ٧ فى ٨ من ٥٦ كان الباقى الاخير صفرا

وهذا الصفر يدل حينئذ على أن ٥٦٧ هو خارج القسمة تحقيقا اعنى أن ٤٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨ لانا توصلنا الى هذا الصفر بطرحنا من المقسوم على التوالى الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب ٥ و ٦ و ٧ التى هى مآت خارج القسمة وعشراته وآحاده فى المقسوم عليه وهو ٨ فيؤدى ذلك الى أن نطرح من المقسوم وهو ٤٥٣٦ الحاصل الكلى الناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٨ وحيث كان الباقى الاخير صفرا كان ٤٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨ تحقيقا

فاذا تمرن الطالب على قسمة عدة ارقام على رقم واحد استغنى عن وضع المقسومات الجزئية فاذا أراد فى مثالنا هذا ايجاد ارقام خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ يقال ثمن ٤٥ مآت هو ٥ مآت بالنظر لعدد ٤٠ فيضع ٥ مآت فى خارج القسمة ويبقى ٥ مآت او ٥٠ عشرات اذا أضيفت الى ٣ عشرات من المقسوم نتج عنها ٥٣ عشرات فيقال حينئذ ثمن ٥٣ عشرات هو ٦ عشرات بالنظر لعدد ٤٨ عشرات فيضع ٦ عشرات فى خارج القسمة ويبقى ٥ عشرات او ٥٠ آحادا اذا أضيفت الى ٦ آحاد من المقسوم نتج عنها ٥٦ فيقال حينئذ ثمن ٥٦ هو ٧ بدون باق فيضع ٧ فى خارج القسمة فيحصل من ذلك خارج القسمة الكلى وهو ٥٦٧

وبالجملة فتختصر العملية أيضا بأن يقال ثمن ٤٥ يساوى ٥ بالنظر لعدد

٤٠ فتوضع ٥ وتحفظ ٥ ويقال ثمن ٥٣ يساوى ٦ بالنظر لعدد ٤٨ فتوضع ٦ وتحفظ ٥ ويقال ثمن ٥٦ يساوى ٧ فتوضع بتمامها ولما كانت هذه القسمة الاخيرة لاباقى لها كان عدد ٥٦٧ هو خارج القسمة تحقيقا

المثال الثانى أن يكون المطلوب قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ فتوضع العملية هكذا

٤٧٢٨٧٨	٥٦٧
٤٥٣٦	٨٣٤
٠١٩٢٧٨	
١٧٠١	
٠٢٢٦٨	
٢٢٦٨	
....	

ثم يبرهن كما فى المثال الاول لاجل بيان جنس الآحاد العليا من خارج القسمة ويبحث أولا فى المقسوم عن الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وهذا الحاصل مؤلف من آحاد منزلتها عين منزلة آحاد الرقم المطلوب فيلزم وجوده حينئذ فى المقسوم ولا يمكن أن يكون اصغر من المقسوم عليه ويحصل حينئذ من المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨ الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من يسار خارج القسمة فى المقسوم عليه باخذ ارقام كافية من يسار ٤٧٢٨٧٨ ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ولو مرة واحدة فاذن يكون عدد ٤٧٢٨ الكافى فى ذلك هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب رقم الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث كان عدد ٤٧٢٨ دالا على مائات المقسوم الذى هو ٤٧٢٨٧٨ ظهر أن الآحاد العليا من خارج القسمة هى من جنس المائات

وذلك لانه لما كان المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨ منحصرا بين ٥٦٧٠٠ و ٥٦٧٠٠٠ اعنى بين ٥٦٧ × ١٠٠ و ٥٦٧ × ١٠٠٠ كان خارج قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ منحصرا بين ١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى هذا تكون الآحاد العليا من خارج القسمة من منزلة المآت

ولاجل بيان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أنه حيث كان عدد ٤٧٢٨ مؤلفا من حاصل ضرب ما آت خارج القسمة فى المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ومما حفظ من المآت التى أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة واحاده فى المقسوم عليه ينتج من ذلك أنه اذا كان المحفوظ اقل من المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ يكون بالضرورة المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن فى ٤٧٢٨ هو حاصل ضرب الرقم المطلوب فى المقسوم عليه فعلى هذا يتحصل الرقم المذكور بالبحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ فى اقل مقسوم جزئى وهو ٤٧٢٨

وبناء على ذلك يكون المحفوظ من المآت (المتحصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه) اقل بالضرورة من المقسوم عليه وهو ٥٦٧ لانه لما كان يتألف دائما من عشرات خارج القسمة وآحاده عدد اقل من ١٠٠ كان الحاصل من ضرب هذا العدد فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ اقل من ١٠٠ × ٥٦٧ اومن ٥٦٧ مآت

واذا أردت أن تعرف عدد مرات انحصار ٥٦٧ فى ٤٧٢٨ فاستخرج حواصل ضرب ٥٦٧ فى اعداد ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ فترى أن عدد ٤٧٢٨ واقع بين ٥٦٧ × ٨ و ٥٦٧ × ٩ فاذن يكون ٨ هو العدد المطلوب

ولكن يستغنى فى اجراء العملية عن تضعيف المقسوم عليه على اختلافه ويتوصل الى النتيجة بعينها بما ذكر من التجارب وهى أنه حيث كان المقسوم الجزئى الذى هو ٤٧٢٨ يحتوى على ثلاثة حواصل جزئية ناتجة

من ضرب ٧ و ٦ و ٥ التي هي آحاد المقسوم عليه وهو ٥٦٧ وعشراته وماآت في العدد المطلوب وكان الحاصل الاخير من هذه الحواصل دالا على ماآت كان لا يمكن وجود هذا المقسوم الجزئي الا في ٤٧ التي هي ماآت ٤٧٢٨ فعلى ذلك يكون عدد ٤٧ مؤلفا من حاصل ضرب ٥ الذي هو اول رقم من المقسوم عليه في العدد المطلوب ومما حفظ من الماآت التي أمكن تحصيلها بواسطة الحاصلين الجزئيين الاخيرين وينتج من ذلك أنه اذا كان المطلوب البحث عن عدد مرات انحصار ٥ في ٤٧ كان عدد ٩ الذي يتحصل دالا على العدد المطلوب او على عددا كبر منه ولا يمكن أن يدل على اصغر منه وذلك انك اذا أردت أن تختبر رقم ٩ ضربت ٥٦٧ في ٩ فتجد الحاصل الذي هو ٥١٠٣ يتجاوز ٤٧٢٨ فيكون عدد ٩ اكبر من العدد المطلوب فاذا اختبرت رقم ٨ كان حاصل ضرب ٥٦٧ في هذا الرقم هو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا الحاصل اصغر من ٤٧٢٨ علمنا أن المقسوم عليه وهو ٥٦٧ منحصر ٨ مرات في ٤٧٢٨ .

وحيث علمنا رقم ٨ الذي هو ماآت خارج القسمة وجب البحث عن تحصيل رقميه الاخيرين فيلاحظ أنه لما كان المقسوم الذي هو ٤٧٢٨٧٨ مؤلفا من ثلاثة حواصل جزئية ناتجة من ضرب ماآت خارج القسمة وهي ٨ ومن ضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ فاذا طرحت من هذا المقسوم اول حاصل جزئي وهو ٥٦٧ في ٨ ماآت او ٨ في ٥٦٧ ماآت او ٤٥٣٦ ماآت وجدت الباقي الذي هو ١٩٢٧٨ لا يحتوي الا على حاصل ضرب كل من عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه فاذن يمكن اعتبار اول باق وهو ١٩٢٧٨ كمقسوم جزئي جديد مؤلف من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٥٦٧ في خارج قسمة جزئي تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فيؤل الامر حينئذ الى قسمة ١٩٢٧٨ على ٥٦٧ ويعلم من اول وهلة أن الآحاد العليا من خارج القسمة تكون من جنس العشرات ولاجل تحصيل هذه العشرات يلاحظ أن حاصل ضربها فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ يوجد فى ١٩٢٧ الذى هو عشرات المقسوم وهو ١٩٢٧٨ ويلاحظ ايضا أنه حيث كان المحفوظ من العشرات المتحصل من ضرب رقم آحاد خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ اقل من ١٠ × ٥٦٧ اومن ٥٦٧ عشرات فبالبحث عن عدد مرات انحصار ٥٦٧ فى ١٩٢٧ يتحصل حينئذ رقم عشرات خارج القسمة فاذا لزم بيان عدد مرات انحصار ٥ فى ١٩ فيكون عدد ٣ المتحصل دالا على رقم عشرات خارج القسمة اوعلى رقم اكبر منه ولاجل اختبار رقم ٣ المذكور يضرب ٥٦٧ فى ٣ فيكون الحاصل وهو ١٧٠١ اصغر من ١٩٢٧ فلذلك كان هذا الرقم هو عشرات خارج القسمة ولما كان الحاصل الذى هو ١٧٠١ دالا على عشرات لزم طرح ١٧٠١ عشرات من ١٩٢٧٨ وحيث ان الباقى وهو ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب المقسوم عليه فى رقم آحاد خارج القسمة يتحصل هذا الرقم بقسمة ٢٢٦٨ على ٥٦٧ والاخصر أن يقسم ٢٢ على ٥ فيدل عدد ٤ المتحصل على آحاد خارج القسمة الكلى لانه بطرح حاصل ضرب ٤ فى ٥٦٧ من ٢٢٦٨ يكون الباقى صفرا فاذن يكون ٤٠٨٣ هو خارج القسمة المطلوب

وفى اجراء العملية لاتوضع الا الارقام التى لابد منها فى تكوين المقاسيم الجزئية وهى ٤٧٢٨ و ١٩٢٧ و ٢٢٦٨ بحيث يكون اجراء العملية على هذا الوجه المختصر

٤٧٢٨٧٨	٥٦٧
٤٥٣٦	٨٣٤
٠١٩٢٧	
١٧٠١	
٠٢٢٦٨	
٢٢٦٨	
....	

وحيث ان المقسوم الجزئى الاول وهو ٤٧٢٨ يحتوى ٨ مرات على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ يوضع رقم ٨ فى خارج القسمة ويطرح حاصل ضرب ٨ فى ٥٦٧ او ٤٥٣٦ من ٤٧٢٨ ثم ينزل من المقسوم رقم ٧ ويوضع على يمين الباقى الذى هو ١٩٢ فيتحصل المقسوم الجزئى الثانى وهو ١٩٢٧ الذى بقسمته على ٥٦٧ ينتج ٣ وهو ثانى رقم من ارقام خارج القسمة المطلوب ثم يطرح حاصل ضرب ٣ فى ٥٦٧ او ١٧٠١ من ١٩٢٧ ثم ينزل من المقسوم رقم ٨ الاخير ويوضع على يمين الباقى الذى هو ٢٢٦ فيتحصل من ذلك المقسوم الجزئى الثالث وهو ٢٢٦٨ الذى بقسمته على ٥٦٧ ينتج ٤ وهو آخر ارقام خارج القسمة الكلى ثم يطرح حاصل ضرب ٤ فى ٥٦٧ من ٢٢٦٨ فيكون الباقى الاخير صفرا

(٢٦) يتوصل بما ذكرناه من البراهين المتقدمة الى هذه القاعدة المطردة وهى أنه متى أردت قسمة اى عدد على آخر فضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ثم ارسم بينهما خطا قائما وارسم ايضا تحت المقسوم عليه خطا آخر افقيا ليفصله من خارج القسمة المطلوب الذى تضعه تحت هذا الخط ثم خذ ارقاما كافية من يسار المقسوم ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وابحث عن العدد الذى يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم الجزئى المذكور فتجد هذا العدد هو اول رقم من خارج القسمة من الجهة اليسرى فضع

الرقم المذكور تحت المقسوم عليه واضرب خارج القسمة فيه وضع حاصل ضربه ما تحت المقسوم الجزئى الاول وارسم خطا افقيا تحت هذين العددين ثم اطرح الاسفل من الاعلى وضع الباقى تحته ونزل على يمينه اول رقم من ارقام المقسوم التى لم تجر فيها العملية فيتحصل حينئذ المقسوم الجزئى الثانى ثم أجر العملية عليه كما اجريتها على المتقدم فينتج من ذلك الرقم الثانى من ارقام خارج القسمة فضعه على يمين الرقم الاول واستمر فى العملية على هذا المنوال حتى تنتهى جميع ارقام المقسوم فان كان احد المقاسيم الجزئية اقل من المقسوم عليه كان رقم خارج القسمة المقابل له صفرا

(٢٧) عوضا عن أن يوضع فى اجراء عملية الطرح تحت كل مقسوم جزئى حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم المقابل له من خارج القسمة يجتنب وضع ذلك الحاصل ويسلك فى تلك العملية طريقة مختصرة (مشابهة لطريقة نمرة ١٥) تطبق على هذا المثال وهو

من ٤٧٢٨
أن يراد طرح ٨ امثال ٥٦٧
الباقى ١٩٢

فالمطلوب فى هذا المثال أن تطرح من ٤٧٢٨ الحواصل الثلاثة الجزئية وهى حاصل ٨ فى ٧ آحاد و ٨ فى ٦ عشرات و ٨ فى ٥ مآت وحيث انه لا يمكن طرح الحاصل الجزئى الاول الذى هو ٨ فى ٧ اى ٥٦ من آحاد عدد ٤٧٢٨ نضيف الى ٨ آحاد عشرات كافية حتى يتأتى الطرح فنضيف الى هذا العدد ٥ عشرات فيتحصل ٥٨ ثم نطرح ٥٦ من ٥٨ ونضع الباقى وهو ٢ تحت رقم الآحاد وهو ٨ لكن اذا اضفنا ٥ عشرات الى ٤٧٢٨ وجدنا الباقى الكلى قد زاد بقدر ٥ عشرات كما فى نمرة (١٤) فلاجل أن يبقى على مقداره الحقيقى يكفى أن نضيف ٥ عشرات الى احد اجزاء المطروح فيؤول الامر الى اعتبار هذه العشرات الخمسة كمحفوظ يلزم ضمه الى الحاصل الجزئى

للثانى الذى هو ٨ فى ٦ عشرات قبل طرحه وحيث ان عدد ٨ فى ٦ مضافا اليه ٥ يعطى ٥٣ لم نحتج الا الى طرح ٥٣ عشرات و ٨ فى ٥ مآت من عدد ٤٧٢ الذى هو عشرات ٤٧٢٨ ولاجل طرح ٥٣ عشرات يلزم أن نضيف ٦ مآت اى ٦٠ عشرات الى عدد ٢ الذى هو عشرات ٤٧٢٨ ثم نطرح ٥٣ عشرات من ٦٢ عشرات ونضع الباقى وهو ٩ عشرات تحت عمود العشرات لكن باضافة ٦ مآت الى المطروح منه يزيد الباقى الكلى بقدر ٦ مآت فلاجل تنقيصه ذلك المقدار يلزم أن نضيف ٦ مآت الى الحاصل الجزئى وهو ٨ فى ٥ مآت الذى لم يبق للطرح غيره فيتحصل ٤٦ مآت فنطرح ٤٦ مآت من ٤٧ التى هى مآت ٤٧٢٨ ونضع الباقى وهو ١ مآت تحت عمود المآت وبهذا يتحصل الباقى الكلى وهو ١٩٢

وهذه الطريقة التى سلكناها فى طرح عدد ٥٦٧ مكررا ٨ مرات من ٤٧٢٨ تؤل بالاختصار الى هذه العملية بأن نقول ٨ فى ٧ ينتج ٥٦ و ٥٦ من ٥٨ يبقى ٢ و ٨ فى ٦ ينتج ٤٨ و ٥ محفوظة يتحصل ٥٣ و ٥٣ من ٦٢ يبقى ٩ و ٨ فى ٥ ينتج ٤٠ و ٦ محفوظة يتحصل ٤٦ و ٤٦ من ٤٧ يبقى ١ وبموجب هذه الطريقة يعلم أن اجراء عمليات قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ يكون على هذا المنوال

مقسوم	٤٧٢٨٧٨	٥٦٧ مقسوم عليه
	١٩٢٧	٨٣٤ خارج القسمة
	٢٢٦٨	
الباقى الاخير	....	

(٢٨) يكفى فى جعل الرقم الموضوع فى خارج القسمة لائقا أن يكون حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم المذكور يمكن طرحه من المقسوم الجزئى المقابل له وأن يكون الباقى اقل من المقسوم عليه فان زاد الباقى على المقسوم عليه كان الرقم الموضوع فى خارج القسمة اصغر من الرقم المطلوب ولو بواحد

وذلك لان المقسوم عليه يصير حينئذ منحصرا فى المقسوم الجزئى ولو مرة واحدة ولاجل معرفة عدد مرات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم الجزئى نبحث عن عدد مرات انحصار اول رقم من المقسوم عليه فى اول رقم من المقسوم الجزئى او فى رقيه الاولين اذا كان المقسوم الجزئى يحتوى على ارقام بقدر ارقام المقسوم عليه او يزيد عنه رقما واحدا فالعدد الناتج يدل على الرقم المقابل لذلك المقسوم الجزئى من خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولا يمكن اصلا تحصيل رقم اصغر منه ومتى علمنا بالتجربة أن الرقم المتحصل اكبر من الرقم المطلوب فانا ننقص منه واحدا بعد واحد وهكذا على التوالى حتى لا يكون حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم الجارى فيه التجربة اكبر من المقسوم الجزئى المقابل له واذا كان المطلوب بيان جميع ارقام خارج القسمة المتوالية بدون تجربة يلزم أن نلاحظ أنه حيث كان المقسوم عليه لا ينحصر اصلا اكثر من تسع مرات فى كل مقسوم جزئى يكفى أن نؤلف جدولا من الحواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد ذات الرقم الواحد وبالوقوف على هذا الجدول يظهر اكبر مكرر من المقسوم عليه الكائن فى المقسوم الجزئى الجارى فيه العملية وينتج من ذلك رقم خارج القسمة المقابل له وهذا الجدول المحتوى على الحواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد ذات الرقم الواحد يعرف به فائدة اخرى وهى جعل القسمة طرحا متوالية واستعمال ذلك مهما فى صورة ما اذا كان المقسوم محتويا على عدة ارقام فيلزم اذن أن يكون خارج القسمة ايضا محتويا على جملة ارقام

ويمكن تأليف هذا الجدول باضافة المقسوم عليه الى نفسه اى تضعيفه عدة مرات متوالية مثلا اذا فرضنا أن ٥٦٧ هو المقسوم عليه فباضافته الى نفسه يدل المجموع الذى هو ١١٣٤ على تكرير المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ مرتين وباضافة ٥٦٧ الى ١١٣٤ يدل المجموع الذى هو ١٧٠١ على تكرير ٥٦٧ ثلاث مرات وهلم جرا

(٢٩) يسهل دائما أن نعين من المقسوم الجزء الذى يشتمل على حاصل ضرب

المقسوم عليه فى رقم الآحاد العليا من خارج القسمة وبذلك يتحصل الرقم المذكور لكن لما كانت الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى بقية ارقام خارج القسمة ممتزجة بالمقسوم كان لا يمكن مشاهدة هذه الحواصل فى المقسوم الكلى وهذا مانع من ايجاد بقية ارقام خارج القسمة بدون واسطة قبل تحصيل رقم آحاده العليا فاذن يلزم أن نبدأ بالبحث عن اول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى

(٣٠) يلزم فى اجراء اى عملية من عمليات القسمة أن يكون المقسوم مساويا للمقسوم عليه مضروبا فى خارج القسمة المتحصل بزيادة الباقى المقابل له ونتوصل الى هذا الباقى بكوننا نطرح على التوالى من المقسوم جميع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الارقام الموجودة فى خارج القسمة وهذا يؤل الى أن نطرح من المقسوم الحاصل الكلى الناتج من ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المتحصل وحينئذ يدل الباقى المقابل لهذا الخارج على التفاضل بين المقسوم وحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المتحصل وبهذا تتضح القاعدة المذكورة

(٣١) قد فرض فى الامثلة المتقدمة أن المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى عدد صحيح وحينئذ يكون الباقى الاخير بموجب قاعدة (٢٦) المطردة صفرا وحيث كان المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى العدد الصحيح المتحصل فى خارج القسمة كما فى نمرة (٣٠) يقال حينئذ ان خارج القسمة تحقيقى وان المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

وكلما قيل هذا العدد يقبل القسمة على عدد آخر فان قسمة العدد الاول على الثانى يكون باقيها صفرا بحيث يكون المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه فى عدد صحيح

لكن ليس هذا الشرط مطردا فانه متى قسم عدد على آخر فالغالب أن المقسوم لا يكون مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه فى عدد صحيح وفى هذه الصورة لا يكون الباقى الاخير صفرا بموجب قاعدة (٢٦) وحيث ان المقسوم

يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى العدد الصحيح المتحصل فى خارج القسمة بزيادة الباقى الاخير المذكور الذى هو اقل من المقسوم عليه ينتج من ذلك أن المقسوم حينئذ منحصر بين حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المتحصل وحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المذكور مضافا اليه واحد فالذى قيل ان العدد الصحيح المتحصل فى خارج القسمة هو خارج القسمة الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة او المقدار الاصغر الصحيح التقريبى من خارج القسمة

ومتى كان هناك كمية منحصرة بين عددين صحيحين متواليين فان هذين العددين الصحيحين يكونان هما المقدار الصحيح التقريبى لهذه الكمية

مثلا اذا كان المطلوب قسمة ٢٥ على ٧ فانه اذا ضرب خارج القسمة فى ٧ لزم أن يتحصل ٢٥ وحيث ان ٢٥ واقع بين ٧ فى ٣ و ٧ فى ٤ فخارج القسمة المطلوب اكبر من ٣ واصغر من ٤ فاذن لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح فيكون عدد ٣ هو خارج القسمة الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة او المقدار الاصغر الصحيح التقريبى من خارج القسمة

و يلزم أن يلاحظ أن ما ذكرناه من البراهين فى شأن ايجاد خارج القسمة فى صورة ما اذا كان المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه فى عدد صحيح يجرى ايضا فى صورة ما اذا كان المقسوم منحصرا بين حاصلى ضرب المقسوم عليه فى عددين صحيحين متواليين وفى هذه الصورة تستعمل القسمة لايجاد الجزء الصحيح من خارج القسمة وسيأتى لك فى ثمرة (٧١) كيفية تتميم خارج القسمة

(٣٢) يكفى فى قسمة اى عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم ذلك العدد على العوامل المذكورة على التوالى وهذه الخاصية هى نتيجة قاعدة ثمرة (١٧) فعلى هذا اذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على عدد ١٥ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٣ و ٥ فاقسم اولا ١٠٥

على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ المطلوب

(ميزان القسمة)

(٣٣) يكفي في اختبار صحة القسمة أن يضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة ويضاف الباقي الاخير الى الحاصل المذكور فيكون المجموع مساويا للمقسوم كما في ثمرة (٣٠)

مثلا اذا فرضنا أنه تحصل من قسمة ٤٧٢٨٨٧ على ٥٦٧ خارج القسمة الصحيح وهو ٨٣٤ وبقي ٩ وأردنا اختبار هذه العملية فاننا نضرب ٥٦٧ في ٨٣٤ ثم نضيف الى الحاصل الذي هو ٤٧٢٨٧٨. الباقي وهو ٩ فان كان المجموع مساويا للمقسوم كان خارج القسمة صحيحا

(٣٤) من المعلوم انه كلما كبر المقسوم وصغر المقسوم عليه كبر خارج القسمة وبالعكس اعني انه كلما صغر المقسوم وكبر المقسوم عليه صغر خارج القسمة

(٣٥) كلما كبر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله كبر خارج القسمة بحاله وكلما كبر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله صغر خارج القسمة بقدر ما كبره المقسوم عليه من المرات وبالعكس اعني كلما صغر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله صغر خارج القسمة بحاله وكلما صغر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله كبر خارج القسمة بقدر ما صغره المقسوم عليه من المرات

فعلى هذا اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد وقسما على عدد واحد لا يتغير خارج القسمة بل يبقى على حاله

تنبيه * اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين باصفار من الجهة اليمنى جاز لك أن تحذف من اصفار احدهما بقدر ما تحذف من اصفار الآخر فيبقى خارج القسمة على حاله لا يتغير لان ذلك يؤول الى قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد كما في ثمرة ٧ فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٣٦) اذا زاد المقسوم او نقص بقدر تكرار المقسوم عليه مرة او اكثر فان

الجزء الصحيح من خارج القسمة يزيد أو ينقص بقدر عدد تكرار المقسوم عليه وأما باقي القسمة فلا يتغير لان الجزء الصحيح من خارج القسمة يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم

مثلا حيث ان قسمة ٣٨ على ٥ خارجها الصحيح ٧ والباقي ٣ فاذا أضيف حاصل ٦ في ٥ الى ٣٨ تحصل ٦٨ وبقسمه ٦٨ على ٥ يحصل الخارج الصحيح وهو ٧ + ٦ اى ١٣ بدون أن يتغير الباقي المذكور وهو ٣

(٣٧) اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد صحيح مفروض وقسم حاصل ضرب المقسوم في ذلك العدد على حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد المذكور فان الجزء الصحيح من خارج القسمة لا يتغير الا أن باقي القسمة الثانية يساوى باقي القسمة الاولى مضروبا في العدد الصحيح المفروض

مثلا حيث ان قسمة ١٣ على ٥ خارجها ٢ وباقيها ٣ فعدد ١٣ = ٥ × ٢ + ٣ فاذا ضرب كل من الطرفين في ٤ كان

٤ × ١٣ = ٤ × ٥ × ٢ + ٤ × ٣

وحيث ان ٥ × ٢ × ٤ = ٤ × ٥ × ٢ كما في نمرة ٢١

فعدد ٤ × ١٣ = ٤ × ٥ × ٢ + ٤ × ٣

وهذه المتساوية الاخيرة تدل على أنه عوضا عن قسمة ١٣ على ٥ التي خارجها ٢ وباقيها ٣ يلزم قسمة ٤ × ١٣ على ٥ × ٤ فيكون عدد ٢ هو ايضا الجزء الصحيح من خارج القسمة غير أن باقي القسمة الثانية يكون ٤ × ٣ لان ٤ × ٣ اقل من المقسوم عليه الجديد الذي هو ٥ × ٤ وبذلك تتضح الخاصية المذكورة ويثبت المطلوب

(٣٨) خارج قسمة احدى قوتى عدد واحد على الاخرى يساوى هذا العدد باس مساويا لاس المقسوم ناقصا أس المقسوم عليه لانه لما كان المقسوم معتبرا حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة ينتج من قاعدة نمرة (٢٤) أن أس العدد المفروض في المقسوم يساوى أس المقسوم عليه مضافا اليه أس

خارج القسمة

فعلى هذا يكون خارج قسمة $\frac{٧}{٢}$ على $\frac{٣}{٢}$ هو $\frac{٤}{٣}$ وذلك لان حاصل ضرب المقسوم عليه الذى هو $\frac{٣}{٢}$ فى خارج القسمة وهو $\frac{٤}{٣}$ يساوى المقسوم الذى هو $\frac{٧}{٢}$

تنبيه * متى احتوى المقسوم والمقسوم عليه على قوتى عدد واحد فان أس هذا العدد فى خارج القسمة يتحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

مثلا خارج قسمة $\frac{١١}{٢} \times \frac{٧}{٥}$ على $\frac{٣}{٢} \times ٥$ يساوى $\frac{٨}{٢} \times \frac{٦}{٥}$ لانه بموجب التنبيه الاول من نمرة ٢٤ اذا ضرب المقسوم عليه وهو $\frac{٣}{٢} \times ٥$ فى خارج القسمة وهو $\frac{٨}{٢} \times \frac{٦}{٥}$ ينتج المقسوم وهو $\frac{١١}{٢} \times \frac{٧}{٥}$

وبالجملة متى كان المقسوم والمقسوم عليه متحللين الى عوامل فان خارج القسمة يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من المقسوم

فعلى هذا خارج قسمة $\frac{٥}{٢} \times \frac{٧}{٣} \times \frac{٨}{٥} \times \frac{١٠}{٧} \times ١٣$ على $٢ \times \frac{٧}{٣} \times \frac{٢}{٥} \times ٧$ هو $\frac{٤}{٢} \times \frac{٦}{٥} \times \frac{٩}{٧} \times ١٣$

وخارج قسمة $\frac{١٢}{٢} \times \frac{١١}{١١} \times \frac{٩}{١٣} \times ٥ \times \frac{٢}{٧} \times \frac{٢}{١٩}$ على $\frac{٩}{١١} \times ٥ \times ٧ \times ١٩$ هو $\frac{٣}{٢} \times ١١ \times \frac{٩}{١٣} \times ٧ \times ٩$

(٣٩) الجمع والطرح والضرب والقسمة تسمى القواعد الاربعة الاصلية لعلم الحساب وسياتى أن جميع العمليات التى نتوصل بها الى حل المسائل المشكلة من هذا العلم تؤول دائما الى اجراء تلك القواعد الاربعة على اعدادا صحيحة مبهمة

*(الباب الثانى)

فى الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومكرراتها والقاسم الاعظم المشترك والاعداد الاولية والبحث عن قواسم اى عدد كان

(الفصل الاول)

(فى خواص قواسم اى عدد ومكرراته)

(٤٠) الاولى اذا كان لجملة اعداد قاسم مشترك فمجموعها يكون قابلا للقسمة على القاسم المذكور

وذلك أنه لما كان كل من الاعداد المذكورة مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح اعنى مرتين اوثلاثا اوار بعا وهكذا كان مجموعها بالضرورة مساويا للقاسم مكررا عدة مرات بقدر مايوجد فى جميع الاعداد المذكورة فبناء على ذلك حيث كان المجموع عبارة عن حاصل ضرب القاسم المشترك فى عدد صحيح فهو حينئذ قابل للقسمة على هذا العدد الاخير (وهو القاسم المشترك المذكور)

مثلا حيث ان اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ تقبل القسمة على ٣ فمجموعها الذى ٤٨ يقبل بالضرورة القسمة على ٣ لانه ينتج من هذه المتساويات وهى ١٢ = ٤ × ٣ و ١٥ = ٥ × ٣ و ٢١ = ٧ × ٣ أن مجموع اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ مؤلف من ٣ مكررة ٤ مرات + ٥ مرات + ٧ مرات اعنى من ٣ مكررة ١٦ مرة

الثانية اذا كان لعددين قاسم مشترك فالفرق بينهما يقبل القسمة على ذلك القاسم المشترك لانه لما كان كل من هذين العددين المفروضين مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح كان الفرق بينهما مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر مايوجد فى اكبر العددين المفروضين ناقصا عدد المرات التى يمكن انحصارها فى أصغرهما فيكون الفرق حينئذ مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح فاذن يكون قابلا للقسمة على القاسم

المشترك المذكور

فعلى هذا حيث ان كلا من عددى ٢٧ و ١٥ يقبل القسمة على ٣ فالفرق بينهما وهو ٢٧ — ١٥ يقبل القسمة على ٣ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

$$٣ \times ٩ = ٢٧ \text{ و } ٣ \times ٥ = ١٥$$

أن ٢٧ — ١٥ يتألف من القاسم المشترك الذى هو ٣ مكررا ٩ مرات ناقصا ٥ مرات اعنى من قاسم ٣ مكررا ٤ مرات اومن ٣ × ٤

الثالثة مجموع عدة مكررات لاى عدد مفروض هو مكرر ذلك العدد المفروض والفرق بين مكررى اى عدد كان هو ايضا مكرر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الاولى والثانية بملاحظة أن مكرر اى عدد يقبل القسمة على ذلك العدد

الرابعة اذا تركبت عدة مكررات اى عدد بطريقة الجمع والطرح كانت النتيجة أيضا مكرر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة

فعلى هذا حيث ان اعداد ٣٥ و ٢٠ و ١٥ هى مكررات عدد ٥ يعلم أن ٣٥ + ٢٠ — ١٥ اى ٤٠ و ٣٥ + ١٥ — ٢٠ اى ٣٠ هى ايضا مكررات عدد ٥

الخامسة المكررات المختلفة لاى عدد تقبل القسمة على جميع قواسم ذلك العدد وبعبارة اخرى كل عدد يقبل القسمة على عدد آخر يكون ايضا قابلا للقسمة على كل من عوامل هذا العدد الآخر وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة بملاحظة أن كل مكرر لاى عدد مفروض يدل على مجموع عدة اعداد مساوية للعدد المذكور

مثلا حيث ان عدد ٣٠ يقبل القسمة على ٦ فان كلا من عاملى ٦ وهما ٢ و ٣ يقسم ايضا ٣٠

السادسة اذا كان هنالك مجموع مركب من جزءين وكان له مع أحدهما قاسم

مشترك

مشترك فان الجزء الآخر يقبل بالضرورة القسمة على ذلك القاسم بعينه وذلك أنه اذا طرح من المجموع (المساوى للقاسم مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح) الجزء الاول (المساوى للقاسم المذكور مكررا ايضا عدة مرات بقدر عدد صحيح) كان الباقى (المساوى للجزء الثانى من المجموع) مساويا بالضرورة لهذا القاسم مكررا عدة مرات وحينئذ يكون الجزء الثانى قابلا للقسمة على القاسم المذكور

مثلا حيث ان ٣٥ الذى هو مجموع عددى ٢٠ و ١٥ يقبل القسمة على ٥ والجزء الاول الذى هو ٢٠ يقبل القسمة ايضا على ٥ فالجزء الثانى وهو ١٥ يقبل بالضرورة القسمة على ٥ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

$$٣٥ = ٥ \times ٧ \text{ و } ٢٠ = ٥ \times ٤$$

أنه اذا طرح من مجموع ٣٥ الجزء الاول وهو ٢٠ كان الباقى (الذى يدل على الجزء الثانى وهو ١٥) مساويا ٥ مكررة ٧ مرات — ٤ اى مساويا ٥ مكررة ٣ مرات وحينئذ يكون ١٥ الذى هو الجزء الثانى قابلا للقسمة على ٥

السابعة اذا كان هناك مجموع مركب من جزءين احدهما يقبل القسمة على عدد والآخر لا يقبل القسمة عليه فذلك المجموع لا يقبل القسمة على القاسم المذكور لانه لو قبل القسمة على ذلك القاسم كالجزء الاول لكان الجزء الثانى يقبل القسمة عليه أيضا كما فى الخاصية السادسة وهذا خلاف الفرض

مثلا حيث ان عدد ٦ يقسم ٢٤ ولا يقسم ٧ فمجموعهما وهو ٣١ لا يقبل القسمة على ٦

الثامنة العدد لا يقبل القسمة على عدد آخر اكبر من نصفه لانه متى قسم العدد على نصفه كان خارج القسمة ٢ فاذا قسم العدد على عدد آخر اكبر من نصفه كان خارج القسمة اقل من ٢ كما فى نمرة ٣٤ فعلى هذا لا يكون خارج القسمة عددا صحيحا

(الفصل الثانى)

فى بيان باقى قسمة اى عدد على قاسم من هذه القواسم وهى ٢ و ٣ و ٥ و ٩ و ١١ *وفى البحث عن معرفة كون العدد يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة اولا يقبلها* وفى الميزان بعددى ٩ و ١١

(٤١) باقى قسمة اى عدد على ٢ هو عين باقى قسمة اول رقم منه من الجهة اليمنى على ٢

ويؤخذ من ذلك أن كل عدد صحيح يكون مكرر ٢ مضافا اليه رقم آحاده وهذه الخاصية الاخيرة ناتجة من أنه يمكن تحليل اى عدد الى جزءين احدهما ينتهى بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فبناء على ذلك يكون بالضرورة قابلا للقسمة على عدد ٢ الذى هو قاسم لعدد ١٠ (كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاده

فيقال مثلا ان عدد ٥٨٧ هو مكرر ٢ مضافا اليه ٧ لان ٥٨٧

$$= ٥٨٠ + ٧ = ٥٨ \times ١٠ + ٧ = ٥ \times ٥٨ \times ٢ + ٧$$

وحينئذ يكون باقى قسمة ٥٨٧ على ٢ هو عين باقى قسمة ٧ على ٢ اعنى أن الباقى المذكور يكون ١

فبناء على هذا يكفى فى كون العدد قابلا للقسمة على ٢ أن يكون اول رقم من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٢ او يكون صفرا ويلزم من ذلك أن رقم الآحاد يكون ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨

تنبيه *الاعداد التى تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا شفعية (زوجية) والاعداد التى لا تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا وترية (فردية) فعلى ذلك تكون جملة الاعداد الاصلية وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الخ موالفة من اعداد شفعية وهى ٢ و ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ و ١٢ الخ ومن اعداد وترية وهى ١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ الخ

(٤٢) باقى قسمة اى عدد على ٥ هو عين باقى قسمة اول رقم من الجهة

اليمنى على ٥

وبيان هذه الخاصية كالمتقدمة يكون بتحليل العدد المذكور الى جزئين أحدهما ينتهي بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فيقبل بالضرورة القسمة على عدد ٥ الذي هو قاسم لعدد ١٠ (كما في الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاد العدد المذكور

فعلى هذا يكون باقي قسمة ٣٥٩ على ٥ هو عين باقي قسمة ٩ على ٥ أعني ٤

وبناء على هذا يكفي في كون العدد قابلا للقسمة على ٥ أن يكون أول ارقامه من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٥ أو يكون صفرا وهذا يستلزم أن رقم الآحاد يكون ٥ أو صفرا

تنبيه * يكفي في البرهنة بالطريقة السابقة على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٢ أو على ٥ أعني على ٤ أو ٢٥ أن العدد الذي يدل عليه الرقمان الاولان من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٤ أو ٢٥ ويكفي أيضا في كون العدد قابلا للقسمة على ٣ أو على ٥ أعني على ٨ أو ١٢٥ أن العدد الذي تدل عليه الارقام الثلاثة التي من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٨ أو ١٢٥ وهلم جرا

مثلا حيث انه يمكن تحليل ٣٤٧٦ الى ٣٤٠٠ + ٧٦ أو الى ٣٤ × ١٠٠ + ٧٦ وعدد ٣٤ × ١٠٠ يقبل القسمة على عددي ٤ و ٢٥ اللذين هما قاسما عدد ١٠٠ كما في الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ فباقي قسمة ٣٤٧٦ على ٤ أو ٢٥ هو عين باقي قسمة ٧٦ على ٤ أو على ٢٥ وحيث ان عدد ٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥ فالعدد ٣٤٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥

(٤٣) يلزم في ايجاد باقي قسمة أي عدد على ٩ ان نضم ارقام العدد المذكور الى بعضها فان كان المجموع أقل من ٩ كان هو الباقي المطلوب

وان كان مساويا العدد ٩ كان الباقي صفرا وان تجاوز ٩ أجرينا عليه العملية بجمع ارقامه كما أجريناها على العدد المفروض وهكذا حتى تتوصل الى مجموع لا يتجاوز ٩ فمتى كان المجموع الاخير أقل من ٩ دل على الباقي المطلوب وان ساوى ٩ كان ذلك الباقي صفرا فعلى هذا يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٩ تحقيقا

ولاجل البرهنة على هذه الخواص يلاحظ أولا أن الواحد المتبوع باصفار يكون مكرر ٩ مضافا اليه ١ لان

١٠ = ٩ + ١ ،

١٠٠ = ٩٩ + ١ = ١١ × ٩ + ١ ، ١٠٠٠ = ٩٩٩ + ١ = ١١١ × ٩ + ١ الخ

وينتج من ذلك ان كل رقم معنوي متبوع بعدة اصفار يدل على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم

مثلا حيث ان ١٠٠٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه ١ يكون ٧٠٠٠ الحاصل من ضرب ١٠٠٠ في ٧ مؤلفا من مكرر ٩ سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من مكرر ٩ مضافا اليه ٧

وذلك لان متساوية ١٠٠٠ = ١١١ × ٩ + ١ يتحصل منها

١٠٠٠ × ٧ او ٧٠٠٠ = ١١١ × ٩ × ٧ + ٧ × ١ = ٧٧٧ × ٩ + ٧

وحيث ان كل عدد يساوي مجموع الاعداد المعبر عنها بارقامه على اختلافها وكل رقم معنوي يدل بوضعه على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم ينتج من ذلك أن أي عدد يساوي مجموع مكررات ٩ مضافا اليه مجموع الارقام المعنوية المؤلف منها العدد المذكور وحيث ان مجموع مكررات ٩ هو أيضا مكرر ٩ كما في الخاصية الرابعة من ثمرة (٤٠) ظهر لنا أن أي عدد صحيح يكون مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية

مثلا عدد ٣٥٧ = ٣٠٠ + ٥٠ + ٧

لكن حيث انه بموجب ما تقدم يكون ٣٠٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٣ ٥٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٥ يكون بالضرورة ٣٥٧ مؤلفا

من

من مكرّرى ٩ مضافا اليهما ٣ + ٥ + ٧ أعنى أن ٣٥٧ يكون مكرّر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧ وحيث ان كل عدد صحيح هو مكرّر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية فباقى قسمة أىّ عدد على ٩ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية على ٩ كما فى نمرة ٣٦

وبناء على ذلك اذا كان المجموع المذكور أقل من ٩ يكون دالا على باقى قسمة العدد المفروض على ٩ واذا كان مساويا العدد ٩ يكون العدد المذكور مكرّر ٩ فاذن يكون باقى قسمة هذا العدد على ٩ صفرا وان زاد المجموع على ٩ أجرينا العملية على العدد الجديد كما أجريناها على العدد المفروض وبهذه الكيفية تثبت الخاصية المذكورة

مثلا حيث ان ٣٥٠٧٠ هو مكرّر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧ فباقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩ هو عين باقى قسمة ١٥ على ٩ كما فى نمرة ٣٦ لكن حيث ان ١٥ هو مكرّر ٩ مضافا اليه عدد ٦ الذى هو مجموع رقمى ١ و ٥ فعدد ٣٥٠٧٠ هو حينئذ مكرّر ٩ مضافا اليه ٦ فاذن عدد ٦ هو باقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩

تنبيهان * الاول يمكن أن نحذف جميع التسعات التى توجد عند جمع الارقام المعنوية من أىّ عدد مفروض حيث ان تلك التسعات تدل على مكرّرات ٩ فعلى هذا لاجل تحصيل باقى قسمة ٧٩٨٩٠٥٦٠ على ٩ نجمع أولا أرقام ٧ و ٨ و ٥ و ٦ فيتحصل ٢٦ ثم نجمع رقمى ٢ و ٦ فيتحصل ٨ فعلى هذا يكون ٨ هو الباقى المطلوب

وكذلك يلزم لاجل ايجاد باقى قسمة ٢٠٤٧٩٨٠٦ على ٩ أن نجمع أرقام ٢ و ٤ و ٧ و ٨ و ٦ فيتحصل ٢٧ وحيث ان مجموع رقمى ٢٧ يساوى ٩ فالعدد المفروض يقبل القسمة على ٩

وبموجب ما تقدم يكفي في معرفة كون العدد يقبل القسمة على ٩ أن يكون مجموع أرقامه مكرر ٩

التنبيه الثاني باقي طرح أي عددين مؤلفين من أرقام معنوية متحدة الصورة هو مكرر ٩ لانه حيث كانت بواقي تقاسيم هذين العددين على ٩ متساوية فان طرح من كل من العددين المفروضين باقي قسمتهما على ٩ فالنتيجتان الحاصلتان هما مكرر ٩ فبناء على ذلك يكون فاضلهما مكرر ٩ كما في الخاصية الثانية من نمرة ٤٠ ويكون هذا الباقي هو عين باقي العددين المفروضين كما في نمرة ١٤ مثلا عدد ٣٩٦ الذي هو فاضل عددي ٧٠٣ و ٣٠٧ هو مكرر ٩ (وقس على ذلك ما أشبهه)

(٤٤) اذا كان المطلوب تحصيل باقي قسمة أي عدد على ٣ فانك تضم ارقامه المعنوية الى بعضها فان زاد المجموع على ٩ جمعت ارقامه وهكذا تستمر في الجمع على التوالي حتى تتوصل الى جملة لا تتجاوز ٩ وهذا المجموع الاخير الذي يطرح منه المكرر الاكبر لعدد ٣ الممكن وجوده فيه يدل على الباقي المطلوب وعند جمع الارقام المعنوية يمكن حذف اعداد ٣ و ٦ و ٩ التي هي مكررات قاسم ٣

وذلك لانه قد ثبت آنفا أن كل عدد هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وحيث ان ٣ يقسم ٩ فكل مكرر ٩ يكون أيضا مكرر ٣ فاذن يكون أي عدد هو مكرر ٣ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وبناء على هذا يكون باقي قسمة أي عدد على ٣ هو عين باقي قسمة مجموع ارقامه المعنوية على ٣ كما في نمرة ٣٦ ومن هذا تنتج القاعدة المذكورة

فحينئذ لاجل ايجاد باقي قسمة ٥٢٦٩٠٢٦٠٧ على ٣ يلزم جمع رقمي عدد ١٤ الذي هو مجموع أرقام ٥ و ٢ و ٧ ويطرح ٣ من عدد ٥ الذي هو مجموع رقمي ١ و ٤ فيكون ٢ هو باقي قسمة العدد المفروض على ٣

وحيث كان عدد ١٥ الذي هو مجموع ارقام عدد ٥٧٢١ هو مكرر ٣

يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٣

فبناء على ماتقدم يلزم لاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ٣ أن يكون مجموع ارقامه مكرر ٣

(٤٥) لاجل ايجاد باقي قسمة أي عدد على ١١ يلزم تحصيل مجموعين أحدهما يتألف من جمع ارقام المنازل الوترية بالابتداء من الجهة اليمنى والثاني من ارقام المنازل الشفعية ثم يطرح المجموع الثاني من المجموع الاول مضافا اليه (أي الى المطروح منه) احد مكررات ١١ اذا اقتضى الحال الاضافة فان كان باقي الطرح أقل من ١١ دل ذلك على أنه باقي قسمة العدد المفروض على ١١ وان لم يكن أقل من ١١ أجريت عليه العملية كما أجريتها على العدد المفروض وهكذا حتى تتوصل الى باقي يكون أقل من ١١ وهذا الباقي الاخير هو الباقي المطلوب وان كان صفرا دل على ان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

ولتبيين هذا أنه متى ابتدأ في أي عدد من الجهة اليمنى دل كل من احاد ارقام المنزلة الوترية على مكرر ١١ مضافا اليه ١ ودل أيضا كل من آحاد أرقام المنزلة الشفعية على مكرر ١١ ناقصا ١ فنقول

أولا آحاد المنزلة الوترية بالابتداء من المرتبة الثالثة هي عبارة عن ١٠٠ و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ فاذن يكون

١٠٠ = ٩٩ + ١ و ١٠٠٠٠ = ٩٩٩٩ + ١ و ١٠٠٠٠٠٠ = ٩٩٩٩٩٩ + ١ الخ

وحيث ان ٩٩ يقبل القسمة على ١١ فاعداد ٩٩٩٩ و ٩٩٩٩٩٩ وغيرهما المؤلفة من تسعات شفعية تقبل بالضرورة القسمة على ١١

وذلك لان

٩٩٩٩ = ٩٩٠٠ + ٩٩ و ٩٩٩٩٩٩ = ٩٩٠٠٠٠ + ٩٩٠٠ + ٩٩ الخ

ويمكن أيضا أن نعتبر آحاد الرتبة الاولى كأنها مكرر ١١ مضافا اليه ١ لان ١ = ٠ × ١١ + ١ فتدل حينئذ الآحاد المختلفة من المنزلة الوترية على مكررات ١١ مضافا اليها ١

ثانيا آحاد المنزلة الشفعية بالابتداء من الرتبة الرابعة هي عبارة عن ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ أعني ١٠٠ × ١٠ و ١٠٠٠٠ × ١٠ الخ

فعلى ذلك تحصل مقاديرها بطريقة مشابهة للطريقة السابقة في آحاد المنزلة الوترية وذلك بضرب ١٠ في المتساوية الاتية وهي ٩٩ = ١٠٠ + ١ و ٩٩٩٩ = ١٠٠٠٠ + ١ الخ فيكون ١٠٠٠ = ٩٩٠ + ١٠ و ١٠٠٠٠٠ = ٩٩٩٠ + ١٠ الخ

وحيث ان ١٠ = ١١ — ١ يكون حينئذ بالضرورة

١٠ = ١١ — ١ و ١٠٠٠ = ٩٩٠ + ١١ — ١ و ١٠٠٠٠٠ = ٩٩٩٩٠ + ١١ — ١ الخ

وحيث ان اعداد ٩٩٠ و ٩٩٩٩٠ ونحوهما تقبل القسمة على ١١ بموجب ما تقدم في الصورة الاولى فجميع آحاد المنزلة الشفعية تدل على مكررات ١١ ناقصة ١

وبناء على هذا حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الوترية هي عبارة عن مكرر ١١ مضافا اليه ١ ينتج أن كل رقم معنوي من المنزلة الوترية يدل بوضعه على مكرر ١١ مضافا اليه الرقم المذكور

ولنمثل لذلك بعدد ٢٧٤٨ فنقول حيث ان الرقم الثالث من هذا العدد وهو ٧ يدل على ٧ آحاد من الرتبة الثالثة أو ٧ مائات أو ٧٠٠ وان ١٠٠ هي مكرر ١١ مضافا اليه ١ تكون ٧ مائات مؤلفة من مكرر ١١ المذكور سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من مكرر ١١ مضافا اليه ٧

وأيضا حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الشفعية هي عبارة عن مكرر ١١ ناقصا ١ ينتج من ذلك أن كل رقم معنوي من المنزلة الشفعية يدل بوضعه على مكرر ١١ ناقصا الرقم المذكور

ويستنتج من هاتين الخاصيتين الاخيرتين أن كل عدد يكون مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية مطروحا منه مجموع ارقام المنازل الشفعية لانه لما كانت الاعداد المعبر عنها بأرقام المنازل الوترية مكررات ١١

مضافا اليها تلك الارقام بالتوالى يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الوترية مؤلفا من مجموع مكررات ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية ويؤل هذا الى مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية وبمثل هذا يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الشفعية هو مكرر ١١ ناقصا مجموع هذه الارقام وباضافة هذين الجزءين المركب منهما العدد المفروض الى بعضهما يتألف من مجموع ارقام المنازل الوترية وارقام المنازل الشفعية مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية مطروحا منه مجموع أرقام المنازل الشفعية

واذا لم يكن مجموع ارقام المنازل الشفعية أقل من مجموع ارقام المنازل الوترية يمكن طرح المجموع الثانى من الاول ويكون العدد المفروض هو مكرر ١١ مضافا اليه باقى طرح هذين المجموعين وحينئذ يكون باقى قسمة هذا الفرق على ١١ هو عين باقى قسمة العدد المفروض على ١١ كما فى نمرة ٣٦ ومتى كان مجموع ارقام المنازل الوترية أقل من مجموع ارقام المنازل الشفعية فان هذه الصورة ترجع الى المتقدمة بأن يضاف الى المجموع الاول احد مكررات ١١ على قدر الحاجة لان هذا يؤل الى اضافة مكرر ١١ المذكور الى العدد المفروض ولا يتغير بذلك باقى قسمة هذا العدد على ١١ كما فى نمرة ٣٦

فحينئذ تنتج القاعدة المذكورة مما تقدم

وبموجب هذه القاعدة يكون باقى قسمة ٦٢٤١٠ على ١١ هو ٠ + ٤ + ٦ مطروحا منه ١ + ٢ أو ١٠ — ٣ أو ٧

وكذلك يكون باقى قسمة ٦٢٤١ على ١١ هو ١ + ٢ + ١١ مطروحا منه ٤ + ٦ او ١٤ — ١٠ أو ٤ وكذلك باقى قسمة ٨٢٧٠٨١٩٢٠ على ١١ هو ٩ + ٨ + ٧ + ٨ مطروحا منه ٢ + ١ + ٢ أو ٣٢ — ٥ او ٢٧ أو ٧ — ٢ و ٥

ولاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ١١ يكفى أن يكون الفرق الذى بين مجموعى ارقام المنازل الوترية والشفعية مكترر ١١ أوصفرا لانه ينتج من القاعدة المتقدمة أن باقى قسمة هذا العدد على ١١ يكون صفرا

مثلا اذا كان ١٧٠٨١٩ هو العدد المفروض نجمع ٩ و ٨ و ٧ التى هى ارقام المنازل الوترية فتكون جملها ٢٤ ونجمع أيضا ١ و ٠ و ١ التى هى ارقام المنازل الشفعية فتكون الجملة ٢ وحيث ان ٢٢ الذى هو فرق هذين المجموعين هو مكترر ١١ فعدد ١٧٠٨١٩ يقبل بالضرورة القسمة على ١١

(٤٦) متى قسم عددان وحاصل ضربهما على عدد واحد تحصل من ذلك ثلاثة بواق فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين أقل من المقسوم عليه كان مساويا للباقى الثالث وان لم يكن أقل من المقسوم عليه فانما تنقص منه أكبر مكترات المقسوم عليه المتحصر فيه فتكون النتيجة حينئذ مساوية للباقى الثالث

ولاجل ايضاح ذلك نفرض أن العددين هما ٣١ و ٦٥ وأن المقسوم عليه ٩ فحيث ان ٤ و ٢ هما باقيا قسمة هذين العددين على ٩ كما فى غرة ٤٣ يكون

٣١ مكترر ٩ مضافا اليه ٤

و ٦٥ مكترر ٩ مضافا اليه ٢

وحيث ان حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ مؤلف من ٤ حواصل جزئية ناتجة من ضرب كل من جزئى المضروب فى كل من جزئى المضروب فيه أعنى من حاصل مكترى ٩ ومن حاصل ٢ فى مكترر ٩ ومن حاصل ٤ فى مكترر ٩ ومن حاصل ٤ فى ٢ يكون حينئذ مجموع الحواصل الاربعة الدال على حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ هو مكترر ٩ مضافا اليه ٢ فى ٤ كما فى الخاصية الثالثة من غرة (٤٠) فاذن يكون ٢٠١٥ هو حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ ويكون باقى قسمة هذا الحاصل على ٩

هو ٢ + ١ + ٥ أو ٨ او ٤ × ٢

وحيث انه يمكن تطبيق تلك البراهين على اعداد أخرى اياما كانت فان الخاصية المذكورة تثبت لها أيضا

(٤٧) خواص ثمرة ٤٣ و ٤٥ و ٤٦ تؤدى الى طريقة مختصرة جدا فى اختبار الضرب بواسطة عددى ٩ و ١١

فاذا اردت عمل الميزان بواسطة ٩ فانك تبحث عن بواقى قسمة كل من المضروب والمضروب فيه والحاصل على المقسوم عليه الذى هو ٩ فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين ناقصا اكبر مكررات المقسوم عليه الذى يمكن انحصاره فيه مساويا للباقى الثالث كانت العملية صحيحة والا فلا

وطريقة الميزان بواسطة ١١ شبيهة بهذه الطريقة ولنمثل لذلك بالمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب تحقيق كون ٤٧٢٨٧٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ نبحث عن بواقى قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ٩ فنجد البواقى هى ٠ و ٦ و ٠ وحيث كان ٠ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مساويا للباقى الثالث فالضرب حينئذ صحيح لا خطأ فيه

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ نبحث عن ٦ و ٩ و ١٠ التى هى بواقى قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ١١ وحيث كان ٥٤ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مطروحا منه ١١ فى ٤ مساويا للباقى الثالث الذى هو ١٠ فالضرب أيضا صحيح لا خطأ فيه

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحقيق كون ٢٤٤٥١ هو حاصل ضرب ٣٢٦ فى ٧٥

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ نبحث عن ٢ و ٣ و ٧ التى هى بواقى قسمة كل من اعداد ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ٩

وحيث ان ٦ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاولين غير مساو للباقى الثالث وهو ٧ فالعملية بالضرورة فاسدة

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ تبحث عن ٧ و ٩ و ٩ التى هى بواقى قسمة كل من ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ١١

وحيث ان ٦٣ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاوليين مطروحا منه ١١ × ٥ غير مساو للباقى الثالث الذى هو ٩ فالحاصل الذى هو ٢٤٤٥١ غير صحيح

(تنبيه) حيث ان باقى قسمة اى عدد على ٩ لا يتغير متى كبر او صغر هذا العدد بقدر مكرر ٩ فانه ينتج من ذلك أنه اذا اتفق أن غلطات العملية تكون على وجه بحيث ان الخطأ الكلى الحاصل فى نتيجه الضرب يكون مكرر ٩ لم يظهر الميزان بواسطة ٩ الخطأ المذكور

مثلا اذا ضربنا ٤٧ فى ١٢ ووجدنا الحاصل ٥٨٢ لم يدل الميزان بواسطة ٩ على خطا فى العملية مع أن النتيجة قد كبرت بقدر ٩ × ٢

ومثل هذا لا يحتمل الميزان بواسطة ١١ اذا كانت الغلطات المتحصلة على وجه بحيث يكبر الحاصل الناتج او يصغر بقدر مكرر ١١

وحيث ان المقسوم ناقصا الباقى الاخير يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة فالطريقة المتقدمة تؤدى الى اجراء عملية ميزان القسمة بواسطة ٩ و ١١

ومتى عملنا الميزان بواسطة ٩ و ١١ ولم يدل على غلط فى العملية كانت النتيجة صحيحة بالكلية لانه ان كان هناك خطا فلا يمكن أن يكون الا مكرر ٩ × ١١ اى ٩٩ (كما فى غرة ٥٩)

مثلا لنفرض أن المطلوب تحقيق كون ٤٧٣٣٧٣ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

فالميزان بواسطة ٩ و ١١ لا يدل على خطا فى العملية ومع ذلك فعدد

٤٧٣٣٧٣ ليس هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤ لان الحاصل الصحيح هو ٤٧٢٨٧٨ فاذن الخطأ المتحصل هو ٤٧٣٣٨٣ — ٤٧٢٨٧٨ اى ٩٩ × ٥

(الفصل الثالث)

فى الاعداد الاولية والقاسم الاعظم المشترك وخواص القواسم الاولية والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص تلك القواسم

(٤٨) العدد الاولى هو الذى لا يقبل القسمة الا على نفسه او على الواحد وخواص نمرتى ٤٠ و ٤٥ وما بينهما تكون وسيلة الى ايجاد الاعداد الاولية وذلك لانه بموجب الخواص المذكورة تكون الاعداد المنتهية برقم من ارقام ٠ و ٢ و ٤ و ٦ و ٨ قابلة للقسمة على ٢ وتكون الاعداد المنتهية برقم ٥ قابلة للقسمة على ٥ وكل عدد مجموع ارقامه مكرر ٣ فهو قابل للقسمة على ٣ وكل عدد كان الفرق بين مجموع ارقام منازله الشفعية ومجموع ارقام منازله الوترية مكررا ١١ اوصفرا فهو قابل للقسمة على ١١ فاذن لا يكون احد هذه الاعداد اوليا (ماعدا ٢ و ٣ و ٥ و ١١) فحينئذ لا يلزم البحث عن الاعداد الاولية الا فى اعداد

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩
و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧
و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣
و ٧٩ و ٨٣ و ٨٩ و ٩١ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣
و ١٠٧ و ١٠٩ و ١١٣ و ١١٩ و ١٢٧ و ١٣١
و ١٣٢ و ١٣٧ و ١٣٩ و ١٤٩ و ١٥١ و ١٥٧
و ١٦١ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٦٩ و ١٧٣ و ١٧٩
و ١٨١ و ١٩١ الخ

وكذلك الاعداد التى لا تقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولية التى هى اقل من نصفها تكون أيضا اعدادا اولية لان العدد لا يمكن أن يقبل القسمة على

فاسم اكبر من نصفه كما في الخاصية الثامنة من ثمرة (٤٠) وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية هي

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩
و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧
و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣ و ٧٩
و ٨٣ و ٨٩ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣ و ١٠٧
و ١٠٩ و ١١٣ و ١٢٧ و ١٣١ و ١٣٧ و ١٤٩
و ١٥١ و ١٥٧ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٧٣ و ١٧٩
و ١٨١ و ١٩١ و ١٩٣ و ١٩٧ و ١٩٩ و ٢١١
و ٢٢٣ و ٢٢٧ و ٢٢٩ و ٢٣٣ و ٢٣٩ و ٢٤١
و ٢٥١ و ٢٥٧ و ٢٦٣ و ٢٦٩ و ٢٧١ و ٢٧٧
و ٢٨١ و ٢٨٣ و ٢٩٣ و ٣٠٧ و ٣١١ و ٣١٣
و ٣١٧ و ٣٣١ و ٣٣٧ و ٣٤٧ و ٣٤٩ و ٣٥٣
و ٣٥٩ و ٣٦٧ و ٣٧٣ و ٣٧٩ و ٣٨٣ و ٣٨٩
و ٣٩٧ و ٤٠١ و ٤٠٩ و ٤١٩ و ٤٢١ و ٤٣١
و ٤٣٣ و ٤٣٩ و ٤٤٣ و ٤٤٩ و ٤٥٧ و ٤٦١
و ٤٦٣ و ٤٦٧ و ٤٧٩ و ٤٨٧ و ٤٩١ و ٤٩٩
و ٥٠٣ و ٥٠٩ و ٥٢١ و ٥٢٣ و ٥٤١ و ٥٤٧
و ٥٥٧ و ٥٦٣ و ٥٦٩ و ٥٧١ و ٥٧٧ و ٥٨٧
و ٥٩٣ و ٥٩٩ و ٦٠١ و ٦٠٧ الخ

والعددان اذا لم يكن لهما عامل مشترك فهما اوليان معا فحينئذ ١٠ و ٢١ او ٢ × ٥ و ٣ × ٧ هما اوليان معا ويقال ايضا ان ١٠ والى مع ٢١

وكل عددين اوليين فهما دائما اوليان معا

وكل عددين صحيحين متواليين فهما اوليان معا لانه لو كان لهما عامل مشترك

كان فرقهما وهو ١ قابلا للقسمة على العامل المذكور كما فى الخاصية الثالثة من نمرة ٤٠ وهذا مستحيل

والعوامل والقواسم التى هى اعداد اولية تسمى أيضا بالعوامل الاولية والقواسم الاولية فحينئذ ٣٥ هو حاصل ضرب عاملى ٥ و ٧ الاوليين و ٥ و ٧ هما القاسمان الاوليان لعدد ٣٥

(٤٩) اكبر جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد يسمى القاسم المشترك الاعظم لهذه الاعداد

ولنبين اولا كيفية استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين فنقول لاجل توضيح ذلك نفرض عددى ٤٨ و ١٨ فحيث ان قاسمها المشترك الاعظم لا يتجاوز ١٨ يؤل الامر الى قسمة ٤٨ على ١٨ لانه فى صورة ما اذا أجرينا عملية القسمة بدون باق يكون ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ولا يتاتى ذلك فى مثالنا هذا لان خارج قسمة ٤٨ على ١٨ هو ٢ ويبقى ١٢ فاذن يكون ٤٨ = ١٨ × ٢ + ١٢ كما فى نمرة (٣٠) وينتج من هذه المتساوية ومن خواص نمرة (٤٠) أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ وذلك لان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ يقسم كلا من المجموع الذى هو ٤٨ واحد اجزائه وهو ١٨ × ٢ (كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) فاذن يقسم الجزء الثانى وهو ١٢ كما فى الخاصية السادسة من نمرة (٤٠) وأيضا حيث ان كل قاسم مشترك بين ١٨ و ١٢ يقسم كلا من جزءى ١٨ × ٢ و ١٢ يلزم حينئذ أن يقسم المجموع وهو ٤٨ كما فى الخاصية الاولى من نمرة (٤٠) فتكون حينئذ القواسم المشتركة بين ٤٨ و ١٨ هى عين القواسم المشتركة بين ١٨ و ١٢ فعلى هذا يكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢

وحيث انه يمكن تطبيق تلك البراهين على اعداد اخر ايا ما كانت فان كل قاسم

مشترك بين عددين يقسم باقي قسمتها وكل قاسم مشترك اعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين اصغرهما وباقي قسمة الاكبر على الاصغر فتؤول المسئلة حينئذ الى البحث عن استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ ولاجل تحصيله نقسم ١٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١ ويبقى ٦ الأن القاعدة التي ذكرناها تقتضي أن القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٢ و ٦ فاذن يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم الاخير لان ٦ تقسم ١٢ فعلى هذا يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وقد جرت العادة بوضع صورة العملية على هذا الاسلوب

خوارج القسمة		٢	١	٢
	٤٨	١٨	١٢	٦
مقسوم ومقسوم عليه	٣٦	١٢	١٢	
بواقي	١٢	٠٦	٠٠	

(٥٠) متى اردت استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين ايا ما كانا فاقسم العدد الاكبر على الاصغر فان كان الباقي صفرا كان العدد الاصغر هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب وان بقي باقي فاقسم اصغر العددين المفروضين على هذا الباقي فان كان باقي هذه القسمة صفرا كان الباقي الاول هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الاول على الباقي الثاني فان كان الباقي الثالث صفرا كان الباقي الثاني هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الثاني على الباقي الثالث وهكذا تستمر على تقسيم البواقي المتتالية على بعضها حتى تصل الى خارج قسمة صحيح فيكون الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم قسمة صحيحة هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(٥١) يستنتج من براهين نمرة ٤٩ أن كل قاسم مشترك بين عددين يقسم البواقي المتتابعة التي تحصل عند البحث عن القاسم المشترك الاعظم وأن القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين

باقيين متناوبين اياما كانا وينبنى على ذلك نتائج

الاولى كل باق يقسم الباقى المتقدم عليه قسمة صحيحة فهو القاسم المشترك الاعظم بين العددين المفروضين

الثانية كل قاسم مشترك بين عددين فهو قاسم لقاسمهما المشترك الاعظم

الثالثة اذا بقى باق مساو للواحد أو بقى باقيان متواليان وكانا أوليين معا او بقى باق واحد وكان اوليا ولا يقسم الباقى المتقدم عليه فانه فى هذه الصور لا يكون للعددين المفروضين قاسم مشترك غير الواحد ويكون هذان العددان أوليين معا

الرابعة اذا كان هناك عددان اوليان معا فان البحث عن قاسمهما المشترك الاعظم يؤدى بالضرورة الى باق مساو للواحد

(٥٢) عدد القسم التى تحصل لاجل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين لا يتجاوز اصلا نصف اصغر العددين المفروضين

وذلك انه متى وصلنا الى باقيين متواليين تفاضلهما ١ فبقسمة احدهما على الآخر يصير الباقى ١ وهذا يدل على أن العددين المفروضين ليس لهما عامل مشترك وعليه فمتى كان للعددين المفروضين قاسم مشترك غير الواحد فان البواقى المتواليه تنقص اقل ما يكون فى كل قسمة اثنين من الآحاد

(٥٣) يستنتج من قواعد نمرتى ٣٧ و ٥٠ أنه متى علمت البواقى المتوالية المتحصلة من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين وكان المطلوب تحصيل البواقى التى يتوصل بها الى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين حاصلى ضرب هذين العددين فى عدد مفروض يكفى فى ذلك ضرب جميع البواقى المتحصلة من العملية الاولى فى العدد المفروض

وعليه فيقال حيث ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يؤدى الى باقيين هما ١٢ و ٦ يعلم ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدى الى باقيين هما ١٢ × ٧

و ٦ × ٧

تنبيه * حيث ان الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه هو القاسم المشترك الاعظم بين عددين يراد استخراج قاسمهما المشترك الاعظم كما في الخاصية الاولى من نمرة ٥١ يستنتج من قاعدة النمرة المذكورة هنا أنه متى وجد القاسم المشترك الاعظم بين عددين واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين حاصلي ضرب هذين العددين في عدد مفروض يكفي في ذلك ضرب القاسم المشترك الاعظم المتحصل في العدد المفروض

مثلا حيث ان ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يعلم أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ ، ١٨ × ٧ هو ٦ × ٧ لانه حيث كان البحث عن اول قاسم مشترك اعظم يؤدي الى باقي هو عدد ٦ الذي يقسم ١٢ وهو الباقي المتحصل من القسمة المتقدمة فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدي بالضرورة الى باقيين هما ١٢ × ٧ و ٦ × ٧ اللذان يقبل احدهما القسمة على الآخر حيث ان عدد ٦ قسم ١٢ فحينئذ يكون ٦ × ٧ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ كما في الصورة الاولى من نمرة ٥١

(٥٤) ومما تقدم يسهل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يبحث اولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وهو ٦ وعن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهو ٣ فيكون العدد الاخير هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب لانه لما كان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ كان ايضا يقسم ٦ كما في الصورة الثانية من نمرة ٥١ وحينئذ فهو قاسم لعددي ٦ و ١٥ لكن حيث ان عدد ٦ هو العامل بين ٤٨ و ١٨ فكل قاسم مشترك بين ٦ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ و ١٥ فاذن يكون

القاسم

القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥

وعليه فالقاسم المشترك الاعظم بين ثلاثة اعداد هو عين القاسم المشترك الاعظم بين احدها والقاسم المشترك الاعظم بين العددين الاخيرين منها

وحيث ان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٦ و ١٥ فهو ايضا يقسم القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهذا القاسم المشترك الاخير هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥

فاذن كل قاسم مشترك بين ثلاثة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم

ومتى اريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد يكفي في ذلك أن يبحث بالتوالي عن القاسم المشترك الاعظم بين الاول والثاني ثم عن القاسم المشترك الاعظم بين القاسم الاعظم المشترك المتحصل والعدد الثالث وهكذا حتى يتوصل الى آخر الاعداد المفروضة فيكون القاسم المشترك الاعظم المتحصل من العملية الاخيرة هو القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد المفروضة وزيادة على ذلك كل قاسم مشترك بين عدة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم

وبهذه الكيفية يعلم أن عدد ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٩٠ و ١٢٦ و ٥٤٠ .

(٥٥) متى علم القاسم المشترك الاعظم بين اعداد مختلفة واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين الحواصل الناتجة من ضرب هذه الاعداد في عدد مفروض يكفي في ذلك ضرب اول قاسم مشترك اعظم في العدد المفروض وهذه الخاصية ناتجة من القواعد المقررة في نمرتي ٥٤ و ٥٣

مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ فبموجب القاعدة المقررة في نمرة ٥٤ يبحث اولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ فيكون عدد ٦ الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه وهو ١٢ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨

ثم يبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ فيكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عدد ٣ الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه وهو ٦ قسمة صحيحة

فاذا ضربنا الآن كلا من اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ الثلاثة في ٧ نتج من تنبيه نمرة ٥٣ أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ هو ٦ × ٧ وأن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ × ٧ و ١٥ × ٧ هو ٣ × ٧ فاذن يكون القاسم المشترك الاعظم بين اعداد ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ و ١٥ × ٧ هو ٣ × ٧ كما في نمرة (٥٤) وبذلك يثبت المطلوب

(٥٦) اذا قسمت عدة اعداد على قاسمها المشترك الاعظم لم تكن خوارج القسمة قابلة للقسمة على قاسم مشترك واحد

مثلا اذا قسمت اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على قاسمها المشترك الاعظم الذي هو ٣ فخوارج القسمة وهي ١٦ و ٦ و ٥ لا تقبل القسمة على قاسم واحد اذ لو فرض لها قاسم مشترك اعظم كعدد ٢ مثلا كانت تلك الاعداد الناتجة من ضرب ١٦ و ٦ و ٥ في ٣ قابلة للقسمة على القاسم المشترك الاعظم وهو ٢ × ٣ كما في نمرة ٥٥ وهو خلاف القاعدة

وكذلك الحكم في صورة ما اذا قسمت عدة اعداد مفروضة على عدد واحد فان خوارج القسمة فيها لا تقبل القسمة على قاسم مشترك واحد انما العدد الذي استعمل قاسما يكون هو القاسم المشترك الاعظم بين هذه الاعداد المفروضة مثلا حيث ان قسمة اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على ٣ لا تقبل خوارجها وهي ١٦ و ٦ و ٥ القسمة على قاسم مشترك واحد فعدد ٣ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ لانه لما كان القاسم المشترك الاعظم بين خوارج القسمة التي هي ١٦ و ٦ و ٥ هو ١ كان القاسم المشترك الاعظم بين الحواصل التي هي ٤٨

و ١٨ و ١٥ الناتج من ضرب تلك الخوارج فى ٣ هو ١ × ٣ كما فى غرة ٥٥ او ٣

(٥٧) اذا كان هناك عدد يقسم حاصل ضرب عددين صحيحين فان كان هذا العدد اوليا مع أحد هذين العاملين فانه بالضرورة يقسم العامل الآخر

مثلا اذا فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد أوليا مع ٣٥ فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ و ٦ يؤدى الى باق هو ١ كما فى النتيجة الرابعة من غرة ٥١ وعليه فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢ و ٦ × ١٢ يؤدى الى باق هو ١ × ١٢ او ١٢ كما فى غرة ٥٣ وحيث فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد ايضا يقسم ٦ × ١٢ فالباقى وهو ١٢ المتحصل من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢ و ٦ × ١٢ يقبل القسمة على ٦ كما فى غرة ٥١ وبهذا تثبت القاعدة المذكورة

(٥٨) كل عدد اولى يقسم حاصل ضرب فهو بالضرورة يقسم احد عوامل ذلك الحاصل

مثلا اذا كان عدد ٧ الاولى يقسم حاصل ضرب ٩ × ١٨ × ٣٥ فان كان هذا العدد لا يقسم ٩ كان عدد ٧ وعدد ٩ اوليين معا وحيث انه يقسم ٩ × ١٨ × ٣٥ باعتبار كحاصل ضرب ٩ × ١٨ × ٣٥ كما فى غرة ١٧ فعدد ٧ يقسم هذا الحاصل ويكون اوليا مع ٩ فاذن عدد ٧ يقسم ١٨ × ٣٥ كما فى غرة ٥٧ ويبرهن بمثل ذلك على أنه اذا كان عدد ٧ لا يقسم ١٨ الذى هو احد عاملى حاصل ضرب ١٨ × ٣٥ فعدد ٧ وعدد ١٨ اوليان معا فحينئذ عدد ٧ يقسم ٣٥ كما فى غرة ٥٧

تنبيهان * الاول كل قاسم اولى لقوة أى عدد كان فهو بالضرورة قاسم للعدد المذكور

الثانى * القوى المتوالية لعدد ١٠ وهى ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ لاتقبل القسمة على قواسم اخر اولية غير ٢ و ٥ لانه لما كان كل قاسم اولى لاحدى تلك القوى يقسم عدد ١٠ الذى هو حاصل ضرب عددى ٢ و ٥ الاوليين معا لايمكن أن يكون هذا القاسم غير ٢ أو ٥

(٥٩) اذا كان هنالك عدد يقبل القسمة على اعداد اولية مع بعضها مثنى كان أيضا قابلا للقسمة على حاصل ضربها

مثلا حيث كان عدد ٣٦٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٤ و ٥ و ٩ التى هى اولية مع بعضها مثنى يقال ان العدد المذكور وهو ٣٦٠ يقبل القسمة على حاصل ضرب ٤ × ٥ × ٩ وذلك لانه لما كان ٣٦٠ يقبل القسمة على ٤ وكان خارج القسمة ٩٠ كان ٣٦٠ = ٤ × ٩٠

وحيث ان عدد ٥ يقسم ٣٦٠ الذى هو حاصل ضرب ٤ × ٩٠ وكان عدد ٥ اوليا مع ٤ فعدد ٥ حينئذ يقسم ٩٠ كما فى غرة ٥٧ ولما كان خارج القسمة ١٨ كان ٩٠ = ١٨ × ٥

وحيث ان عدد ٩ يقسم ٤ × ٩٠ وهو اولى مع ٤ فهو حينئذ يقسم ٩٠ وبناء على ذلك يقسم أيضا ١٨ × ٥ وحيث انه اولى مع ٥ فهو حينئذ يقسم ١٨ ولما كان خارج القسمة ٢ كان ١٨ = ٢ × ٩

وهذه المساواة وهى ٩٠ = ١٨ × ٥ تؤل الى ٩٠ = ٢ × ٩ × ٥ وبموجب هذه المساواة الاخيرة تؤل هذه المساواة وهى ٣٦٠ = ٩٠ × ٤ الى

٣٦٠ = ٢ × ٩ × ٥ × ٤ = ٢ × (٤×٥×٩) كما فى غرة ١٧

وحيث ان عدد ٣٦٠ هو حاصل ضرب ٢ فى ٩ × ٥ × ٤ فهو قابل للقسمة على ٩ × ٥ × ٤ وبهذا تثبت القاعدة المذكورة

(٦٠) حيث ان كل عددين اوليين هما دائما اوليان معا فبمقتضى غرة ٥٩

يتضح انه متى كانت اعداد اولية تقسم عددا مفروضا تكون حواصل ضرب هذه الاعداد الاولية مثنى اوثلاث الخ قواسم لذلك العدد المفروض

مثلا حيث ان عدد ٢١٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية فحواصل ٢ × ٣ و ٢ × ٥ و ٢ × ٧ و ٣ × ٥ و ٣ × ٧ و ٥ × ٧ و ٢ × ٣ × ٥ و ٢ × ٣ × ٧ و ٢ × ٥ × ٧ و ٣ × ٥ × ٧ تكون قواسم لعدد ٢١٠ المذكور

تنبيه * يؤخذ من هذه القاعدة مع قاعدتى غرة ٤١ و ٤٤ أنه يكفى فى جعل العدد قابلا للقسمة على ٦ أن يكون هذا العدد شفعا وان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكفى فى جعله قابلا للقسمة على ١٥ ان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكون العدد منتهيا بصفر او ٥ وقس على ذلك

(٦١) اذا كان هناك عددان اوليان معا فكل قوة لاحدهما تكون اولية مع اى قوة للآخر

مثلا لنفرض ان ١٤ و ٣٣ هما العددان الاوليان معا فيقال ان $٣^{١٤}$ و $٣٣^{٣}$ هما ايضا اوليان معا اذ لو فرض خلاف ذلك لقسمهما عدد اولى وعليه فيكون هذا العدد قاسما ايضا للعددى ١٤ و ٣٣ كما فى التنبيه الاول من غرة ٥٨ وهذا خلاف القاعدة

(٦٢) اذا كان هناك عدد اولى مع اعداد اخر فهو ايضا اولى مع حاصل ضرب تلك الاعداد

مثلا لنفرض ان عدد ٩١ اولى مع كل من اعداد ٦ و ١٢ و ١٥ فيقال ان ٩١ اولى مع ٦ × ١٢ × ١٥ اذ لو فرض خلاف ذلك لكان هناك عدد اولى يقسم ٩١ و ٦ × ١٢ × ١٥ وعليه فيقسم هذا العدد احد عوامل ٦ و ١٢ و ١٥ كما فى غرة ٥٨ فحينئذ يكون لعدد ٩١ عامل مشترك مع احد اعداد ٦ و ١٢

و ١٥ وهذا خلاف القاعدة

(٦٣) اذا كان هنالك عدد اولى مع عدد آخر فهو ايضا اولى مع جميع قواه ويصح استنباط ذلك من كل من القاعدتين المتقدمتين

(٦٤) لايمكن تحليل اى عدد الى عوامل اولية الا بطريقة واحدة بمعنى ان الطريقة التى يتوصل بها الى تحليل العدد الى عوامل اولية لابد ان يتوصل بها الى معرفة تلك العوامل الاولية مشارا اليها بالاسس المتحدة ولا يتغير فى ذلك الاوضع تلك العوامل ولنمثل لهذه القاعدة بعدد ٣٦٠ فاذا سلكنا فى ذلك طريقة من الطرق وجدنا عدد $٣٦٠ = ٥ \times ٣^{٢} \times ٢^{٣}$ فاذا سلكنا طريقة اخرى وجدنا بالضرورة عوامل $٢^{٣}$ و $٣^{٢}$ و ٥ بعينها ومن المعلوم انه لايمكن ان نجد فى ٣٦٠ عوامل اولية اخرى غير ٢ و ٣ و ٥ لانه بموجب قاعدة نمرة ٥٨ لايمكن ان يكون كل قاسم اولى لعدد ٣٦٠ الا احد اعداد ٢ و ٣ و ٥ لان كل قاسم اولى للعدد المذكور يقسم احد عوامل ٢ و ٣ و ٥ التى هى العوامل الاولية لعدد $٥ \times ٢^{٣} \times ٣^{٢}$ وزيادة على ذلك اذا تحلل ٣٦٠ بطريقة اخرى الى عوامل اولية لم يكن لاحد عوامل ٢ و ٣ و ٥ اس غير الاس المجعول له فى $٥ \times ٢^{٣} \times ٣^{٢}$ فاذا فرضنا ان ٣٦٠ يحتوى على عامل ٣×٢^{٧} مثلا وان $٣٦٠ = ٥ \times ٢^{٣} \times ٣^{٢}$ مثلا فمن حيث انه قد ظهر ان ينتج ان $٥ \times ٣ \times ٢^{٧} = ٥ \times ٢^{٣} \times ٣^{٢}$ وبقسمة كل من الطرفين على ٣×٢^{٧} يكون

$$٥ \times ٢^{٣} = ٥ \times ٣ \times ٢^{٤}$$

وحيث ان $٥ \times ٣ \times ٢^{٤}$ يقبل القسمة على ٢ يلزم ان عدد ٥×٢^{٣} يقبل القسمة ايضا على المقسوم عليه وهو ٢ وذلك محال كما فى نمرة ٥٨ فحينئذ تثبت القاعدة المذكورة

(٦٥) اذا اردت ان تحلل اى عدد الى عوامل اولية فاقسم هذا العدد بالتوالى

على

على كل من الاعداد الاولية التي لا تتجاوز نصفه وهي ٢ و ٣ و ٥ الخ فان لم تصح قسمة من هذه القسمات كان العدد المذكور عددا أوليا كما في الخاصية الثامنة من نمرة ٤٠ وان كان للقسمة خارج صحيح فاقسم هذا الخارج على العدد الاولي المقسوم عليه فان كان خارج هذه القسمة صحيحا ايضا فاقسمه على ذلك العدد الاولي بعينه وهكذا تستمر على القسمة حتى يتحصل لك خارج قسمة لا يقبل القسمة على العدد الاولي المقسوم عليه ثم تجري العملية على هذا الخارج الاخير كما اجريتها على العدد المفروض مع ملاحظة ان هذا الخارج لا يقبل القسمة الا على اعداد اولية اكبر من العدد المقسوم عليه وهكذا تستمر في اجراء العملية حتى تتوصل الى خارج يكون عددا اوليا ويكون العدد المفروض مساويا لحاصل ضرب خارج القسمة الاخير في جميع الاعداد المقسوم عليها

ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون المطلوب تحليل عدد ١١٠٠ الى عوامله الاولية فهذا العدد لا يقبل القسمة على ٢ كما في نمرة ٤١ وانما يقبل القسمة على ٣ كما في نمرة ٤٤ ويكون خارج القسمة ٣٨٥ فعلى هذا يكون

$$١١٠٠ = ٣ \times ٣٨٥$$

وتؤول المسئلة الى تعيين العوامل الاولية التي في ٣٨٥ فنقول ان هذا العدد لا يقبل القسمة على ٣ كما في نمرة ٤٤ لكنه يقبل القسمة على ٥ كما في نمرة ٤٢ ويكون خارج القسمة ٧٧ فاذن يكون

$$٣٨٥ = ٥ \times ٧٧ \quad \text{و} \quad ١١٠٠ = ٣ \times ٥ \times ٧٧$$

فلم يبق علينا الا تحليل عدد ٧٧ الى عوامله الاولية لكن هذا العدد لا يقبل القسمة على ٥ كما في نمرة ٤٢ وانما يقبل القسمة على ٧ ويكون الخارج ١١ وحيث ان هذا الخارج عدد اولي فعدد ١١٠٠ $= ٣ \times ٥ \times ٧ \times ١١$

وصورة وضع العملية هكذا

$^{٢}_{٧}$ اولى مع $^{٣}_{٢} \times ٥$ لانه لما كان ٧ اوليا مع ٢ و ٥
ينتج من قاعدة نمرة ٦١ أن $^{٢}_{٧}$ اولى مع $^{٣}_{٢}$ و ٥ فاذن عدد
$^{٢}_{٧}$ أولى مع حاصل ضرب $^{٣}_{٢} \times ٥$ كما في نمرة ٦٢
فحينئذ جميع الحواصل الناتجة على التوالي من ضرب احد قواسم ١ و ٢
وهكذا الى $^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٥}$ في احد قواسم ١ و ٧ و $^{٢}_{٧}$ تكون
قواسم لعدد ٩٨٠٠ كما في نمرة ٥٩ وبهذه الطريقة تحصل قواسم

$$١ \text{ و } ٢ \text{ و } ^{٢}_{٢} \text{ و } ^{٣}_{٢} \text{ و } ٥ \text{ و } ٢ \times ٥ \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ٥ \text{ و } ^{٣}_{٢}$$
$$\times ٥ \text{ و } ^{٢}_{٥} \text{ و } ٢ \times ^{٢}_{٥} \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \text{ و } ^{٣}_{٢}$$
$$\text{و } ٧ \text{ و } ٢ \times ٧ \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ٧ \text{ و } ^{٣}_{٢} \times ٧ \text{ و } ٥ \times ٧$$
$$\text{و } ٢ \times ٥ \times ٧ \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ٥ \times ٧ \text{ و } ^{٣}_{٢} \times ٥ \times ٧$$
$$\text{و } ^{٢}_{٥} \times ٧ \text{ و } ٢ \times ^{٢}_{٥} \times ٧ \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ٧$$
$$\text{و } ^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ٧ \text{ و } ٢ \times ^{٢}_{٧} \times ^{٢}_{٢} \text{ و } ^{٢}_{٧} \times ^{٢}_{٢}$$
$$\text{و } ^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ٥ \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ٢ \times ٥ \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ^{٢}_{٧} \times ^{٢}_{٢}$$
$$\times ٥ \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ^{٣}_{٢} \times ٥ \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ٢ \times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧}$$
$$\times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ^{٢}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧} \text{ و } ^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧}$$
$$\times ^{٢}_{٧}$$

وحينئذ يقبل عدد ٩٨٠٠ القسمة على الستة والثلاثين قاسما المتقدمة
لانه ينتج من قاعدة نمرة ٦٤ انه اذا تحلل ٩٨٠٠ الى عوامل اولية
باي طريقة كانت فلا بد أن يكون هذا العدد مساويا $^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧}$
وينتج من هذا انه لا يمكن أن احد قواسم ٩٨٠٠ يحتوي على عوامل اولية
اخرى غير ٢ و ٥ و ٧ فاذن يلزم أن يكون هذا القاسم محتويا على
احد عوامل ٢ و ٥ و ٧ باس أكبر من الذي كان مجعولا له في $^{٣}_{٢}$
$\times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧}$ حتى يكون ٩٨٠٠ قابلا للقسمة على قاسم آخر غير القواسم
التي تحصلت ابقا

لكن لا يصح أن عددا مثل $^{٤}_{٢} \times ٥$ يقسم على $^{٣}_{٢} \times ^{٢}_{٥} \times ^{٢}_{٧}$

لانه

لانه لو صحت هذه القسمة لقسم عدد $٤_{٢} \times ٣_{٢} \times ٥_{٢} \times ٧_{٢}$ كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ حيث ان عدد $٤_{٢}$ اولى مع $٥_{٢}$ و $٧_{٢}$ كما فى نمرة ٦١ فعدد $٤_{٢}$ حينئذ اولى مع $٥_{٢} \times ٧_{٢}$ كما فى نمرة ٦٢ وحيث انه يصح اعتبار $٣_{٢} \times ٥_{٢} \times ٧_{٢}$ كحاصل ضرب عاملى $٣_{٢}$ و $٥_{٢} \times ٧_{٢}$ كما فى نمرة ١٧ فعدد $٤_{٢}$ يقسم حينئذ $٣_{٢}$ وهذا مستحيل كما فى الخاصية الثامنة من نمرة ٤٠

فاذن لا يصح أن ٩٨٠٠ يقبل القسمة على قواسم اخر غير القواسم التى تحصلت سابقا

تنبيه * حيث ان أسس عوامل عدد ٩٨٠٠ الاولية هى ٣ و ٢ و ٢ فمن الواضح أن عدد قواسم ٩٨٠٠ يساوى عدد ٣٦ الذى هو حاصل ضرب اعداد ٤ و ٣ و ٣ المتحصلة من اضافة الواحد الى كل اس وذلك لانه لابد فى ايجاد جميع قواسم $٣_{٢} \times ٥_{٢} \times ٧_{٢}$ من ضرب كل من اعداد ١ و ٢ و ٣ و $٣_{٢}$ الاربعة فى كل من اعداد ١ و ٥ و $٥_{٢}$ الثلاثة فيتحصل من ذلك حواصل بقدر حاصل ٤×٣ ثم ضرب كل من هذه الحواصل فى كل من اعداد ١ و ٧ و $٧_{٢}$ الثلاثة فيتحصل من ذلك حواصل بقدر $٤ \times ٣ \times ٣$ وهى قواسم عدد ٩٨٠٠ التى فى الجدول المتقدم فلم يبق علينا حينئذ الا البرهنة على أن جميع الحواصل المتحصلة بهذه الطريقة مختلفة وهو من البديهيات لانه لو فرض أن حاصلين من هذه الحواصل متساويان لكانا محتويين على العوامل الاولية المتحدة الاسس كما فى نمرة ٦٤ وهذا لا يتأتى بموجب الطريقة التى تألفت بها الحواصل المذكورة

(٦٧) ومما ذكرنا تنتج قاعدة مطردة هى انه متى اردت ايجاد جميع القواسم لاى عدد لزم أن تحلل ذلك العدد الى عوامل اولية كما فى نمرة ٦٥ ثم تضع فى السطر الاول الوحدة والقوى المتتابعة لاحد تلك العوامل الاولية مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا بحيث يكون اخر عدد فى هذا السطر

هو المعتبر عددا اوليا وتضع عليه اسمه الاكبر الذى فى العدد المفروض وتضع أيضا فى السطر الثانى الوحدة والقوى المتتابعة لعامل اولى آخر من العدد المفروض مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا وهكذا تصنع فى كل عامل من العوامل الاولية من العدد المفروض فاذا تم الجدول فاضرب على التوالى جميع اعداد السطر الاول فى جميع اعداد السطر الثانى ثم كلا من هذه الحواصل فى كل من الاعداد التى فى السطر الثالث من الجدول ثم تضرب الحواصل المتحصلة فى كل من اعداد السطر الرابع وهلم جرا فتكون حينئذ الحواصل الاخيرة الناتجة من ضرب الاعداد التى فى السطر الاخير من الجدول هى جميع قواسم العدد المفروض (بادخال الوحدة والعدد المفروض فى تلك القواسم) فاذا اردت ايجاد عدد القواسم المذكورة فأضف الوحدة الى كل من اسس العوامل الاولية من العدد المفروض واستخرج حاصل ضرب تلك الاسس باضافة الوحدة اليها فيدلك هذا الحاصل على عدد قواسم العدد المفروض مثلا اذا كان المطلوب تعيين جميع قواسم عدد ٤٥٠٠٠ ومعرفة عددها فبتحليل عدد ٤٥٠٠٠ الى عوامله الاولية ينتج

$$٤٥٠٠٠ = ٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥^{٣} \text{ كما فى نمرة } ٦٥$$

فتركب الجدول على هذا الوجه

١	٢	٣
و	و	و
٢	٣	٣
١	٣	٣
و	و	و
٢	٣	٤
١	٥	٥
و	و	و
٥	٥	٥

وتضرب كلا من اعداد السطر الاول فى كل من اعداد السطر الثانى فتحصل هذه الحواصل وهى ١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ و ٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ ثم تضرب كلا من هذه الحواصل فى كل من اعداد السطر الاخير وهى ١ و ٥ و ٢٥ و ٣٥ و ٤٥ فتكون الحواصل

١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ و ٩

و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠
و ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ و ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠
و ٣٦٠ و ٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ و ٧٥ و ١٥٠
و ٣٠٠ و ٦٠٠ و ٢٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠
و ١٢٥ و ٢٥٠ و ٥٠٠ و ١٠٠٠ و ٣٧٥ و ٧٥٠
و ١٥٠٠ و ٣٠٠٠ و ١١٢٥ و ٢٢٥٠ و ٤٥٠٠
و ٩٠٠٠ و ٦٢٥ و ١٢٥٠ و ٢٥٠٠ و ٥٠٠٠
و ١٨٧٥ و ٣٧٥٠ و ٧٥٠٠ و ١٥٠٠٠ و ٥٦٢٥
و ١١٢٥٠ و ٢٢٥٠٠ و ٤٥٠٠٠ هى القواسم المطلوبة

وعدد قواسم $\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥}$ هو $٤ \times ٣ \times ٥$ او ٦٠
وهو حاصل ضرب أسس ٣ و ٢ و ٤ باضافة الوحدة اليها

(٦٨) اذا كان مثلاً أعداد متحللة الى عوامل أولية فطريق استخراج قاسمها المشترك الاعظم يكون بتكوين حاصل ضرب جميع العوامل الاولية المشتركة بين تلك الاعداد حيث ان كلا من هذه العوامل المشتركة موضوع عليه أصغر أسسه التى فى الاعداد المفروضة مثلا ليكن عدد $٩٢٤ = \frac{٢}{٢} \times ٣$
$\times ٧ \times ١١$ وعدد $٧٢٠ = \frac{٤}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times ٥$
فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو $\frac{٢}{٢} \times ٣$ لانه حيث كان العدد الاول من هذين العددين المفروضين مساويا بالعدد $\frac{٢}{٢} \times ٣ \times (٧ \times ١١)$ والعدد الثانى منهما مساويا بالعدد $\frac{٢}{٢} \times ٣ \times (\frac{٢}{٢} \times ٣ \times ٥)$
فاذا قسمتهما على $\frac{٢}{٢} \times ٣$ الذى هو حاصل ضرب جميع العوامل المشتركة كان كل من خارجى القسمة وهما ٧×١١ و $\frac{٢}{٢} \times ٣ \times ٥$ أوليا مع الآخر وحينئذ يكون القاسم وهو $\frac{٢}{٢} \times ٣$ هو القاسم الاعظم المشترك بين العددين المفروضين تحقيقا كما فى نمرة ٥٦

ومثل هذه الطريقة يبرهن على أن القاسم الاعظم المشترك بين $\frac{٤}{٧} \times ١١$ و $\frac{٦}{٢} \times \frac{٧}{٣} \times \frac{٢}{٧} \times \frac{٢}{١٣}$ هو $\frac{٤}{٢} \times \frac{٥}{٣}$

$\times 3^{2}_{7}$ الذى هو حاصل ضرب العوامل المشتركة بين العددين المفروضين

(٦٩) مسئلة فى بيان استخراج جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد

وطريق ذلك أن يقال كل قاسم مشترك بين عدة اعداد فهو ايضا يقسم قاسمها المشترك الاعظم كما فى نمرة ٥٤ ويقابله أن كل قاسم أعظم مشترك بين عدة اعداد هو ايضا قاسم مشترك بين تلك الاعداد كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ فبناء على ذلك تحصل جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد بالبحث عن جميع قواسم قاسمها المشترك الاعظم كما فى نمرة ٦٧

مثلا ليكن المطلوب استخراج جميع القواسم المشتركة بين عددى ٩٢٤ و ٧٢٠

فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو عدد ١٢ فتكون جميع قواسم هذا العدد وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٦ و ١٢ هى القواسم المشتركة بين هذين العددين المفروضين

(٧٠) يكفى فى ايجاد أصغر عدد يقبل القسمة على اعداد مفروضة أن تحلل تلك الاعداد الى عوامل أولية ثم تستخرج حاصل ضرب جميع العوامل الاولية المشتركة بين الاعداد المذكورة حيث ان كلا من هذه العوامل المشتركة موضوع عليه اكبر اسسه التى فى الاعداد المفروضة

مثلا ليكن المطلوب ايجاد العدد الاصغر الذى يقبل القسمة على كل من الاعداد ٢٠٠ و ٥٠٠ و ١٤٧

فتحلل تلك الاعداد المفروضة الى عوامل اولية فيكون

$٢٠٠ = 2^{3}_{2} \times 5^{2}_{5}$ و $٥٠٠ = 2^{2}_{2} \times 3^{3}_{5}$ و $١٤٧ = 3 \times 7^{2}_{7}$

فاذن يكون $2^{3}_{2} \times 3^{3}_{5} \times 7^{2}_{7}$ أو ١٤٧٠٠٠ هو العدد المطلوب

وذلك لان من المعلوم ان هذا العدد يقبل القسمة على كل من الاعداد المفروضة كما فى نمرة ٣٨ وحيث ان العدد المطلوب يقبل القسمة على ٢٠٠ وعلى

٥٠٠ وعلى ١٤٧ فهو ايضا بالضرورة قابل للقسمة على $\frac{٣}{٢}$ الذى هو عامل ٢٠٠ وعلى $\frac{٣}{٥}$ الذى هو عامل ٥٠٠ وعلى ٣ و $\frac{٢}{٧}$ اللذين هما عاملا ١٤٧ وحيث ان قواسم $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٥}$ و ٣ و $\frac{٢}{٧}$ اولية مع بعضها اعنى كما فى غمرة ٦١ فالعدد المطلوب يقبل بالضرورة القسمة على حاصل ضربها وهو $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٥} \times ٣ \times \frac{٢}{٧}$ كما فى غمرة ٥٩ فاذن لا يمكن ان يكون اقل من هذا الحاصل

(الباب الثالث)

(فى الكسور الاعتيادية والكسور الاعشارية)

(الفصل الاول)

(فى الكسور الاعتيادية)

(٧١) قد يكون الباقى بعد اجراء عملية القسمة فى جميع أرقام المقسوم أقل من المقسوم عليه فاذن لا يكون خارج القسمة الكلى عددا صحيحا لانه منحصر بين عددين صحيحين متواليين كما فى غرة (٣١)

مثلا حيث ان عدد ٢٥ محصور بين ٧ × ٣ و ٧ × ٤ فخارج قسمة هذا العدد على ٧ منحصر بين ٣ و ٤ فيتألف حينئذ من جزء صحيح وهو ٣ زائد جزأ اقل من الواحد ولذلك يسمى كسرا ولاجل الدلالة على هذا الكسر الذى هو عبارة عن خارج قسمة الباقى وهو ٤ على المقسوم عليه وهو ٧ يوضع ٧ تحت ٤ هكذا $\frac{4}{7}$ وأما خارج القسمة الكلى الذى هو ٣ × $\frac{4}{7}$ فيوضع هكذا $3\frac{4}{7}$

ولاجل تقويم $\frac{4}{7}$ باجزاء الواحد يلاحظ أن قسمة ٤ على ٧ تؤول الى اخذ الجزء السابع من كل من آحاد الاربعة فيتحصل سبع الواحد ٤ مرات او يقال يتحصل اربعة اسباع الواحد او اربعة اسباع فقط فاذن يكون سبع الاربعة الآحاد معادلا لسبع الواحد ٤ مرات

وبالجملة فمتى اردت تقويم اى كسر فاعتبر ان الواحد مقسوم الى عدة اجزاء متساوية بقدر ما فى المقسوم عليه من الآحاد وأنه اخذ من تلك الاجزاء بقدر ما فى المقسوم من الآحاد

واذا كان المقسوم عليه ٢ أو ٣ او ٤ وهكذا الى ١٠ فقل عند النطق بالكسر نصف * ثلث * ربع وهكذا الى عشر هذا اذا كان المقصود واحدا فان كان متعددا ككسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ فانطق به هكذا ثلثان * ثلاثة ارباع اربعة اخماس وهكذا الى تسعة اعشار فان كان المقسوم عليه اكثر من ١٠

ككسور $\frac{٢}{١١}$ و $\frac{٣}{١٢}$ و $\frac{١١}{١٧}$ الخ فانطق به هكذا ٢ من ١١ * ٣ من ١٢ * ١١ من ١٧

ثم ان العدد الاسفل من اى كسر كان يدل على ماتتقوم منه اجزاء الاحد الموجودة فى الكسر والعدد الاعلى يدل على عدة الاجزاء المأخوذة منه ويسمى لاول مقاما والثانى بسطا والبسط والمقام يسميان حدى الكسر

فالبسط فى كسر $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو ٥ والمقام ٧ والكسور بحسب الاصل أقل من الواحد وقد تؤدى عملياتها فى بعض الاحيان الى نتيجة اكبر من الواحد فتكون عددا كسريا أى عددا صحيحا ومكسورا لكنهم تساهلوا فى اطلاق اسم الكسر عليها

تنبيه * يؤخذ مما تقدم أن الكسر اما أن يعتبر كخارج قسمة البسط على المقام أو يدل على أن الواحد منقسم الى عدة اجزاء متساوية مبينة القيمة بالمقام وأنه أخذ منها أجزاء بقدر ما فى البسط من الآحاد

والثانى هو المعتبر عادة اذ به يتعلق مقدار تقسيمات الواحد وتعلم قيمتها ويتوصل الى القواعد التى تستعمل فى أجراء عمليات الكسور

(٧٢) كلما كبر بسط الكسر وصغر مقامه كبر ذلك الكسر وبالعكس اى انه كلما صغر بسط الكسر وكبر مقامه صغر ذلك الكسر وهذا ناشئ من تعريف الكسر

ويمكن استنباط هذه الخاصية أيضا من قاعدة خمرة ٣٤ بناء على اعتبار الكسر كخارج قسمة البسط على المقام كما فى (٧١)

(٧٣) لا يتغير مقدار الكسر اذا ضرب حداه فى عدد واحد أو قسما على عدد واحد

ولنمثل لذلك بكسر $\frac{٣}{٧}$ فان بقى المقام على حاله وضرب البسط فى ٥ تغير الكسر الى $\frac{١٥}{٧}$ فيكبر حينئذ ٥ مرات لان الكسر الثانى يحتوى على اجزاء اكثر من الاول ٥ مرات وهذه الاجزاء متحدة المقدار فى كل من الكسرين وان بقى البسط على حاله وضرب المقام فى ٥ تغير الكسر الى $\frac{٣}{٣٥}$ فيصغر

حينئذ ٥ مرات لانه يحتوى على اجزاء بقدر اجزاء $\frac{٣}{٧}$ كل جزء منها يصغر ٥ مرات حيث ان الواحد انقسم الى خمسة اجزاء متساوية

فعلى هذا لا يتغير مقدار الكسر بضرب حديه جميعا فى ٥ وذلك أنه بضرب بسط الكسر فى ٥ يكبر ذلك الكسر ٥ مرات وبضرب المقام فى ٥ يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات وبمثل ذلك يبرهن على أنه اذا قسم بسط الكسر على ٥ يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات واذا قسم مقامه على ٥ يكبر عما كان عليه ٥ مرات فاذن لا يتغير مقدار الكسر المذكور بقسمة حديه جميعا على ٥ وقس على هذا العدد غيره من الاعداد لوجود البرهان المذكور فيها ايضا وبذلك تثبت القاعدة المذكورة

ويستنبط من تلك القاعدة كيفية تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد وطريقة اختصارها بدون أن يتغير مقدارها

(٧٤) يكفى فى تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد بدون أن تتغير مقاديرها أن تضرب حدى كل من هذه الكسور فى حاصل ضرب مقامات الكسور الاخرى لانه بموجب قواعد غرة ٢١ و ١٧ و ٧٣ تكون مقامات الكسور الحادثة متساوية وتكون تلك الكسور ايضا مكافئة للكسور المفروضة

فاذا طبقت قاعدة تحويل الكسور الى ذات مقام واحد على كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٦}{٧}$ تحصلت لك كسور مكافئة وهى

$$\frac{٢ \times ٥ \times ٧}{٣ \times ٥ \times ٧} \quad \frac{٤ \times ٣ \times ٧}{٥ \times ٣ \times ٧} \quad \frac{٦ \times ٣ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٥}$$

واذا اجريت عملية الضرب المذكور تحصلت لك كسور متحدة المقام وهى

$$\frac{٧٠}{١٠٥} \text{ و } \frac{٨٤}{١٠٥} \text{ و } \frac{٩٠}{١٠٥}$$

ويمكن استنباط هذه القاعدة ايضا من غرتى ٢١ و ٧٣ وذلك لانك اذا طبقت هذه القاعدة على كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٦}{٧}$ تحصلت لك هذه الكسور وهى

$\frac{٢ \times (٥ \times ٧)}{٣ \times (٥ \times ٧)}$ و $\frac{٤ \times (٣ \times ٧)}{٥ \times (٣ \times ٧)}$ و $\frac{٦ \times (٣ \times ٥)}{٧ \times (٣ \times ٥)}$

وهي مكافئة للكسور المفروضة كما في نمرة (٧٣) ومقامات هذه الكسور الحادثة مساوية لبعضها لانه بموجب قاعدة نمرة ٢١ يكون

$٣ \times (٧ \times ٥) = (٣ \times ٧) \times ٥ = ٣ \times ٥ \times ٧$

و $٥ \times (٣ \times ٧) = (٥ \times ٣) \times ٧ = ٥ \times ٣ \times ٧$

و $٧ \times (٥ \times ٣) = (٧ \times ٥) \times ٣ = ٧ \times ٥ \times ٣ = ١٠٥$

تنبيهات الاول اذا كان في مقامات الكسور المفروضة عوامل مشتركة يسهل تحويل تلك الكسور الى ذات مقام مشترك اصغر من حاصل ضرب المقامات وهاك بيان ذلك

اولا متى كان اكبر مقامات الكسور المفروضة قابلا للقسمة على جميع المقامات الاخرى فان ذلك المقام يجعل مقاما مشتركا لجميع الكسور المذكورة ويتحصل البسط الجديد لكل كسر بضرب البسط الاصلي في خارج قسمة المقام الجديد على المقام الاصلي وبذلك تكون كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٧}{١٢}$ مساوية لكسور $\frac{٨}{١٢}$ و $\frac{٩}{١٢}$ و $\frac{١٠}{١٢}$ و $\frac{٧}{١٢}$ على الترتيب

وثانيا متى كان اكبر مقامات الكسور المفروضة غير قابل للقسمة على جميع المقامات الاخرى فانه يبحث عن العدد الاصغر الذي يقبل القسمة على جميع المقامات كما في نمرة ٧٠ ثم يجعل مقاما لجميع الكسور المذكورة وتتحصل البسوط الجديدة بالطريقة السابقة في الصورة الاولى

ولنمثل لذلك بكسور $\frac{١١}{٧٢}$ و $\frac{٧}{٦٠}$ و $\frac{٣}{١٧٥}$

فبموجب نمرة ٧٠ يكون المقام الاصغر المشترك هو ١٢٦٠٠ وبتحويل هذه الكسور الى ذلك المقام المشترك تتحصل الكسور المكافئة وهي

$\frac{١٩٢٥}{١٢٦٠٠}$ و $\frac{١٤٧٠}{١٢٦٠٠}$ و $\frac{٢١٦}{١٢٦٠٠}$

التنبيه الثاني يكفي في مقابلة مقادير عدة كسورية بعضها أن تحولها الى ذات مقام واحد فاذا كان من الكسور المتحدة المقام بسطها اكبر فهو اكبرها كما في

ثمرة ٧٢ التنبيه الثالث اذا كان هنالك كسران متكافئان فحاصل ضرب بسط الاول فى مقام الثانى يساوى حاصل ضرب بسط الثانى فى مقام الاول لان هذين الحاصلين عبارة عن البسطين الجديدين للكسرين المفروضين اللذين حولا الى مقام واحد

مثلا حيث ان كسرى $\frac{٨}{١٢}$ و $\frac{٦}{٩}$ متكافئان فبتحويلهما الى مقام مشترك وهو ١٢ × ٩ يكون كسرا $\frac{٨ \times ٩}{١٢ \times ٩}$ و $\frac{٦ \times ١٢}{٩ \times ١٢}$ المتكافئان متساويين وحيث ان مقامى ١٢ × ٩ و ٩ × ١٢ متساويان كما فى ثمرة ٢١ فبسطا ٨ × ٩ و ٦ × ١٢ متساويان بالضرورة

(٧٥) ينتج مما سبق وهو عدم تغير مقدار الكسر بقسمة حديه على عدد واحد أنه اذا وجد قاسم مشترك بين حدى اى كسر امكن اختصار ذلك الكسر بدون أن يتغير مقداره وذلك بقسمة حديه على القاسم المشترك المذكور

مثلا اذا فرضت كسر $\frac{٣٠}{٤٢}$ فبقسمة حديه على ٢ يتحصل الكسر المكافى له وهو $\frac{١٥}{٢١}$ وبقسمة ١٥ و ٢١ على ٣ يتحصل الكسر المختصر وهو $\frac{٥}{٧}$

ثم ان قسمة حدى الكسر المفروض وهما ٣٠ و ٤٢ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦ تؤدى من أول وهلة الى كسر $\frac{٥}{٧}$

(٧٦) الكسر الاصم هو ما لا يمكن تحويله الى صورة مختصرة بمعنى انه اذا لم يمكن التعبير عنه بكسر مكافى له يكون حداه اقل من الحدين الاصليين كل من نظيره

ويؤخذ من هذا التعريف انه لا يمكن وجود قاسم مشترك بين حدى الكسر الاصم وأن الكسرين الاصمين المختلفى الحدود لا يمكن أن يكونا متحدى المقدار

(٧٧) اذا لم يكن لحدى الكسر قاسم مشترك كان ذلك الكسر اصم وذلك انه اذا فرضنا ان حدى كسر $\frac{١٢}{٣٥}$ ليس لهما قاسم مشترك وأن هذا الكسر مساو

الكسر $\frac{٨}{٣٥}$ الذى حداه اقل من الاول فبتحويل هذين الكسرين الى ذى مقام واحد وهو ٣٥ × ٢٠ يلزم ان البسطين الحادثين وهما ١٢ × ٢٠ و ٨ × ٣٥ متساويان وحيث ان ١٢ × ٢٠ يقبل القسمة على ١٢ فالحاصل الذى هو ٨ × ٣٥ يقبل أيضا القسمة على ١٢ وحيث ان ١٢ اولى مع ٣٥ لزم ان ١٢ يقسم ٨ كما فى نمرة ٥٧ وهذا محال لان عدد ١٢ الذى هو بسط كسر $\frac{١٢}{٣٥}$ أكبر من عدد ٨ الذى هو بسط كسر $\frac{٨}{٣٥}$ فاذن لا يمكن تحويل كسر $\frac{١٤}{٣٥}$ الى صورة مختصرة فعلى ذلك يكون كسرا اصم

(٧٨) يكفى فى تحويل اى كسر الى اصغر صورة واوجز عبارة بدون ان يتغير مقداره ان تقسم حديه على قاسمهما المشترك الاعظم كما فى نمرة ٧٧ مثلا اذا كان المطلوب تحويل كسر $\frac{٣٣٠}{٤٦٢}$ الى اوجز عبارة فاقسم حديه على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦٦ فينحصل الكسر الاصم وهو $\frac{٥}{٧}$ المكافى للكسر $\frac{٣٣٠}{٤٦٢}$

واما كسر $\frac{١١٣}{٣٥٥}$ فهو اصم لان القاسم المشترك الاعظم بين حديه مساو للواحد

(٧٩) يكفى فى جمع الكسور المتحدة المقام ان تجمع البسوط الى بعضها ثم تضع تحت مجموعها المقام المشترك واما ان كانت مختلفة المقام فتحولها الى مقام مشترك ثم تجرى عليها العملية كما فى الصورة المتقدمة

مثلا مجموع كسرى $\frac{٢}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ هو $\frac{٣+٢}{٧}$ اى $\frac{٥}{٧}$ لان ٢ فى $\frac{١}{٧}$ زائدا ٣ فى $\frac{١}{٧}$ يعادل ٥ فى $\frac{١}{٧}$ او $\frac{٥}{٧}$

واذا كان المطلوب جمع كسرى $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٢}{٣}$ فحولهما الى مقام مشترك فينحصل لك كسران مكافئان لهما وهما $\frac{١٢}{١٥}$ و $\frac{١٠}{١٥}$ ويكون مجموعهما هو $\frac{١٢+١٠}{١٥}$ او $\frac{٢٢}{١٥}$

(٨٠) يكفى فى طرح اى كسر من آخر متحدمعه فى المقام ان تطرح بسط

الكسر الاول من بسط الثانى ثم تضع المقام المشترك تحت الباقى المتحصل فان كان الكسران مختلفى المقام فحولهما الى مقام واحد ثم اجر عليهما العملية كما فى الصورة الاولى وبتطبيق هذه الفاعدة ترى ان $\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$ و $\frac{٢٢}{١٥} - \frac{٤}{٥} = \frac{٢٢}{١٥} - \frac{١٢}{١٥} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

(٨١) يؤخذ مما تقدم فى نمرة ٧٣ انه اذا اريد ضرب اى كسر فى عدد صحيح يكفى ضرب البسط فى ذلك العدد الصحيح او قسمة المقام عليه وانه اذا اريد قسمة اى كسر على عدد صحيح يكفى قسمة البسط على ذلك العدد الصحيح أو ضرب المقام فيه فعلى هذا يكون حاصل ضرب $\frac{٥}{١٢}$ فى ٤ هو $\frac{٢٠}{١٢}$ او $\frac{٥}{٣}$ ويكون خارج قسمة $\frac{١٢}{٥}$ على ٤ هو $\frac{٣}{٥}$ او $\frac{١٢}{٢٠}$

(٨٢) اذا كان المضروب فيه كسرا فانه لا ينظر فى هذه الصورة الى كون الضرب يعتبر بجمع مختصر كما فى نمرة ١٦ بل ينظر فيها الى معنى الضرب من حيث هو بأن يلاحظ ان الغرض منه تحصيل عدد يسمى حاصلا مؤلف من عدد آخر يسمى مضروبا كتأليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الواحد

ويؤخذ من ذلك انه فى ضرب عدة كسور فى بعضها يكفى ايجاد حاصل ضرب البسوط على التوالى ثم حاصل ضرب المقامات وهذان الحاصلان عبارة عن حدى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

وبيان ذلك انه اذا اريد ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ يكفى فى ذلك ايجاد عدد يسمى حاصلا مؤلف من $\frac{٢}{٣}$ كتأليف $\frac{٤}{٥}$ من الواحد وحيث ان $\frac{٤}{٥}$ مؤلف من خمس الواحد ٤ مرات فحاصل ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ يكون بأخذ خمس $\frac{٢}{٣}$ اربع مرات وحيث ان خمس $\frac{٢}{٣}$ هو $\frac{٢}{٥\times٣}$ كما فى نمرة ٨١ فخمس $\frac{٢}{٣}$ المكرر اربع مرات يساوى $\frac{٢}{٥\times٣}$ اربع مرات اى $\frac{٤\times٢}{٥\times٣}$ فاذن يكون حاصل ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٤\times٢}{٥\times٣}$ اى $\frac{٨}{١٥}$

وبذلك تتحقق القاعدة المذكورة فى كسرين

واذا اريد تحصيل حاصل ضرب ثلاثة كسور كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٧}{١١}$ لزم ان يلاحظ انه حيث كان حاصل ضرب الكسرين الاولين يساوى $\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٥}$ يكفى فى ضرب هذا الكسر الاخير فى $\frac{٧}{١١}$ فيتحصل $\frac{٢ \times ٤ \times ٧}{٣ \times ٥ \times ١١}$ اى $\frac{٥٦}{١٦٥}$

وحيث صح اجراء القاعدة فى ثلاثة كسور فلا مانع من اجرائها ايضا فى اربعة فاكثر

تنبيهان ١ الاول لا يتغير مقدار حاصل ضرب عدة كسور بتغير مواضعها لانه لما كانت البسوط والمقامات اعدادا صحيحة كان لا يتغير كل من حاصل ضرب البسوط وحاصل ضرب المقامات كما فى ثمرة ٢١ وهذان الحاصلان عبارة عن حدى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

ويؤخذ من هذه الخاصية ان فاعدة ثمرة ١٧ تجرى ايضا فى الكسور

التنبيه الثانى كما كبرا وصغر المضروب فيه عن الواحد كبرا وصغر حاصل الضرب عن المضروب لانه اذا ساوى المضروب فيه الواحد ساوى الحاصل المضروب ويكون مؤلفا منه كتاليف المضروب فيه من الواحد

فعلى هذا يكون حاصل ضرب الكسرين اذا كانا دون الواحد اصغر من كل منهما

(٨٣) ضرب عدة كسور فى بعضها هو عبارة عن اخذ كسور الكسور

مثلا اذا كان المطلوب ايجاد حاصل ضرب كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٧}{١١}$ لزم ان تضرب اولا $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ بمعنى انك تاخذ $\frac{٤}{٥}$ من $\frac{٢}{٣}$ فيتحصل $\frac{٨}{١٥}$ ثم تضرب هذا الحاصل الاخير فى $\frac{٧}{١١}$ بمعنى انك تاخذ منه $\frac{٧}{١١}$ فيتحصل $\frac{٥٦}{١٦٥}$ فبذلك قد اخذت $\frac{٧}{١١}$ من $\frac{٤}{٥}$ من $\frac{٢}{٣}$

(٨٤) قوى الكسر الاصم هى ايضا كسور صماء

فاذا فرضنا مثلا ان $\frac{٦}{٧}$ هو الكسر الاصم كانت قوته الثالثة أيضا كسرا اصم وذلك لان قوة $\frac{٦}{٧}$ الثالثة هى $\frac{٦}{٧} \times \frac{٦}{٧} \times \frac{٦}{٧}$ او $\frac{٦ \times ٦ \times ٦}{٧ \times ٧ \times ٧}$

او $\frac{٣٦}{٣٧}$ فلو لم يكن هذا الكسر الاخير اصم لقبل حداه وهما $\frac{٣٦}{٣٧}$ و $\frac{٣٧}{٣٨}$ القسمة على عدد واحد اولى كما فى غرة ٧٧ فيكون هذا العدد الاخير قاسما لعددى ٦ و ٧ كما فى غرة ٥٨ وهذا يستلزم ان كسر $\frac{٦}{٧}$ لا يكون أصم كما فى غرة ٧٥ وهو خلاف الفرض

وحيث لا مانع من اقامة مثل هذه البراهين على جميع قوى اى كسر اصم فالقاعدة المذكورة صحيحة

(٨٥) اذا كان المطلوب قسمة اى كسر على آخر كفى فى ذلك أن تضرب كسر المقسوم فى كسر المقسوم عليه منعكسا

البرهان الاول على ذلك هو أنه اذا كان المطلوب قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ فبتحويل هذين الكسرين الى مقام واحد تؤول المسئلة الى قسمة $\frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٥}$ على $\frac{٤ \times ٣}{٥ \times ٣}$ وبؤل هذا الى قسمة ٢ × ٥ على ٤ × ٣ لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عددين متساويين وهما ٣ × ٥ و ٥ × ٣ كما فى غرة ٣٥ فحينئذ خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٢ \times ٥}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

البرهان الثانى يلزم ان خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ يكون بحيث اذا ضرب فى $\frac{٤}{٥}$ لابد أن ينتج $\frac{٢}{٣}$ وحيث ان ضرب خارج القسمة فى $\frac{٤}{٥}$ هو عبارة عن ان يؤخذ منه $\frac{٤}{٥}$ فاذن يكون $\frac{٤}{٥}$ خارج القسمة او ٤ فى $\frac{١}{٥}$ هذا الخارج يعادل $\frac{٢}{٣}$

فاذن يعادل $\frac{١}{٥}$ الخارج ربع $\frac{٢}{٣}$ او $\frac{٢}{٤ \times ٣}$

فعلى ذلك يعادل خارج القسمة ٥ فى $\frac{٢}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٢ \times ٥}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

واذا كان المطلوب قسمة عدد صحيح على كسر لزم وضعه على صورة الكسر بان يجعل الواحد مقامه فيؤل الامر الى قسمة كسر على كسر

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٥ على $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{٥}{١} \times \frac{٤}{٣}$ او $\frac{٢٠}{٣}$

* (تنبيهان) * الاول متى قسم كسر على آخر فان كان المقامان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط الكسر المقسوم ومقامه بسط الكسر المقسوم عليه وان كان البسطان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط مقام الكسر المقسوم عليه ومقامه مقام الكسر المقسوم

وذلك لان خارج قسمة $\frac{٣}{٧}$ على $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو $\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{٥}$ او $\frac{٣ \times ٧}{٧ \times ٥}$ او $\frac{٣}{٥}$

وخارج قسمة $\frac{٧}{٣}$ على $\frac{٧}{٥}$ هو $\frac{٧}{٣} \times \frac{٥}{٧}$ او $\frac{٧ \times ٥}{٣ \times ٧}$ اى $\frac{٥}{٣}$

(التنبيه الثانى) متى قسم الواحد على كسر كان خارج القسمة مساويا لهذا الكسر منعكسا لان خارج قسمة ١ على $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو $١ \times \frac{٧}{٥}$ اى $\frac{٧}{٥}$

(٨٦) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح الى عدد كسرى مكافئ له معلوم المقام كفى فى ذلك ضرب العدد الصحيح فى المقام المفروض فحاصل الضرب يدل على بسط العدد الكسرى المطلوب فعلى هذا اذا اريد تحويل ٥ الى أسباع مثلا يلاحظ انه حيث كان الواحد يعادل ٧ اسباع فعدد ٥ يعادل ٧ اسباع ٥ مرات اى ٥ × ٧ اسباع او $\frac{٧ \times ٥}{٧}$ اى $\frac{٣٥}{٧}$

(٨٧) اذا كان المطلوب استخراج الاعداد الصحيحة الموجودة فى عدد كسرى كفى فى ذلك قسمة البسط على المقام فعلى هذا حيث ان قسمة ١٣ على ٥ مثلا خارجها الصحيح ٢ وباقيها ٣ يظهر أن $\frac{١٣}{٥}$ مؤلف من عدد صحيح وهو ٢ زائدا $\frac{٣}{٥}$

(٨٨) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح مع كسر الى عدد كسرى واحد كفى فى ذلك ضرب العدد الصحيح فى مقام الكسر واضافة البسط الى الحاصل ثم يجعل مقامه مقام الكسر المفروض

مثلا $\frac{٣}{٥}$ ٢ يعادل $\frac{٢ \times ٥ + ٣}{٥}$ او $\frac{١٣}{٥}$ لانه لما كان العدد الصحيح وهو ٢ يعادل $\frac{١٠}{٥}$ كان $\frac{٣}{٥}$ ٢ يعادل $\frac{١٠}{٥} + \frac{٣}{٥}$ او $\frac{١٣}{٥}$

(٨٩) حيث ان عمليات الكسور صارت بما ذكرناه سهلة لا صعوبة فيها ناسب

أن نبين الآن كيفية العمل فى الاعداد المركبة من كسور واعداد صحيحة فنقول

اولا * طريق العمل فى الجمع أن تبحث عن مجموع الكسور ثم تستخرج منه العدد الصحيح المنحصر فيه ثم تضيف ذلك العدد الصحيح الى الاعداد الصحيحة المصاحبة للكسور

مثلا اذا كان المطلوب جمع $٧\ \frac{١٥}{٩}$ و $٣\ \frac{٨}{٩}$ فانك تضع العملية على هذا الوجه

٣	$\frac{٨}{٩}$
٧	$\frac{١٥}{٩}$
١٢	$\frac{٥}{٩}$

ثم تقول $\frac{٨}{٩}$ زائدا $\frac{١٥}{٩}$ يعادل $\frac{٢٣}{٩}$ اى $٢\ \frac{٥}{٩}$ فتضع $\frac{٥}{٩}$ وتحفظ ٢ ثم تقول ٢ محفوظة و ٧ يحصل ٩ و ٣ يبلغ ١٢ فتضع ١٢ فيكون $١٢\ \frac{٥}{٩}$ هو المجموع المطلوب

وثانيا * طريق العمل فى الطرح أن تبحث عن اسقاط الكسر من الكسر والعدد الصحيح من العدد الصحيح

فاذا كان كسر المطروح اكبر من كسر المطروح منه استعرت له واحدا من العدد الصحيح المصاحب لكسر المطروح منه ولنمثل لذلك بهذين المثالين

المطروح منه	$٨\ \frac{٥}{٧}$	المطروح منه	$٦\ \frac{٢}{٧}$
المطروح	$٢\ \frac{٣}{٧}$	المطروح	$٣\ \frac{٤}{٧}$
الباقى	$٦\ \frac{٢}{٧}$	الباقى	$٢\ \frac{٥}{٧}$

فلاجل طرح $٢\ \frac{٣}{٧}$ من $٨\ \frac{٥}{٧}$ نطرح $\frac{٣}{٧}$ من $\frac{٥}{٧}$ و ٢ من ٨ فيكون مجموع الباقيين الجزئيين وهما $٦\ \frac{٢}{٧}$ هو الباقى الكلى ولاجل

طرح $\frac{٤}{٧}$ ٣ من $\frac{٢}{٧}$ ٦ تستعير واحدا من ٦ آحاد العدد الاكبر وتضم الواحد الذى يعادل $\frac{٧}{٧}$ الى $\frac{٢}{٧}$ فيحصل $\frac{٩}{٧}$ فتطرح منها $\frac{٤}{٧}$ فيكون الباقى $\frac{٥}{٧}$ وحيث استعرت ١ من ٦ فاطرح ٣ من ٥ فيكون الباقى ٢ وبانضمام الباقيين الجزئيين الى بعضهما يكون مجموعهما هو الباقى الكلى وهو ٢ $\frac{٥}{٧}$

وثالثا طريق العمل فى الضرب والقسمة أن تبحث عن تحويل كل من العددين المعلومين الى عدد كسرى واحد كما فى نمرة ٨٨ ثم تطبق على الاعداد الكسرية قاعدة نمرة ٨٢ و ٨٥

مثال ذلك ٣ $\frac{٣}{٥}$ و ٤ $\frac{٢}{٧}$ فتجرى العملية على كسرى $\frac{١٣}{٥}$ و $\frac{٣٠}{٧}$ المكافئين للاولين فتجد حاصل ضربهما $\frac{٣٩٠}{٣٥}$ اى $\frac{٧٨}{٧}$ وخارج قسمتهما $\frac{١٣}{٥}$ × $\frac{٧}{٣٠}$ اى $\frac{٩١}{١٥٠}$

(٩٠) ميزان عمليات الكسور الاعتيادية الاربعة هو كميزان القواعد الاربعة الاصلية فى الاعداد الصحيحة المقررة فى نمر ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٣

(الفصل الثانى فى الكسور الاعشارية)

(٩١) ولنشرع الآن فى الكلام مع الاختصار على عمليات الكسور فى صورة ما اذا فرض أن الواحد لا يتجزأ الا الى اجزاء صغيرة من عشرة الى عشرة بمعنى أن المقام يكون دائما واحدا يصحبه عدة اصفار وما كان من الكسور من هذا القبيل يعرف فى اصطلاحهم بالكسور الاعشارية

فعلى هذا كل من $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠٠}$ كسر اعشارى

(٩٢) الطريقة المستعملة فى وضع الاعداد الصحيحة هى المستعملة ايضا فى وضع الكسور الاعشارية على صورة الاعداد الصحيحة لانه حيث كانت الارقام المختلفة من اى عدد كان تدل بموجب هذه الطريقة على الآحاد من عشرة الى عشرة اصغر منها بمجرد التقدم الى الجهة اليمنى من منزلة الى اخرى ينتج من ذلك أنه اذا وضعت ارقام على يمين رقم الآحاد كان اول رقم منها دالا

على اعشار الاحد والثانى على اعشار العشر او على اجزاء المائات والثالث على اعشار عشر العشر او اجزاء الالوف وهكذا

ولاجل تمييز رقم الآحاد من الاعشار يوضع على يمينه شرطة اعشارية صورتها هكذا ر

فعلى هذا اذا أريد وضع كسر $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ الاعشارى على صورة عدد صحيح يلاحظ انه يتحلل الى $\frac{٥٠٠}{١٠٠} + \frac{٤٠}{١٠٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ اوالى ٥ آحاد + $\frac{٤}{١٠}$ + $\frac{٧}{١٠٠}$ فبناء على ذلك يوضع هكذا ٤٧ ر ٥ وبمثل هذه التحليلات توضع كسور $\frac{٢٠٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠٠}$ و $\frac{٢٠٠٤}{١٠٠٠٠٠}$ و $\frac{٣٠٠٠٤}{١٠٠٠}$ الاعشارية هكذا ٢٠٧ ر ٢ و ٢٤٧ ر ٠ و ٠ ر ٠٠٢٠٠٤ و ٣٠٠٤ ر ٠

وبالجملة فمتى اردت وضع كسر اعشارى على صورة عدد صحيح فانك تضع البسط ثم تفصل بالشرطة عدة ارقام بقدر الاصفار التى على يمين المقام

فان لم يحتو البسط على الارقام اللازمة لوضع الشرطة وضعت اصفارا على يسار البسط المذكور

فاما الارقام التى على يمين الشرطة فهى الارقام الاعشارية ويتألف منها الجزء الاعشارى واما الارقام التى على يسارها فيتألف منها العدد الصحيح فعلى هذا عدد ٤٥٧ ر ٢٣ الاعشارى مثلا محتو على ثلاثة ارقام اعشارية وهى ٤٥٧ وعلى عدد صحيح وهو ٢٣

(٩٣) اذا اردت تحويل عدد اعشارى الى كسر اعتيادى اخذت كسرا يكون بسطة العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الاحد المتبوع بعدة اصفار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام

مثلا عدد ٤٧ ر ٥ الاعشارى يساوى $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ لأن ٤٧ ر ٥ = ٥ آحاد + $\frac{٤}{١٠}$ + $\frac{٧}{١٠٠}$ = $\frac{٥٠٠}{١٠٠} + \frac{٤٠}{١٠٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ = $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$

(٩٤) اذا أردت قراءة عدد اعشارى عبارى فانطق بالجزء الصحيح اولا كما لو كان وحده ثم بالجزء الاعشارى كالعدد الصحيح الا انه يزاد عليه فى الآخر اسم آحاد الرقم الاخير من الجهة اليمنى

فتقول مثلا فى عدد ٣٩ ر ٢٢٧ الاعشارى مائتان وسبعة وعشرون صحاحا وتسعة وثلاثون من مائة وان شئت قلت اثنان وعشرون الفا وسبعمائة وتسعة وثلاثون من مائة لان ٣٩ ر ٢٢٧ = $\frac{٢٢٧٣٩}{١٠٠}$

وتقول ايضا فى عدد ٣٩ ٠ ر ٢٠٧ مائتان وسبعة صحاحا وتسعة وثلاثون من الف أو مائتان وسبعة آلاف وتسعة وثلاثون من الف

(٩٥) اذا أردت كتابة عدد اعشارى فضع على التوالى ما يدل عليه العدد المفروض المنطوق به من عدد آحاد كل نوع مبتدئا من الجهة اليسرى ووضع محل الآحاد الناقصة المجعولة واسطة اصفارا ثم ضع الشرطة على يمين رقم الآحاد الصحيحة بحيث يكون كل رقم فى منزلة جنس آحاده

فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين صحاحا وتسعة وثلاثين من مائة * اواثنين وعشرين الفا وسبعمائة وتسعة وثلاثين من مائة فضعه على هذه الصورة ٣٩ ر ٢٢٧ وكذلك عدد مائتين وسبعة صحاحا وتسعة وثلاثين من ألف او مائتين وسبعة آلاف وتسعة وثلاثين من الف فصورة وضعه هكذا ٣٩ ٠ ر ٢٠٧

(٩٦) حيث ان نوع الآحاد المعبر عنها بأى رقم من العدد الاعشارى متوقف دون غيره على وضع هذا الرقم المعبر به عنه بالنظر للشرطة ينتج عن ذلك ثلاثة امور

احدها أن مقدار العدد الاعشارى لا يتغير بوضع اصفار على يمينه او رفعها

مثلا ٣ ر ٢ = ٣٠٠ ر ٢ لان $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{٣٠٠}{١٠٠٠}$

وثانيها أنه اذا قدمت الشرطة الى الجهة اليمنى لاى عدد اعشارى منزلة أو منزلتين اوثلاثا الخ يكبر العدد المذكور ١٠ مرات او ١٠٠ مرة او ١٠٠٠ مرة الخ فكأن العدد على هذا ضرب فى ١٠ او ١٠٠ أو ١٠٠٠ الخ

مثلا اذا قدمت الشرطة منزلتين الى جهة يمين ٤٥٦ ر ٣ كبر العدد المذكور ١٠٠ مرة لان كل رقم من النتيجة وهى ٦ ر ٣٤٥ يدل على آحادا كبر مما كان عليه ١٠٠ مرة

وتتضح هذه الخاصية ايضا بقواعد نمرة ٩٣ و ٨١ و ٩٢ لانه بموجبها يكون

$$٦ر٣٤٥ = \frac{٣٤٥٦}{١٠} = \frac{١٠٠ \times ٣٤٥٦}{١٠٠ \times ١٠} = \frac{٣٤٥٦}{١٠٠٠} \times ١٠٠$$

$$= ٤٥٦ر٣ \times ١٠٠$$

ثالثها انه اذا قدمت الشرطة منزلة أو منزلتين او ثلاثا الخ الى الجهة اليسرى لاى عدد اعشارى يصغر العدد المذكور ١٠ مرات أو ١٠٠ او ١٠٠٠ الخ فكان العدد على هذا قسم على ١٠ او ١٠٠ او ١٠٠٠ الخ وهذه الخاصية هى مفهوم الخاصية الثانية

(٩٧) حيث ان كيفية اجراء العمليات على الاعداد الصحيحة مبنية على هذه الخاصية وهى ان كل عشرة احاد من اى منزلة كانت يتألف منها واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة وان هذه الطريقة جارية أيضا فى الاعداد الاعشارية فعملياتها حينئذ هى عين عمليات الاعداد الصحيحة

وجمع الاعداد الاعشارية وطرحها كجمع الاعداد الصحيحة وطرحها غير أنه يلزم مزيد الاهتمام هنا بوضع الآحاد المتحدة المقدار بعضها تحت بعض

(أمثلة الجمع)

٢٤ر١٢	٩٠٩٠٠٩ر٢٨٠٠٠	٢ر٣٧٠٥
٥٣ر٤٢	١٠١٩٩١ر٩٩	٨٩ر٧٥٠١
٨٧ر٥٤	١١٠٠٠ر٨١٠٠	٩٥٠١ر٣٧٩٤

١٢٠٠٧٠٠٤ر٩٠٠٠

٥٦٧٣ر٨٢١٠

١٢٠٠٠٩٦٨ر١٧٢١٠

(أمثلة الطرح)

٨٧ ر٥٤	٠١١ ر٠٠ ٢٨١٠٠
٣٤ ر١٢	٩٠٠٩٠٠٩ ر٠٠٠ ٢٨
٥٣ ر٤٢	١٠١٩٩١ ر٩٩

٩٥٠١ ر٣٧٩٤	١٢٠٠٠٩٦٨٠٠ ر١٠ ١٧٢١
٧٥٠١ ر٨٩	٥٦٧٣ ر١٠ ٨٢١
٢ ر٣٧٠٥	١٢٠٠٧٠٠٤ ر٠٠٠ ٩٠

(٩٨) ضرب الاعداد الاعشارية يجرى عليه بقطع النظر عن الشرطة ثم يفصل من يمين الحاصل ارقام اعشارية بقدر ما يوجد منها فى كل من العاملين

مثلا اذا ضربنا ٤ ر٢ × ٥٧ ر٣ فيحذف الشرطة من هذين العددين يكبر الاول ١٠ مرات والآخر ١٠٠ مرة فيتحصل اذن الحاصل المطلوب بضرب ٢٤ فى ٣٥٧ وبتصغير النتيجة التى هى ٨٥٦٨ ألف مرة بان تفصل ثلاثة ارقام اعشارية من يمين ٨٥٦٨ يكون الحاصل المطلوب ٥٦٨ ر٨

ونتوصل الى هذه النتيجة ايضا بقواعد نمرة ٩٣ و ٨٢ و ٩٢ لانه بوجبها يكون ٤ ر٢ × ٥٧ ر٣ = $\frac{٢٤}{١٠} \times \frac{٣٥٧}{١٠٠} = \frac{٣٥٧ \times ٢٤}{١٠٠ \times ١٠}$

$= \frac{٨٥٦٨}{١٠٠٠} =$ ٥٦٨ ر٨

(تنبيه) اذا لم يحتو الحاصل الناتج من ضرب العاملين بقطع النظر عن الشرطة على ما يلزم لوضع الشرطة من الارقام يكتفى بوضع اصفار على يسار الحاصل المذكور ليكمل بذلك ما نقص من ارقام ذلك الحاصل

فعلى هذا اذا كان المطلوب ضرب ٠٤ ر٠ فى ١٢٠٠ ر٠ فاضرب ٤ فى ١٢ فيكون الحاصل ٤٨ وحيث انه يلزم فصل ستة ارقام

اعشارية من يمين الحاصل المذكور بموجب القاعدة المقررة لزم تعويض ٤٨ بعدد مكافئ لذلك الحاصل وهو ٤٨ ٠٠٠٠٠٠ ثم تفصل حينئذ الارقام الستة الاعشارية فيكون الحاصل المطلوب هو ٤٨ ٠٠٠٠٠٠ ر ٠

(٩٩) قسمة الاعداد الاعشارية لها صورتان

اولا * اذا كانت عدة الارقام الاعشارية واحدة فى المقسوم والمقسوم عليه فخارج القسمة يتحصل بقطع النظر عن الشرطة لان حذفها يؤدى الى ضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد كما فى الخاصية الثانية من نمرة ٩٦ بدون ان يتغير الخارج المذكور كما فى نمرة ٣٥

فعلى هذا خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ يتحصل بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ فيكون الخارج ٢

ويتوصل الى هذه النتيجة بملاحظة ان هذين العددين لما كانا مكافئين لكسرى $\frac{٤٨٦}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٣}{١٠٠}$ المتحدى المقام كان خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ هو $\frac{٤٨٦}{٢٤٣}$ كما فى التنبيه الاول من نمرة ٨٥ فعلى ذلك يتحصل خارج القسمة المذكور بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ كما فى تنبيه نمرة ٧١

وثانيا * اذا لم تكن عدة الارقام الاعشارية واحدة فى المقسوم والمقسوم عليه رجعت تلك الصورة الى المتقدمة بان تضع اصفارا على يمين العدد الذى تكون ارقامه الاعشارية اقل فى العدد من ارقام الآخر كما فى الخاصية الاولى من نمرة ٩٦ فعلى هذا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٠٠٢ فحول المسئلة اولا الى قسمة ٨٦٠٠٠ ر ٤ على ٢٤٣ ر ٠٠ ثم اقسم ٤٨٦٠٠٠ على ٢٤٣٠٠٠ او ٤٨٦٠٠٠ على ٢٤٣ فيكون خارج القسمة المطلوب هو ٢٠٠٠

(تنبيه) فى صورة ما اذا لم تكن الارقام الاعشارية متحدة العدد فى المقسوم والمقسوم عليه يمكن الاستغناء عن وضع الاصفار على يمين احدهما الذى تكون ارقامه الاعشارية اقل من عدد ارقام الآخر ثم تجرى عملية القسمة بقطع النظر عن الشرطة ويضرب خارج القسمة المتحصل فى قوة مناسبة من قوى عدد ١٠

او يقسم على القوة المذكورة فيتحصل بذلك خارج القسمة المطلوب واس تلك القوة يساوى الفرق الذى بين عدد الارقام الاعشارية التى فى المقسوم والمقسوم عليه

مثلا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٠٠٠٤٨ ر ٠ على ١٢ ر ٠ فاقطع النظر عن الشرطة واقسم ٤٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٤ ثم اقسم هذا الخارج على ١٠٣ او على ١٠٠٠ فيكون خارج قسمة ٠٠٠٤٨ ر ٠ على ١٢ ر ٠ هو ٠٠٤ ر ٠ وهو خارج القسمة المطلوب لانه بحذف الشرطة من المقسوم الذى هو ٠٠٠٤٨ ر ٠ يكبر بقدر ١٠٥ كما فى الخاصية الثانية من نمرة ٩٦ وحينئذ يكبر خارج القسمة بقدر تلك المرات كما فى نمرة ٣٥ لكن بحذف الشرطة من المقسوم عليه الذى هو ١٢ ر ٠ يكبر بقدر ١٠٢ وحينئذ يصغر خارج القسمة بقدر ١٠٢ كما فى نمرة ٣٥ وينتج من ذلك انه بحذف الشرطة من المقسوم والمقسوم عليه يضرب خارج القسمة المطلوب فى 10^{5} ويقسم على 10^{2} فيضرب اذن الخارج المذكور فى 10^{3} او فى 10^{3} فيتحصل حينئذ خارج القسمة المطلوب بقسمة خارج قسمة ٤٨ على ١٢ على 10^{3}

ويجرى مثل ذلك فى استخراج خارج قسمة ٤٨ ر ٠ على ١٢٠٠٠ ر ٠ فيكفى قطع النظر عن الشرطة وقسمة ٤٨ على ١٢ فيتحصل من ضرب الخارج وهو ٤ فى 10^{3} خارج القسمة المطلوب وهو ٤٠٠٠

فقد رأيت فى هذين المثالين أن 10^{3} هو العدد الذى يلزم قسمة خارج القسمة المتحصل عليه اوضربه فيه لاجل تحصيل خارج القسمة المطلوب وأن الاس ٣ هو الفرق بين عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المقسوم والمقسوم عليه

(١٠٠) ميزان القواعد الاربعة للاعداد الاعشارية هو كميزان القواعد المقررة فى نمرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٣

(تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية)

(١٠١) حيث ان الكسر الاعتيادى عبارة عن خارج قسمة البسط

على المقام كما فى نمرة ٧١ فلاجل تحويل الكسر الاعتيادى الى كسر أعشارى يبحث اولا عن الجزء الصحيح الناتج من خارج قسمة البسط على المقام ثم توضع الشرطة الاعشارية على يمين رقم احاد الجزء الصحيح المذكور ولاجل ايجاد ارقام خارج القسمة الاعشارية يلزم تحويل البواقى المتوالية الى اعشار والى اجزاء من مائة واجزاء من الف الخ بأن يوضع صفر على يمين كل باق تحصل فما تحصل بهذه الكيفية من الارقام على يمين الاعداد الصحيحة يدل على الاعشار والاجزاء المئينية وغير ذلك من العدد الاعشارى المكافئ للكسر المطلوب تحويله الى اعشارى ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٩٨}{٢٥}$ الى اعشارى فتضع صورة العملية على هذا المنوال

٩٨	٢٥
٢٣٠	
٥٠	٣٫٩٢

وقسمة ٩٨ على ٢٥ يكون خارجها عددا صحيحا وهو ٣ ويبقى ٢٣ آحادا اى ٢٣٠ جزأ من عشرة وبقسمتها على ٢٥ يكون الخارج ٩ من ١٠ ويبقى ٥ من ١٠ تعادل ٥٠ من مائة وقسمة ٥٠ من مائة على ٢٥ خارجها ٢ من مائة ويبقى صفر فاذن يكون الكسر المذكور مكافئا العدد ٣٫٩٢

وذلك لان $٣٫٩٢ = \frac{٣٩٢}{١٠٠} = \frac{٤ \times ٩٨}{٤ \times ٢٥} = \frac{٩٨}{٢٥}$

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٣}{١١}$ الى كسر اعشارى فيلزم لاجل ذلك قسمة ٣ على ١١ كما فى المثال المتقدم فيكون خارج القسمة ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهو كسر لا نهاية له حيث ان رقميه يتجددان دائما على التوالى بدون انقطاع

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٦٧٧}{٤٩٥٠٠}$ الى كسر اعشارى فنجد بعد اجراء العملية $\frac{٦٧٧}{٤٩٥٠٠} = ٠٫١٣٦٧٦٧٦٧$ وهكذا

من اعداد ٦٧ الاعشارية الى غير نهاية

تنبيه * يتوصل بالقاعدة المذكورة الى بيان كون خارج قسمة عدد على آخر كسرا اعشاريا فعلى هذا خارج قسمة ٩٫٨ على ٢٫٥ او ٩٨ على ٢٥ يكون ٣٫٩٢ كما فى نمرة ٩٩ وخارج قسمة ٠٫٠٠٣ على ٠٫١١ او ٣ على ١١ يكون ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

(١٠٢) الكسور الاعشارية التى ظهرت فى المثالين الاخيرين تسمى بالكسور الدورية فاولها ما وهو ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشارى الدورى البسيط لان جملة ارقامه المتحصلة على التوالى بدون انقطاع المسماة دورية تظهر بعد الشرطة مباشرة بدون واسطة وثانيهما وهو ٠٫١٣٦٧٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشارى الدورى المركب لان الجزء الدورى فيه وهو ٦٧ لا يظهر الا بعد الشرطة بواسطة حيث يفصله عنها جزء اعشارى غير دائر وهو ١٣ .

ولنبين أن كل كسر اعشارى دورى يمكن تحويله الى كسر اعتيادى مكافئ له فنقول

اولا * لنفرض أن المطلوب تحويله الى كسر اعتيادى هو كسر ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية فلاجل التوصل الى ذلك نبحث عن صيغة اخرى مركبة من هذا الجزء الدورى بعينه ثم نطرح احدى الصيغتين من الاخرى فينعدم الجزء الدورى ويسهل استنتاج مقدار الكسر الدورى المفروض فاذا رمزنا بحرف س لمقدار كسر ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية وضربنا هذا المقدار فى ١٠٠ كان

١٠٠ فى س = ٢٧٫٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية و س = ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

فاذا طرحنا س من ١٠٠ س كان الباقي وهو ٩٩ في س مساويا ٢٧٢٧٢٧ ر٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية ـ ٢٧٢٧٢٧ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية ومساويا ٢٧ لان الاجزاء الاعشارية الدورية يحو بعضها بعضا فاذن يكون

٩٩ في س = ٢٧ وينتج من هذا أن س = $\frac{٢٧}{٩٩} = \frac{٣}{١١}$

فعلى ذلك يكون كل كسر دوري بسيط اصغر من الواحد مكافئا الكسر اعتيادي بسطه الجزء الدوري ومقامه عدد مؤلف من عدة تسعات بقدر ما في الجزء الدوري من الارقام

وثانيا اذا كان المطلوب تحويل اي كسر دوري مركب الى كسر اعتيادي فانا نضع الشرطة بالتوالي على يمين الجزء الدوري الاول وعلى يساره نهذا يتحصل عددان مؤلفان من جزء دوري واحد وحيث ان الفرق بين هذين العددين لا يحتوي على الجزء الدوري فاستخراج مقدار الكسر المفروض على غاية من السهولة

مثلا ليكن المطلوب تحويله هو صيغة ٨ر٠١٣٦٧٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية التي جزؤها الدوري ٦٧ فاذا رمزنا بحرف س الى مقدارها كان

١٠٠٠٠٠ في س = ٨٠١٣٦٧ر٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية و ١٠٠٠ في س = ٨٠١٣ر٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية

فاذا طرحنا ١٠٠٠ في س من ١٠٠٠٠٠ في س ولاحظنا انعدام الدوريين وجدنا

٩٩٠٠٠ في س = ٨٠١٣٦٧ ـ ٨٠١٣ وينتج من هذا أن س = $\frac{٨٠١٣٦٧ - ٨٠١٣}{٩٩٠٠٠}$ وبمقابلة مقدار س هذا مع عدد ٨ر٠١٣٦٧٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية نتوصل الى هذه القاعدة

وهى انه اذا كان المطلوب تحويل أى كسر اعشارى دورى مركب الى كسر اعتيادى فانك تنقل الشرطة على التوالى الى يمين الجزء الدورى الاول ويساره فما يكون من الفرق بين جزأى الكسور الاعشارية الصحيحين المتحصلين يدل على بسط الكسر المطلوب وأما المقام فتأخذ لاجل تأليفه من التسعات بقدر ما فى الجزء الدورى من الارقام ثم تضع على يمين العدد المأخوذ من الاصفار بقدر الارقام التى بين الشرطة والجزء الدورى الاول

وهذه القاعدة يصح اجراؤها أيضا فى الكسور الاعشارية الدورية البسيطة التى تكون أكبر من الواحد لكن بملاحظة أن تلك الكسور تخلوها عن الارقام بين الشرطة والجزء الدورى الاول لا يلزم فيها وضع اصفار عقب التسعات الموجودة فى مقام الكسر الاعتيادى المكافئ له

فيتحصل اذن من القواعد المتقدمة ان

٢٠٤٠٤٠٣٠٤ ر ٢٠ وهكذا من اعداد ٤ وصفر الاعشارية

$$= \frac{٢٠٣٠٤ - ٢٠٣}{٩٩٠} = \frac{٢٠١٠١}{٩٩٠}$$

وأن ٢٥٢٥٢٥ ر ١٣٧ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية

$$= \frac{١٣٧٢٥ - ١٣٧}{٩٩} = \frac{١٣٥٨٨}{٩٩}$$

تنبيه * ومثل هذا يوجد أيضا أن

٩٩٩ ر ٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩٩ - ٩}{٩} =$ ١٠ ر ٩٩٩ ر ٠

وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩}{٩} =$ ١

وأن ٩٩٩ ر ٠ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩}{٩٠} =$ ١٠ ر ٠ و ٠٠٩٩٩ ر ٠

وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية = ٠١ ر ٠ وهكذا من اعداد ١ و ٠ الاعشارية وينتج من ذلك أن كل كسر اعشارى مؤلف من عدة تسعات لانهاية لها يساوى واحدا من المنزلة التى فوق المنزلة المبتدأة منها السلسلة مباشرة

(١٠٣) يمكن للطالب دائما أن يتحقق فى مبدإ الامر من خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح أو كسر دورى بسيط أو كسر دورى مركب

وذلك لامور

أولا * متى كان المقام واحدا متبعا باصفار فان قاعدة غرة ٩٢ تؤدى بدون واسطة الى العدد الاعشارى المكافىء للكسر المفروض

وثانيا * اذا لم يكن المقام واحدا متبعا باصفار بان كان لا يحتوى الا على عوامل اولية كعاملى ٢ و ٥ الاوليين لاس ١٠ فانه يعبر دائما عن الكسر باعشارى على التحقيق لانه بضرب حدى الكسر فى قوة من قوى عدد ٢ او ٥ بحيث يدخل كل من عاملى ٢ و ٥ فى المقام الجديد دخولا متحدا فيهما سواء كان مرة أو أكثر يتحول الكسر المذكور الى كسر مكافىء له يكون مقامه الواحد المتبع بعدة اصفار وهذا الكسر الاخير لا يكون اصم بل يتحول الى اعشارى على التحقيق كما فى غرة ٩٢

ومن هذا القبيل كسر $\frac{٧}{٤٠}$ وذلك لان

$$\frac{٧}{٤٠} = \frac{٧}{٥\times٢^٣} = \frac{٧\times٥^٢}{٥^٣\times٢^٣} = \frac{٧\times٥^٢}{(٥\times٢)^٣} = \frac{٧\times٥^٢}{(١٠)^٣}$$

$$= \frac{١٧٥}{١٠٠٠} = ٠٫١٧٥$$

وقسمة ٧ على ٤٠ تؤدى الى هذه النتيجة بعينها كما فى غرة ١٠١

تنبيه * عدد الارقام الاعشارية يساوى عدد ٣ الذى هو أس عاملى ٢ و ٥ الداخل مرارا عديدة فى ٤٠ التى هى مقام الكسر المفروض

وبالجملة فبعد حذف جميع عوامل ٢ و ٥ المشتركة فى حدى كسر أيا ما كان لا يحتوى مقام الكسر الناتج على عوامل أولية غير عاملى ٢ و ٥ ويكون عدد الارقام الاعشارية من خارج قسمة البسط على المقام مساويا لاكبر اس من اسس عاملى ٢ و ٥ من هذا المقام الاخير

ولنفرض كسر $\frac{٥٦}{١٦٠٠٠}$ مثلا فاذا حذفت عامل $٢^٣$ المشترك بين حديه صار هذا الكسر $\frac{٧}{٢٠٠٠}$ او $\frac{٧}{٢^٤\times٥^٣}$ فاذن يتحصل من قسمة البسط على المقام خارج صحيح يحتوى بالضرورة على أربعة أرقام اعشارية لانه لا يحل

تحويل هذا الكسر الاخير الى كسر آخر مقامه واحده تتبع باصفار وبسطه لاينتهي باصفار يلزم ضرب الحدين فى ٥ فيتحصل

$$\frac{٤}{٥\times٢} \text{ او } \frac{٣٥}{١٤} \text{ او } \frac{٣٥}{١٠٠٠٠} \text{ او } ٠٫٠٠٣٥ \qquad ٥\times٧$$

وثالثا * اذا احتوى مقام الكسر على عامل اولى غير ٢ او ٥ وكان هذا العامل الاولى لايقسم البسط فانه لايمكن تحويل هذا الكسر الى عدد أعشارى متناه وزيادة على ذلك يصير خارج القسمة غير المتناهى كسرا دوريا ولنفرض أن كسر $\frac{٨}{١٥}$ هو الذى مقامه يحتوى على العامل الاولى وهو ٣ الذى لايقسم البسط وهو ٨ فيكون حينئذ واياما مع ٨ فيقال انه لايمكن تحويل الكسر المذكور الى عدد اعشارى متناه لانه لو فرض يحصل خارج اعشارى متناه مثل ٠٫٢٤ لكان

$\frac{٨}{١٥} = ٠٫٢٤$ وحيث ان $٠٫٢٤ = \frac{٢٤}{١٠٠}$ كما فى غرة ٩٣

فكسر $\frac{٨}{١٥} = \frac{٢٤}{١٠٠}$ وينتج من هذا ان $١٥\times٢٤ = ١٠٠\times٨$

كما فى التنبيه الثالث من غرة ٧٤

لكن اذا فرضنا أن عدد ٣ يقسم ١٥ فهو أيضا يقسم ٢٤ × ١٥ ويقسم بالتبعية ٨ × ١٠٠ وايضا حيث ان عدد ٣ المذكور اولى مع ٨ يلزم حينئذ أن يقسم ١٠٠ كما فى غرة ٥٧ وذلك مستحيل كما فى التنبيه الثانى من غرة ٥٨ وهذه الاستحالة ناشئة عن فرضنا ان الكسر المفروض كان قابلا للتحويل الى عدد اعشارى متناه ويعلم منه أن قسمة ٨ على ١٥ تؤدى الى خارج اعشارى غير متناه

وايضا يقال ان هذا الخارج الغير المتناهى دورى لانه لما كانت البواقى المتوالية اقل من المقسوم عليه توصلنا بالضرورة الى باق تحصل سابقا فبضرب ذلك الباقى فى ١٠ واستمرار القسمة تكون المقسومات الجزئية اعدادا مساوية للاعداد المتقدمة وتتعاقب فى منزلة واحدة فيتحصل حينئذ فى خارج القسمة الارقام التى كانت تحصلت سابقا فى المنزلة بعينها وبناء على ذلك يكون

خارج القسمة كسرا دوريا

وذلك لانا اذا طبقنا قاعدة نمرة ١٠١ على كسر $\frac{٨}{١٥}$ يؤل الامر الى هذه العملية وهاك صورتها

احاد	٨	١٥
اعشار	٨٠	٠٫٥٣٣ وهكذا من الارقام الاعشارية
اجزاء من مائة	٥٠	
من الف	٥٠	
الخ		

فاما قسمة ٨ آحاد على ١٥ فخارجها صفر وهو آحاد خارج القسمة الكلى واما الباقى وهو ٨ فيحول الى اعشار فيصير ٨٠ وبقسمتها على ١٥ يكون خارج القسمة ٥ اعشار والباقى ٥ اعشارا و ٥٠ من مائة وبقسمة هذا الباقى على ١٥ يكون خارج القسمة ٣ من مائة والباقى ٥ من مائة او ٥٠ من الف وبالاستمرار على القسمة تكون ارقام خارج القسمة مساوية دائما العدد ٣ لانه حيث كان خارج قسمة ٥٠ من مائة على ١٥ هو ٣ من مائة والباقى ٥٠ من الف وهو اصغر من الباقى المتقدم الذى هو ٥٠ من مائة عشر مرات فبقسمة ٥٠ من الف على ١٥ يحصل خارج اصغر من ٣ من مائة عشر مرات ويبقى باق اصغر من ٥٠ من الف عشر مرات بمعنى أن الخارج يكون ٣ من الف والباقى ٥٠ من عشرة آلاف واذا سلكنا نظير ذلك فى قسمة ٥٠ من عشرة آلاف على ١٥ كان خارج القسمة ٣ من عشرة آلاف وهو اصغر من المتقدم عشر مرات وكان الباقى ٥٠ من مائة الف وهو أصغر من المتقدم ايضا عشر مرات وهكذا الى ما لا نهاية

تنبيه * كلما زدت فى الارقام الاعشارية من خارج القسمة قربت من مقدار $\frac{٨}{١٥}$ وذلك لان البواقى المتعاقبة وهى ٨٠ عشرا و ٥٠ من مائة و ٥٠ من الف الخ تتناقص مقاديرها بمجرد العمل وحيث انه بقسمتها على ١٥ يعلم

ما ينقص فى الخارج المتحصل حتى يكون صحيحا تؤخذ عدة ارقام اعشارية فى خارج القسمة ليكون ما بين العدد الاعشارى الناتج وكسر $\frac{٨}{١٥}$ من الاختلاف قليلا بقدر الامكان

ومن هذا القبيل ايضا كسر $\frac{٣}{١١}$ فانه يساوى ٢٧٢٧٢٧ر٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

رابعا اذا لم يحتو مقام اى كسر على عامل من عاملى ٢ و ٥ اللذين هما اصل لعدد ١٠ فبتحويل هذا الكسر الى كسر اعشارى تتوصل دائما الى خارج يكون كسرا دوريا بسيطا

ولنفرض مثلا كسر $\frac{١٣}{٢١}$ الذى لم يحتو مقامه على عامل من عاملى ٢ و ٥ كما فى نمرة ٤١ و ٤٢ فحيث ان تحويل هذا الكسر الى كسر اعشارى يؤدى دائما الى خارج دورى بسيط أو مركب كما فى الامر الثالث يكفى فى ذلك أن نبرهن على أن هذا الخارج لا يكون دوريا مركبا

مثلا اذا كانت قسمة ١٣ على ٢١ تؤدى الى خارج دورى مركب كعدد ٥٣٦٨٦٨٦٨ر٠ وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية الذى مبدأ الدور فيه وهو ٦٨ هو ثالث رقم من الارقام الاعشارية فيقال حيث ان قاعدة نمرة ١٠٢ تؤدى بموجب الامر الثانى الى هذه المساواة وهى ٥٣٦٨٦٨ر٠ وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية $= \frac{٣٦٨ - ٥٣}{٩٩٠٠}$ ويكون $\frac{١٣}{٢١} = \frac{٥٣٦٨ - ٥٣}{٩٩٠٠}$ وينتج من ذلك أن $١٣ \times ٩٩٠٠ = ٢١ \times (٥٣٦٨ - ٥٣)$

وحيث ان ٩٩٠٠ يقبل القسمة على ١٠ فحاصل ضرب ٥٣٦٨ — ٥٣ فى ٢١ يقبل ايضا القسمة على ١٠ لكن حيث انه فى الصورة المفروضة لا يحتوى عدد ٢١ الذى هو مقام الكسر المفروض على عاملى ٢ و ٥ اللذين هما عاملا ١٠ الاوليان فعدد ١٠ حينئذ اولى مع عامل ٢١ وعليه فيقسم عدد ١٠ العامل الآخر وهو ٥٣٦٨ — ٥٣ كما فى نمرة ٥٧ وحينئذ يلزم بعد طرح ٥٣ من ٥٣٦٨

أن يكون اول رقم من الباقي صفرا وعليه فيكون عدد ٣ الذي هو آخر رقم من جزء ٥٣ الغير الدوري مساويا لرقم ٨ الذي هو آخر ارقام دور ٦٨ وهذا مستحيل حيث فرض أن مبدأ الدور انما هو الرقم الثالث بعد الشرطة ومنشأ هذه الاستحالة هو فرض أن الدور ليس مبدؤه مما يلي الشرطة من الارقام الاعشارية فقسمة ١٣ حينئذ على ٢١ يكون خارجها بالضرورة كسرا دوريا بسيطا وذلك لان قاعدة نمرة ١٠١ يتحصل بموجبها هذا الخارج وهو عدد ٠٤٧٦١٩٠٤٧٦١٩ ر ٠ وهكذا من الارقام الاعشارية الذي مبدأ دوره وهو ٠٤٧٦١٩ مما يلي الشرطة مباشرة

تنبيه * ارقام الدور هي دائما اقل عددا من مقام الكسر المفروض لانه لما كان في صورة قسمة البسط على المقام كل باق اصغر من المقام كان عدد القسمات الجارية لاجل ايجاد باق تحصل سابقا لا يمكن أن يزيد على المقام

وخامسا * متى كان مقام الكسر الاصم يحتوي على عاملي ٢ و ٥ اللذين هما اصل عدد ١٠ وعلى عوامل اخرى موافقة لهما في قسمة المقام فتحويل هذا الكسر الى كسر اعشاري يؤدي دائما الى خارج قسمة يكون كسرا دوريا مركبا ويكفي في بيان كمية الارقام الاعشارية الموجودة بين الشرطة والدور الاول أن نبين عاملي ٢ و ٥ الاوليين المنحصرين في المقام فيدل اكبر اسس هذين العاملين على عدد الارقام الاعشارية المطلوب * وعدد ارقام الدور هو دائما اصغر من حاصل ضرب العوامل الاولية ما عدا عاملي ٢ و ٥ اللذين في مقام الكسر المفروض

ولنمثل لذلك بكسر $\frac{٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$ الاصم فحيث ان المقام زيادة على عاملي ٢ و ٥ يحتوي ايضا على عامل اولي وهو ٣ كما في نمرة ٤٤ يقال ان قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ يكون خارجها كسرا دوريا مركبا اذ لو فرض خلاف ذلك لتحصل خارج قسمة يكون كسرا دوريا بسيطا (كما في الامر الثالث) وذلك كخارج ٣٧٣٧٣٧ ر ٠ وهكذا من اعداد

٣٧ الاعشارية وحيث انه بموجب الخاصية الاولى من قاعدة نمرة ١٠٢ يكون ٠٫٢٧٣٧٣٧ وهكذا من اعداد ٣٧ الاعشارية = $\frac{٣٧}{٩٩}$ وكسر $\frac{٩٧}{٢٤٧٥٠}$ يكون مساويا الكسر $\frac{٣٧}{٩٩}$ فيكون حينئذ ٣٣٩٧ × ٩٩ = ٢٤٧٥٠ × ٣٧ كما في التنبيه الثالث من نمرة ٧٤ وحيث ان ٢٤٧٥٠ الذي هو مقام الكسر المفروض يقبل القسمة بالفرض على ٢ اوعلى ٥ فحاصل ضرب ٣٧ × ٢٤٧٥٠ يقبل ايضا القسمة على ٢ اوعلى ٥ وكذلك حاصل ضرب ٩٣٣٩٧ × ٩ يقبل ايضا القسمة على ٢ اوعلى ٥ وحيث ان الكسر المفروض اصم فبسطه الذي هو ٣٣٩٧ لايقبل القسمة على واحد من عاملي ٢ و ٥ الاوليين من مقام ٢٤٧٥٠ وحينئذ فعامل ٩٩ يقبل القسمة على ٢ اوعلى ٥ كما في نمرة ٥٧ وهو مستحيل بموجب نمرة ٤١ و ٤٢ فعلى ذلك يكون خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ كسرا دوريا مركبا

ويكفي في بيان عدد الارقام الموجودة بين الشرطة والدور الاول أن نبين عاملي ٢ و ٥ اللذين في هذا المقام وهو ٢٤٧٥٠ ولاجل هذا الغرض يلاحظ أن ٢٤٧٥٠ = ١٠ × ٢٤٧٥ = ٢ × ٥ × ٢٤٧٥

وحيث ان عامل ٢٤٧٥ لايقبل القسمة على ٢ كما في نمرة ٤١ بل على ٥ كما في نمرة ٤٢ ويكون الخارج ٤٩٥ وهو ايضا يقبل القسمة على ٥ ويكون الخارج ٩٩ يكون

٢٤٧٥٠ = ٢ × ٥ × ٥ × ٤٩٥ = ٢ × ٥ × ٥ × ٥

٩٩ × $\frac{٥}{٣}$ × ٢ = ٩٩ ×

وحيث ان عدد ٩٩ لايقبل القسمة على ٢ ولا على ٥ كما في نمرتي ٤١ و ٤٢ وعدد ٢٤٧٥٠ يساوي ٢ × $\frac{٣}{٥}$ × ٩٩ نقول ان الجزء الغير الدوري من خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠

يحتوى على ثلاثة ارقام بين الشرطة والدور الاول وان عدد ارقام الدور يكون اقل من ٩٩

وذلك انه لما كان مقام $٢٤٧٥٠ = ٢ \times \frac{٣}{٥} \times ٩٩$ حتى يمكن اعدام عاملى ٢ و ٥ الموجودين فى هذا المقام كفى فى ذلك أن نضرب بسط كسر $\frac{٣٣٩٧}{٢ \times \frac{٣}{٥} \times ٩٩}$ فى $٢ \times \frac{٣}{٥}$ وحيث ان $١٠ = ٢ \times ٥$ فالشرط المذكور يتحقق بضرب البسط فى $\frac{٣}{١٠}$ اوفى $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٥}$ فيكون

$$\frac{١٣٥٨٨}{٩٩} = \frac{\frac{٣}{٢} \times ٣٣٩٧}{٩٩} = \frac{٥ \times \frac{٣}{٥} \times ٣٣٩٧}{\frac{٣}{٥} \times ٢ \times ٩٩} = \frac{\frac{٣}{١٠} \times ٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$$

وحيث ان عدد ٩٩ الذى هو مقام الكسر الاخير لا يحتوى على عامل من عاملى ٢ و ٥ فقسمة ١٣٥٨٨ على ٩٩ يكون خارجها دوريا بسيطا تكون فيه عدة ارقام الدور اقل من ٩٩ كما فى الخاصية الرابعة فاذن يكون

$\frac{١٣٥٨٨}{٩٩} = ١٣٧٫٢٥٢٥$ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية فيكفى فى استخراج الكسر الاصلى وهو $\frac{٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$ من ذلك أن تقسم الخارج الدورى البسيط السابق على $\frac{٣}{١٠}$ أو على ١٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطة ثلاث منازل الى الجهة اليسرى فيتحصل من ذلك الكسر الدورى المركب وهو ١٣٧٫٢٥٢٥ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية المتألف جزؤه الاعشارى الدورى من ثلاثة ارقام

ومتى امكن تطبيق تلك البراهين على كسور اخرى صماء تحتوى مقاماتها على عاملى ٢ و ٥ وعلى عوامل اخرى اولية توافقهما فالخواص المذكورة تثبت لها كما فى الامر الخامس

(١٠٤) اذا كان العدد لا ينتهى بعدة تسعات وحذفت منه بعض ارقام من ارقام الجهة اليمنى فجملة الارقام المحذوفة منه يكون مقدارها اقل من وحدة

المنزلة الاخيرة المحفوظة

ولنفرض مثلا عدد ٣٧٫٤٦٧٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا حذفنا جميع الارقام الموضوعة على يمين رقم ٦ التي هي من اجزاء المائة كان الجزء المحذوف وهو ٠٫٠٠٧٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية اقل من الكسر الاعشاري الدوري المركب وهو ٠٫٠٩٩٩٩٩٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية او اقل من جزء من مائة كما في نمرة ١٠٢

فعلى ذلك يكفي في تحصيل مقدار اي عدد من الاعداد بحيث يبلغ تقريبا جزأ اعشاريا من منزلة مفروضة أن تحذف جميع الارقام الدالة على آحاد دنى من تلك المنزلة

فاذا اريد ايجاد مقدار اي كسر اعتيادي بحيث يبلغ تقريبا جزأ اعشاريا من منزلة مفروضة يكفي في ذلك أن تقسم البسط على المقام بموجب قاعدة نمرة ١٠١ وتستمر في العمل حتى تتوصل الى رقم خارج قسمة يدل على آحاد اعشارية من المنزلة المفروضة فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا ايجاد مقدار كسر $\frac{٣}{١١}$ اي خارج قسمة ٣ على ١١ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من الف من الآحاد كان المقدار المذكور هو ٠٫٢٧٢

(١٠٥) اذا اريد القرب بقدر الامكان من مقدار عدد اعشاري بحذف عدة ارقام من ارقام جهته اليمنى ففي ذلك ثلاث صور

احداها أن يكون الرقم الاول من الارقام التي يراد حذفها اصغر من عدد ٥ فيلزم في هذه الصورة حذف هذا الرقم مع ما يليه من الارقام * الثانية أن يكون اكبر من عدد ٥ او مساويا له ومتبوعا بارقام معنوية فيلزم في هذه الصورة اضافة واحد الى الرقم الاخير المراد ابقاؤه * الثالثة أن يكون مساويا لعدد ٥ غير متبوع بارقام معنوية فلك في هذه الصورة طريقتان اما أن تترك الرقم الاخير المراد ابقاؤه على ما هو عليه او تضيف اليه واحدا وفي هذه الصور الثلاث لا يتجاوز الخطا نصف واحد من المنزلة الاخيرة المحفوظة

فاذا كان المطلوب مثلا ابقاء رقمين اعشاريين فقط من كسر ٦٧٤ ر ٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية كان المقدار التقريبي لهذا الكسر هو ٦٧ ر ٥ وكذلك المقدار التقريبي لكسر ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية يكون ٤٨ ر ٥ ويكون الخطا في ذلك اقل من نصف جزء من مائة أو من ٠٠٥ ر ٠ وذلك لان الجزء المحذوف في الصورة الاولى وهو ٠٠٤ ر ٠ وهكذا الاعداد الاعشارية اقل من ٠٠٤٩٩٩٩ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية او من ٠٠٥ ر ٠ لان كسر ٩٩٩ ٠٠٠ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٠١ ر ٠ كما في ثمرة ١٠٢ والكمية التي يلزم اضافتها في الصورة الثانية الى ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية لاجل تحصيل ٤٨ ر ٥ اقل من ٠٠٤ ر ٠

واذا كان العدد المفروض هو ٣٧٥ ر ٢ وكان المطلوب ابقاء رقمين اعشاريين فقط كان اخذ ٣٧ ر ٢ او ٣٨ ر ٢ على حد سواء ويكون الخطأ مساويا ٠٠٥ ر ٠

(١٠٦) ولنبين هنا كيفية اختصار ضرب عددين اعشاريين محتويين على عدة ارقام في صورة ما اذا كان المطلوب تحصيل المقدار التقريبي للحاصل بحيث يبلغ تقريبا واحدا اعشاريا من مرتبة معلومة بأن نذكر لذلك مثالين فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٨ ر ٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية في ٣٤٥٦٧ ر ٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث يبلغ تقريبا جزأ من عشرة من الواحد

فلاجل التوصل الى ذلك تجرى عملية الضرب بحيث يدل الرقم الاول من يمين كل حاصل جزئي على اجراء من الف اعني على آحادا صغر من آحاد اول رقم من يمين الحاصل المطلوب بمائة مرة فتكون صورة العملية هكذا

مضروب ٨ر٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية
مضروب فيه ٢ر٣٤٥٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

الحاصل من ضرب ٢ فى ٨ر٧٤٦ ١٧ر٤٩٢
ومن ٠ر٣ فى ٨ر٧٤ ٢ر٦٢٢
ومن ٠ر٠٤ فى ٨ر٧ ٠ر٣٤٨
ومن ٠ر٠٠٥ فى ٨ ٠ر٠٤٠

مجموع الحواصل الجزئية ٢٠ر٥٠٢
فاذن يكون ٢٠ر٥ هو الحاصل المطلوب

وذلك انه حين الضرب فى عدد ٢ الذى هو احاد المضروب فيه اهمل من المضروب الآحاد التى هى دون اجزاء الالوف فحينئذ يكون الخطا الناشئ عن ذلك فى حاصل الضرب الجزئى المقابل اقل من ٢ فى ٠ر٠٠٠٩٩٩ اى ٠ر٠٠٠٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو من ٢ فى ٠ر٠٠١ كما فى عمرة ١٠٢ او من ٠ر٠٠٢

ويبرهن بمثل ذلك فى الحواصل الجزئية الثلاثة على أن الخطا يكون اقل من ٠ر٠١ × ٠ر٠٠٣ او ٠ر٠٠٣ ومن ٠ر٠١ × ٠ر٠٠٤ او ٠ر٠٠٤ ومن ٠ر٠١ × ٠ر٠٠٥ اى ٠ر٠٠٥ على سبيل التوزيع

وباهمال باقى المضروب فيه وهو ٠ر٠٠٠٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية يكون الخطا فى الحاصل الكلى اقل من ٨ر٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية × ٠ر٠٠٠٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية اومن ٨ر٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية اومن ٨ر٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية × ٠ر٠٠١ اومن ٠ر٠٠٨٧٤ ٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فعلى ذلك يكون الخطا فى الحاصل الكلى اقل من كسر ٠ر٠٢٢٧٤٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى هو مجموع اعداد

٠ر٠٠٢ و ٠ر٠٠٣ و ٠ر٠٠٤ و ٠ر٠٠٥ و ٠ر٠٠٨٧٤٦٢٣

وهكذا من الاعداد الاعشارية

فالخطأ المذكور حينئذ هو اقل من عشر الواحد

ولاجل تسهيل اجراء العمليات المتقدمة تضع كل رقم من ارقام المضروب فيه تحت الرقم الذى تبتدئ منه الضرب من ارقام المضروب ليتحصل فى الحاصل اجزاء الالوف ثم تهمل ارقام العوامل التى تكون حواصلها ادنى من اجزاء الالوف بقطع النظر عن الشرطة بحيث تجرى العملية على هذا المنوال

٨٧٤٦

٥٤٣٢

١٧٤٩٢

٢٦٢٢

٣٤٨

٤٠

٢٠٥٠٢

فتضرب اولا ٨٧٤٦ فى ٢ ثم ٨٧٤ فى ٣ ثم ٨٧ فى ٤ ثم ٨ فى ٥ فحيث كانت حواصل ١٧٤٩٢ و ٢٦٢٢ و ٣٤٨ و ٤٠ تدل على اجزاء الالوف فجموعها وهو ٢٠٥٠٢ يدل ايضا على اجزاء الالوف فيعادل حينئذ ٢٠٫٥٠٢ فاذن يساوى حاصل الضرب المطلوب ٢٠٫٥

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٩ ر ٧١٥٣٢ فى ٣١٤٠٠٠٠٠١٠٨٥٦٨ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من الف من الواحد

فيكفى فى ذلك اجراء المضروب باهمال الارقام التى يكون حاصلها فى المضروب الجزئية احادا أدنى من اجزاء مات الالوف وصورة وضع العملية هكذا

٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠

٨٦٥٨٠١٠٠٠٠٠٠٤١٣

٢١٤٥٩٨٧٠٠٠٠٠٠

٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠

٣٨٦١٣١٦٠٠٠٠٠

٧١٥

٥٦

٢٢٤٦١٣٣٠٦٠٧٧١

فقد تحصل ولا حاصل ضرب ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠ في ٣ ثم ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠ في ١ ثم ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠ في ٤ ثم ٧١٥ في ١ ثم ٧ في ٨ وحيث ان تلك الحواصل تدل على اجزاء مائة الالوف فحاصل جمعها يعادل ٢٢٤٦١٣٣٠٦٠٧٧١ فانه يكون حاصل الضرب المطلوب هو ٢٢٤٦١٣٣٠٦٠٧ وهو يبلغ جزأ من ألف من الواحد وحينئذ يكون الحاصل الحقيقي هو

٢٢٤٦١٣٣٠٦٠٧٧٦٦١٨٣٨٨٧٢

تنبيه * اذا أردت تحصيل رقمين زيادة على الارقام المطلوب ابقاؤها في الحاصل فالبراهين المذكورة تدل على أن مجموع الخطا الواقع في ذلك يمكن أن يؤثر في مقدار الرقم الاخير المحفوظ فيلزم حينئذ تحصيل ثلاثة ارقام بدلا عن الرقمين

(الباب الرابع)

(فى الاعداد المميزة والاقيسة الجديدة والقديمة بفرانسا وفيه فصلان)

(الفصل الاول)

(فى أسماء الاقيسة القديمة المصطلح عليها وفى عملياتها)

(١٠٧) لما كانت الاقيسة القديمة قليلة الاستعمال ناسب ان نقتصر هنا على بيان أسمائها المصطلح عليها وبيان عملياتها على وجه مختصر فنقول

الاطوال تقدر بالتوازات (القصبات الفرنجيه) والفراسخ والاميال وغير ذلك

فاما التواز فينقسم الى ستة أقدام والقدم الى اثنى عشر أصبعا والاصبع الى اثنى عشر خطا والخط الى اثنى عشرة نقطة

والمحيط ينقسم الى ٣٦٠ جزأ متساوية تسمى بالدرجات والدرجة تنقسم الى ٦٠ دقيقة والدقيقة الى ٦٠ ثانية والثانية الى ٦٠ ثالثة وهكذا

والطول التقريبى لمحيط الارض هو ٢٠٥٢٢٩٦٠ توازا *

ويؤخذ من ذلك أن طول ربع محيط الارض أى التسعين درجة الارضية أعنى البعد الارضى الذى بين القطب وخط الاستواء هو ٥١٣٠٧٤٠ توازا وأن طول الدرجة الارضية ٥٧٠٠٨ توازات + $\frac{٢}{٩}$ من تواز أو ٥٧٠٠٨٫٢٢٢٢ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية وهو خارج قسمة ٥١٣٠٧٤٠ على ٩٠ وأما الفرسخ والميل فيستعملان لتقويم المسافات السفرية فالفرسخ البرى هو بقياس التواز ٢٨٠٠٣٫٨٨٨٨ وهكذا من اعداد ٨ الاعشارية وهو خارج قسمة الدرجة الارضية التى هى بقياس التواز ٥٧٠٠٨٫٢٢٢٢ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٥

ولما كانت الدرجة الارضية تعادل ٢٥ فرسخا بريا كان محيط الارض وهو ٣٦٠ درجة يعادل ٣٦٠ فى ٢٥ فرسخا بريا أو ٩٠٠٠ فرسخ برى

والفرسخ البحرى المعادل ٢٠ منه درجة هو بقياس التوازا ٤١١١١ ر٢٨٥٠
وهكذا من اعداد ١ الاعشارية وهو خارج قسمة ٢٢٢٢٢ر٨٠٠٥٧
وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٠
وفرسخ البوسطة ٢٠٠٠ توازا وميلان
والخطوة العادية قدمان وستة أصابع
والخطوة الهندسية أى الباع خمسة اقدام
والسطوح القليلة الامتداد تقاس بالتوازا المربع والاقدام المربعة والاصابع المربعة وهكذا
والهندازة تستعمل فى قياس الجوخ والاقمشة ونحو ذلك وطولها ثلاثة اقدام وسبعة أصابع و ١٠ خطوط و ١٠ نقط
والهندازة المربعة هى سطح طوله هندازة وعرضه كذلك * وينقسم كل من الطول والعرض المذكورين عادة الى أثلاث واسداس واجزاء من اثنى عشر والى انصاف وارباع واثمان واجزاء من ستة عشر
والهندازة ذات $\frac{3}{4}$ هى سطح طوله هندازة وعرضه $\frac{3}{4}$ * وثلث الهندازة ذات $\frac{5}{8}$ هو سطح طوله $\frac{1}{3}$ هندازة وعرضه $\frac{5}{8}$ من الهندازة *
والهندازة المربعة تعادل هندازة ذات $\frac{8}{8}$ أو ٨ هندازات ذات $\frac{1}{8}$ أو هندازة ذات $\frac{4}{4}$ أو ٤ هندازات ذات $\frac{1}{4}$ وهكذا
وسطوح الاراضى تقدر بالقصبات والفدادين والفدان ١٠٠ قصبة والقصبة المستعملة فى باريس هى مربع كل ضلع من اضلاعه ١٨ قدما فسطحها ١٨ × ١٨ أى ٣٢٤ قدما مربعا
والقصبة المستعملة فى ادارة حفظ الغابات وملاحظة الانهر هى مربع كل ضلع من اضلاعه ٢٢ قدما فهى ٢٢ × ٢٢ أو ٤٨٤ قدما مربعا
والحجوم تقدر بالتوازات المكعبة والاقدام المكعبة ونحو ذلك
ونقدر المواد اليابسة وهى الحبوب ونحوها بالمكاييل (وهى تختلف باختلاف الاماكن) فتكال عند الفرنساوية بمكيال يسمونه ستيه وهو اثنا عشر بواسو

والبواسو ١٦ لترونا

والمائعات أيضا كايل مخصوصة تقدر بها المستعمل منها عندهم المويد والباتة * والمويد فى باريس يعادل ٢٨٨ باتة

ووحدة الوزن عندهم هى اللوربوا (الرطل الافرنجى) وهو يعادل مركين والمرك ٨ أونسات (أواق افرنجية) * والأونسة ٨ غروسات (دراهم) والغروس ٣ دنيات والدنية ٢٤ غرانا (أى حبة) وكل ١٠٠ رطل قنطار

ووحدة المعاملات عندهم أيضا هو اللورتورنوا وهو عبارة عن ٢٠ صلديا والصلدى ٤ ليارات أو ١٢ دنيه (وكلها أصناف معاملة افرنجية)

فأصناف نقود النحاس أو البلون (وهى الدراهم الزايفة) هى الليار والقطع التى تساوى ٦ ليارات والصلدى الصغير الذى يساوى ٤ ليارات والصلدى الكبير الذى يساوى ٨ ليارات

وأصناف معاملة نقود الفضة هى القطع التى منها ما يساوى ٦ صولديات ومنها ما يساوى ١٢ صولديا و ٢٤ صولديا * والايكو الصغير الذى يساوى ٣ لورات والايكو الذى يساوى ٦ لورات وأصناف نقود الذهب هى اللويز وهو ٢٤ لورا وضعف اللويز

ووزن قطع الفضة يحتوى على $\frac{11}{12}$ من الفضة الخالصة و $\frac{1}{12}$ من النحاس

ووزن قطع الذهب يحتوى على $\frac{11}{12}$ من الذهب الخالص و $\frac{1}{24}$ من الفضة و $\frac{1}{24}$ من النحاس ولذا يقال ان كلا من الفضة المسكوكة والذهب المسكوك يحتوى على $\frac{11}{12}$ من الخالص

والاقيسة الوقتية أو الزمانية محدودة بحركات الارض والقمر الدورية

والارض التى هى كرية تقريبا لها حركتان * الاولى الحركة الدورية التى تكون حول أحد اقطار الارض المسمى محور الارض ونهايتاه هما القطبان الارضيان والثانية حركة الانتقال التى تكون حول الشمس

ومدة دوران الارض حول محورها هي مدة اليوم * وهي منقسمة الى ٢٤ ساعة والساعة ٦٠ دقيقة والدقيقة ٦٠ ثانية والثانية ٦٠ ثالثة وهكذا

ومدة دوران الارض حول الشمس المعبر عنها بالسنة الشمسية هي ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ تقريبا وأما السنة المعتادة ويقال لها المدنية أيضا فهي ٣٦٥ يوما * فعلى ذلك كل أربع سنين شمسية تزيد يوما على كل أربع سنين معتادة ولاجل التوفيق بين السنين الشمسية والسنين المعتادة اتفقوا على ضم يوم الى السنة الرابعة من كل أربع سنين معتادة وتسمى تلك السنة كبيسة فعلى هذا تكون أيام كل سنة من السنين الثلاثة المعتادة ٣٦٥ يوما والرابعة ٣٦٦ يوما * ولو قلنا ان السنة الشمسية ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ حقيقة بحيث تكون السنة الرابعة من كل أربع سنين شمسية ٣٦٦ يوما لترتب على ذلك أن مركز الارض يبقى كل أربع سنوات في موضع واحد بالنظر للشمس ولكن حيث ان السنة الشمسية ليست الا ٣٦٥ يوما و ٥ ساعات و ٤٨ دقيقة و ٤٥ ثانية فذلك يؤدي الى الخطأ وعدم التحرير في السنين حيث انه في كل أربعمائة سنة يحصل معنا ما يزيد على ثلاثة أيام تقريبا فلاجل تحرير ذلك تنقص ثلاثة أيام من ثلاث سنين من السنين الكبيسة الموجودة في ٤٠٠ سنة بأن نجعل أيام كل سنة من تلك الثلاثة ٣٦٥ يوما

وكل مائة سنة تسمى قرنا

وفي اثناء دوران الارض حول الشمس في مدة السنة يتبع القمر الارض في دورانها فيدور حولها اثنتي عشرة مرة تقريبا وهذا هو أصل تقسيم السنة الى اثني عشر شهرا

وهي (بالافرنجية) يناير وفبريه ومارث وابريل ومايه ويونيه ويوليه واغسطوس وسبتمبر واقطوبر ونوفمبر ودقبر * فاما يناير ومارث ومايه ويوليه واغسطوس واقطوبر ودقبر فكل شهر منها ٣١ يوما واما

ابريل ويونيه وسبطمبر ونوفمبر فكل شهر منها ٣٠ يوما وأما شهر فبرية فايامه على حسب أيام السنة فان كانت أيامها ٣٦٥ يوما فأيامه ٢٨ وان كانت أيامها ٣٦٦ فأيامه ٢٩

ثم ان التقويم الجديد المبنى على هذا الاتفاق يسمى بالتقويم الاغرغوارى لانه يعزى للپاپا اغرغوار الثامن وهذا التقويم وان كان لايخلو عن خطا يسير الا أنه يكفى فى بقاء التوافق بين السنة المعتادة والسنة الشمسية لان مجموع الخطا فى مدة ٤٤٠٠ سنة لايبلغ الا يوما واحدا تقريبا

وقد اصطلحوا على رموز مخصوصة قصدا للاختصار فى كتابة الاقيسة فجعلوا ت رمز التوازة و ق للقدم و ص للاصبع و غ للخط و ل للورتورنوا و صل للصلدى و ء للدينة و ر للورپوا و س للاونسة أى الاوقية الافرنجية و غ للغروس أى الدرهم الافرنجى و ك للغران أى الحبة و سع للساعة و ـ للدقيقة و ـ للثانية فتكتب ٢ توازات و ٣ اقدام و ٤ أصابع و ٥ خطوط و ١٢ لورتورنوا و ٣ صولديات و ٥ دينات و $\frac{٢}{١١}$ من الدينة و ١٥ لورپوا و ٧ أونسات و ٤ غروسات و ٢ دينة و ٩ غرانات و ٣ ساعات و ٥ دقائق و ٧ ثوان هكذا

ت ق ص غ ل صل ء ر س غ ء ك سع

٢ و٣ و٤ و٥ و١٢ و٣ و٥ $\frac{٢}{١١}$ و١٥ و٧ و٤ و٢ و٩ و٣ و٥ و٧

(عمليات الاعداد المميزة)

(١٠٨) يشترط فى الجمع والطرح أن تكون الاعداد المطلوب اجراء العملية فيها مؤلفة من جنس واحد وأن تكون آحاد النتيجة من جنس آحاد تلك الاعداد فعلى هذا يكون مجموع عددى ٧ و ٢ من التوزات هو ٧ + ٢ أو ٩ توازات ويكون باقى طرحهما ٧ — ٢ أو ٥ توازات

وأما الضرب فلابد فيه من أن يكون المضروب فيه مبهما وأن تكون آحاد الحاصل دائما من جنس آحاد المضروب

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٥ توازات فى ٣ هو ٣ فى ٥ أى ١٥ توازا
وأما القسمة فانها فى صورة ما اذا كان المقسوم والمقسوم عليه مؤلفين من آحاد
متحدة الجنس بشترط أن يكون خارجها عددا مبهما دال على عدد مرات احتواء
المقسوم على المقسوم عليه وأما فى صورة اختلافهما بأن كان المقسوم مميزا
والمقسوم عليه مبهما فان خارج القسمة يكون من جنس المقسوم وتصير القسمة
حينئذ عبارة عن تقسيم المقسوم الى اجزاء متساوية بقدر ما فى المقسوم عليه
من الآحاد ويكون خارج القسمة عبارة عن واحد من هذه الاجزاء

فخارج قسمة ٥٦ توازا مثلا على ٨ توازات هو عدد ٧ المبهم الدال
على أن ٨ توازات داخلة ٧ مرات فى ٥٦ توازا وبقسمة ٥٦ توازا
على ٧ يحصل سبع ٥٦ ويكون الخارج حينئذ ٨ توازات

ثم ان الاعداد ان كانت مختلفة التمييز بان كانت مركبة من مقادير مختلفة
كخمس توازات وثلاثة اقدام سميت اعدادا منتسبة وان كانت متحدة التمييز
بأن كانت مركبة من مقادير متحدة سميت اعدادا غير منتسبة

ولما كان يعرف بما تقدم طريقة اجراء العمليات فى الاعداد المميزة غير
المنتسبة ناسب أن نشرع الان فى الكلام على حساب الاعداد المنتسبة التى
هى عبارة عن الاقيسة القديمة فنقول

(١٠٩) يكفى فى تحويل العدد المنسوب لاحد معلوم الى آحاد أكبر من آحاده
أو أصغر أن تضرب عدد الآحاد المعلومة فى العدد الدال على كمية آحاد الجنس
الاصغر التى يتقوم منها واحد من الجنس الاكبر أو تقسم عدد الآحاد المعلومة
على العدد الآخر

مثلا حيث ان التوازى يساوى ٦ اقدام فلاجل تحويل ٨ توازات الى
اقدام بطريقة الضرب يكفى أن تضرب ٨ فى ٦ لان ٨ توازات
تعادل ٨ فى $\frac{1}{1}$ أو ٨ فى $\frac{6}{6}$ أو ٨ × ٦ اقدام اى ٤٨
قدما وأما بطريقة القسمة فانك بقسمة ٤٨ على ٦ تجد عدد التوازات
المشتمل عليها عدد ٤٨ قدما وذلك انه لما كان $\frac{6}{6}$ يعادل $\frac{1}{1}$ توازا كان

ق$_{٤٨}$ تعادل ٤٨ فى $\frac{١}{٦}$ توازأو $\frac{٤٨}{٦}$ من التوازأو ٨ توازات
فاذا كان المطلوب تحويل ت$_{٨}$ و ن$_{٥}$ الى اقدام لاحظت أنه حيث كانت
٨ توازات تعادل ٨ × ٦ اقدام أى ن$_{٤٨}$ فلتكن ت$_{٨}$ و ن$_{٥}$
معادلة ن$_{٤٨}$ + ن$_{٥}$ أو ن$_{٥٣}$
فاذا أردت أن تحصى عدد التوازات المشتغل عليها ٥٣ قدما فاقسم ٥٣
على ٦ فيكون خارج القسمة ٨ آحاد والباقى ٥ فعدد ٥٣ قدما تعادل
حينئذ ت$_{٨}$ و ن$_{٥}$ لانه لما كان ن$_{١}$ يساوى $\frac{١}{٦}$ توازكان ٥٣ قدما
يعادل $\frac{٥٣}{٦}$ من التوازأو ت$_{٨}$ و $\frac{٥}{٦}$ أو ت$_{٨}$ و ن$_{٥}$
وبمثل ذلك ترى أن ١ ت = ٦ ن = ٧٢ ص = ٨٦٤ ع = ١٠٣٦٨ ق
و ٥١٣٠٧٤ و ٠ ت = ٠٧٨٤٤٤ و ٣ ن = ٩٤١٣٢٨ و ٣٦
= ٤٤٣٢٩٥٩٣٦ غ = ٥٥١٢٣٢ و ٥٣١٩ ق و ١ ر =
١٦ = ١٢٨ = ٣٨٤ = ٩٢١٦ س غ ى ق

وأن الهندازة المركبة من ٣ ن و ٧ ص و ١٠ ع و ١٠ ق تعادل
٦٣٢٢

(١١٠) كيفية جمع الاعداد المنتسبة أن تضع الآحاد المتحدة المقدار تحت
بعضها وتضمها الى بعضها على التوالى مبتدئا من أصغرها ليسهل عليك ضم
المحفوظات الى الاعمدة الآتية وهاك مثالين لتوضيح ذلك

	ص	ن	ت	ى	ص ل	ل
الاعداد المطلوب جمعها	٢/٤	١١	٥	٧	٢/٣ ١٠	١٢ ١٨
	٤/٥	١٠	٤	٩	٢/٣ ٤	٧ ١٨

	ص	ن	ت	ى	ص ل	ل
المجموع	١١/٣٠	١٠	٤	١٧	١/٣ ٣	٠ ٣٧

فنبتدئ في العملية الاولى من كسور الاصبع فنقول صه
$\frac{3}{4}$ زائدة $\frac{4}{5}$ تعادل $\frac{31}{40}$ أو $\frac{11}{40}$ + ١ ثم نضع $\frac{11}{40}$ ونحفظ ١
لتضمه الى ٢١ صه المنحصرة في عمود الاصابع فيحصل ٢٢ صه ولاجل
استخراج الاقدام المنحصرة في ٢٢ نقسم ٢٢ على ١٢ فيكون
خارج القسمة ١ ويبقى ١٠ فاذن تكون ٢٢ مساوية ١ ق ١٠
فنضع ١٠ في عمود الاصابع ونحفظ ١ لتضمه الى ٥ + ٤ فيحصل
١٠ او ١ ت و ٤ ث ثم نضع ٤ اقدام ونضم ١ ت المحفوظ من الاقدام
الى عمود التوازات يحصل ١٧ ت فنضعها في منزلة التوازات وبمثل هذه
القواعد تجرى عملية الجمع الثانية
(بند ١١١) اذا اردت أن تطرح أحد العددين المتنسبين من الآخر فاطرح
على التوالي جميع آحاد العدد الاصغر من آحاد العدد الاكبر مبتدئا في العملية
باصغر تلك الآحاد لتتيسر لك الاستعارات وهاك مثالين لتوضيح ذلك

	صه ق ت	ء ص ل
المطروح منه	$\frac{11}{40}$ ١٠ ٤ ١٧	$\frac{1}{3}$ ٣ ٠ ٢٧
المطروح	$\frac{4}{5}$ ١٠ ٤ ٩	$\frac{2}{3}$ ٤ ٧ ١٨
الباقي	$\frac{3}{4}$ ١١ ٥ ٧	$\frac{2}{3}$ ١٠ ١٢ ١٨

وحيث انه في المثال الاول لا يمكن طرح $\frac{4}{5}$ او $\frac{26}{40}$ من $\frac{11}{40}$ فاستعر
صه صه صه
١ من ١٠ وبضم هذا المستعار الى $\frac{11}{40}$ يحصل $\frac{31}{40}$
ثم اطرح $\frac{16}{40}$ من $\frac{31}{40}$ فيكون الباقي $\frac{15}{40}$ او $\frac{3}{4}$ فنضعه في منزلة
كسور اصابع النتيجة وحيث ان المطروح منه الآن لا يحتوي الا على ٩ أصابع

فاستعر ١ من ٤ واطرح ١٠ من ١ و ٩ اومن ٢١

واكتب الباقى ١١ ثم انتقل الى عمود الاقدام واستعر ١ او ٦

واطرح ٤ من ١ و ٣ اومن ٩ فيكون الباقى ٥ وبطرح

٩ من ١٦ يحصل ٧ توازات فى الباقى الكلى وتجرى عملية المثال

الثانى كعملية المثال الاول بعينها

(١١٢) اذا أردت ضرب عدد منتسب فى عدد صحيح مبهم فاضرب كل جزء

من المضروب فى المضروب فيه مبتدئا باصغر الآحاد

مثلا اذا كان المطلوب حاصل ضرب ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ فى ١٢ فانك

تضع صورة العملية هكذا

المضروب	٢/١١ ٣ ٢ ١٢
المضروب فيه	١٢
الحاصل	٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥

ثم تقول ١٢ فى ٢/١١ تساوى ٢٤/١١ او ٢/١١ ٢ فتضع ٢/١١ وتحفظ

٢ لتضمها الى ١٢ فى ٣ فيحصل ٣٨ او ٢ و ٣ فتضع ٢

فى الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ٣ الى ١٢ فى ٢ يحصل ٢٧

او ٧ و ١ فتضع ٧ فى الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ١ الى

١٢ فى ١٢ يحصل ١٤٥ فاذن يكون الحاصل الكلى هو

ء صل ل
٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥

(١١٣) اذا اردت قسمة عدد صحيح منتسب او غير منتسب على عدد صحيح مبهم فانك تبتدئ باعلى آحاد المقسوم وتحوّل كل باق الى احاد المنزلة السفلى المباشرة لها ليحصل معك آحاد منازل خارج القسمة على اختلافها ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٥ توازا على ٤ فاقسم ١٥ ت على ٤ فيكون الخارج الصحيح ٣ توازات ويبقى ٣ ت او ١٨ ن ثم اقسم ١٨ ن على ٤ فيكون الخارج ٤ ن ويبقى ٢ صه او ٢٤ فاقسم ٢٤ صه على ٤ فيكون الخارج الحقيقي ٦ فاذن يكون الخارج المطلوب من قسمة ١٥ توازا على ٤ هو ٦ ٤ ٣ ء صل ل

المثال الثاني أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥ على ١٢ ل ل ل صل فاقسم ١٤٥ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١٢ ويبقى ١ او ٢٠ صل صل ثم ضم الى هذا الباقي ٧ من المقسوم فيكون المجموع ٢٧ وبقسمة هذا صل صل ء ء ء المجموع على ١٢ يكون الخارج ٢ ويبقى ٣ او ٣٦ فضم ٢ الى ٣٦ من المقسوم واقسم ٣٨ على ١٢ فيؤدي ذلك الى خارج القسمة وهو ٣ ويبقى ٢ فاقسم ٢/١١ ٢ او ٢٤/١١ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٢/١١ ء صل ل ومجموع تلك الخوارج الجزئية هو خارج القسمة الكلي وهو ٢/١١ ٣ ٢ ١٢

(١١٤) ضرب اى عدد منتسب فى كسر او قسمته عليه يعلم مما سبق (فى نمرة ١١٢ و ١١٣) وذلك أن ضربه فى الكسر او قسمته عليه يؤدى الى ضرب عدده منتسب فى عدد صحيح او قسمته عليه بالتعاقب ولنمثل لذلك بمثالين

ى ضل ل

المثال الاول أن يكون المطلوب بيان حاصل ضرب ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ فى ١٢/٧

ى صل ل

فاضرب ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ فى ١٢ ثم اقسم النتيجة على ٧ فيكون

ى صل ل

الحاصل المطلوب هو ٥٧/٧٧ ٣ ١٥ ٢٠

ى صل ل

المثال الثانى أن يكون المطلوب بيان خارج قسمة ٥٧/٧٧ ٣ ١٥ ٢٠ على ١٢/٧

فبضرب المقسوم فى ٧/١٢ يتحصل هذا الخارج ويؤل ذلك الى قسمة ٥٧/٧٧

ى صل ل ى صل ل

٣ ١٥ ٢٠ على ١٢ والى ضرب الخارج وهو ٢٤/٧٧ ٧ ١٤ ١

ى صل ل

فى ٧ فتكون النتيجة وهى ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ هى خارج القسمة المطلوب

(١١٥) اذا أردت ضرب عدد منتسب فى عدد منتسب آخر فاضرب على التوالى المضروب فى اجزاء المضروب فيه على اختلافها ثم أجر عملية الجمع ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون ثمن التوازة ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ | ١٢

ويكون المطلوب بيان ثمن ٨ ٥ ١٢ صـ ق ث

فثمن ١٢ توازاهو ٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥

وثمن ٥ اقدام هو ٤٣/٦٦ ١٠ ١ ١٠

وثمن ٨ اصابع هو ٢/٩٩ ١١ ٦ ١

صـ ق ث ء ص ل

فيكون مجموع ثمن ٨ ٥ ١٢ هو ١٦٩/١٩٨ ١١ ١٥ ١٥٦

ء ص ل

فبضرب ثمن التوازالواحد فى ١٢ يحصل ٢/١١ ٣ ٧ ١٤٥

كما فى غرة ١١٢ وهو ثمن ١٢ توازا

ولاجل تحصيل ثمن ٥ اقدام تلاحظ انه حيث كانت ٥ اقدام عبارة

عن ٥/٩ توازيكفى فى ذلك اخذ ٥/٩ ثمن التوازالواحد وهو

ء ص ل

٢/١١ ٣ ٢ ١٢ وحيث ان ٨ اصابع عبارة عن ٨/٧٢ من التواز

صـ ء ص ل

فثمن ٨ يحصل بضرب ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ فى ٨/٧٢ اوفى ١/٩

فمجموع اثمان ١٢ ث و ٥ ق و ٨ صـ هو ثمن ٨ صـ ٥ ق ١٢ ث

ء ص ل

المثال الثانى أن يكون التوازيساوى ٩ ٨٨ ١٨ والمطلوب بيان ثمن

٨ ع ٨ صـ ٤ ق فبنظير العمليات المتقدمة تجد الثمن المطلوب هو

ء ص ل

٢/١٢ ١ ١٨ ١٤

(١١٦) وانشرع الآن فى قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر مثالين لذلك بمثالين فنقول

ء ص ل

المثال الاول أن يكون التوزا الواحد فى العمل يساوى $\frac{١٤}{٣١}$ ١٠ ٩

ء ص ل

فعلى ذلك ما يكون عدد التوازات اذا كان معنا ٦ ٥ ١

ء ص ل

فالجواب حيث ان ٤ ٥ ١ هو ما يحصل من ضرب ثمن التوزا الواحد فى عدد

ء ص ل ء ص ل

التوازات المطلوب فبقسمة ٦ ٥ ١ على $\frac{١٤}{٣١}$ ١٠ ٩ يخرج عدد التوازات المذكور فاذا أردت أن تجعل المسئلة من باب قسمة عددين صحيحين احدهما على الآخر فاجمع اولا المقام وهو ٣١ وذلك بضرب المقسوم

ء ص ل

والمقسوم عليه فى ٣١ وهذا لا يغير خارج القسمة فيحصل فى المقسوم ٦ ١٠

ل ص ل

٣٩ وفى المقسوم عليه ٦ و ١٥ ثم اجمع على التوالى الدينات والصوليات

ل

وذلك بضرب هذين الحاصلين فى ٢ والنتيجتين فى ٢٠ فيحصل فى المقسوم ١٥٨١

وفى المقسوم عليه ل ٦١٢ وحيث ان عدد التوازات المطلوب هو $\frac{١٥٨١ \text{ ل}}{٦١٢ \text{ ل}}$

او $\frac{١٥٨١}{٦١٢}$ فاقسم ١٥٨١ توزا على ٦١٢ فيكون خارج القسمة

وهو ٢ توازن و ٣ اقدام و ٦ أصابع هو النتيجة المطلوبة

المثال الثانى أن يكون المطلوب بيان ثمن التوزا فى صورة ما اذا كان ثمن ٢

ء ص ل

توازين و ٣ اقدام و ٦ أصابع يساوى ٦ ٥ ١

ص ي ت ء ص ل

فنقول حيث ان ثمن ٦ ٣ ٢ يساوى ٦ ٥ ١ يكون ثمن ٢

صه ن ث ن ث ء صل ل صل ل
فى ٦ ٣ ٢ او ١ ٥ يساوى ٢ فى ٦ ٥ ١ او ١١ ٢
ن ث ث صل ل صل ل
و ٦ فى ١ ٥ او ٣١ يساوى ٦ فى ١١ ٢ او ٦ ١٥
صل ل
فاذن يكون ثمن التواز مساويا لجزء من ٣١ من ٦ ١٥ او $\frac{١٤}{٣١}$
ء صل
١٠ ٩
فقد استبان لك ان قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر يمكن أن تؤول دائما الى قسمة عدد مميز على عدد صحيح مبهم

(طريقة الاجزاء المتداخلة)

(١١٧) قسمة أى عدد منتسب على عدد صحيح مبهم وسيلة الى اختصار العمليات المتعلقة بضرب عدد منتسب فى عدد صحيح مبهم أو فى عدد منتسب آخر فاذا كان يلزم تحليل المضروب والمضروب فيه بحيث يتحصل بعض الحواصل الجزئية على وجه سهل بواسطة القسمات على اعداد صحيحة مبهمة ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة

المثال الاول ان يكون المطلوب حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$
ء صل ل
٣ ٢ ١٢ فى ١٢
فتضع صورة العملية هكذا

	ى صل ل
مضروب	٢/١١ ٣ ٢. ١٢
مضروب فيه	١٢
ل	ى صل ل
١٢ فى ١٢ تعطى	٠ ١٤٤
١٢ فى ل١ تعطى ل١٢	
صل ل	
١٢ فى ٢ تعطى عشر ١٢ او	١٤
ى صل ل	
١٢ فى ٣ تعطى ثمن ١٤ او	٣ ٠
ى صل	
١٢ فى ٢ تعطى ٢	
ى صل	
١٢ فى ٢/١١ تعطى الجزء الحادى عشر من ١٢ او ٢/١١ ٢ ٠	

فاذن ١٢ فى ٢/١١ ٣ ٢ ١٢ تعطى ٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥

ثم تقول ١٢ فى ل١٢ تعطى ل١٤٤ و ١٢ فى ل١ تعطى ل١٢

صل ل صل ل

وحيث ان ٢ هما عشر ١ يكون ١٢ فى ٢ هو عشر ١٢

صل ل ى صل ى صل

او ١٤ او ٢٤ وحيث ان ٣ هى ثمن ٢ يكون ١٢ فى ٣

صل صل صل صل ل

هو ثمن ٢٤ او ٣ ولما كانت ١٢ فى ٢ تعطى ١٤

صل ى صل

او ٢٤ وكان ٢ هو الجزء الثانى عشر من ٢ كان حاصل ضرب

ى صل ى

٢ فى ١٢ هو الجزء الثانى عشر من ٢٤ او ٢ او ٢٤ فحاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$ من الدنيسة فى ١٢ هو حينئذ الجزء الحادى عشر من ٢٤ ى او $\frac{٢}{١١}$ ٢ ى ومجموع الحواصل الجزئية المتحصلة من ضرب اجزاء المضروب المختلفة فى المضروب فيه هو عبارة عن الحاصل الكلى وهو $\frac{٢}{١١}$

ى صل ل

٢ ٧ ١٤٥

فقد تحصل الحاصل الكلى بتحليل المضروب الى اجزاء ضلعية متداخلة اعنى الى اجزاء بعضها داخل ومنحصر فى البعض الآخر حقيقة وتعرف هذه العملية بطريقة الاجزاء الضلعية

ى صل ل

المثال الثانى أن يقال اذا كان ثمن التوازالواحد $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢

صه ن ت

فما يكون ثمن ٨ ٥ ١٢

فتقول فى الجواب

ى صل ل

أولا ثمن ٢ توازين هو $\frac{٢}{١١}$ ٢ ٧ ١٤٥

وثانيا { ثمن ٣ ن او $\frac{١}{٢}$ ت هو $\frac{١٣}{٢٢}$ ١ ١ ٦

{ ثمن ٢ ن او $\frac{١}{٣}$ ت هو $\frac{٢}{٣٣}$ ٩ ٠ ٤

وثالثا ثمن ٨ صه او $\frac{١}{٣}$ ٢ ن هو $\frac{٢}{٩٩}$ ١ ٦ ١١ ١

ى صل ل

فثمن ٨ ٥ ٢ الكلى هو $\frac{١٦٩}{١٩٨}$ ١١ ١٥ ١٥٦

فثمن التوازالواحد مكررا ١٢ مرة هو ثمن ١٢ توازا

ولاجل معرفة ثمن ٥ أقدام تحلل ٥ الى ٣ زائدة ٢ ونصف ثمن
التواز الواحد هو ثمن ٣ اقدام وثلث ثمنها هو ثمن ٢
وحيث ان ٨ اصابع هي ثلث ٢ فثلث ثمن ٢ هو ثمن ٨ اصابع
ومجموع اثمان ١٢ و ٣ و ٨ و ٢ هو ثمن ٨ ٥ ١٢ الكلي
وهذه العملية تؤول الى تحليل الشئ المطلوب معرفة ثمنه الى اجزاء ضلعية
متداخلة بحيث يصير ثمن كل جزء من ذلك الشئ جزأ ضلعيا من ثمن تحصل
قبل ذلك

د صل ل

المثال الثالث أن يقال اذا كانت اجرة التواز في العمل ٩ ١٨ ١٨
فتكون اجرة ٤ اقدام و ٨ اصابع و ٨ خطوط
فنقول في الجواب انه يمكن البحث عن اجزاء الضلعية التي هي
و ١ و ٦ و ٣ و ٦ و ٢ غير أن الاوجز والاسهل أن يحال العدد
الكلي الى ٢ و ٣ و ٨ و ٨ لان ثلث أجرة التواز الواحد
هو عبارة عن اجرة ٢ او ٢٤ وثلث هذه الاجرة الاخيرة هو اجرة ٨
والجزء الثاني عشر من اجرة ٨ هو اجرة ٨ خطوط

د صل ل

وبهذه الطريقة يكون مقدار الاجرة المطلوبة ١ ١٨ ١٤

(١١٨) يكفي في تحويل كسر مميز الى اعشاري او الى عدد منتسب أن تقسم
البسط على المقام بمقتضى قاعدة نمرة ١٠١ او نمرة ١١٣
فعلى هذا تكون كسور

$\frac{15}{4}$ ت و $\frac{51}{40}$ ل و $\frac{153}{310}$ ل و $\frac{663}{5000}$ ر بالتحويل الى الكسور الاعشارية هى ٣٫٧٥ ت و ١٫٢٧٥ ل و ٤٩٣٥٤٨ ر ل وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٢٦٥٢ ر .

وبالتحويل الى الاعداد المنسبة يتحصل ص ن ت ٦ ٤ ٣ و ٥ ٦ ١ ء ص ل ٩ ١٠ و ٨٣٢ ر ٠ ٢ ٢ ١ ٤ و $\frac{14}{31}$ ء ع س وبمثل ذلك يتوصل الى هذه النتائج وهى

$\frac{47}{18}$ = ٦١١١ ر ٢ ر ء ع س ر وهكذا من الاعداد الاعشارية = ١٦ ٦ ٢ ٩

و $\frac{18}{7}$ = ٢٫٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨ ر ر وهكذا من الاعداد الاعشارية

= $\frac{2}{7}$ ء ع س ر ١٠ ١ ٩ ٢

و $\frac{47}{7}$ = ٦٫٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨ ر ر وهكذا من الاعداد الاعشارية

= $\frac{6}{7}$ ء ع س ر ٦ ١١ ٣ ١ ٦

تنبيه * اذا كان المطلوب تحويل كسر مقامه واحد متبوع باصفار كانت العملية موجزة سهلة الاجراء ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل $\frac{375}{100}$ ت الى عدد منتسب فيمكن فى ذلك اجراء قسمة البسط وهو ٣٧٥ ت على المقام وهو ١٠٠ بموجب قاعدة غرة ١٠١ غير أن الاسهل فى التوصل الى النتيجة بعينها أن تضع الكسر المذكور هكذا ٣٫٧٥ ت ثم تحول ٠٫٧٥ ت الى اقدام بان

تضربه فى ٦ فيحصل ٥ر٤ ث فاذا أردت تحويل ٥ر٠ ث الى اصابع فاضربها فى ١٢ فيحصل ٦ اصابع فيكون الكسر المفروض معادلا ص ٦ ث ٣ ٤

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٥١٣٠٧٤}{١٠٠٠٠٠٠}$ ث الى عدد منتسب فطريق ذلك أن تعوض اولا ذلك الكسر بالعدد الاعشارى المكافئ له وهو ٥١٣٠٧٤ر٠ ث ثم تحوّل هذا العدد الى اقدام بان تضربه فى ٦ فيحصل ٣ر٠٧٨٤٤٤ ث فاذا أردت تقويم الجزء الاعشارى باصابع وخطوط فاضربه على التوالى فى ١٢ ثم ١٢ فتجد عدد ٠٧٨٤٤٤ر٠ ث معادلا ٩٤١٣٢٨ر٠ ص او ١١ر٢٩٥٩٣٦ ع بحيث يعادل الكسر المفروض ١١ر٢٩٥٩٣٦ ع ٣ ث او يعادل ٣ ث ١١ر٢٩٦ ع بحيث يبلغ تقريبا جزأ من عشرة آلاف من الخط

(١١٩) اذا أردت تحويل عدد منتسب الى كسر من أحد آحاد ذلك العدد فانسب جميع آحاده على اختلافها الى ذلك الاحد ثم أجر عملية الجمع ولتمثل لذلك بثلاثة أمثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٦ ص و ٤ ث و ٣ الى كسر من التوازن

فتقول حيث ان ١ ق يعادل $\frac{١}{٢}$ ث و ١ ص يعادل $\frac{١}{٧٢}$ ث تكون ٦ ص و ٤ ق معادلة $\frac{٤}{٦}$ ث + $\frac{٦}{٧٢}$ ث او $\frac{٢}{٣}$ ث + $\frac{١}{١٢}$ ث او $\frac{٩}{١٢}$ ث او $\frac{٣}{٤}$ ث فاذن تكون ص ٦ و ٤ ق و ٣ ث معادلة ٣ ث $\frac{٣}{٤}$ او ٣ ث $\frac{١٥}{٤}$

وتتوصل

وتتوصل الى هذه النتيجة بعينها أيضا بتحويل $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ من مبدا الامر الى اصابع فتجد $صـ^{6}$ و $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ معادلة $صـ^{\frac{1}{27}}$ او ٢٧٠ فى $صـ^{1}$ او ٢٧٠ فى $ت^{\frac{1}{72}}$ او $ت^{\frac{270}{72}}$ او $ت^{\frac{15}{4}}$

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل $صـ^{6}$ و $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ الى كسر من القدم

فنقول حيث ان $ت^{3}$ تعادل ١٨ و $صـ^{6}$ تعادل $ق^{\frac{6}{12}}$ او $ق^{\frac{1}{2}}$ تكون $صـ^{6}$ و $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ معادلة ١٨ + ٤ + $ق^{\frac{1}{2}}$ او $ق^{\frac{1}{2}}$ ٢٢

او $ق^{\frac{45}{2}}$

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل الهندازة الى كسر من النواز

بموجب ما تقدم فى نمرة (١٠٧) مما يتعلق بالهندازة ترى أن الهندازة

نقط $غ^{10}$ و $صـ^{10}$ نقطة $ق^{7}$ و $ت^{3}$ او ٦٣٢٢ وأن ١ نقطة تعادل $ت^{\frac{1}{10368}}$

فحينئذ تكون الهندازة معادلة ٦٣٢٢ فى $ت^{\frac{1}{10368}}$ او $ت^{\frac{6322}{10368}}$ او $ت^{\frac{3161}{5184}}$

(١٢٠) وما ذكرناه وسيلة أيضا الى تحويل العدد المنتسب الى اجزاء عشارية من أحد من آحاده حيثما اتفق

مثلا اذا كان المطلوب تحويل $صـ^{6}$ و $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ الى كسر عشارى من القدم لاحظت انه حيث كان $ق^{\frac{1}{4}}$ و $ت^{3}$ تعادل $ق^{\frac{1}{12}}$ وكان $صـ^{6}$

$= \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢} = ٠٫٥$ فحينئذ تكون ٦ و ٤ و ٣

معادلة $٠٫٥_{٢٢}$

فاذا أردت التعبير عن ٦ و ٤ و ٣ بكسر اعشاري من التواز

رأيت أن ٦ و ٤ تعادل $\frac{٤}{٦}$ او $\frac{٦}{٧٢}$ او $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{١٢}$ او $\frac{٩}{١٢}$ او $\frac{٣}{٤}$

او ٧٥ فيكون العدد المفروض حينئذ معادلا ٧٥

تنبيه * تحويل الاعداد المنتسبة الى كسور اعشارية يؤدى الى ارتباط عملية هذه الاعداد بعمليات الكسور الاعشارية وتوقفها عليها وهو وان كان أسهل وأوجز بالنظر الى العلم الا انه يؤدى غالبا الى التطويل فى العمل فلذا اختاروا اجراء العمل من أول وهلة على الاعداد المنتسبة المفروضة بدون تحويل الى الكسور المذكورة

(الفصل الثانى)
فى الاقيسة الجديدة

(١٢١) جميع الاقيسة على الطريقة الجديدة مرتبطة بعضها وماخوذة من وحدة أصلية يمكن ضبطها وتحريرها فى جميع الاوقات وسائر البلدان واسماؤها المصطلح عليها محصورة فى كلمات قليلة وعملياتها موزونة لانها لا تجرى الا فى الكسور الاعشارية

اقيسة الخطوط اى الاطوال

لما أرادوا تعيين وحدة الطول المسماة مترا بحثوا عن طول قوس دائرة نصف النهار الارضية الذى هو مسافة ما بين القطب وخط الاستواء فرأوا هذا الطول الذى هو عبارة عن ربع محيط الارض بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ وبقياس القدم ٣٠٧٨٤٤٤٠ وجعلوا منه الجزء المعادل لواحد من عشرة ملايين هو طول المتر بحيث صار المتر بقياس التواز ٠٫٥١٣٠٧٤ و ٠

وبقياس

وبقياس القدم ٣٫٠٧٨٤٤٤ او ٢٩٦ر ع ق بحيث يبلغ تقريبا جزأ من عشرة آلاف من الخط (راجع المثال الثانى من نمرة (١١٨)

والاقيسة الجديدة المستعملة فى فرانسا أخوذة من المتر

فالاقيسة الخطية أو الاطوال عبارة عن المضاعفات الاعشارية واجزائها من المتر بمعنى انها عبارة عن حواصل الضروب فى ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا أو خوارج قسمة طول المتر عليها

وتتركب اسماء تلك الاقيسة سواء كانت أكبر من الوحدة الاصلية (التى هى المتر) او اصغر منها بزيادة كلمة من الكلمات الآتية قبل اسم تلك الوحدة والكلمات المذكورة هى ميريا * وكيلو * وايكتو * وديكا * وديسى * وسنتى * وميلى * ومعانيها على سبيل اللف والنشر المرتب عشرة آلاف * والف * ومائة * وعشرة * وعشر * وجزء من مائة وجزء من ألف

فمعنى ميريامتر عشرة آلاف متر وسنتيمتر جزء من مائة من المتر وهكذا

ويجرى مثل هذا ايضا فيما عدا ذلك من مضاعفات الوحدة المميزة واجزاء مضاعفاتها

ويستعمل فى تعيين المسافات الميريامتر الذى يعادل ١٠٠٠٠ متر او ١٠٠٠٠ فى ٥١٣٠٧٤ر ق او ٧٤ر٣٠ ث ٥١ وكذلك الكيلومتر الذى يعادل ١٠٠٠ متر أو ٠٧٤ر٣٠ ث ٥١

ولاجل ادخال الطريقة الاعشارية فى جميع الاقيسة قسموا المحيط الى ٤٠٠ جزء متساوية تسمى بالغرادة أى الدرجات المئينية وقسموا ايضا الدرجة الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة وهكذا

اقيسة السطوح

وحدة السطوح هى المتر المربع

والوحدة التى اختاروها لقياس سطوح الاراضى هى مربع ضلعه

١٠ امتار ويسمى عندهم بالآر

والآر ١٠٠ متر مربع او ١٠٠ فى متر مربع او ١٠٠ مربع ضلع كل مربع منها متر والجزء من مائة من الآر او الستيار هو متر مربع وكل مائة آر تسمى هكتارا لا ايكتوارا والهكتار ١٠٠٠٠ متر مربع وهو مربع ضلعه ١٠٠ متر

اقيسة الحجم والسعة

وحدة الحجوم هى متر مكعب * والمتر المكعب اذا استعمل فى قياس اخشاب الحريق يقال له استير

ووحدة السعة بالنسبة للمائعات والحبوب هى الليتر وهو ديسيمتر مكعب * والاقيسة المستعملة فيها هى الايكتوليتر والديكاليتر والليتر والديسيليتر

وقد يقوم الليتر مقام البائنة (فى المشروبات) ومقام الليترون (فى الحبوب) وان كان أكبر منها بيسيروقد يقوم الديكاليتر فى الحبوب مقام البواسو كما أن الايكتوليتر قد يقوم مقام الستية

الموازين

وحدة الوزن هى الغرام وزنته سنتيمتر مكعب من الماء المقطر الذى بلغ أقصى درجة فى الكثافة وهذه الزنة المبينة فى الاقيسة القديمة هى ١٨٨٢٧ر١٥ غرانا أى حبة

وعليه فالكيلوغرام او اللوربوا الجديد او اللور الاعشارى هو ١٨٨٢٧ر١٥ غرانا

النقود والمعاملات

نقود الفضة الجديدة زنة ما فيها من الفضة الخالصة $\frac{9}{10}$ وكذلك نقود الذهب زنة ما فيها من الذهب الخالص $\frac{9}{10}$ ومن هنا ما قيل ان صافى نقود الفضة او الذهب هو $\frac{9}{10}$

ووحدة المعاملات الجديدة هى الفرنك وزنته ٥ غرامات ويقال لعشره

ديسيم والجزء من مائة منه سنتيم وهذه الثلاثة هي الجارية الآن في الحسابات الفرنساوية * ونقود الفضة هي قطع الفرنك ونصف الفرنك وربع الفرنك والقطع المساوية لفرنكين والمساوية لخمسة فرنكات وزنة هذه القطعة الاخيرة ٢٥ غراما وعليه فزنة كل ٤٠ من هذه القطعة المساوية لخمسة فرنكات كيلوغرام أي ١٠٠٠ غرام * ونقود الذهب الجديدة هي القطع ذات العشرين فرنكا وذات الاربعين فرنكا القائمة مقام اللويز وضعف اللويز * وزنة كل قطعة من القطع ذات العشرين فرنكا ٦ر٤٥١٦١ غرامات وقطرها ٢١ ميليمترا بخلاف ذات الاربعين فرنكا فقطرها ٢٦ ميليمترا فيكفي في ايجاد طول المتر أن تضع ٣٤ قطعة من ذات العشرين فرنكا و ١١ من ذات الاربعين متتالية بعضها عقب بعض وذلك لان مجموع أقطار القطع الخمسة والاربعين المذكورة هو ٣٤ في ٢١ ميليمترا زائدا ١١ في ٢٦ ميليمترا او ١٠٠٠ ميليمترا أو متر واحد

ونقود النحاس الجديدة هي القطع الصغيرة التي تساوي الواحدة منها سنتيما واحدا وهي تعادل جزأ من مائة من الفرنك والقطعة ذات الخمسة سنتيمات او الصولدي الجديد والقطعة التي تساوي ديسيما واحدا او الصولدي الكبير الجديد وهو عشر الفرنك

عدية الاقيسة الجديدة وعملياتها

(١٢٢) عدية الاعداد الاعشارية وعملياتها يصلحان للاعداد المنتسبة الدالة على الاقيسة الجديدة لان هذه الاقيسة يجري فيها التجزي الاعشاري

فاذا أردت أن تعبر عن قياس جديد بعدد اعشاري فانطق أولا بالعدد الاعشاري بقطع النظر عن تمييزه كما في نمرة ٩٣ ثم استبدل الاحاد المبهم بالاحاد المميز المطلوب

فعلى هذا يمكن أن تعبر عن عدد ٦ر٢٢٧٣٩ بهذه العبارة وهي مائتان وسبعة وعشرون مترا وتسعة وثلاثون سنتيمترا أو اثنان وعشرون ألفا وسبعمائة وتسعة وثلاثون سنتيمترا كما في نمرة ٩٤

واذا أردت أن تكتب قياسا جديدا هو آتيا بالارقام فاكتب أولا العدد المنطوق على حسب قاعدة نمرة ٩٧ بقطع النظر عن تمييزه ثم اكتب على يمين رقم الآحاد الحرف الاول من التمييز

فعلى هذا اذا كان المطلوب كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين مترا وتسعة وثلاثين سنتيمترا الذى يصح أن تعبر عنه أيضا باثنين وعشرين ألفا وسبعمائة وتسعة وثلاثين سنتيمترا فاكتبه هكذا

٢٢٧٫٣٩ كما فى نمرة ٩٥

ويكفى فى تحويل قياس جديد معبر عنه بعدد اعشارى الى أحد اياما كان من الآحاد المميزة ان تضرب العدد الاعشارى فى ١٠ او ١٠٠ الخ وهكذا أو تقسمه على ماذكر بان تنقل الشرطة الى يمين الرقم الدال على آحاد المنزلة المطلوبة فى صورة الضرب أو الى يساره فى صورة القسمة فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل ٨٣٢٥٫٤٧ الى ايكتومتر فلاحظ انه حيث كان الايكتومتر الواحد يعادل ١٠٠ مترفيكفى أن تقسم ٨٣٢٥٫٤٧ على ١٠٠ بأن تنقل الشرطة خانتين الى الجهة اليسرى بأن تضعها على يمين رقم ٣ الذى هو مآت المتر بحيث يكون عدد ٨٣٢٥٫٤٧ معادلا ايكتومتر

لعدد ٨٣٫٢٥٤٧

ثم ان جمع الاعداد المحولة الى جنس واحد وكذلك طرحها يكون على حسب ماتقرر فى نمرة ٩٧

أمثلة الجمع

مترا	فرنكا	دسيمترا
١٢٫٣٤	٢٨٠٠٠٫٩٠٩٠٠٩	٣٧٠٥٫٢
٤٢٫٥٣	٩٩٫١٠١٩٩١	٨٩٫٧٥٠١
مترا	فرنكا	دسيمترا
المجموع ٥٤٫٨٧	٢٨١٠٠٫١١٠٠٠	٣٧٩٤٫٩٥٠١

أمثلة الطرح

	مترا	فرنكا	ديسيمترا
المطروح منه	٨٧ر٥٤	١١٠٠٠ر٢٨١٠٠	٩٥٠١ر٣٧٩٤
	مترا	فرنكا	ديسيمترا
المطروح	٣٤ر١٢	٩٠٩٠٠٩ر٢٨٠٠٠	٧٥٠١ر٨٩
	مترا	فرنكا	ديسيمترا
الباقى	٥٣ر٤٢	١٩٩١ر٩٩١٠	٢ر٣٧٠٥

ومتى كانت مقادير الاعداد المفروضة مختلفة فحول المسئلة الى الصورة المتقدمة بأن تحول الاعداد المذكورة الى جنس واحد

		ديسيمترا	كيلومتر
مثلا *	اذا كان المفروض عددى	٤ر٣٧٧	و ٠ر٠٠٩٣٦٨

فاذا حولتهما الى وحدة المتر رأيت مجموعهما ٨ر١٠٤٧م وباقى طرحهما ٣٧٢ر٢٨م

وعملية الضرب والقسمة كتاهما تجرى على حسب ما تقرر فى نمرتى ٩٨ و ٩٩ وعليه فيكون حاصل ضرب ٠ر٠٤م فى ٠ر٠٠١٢ هو ٠ر٠٠٠٠٤٨م ويكون خارج قسمة ٠ر٠٠٠٠٤٨م على ٠ر٠٤م هو ٠ر٠٠١٢

ثم ان ما تقرر من القواعد فى نمرة ١٠٤ و ١٠٥ و ١٠٦ يجرى فى الاقيسة الجديدة وعليه فيكون مقدار ٣٧ر٤٦٧٨٥م وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ٣٧ر٤٦م تقريبا وفى صورة ما اذا أريد ابقاء رقمين أو ثلاثة اعشارية يكون المقدار التقريبى لعدد

٦٢٣٧ر٥م وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ٦٢ر٥م
او ٦٢٤ر٥م ويكون حاصل ضرب ٧٤٦٢٣ر٨م وهكذا من
الاعداد الاعشارية فى ٣٤٥٦٧ر٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية
مقربا من ديسيمتر واحد هو ٥ر٢٠م

(المقابلة بين الآحاد المختلفة من الاقيسة القديمة والجديدة)

(أقيسة الخطوط أى الاطوال)

(وفيها اربع صور)

(١٢٣) الصورة الاولى ان يكون المطلوب مقابلة المتر بالتوازأو اجزائه
وبالعكس فلاحظ ان المعتبر فى الاصل (كما سبق فى مبحث أقيسة الخطوط) هو
ان ١٠٠٠٠٠٠ من المتر = ٥١٣٠٧٤٠ توازتعطى ١ت
= ١٠٠٠٠٠٠م / ٥١٣٠٧٤ = ١٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ر١م وهكذا من
الاعداد الاعشارية و ١م = ٥١٣٠٧٤ر٠ت
وحيث عرفت مقابلة التواز بالامتار فاستخرج من ذلك مقادير الاقدام
والاصابع وغيرها بالامتار أيضا بان تقسم مقدار التواز على ٦ أو على ١٢
الخ على التوالى * وفى صورة العكس وهى ماذا أريد تحويل المتر الى اقدام
أو اصابع أو خطوط أو غير ذلك يكفى ان تحوّل مقدار المتر وهو
٥١٣٠٧٤ر٠ت الى اقدام وأصابع وخطوط وغيرها بأن تضرب مقدار المتر
على التوالى فى ٦ و ١٢ و ١٢ الخ فيؤدى الى نتائج وهى
١ب = ٣٢٤٨٣٩٤٣١٨٦٨٨٢٧ر٠م أو ١ص =
٠٢٧٠٦٩٩٥٢٦٥٥٧٣٥ر٠م وهكذا من الاعداد الاعشارية

و ١ غ = ٠٫٠٠٢٢٥٥٨٢٩٣٨٧٩٧٧ م وهكذا من الاعداد

نقطة

الاعشارية و ١ = ٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م وهكذا

من الاعداد الاعشارية و ١ م = ٣٫٠٧٨٤٤٤ ن

= ٣٦٫٩٤١٣٢٨ صه = ٢٩٥٩٣٦ غ ٤٤٣

الصورة الثانية أن يكون المطلوب مقابلة الهندازة بالمتر فلاحظ

ان الهندازة تعادل ٦٣٢٢ نقطة وان النقطة تعادل

٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فالهندازة تعادل ٦٣٢٢ فى ٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١٫١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦٥ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية

ويتوصل أيضا الى هذه النتيجة بعينها بملاحظة ان الهندازة حيث انها تعادل

٣ ن و ٧ صه و ١٠ نقط و ١٠ غ فيكفى حينئذ تحويل اجزاء

٣ ن و ٧ صه و ١٠ نقط و ١٠ غ الى الامتار وهذا فى غاية السهولة لان مقادير

الاقدام والاصابع والخطوط والنقط قد قدرت بالامتار (بموجب الصورة

الاولى)

وبالجملة فاذا أردت أن تحقق ذلك على وجه التحرير والضبط فلاحظ ان الهندازة

الواحدة تعادل $\frac{٣١٦١}{٥١٤٨}$ من القواز او $\frac{٣١٦١}{٥١٨٤}$ من $\frac{١٠٠٠٠٠}{٥١٣٠٤٧}$ م

او $\frac{٣١٦١٠٠٠٠٠٠}{٢٦٥٩٧٧٥٦١٦}$ أو تعادل بطريقة القسمة ١٫١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٩ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية واما صورة العكس (وهي ما اذا كان المطلوب مقابلة المتر بالهندازة) فيقال فيها حيث ان الهندازة تعادل

١٨٨٤٤٦١١٥٨ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

او ١ م × ١٨٨٤٤٦١ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا قسمنا الهندازة الواحدة على ١٨٨٤٤٦١ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كان خارج القسمة وهو ٨٤١٤٣٤٨ر٠ هندازة وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار المتر بالهندازة

وان أردت تقريب ذلك بالكلية فلاحظ أن الهندازة الواحدة

هندازة م م

= ٣١٦١٠٠٠٠٠٠ / ٢٦٥٩٧٧٥٦١٦ تعطى ١ = ٢٦٥٩٧٧٥٦١٦ / ٣١٦١٠٠٠٠٠٠ فبقسمة ٢٦٥٩٧٧٥٦١٦ على ٣١٦١٠٠٠٠٠٠ تجد مقدار المتر بالهندازة

تنبيه ما ذكرناه من الطرق المختلفة فى تقويم الهندازة بالمتر وعكسه يجرى أيضا فى غيرهما من الاقيسة ومن الآن فصاعدا لا نذكر فى بيان النتائج الا أسهل تلك الطرق وأوجزها

الصورة الثالثة أن يكون المطلوب تقويم الفراسخ بالكيلومتر والكيلومتر بالفراسخ والطريق المستعملة فى ذلك هى قسمة المحيط الى ٣٦٠ درجة على رأى المتقدمين فنقول حيث ان ٩٠ درجة ارضية تعادل ١٠٠٠٠٠٠٠ من الامتار (كما فى نمرة ١٢١) او ١٠٠٠٠ كيلومتر فالدرجة الارضية

كيلومتر كيلومتر

= ١٠٠٠٠ / ٩٠ = ١٠٠٠ / ٩ فتكون الدرجة الارضية = ٢٥ فرسخا بريا = ٢٠ فرسخا بحريا ويكون فرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ توازو التوواز = ٩٤٩٠٣٦٠٩ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية = ١٩٤٩٠٣٦٠٩ر٠ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

والمتر = ٠٫٥١٣٠٧٤ ت والكيلومتر = ٥١٣٫٠٧٤ ت فاذن
درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

الفرسخ البرى = $\frac{١}{٢٥}$ = $\frac{١}{٢٥}$ من $\frac{١٠٠٠}{٩}$ = $\frac{٤٠}{٩}$ = ٤٫٤٤٤
فرسخ برى

وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{٩}{٤٠}$ = ٠٫٢٢٥
درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

فرسخ برى والفرسخ البحرى = $\frac{١}{٢٠}$ = $\frac{١}{٢٠}$ من $\frac{١٠٠٠}{٩}$ = $\frac{٥٠}{٩}$
كيلومتر فرسخ بحرى

= ٥٫٥٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{٩}{٥٠}$ =
نواز

٠٫١٨ فرسخ بحرى وفرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠
فى ٠٫٠٠١٩٤٩٠٣٦٥٩ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية
= ٣٫٨٩٨٠٧٣١٨ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

ت فرسخ بوسطة
والكيلومتر = ٥١٣٫٠٧٤ فى ١ = ٥١٣٫٠٧٤ فى $\frac{١}{٢٠٠٠}$
فرسخ بوسطة

= ٠٫٢٥٦٥٣٧

الصورة الرابعة ان يكون المطلوب تقويم الدرجات بالغرادات وعكسه بموجب الطريقة القديمة فلاحظ ان ربع المحيط ينقسم الى ٩٠ درجة والى ١٠٠ غرادة فينتج من ذلك ان الدرجة القديمة = $\frac{١٠}{٩}$ من الغرادة وان الغرادة = $\frac{٩}{١٠}$ من الدرجة القديمة

فذلك هو الوسيلة فى تحويل الدرجات القديمة الى غرادات وعكسه

السطوح والحجوم والسعات

اعلم ان البحث عن العلاقات التى بين الآحاد المختلفة من السطح والحجم والسعة

قديمة كانت أو جديدة متوقف على معرفة ما يتعلق بذلك من المسائل الهندسية وليس هذا محله فاذا أردت الوقوف على نتائج هذا البحث فانظر ما ذيلنا به الكتاب من الجداول والتنبيهات

الموازين

اذا أردت تحويل اللورپوا الى الكيلوغرام أو عكسه فلاحظ ان الكيلوغرام يزن

غران د
١٨٨٢٧١٥ر١٨٨٢٧١٥ أو ١٨٨٢٧١٥/١٠٠ من الغران او ١٨٨٢٧١٥/١٠٠ من ١/٩٣١٦

غران د د
لان ١ يساوى ١/٩٣١٦ فاذن الكيلوغرام = ١٨٨٢٧١٥/٩٣١٦٠٠ ويفتج من

كيلوغرام د
ذلك ان ١ = ٩٣١٦٠٠/١٨٨٢٧١٥

وباجراء عمليات هذه القسمات ترى ان ١ كيلوغرام = ٢٫٠٤٢٨٧٦٥١٩ر

كيلوغرام د
وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ = ٠٫٤٨٩٥٠٥٨٤٦٦٠

وهكذا من الاعداد الاعشارية وهذه المساواة وهى أ = ١٦ آ و آ

غ غ د
= ٨ و ١ = ٧٢ تدل على انه اذا أريد تحويل مقدار

الكيلوغرام وهو ٢٫٠٤٢٨٧٦٥ر وهكذا من الاعداد الاعشارية الى أونسات وغروسات وغرانات (أى اواق ودراهم وحبات) يكفى ضربه على

كيلوغرام
التوالى فى ١٦ وفى ٨ وفى ٧٢ فبهذه الكيفية ترى ان ١

= ٦٨٦٠٢٤٣ر٣٢ آ وهكذا من الاعداد الاعشارية

غ
= ٤٨٨١٩٤ر٢٦١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

=

د

= ١٤٩٩٩٩ر٧ ١٨٨٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

كيلوغرام
ر
فاذا قسمت مقدار ١ وهو ٠ر٠٤٨٩٥٠٥٨ على ١٦ كان خارج

كيلوغرام
القسمة وهو ٠ر٠٣٠٥٩٤ عبارة عن اونسة واحدة واذا قسمت

كيلوغرام
مقدار الاونسة على ٨ كان مقدار الغروس ٠ر٠٠٣٨٢٤

وبقسمة هذا العدد الاخير على ٧٢ يكون خارج القسمة الذى هو

كيلوغرام
٠ر٠٠٠٠٥٣١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار الغران

بالكيلوغرام

كيلوغرام
ر
والقنطار يعادل ١٠٠ او ١٠٠ فى ٠ر٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا

كيلوغرام
من الاعداد الاعشارية او ٤٨ر٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ميريا غرام
او ٤ر٨٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ر
والميريا غرام يعادل ١٠ كيلوغرامات او ١٠ فى ٢ر٠٤٢٨٧٦

ر
وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٢٠ر٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد

قنطار
الاعشارية او ٠ر٢٠٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

نقود المعاملات

اذا اردت تحويل اللورتورنوا الى فرنكات او العكس فلاحظ ان زنة الفرنك ٥ غرامات وانه يحتوى من الفضة الخالصة على $\frac{9}{10}$ اعنى على $\frac{9}{10}$ من

غران غران
٥ غرامات او $\frac{٩}{٢}$ غرام او $\frac{٩}{٢}$ من ١٨٫٨٢٧١٥ او ٨٤٫٨٢٢١٧٥ و
وأيضا هنا بعض تجارب صحيحة تدل على أن اللورتورنوا الناتج من الايكو
ل غران
الذى مقداره ٦ يحتوى على ٨٣٫٦٥٧٩٣٦ من الفضة الخالصة
فرنك
وعليه فالفران الواحد من الفضة الخالصة يعادل $\frac{١}{٨٤٫٨٢٢١٧٥}$
ل
او $\frac{١}{٨٣٫٦٥٧٩٣٦}$
وحيث لزم ان مقدار هذين الكسرين واحد يؤخذ من التنبيه الثالث من ثمرة
فرنك ل
٧٤ أن ٨٣٫٦٥٧٩٣٦ = ٨٤٫٨٢٢١٧٥ وينتج من
ل فرنك فرنك
هذا أن ١ = $\frac{٨٣٦٥٧٩٣٦}{٨٤٨٢٢١٧٥}$ = ٠٫٩٨٧٦٥٠٩٤٢٦ وهكذا
فرنك ل ل
من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{٨٤٨٢٢١٧٥}{٨٣٦٥٧٩٣٦}$ = ١٫٠١٢٥٠٣٤٦٣٣
صل ل فرنك
وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{١}{٢٠}$ = $\frac{١}{٢٠}$ من ٠٫٩٨٧٦
فرنك
وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٫٠٤٩٣٨٢٥٤٧١٣ وهكذا
ى صل فرنك
من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{١}{١٢}$ = ٠٫٠٤١١٥٢١٢٢
وهكذا من الاعداد الاعشارية

تحويل الاقيسة القديمة الى الاقيسة الجديدة وعكسه

(١٢٤) حيث عرفت مقدار كل نوع من الوحدة القديمة بالاقيسة الجديدة وعكسه سهل عليك حينئذ أن تستنتج من ذلك طريقة تحويل الاقيسة القديمة الى الجديدة وعكسه لأن ذلك يؤل الى ضرب مقدار الوحدة المطلوب

تحويلها

تحويلها فى عدد تلك الوحدات (ولنمثل لذلك بستة امثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ توازات الى امتار

فحيث ان التوازى يعادل ٩٤٩٠٣٦٥٩ر٠م وهكذا من الاعداد الاعشارية (والرمز بالميم للمتر) فيكون ٩٠٧ توازات معادلة ٩٠٧ فى ٩٤٩٠٣٦٥٩ر٠م وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٧٦٧ر٧٧٦م وهكذا من الاعداد الاعشارية

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل ٧٦٧ر٧٧٦م الى توازات

فحيث ان المتر يعادل ٥١٣٠٧٤ر٠ت فتكون ٧٦٧ر٧٧٦م

معادلة ٧٦٧ر٧٧٦ فى ٥١٣٠٧٤ر٠ت أو ٩٠٦ر٩٩٩

وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٩٠٧ توازات على وجه التقريب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٢ ٤ ٢٨ ع سه ر الى كيلوغرامات

فحيث ان ١ ل = ٨٩٥٠٥٨ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية

و ١ سه = ٠٣٠٥٩٤ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ ع = ٠٠٣٨٢٤ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية (كما سبق فى الكلام على الموازين من غرة ١٢٣) يستنتج من ذلك مقادير اجزاء ٢٨ ر و ٤ سه و ٢ ع و ٤ سه ع و ٢ ع وبانضمام تلك الاجزاء الى بعضها تجد ٢٨ و ٤ و ٢ تعادل ١٣ر٨٣٦ كيلوغراما وهكذا من الاعداد الاعشارية

المثال الرابع أن يكون المطلوب تحويل ١٣ر٨٣٦ كيلوغرام الى لورات بوا (اى

ارطال افرنجية)

فحيث ان الكيلوغرام يعال ٢٫٠٤٢٨٧٦٥١٩ وهكذا من الاعداد
كيلوغرام
الاعشارية فاضرب هذا العدد الاخير في ١٣٫٨٣٦ تجد ١٣٫٨٣٦
تعادل ٢٨٫٢٦٥٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشاريه

فاذا اردت تحويل الجزء الاعشاري وهو ٠٫٢٦٥٢٣٩ وهكذا من
الاعداد الاعشارية الى أونسات فاضربه في ١٦ تجده يعادل ٤٫٢٤٣٨
وهكذا من الاعداد الاعشارية واضرب ٠٫٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد
الاعشارية في ٨ تجد ٠٫٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية
ع
تعادل ١٫٩٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فيكون
كيلوغرام ع س ر
١٣٨٣٦ معادلة ١٫٩٥٠ ٤ ٢٨ وهكذا من الاعداد
ع س ر
الاعشارية او ٢ ٤ ٢٨ تقريبا

صل ل
المثال الخامس أن يكون المطلوب تحويل ١٢ ١٧٫٠٥٨ الى فرنكات
صل ل
فحوّل اولا ١٢ الى كسر اعشاري من اللور فيعطى ٠٫٦٠
صل ل ل صل ل
لان ١ = ١/٢٠ = ٠٫٠٥ و ١٢ = ٠٫٠٥ × ١٢
ل
= ٠٫٦٠
ل
فاذا قول المسئلة الى تحويل ١٧٫٠٥٨٦ الى فرنكات

وحيث

ل فرنك
وحيث ان ١ = ٠ر٩٨٧٦٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتكون

ل فرنك
٦ر١٧٠٥٨ معادلة ٦ر١٧٠٥٨ فى ٠ر٩٨٧٦٥٠ وهكذا

فرنك
من الاعداد الاعشارية او ٩٢٦ر١٦٨٤٧ وهكذا من الاعداد

فرنك
الاعشارية او ٩٣ر١٦٨٤٧ بحيث لاينقص الكسر الاعشارى عن نصف سنتيم

فرنك
المثال السادس ان يكون المطلوب تحويل ٩٣ر١٦٨٤٧ الى لورات تورنوا

فرنك ل
فاذا ضربت مقدار ١ وهو ٣٤٦ ٠١٢٥٠ر١ وهكذا من الاعداد

فرنك
الاعشارية فى عدد الفرنكات وهو ٩٣ر١٦٨٤٧ تجد ٩٣ر١٦٨٤٧

ل
معادلة ٥٨٧٤ر١٧٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ل
ولاجل التعبير عن الجزء الاعشارى الذى هو ٥٨٧٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية بصوليدات تضرب ٥٨٧٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فى ٢٠ فتجد ٥٨٧٤ر١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صل صل
معادلة ٧ر١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٣ر١٢ بحيث

صل فرنك
لاينقص الجزء الاعشارى فى هذا العدد عن ٣ر٠ فاذن ٩٣ر١٦٨٤٧

صل ل
= ١٢ ١٧٠٥٨

فرنك ل

تنبيه حيث ان هذه المتساوية وهى ١ = ١٢٥٠٣ر١ وهكذا من

فرنك ل

من الاعداد الاعشارية تعطى ٨٠ = ٨١ بحيث لا تزيد عن جزء من ألف من اللور يعلم من ذلك انه فى صورة ما اذا اريد تحويل لورات تورنوا الى فرنكات يكفى أن تنقص من اللورات جزأ من ٨١ وانه فى صورة ما اذا اريد تحويل فرنكات الى لورات تورنوا يكفى أن تزيد على الفرنكات جزأ من ٨٠

ويسهل اجراء القسمة على ٨١ وعلى ٨٠ لانه بموجب قاعدة ثمرة ٣٢ يتحصل الجزء المساوى واحدا من ٨١ من اى عدد كان بقسمته اولا على ٩ ثم باخذ تسع خارج القسمة ويتحصل الجزء المساوى واحدا من ٨٠ من اى عدد كان بقسمته اولا على ١٠ ثم بأخذ ثمن الخارج

ل

فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل ٦ر١٧٠٥٨ الى فرنكات فاقسم العدد المذكور على ٩ فيتحصل ٤ر١٨٩٥ ثم خذ تسع هذا الخارج

فرنك ل

وهو ٦ر٢١٠ فاذن تكون ٦ر١٧٠٥٨ معادلة ٦ر١٧٠٥٨

فرنك فرنك فرنك

— ٦ر٢١٠ أو ١٦٨٤٨ وبين هذا و ٩٣ر١٦٨٤٧ تفاوت يسير كما فى المثال الخامس

فرنك

واذا كان المطلوب تحويل ٩٣ر١٦٨٤٧ الى لورات تورنوا فخذ عشر ٩٣ر١٦٨٤٧ وهو ٧٩٣ر١٦٨٤ ثم ثمن ٧٩٣ر١٦٨٤ وهو ٥٩٩ر٢١٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وضم ٥٩٩ر٢١٠

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ٩٣ر١٦٨٤٧ فتجد ٩٣ر١٦٨٤٧

معادلة

معادلة ٢٩ ٥٢٨ ر ل ١٧٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(١٢٥) لاجل تسهيل تحويل الاقيسة القديمة الى الجديدة وعكسه جعلنا في الجداول الآتية في آخر الحساب جميع الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب مقادير كل نوع من الاحد في الاعداد ذات الرقم الواحد فيمكنني اذن في تحويل طريقة الى اخرى أن تحلل العدد المفروض الى آحاد منازله المتنوعة وتبحث عن تلك الاجزاء المختلفة في الجداول المذكورة ثم تضمها الى بعضها حتى يتحصل مجموعها ولنمثل لذلك بستة امثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ توازات الى امتار

فتحلل هذا العدد الى ٩٠٠ ت زائدا ٧ وطريق تحويل هذين الجزءين الى امتار يكون بواسطة الجدول الاول ونقل الشرطة وكيفية العملية ان تقول

حيث ان ٩ توازات تعادل ١٧ ر م ٥٤١٣٣ فاذن

٩٠٠ ت تعادل	١٧ ر م ٥٤١٣٣
و ٧ توازات تعادل	١٣ ر ٦٤٣٢٦
فتكون حينئذ ٩٠٧ توازات معادلة	١٧٦٧ ر ٧٧٦٢٦

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ١٧٦٧ ر م ٧٧٦ الى توازات

فنعبر بالتوازات عن اعداد آحاد كل نوع مدلول عليها بالارقام المختلفة من العدد المفروض فنجد ١٧٦٧ ر م ٧٧٦ تعادل ٩٠٧ توازات تقريبا

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٩ غ ٤ د ٥ ت الى امتار

فنبحث في الجدول الاول عن مقادير اعداد ٥ ت و ٤ د و ٩ ع بالامتار ثم نجمعها الى بعضها فيتحصل ١١ ر م ٠٦٤٨٥

المثال الرابع ان يكون المطلوب تحويل ١١٫٠٦٤٨٥ م الى توازات فتبحث بواسطة جدول تحويل الامتار الى التوازات عن مقادير اجزاء العدد المفروض التي هي ١٠ م و ١ م و ٠٫٠٦ م و ٠٫٠٠٤ م و ٠٫٠٠٠٨ م و ٠٫٠٠٠٠٥ م وتضمها الى بعضها فتجد ١١٫٠٦٤٨٥ م تعادل ٥٫٦٧٧ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا حولت الجزء الاعشاري الذي هو ٠٫٦٧٧ ت الى أقدام واصابع وخطوط بان ضربت كل جزء من هذه الاجزاء الاعشارية بالتوالي في ٦ و ١٢ و ١٢ وجدت ٠٫٦٧٧ ت تعادل ٨٫٩ ق ٤ ع وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٤ ع ٩ ق تقريبا

المثال الخامس ان يكون المطلوب تحويل ٢٨ ر ٤ ع الى كيلوغرامات فتبحث في الجدول الخامس (المتعلق بالموازين) عن مقادير اجزاء ٢٠ ر و ٨ ر ع و ٤ و ٢ بالكيلوغرامات ثم تضمها الى بعضها فيتحصل لك مجموعها فتجد ٢٨ ر ٤ ع تعادل تقريبا ١٣٫٨٣٦ كيلوغرام أو ١٣٨٣٦ غراما

المثال السادس أن يكون المطلوب تحويل ١٣٫٨٣٦ كيلوغرام الى لورات بوا فتاخذ من الجدول الخامس مقادير اجزاء ١٠ كيلوغرام و ٣ كيلوغرام و ٠٫٨ كيلوغرام و ٠٫٠٣ كيلوغرام و ٠٫٠٠٦ كيلوغرام باللورات بوا فتجد مجموعها هو ٢٨ ر ٢٦٥٢ ر وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٢٨ ر ٤ ع تقريبا

(١٢٦) انما يتوصل بالجداول الى تعيين قيمة قياس جديد اذا كانت قيمة القياس القديم معلومة وبالعكس وذلك لانه يكفي ضرب القيمة المعلومة في العدد المبهم الدال على عدد مرات احتواء القياس المطلوب معرفة قيمته على القياس المعلوم القيمة ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول

المثال الاول اذا كان التوازالواحد من اى عمل كان تبلغ قيمته ١٢ فرنكا فما تكون قيمة المترالواحد من هذا العمل

ت

فترى في الجدول الاول ان المترالواحد يعادل ٠٫٠٥١٣٠٧ او

فرنك ت

٠٫٠٥١٣٠٧ في ١ فتضرب قيمة التوازالواحد وهي ١٢ في عدد

٠٫٠٥١٣٠٧ الدال على كمية التواز التي يعادلها المتر وحاصل الضرب

فرنك

الذي هو ٦٫١٥٦٨٤ هو قيمة المتر من العمل المذكور

فرنك

المثال الثاني اذا كانت قيمة المترالواحد من اى عمل كان تعادل ٦٫١٥٦٨٤

فما تكون قيمة التوازالواحد من هذا العمل

فتقول حيث ان التوازالواحد يعادل ١٫٩٤٩٠٤ م فالقيمة المطلوبة

فرنك

تتحصل بضرب قيمة المترالواحد وهي ٦٫١٥٦٨٤ في ١٫٩٤٩٠٤

فرنك

الذي هو عدد الامتار الموجودة في التوازالواحد فيتحصل ١١٫٩٩٩٩٩

وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١٢ فرنكا بحيث لا تزيد الكسور

الاعشارية عن جزء من عشرة آلاف من الفرنك

صل ل

المثال الثالث اذا كانت قيمة ١٢ لورا من السكر تعادل ٩ ٢٨ فما تكون

كيلوغرام
قيمة ٣٫٢١ من الفرنكات
فنقول ان اللور الواحد (اى الرطل الافرنجى) من السكر يعادل خارج قسمة
صل ل ى صل ل
٩ ٢٨ على اثنى عشر وهو ٢ ٧ ٥ وبواسطة الجدول تجد هذا
ى صل ل فرنك
العدد وهو ٢ ٧ ٥ يعادل ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد
الاعشارية والكيلوغرام يعادل ٢٫٠٤٢٨٨ واذا ضربت قيمة اللور
فرنك
الواحد من السكر وهى ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية
فى عدد ٢٫٠٤٢٨٨ الدال على كمية اللورات بوا المنحصرة فى الكيلوغرام
فرنك
فحاصل الضرب وهو ٤٫٧٨٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو
كيلوغرام
قيمة الكيلوغرام الواحد من السكر فاذن ٣٫٢١ من السكر تعادل
فرنك فرنك
٣٫٢١ فى ٤٫٧٨٣٥ او ١٥٫٣٥٥٠ وهكذا من الاعداد
الاعشارية
كيلوغرام
ويتوصل الى هذه النتيجة بتحويل ٣٫٢١ الى لورات بوا (اى ارطال
افرنجية) فيتحصل ٦٫٥٥٧٦٣ وحيث ان ١ من السكر يعادل
فرنك
٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية تكون حينئذ ٦٫٥٥٧٦٣
فرنك
من السكر معادلة ٦٫٥٥٧٦٣ فى ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من

الاعداد

فرنك

الاعداد الاعشارية او ١٥٫٣٥٠٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(١٢٧) اذا كان المطلوب مقابلة مقادير نقود البلاد المختلفة فابحث عن كمية الخالص من ذهب تلك النقود او فضتها

مثلا اذا اردت أن تعرف من نقود انكلترة مقدار مايسمى سوران وهو من نقود الذهب الجديدة واردت مقابلته بنوع من نقود فرانسا الجديدة المسكوكة من الذهب فانظر مافى السوران ومافى القطعة ذات العشرين فرنكا من خالص الذهب فتجد السوران يحتوى على

غرام

٧٫٣١٨٤٤٤٠٣٥ والقطعة ذات العشرين فرنكا تزن ٦٫٤٥١٦١ غرام

وتحتوى من خالص الذهب على $\frac{9}{10}$ من الزنة المذكورة أو

غرام

٥٫٨٠٦٤٤٩

وعليه فقيمة الغرام الواحد من الذهب هى

سوران واحد ٢٠ فرنكا

٧٫٣١٨٤٤٤٠٣٥ او ٥٫٨٠٦٤٤٩

وحيث انه يلزم أن يكون مقدار هذين الكسرين واحدا ينتج من التنبيه الثالث من ثمرة ٧٤ أن ٥٫٨٠٦٤٤٩ من سورانات الذهب تعادل ٢٠ فرنكا × ٧٫٣١٨٤٤٤٠٣٥

وعليه فقيمة السوران الواحد من الذهب هى

فرنك فرنك فرنك

$\frac{٢٠ \times ٧٫٣١٨٤٤٤٠٣٥}{٥٫٨٠٦٤٤٩}$ او $\frac{١٤٦٣٦٨٨٨٠٧}{٥٨٠٦٤٤٩٠}$ او ٢٥٫٢٠٧٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فسوران الذهب يعادل تقريبا ٢٥ فرنكا و ٢٠ سنتيما و $\frac{79}{100}$ من السنتيم

وبموجب القاعدة المذكورة ترى أن ادارة ضربخانة فرانسا بينت مابين مقادير نقود البلاد المختلفة من النسب والعلاقات

الباب الخامس
فى مسائل علم الحساب

١٢٨ لنبين هنا أن مجرد تركيب القواعد الاربعة مع بعضها يكفى فى حل جميع مسائل علم الحساب فنقول

ان القواعد التى سنبينها وسيلة الى حل عدة مسائل يمكن حلها بطريق علم الحساب والى تمرين الطالب على التأهل لممارسة علم الجبر وانما لرعاية الاختصار نفرض أن جميع الكسور التى تدخل فى منطوق المسائل تكون محولة الى مقام مشترك

١٢٩ المسئلة الاولى اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ ٢٥٫٤ فرنك فما ثمن ٣٫٧ م فنقول يكفى فى ذلك ضرب ثمن المتر الواحد وهو ٢٥٫٤ فرنك فى عدد الامتار وهو ٣٫٧ فحاصل الضرب وهو ٩٣٫٩٨ او ٩٣ فرنكا و ٩٨ سنتيما هو الثمن المطلوب

المسئلة الثانية أن يكون المطلوب تحصيل ثمن المتر الواحد من الجوخ والفرض أن ثمن ٣٫٧ م هو ٩٣٫٩٨ فرنك فلاجل ذلك تقسم ٩٣٫٩٨ فرنك على عدد الامتار وهو ٣٫٧ فخارج القسمة وهو ٢٥٫٤ فرنك هو الثمن المطلوب

المسئلة الثالثة اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ ٢٥٫٤ فرنك فما عدد امتار الجوخ التى يكون ثمنها ٩٣٫٩٨ فرنك

فرنك

فنقول حيث ان ثمن المتر وهو ٢٥ر٤ اذا ضرب في عدد الامتار المطلوب

فرنك

يكون حاصل الضرب (كما تقدم) ٩٣ر٩٨ فان عدد الامتار المذكور

فرنك فرنك

يتحصل بقسمة ٩٣ر٩٨ على ٢٥ر٤ وحيث ان خارج القسمة هو

فرنك

٧ر٣ ظهر أن ٣ر٧ هو عدد امتار الجوخ التي ثمنها ٩٣ر٩٨

١٣٠ المسئلة الرابعة اذا كان اربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من اى عمل كان فما عدد الامتار التي يشتغلها تسعة من العملة من ذلك العمل بعينه

فنقول حيث ان العملة الاربعة اشتغلوا ٢٠ مترا كان شغل كل واحد

م م

منهم ربع ٢٠ او $\frac{٢٠}{٤}$

م م م

فاذن يكون شغل التسعة ٩ في $\frac{٢٠}{٤}$ او $\frac{٩ \times ٢٠}{٤}$ او ٤٥

المسئلة الخامسة اذا استغرق شغل ٢٠ مترا من اى عمل كان اربعة ايام فما عدد الايام التي تلزم لشغل ٤٥ مترا من العمل المذكور

فنقول حيث ان العشرين مترا استغرقت اربعة ايام فكل متر منها يخصه جزء

يوم

من ٢٠ جزأ من اربعة ايام او $\frac{٤}{٢٠}$

يوم يوم

فاذن الخمسة والاربعون مترا يلزم لها من الايام ٤٥ في $\frac{٤}{٢٠}$ او $\frac{٤٥ \times ٤}{٢٠}$

او ٩ ايام

المسئلة السادسة اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا عملا في ظرف ١٥ ساعة فما عدد الساعات التي يستغرقها خمسة من العملة في التوفية بالعمل

المذكور

المذكور

فنقول حيث ان الثلاثة استغرقوا فى العمل المفروض ١٥ ساعة فالعامل الواحد يستغرق ثلاثة اضعاف الزمن المذكور فى التوفية بهذا العمل اعنى ٣ فى ١٥ ساعة

وحيث ان العامل الواحد يستغرق ٣ × ١٥ ساعة لاجل العمل المذكور فالخمسة يستغرقون فى العمل بعينه زمنا اقل بخمس مرات مما استغرقه العامل الواحد اعنى $\frac{\text{سع}}{٥}{}^{٣\times١٥}$ ولاجل مزيد الايضاح توضع صورة العملية هكذا

حيث ان ثلاثة عمال استغرقوا فى العمل ١٥ ساعة فالعامل الواحد يعمل هذا العمل بعينه فى ١٥ × ٣ سع فاذن الخمسة يعملون العمل المذكور فى $\frac{\text{سع}}{٥}{}^{٣\times١٥}$ اوفى ٩ ساعات

المسئلة السابعة اذا كان هنالك عملان كل منهما فيه صعوبة غير التى فى الآخر بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فاعدد الامتار التى يشتغلها العامل المذكور من العمل الثانى

فاذا فرضنا أن صعوبة العمل الاول عوضا عن أن تكون ٥ كانت ١ بمعنى انها أصغر مما كانت عليه بخمس مرات فالعامل الواحد يشتغل خمسة اضعاف العمل بمعنى انه يشتغل ٥ فى ٢١ مترا او ٢١ م × ٥ لكن حيث ان صعوبة الثانى مرموز اليها بعدد ٧ بمعنى انها أكبر بسبع مرات مما رمز اليها بعدد ١ فالعامل الواحد يشتغل حينئذ اقل بسبع مرات مما لو كانت الصعوبة ١ فاذن يكون شغله من العمل الثانى $\frac{\text{م}}{٧}{}^{٢١\times٥}$

وهذا يؤل الى ١٥ مترا فاستبان من كون نسبة الصعوبة فى العملين كنسبة ٥ الى ٧ أن العامل الذى اشتغل من العمل الاول ٢١ مترا يشتغل من الثانى ١٥ مترا

١٣١ المسئلة الثامنة ما عدد الامتار التى يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{٥}{٨}$ لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{٦}{٨}$

فنقول اذا كان عرض القماش $\frac{٦}{٨}$ لزم أن يؤخذ منه ٣٠ مترا

واذا لم يكن عرضه الا $\frac{١}{٨}$ لزم أن يؤخذ منه أكثر مما هو عليه بست مرات اعنى

$$٣٠ \times ٦ \text{ م}$$

وحيث ان عرض القماش فى مسئلتنا هذه ليس الا $\frac{٥}{٨}$ لا يؤخذ منه حينئذ الا $\frac{٣٠ \times ٦}{٥}$ م اعنى ٣٦ مترا

١٣٢ المسئلة التاسعة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد مدة ثلاث ساعات واشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عمال فى يومين اذا كانوا لا يستغرقون فى العمل الا ٧ ساعات من اليوم فنقول يتوصل الى عدد الامتار المطلوب بنظير البراهين التى أسلفناها فى نمرة ١٣٠ الا انه يراعى هنا عدد العملة والساعات والايام على التوالى وبيانه اولا * أن يقال حيث ان عمل اثنين من العملة معلوم فلاجل أن يستخرج منه عمل الثلاثة الجارى فى تلك الاحوال يقال حيث ان الاثنين اشتغلا ٩٠ مترا فشغل الواحد منهما نصف ٩٠ م او ٤٥ م

فاذن يكون شغل الثلاثة ٤٥ م مكررة ثلاث مرات او ١٣٥ م فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام فى كل يوم منها ثلاث ساعات يكون مجموع شغلهم ١٣٥ م

وثانيا

وثانيا * اذا أردنا أن نستخرج بنظير البرهنة السابقة من شغل ١٣٥ م الواقع في ٣ ساعات من كل يوم مقدار ما يشتغل في ٧ ساعات من كل يوم مع بقاء ما عدا ذلك على حاله (من عدد الايام والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٣ سع هو ١٣٥ م فالشغل الواقع في ١ سع يكون ثلث ١٣٥ م أي ٤٥ م

فالشغل الواقع في ٧ سع يصير ٧ في ٤٥ م او ٣١٥ م

فاذن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ٣١٥ م

وثالثا وهو آخرها اذا أردنا أن نستخرج من شغل ٣١٥ م الواقع في ٥ أيام ما يشتغل في يومين مع بقاء ما عدا ذلك على حاله (من عدد الساعات والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٥ أيام هو ٣١٥ م فالشغل الواقع في يوم واحد يكون خمس ٣١٥ م اى ٦٣ م والشغل الواقع في يومين يكون ٢ في ٦٣ م او ١٢٦ م فاذن الثلاثة العملة الذين يشتغلون يومين في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ١٢٦ م

تنبيه * تختصر صور العمليات ببيان الضرب والقسمة اذ بذلك يحذف بعضها وتقل اجزاؤها

وعليه فيقال في هذه المسئلة

اذا كان العاملان اللذان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلا

فى ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا وكان العامل الذى يشتغل فى اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغل فى ظرف ٥ أيام نصف ٩٠ م او $\frac{٩٠ م}{٢}$

وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلوا فى ظرف ٥ ايام ٣ فى $\frac{٩٠ م}{٢}$ او $\frac{٣ \times ٩٠ م}{٢}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد ساعة واحدة قد اشتغلوا فى ظرف ٥ ايام ثلث $\frac{٣ \times ٩٠ م}{٢}$ او $\frac{٣ \times ٩٠ م}{٣ \times ٢}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا فى ظرف ٥ ايام ٧ فى $\frac{٣ \times ٩٠ م}{٣ \times ٢}$ او $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠ م}{٣ \times ٢}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا فى اليوم الواحد خمس $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠ م}{٣ \times ٢}$ او $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠ م}{٥ \times ٣ \times ٢}$ فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد سبع ساعات يكون شغلهم فى ظرف يومين هو ضعف $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠ م}{٥ \times ٣ \times ٢}$ أو $\frac{٢ \times ٧ \times ٣ \times ٩٠ م}{٥ \times ٣ \times ٢}$ وبحذف عامل ٢ و ٣ المشتركين بين حدى هذا الكسر الاخير يؤول عدد الامتار المطلوب الى

$\frac{٧ \times ٩٠}{٥}$ أو الى ١٢٦

وتجرى هذه الكيفية فى سائر المسائل الآتى حلها ويكون اجراء الضرب والقسمة فيها على التوالى غير انه ينبغى للطالب أن يبين أولا جميع العمليات ليقف على ما يظهر له فيها من الاختصارات

المسئلة العاشرة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا فى ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا فما عدد الايام التى يستغرقها شغل ثلاثة عملة يشتغلون ٧ ساعات فى كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا فنقول قد عرفنا مما مر فى المسئلة السابقة أن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام فى كل يوم ٧ ساعات يكون مجموع شغلهم $\frac{٩٠ \times ٧ \times ٣ \times ٥}{٣ \times ٢}$ او ٣١٥ مترا

فاذا أردنا أن نستخرج من ذلك عدد الايام التى يستغرقها شغل ثلاثة عملة لا يشتغلون فى اليوم الواحد الا ٧ ساعات حتى يكون مجموع شغلهم ١٢٦ مترا فلاحظ انه حيث كان عدد العملة وساعات الشغل واحدا فى المسئلتين نكتفى فى ذلك بحل مسئلة وهى

اذا كان هناك عملة اشتغلوا ٣١٥ مترا فى ظرف ٥ ايام فما عدد الايام التى يستغرقها العملة المذكورون فى عمل ١٢٦ مترا

فنقول فى الجواب حيث ان ٣١٥ مترا استغرقت ٥ ايام فالمتر الواحد

يستغرق $\frac{\text{يوم } ٥}{٣١٥}$ او $\frac{\text{يوم } ١}{٦٣}$ م فاذن ١٢٦ تستغرق ١٢٦ فى $\frac{\text{يوم } ١}{٦٣}$ او تستغرق يومين

وعليه فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد ٧ ساعات يستغرقون يومين فى عمل ١٢٦ مترا

واذا بينت ما فى هذه العملية من الضرب والقسمة رأيت أن عدد الايام المطلوب هو

$\frac{١٢٦ \times ٣ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٩٠}$ او $\frac{١٢٦ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٩٠}$ اى ٢

(١٣٣) يتوصل بالجداول الآتية فى آخر الحساب الى حل المسائل الثلاث الآتية

المسئلة الحادية عشر اذا اشتغل ثلاثة عملة ٢ نوازين و ٥ اقدام

من أى عمل كان فاعدد الامتار التى يشتغلها خمسة عملة من العمل المذكور

فتقول حيث ان ٥ ق ت تعادل ٥٢٢٢٧ر٥ م بقال

حيث ان العملة الثلاثة اشتغلوا من العمل المذكور ٥٢٢٢٧ر٥ م فالعامل الواحد يشتغل ثلث ٥٢٢٢٧ر٥ م او ٨٤٠٧٥ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فالعملة الخمسة يشتغلون ٥ فى ٨٤٠٧٥ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٢٠٣٧٥ر٩ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

المسئلة الثانية عشرا اذا اشتغل خمسة عملة ٢٠٣٧٥ر٩ م من أى عمل كان فاعدد التوازات التى يشتغلها ثلاثة عملة من العمل المذكور

فتقول حيث ان العملة الخمسة اشتغلوا من ذلك العمل ٢٠٣٧٥ر٩ م فالعامل الواحد يشتغل خمس ٢٠٣٧٥ر٩ م او ٨٤٠٧٤ر١ م

وعليه فالعملة الثلاثة يشتغلون ٣ فى ٨٤٠٧٤ر١ م او ٥٢٢٢٢ر٥ م

وحيث ان ٥٢٢٢٢ر٥ م تعادل ٨٣٣٣ر٢ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية فبضرب ٨٣٣٣ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فى ٦ ترى أن ٨٣٣٣ر٠ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية تعادل ٩٩٩ر٤ ق وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٥ اقدام تقريبا فيكون الشغل المطلوب هو ٥ ق ت ٢

المسئلة

المسئلة الثالثة عشر اذا كانت مائة قرش اسپانيولية تعادل ٥٤٣ فرنكا و ١٠٠ دوقة هولندية تعادل ١١٩٣ فرنكا فعلى هذا ما الذى تعادله ٣٥٧٩ قرشا من الدوقات

فرنك فرنك

فنقول ان القرش الواحد يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ و ١ يعادل $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة فاذن القرش يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ من $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة أو $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة فعلى ذلك ٣٥٧٩ قرشا تعادل ٣٥٧٩ فى $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة او ١٦٢٩ دوقة

تنبيه * وكذلك تجرى العملية لتعرف ما تعادله وحدة نقود احدى هاتين المملكتين من نقود الممالك الاخرى وذلك انك لما عرفت أن القرش الواحد $= \frac{٥٤٣}{١٠٠}$ فرنك $= \frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة يستنتج من ذلك أن الفرنك الواحد

فرنك

$= \frac{١٠٠}{٥٤٣}$ قرش $= \frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة وأن الدوقة الواحدة $= \frac{١١٩٣}{١٠٠}$

$= \frac{١١٩٣}{٥٤٣}$ قرشا

(قاعدة الشركة)

(١٣٤) انما سميت هذه القاعدة بذلك لاستعمالها فى تقسيم ما ينتج عن الشركة من الربح والخسارة بين الشركاء ثم ان ربح كل شريك أو خسارته انما يتعلق برأس ماله وبالمدة التى يستغرقها رأس المال المذكور فى الشركة

فرنك

المسئلة الرابعة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٠٠

فرنك فرنك فرنك

و ٥٠٠ و ٧٠٠ وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك من ذلك الربح

فرنك
فنقول حيث ان مجموع رؤس الاموال الثلاثة هو ١٥٠٠ فيقال حيث
فرنك فرنك فرنك
ان ربح ١٥٠٠ هو ٤٥٠٠ فربح الفرنك الواحد هو $\frac{٤٥٠٠}{١٥٠٠}$
فرنك
اى ٣

فرنك فرنك
فتكون حينئذ الارباح الخاصة برؤس الاموال وهى ٣٠٠ و ٥٠٠
فرنك فرنك فرنك فرنك
و ٧٠٠ هى ٣ × ٣٠٠ و ٣ × ٥٠٠ و ٣ × ٧٠٠
فرنك فرنك فرنك
أو ٩٠٠ و ١٥٠٠ و ٢١٠٠

فرنك
المسئلة الخامسة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٤٥٫٦٧
فرنك فرنك فرنك
و ٤٦٨٫٨٤ و ٤٥٢٧٫٩٥ وكان الربح الكلى ٤٢٧٫٣٩٦٨
فما يخص كل شريك من هذا الربح

فرنك
فنقول حيث ان مجموع رؤس الاموال الثلاثة هو ٥٣٤٢٫٤٦ فيقال
فرنك فرنك
حيث ان ربح ٥٣٤٢٫٤٦ هو ٤٢٧٫٣٩٦٨ فربح الفرنك الواحد
فرنك فرنك
هو $\frac{٤٢٧٫٣٩٦٨}{٥٣٤٢٫٤٦}$ او ٠٫٠٨ فاذا ضربت ربح الفرنك الواحد وهو
فرنك
٠٫٠٨ فى اعداد ٣٤٥٫٦٧ و ٤٦٨٫٨٤ و ٤٥٢٧٫٩٥
الدالة على الفرنكات التى هى كميات رؤس الاموال فحواصل الضرب وهى

فرنك فرنك فرنك
٢٧٫٦٥٣٦ و ٣٧٫٥٠٧٢ و ٣٦٢٫٢٣٦٠ هى الارباح
التى توزع على رؤوس الاموال

المسئلة السادسة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ١٠٠ فرنك و ٢٥٠ فرنك و ٥٠ فرنك ومكث رأس المال الاول فى الشركة ثلاثة أشهر والثانى شهرين والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فرنك فما يكون ربح كل شريك بالنسبة لرأس ماله

فيقال ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التى مكثها فى الشركة فان كانت رؤس الاموال مكثت فى الشركة مدة واحدة سهل استخراج الارباح ومعرفتها

فعلى ذلك نبحث عن رؤس الاموال التى اذا مكثت فى الشركة مدة واحدة تكون أرباحها عين ارباح رؤس الاموال المفروضة وحيث ان ١٠٠ فرنك اذا مكثت مدة ٣ أشهر يكون ربحها فى الشهر الواحد ثلاثة أضعاف ربح ١٠٠ فرنك اى ربح ٣٠٠ فرنك فيكون ربح ٢٥٠ فرنك اذا مكثت شهرين فى الشهر الواحد ضعفى ربح ٢٥٠ فرنك أى ربح ٥٠٠ فرنك وكذلك ٥٠ فرنك اذا مكثت أربعة عشر شهرا يكون ربحها كربحها فى الشهر الواحد ١٤ مرة أى كربح ١٤ فى ٥٠ أو ٧٠٠ فرنك فارباحها حينئذ هى عين الارباح المذكورة فى المسئلة الرابعة عشر

(بيان المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة والمركبة)

(١٣٥) الفائدة هي ما يربحه رب المال من مال القراض وهي (عند الفرنج) عبارة عن أجرة يطلبها رب المال من عامل القراض ليعوض بها ما كان يربحه لو شغل ماله بنفسه ومال القراض يسمى رأس مال

ولاجل اجتناب الاختلاف في طريقة بيان ربح الاموال جرت العادة (عندهم أيضا) بالاتفاق على ما تربحه المائة فرنك في ظرف سنة كاملة فهذا الربح هو ما يتبين به سعر الفائدة أو سعر المال

مثلا اذا كانت ١٠٠ فرنك تربح في السنة الواحدة ٥ فرنكات كان سعر المال هو ٥ في المائة في السنة وان شئت قلت وهو الاخصر المال ٥ في المائة

ثم انهم اصطلحوا على اطلاق كلمة الايراد على العدد الذي يقسم عليه رأس المال لاجل تحصيل ربحه السنوي * مثلا اذا كان سعر المال ٥ في المائة وكان الربح جزأ من عشرين من رأس المال يقال ان المال ايراده جزء من عشرين منه

وبالجملة فيتحصل الايراد بقسمة ١٠٠ على سعر المال ويتحصل سعر المال بقسمة ١٠٠ على الايراد

ثم الربح نوعان بسيط ومركب

فيكون بسيطا اذا استوفى رأس المال جميع الاجل بدون زيادة ولا نقص وفي هذه الصورة يتحصل ربح رأس المال الذي يمكث عدة سنوات بضرب ربحه الحاصل في سنة واحدة في عدد السنين

فعلى هذا اذا كان سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة فالربح البسيط لمائة فرنك يبلغ في ثلاث سنوات ثلاثة أضعاف ٥ فرنكات أي ١٥ فرنك

وربحها في الشهر الواحد $\frac{٥}{١٢}$ (والشهر في مبحث الارباح يعتبر دائما ثلاثين يوما)

واذا كان سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة أيضا كان ربح الفرنك
فرنك فرنك
الواحد $\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$ فاذن الربح السنوى لاى رأس مال كان هو جزء
من عشرين جزأ من رأس المال المذكور فرنك
وعليه فالربح السنوى لاربعمائة الف وثمانين الف فرنك هو $\frac{٤٨٠٠٠٠}{٢٠}$
فرنك
او ٢٤٠٠٠

واما اذا أضفت الربح الى رأس المال ليحصل عن ذلك ربح آخر قيل لهذا الربح الحاصل ربح مركب وان شئت راعيت كونه ربح الربح (أى فتسميه بذلك)

(مسائل تتعلق بالارباح البسيطة)

١٣٦ لنفرض أن المعتبر فى المسائل الآتية انما هو الارباح البسيطة وأن سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة فيكون ربح أى مبلغ كان فى السنة الواحدة جزأ من عشرين جزأ من هذا المبلغ والربح الحاصل فى عدد من السنين صحيحا كان او كسريا يعرف بضرب ربح سنة واحدة فى هذا العدد

المسئلة السابعة عشرة المطلوب معرفة ربح رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات

فرنك

الحل الاول * حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فى السنة الواحدة هو جزء من
فرنك فرنك
عشرين جزأ من هذا المبلغ الذى ٤٨٠٠٠٠ اى ٢٤٠٠٠ فهذا
فرنك فرنك
المبلغ يربح فى ظرف ثلاث سنوات ثلاثة امثال ٢٤٠٠٠ او ٧٢٠٠٠
فرنك فرنك فرنك
فعلى هذا ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ثلاث سنوات ٤٨٠٠٠٠ + ٧٢٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك فرنك فرنك
الحل الثانى * حيث ان ربح ١٠٠ فى السنة الواحدة هو ٥

فرنك فرنك فرنك
فربح ١ فى السنة الواحدة هو $\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك
وربح ١ فى ثلاث سنوات هو ٣ فى $\frac{١}{٢٠}$ او $\frac{٣}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
و ١ فى ثلاث سنوات يساوى ١ زائدا ربحه وهو $\frac{٣}{٢٠}$ او $\frac{٢٣}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك
فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ثلاث سنوات $\frac{٢٣}{٢٠} \times$ ٤٨٠٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك
المسئلة الثامنة عشر * المطلوب معرفة ربح ٤٨٠٠٠٠ فى مدة ثلاث سنوات واربعة اشهر او فى مدة اربعين شهرا

فرنك فرنك
الحل الاول ٤٨٠٠٠٠ تربح فى ١٢ شهرا جزأ من عشرين من ٤٨٠٠٠٠

فرنك
او ٢٤٠٠٠

فرنك فرنك
وفى شهر واحد تربح جزأ من ١٢ من ٢٤٠٠٠ او ٢٠٠٠

فرنك فرنك
وفى ٤٠ شهرا تربح ٤٠ فى ٢٠٠٠ او ٨٠٠٠٠
فرنك فرنك
وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ فى مدة ٤٠ شهرا هو ٤٨٠٠٠٠
فرنك فرنك
+ ٨٠٠٠٠ او ٥٦٠٠٠٠

فرنك فرنك
الحل الثانى * حيث ان ربح ١ فى ١٢ شهرا هو $\frac{١}{٣٠}$
فرنك فرنك
فربح ١ فى شهر واحد هو $\frac{١}{١٢\times٢٠}$
فرنك فرنك فرنك
وربح ١ فى ٤٠ شهرا هو $\frac{٤٠\times١}{١٢\times٢٠}$ او $\frac{١}{٦}$
فرنك فرنك فرنك فرنك
و ١ نقدا يساوى فى ٤٠ شهرا ١ + $\frac{١}{٦}$ او $\frac{٧}{٦}$
فرنك فرنك فرنك
فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ٤٠ شهرا $\frac{٧}{٦}\times$ ٤٨٠٠٠٠
فرنك
او ٥٦٠٠٠٠

١٣٧ المسئلة التاسعة عشر * المطلوب معرفة مقدار النقود التى يعادلها مبلغ يدفع بعد اجل معلوم

فيقال حيث ان المبلغ الذى يدفع بعد اجل معلوم عبارة عن حاصل ضرب مقدار الفرنك الواحد بعد هذا الاجل فى عدد فرنكات رأس المال فان قسم المبلغ المدفوع فى آخر الاجل على قيمة فرنك واحد بعد الاجل المذكور فخارج القسمة هو عدد فرنكات رأس المال الاصلى

مثلا * المطلوب معرفة مقدار النقود التى يعادلها ٥٦٠٠٠٠ فرنك اجلها

٤٠ شهرا

فرنك

فنقول قد سبق ان الفرنك النقدى يعادل بعد ٤٠ شهرا $\frac{٧}{٦}$ فاذن يقسم

فرنك فرنك

٥٦٠٠٠٠ على $\frac{٧}{٦}$ وحيث ان خارج القسمة هو ٤٨٠٠٠٠ تجد

فرنك فرنك

كمية ٥٦٠٠٠٠ التى تدفع بعد اربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠

نقدا

١٣٨ المسئلة العشرون * المطلوب معرفة عدد السنوات التى يعادل فيها

فرنك

رأس مال ٤٨٠٠٠٠ يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين هو ٨٠٠٠٠ فرنك فالواجب

فرنك

حينئذ البحث عن مقدار الزمن الذى يلزم فيه تشغيل مبلغ ٤٨٠٠٠٠ حتى يربح

فرنك فرنك فرنك

ربحا بسيطا يبلغ ٨٠٠٠٠ وحيث ان ربح ١ فى سنة واحدة يعادل $\frac{١}{٣٠}$

فرنك فرنك فرنك

فربح ٤٨٠٠٠٠ فى السنة الواحدة هو $\frac{١}{٣٠}$ × ٤٨٠٠٠٠ او ٢٤٠٠٠

فرنك فرنك

فاذن يقال حيث ان رأس المال هو ٤٨٠٠٠٠ فمبلغ ٢٤٠٠٠ هو ربح

رأس المال المذكور فى سنة واحدة

فرنك سنة

فمقدار ١ هو ربح $\frac{١}{٢٤٠٠٠}$

فرنك سنة سنوات

ومبلغ ٨٠٠٠٠ هو ربح $\frac{١}{٢٤٠٠٠}$ × ٨٠٠٠٠ او هو ربح $\frac{١٠}{٣}$

او

او ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرنك

المسئلة الحادية والعشرون * اذا كان معنا رأس مال قدره ٤٨٠٠٠٠ وأضفنا اليه اوراجه البسيطة مدة ٤٠ شهرا حتى بلغ ٥٦٠٠٠٠ فرنك بعد المدة المذكورة فما مقدار سعر المال الذى وقع عليه الاتفاق حين تشغيل رأس المال المذكور

فرنك فرنك

فنقول حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فى ظرف ٤٠ شهرا هو ٥٦٠٠٠٠

فرنك فرنك فرنك

— ٤٨٠٠٠٠ او ٨٠٠٠٠ فربح ١ فى ٤٠ شهرا هو

فرنك فرنك فرنك فرنك فرنك

$\frac{٨٠٠٠٠}{٤٨٠٠٠٠}$ او $\frac{١}{٦}$ وربح ١ فى شهر واحد هو $\frac{١}{٤٠ \times ٦}$ او $\frac{١}{٢٤٠}$ وربح

فرنك فرنك فرنك

١ فى ١٢ شهرا هو ١٢ فى $\frac{١}{٢٤٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$ والربح السنوى المائة

فرنك

فرنك هو $\frac{١}{٢٠} \times ١٠٠$ او ٥ فرنكات وعليه فسعر المال فى السنة الواحدة هو ٥ فى المائة

(قاعدة الحطيطة أى الغرط)

الحطيطة هى ما يحط من قيمة ما فى الوثيقة المؤجل الى أجل معلوم فى صورة ما اذا أريد قبضه قبل حلول اجله

والحطيطة نوعان

احدهما الحطيطة الداخلية وهى ما كانت مساوية للتفاضل الموجود بين القدر المعين فى الوثيقة وقيمته فى صورة ما اذا قوم بدراهم نقد ابان تحط الارباح البسيطة فقط فهى على هذا عين الربح البسيط لرأس المال او للقيمة الحالة لما فى الوثيقة

ثانيهما الحطيطة الخارجية وهي ما خلفت الربح العادي من حيث كونها تدفع على ما في الوثيقة بقدر معلوم في المائة أعني على رأس المال مضافا اليه ارباحه فهي على هذا مركبة من ربح رأس المال الاصلي وزائد ربح ربحه

مثلا اذا كان المال خمسة في المائة في السنة الواحدة فالمائة فرنك نقدا تساوي

فرنك فرنك

في السنة الواحدة ١٠٥ فعلى ذلك اذا كان ما في الوثيقة ١٠٠

فرنك

اجلها سنة فلا تعادل الا ١٠٠ نقدا ففي صورة ما اذا أريد قبضه قبل

فرنك فرنك

حلول الاجل يحط منه ١٠٥ — ١٠٠ اي خمسة فرنكات فقد رأيت

فرنك فرنك فرنك

أن الحطيطة الداخلية في ١٠٥ هي ١٠٥ — ١٠٠ اي خمسة فرنكات

فرنك

واما الحطيطة الخارجية في المبلغ المذكور اعني ١٠٠ والفرض ان المال

فرنك فرنك فرنك

خمسة في المائة فيقال حيث ان حطيطة ١٠٠ هي ٥ فحطيطة ١ هي

فرنك فرنك

$\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك فرنك

فاذن حطيطة ١٠٥ هي $\frac{١٠٥}{٢٠}$ او $\frac{٢١}{٤}$ او ٥٫٢٥

فرنك

وعليه فالوثيقة التي يبلغ ما فيها بعد سنة ١٠٥ الدال ذلك على أن رأس

فرنك

مالها ١٠٠ يحط منها اذا أريد القبض قبل حلول الاجل المذكور

فرنك فرنك فرنك فرنك
٢٥ر٥ فلا يؤخذ حينئذ نقدا الا ١٠٠ — ٢٥ر٥ اى ٧٥ر٩٩

فرنك فرنك
فقد رأيت ان الخطيطة الخارجية وهى ٢٥ر٥ تتركب من ٥ وهى

فرنك فرنك
ربح رأس المال الذى هو ١٠٠ زائدة ٢٥ر٠ الذى هو ربح ٥
فرنكات

فرنك
فاذا وضعت ٧٥ر٩٩ لاجل الاسترباح والفرض ان المال ٥ فى المائة

فرنك فرنك
فانها الا تعادل فى السنة الواحدة الا ٧٥ر٩٩ + $\frac{٧٥ر٩٩}{٢٠٠}$ اى

فرنك
٧٣٧٥ر١٠٤

فرنك
فاذا أريد معرفة سعر المال الذى يقرض لمبلغ ٧٥ر٩٩ فى صورة ما اذا وضع

فرنك فرنك
هذا المبلغ ليصير مع ربحه فى السنة الواحدة ١٠٠ يقال حيث ان ربح ٧٥ر٩٩

فرنك فرنك فرنك فرنك
يلزم أن يكون ١٠٠ — ٧٥ر٩٩ اى ٢٥ر٥ فربح ١ يلزم

فرنك فرنك فرنك
أن يكون $\frac{٢٥ر٥}{٧٥ر٩٩}$ او $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ او $\frac{١}{١٩}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
وربح ١٠٠ يلزم أن يكون $\frac{١٠٠}{١٩}$ او ٥ + $\frac{٥}{١٩}$ فحينئذ الخطيطة

فرنك
الخارجية ذات الخمسة فى المائة وافقت لربح عادى قدره ٥ $\frac{٥}{١٩}$

فى المائة

ثم ان أغلب الملل الاجنبية انما يأخذ الحطيطة الداخلية بخلاف الفرنساوية فقد جرت العادة عندهم بأخذ الحطيطة الخارجية فمن ثم اقتصرنا عليها من الآن فصاعدا وعليه فالحطيطة المقدرة باى مبلغ فى المائة انما تؤخذ دائما على المبلغ المرقوم فى الوثيقة

المسئلة الثانية والعشرون * ما مقدار الحطيطة الخارجية التى يلزم حطها على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ فى الوثيقة قدره ٢٨٥٠ و ٤٥ مؤجل بثلاث سنوات واربعة اشهر اى باربعين شهرا

فرنك فرنك فرنك

فيقال حيث ان حطيطة ١٠٠ فى السنة الواحدة هى ٦ فحطيطة ١ فى السنة

فرنك فرنك

الواحدة تكون $\frac{٦}{١٠٠}$ وحيطة ٢٨٥٠ و ٤٥ فى السنة الواحدة

فرنك

تكون $\frac{٦}{١٠٠}$ × ٢٨٥٠ و ٤٥

فرنك فرنك

وحطيطة ٢٨٥٠ و ٤٥ فى الشهر الواحد تكون $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ و ٤٥}{١٢ \times ١٠٠}$

فرنك فرنك

فتكون حطيطة ٢٨٥٠ و ٤٥ فى ٤٠ شهرا هى $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ و ٤٥ \times ٤٠}{١٢ \times ١٠٠}$

فرنك

او ٥٧٠ و ٠٩

فرنك فرنك

وعليه فالذى يقبض نقدا هو ٢٨٥٠ و ٤٥ — ٥٧٠ و ٠٩

فرنك

او ٢٢٨٠ و ٣٦

فرنك
المسئلة الثالثة والعشرون * اذا كان مافى الوثيقة ٢٨٥٠ر٤٥ وكان
فرنك
مؤجلا بار بعين شهرا وحط منه حتى صار المقبوض نقدا ٢٢٨٠ر٣٦ فما
سعر الحطيطة

فرنك
فيقال حيث ان التفاضل بين هذين المبلغين هو ٥٧٠ر٠٩ فحطيطة

فرنك فرنك
٢٨٥٠ر٤٥ هى ٥٧٠ر٠٩

فرنك فرنك فرنك
فاذن تكون حطيطة ١ هى $\frac{٥٧٠ر٠٩}{٢٨٥٠ر٤٥}$ اى $\frac{١}{٥}$

فرنك فرنك
فتكون حطيطة ١٠٠ هى $\frac{١٠٠}{٥}$ اى ٢٠ فرنكا

فرنك
فعلى هذا تكون حطيطة ١٠٠ فى ٤٠ شهرا هى ٢٠ فرنكا

فرنك فرنك فرنك
وفى شهر واحد $\frac{٢٠}{٤٠}$ اى $\frac{١}{٢}$ وفى ١٢ شهرا $\frac{١٢}{٣٠}$ اى ٦ فرنكات
و بمقتضى ذلك يكون مافى الوثيقة قد حط منه على حساب ستة فى المائة فى
السنة الواحدة

فرنك
المسئلة الرابعة والعشرون * اذا كان مافى الوثيقة ٢٨٥٠ر٤٥
وكان قد حط منه على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة وصار المقبوض

فرنك
منه فقدا ٢٢٨٠ر٣٦ فما مقدار الأجل الذى أجل به مافى الوثيقة

فرنك فرنك فرنك
فيقال ان حطيطة ما فى الوثيقة هى ٢٨٥٠ر٤٥ — ٢٢٨٠ر٣٦

فرنك
اى ٥٧٠ر٠٩

وعليه فتقول حيث ان حطيطة الفرنك الواحد فى السنة الواحدة $\frac{٦}{١٠٠}$

فرنك فرنك
فحطيطة مبلغ ٢٨٥٠ر٤٥ فى السنة الواحدة تكون $\frac{٦}{١٠٠}$

فرنك
× ٢٨٥٠ر٤٥ اى ١٧١ر٠٢٧

فرنك فرنك
وحيث ان حطيطة ١٧١ر٠٢٧ توافق ١٢ شهرا فحطيطة ١ توافق

١٢ شهرا
١٧١ر٠٢٧

فرنك ١٢ شهرا
وحطيطة ٥٧٠ر٠٩ توافق ١٧١ر٠٢٧ × ٥٧٠ر٠٩

اى ٤٠ شهرا

فاذن أجل ما فى الوثيقة المقبوض قبل الحلول هو اربعون شهرا

ولا يخفى أن قاعدة الحطيطة الخارجية ترجع دائما الى مسئلة الربح البسيط

(مسائل تتعلق بالارباح المركبة)

(١٤٠) لنفرض فى المسائل الآتية أن سعر المال ٥ فى المائة فى السنة الواحدة وأنه فى آخر كل سنة يضم ربح المبلغ الموضوع للاسترباح فى اول تلك السنة الى رأس المال ليربح فى السنة التى بعدها ثم ان كان الاجل الذى وضع فيه رأس المال للاسترباح مركبا من عدد صحيح من السنين ومن اشهر لا يبلغ عددها ١٢ شهرا فارباح الارباح تؤخذ ولا سنة سنة فى ظرف

السنوات المجعولة أجلا ثم يوضع رأس المال الجديد الناتج عن ذلك ليربح ربحا بسيطا فى ظرف الاشهر المذكورة

المسئلة الخامسة والعشرون * ماتعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ٣ سنوات

الحل الاول أن يقال ربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى السنة الاولى هو جزء من عشرين

من ٤٨٠٠٠٠ فرنك اى ٢٤٠٠٠٠ فرنك فاذن ٤٨٠٠٠٠ فرنك تعادل

فى آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ فرنك + ٢٤٠٠٠٠ فرنك اى ٥٠٤٠٠٠ فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ اعنى ٥٠٤٠٠٠ فرنك فى اول السنة الثانية لاجل الاسترباح كان فى آخر تلك السنة معادلا ٥٠٤٠٠٠ فرنك زائدا ربحه وهو ٢٥٢٠٠ فرنك اى معادلا ٥٢٩٢٠٠ فرنك فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى أول السنة الثالثة كان فى آخرها معادلا ٥٢٩٢٠٠ فرنك زائدا ربحه وهو ٢٦٤٦٠ فرنك اى معادلا ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

فاذن مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل فى ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

الحل الثانى أن يقال حيث ان الربح السنوى جزء من عشرين من رأس المال فالذى يربحه المبلغ الموضوع للاسترباح فى اول سنة يتحصل فى آخر تلك السنة بضم جزء من عشرين من ذلك المبلغ اليه بمعنى انه يضرب فى $\frac{21}{20}$

فرنك

وعليه فمبلغ ٤٨٠٠٠٠ الموضوع للاسترباح فى ابتداء السنة الاولى

فرنك

يعادل فى آخرها ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$

فاذا وضع هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى اول السنة الثانية عادل فى آخرها

فرنك فرنك ٢

٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})$ (ورقم ٢ الموضوع على اعلى القوس من الجهة اليمنى يدل على درجة قوة الكسر المحصور بين القوسين كما هو القاعدة فى كل كسر أريد بيان درجة قوته)

فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى اول السنة الثالثة عادل فى آخرها

فرنك فرنك ٣

٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})$

فرنك

اى ٥٥٥٦٦٠

ومن هنا يعلم انه لاجل تحصيل ما يعادله مبلغ موضوع للاسترباح على حساب ٥ فى المائة فى السنة الواحدة بعد مضى بعض سنين يكفى ضرب هذا المبلغ فى قوة $\frac{٢١}{٢٠}$ المشار اليها بعدد السنين

(١٤١) وعلى العموم اذا كان المطلوب معرفة مقدار ما يجب رأس مال وضع ليربح ربحا مركبا فى آخر بعض السنوات يكفى البحث عن الكسر الدال على ما يعادله الفرنك الواحد الحال فى آخر السنة وضرب رأس المال فى قوة ذلك الكسر (المعتبر كعدد مبهم) المشار اليها بعدد السنين

(١٤٢) المسئلة السادسة والعشرون * المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرنك

الحل الاول أن يقال ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ كما سبق فى المسئلة المتقدمة

يعادل

فرنك

يعادل فى آخر السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فيكفى حينئذ أن يضم الى هذا المبلغ الاخير ربحه البسيط فى مدّة ٤ أشهر

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ فى اثنى عشر شهرا هو جزء من عشرين من

فرنك فرنك فرنك

٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فربح ٥٥٥٦٦٠ فى اربعة أشهر هو

فرنك فرنك فرنك

ثلث ٢٧٧٨٣ اى ٩٢٦١ فاذا أضفت هذا الربح الى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

وجدت ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ظرف ثلاث سنوات واربعة اشهر

فرنك

٥٦٤٩٢١

فرنك فرنك فرنك

الحل الثانى أن يقال حيث ان ربح ١ فى اثنى عشر شهرا هو $\frac{١}{٢٠}$ فربح ١

فرنك فرنك

فى اربعة أشهر هو ثلث $\frac{١}{٢٠}$ اى $\frac{١}{٦٠}$ فيتحصل حينئذ ما يعادله المبلغ المؤجل بأجل معلوم بعد مضىّ سنى الاجل فى ظرف اربعة اشهر باضافة جزء من ستين من هذا المبلغ اليه فيؤول ذلك الى أن تضربه فى $\frac{٦١}{٦٠}$

فرنك فرنك

فاذن رأس المال الذى هو ٤٨٠٠٠٠ المعادل ٤٨٠٠٠٠ $\times \left(\frac{٢١}{٢٠}\right)^{٣}$

فى ظرف ثلاث سنوات كما فى ثمرة ١٤٠ يعادل فى ظرف ثلاث

فرنك

سنوات واربعة اشهر $\frac{٦١}{٦٠}$ من ٤٨٠٠٠٠ $\times \left(\frac{٢١}{٢٠}\right)^{٣}$ او يساوى

فرنك فرنك
٤٨٠٠٠٠ × (٢١/٢٠)^٣ × ٦١/٤٠ او ٤٨٠٠٠٠ × ٥٦٤٩٢١/٤٨٠٠٠٠

او ٥٦٤٩٢١ فرنكا

وبالجملة فمتى أردت أن تعرف مايعادله رأس مال موضوع لاستر باحه ربحا مركبا فى ظرف بعض سنوات واشهر فى آخر تلك المدة فابحث اولا عما يعادله رأس المال المذكور بعد مضى السنوات المؤجل بها كما فى نمرة ١٤١

فرنك

ثم اضرب المبلغ الاخير فى الكسر (المعتبر كعدد مبهم) الدال على مايعادله ١ نقدا فى آخر الاشهر المكملة للاجل

المسئلة السابعة والعشرون * المطلوب معرفة مايعادله مبلغ ٥٦٤٩٢١ فرنكا المؤجل بثلاث سنوات واربعة أشهر من الدراهم الحالة

فيقال قد استنتج من المسئلة السادسة والعشرين أن الفرنك الحال يعادل

فرنك فرنك فرنك
بعد ثلاث سنوات واربعة اشهر ٥٦٤٩٢١/٤٨٠٠٠٠ فاذا قسمت ٥٦٤٩٢١

فرنك
على ٥٦٤٩٢١/٤٨٠٠٠٠ لخارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما فى نمرة ١٣٧

المسئلة الثامنة والعشرون * اذا كان المطلوب استبدال جوخ بمائتى المتر

فرنك فرنك
منه ٤٠ بكازمير بمائتى المتر منسه ٢٤ فما مقدار مايؤخذ من الكازمير عوضا عن ٣٠٠ متر من الجوخ

الحل الاول ان يقال حيث ان ثمن ٣٠٠ متر من الجوخ يعادل ٣٠٠

فرنك فرنك
فى ٤٠ اى ١٢٠٠٠ فتأخذ من الكازمير امتارا بقدر ما فى الاثنى

فرنك
عشر الف فرنك من اعداد ٢٤ التى هى اثمان امتار الكازمير فاذا قسمت

فرنك فرنك
حينئذ ١٢٠٠٠ على ٢٤ فخارج القسمة وهو ٥٠٠ هو عدد الامتار المطلوبة

فرنك
الحل الثانى أن يقال ان المتر الواحد من الجوخ يعادل ٤٠ والمتر الواحد
فرنك م
من الكازمير يعادل ٢٤ فعلى هذا يؤخذ بالفرنك الواحد $\frac{1}{40}$ من

م
الجوخ او $\frac{1}{40}$ من الكازمير فاذن $\frac{1}{40}$ من الجوخ يعادل $\frac{1}{24}$ من

الكازمير

م
فالمتر الواحد حينئذ من الجوخ يعادل ٤٠ فى $\frac{1}{24}$ او $\frac{5}{3}$ من

الكازمير

م م م
فاذن ٣٠٠ من الجوخ تعادل ٣٠٠ × $\frac{5}{3}$ او ٥٠٠ من

الكازمير

المسئلة التاسعة والعشرون * اذا أراد تاجر استبدال جوخ بقماش من البفتة الهندى وكان المتران من الجوخ يعادلان ثلاثة أمتار من الكازمير وخمسة من الكازمير تعادل سبعة من القماش المذكور فما عدد الامتار التى يأخذها التاجر من ذلك القماش عوضا عن ٦٠ مترا من الجوخ

م
فيقال يؤخذ من السؤال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{3}{2}$ من الكازمير

م
وأن ١ من الكازمير يعادل $\frac{7}{5}$ من البفتة الهندى

م م
فحينئذ المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{3}{2}$ من $\frac{7}{5}$ او $\frac{21}{10}$ من البفتة

م
وعليه فالستون مترا من الجوخ تعادل ٦٠ فى $\frac{21}{10}$ من البفتة

م
اى ١٢٦ من البقية
ثم ان الطريقة التي يتوصل بها الى حل هذه المسئلة كالتي قبلها كانت تسمى في اصطلاح المتقدمين قاعدة المبادلة

(مسائل تتعلق بخلط الموائع)

(١٤٣) المسئلة المكملة للثلاثين * اذا خلط اربعة ليترات من النبيذ الذى

صل صل
ثمن الليتر منه ١٤ وستة اخرى مما ثمن الليتر منه ٢٤ فما ثمن الليتر الواحد من هذا المخلوط

صل صل صل
فنقول اما الليترات الاربعة التي ثمن الواحد منها ١٤ فتعادل ٤ فى ١٤

صل صل صل
أى ٥٦ واما الستة التي ثمن الليتر منها ٢٤ فتعادل ٦ فى ٢٤

صل
اى ١٤٤ فاذن الليترات العشيرة المركب منها هذا المخلوط تعادل

صل صل صل
٥٦ + ١٤٤ اى ٢٠٠

صل صل
وعليه فثمن الليتر الواحد من المخلوط المذكور هو عشر ٢٠٠ اى ٢٠
وبالجملة فمتى أريد معرفة ثمن وحدة المعيار من أى مخلوط كان كفى فى ذلك ان تضرب ثمن المعيار من كل نوع فى عدد المعايير كلها وتقسم مجموع الحواصل على مجموع معايير المخلوط فتجد ثمن معيار المخلوط لا يتجاوز أغلى أثمان معايير المخلوطات ولا ارخصها
المسئلة الحادية والثلاثون * المطلوب خلط صنفين من النبيذ ثمن الليتر من

صل صل صل
احدهما ١٤ ومن الآخر ٢٤ بحيث يكون ثمن الليتر بعد الخلط ٢٠

الحل الاول * أن تأخذ من الليترات عددا ما بأن تأخذ عشرة مثلا

ثم تقول ١٠ ليترات من المخلوط الذى ثمن الليتر منه ٢٠ صل تعادل ٢٠٠ صل

فعلى هذا تكون العشرة مما ثمنه ٢٤ صل معادلة ٢٤٠ صل فتنقص من هذا

الثمن الاخير ٤٠ صل دون أن تغير عدد الليترات ثم اذا أبدلت الليترات التى ثمن

الليتر منها ٢٤ صل بليترات ثمن الليتر منها ١٤ صل نقصت ١٠ صل من ثمن الليترات

العشرة الذى هو ٢٤ صل فيتحصل حينئذ عدد الليترات التى ثمن الليتر منها

٢٤ صل اللازم تعويضها بقدرها من الليترات التى ثمن الليتر منها ١٤ صل بان

تقسم ٤٠ على ١٠ فيكون خارج القسمة ٤ فاذن تكون

اللترات العشرة من المخلوط مركبة من ٤ ليترات مما ثمن الليتر منه ١٤ صل

ومن ٦ ليترات مما ثمن الليتر منه ٢٤ صل

الحل الثانى * هو ان كل ليتر مما ثمنه ١٤ صل اذا بيع بعشرين كان ربحه

٢٠ — ١٤ صل صل أى ٦ صل وكل ليتر مما ثمنه ٢٤ صل اذا بيع بعشرين كانت

خسارته ٢٤ — ٢٠ صل صل اى ٤ صل وعليه فلاجل المعادلة بين الربح والخسارة

يكفى أن تخلط أربعة ليترات مما ثمن الليتر منه ١٤ صل بستة ليترات مما ثمن

صل

الليتر منه ٢٤ فيكون اذن ثمن الليتر من ليترات المخلوط

صل

العشرة ٢٠

تنبيهات * الاول حيث ان أصغر عدد يقبل القسمة على ٦ او ٤ هو عدد ١٢ فمن الواضح انه اذا قسم على التوالى أحد مكررات ١٢ على ٦ او على ٤ فخارج القسمة فيهما يدل على عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلديا والاربعة والعشرين صلديا التى بخلطها يصير ثمن الليتر من المخلوط عشرين صلديا

الثانى * متى كان عدد الليترات المخلوطة معلوما أمكن بالسهولة معرفة ما يحتوى عليه المخلوط من ليترات كل صنف من النبيذ لانه اذا احتوى عشرة ليترات من المخلوط على أربعة من ذوات الاربعة عشر صلديا وعلى ستة من

ليتر

ذوات الاربعة والعشرين فالليتر الواحد من المخلوط يحتوى على $\frac{٤}{١٠}$ من

ليتر

ذوات الاربعة عشر وعلى $\frac{٦}{١٠}$ من ذوات الاربعة والعشرين

وعليه فعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة عشر هو $\frac{٤}{١٠}$ من مجموع ليترات المخلوط (أى اربعة اعشاره) وعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين هو $\frac{٦}{١٠}$ من ذلك المجموع (اى ستة اعشاره)

مثلا * اذا كان المطلوب ايجاد ثلاثين ليترا من نبيذ مخلوط يكون ثمن الليتر منه

صل

بعد الخلط ٢٠ فاخلط ثلاثين ليترا × $\frac{٤}{١٠}$ اى ١٢ ليترا من ليترات

صل

النبيذ التى ثمن الليتر منها ١٤ بثلاثين اخرى × $\frac{٦}{١٠}$ اى ١٨ ليترا

صل

من ليترات النبيذ التى ثمن الليتر منها ٢٤

التنبيه الثالث متى كان عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلديا معلوما أمكن بالسهولة معرفة عدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين وذلك لانه قد تقدم أن عشرة ليترات من المخلوط تحتوى على ٤ ليترات من ذوات الاربعة عشر صلديا وعلى ٦ من ذوات الاربعة والعشرين وأيضا حيث ان ٦ هى $\frac{٦}{٤}$ او $\frac{٣}{٢}$ من ٤ فعدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين يكون حينئذ $\frac{٣}{٢}$ من عدد الليترات ذوات الاربعة عشر

مثلا * اذا اردت تركيب نبيذ يكون ثمن الليتر منه بعد الخلط ٢٠ صل بأن أردت أن تخلط مقدارا من النبيذ ثمنه ٢٤ صل باثنى عشر ليترا ثمن الليتر منه ١٤ صل كان عدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين صلديا $\frac{٣}{٢}$ ٥ من ١٢ اى ١٨

(خلط المعادن)

(١٤٤) اذا سبكت عدة معادن مع بعضها تحصل عن اختلاطها واتحادها ما يسمى مخلوطا وكل كتلة من معدن أو مخلوط تسمى سبيكة

ولا يعتبر فى المعادن الا وزنها فقط من غير التفات الى حجمها فزنة المخلوط تساوى مجموع أوزان المعادن المتركب منها ذلك المخلوط

فاذا كانت زنة المخلوط تحتوى من خالص الذهب على $\frac{٨}{١٠}$ قيل ان عيار هذا الذهب $\frac{٨}{١٠}$ أى $\frac{٨}{١٠}$ من الخالص

فعلى هذا كل سبيكة كان عيار الذهب فيها $\frac{٨}{١٠}$ وكان وزنها ١٠٠ غرام فهى مخلوط مركب من ذهب ومعادن أخرى مشتمل من خالص الذهب على $\frac{٨}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٨٠ غراما

وكل مخلوط احتوى من الذهب على $\frac{٧}{١٠}$ ومن الفضة على $\frac{٣}{١٠}$ فعياره $\frac{٧}{١٠}$ بالنسبة للذهب و $\frac{٣}{١٠}$ بالنسبة للفضة وتكون المائة غرام منه محتوية

من خالص الذهب على $\frac{٧}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٧٠ غراما ومن خالص الفضة على $\frac{٣}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٣٠ غراما

وبالجملة فمتى أريد معرفة كمية معدن خالص من مخلوط معلوم العيار بالنسبة لهذا المعدن يكفى ضرب زنة المخلوط بتمامه فى عياره واما اذا أريد معرفة عيار المخلوط بالنسبة لاحد المعادن المتركب هو منها فيكفى قسمة زنة كمية هذا المعدن الذى هو من أجزاء المخلوط على زنة المخلوط بتمامه

وفى بعض الاحيان قد تقوم درجة الذهب الخالص بالقراريط ودرجة الفضة الخالصة بالدنيات فيقال للذهب الخالص ذو الاربعة والعشرين قيراطا وللفضة الخالصة ذات الاثنى عشرة دنية

وعليه فالذهب ذو الاثنين والعشرين قيراطا يحتوى من خالص الذهب على $\frac{٢٢}{٢٤}$ فيكون عيار هذا الذهب حينئذ $\frac{٢٢}{٢٤}$ اى $\frac{١١}{١٢}$

والفضة ذات الاحدى عشرة دنية تحتوى من خالص الفضة على $\frac{١١}{١٢}$ فيكون عيار هذه الفضة حينئذ $\frac{١١}{١٢}$

وفى النقود القديمة من الذهب والفضة كان الذهب من ذى الاثنين والعشرين قيراطا والفضة من ذات الاحدى عشر دنية لانه قد سبق فى نمرة (١٠٧) أن وزن هذه النقود يحتوى على $\frac{١١}{١٢}$ من الخالص

واما النقود الجديدة من الذهب والفضة المحتوى وزنها على $\frac{٩}{١٠}$ من الخالص (كما فى مبحث النقود والمعاملات من نمرة ١٢١) فعيارها ٩ر٠ وتحتوى من الخالص على $\frac{٩}{١٠}$ ومن النحاس على $\frac{١}{١٠}$

وما ذكرناه من البراهين فى حل المسائل المتعلقة بخلط الموائع يجرى أيضا فى خلط المعادن

المسئلة الثانية والثلاثون اذا سبكنا ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ مع ٣٠ غراما من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ فما عيار المخلوط الناتج عن ذلك

فتقول حيث انه ينتج عن عدد الغرامات فى العيار كمية الذهب الخالص فتكون السبعون غراما من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ تحتوى على ٦٣ غراما من خالص الذهب وتكون الثلاثون غراما من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ تحتوى على ٢٤ غراما من خالص الذهب أيضا

فاذن المائة غرام التى هى عبارة عن المخلوط تحتوى من خالص الذهب على ٨٧ غراما فيكون حينئذ الغرام من المخلوط محتويا من خالص الذهب على غرام

٨٧ر٠ فعيار المخلوط اذن هو ٨٧ر٠

وبالجملة فمتى أريد معرفة عيار المخلوط المركب من سبائك عدة سبائك يكفى ضرب وزن كل سبيكة فى عيارها وقسمة مجموع هذه الحواصل على زنة المخلوط بتمامه

المسئلة الثالثة والثلاثون اذا كان هنالك مخلوط مركب من ٢٠ غراما من الذهب الخالص ذى ٠٥ر٠ ومن ٣٠ غراما من ذى ١٠ر٠ ومن ٢٨ غراما من ذى ١٤ر٠ ومن ١٢ غراما من ذى ٢٤ر٠ فما عيار هذا المخلوط بالنسبة للذهب

فتقول انه بموجب القاعدة المتقدمة يكون عياره بالنسبة للذهب ١٢ر٠

المسئلة الرابعة والثلاثون ما المقادير اللازمة فى خلط ذهب ذى ٩٠ر٠ من خالص الذهب مع ذهب ذى ٨٠ر٠ لاجل تركيب مخلوط يكون عياره ٨٧ر٠

الحل الاول * حيث ان المخلوط المطلوب يلزم أن يكون عياره ٨٧ر٠ غرام

يلزم أن يكون الغرام الواحد من هذا المخلوط محتويا على ٨٧ر٠ من خالص الذهب وعليه فالغرام الواحد من الذهب ذى ٩٠ر٠ من غرام

الذهب الخالص يحتوى من الذهب الخالص على أكثر من ٩٠ر٠

غرام غرام
— ٨٧ر٠ اى ٠٣ر٠ والغرام الواحد من الذهب ذى ٨٠ر٠
غرام غرام غرام
من الخالص ينقص ٨٧ر٠ — ٨٠ر٠ اى ٠٧ر٠ من الذهب
الخالص
فتحصل المعادلة حينئذ بخلط ٧ غرامات من الذهب ذى ٩٠ر٠
من الخالص مع ٣ غرامات من الذهب ذى ٨٠ر٠ وذلك لان
الغرامات العشرة التى هى مجموع ذلك المخلوط مقدار ما فيها من الزيادة من
غرام
الذهب الخالص هو ٧ فى ٠٣ر٠ اى ٢١ر٠ ومقدار ما فيها من
غرام غرام
النقصان من الذهب الخالص ايضا ٣ فى ٧٠ر٠ اى ٢١ر٠
غرام
فاذن كل غرام من المخلوط المطلوب يحتوى على ٧ر٠ من الذهب
غرام
ذى ٩٠ر٠ من الخالص وعلى ٣ر٠ من الذهب ذى ٨٠ر٠
من الخالص أيضا

فرنك

الحل الثانى * يفرض أن الغرام الواحد من الذهب الخالص يعادل ١٠٠
وحيث ان ثمن الذهب على حسب عياره فأثمان الغرام الواحد من الذهب الذى
فرنك فرنك فرنك
عياره ٩٠ر٠ و ٨٠ر٠ و ٨٧ر٠ هى بالتوزيع ٩٠ و ٨٠ و ٨٧
وبهذه الطريقة تؤل المسئلة الى معرفة كمية ما يلزم من المقادير فى خلط
فرنك
الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ بالذهب الذى يعادل الغرام منه

فرنك فرنك
٨٠ ليكون ثمن الغرام الواحد من المخلوط المتحصل ٨٧
فرنك فرنك
وكل غرام من الذهب ذى ٩٠ الداخل فى المخلوط يخسر ٩٠ —
فرنك فرنك فرنك فرنك
٨٧ فرنكا اى ٣ وكل غرام ذى ٨٠ يربح ٨٧ — ٨٠
فرنك غرام
أى ٧ وعليه فلاجل معادلة الربح بالخسارة يكفى خلط ٧
فرنك غرام
من الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ مع ٣ من الذهب الذى
فرنك
يعادل الغرام منه ٨٠ وذلك لان الغرامات العشرة التى هى مجموع المخلوط
خسارتها ٧ فى ٣ وربحها ٣ فى ٧ فاذن كل غرام من
غرام فرنك غرام
المخلوط المطلوب يحتوى على ٧ر٠ من الذهب ذى ٩٠ وعلى ٣ر٠
فرنك
من الذهب ذى ٨٠ وان شئت قلت والمآل واحد ان كل غرام من المخلوط
غرام
المذكور مركب من ٧ر٠ من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ ومن
غرام
٣ر٠ من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠

(١٤٥) قد توصل من غير تجربة ولا اختبار الى حل مسائل غرقى ١٢٩ و ١٤٤ وما بينهما الا أن هناك مسائل تخرج عن القواعد الخالية عن الفروض والتقديرات كما اذا جربت عدة اعداد حيثما اتفق فانه يمكن تجربتها بعدة تجارب لاطائل تحتها فلاجل منع هذا الخطأ تتحقق من صحة البراهين بواسطة فروض اختبارية تكون وسيلة الى الصواب ودرء الخطا ولنمثل لذلك

فنقول

فرنك

المسئلة الخامسة والثلاثون اذا كان معك قطع مما تساوى القطعة منه ٢
فرنك

و ٥ وكان عليك مبلغ ٢٦ فرنكا وأردت أن تدفع عن ذلك عشر قطع
فرنك

من القطع المذكورة فان كانت تلك القطع العشرة مما تساوى القطعة منه ٢ فهى
فرنك فرنك فرنك

معادلة ٢٠ لا ٢٦ فيلزم اذن ان تضم اليها ٦ بدون أن تغير عددها
فرنك

فاذا أبدلت قطعة مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعة مما تساوى القطعة
فرنك فرنك فرنك

منه ٥ زادت قيمة القطع العشرة ٣ فلاجل زيادة هذه القيمة ٦ يلزم
فرنك

أن تبدل قطعتين مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعتين مما تساوى القطعة
فرنك

منه ٥ فاذن تكون الستة والعشرون فرنكا عبارة عن ثمانى قطع من ذوات الفرنكين وقطعتين من ذوات الخمسة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضع الفاسد لانه يتوصل فيها الى النتيجة بمعرفة فرض فاسد

(١٤٦) المسئلة السادسة والثلاثون سئل لاعب عما معه من الدراهم فأجاب بان التفاضل بين خمسة أمثال ما معه من اللويزات وعدد ٣٠ يساوى التفاضل بين ضعف تلك اللويزات وعدد ٦ فما عدد اللويزات التى مع اللاعب حينئذ

فنقول فى جواب هذه المسئلة انه يفرض عدد من اللويزات حيثما اتفق فان لم يكن فى ذلك العدد الخاصيتان المتقدمتان علم أن فى هذا الفرض خطأ فيزال بفرض آخر وهلم صورة العملية

الفرض الاول ٢٠ لويزا	الفرض الثانى ١٩ لويزا
التفاضل بين ٥ فى ٢٠ وعدد ٣٠ هو ٧٠	التفاضل بين ٥ فى ١٩
	وعدد ٣٠ هو ٦٥
والتفاضل بين ٢ فى ٢٠ وعدد ٦ هو ٣٤	والتفاضل بين ٢ فى ١٩
	وعدد ٦ هو ٣٢
فاذن يكون الخطا بالنظر لذلك ٣٦	فاذن يكون الخطا بالنظر لذلك ٣٣

فلاجل تنقيص الخطأ الذى هو ٣٦ بمقدار ٣ يلزم أن تنقص واحدا من عدد اللويزات الذى هو عشرون ولاجل تنقيص الخطأ الذى هو ٣٦ بمقدار ٣٦ يلزم أن تنقص اثنى عشر من عدد اللويزات المذكور وهو عشرون

فاذن عدد اللويزات التى مع اللاعب ٨ لان التفاضل بين خمسة امثال ٨ وعدد ٣٠ هو ١٠ والتفاضل بين ضعف ٨ وعدد ٦ هو ايضا ١٠ كما هو مقتضى منطوق المسئلة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضعين الفاسدين لانه يتوصل فيها الى النتيجة بمعونة فرضين فاسدين

(الباب السادس)

في بيان المربعات وجذرها * والمكعبات وجذرها * والقوة وجذرها (وفيه ثلاثة فصول)

(الفصل الاول)
(في بيان المربعات وجذرها)

(١٤٧) حاصل ضرب اى عدد في نفسه يسمى القوة الثانية (كما في نمرة ٢٣) او يسمى مربع هذا العدد * والعدد الذي اذا ضرب في نفسه ساوى عددا معلوما يسمى جذر القوة الثانية لذلك العدد او جذر مربعه وعليه فمربع ٧ هو ٤٩ وهو حاصل ضرب ٧ في ٧ وجذر مربع ٤٩ هو ٧

ولاجل الدلالة على القوة الثانية اعنى على مربع عدد من الاعداد يوضع فوقه من الجهة اليمنى رقم ٢

وللدلالة على جذر القوة الثانية اعنى على جذر المربع يوضع العدد تحت احدى علامتين هذه صورتهما $\sqrt{\ }$ و $\sqrt{\ }$ وعليه فرقم $\sqrt[2]{\ }$ يدل على مربع ٧ وكل من $\sqrt[2]{٤٩}$ و $\sqrt{٤٩}$ يدل على جذر مربع هو ٤٩

(١٤٨) حيث ان مربع اعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الى آخره هو ١ و ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ فجذر الاعداد المنحصرة بين ١ و ١٠٠ وبين ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ منحصر بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠ الخ فعلى هذا اذا لم يحتو مربع العدد الصحيح الاعلى رقمين فجذر مربعه لا يحتوى الا على رقم واحد ومتى احتوى المربع على ٣ ارقام او ٤ فجذره يحتوى على رقمين وهكذا

(بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصحيحة)

(١٤٩) حيث ان مربع الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد هو اما اقل من

١٠٠ فجذره يستخرج من هذا الجدول وهاك صورته

الجذور ١ * ٢ * ٣ * ٤ * ٥ * ٦ * ٧ * ٨ * ٩

المربعات ١ * ٤ * ٩ * ١٦ * ٢٥ * ٣٦ * ٤٩ * ٦٤ * ٨١

ويتوصل بهذا الجدول ايضا الى استخراج جذر مربع المربع الاعظم الموجود في عدد منحصر بين مربعات اعداد ١ * و ٤ * و ٩ * و ١٦ * و ٢٥ * و ٣٦ * و ٤٩ * و ٦٤ * و ٨١ *

مثلا * حيث ان عدد ٣٨ منحصر بين ٣٦ و ٤٩ اعني بين $٦^٢$ و $٧^٢$ فجذر مربعه يكون بين ٦ و ٧ ومربعه الاعظم هو ٣٦ اى $٦^٢$ وعليه فجذر مربع المربع الاعظم الموجود في ٣٨ هو ٦ فاذن يكون هذا العدد اعني ٦ هو المقدار الصحيح الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٣٨}$ كما سبق في ثمرة ٣١

(١٥٠) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع عدد صحيح اكبر من ١٠٠ فابحث اولا عن كيفية دخول اجزاء الجذر في المربع

مثلا * اذا أريد تربيع عدد ٦٤ فعوضا عن استخراج حاصل ضرب ٦٤ في ٦٤ بموجب الطريقة المعتادة تضرب كلا من احاد المضروب وعشراته على التوالي في آحاد المضروب فيه وعشراته وتبين كلا من الحواصل الجزئية التي يتالف منها المربع وبذلك تتوصل الى اجراء العملية على هذا الوجه

٦٤ الجذر

٦٤

١٦ آحاد مربع الآحاد التي هي ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب العشرات وهي ٦ في الآحاد التي هي ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب الآحاد وهي ٤ في العشرات التي هي ٦

٣٦ مائت مربع العشرات وهي ٦

٤٠٩٦ آحاد مربع ٦٤

بان تضرب اولا ٤ التي هي احاد المضروب في ٤ التي هي احاد المضروب

فيه فيكون الحاصل وهو ١٦ مربع ٤ التي هي آحاد ٦٤ ثم تضرب ثانيا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٤ التي هي آحاد المضروب فيه وتضرب ايضا ٤ التي هي آحاد المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه فيؤل مجموع هذين الحاصلين الى تكرير حاصل ضرب ٦ التي هي عشرات عدد ٦٤ في ٤ التي هي آحاده مرتين اعني الى ضرب ضعف ٦ عشرات في ٤ آحادا اي الى ٤٨ عشرات ثم تضرب ثالثا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه فيكون الحاصل وهو ٣٦ مائة هو مربع عدد ٦ الذي هو عشرات عدد ٦٤ المفروض

وحيث ان مجموع هذه الحواصل الثلاثة وهو ٤٠٩٦ يدل على مربع ٦٤ يعلم أن هذا المربع يتألف من مربع عدد ٦ الذي هو عشرات ٦٤ ومن ضعف عدد ٦ الذي هو عشراته مضروبا في عدد ٤ الذي هو احاده ومن مربع عدد ٤ المذكور

(١٥١) حيث لا مانع من تطبيق ثلاث البراهين على اي عدد كان يؤخذ من ذلك ان مربع العدد المؤلف من احاد وعشرات يحتوي على ثلاثة اجزاء * احدها مربع العشرات * ثانيها ضعف العشرات مضروبا في الآحاد * ثالثها مربع الآحاد وهذه الحواصل الثلاثة تدل بالترتيب على مئات وعشرات وآحاد

وعليه فحيث ان عدد ٦٤٩ يساوي ٦٤ عشرات زائدا ٩ آحادا فمربعه وهو ٤٢١٢٠١ يكون مركبا من ثلاثة أجزاء * اولها ٤٩٦ مئات التي هي مربع ٦٤ عشرات * ثانيها ضعف ٦٤ عشرات مضروبا في ٩ آحادا اعني ١١٥٢ عشرات * ثالثها ٨١ التي هي مربع ٩ آحادا

(١٥٢) ولنشرع الآن في كيفية استخراج جذر مربع اي عدد صحيح فنقول

المثال

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٠٩٦ فتضع صورة العملية هكذا

المربع	٩٦ | ٤٠	٦٤	الجذر
	٣٦		
الباقي الاول	٦ | ٤٩	١٢٤ × ٤ = ٤٩٦	
	٤٩٦		
الباقي الثاني	...		

ثم تقول حيث ان مربع ١٠ هو ١٠٠ فمربع عشرات الجذر لايمكن وجوده الا في مئات عدد ٤٠٩٦ وهو ٤٠ ويفصل حينئذ الرقمان الاولان من الجهة اليمنى لعدد ٤٠٩٦ بفاصل قائم (كالالف) وحيث ان ٤٠ واقعة بين $\frac{2}{6}$ و $\frac{2}{7}$ ينتج من ذلك ان ٤٠ مئات منحصرة بين $\frac{2}{6}$ مئات و $\frac{2}{7}$ مئات لكن ٤٠ مئات و $\frac{2}{7}$ مئات يتفاوتان ولو بمائة فينحصر بالضرورة حينئذ عدد ٤٠٩٦ المؤلف من ٤٠ مئات زائدا ٩٦ آحادا بين $\frac{2}{6}$ مئات و $\frac{2}{7}$ مئات اي بين مربعي ٦ عشرات و ٧ عشرات وعليه فينحصر جذر المربع الذي هو ٤٠٩٦ بين ٦ عشرات و ٧ عشرات فيتركب هذا الجذر حينئذ من ٦ عشرات وبعض آحاد اقل من ١٠ فلاجل تحصيل هذه الآحاد يطرح من ٤٠٩٦ عدد ٣٦ مئات الذي هو مربع عشرات الجذر وهي ٦ والباقي وهو ٤٩٦ لايحتوي الا على ضعف ٦ التي هي عشرات الجذر مضروبا في الآحاد وعلى مربع الآحاد وحيث ان ضعف العشرات مضروبا في الآحاد يدل على عشرات فلا يمكن وجوده الا في عدد ٤٩ الذي هو عشرات الباقي اعني ٤٩٦ (فيفصل حينئذ الرقم الاول من يمين الباقي بالفاصل المتقدم) ويحتوي أيضا عدد ٤٩ عشرات على العشرات التي يمكن تحصيلها من مربع الآحاد فاذا قسمت حينئذ ٤٩ على عدد ١٢

الذى هو ضعف عشرات الجذر) فعدد ٤ آحاد الذى هو خارج القسمة يدل على رقم آحاد الجذر أو على رقما كبر منه ولاجل اختبار رقم ٤ تطرح $٤^٢$ من ٤٠٩٦ فيدل الصفر الباقى على أن عدد ٦٤ هو الجذر المطلوب غير أنه يتوصل الى هذه النتيجة بطريق اوجز من ذلك بأن يلاحظ انه حيث كان الباقى وهو ٤٩٦ مركبا من ضعف ٦ عشرات مضروبا فى ٤ احادا ومن مربع الآحاد وهى ٤ يكفى تحصيل مجموع هذين الجزءين وطرحه من ٤٩٦ ولهذا تضع رقم الآحاد وهو ٤ على يمين عدد ١٢ (الذى هو ضعف عدد عشرات الجذر) فيتحصل ١٢٤ ثم تضرب ١٢٤ فى ٤ فيدل الحاصل على المجموع المطلوب فاذا طرحت ٤ فى ١٢٤ من ٤٩٦ دل الصفر الباقى على أن ٦٤ هو الجذر الحقيقى للمربع الذى هو ٤٠٩٦

تنبيه * حيث انه يمكن تطبيق هذا البرهان الذى اقيم لتعيين عشرات الجذر على اى عدد كان ينتج من ذلك ان جذر مربع المربع الاكبر المحصر فى مئات أى عدد كان يعين دائما عشرات جذر مربع هذا العدد

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١ فتضع صورة العملية هكذا

المربع	٤٢ | ١٢ | ٠١	٦٤٩	الجذر
	٣٦	١٢٥	١٢٤	١٢٨٩
الباقى الاول	٦١ | ٢	٠	٤	٩
	٤٩٦	٦٢٥	٤٩٦	١١٦٠١
الباقى الثانى	١١٦٠ | ١			
	١١٦٠١			
الباقى الثالث	٠٠٠٠٠			

ثم تقول حيث ان العدد المفروض محتوى على أكثر من رقمين فجذره محتوى على

عشرات

عشرات لايمكن أن يكون مربعها الاجزأ من مئات عدد ٤٢١٢٠١
اعنى من ٤٢١٢ (فتفصل الرقمين الاولين من يمين ٤٢١٢٠١ بالفاصل السابق

وحيث كان جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢١٢ دالاعلى عدد عشرات الجذر المطلوب فالغرض من المسئلة بيان جذر عدد ارقامه اقل من ارقام العدد المفروض برقمين ولهذا تفصل الرقمين الاولين من يمين ٤٢١٢ بالفاصل المذكور فيكون رقم ٦ الذى هو جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢ هو اول رقم من ارقام الجذر المطلوب من الجهة اليسرى وعليه فيكون هذا الجذر مؤلفا من ثلاثة ارقام

ونتوصل بهذه الطريقة الى تقسيم العدد المعلوم الى فصول كل منها يحتوى على رقمين بالابتداء من الجهة اليمنى (ومع هذا فقد لايحتوى الفصل الاخير الاعلى رقم واحد) وعدد الفصول يدل على عدد ارقام جذر المربع المفروض وذلك مطابق لما أسلفناه فى قاعدة نمرة ١٤٨

فاذا أجريت العملية على الوجه المذكور فى المثال المتقدم رأيت أن عدد ٦٤ هو جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢١٢ وأن ١١٦ هو مقدار التفاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ وعليه فجذر المربع الذى هو ٤٢١٢٠١ مركب من ٦٤ عشرات وبعض آحاد معبر عنها برقم واحد (كما فى التنبيه السابق)

وحيث ان هذا المربع اعنى ٤٢١٢٠١ مركب من مربع ٦٤ التى هى عشرات الجذر ومن ضعف هذه العشرات مضروبا فى رقم الآحاد ومن مربع الآحاد فاذا طرحت من ٤٢١٢٠١ مربع ٦٤ عشرات فالباقى وهو ١١٦٠١ يحتوى على الجزءين الاخيرين من المربع

ولك أن تتوصل الى هذا الباقى بطريق اوجز من ذلك بأن تلاحظ أنه حيث كان عدد ١١٦ هو مقدار التفاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ فبتنزيل فصل ٠١ على يمين ١١٦ يتحصل التفاضل بين ٤٢١٢٠١

و ٦٤٠٢

فعلى ذلك حيث ان ضعف ٦٤ عشرات وهو ١٢٨ عشرات يتحصل عن ضربه فى الآحاد عشرات فلا يمكن وجوده الا فى ١١٦٠ (فتفصل اول رقم من يمين ١١٦٠١ بالفاصل المتقدم) وحينئذ يحتوى ١١٦٠ عشرات على حاصل ضرب ١٢٨ عشرات فى آحاد الجذر المطلوب زائدا العشرات التى يمكن وجودها فى مربع الآحاد فاذا قسمت ١١٦٠ على ١٢٨ دل خارج القسمة وهو ٩ آحاد على رقم آحاد الجذر او على رقم أكبر منه * ولك أن تختبر رقم ٩ بطرح ٦٤٩٢ من ٤٢١٢٠١ فيدل الصفر الباقى على ان ٦٤٩ هو الجذر المطلوب عيرانه بمقتضى ما نبهنا عليه فى المثال المتقدم نرى أن الاوجز فى العملية أن يوضع رقم ٩ على يمين عدد ١٢٨ (الذى هو ضعف عشرات الجذر) ويضرب ١٢٨٩ فى ٩ فيكون الحاصل مركبا من ضعف ٦٤ التى هى عشرات الجذر مضروبا فى الآحاد وهى ٩ ومن مربع هذه الآحاد فاذا طرحت ٩ فى ١٢٨٩ من ١١٦٠١ كان الباقى مساويا ٤٢١٢٠١ — ٤٩٦٢ وحيث لم يبق معك باق فالعدد المتحصل هو الجذر الحقيقى

وهذان المثالان يكفيان فى تمرن الطالب على استخراج جذر مربع أى عدد صحيح

(١٥٣) كل عملية أجريتها فى استخراج جذر المربع ترى فيها كل باق يساوى العدد الذى يبحث عن جذره ناقصا مربع الجزء الذى تحصل فى الجذر وذلك لانك تتوصل الى هذا الباقى بطرحك على التوالى جميع أجزاء مربع العدد المتحصل فى الجذر من العدد المفروض ومتى اختل ذلك فالعملية فاسدة

(١٥٤) اذا وقع جذر مربع أى عدد صحيح بين عددين صحيحين متواليين فهذا الجذر وان وجد فى نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق باى عدد كان وذلك لانه لو أمكن تعيينه على وجه التحقيق لكان العدد الدال عليه كسرا

اعشاريا أو اعتياديا ولو حوّل الى كسر أصم لكان مربع هذا الكسر عددا صحيحا وهو مستحيل كما تقدم فى نمرة (٨٤) وحينئذ يثبت المطلوب

تنبيه * مما لا يخفى عليك وجه كون بعض الكميات لا يمكن تعيينه على وجه التحقيق بأى عدد كان لان الكمية تتزايد الى غير نهاية بخلاف الاعداد فلا توجد فيها هذه الخاصية

ولما كان للاعداد الصحيحة والكسور الاعشارية والكسور الاعتيادية مقياس مشترك مع الآحاد قيل لهذه الكميات منطقة بخلاف الكميات التى ليس لها مقياس مشترك مع الآحاد فيقال لها صماء مثلا $\frac{7}{5}$ كمية منطقة لان $\frac{1}{5}$ منحصر تحقيقا ٧ مرات فى $\frac{7}{5}$ و ٥ مرات فى الواحد وجذر ٥ اصم لانه لما كان لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح على وجه التحقيق أو بكسر أعشارى او اعتيادى نتج من ذلك انه اذا انقسم الواحد الى أقسام متساوية بقدر ما يراد لم يكن أحد هذه الاقسام الصغيرا جدا بحيث يمكن انحصاره عدة مرات تحقيقا فى جذر ٥ وفى الواحد

(١٥٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر تربيعى لعدد صحيح فاجر العملية فى هذا العدد كما لو كان مربعا فان لم يكن الباقى الاخير المقابل لرقم آحاد الجذر صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتحصل فى الجذر على جذر المربع الاكبر المنحصر فى العدد المفروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مربع ٤٢٢١١٠ ما يساوى فى الجذر ٦٤٩ من الآحاد ويبقى ٩٠٩ فجذر ٤٢٢١١٠ أصم والباقى الذى هو ٩٠٩ يساوى ٤٢٢١١٠ — 649^2 وعدد ٦٤٩ يدل على جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢٢١١٠ فعلى هذا يكون ذلك العددا ى ٤٢٢١١٠ واقعا بين 649^2 و 650^2

(١٥٦) اذا فرضت عددا ينقسم الى قسمين حيثما اتفق وأردت تربيعه فاضرب قسمى المضروب على التوالى فى قسمى المضروب فيه فيتحصل معك اربعة

حواصل جزئية وهى مربع القسم الاول وحاصل ضرب القسم الاول فى الثانى وحاصل ضرب الثانى فى الاول ومربع القسم الثانى وحيث كان مجموع هذه الحواصل الاربعة الجزئية هو مربع العدد المفروض وكان حاصل ضرب القسم الاول فى الثانى مساويا لحاصل ضرب الثانى فى الاول تجد مربع اى مجموع يتحصل من قسمين مؤلفا من مربع القسم الاول ومن ضعف الاول مضروبا فى الثانى ومن مربع الثانى

مثلا حيث انه يمكن تحليل عدد ٧٥٤٩ الى عدد ٧٥ من المئات زائدا ٤٩ من الآحاد فعدد ٥٦٩٨٧٤٠١ الذى هو مربع ٧٥٤٩ يكون مؤلفا من مربع ٧٥ من المئات اعنى من عدد ٥٦٢٥ الذى هو عشرات الالوف ومن ضعف ٧٥ من المئات مضروبا فى ٤٩ من الآحاد اى من ٧٣٥٠ من المئات ومن عدد ٢٤٠١ الذى هو مربع ٤٩ من الآحاد

(١٥٧) اذا لم يكن الباقى المقابل للجذر المتحصل أقل من ضعف هذا الجذر مضافا اليه ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار ١ وان كان الباقى المذكور أقل من ضعف الجذر المتحصل مضافا اليه ١ لم يمكن أن يضاف الى هذا الجذر ١ وذلك انك لو فرضت فى قاعدة نمرة (١٥٦) أن القسم الثانى يساوى ١ لرأيت أن العدد اذا زاد ١ زاد مربعه بمقدار ضعف هذا العدد زائدا ١

مثلا اذا أردت أن تستخرج جذر عدد ٤٢١٢ ووضعت فى الجذر ٦٤ غلطا فعوضا من كونك تتوصل الى باقى قدره ١١٦ يقابل الجذر الذى هو ٦٤ ويكون أصغر من ٦٤ × ٢ + ١ يتحصل معك باقى قدره ٢٤٣ وحيث ان هذا الباقى الاخير أكبر من ٦٤ × ٢ + ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار واحد

(بيان تربيع الكسور الاعتيادية)

(والاعداد الاعشارية واستخراج جذورها)

(١٥٨) مربع الكسر الاعتيادى يتحصل بتربيع كل من البسط والمقام على حدته

مثلا * مربع $\frac{٤}{٥}$ يساوى $\frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥}$ او $\frac{٤ \times ٤}{٥ \times ٥}$ أو $\frac{٤^{٢}}{٥}$ او $\frac{١٦}{٢٥}$

(١٥٩) اذا أردت استخراج جذر مربع الكسر الاعتيادى فخذ جذر مربع كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة

فعلى هذا يكون $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}} = \frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٤}{٥}$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مربع عدد واحد فقط بان نضرب اولا حدى الكسر فى مقامه لان

$$\sqrt{\frac{٢٣}{٧}} = \sqrt{\frac{٢٣ \times ٧}{٧ \times ٧}} = \frac{\sqrt{١٦١}}{\sqrt{٧ \times ٧}} = \frac{\sqrt{١٦١}}{٧}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبى لعدد $\sqrt{١٦١}$ هو ١٢ فجذر المربع الذى هو $\frac{٢٣}{٧}$ يساوى $\frac{١٢}{٧}$ تقريبا

تنبيه * يمكن تربيع بسط هذا الكسر بضرب الحدين وهما ٢٣ و ٧ فى ذلك البسط لكن حيث كان جذر المقام وهو ٢٣ × ٧ أصم فبالبحث عن الجذر المطلوب نتوصل الى قسمة عدد صحيح على كمية صماء وذلك يؤدى الى الخطأ من وجهين أحدهما كونه يؤدى الى عمليات طويلة وثانيهما عدم معرفة الدرجة التحقيقية التى نتوصل اليها فى استخراج جذر الكسر المطلوب

واذا أردت أن تستخرج جذر مربع عدد مركب من عدد صحيح وكسر فأضف الصحيح الى الكسر ثم استخرج جذر العدد الكسرى الناتج عن هذه الاضافة فعلى هذا

$$\sqrt{٣\frac{٢}{٧}} = \sqrt{\frac{٢٣}{٧}} = \frac{\sqrt{٢٣ \times ٧}}{\sqrt{٧ \times ٧}} = \frac{\sqrt{١٦١}}{٧}$$

(١٦٠) مربع الاعداد الاعشارية يتحصل بتربيع العدد بقطع النظر عن الشرطة و بفصل ضعف عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض عن يمين هذا المربع وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة (فى نمرة ٩٨) المتعلقة بايجاد حاصل ضرب عددين اعشاريين وعليه فمربع العدد الاعشارى يحتوى دائما على عدد مزدوج من الاعداد الاعشارية

مثلا * اذا أردت تربيع عدد ٦٤٩ر٠ فحصل مربع ٦٤٩ وهو ٤٢١٢٠١ ثم أفصل عن يمين هذا المربع أربعة أرقام اعشارية فيكون ٤٢١٢٠١ر٠ هو المربع المطلوب

(١٦١) اذا أريد استخراج جذر عدد اعشارى يكفى أن نستخرج جذر مربع العدد الصحيح الذى نتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى أرقاما أعشارية بقدر نصف عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المربع المفروض وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع هو ٠ر٠٠٤٢١٢٠١ نقول حيث ان جذر المربع الذى هو ٤٢١٢٠١ يساوى ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٠ر٦٤٩

(١٦٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع أى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر محتويا تقريبا على عشر او جزء من مائة أو جزء من ألف الخ من الواحد فضع العدد المفروض على وجه بحيث يكون محتويا على رقمين اعشاريين او أربعة أو ستة الخ (ولنمثل لذلك بأربعة أمثلة فنقول)

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر ٠ر٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين اعشاريين أعنى على جزء من مائة من الواحد

فضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوى على أربعة أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٠ر٥٠٠٠ ثم قل حيث ان عدد ١٥٨ هو المقدار

الاصغر

الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٢٥٠٠٠}$ فعدد ١٫٥٨ هو الجذر المطلوب

وبهذه الطريقة يتحصل ضرورة المقدار التقريبي المطلوب

وذلك لان $\sqrt{٢٫٥٠٠٠} = \sqrt{\frac{٢٥٠٠٠}{١٠٠٠٠}} = \frac{\sqrt{٢٥٠٠٠}}{\sqrt{١٠٠٠٠}} = \frac{\sqrt{٢٥٠٠٠}}{١٠٠}$

وحيث ان جذر عدد ٢٥٠٠٠ واقع بين ١٥٨ و ١٥٩ فجذر ٢٫٥٠٠٠ هو بالضرورة واقع بين $\frac{١٥٨}{١٠٠}$ و $\frac{١٥٩}{١٠٠}$ أعني بين ١٫٥٨ و ١٫٥٩

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر ٠٫٠٠٠٠٤٢٨٥٣٧٨٩١٢٣٤٦ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على أربعة أرقام اعشارية فقط أعني على جزء من عشرة آلاف من الواحد

فلاجل تحصيل هذه الارقام الاربعة الاعشارية في الجذر يكفي ابقاء ثمانية أرقام من أرقام العدد المفروض بأن يكون العدد بعد الحذف هكذا ٠٫٠٠٠٠٤٢٨٥ فاذا حذفت حينئذ الشرطة ولاحظت أن عدد ٦٥ هو المقدار الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٤٢٨٥}$ رأيت أن ٠٫٠٠٦٥ هو الجذر المطلوب

وذلك لانه لما كان عدد ٤٢٨٥ واقعا بين ٤٢٢٥ (الذي هو مربع ٦٥) و ٤٣٥٦ (الذي هو مربع ٦٦) كان العدد المفروض واقعا بين ٠٫٠٠٠٠٤٢٢٥ و ٠٫٠٠٠٠٤٣٥٦ أو بين $\frac{٤٢٢٥}{١٠٠٠٠٠٠٠٠}$ و $\frac{٤٣٥٦}{١٠٠٠٠٠٠٠٠}$ وحينئذ فالجذر التحقيقي يقع بين $\frac{٦٥}{١٠٠٠٠}$ و $\frac{٦٦}{١٠٠٠٠}$ ويكون حينئذ الخطأ الحاصل عند أخذ ٠٫٠٠٦٥ أقل من ٠٫٠٠٠١

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذر ٥٧ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على ثلاثة أرقام اعشارية أعني على جزء من ألف من الواحد

فضع العدد المفروض على وجه بحيث يحتوى على ٦ أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٠٠٠٠٠٠ر٥٧ ثم احذف الشرطة وابحث عن عدد ٧٥٤٩ الذى هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبى لعدد ٧ ٥٧٠٠٠٠٠ فيكون حينئذ ٧٫٥٤٩ هو الجذر المطلوب

ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى استخراج جذر أى عدد صحيح بحيث يكون هذا الجذر محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة أن تضع على يمين ذلك العدد من الاصفار بقدر ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تقوم جذر العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يحتوى على وحدة من الوحدات وتفصل من الجذر من الجهة اليمنى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبى

المثال الرابع أن يكون المطلوب تقويم جذر $\frac{٥}{١١}$ بحيث يحتوى على ثلاثة أرقام اعشارية أى جزء من ألف من الواحد

فلاجل تحصيل تلك الارقام الثلاثة فى الجذر تبحث أولا عن خارج قسمة ٥ على ١١ بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ستة أرقام أعشارية فيتحصل حينئذ ٠٫٤٥٤٥٤٥ وحيث ان ٠٫٦٧٤ هو المقدار الاصغر التقريبى لعدد ٧ ٤٥٤٥٤٥ فعدد ٠٫٦٧٤ هو الجذر المطلوب

وبالجملة فلاجل استخراج جذر الكسر الاعتيادى بحيث يكون هذا الجذر محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تبحث عن جذر ذلك الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبى

(١٦٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر أى عدد (صحيحا كان أو كسرا اعتياديا أو كسرا أعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام

الاعشارية فاجر العملية بشرط أن تزيد رقما اعشاريا على الجذر المطلوب ثم تحذف هذا الرقم بموجب قاعدة نمرة ١٠٥

(١٦٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر عدد صحيح بأقل من كسر مفروض بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكافئ يكون مقامه مربع مقام الكسر المعلوم

مثلا * اذا أردت أن تستخرج جذر ٨ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد فلاحظ ان

$$\sqrt{8} = \sqrt{\frac{8\times 7^2}{7^2}} = \sqrt{\frac{8\times 49}{7^2}} = \frac{\sqrt{392}}{7}$$

وحيث كان جذر ٣٩٢ منحصرا بين ١٩ و ٢٠ فجذر ٨ ينحصر بين $\frac{19}{7}$ و $\frac{20}{7}$ فيدل حينئذ كل من هذين الكسرين على جذر ٨ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٦٥) يكفي في بعض الاحيان مجرد النظر في العدد ليعرف هل هو غير مربع فيكون جذره أصم أي غير منطق أولا

وبيان ذلك أولا انه حيث كانت مربعات اعداد ١*٢*٣*٤*٥*٦ منتهية بواحد من أرقام ١*٤*٥*٦*٩ فجميع الاعداد المنتهية بواحد من أرقام ٢*٣*٧*٨ لا تكون مربعات

وثانيا ان مربع الزوج من الاعداد يقبل القسمة على ٤ ومربع الفرد منها لا يقبل القسمة على ٢ لانه اذا كان العدد محتويا على عامل ٢ أو غير محتو عليه فمربعه أيضا يحتوي على عامل ٢ × ٢ أولا يحتوي عليه فعلى هذا لا يمكن أن يكون العدد الزوجي مربعا الا اذا قبل القسمة على ٤

وثالثا انه اذا كان العدد منتهيا ببعض أصفار او بأرقام اعشارية فمربعه ينتهي بضعف تلك الاصفار أو الارقام الاعشارية

وعليه فكل عدد ينتهي بعدد فردي من الاصفار أو الارقام الاعشارية لا يكون مربعا قطعا

وعليه فأعداد ٢٥٠ و ٢٥٠٠٠ و ٢٥٠ و ٠٫٠٢٥ ليست مربعات وان كان عدد ٢٥ مربعا

ورابعا انه اذا كان رقم الآحاد من أى عدد كان منتهيا بخمسة فالرقمان الاولان من جهة مربع هذا العدد اليمنى يعادلان ٢٥

وذلك لانه حيث كان أول رقم من الجهة اليمنى لاى مربع كان ناتجا من مربع آحاد هذا العدد فكل عدد انتهى بخمسة فرقم آحاد جذره بالضرورة ينتهى أيضا بخمسة فاذن مربع العدد المؤلف من عشرات وخمسة آحاد يتألف من مربع العشرات الدال على مئات ومن حاصل ضرب العشرات فى ضعف الخمسة الآحاد أى فى ١٠ الدال أيضا على مئات ومن عدد ٢٥ الذى هو مربع الآحاد الخمسة

وعليه فمتى كان رقم الآحاد من العدد الصحيح ٥ ولم يكن رقم عشراته ٢ لم يكن هذا العدد مربعا البتة

(١٦٦) اذا كان هنالك عدد لا يقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولية التى لا تتجاوز جذر ذلك العدد فالعدد المذكور أولى لانه لو فرض خلاف ذلك لقبل القسمة على قاسم أكبر من هذا الجذر فيكون حينئذ خارج القسمة المتحصل أصغر من الجذر المذكور ويقسم العدد المفروض وهو خلاف الفرض

وهذه الخاصية وسيلة الى اختصار ما سبق فى غرتى ٤٨ و ٦٥ من طرق ايجاد الاعداد الاولية وتحليل العدد الى عوامله الاولية

وبيان ذلك أولا ان يكون المطلوب تأليف جدول الاعداد الاولية وقد سبق فى غرة ٤٨ ان تلك الاعداد لا يمكن وجودها الا فى أعداد

٢ * ٣ * ٥ * ٧ * ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧

٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ * ٨٣ * ٨٩ * ٩١ * ٩٧ * ١٠١

الخ

فبعد ان تعرف ان عددى ٢ و ٣ هما أصغر الاعداد الاولية تلاحظ انه لاجل تحصيل الاعداد الاولية المنحصرة بين عدد ٣ ومربعه وهو ٩

يكفى أخذ عددى ٥ و ٧ اللذين لا يقبلان القسمة على ٢ لان عدد ٣ يتجاوز جذر ٧ وحينئذ فالخاصية المذكورة موجودة فى كل من عددى ٥ و ٧

وحيث عرفت اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية المحصورة بين ١ و ٩ فلاجل تحصيل الاعداد الاولية المحصورة بين ٧ ومربع ٩ الذى هو ٨١ يكفى أن تأخذ اعداد ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ * ٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ التى لا تقبل القسمة على واحد من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية

وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية المنحصرة بين ٧ و ٨١ هى

١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ *

وبهذه الطريقة أيضا تحصل جميع الاعداد الاولية المحصورة بين ٧٩ ومربع ٨١ الذى هو ٦٥٦١ وهلم جرا

وثانيا انه لاجل تحليل العدد الى عوامله الاولية نستعمل قاعدة ثمرة ٦٥ بشرط أن لا تختبر القواسم الا بالاعداد الاولية التى لا تتجاوز جذر مربع العدد المفروض

(الفصل الثانى)

(فى بيان المكعبات وجذورها)

(١٦٧) حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد معلوم (ومتساوية) يسمى مكعبا لذلك العدد أو يسمى القوة الثالثة له (كما فى ثمرة ٢٣) والعدد الذى اذا أخذ عاملا ثلاث مرات عين العدد المفروض يسمى جذر المكعب للعدد المذكور أو يسمى جذر القوة الثالثة له

فعلى هذا مكعب ٧ هو عدد ٣٤٣ الناتج من ضرب ثلاثة عوامل متساوية وهى ٧ و ٧ و ٧ وجذر مكعب ٣٤٣ هو ٧

ولاجل الدلالة على مكعب العدد يوضع رقم ٣ فوق ذلك العدد من الجهة اليمنى وللدلالة على جذر مكعب العدد يوضع ذلك العدد تحت هذه العلامة $\sqrt[3]{\ }$

فعلى هذا رقم $\sqrt[3]{٧}$ يدل على مكعب ٧ و $\sqrt[3]{٨}$ يدل على جذر مكعب ٨

(١٦٨) حيث ان مكعب أعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الخ هو ١ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ فلابد أن يكون جذر مكعب الاعداد المحصرة بين عددى ١ و ١٠٠٠ وعددى ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ منحصرا بين عددى ١ و ١٠ وعددى ١٠ و ١٠٠ الخ وعليه فمتى لم يحتو مكعب العدد الصحيح على أكثر من ٣ أرقام فجذر مكعب ذلك العدد لا يحتوى الا على رقم واحد ومتى احتوى ذلك المكعب على ٤ أو ٥ او ٦ أرقام فجذر مكعبه يحتوى على رقمين وهلم جرا

(بيان جذر مكعب الاعداد الصحيحة)

(١٦٩) حيث ان مكعب الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد أقل من $١٠^{٣}$ أى من ١٠٠٠ فجذور مكعباتها تستخرج بواسطة هذا الجدول وهو

جذور المكعبات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
المكعبات	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩

ولا مانع أيضا من استعمال هذا الجدول فى تعيين جذر مكعب المكعب الاكبر الموجود فى عدد منحصر بين مكعبات ١ * ٨ * ٢٧ * ٦٤ * ١٢٥ * ٢١٦ * ٣٤٣ * ٥١٢ * ٧٢٩ * ١٠٠٠

مثلا

مثلا * حيث ان عدد ٢٣٩ واقع بين ٢١٦ و ٣٤٣ أعنى بين $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٣}{٧}$ فجذر مكعب مكعبه الاكبر المحصر فى ٢٣٩ هو ٦

(١٧٠) اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب عدد صحيح أكبر من ١٠٠٠ فابحث أولا عن كيفية انحصار أجزاء الجذر فى المكعب بان تلاحظ لاجل ذلك أن الجذر ينحل الى عشرات وآحاد وحيث ان مربع العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوى على ثلاثة أجزاء * وهى مربع العشرات وضعف العشرات مضروبا فى الآحاد ومربع الآحاد (كما فى ثمرة ١٦٧) فلاجل استخراج مكعب ذلك العدد يكفى أن تضرب هذا المربع فى العدد المفروض فاذا ضربت أجزاء المربع الثلاثة كلا على حدته فى عشرات العدد المفروض وآحاده تحصل معك ستة حواصل جزئية

أحدها مكعب العشرات الدال على الالوف * وثانيها ضعف حاصل ضرب العشرات فى الآحاد مضروبا فى العشرات وهو يؤول الى ضعف مربع العشرات مضروبا فى الآحاد وهذا الحاصل يدل على المئات * وثالثها مربع الآحاد مضروبا فى العشرات وهو يعادل حاصل ضرب العشرات فى مربع الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات * ورابعها مربع العشرات مضروبا فى الآحاد وهو يدل على المئات أيضا * وخامسها ضعف حاصل ضرب العشرات فى الآحاد مضروبا فى الآحاد وهو يؤول الى ضعف العشرات مضروبا فى مربع الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات أيضا * وسادسها مربع الآحاد مضروبا فى الآحاد وهو عبارة عن مكعب تلك الآحاد وهذا الحاصل يدل على الآحاد

فعدد المئات (الموجودة فى الحاصل الاول والرابع) يؤول الى ثلاثة أمثال مربع العشرات مضروبة فى الاحاد * وعدد العشرات (الموجودة فى الحاصل الثالث والخامس) يؤول الى ثلاثة أمثال العشرات مضروبة فى مربع الآحاد

(١٧١) ينتج مما ذكرناه أن مكعب العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوى

على أربعة اجزاء * وهى مكعب العشرات * وحاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد * وحاصل ضرب ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد * ومكعب الآحاد * وهذه الاجزاء الاربعة تدل بالتوزيع على الوف ومئات وعشرات وآحاد

وعليه فمكعب ٦٤ مركب من أربعة أجزاء * أحدها عدد ٢١٦ من الالوف وهو مكعب ٦ التى هى عشرات ٦٤ * وثانيها ثلاثة أمثال عدد ٣٦ من المئات وهو مربع ٦ من العشرات مضروبا فى أربعة من الآحاد أعنى انه مركب من ٤٣٢ من المئات * وثالثها ثلاثة أمثال ٦ من العشرات مضروبة فى مربع ٤ من الآحاد أعنى انه مركب من ٢٨٨ من العشرات * ورابعها عدد ٦٤ الذى هو مكعب ٤ من الآحاد * ومجموع هذه الاجزاء الاربعة وهو ٢٦٢١٤٤ يدل على مكعب ٦٤

واذا أردت تحصيل مكعب ٦٤٩ فلك أن تحلل هذا العدد الى عدد ٦٤ من العشرات زائدا ٩ من الاحاد فيتركب المكعب المطلوب من أربعة أجزاء أحدها عدد ٢٦٢١٤٤ من الالوف وهو مكعب ٦٤ التى هى عشرات ٦٤٩ * وثانيها ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات وهى ٤٠٩٦ من المئات مضروبة فى ٩ من الاحاد أى ١١٠٥٩٢ من المئات * وثالثها ثلاثة أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة فى عدد ٨١ الذى هو مربع ٩ من الآحاد أى ١٥٥٥٢ من العشرات * ورابعها عدد ٧٢٩ وهو مكعب ٩ من الآحاد فمجموع هذه الاجزاء الاربعة وهو ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مكعب ٦٤٩

(١٧٢) ولنبين الآن كيفية استخراج جذر مكعب العدد الصحيح (بذكر مثالين) فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ١٦٢١٤٤ فتضع صورة العملية هكذا

المكعب	١٤٤ | ٢٦٢	٦٤	جذر المكعب
	٢١٦	٦ × ٣ = ١٠٨	
الباقى الاول	٤٤ | ٤٦١	٤٣٢٠٠	
	٤٤ ٤٦١	٢٨٨٠	
الباقى الثانى	٠٠ ٠٠٠	٦٤	
		٤٦١٤٤	

ثم تقول حيث ان مكعب عشرات الجذر من منزلة الالوف لا يمكن وجوده الا فى عدد ٢٦٢ الذى هو الوف ٢٦٢١٤٤ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من عدد ٢٦٢١٤٤ من الجهة اليمنى بفاصل قائم كالالف) وتقول حيث ان عدد ٢٦٢ واقع بين $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٣}{٧}$ ينتج من ذلك أن عدد ٢٦٢ ألفا يكون واقعا بين $\frac{٣}{٦}$ آلاف و $\frac{٣}{٧}$ آلاف غير أن هذين العددين أعنى ٢٦٢ الفا و $\frac{٣}{٧}$ آلاف يتفاوتان ولو بالف فيكون بالضرورة عدد ٢٦٢١٤٤ المؤلف من عدد ٢٦٢ ألفا زائدا ١٤٤ من الآحاد منحصرا بين $\frac{٣}{٦}$ آلاف و $\frac{٣}{٧}$ آلاف اعنى بين مكعب ٦ من العشرات ومكعب ٧ من العشرات أيضا فيكون حينئذ جذر مكعب ٢٦٢١٤٤ منحصرا بين ٦ من العشرات و ٧ من العشرات فهو على ذلك مركب من ٦ عشرات وبعض آحاد أقل من ١٠ فاذا أردت تحصيل هذه الآحاد فاطرح من ٢٦٢١٤٤ عدد ٢١٦ الفا الذى هو مكعب عشرات الجذر فتجد الباقى وهو ٤٦١٤٤ لا يحتوى الاعلى ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر التى هى ٦ مضروبة فى الآحاد وعلى ثلاثة أمثال ٦ من العشرات مضروبة فى مربع الآحاد وعلى مكعب الآحاد ولما كان حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات فى الآحاد مئات كان لا يمكن وجوده الا فى عدد ٤٦١ الذى هو مئات الباقى

وهو ٤٦١٤٤ (فتفصل حينئذ الرقمين الاولين من هذا الباقي بالفاصل المتقدم) وهذه المئات تحتوي على المئات المحصرة في جزء المكعب الاخيرين غير أن ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات هو ١٠٨ فاذا قسمت حينئذ ٤٦١ من المئات على ١٠٨ من المئات أيضا أي ٤٦١ على ١٠٨ دل خارج القسمة وهو ٤ من الآحاد على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه

ولاجل اختبار رقم ٤ يمكن أن نطرح $٦٤^{٣}$ من ٢٦٢١٤٤ فيدل حينئذ الصفر الباقي على أن عدد ٦٤ هو الجذر الحقيقي لمكعب ٢٦٢١٤٤

وحيث ان أول باقي وهو ٤٦١٤٤ يساوي $٢٦٢١٤٤ - ٦٠^{٣}$ توصلوا الى هذه النتيجة بطريقة مختصرة حيث طرحوا من الباقي وهو ٤٦١٤٤ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤ وهذه الاجزاء هي ٤٣٢ من المئات و ٢٨٨ من العشرات و ٦٤ من الآحاد

تنبيه * حيث ان ما ذكرناه من البراهين في تعيين عشرات جذر المكعب المطلوب يمكن العمل بمقتضاه في أي عدد كان ينتج من ذلك أن جذر مكعب المكعب الاكبر المحصر في الوف عدد من الاعداد يتعين به دائما عشرات جذر مكعب هذا العدد

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٤٥٩٤٤٩

فتضع صورة العملية هكذا

المكعب ٤٤٩ | ٣٥٩ | ٢٧٣		الجذر ٦٤٩
٢١٦		
الباقي الاول ٥٩ | ٥٧٣	$٦^{٢} \times ٣ = ١٠٨$	$٦٤^{١} \times ٣ = ١٢٢٨٨$
٤٤ ٤٦١		
الباقي الثاني ٤٩ | ١١٢١٥٤	اختبار رقم ٥ ٥٤٠٠٠	اختبار رقم ٤ ٤٣٢٠٠ — اختبار رقم ٩ ١١٠٥٩٢٠٠
١١٢١٥٤٤٩	٤٥٠٠	٢٨٨٠ — ١٥٥٥٢٠
الباقي الثالث ٠٠٠٠٠٠٠٠	١٢٥	٦٤ — ٧٢٩
	٥٨٦٢٥	٤٦١٤٤ — ١١٢١٥٤٤٩

ثم تقول حيث ان العدد المفروض محتوى على أكثر من ثلاثة أرقام فجذر مكعبه يحتوى على عشرات لايمكن أن يكون مكعبها الاجزء من ٢٧٣٣٥٩ التى هى الوف لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من يمين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ بفاصل قائم كالالف كما سبق)

وحيث ان جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٥٩ يدل على عشرات جذر المكعب المطلوب فالمسئلة تؤول الى تعيين جذر مكعب عدد ٢٧٣٣٥٩ الذى هو أقل من العدد المفروض بثلاثة أرقام (فلذا تفصل ثلاثة أرقام من يمين ٢٧٣٣٥٩ بالفاصل المتقدم) فيكون حينئذ عدد ٦ الذى هو جذر مكعب المكعب الاكبر وهو ٢١٦ المنحصر فى ٢٧٣ هو أول رقم من الجهة اليسرى من أرقام الجذر المطلوب المتألف بناء على ذلك من ثلاثة أرقام

وبهذه الكيفية يؤول الامر الى تقسيم العدد المفروض بالابتداء من الجهة اليمنى الى فصول كل منها يحتوى على ثلاثة أرقام (وربما احتوى الاخير منها على أقل من ثلاثة) ومتى كان العدد المفروض مكعبا حقيقيا دل عدد الفصول على عدد أرقام الجذر وذلك مطابق لما أسلفناه فى نمرة ١٦٨

واذا أجريت العملية كما فى المثال الاول ظهر لك (بعد اختبار رقمى ٥ و ٤) أن جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٥٩ هو ٦٤ وأن

٣

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤ هو ١١٢١٥ فيكون حينئذ جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ مؤلفا من ٦٤ من العشرات ومن بعض آحاد يعبر عنها برقم واحد فقط

ولاجل تعيين رقم آحاد الجذر المطلوب نبحث عن التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

٣

ومكعب ٦٤ التى هى عشرات الجذر ونتوصل الى ذلك بطرح ٦٤٠ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ومنه يخرج الباقى الثانى وهو ١١٢١٥٤٤٩ لكن يسهل استخراج هذا الباقى بملاحظة انه لما كان عدد ١١٢١٥ هو

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و $٦٤^{٣}$ حسبما اقتضته العملية التي نتجت عنها
عشرات الجذر وهي ٦٤ أمكن تحصيل التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ و $٦٤٠^{٣}$
بتنزيل فصل ٤٤٩ على يمين ١١٢١٥
وحيث ان الباقي الثاني وهو ١١٢١٥٤٤٩ مساو لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩
$٦٤٠^{٣}$ فهو محتوى على الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب الجذر المطلوب
وهي ٣ أمثال مربع ٦٤ من عشرات الجذر مضروبة في رقم الآحاد
المجهول و ٣ أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة في مربع رقم الآحاد
المجهول ومكعب الآحاد ولما كانت ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات
وهي ١٢٢٨٨ من المئات مضروبة في رقم آحاد الجذر عبارة عن مئات
كان لا يمكن وجودها الا في ١١٢١٥٤ التي هي مئات الباقي وهو
١١٢١٥٤٤٩ (فلذا ينفصل الرقمان الاولان من يمين ١١٢١٥٤٤٩
بالفاصل السابق)
وزيادة على ذلك تحتوى تلك المئات على المئات المنحصرة في جزئي المكعب
الاخيرين فاذا قسمت حينئذ ١١٢١٥٤ على ١٢٢٨٨ دل عدد ٩
الذي هو آحاد خارج القسمة على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه فلاجل
اختبار عدد ٩ المذكور نطرح $٦٤٩^{٣}$ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩
فيدل الصفر الباقي على أن عدد ٦٤٩ هو الجذر الحقيقي لمكعب
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ غير أن الاخصر أن نطرح من الباقي الثاني الذي هو
١١٢١٥٤٤٩ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب $٦٤٠ + ٩$
(كما في نمرة ١٧١) وهي ١١٠٥٩٢ من المئات و ١٠٠٥٢ من
العشرات و ٧٢٩ من الآحاد وحيث كان الباقي صفرا دل على أن عدد
٦٤٩ هو الجذر الحقيقي لمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩
وهذان المثالان يكفيان في معرفة استخراج جذر مكعب العدد الصحيح
(١٧٣) كل عملية أجريتها في استخراج جذر المكعب ترى فيها أن كل باق

يساوى العدد الذى يبحث عن جذر مكعبه ناقصا مكعب الجزء الذى تحصل فى الجذر وذلك لانك تتوصل الى هذا الباقى بطرحك على التوالى جميع أجزاء مكعب العدد المتحصل فى الجذر من العدد المفروض ومتى اختل ذلك فالعملية فاسدة

(١٧٤) اذا وقع جذر مكعب العدد الصحيح بين عددين صحيحين متواليين فهذا الجذر وان وجد فى نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق بأى عدد كان وذلك أن هذا الجذر ليس عددا صحيحا ولا يمكن أن يكون كسرا لان مكعب الكسر الاصم لا يمكن أن يكون عددا صحيحا (كما فى نمرة ٨٤) فاذا قيل ان هذا الجذر أصم (كما فى نمرة ١٥٤)

(١٧٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب اى عدد صحيح أجريت العملية فى هذا العدد كما لو كان مكعبا فان لم يكن الباقى الاخير المقابل لرقم آحاد جذر المكعب صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتحصل فى الجذر على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى العدد المفروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ ما يساوى ٦٤٩ من الآحاد فى الجذر ويبقى ٩٠٩ فهذا الجذر أصم والباقى الذى هو ٩٠٩ يساوى ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ − ٦٤٩ ويدل عدد ٦٤٩ على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ فعلى هذا يكون عدد ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ واقعا بين ٦٤٩ و ٦٥٠

(١٧٦) اذا فرضت عددا يتحلل الى جزءين حيثما اتفق وضربت مربع مجموع هذين الجزءين فى نفس ذلك المجموع على ما تقدم فى قاعدة ١٥٦ دل الحاصل على مكعب هذا المجموع ورأيت أن مكعب اى مجموع مركب من جزءين يتألف من مكعب الجزء الاول ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال مربع الجزء الاول فى الثانى ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال الجزء الاول فى مربع الجزء الثانى ومن مكعب الجزء الثانى

مثلا * حيث ان ٦٤٩ يساوى ٦ من المئات زائدا ٤٩ من الآحاد فمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ يكون مؤلفا من عدد ٢١٦ مليونا الذى هو مكعب ٦ من المئات * ومن ثلاثة امثال مربع ٦ من المئات مضروبة فى ٤٩ من الآحاد * اى من ٥٢٩٢ من عشرات الالوف * ومن ثلاثة امثال ٦ من المئات مضروبة فى مربع ٤٩ من الآحاد اى من ٤٣٢١٨ من المئات * ومن عدد ١١٧٦٤٩ الذى هو مكعب ٤٩ من الآحاد

(١٧٧) اذا لم يكن الباقى المقابل لجذر المكعب المتحصل أقل من ثلاثة امثال مربع هذا الجذر زائدة ثلاثة امثال الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بواحد وان كان الباقى المذكور أقل من ثلاثة امثال مربع الجذر المتحصل زائدة ثلاثة أمثال هذا الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل لا يمكن أن يضاف اليه واحد وذلك انك لو فرضت فى قاعدة ١٧٦ أن الجزء الثانى يساوى ١ رأيت أن العدد ازداد بقدر ١ زاد مكعبه بقدر ثلاثة امثال مربع هذا العدد وبقدر ثلاثة امثال العدد المذكور وبقدر ١

مثلا اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩ ووضعت فى الجذر ٦٣ فالباقى المقابل وهو ٢٣٣١٢ أكبر من $٦٣^٣ - ٣ \times ٦٣^٢ + ٣ \times ٦٣ + ١$ اى أكبر من ١٢٠٩٧ وهذا دليل على أن الجذر وهو ٦٢ صغير جدا ولو بواحد

(بيان تكعيب الكسور الاعتيادية)

(والاعداد الاعشارية واستخراج جذرهما)

---

(١٧٨) مكعب الكسر الاعتيادى يتحصل بتكعيب كل من البسط والمقام على حدته

مثلا * مكعب $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥}$ او $\frac{٤^٣}{٥}$ اى $\frac{٦٤}{١٢٥}$

(١٧٩) اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب الكسر الاعتيادى فخذ جذر

مكعب كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة

$$\text{فعلى هذا } \sqrt[3]{\frac{٦٤}{١٢٥}} = \frac{\sqrt[3]{٦٤}}{\sqrt[3]{١٢٥}} = \frac{٤}{٥}$$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مكعب عدد واحد بان تضرب اولا احدى الكسر فى مربع مقامه لأن

$$\sqrt[3]{\frac{١١}{٣}} = \frac{\sqrt[3]{٢\times١١}}{\sqrt[3]{٢\times٢}} = \frac{\sqrt[3]{٤٤}}{٢}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبى الصحيح لعدد $\sqrt[3]{٤٤}$ هو ٣ فجذر المكعب الذى هو $\frac{١١}{٣}$ يساوى $\frac{٣}{٢}$ تقريبا

(١٨٠) مكعب الاعداد الاعشارية يحصل بتكعيب هذا العدد بقطع النظر عن الشرطة ثم تفصل عدة ارقام اعشارية من ارقام المكعب بقدر ثلاثة امثال مايوجد منها فى العدد الاعشارى المفروض ويكون الفصل من الجهة اليمنى وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة (فى نمرة ٩٨) المتعلقة بضرب الاعداد الاعشارية وعليه فعدد أرقام المكعب الاعشارية تكون دائما مكررة ٣

مثلا * اذا اردت تكعيب ٦٫٤٩ فحصل مكعب عدد ٦٤٩ وهو ٢٧٣٥٩٤٤٩ ثم افصل عن يمين هذا المكعب ستة ارقام اعشارية فيكون عدد ٢٧٣٫٣٥٩٤٤٩ الناتج هو المكعب المطلوب

(١٨١) اذا اريد استخراج جذر مكعب العدد الاعشارى يكفى أن نستخرج جذر مكعب العدد الصحيح الذى ينتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى عدة ارقام اعشارية بقدر مايوجد من الآحاد فى ثلث عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المكعب المفروض وذلك ناتج من قاعدة النمرة السابقة (ولنمثل لذلك بمثالين)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٫٣٥٩٤٤٩

فنقول حيث ان جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٦٤٩ر٠

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩٠٠٠ر٠ فنقول حيث ان ٦٤٩ هو جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ فعدد ٦٤٩٠ر٠ هو الجذر المطلوب

(١٨٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب اى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر تقريبيا محتويا على عشر أو جزء من مائة او جزء من الف الخ من الآحاد فضع العدد المفروض على وجه بحيث يكون محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية او ستة او تسعة الخ (ولنمثل لذلك باربعة امثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين جذر مكعب ١٢ر٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين اعشاريين فضع العدد المفروض على وجه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ١٢ر٥٠٠٠٠٠ ثم قل حيث ان عدد ٢٣٢ هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد $\sqrt[3]{١٢٥٠٠٠٠٠}$ فعدد ٢٣٢ر٠ هو الجذر المطلوب

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ١٢٧٠٥٤٢٧٠٠٠٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث يكون هذا الجذر محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية فلاجل تحصيل ثلاثة ارقام اعشارية فى الجذر يكفى أن تبقى من العدد المفروض ٩ ارقام اعشارية بان يكون العدد بعد الحذف هكذا ١٢٧٠٥٠٠٠٠ر٠ وحيث ان المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد $\sqrt[3]{١٢٧٠٥}$ هو ٢٣ فعدد ٢٣٠ر٠ هو الجذر المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٨٧٠٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين فضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ٨٧٠٥٠٠٠٠٠٠ر

ثم ابحث عن المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد $\sqrt[3]{٨٧٠٥٠٠٠٠٠٠}$

وهو

وهو ٢٠٦١ فيكون حينئذ ٢٠٦١ ر ٢٠ هو الجذر المطلوب

ويؤخذ من ذلك انه يكفي في استخراج جذر مكعب أي عدد صحيح بحيث يكون هذا الجذر تقريبيا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة أن تضع على يمين هذا العدد من الاصفار بقدر ثلاثة امثال الارقام الاعشارية المطلوبة في الجذر ثم تقوم جذر مكعب العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يبلغ تقريبيا جزأ من الواحد ثم تفصل من جهة هذا الجذر اليمنى عدد الارقام الاعشارية المذكورة في النتيجة التقريبية المطلوبة

المثال الرابع أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب $\frac{71}{22}$ بحيث يبلغ تقريبيا جزأ من مائة من الواحد فابحث عن خارج قسمة ٧١ على ٢٢ بحيث يتحصل معك ستة ارقام أعشارية بأن يكون العدد هكذا ٢٢٧٢٧٢ ر ٣ وحيث ان جذر مكعب ٢٢٧٢٧٢ ر ٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ٢٤٧ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية فعدد ٢٤٧ ر ١ هو الجذر المطلوب

وبالجملة فلاجل استخراج جذر مكعب الكسر الاعتيادي بحيث يكون هذا الجذر تقريبيا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ثلاثة امثال الارقام الاعشارية المطلوبة في الجذر ثم تبحث عن جذر مكعب ذلك الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية اللازمة للنتيجة التقريبية المطلوبة

(١٨٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر مكعب أي عدد (صحيحا كان او كسرا اعتياديا او اعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام الاعشارية فأجر العملية بشرط أن تزيد يقينا اعشاريا على الجذر ثم احذف هذا الرقم بموجب ما تقدم في نمرة ١٠٥

(١٨٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر مكعب عدد صحيح باقل من كسر مفروض بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكافئ يكون مقامه مكعب

مقام الكسر المفروض

مثلا * اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب ٥ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

فيكون $\sqrt[3]{٥} = \sqrt[3]{\frac{٣}{٧}} = \sqrt[3]{\frac{٣}{٧ \times ٥}} = \sqrt[3]{\frac{١٧١٥}{٣}} = \frac{\sqrt[3]{١٧١٥}}{٧}$

وحيث كان جذر مكعب ١٧١٥ منحصرا بين ١١ و ١٢ فجذر مكعب ٥ ينحصر بين $\frac{١١}{٧}$ و $\frac{١٢}{٧}$ فيدل حينئذ كل من هذين الكسرين على $\sqrt[3]{٥}$ باقل من $\frac{١}{٧}$ من الواحد

(١٨٥) لا يكون العدد الزوجي مكعبا الا اذا قبل القسمة على ٨ وكذا لا يكون العدد المنتهي باصفار أو بارقام اعشارية مكعبا الا اذا كان عدد تلك الاصفار أو الارقام الاعشارية من مكررات ٣ ويبرهن على هذه الخواص بمثل ما سبق من البراهين في نمرة ١٦٥

(الفصل الثالث)

(في بيان القوى وجذورها)

(١٨٦) اذا ضربت كمية في نفسها عدة مرات فحاصل الضرب هو قوة هذه الكمية ولاجل تمييز القوى من بعضها يقال القوة الثانية والثالثة والرابعة وهكذا على حسب ما تعتبره في الكمية من كونها عاملا مرتين أو ثلاثة أو رابعة وهكذا كما في نمرة ٢٣

واذا ضربت الكمية في نفسها عدة مرات لاجل تحصيل القوة قيل لتلك الكمية جذر هذه القوة

واذا اعتبرت الكمية عاملا مرتين أو ثلاثة أو أربعة او أكثر لاجل تحصيل كمية أخرى قيل لتلك الكمية جذر القوة الثانية أو الثالثة او الرابعة وهكذا لهذه الكمية الاخيرة

فيقال على هذا حيث ان القوة الرابعة لعدد ٢ هي حاصل ضرب هذا العدد في نفسه اربع مرات وهو ١٦ فجذر هذه القوة هو عدد ٢

وقد سبق (فى فرق ٢٣ و ١٤٠) بيان كيفية الدلالة على قوة الكمية والغرض الآن بيان جذر درجة الكمية فيوضع لاجل ذلك فوق الكمية المذكورة هذه العلامة $\sqrt{\ }$ المسماة بعلامة الجذر ويوضع بين انفراجها العلامة الدالة على الجذر وهو العدد الدال على درجته فعلى هذا اذا أريد بيان الجذر الرابع لعدد ١٦ وضع هكذا $\sqrt[4]{16}$ وقيل لرقم ٤ علامة الاصل أو دليل الجذر

ثم ان كيفية ايجاد القوة لعدد من الاعداد ليس فيها عسر ولا صعوبة اذ يكفى فى ذلك أن تستخرج حاصل ضرب عدة اعداد مساوية لذلك العدد فيقال مثلا ان قوة $\frac{3}{7}$ الرابعة المعبر عنها بعباره $\left(\frac{3}{7}\right)^4$ هى $\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}$ او $\frac{3\times3\times3\times3}{7\times7\times7\times7}$ (كما فى فرة ٨٢) او $\frac{3}{7}^4$ اى $\frac{81}{2401}$

ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى رفع الكسر الاعتيادى الى قوة ما أن ترفع الى هذه القوة كلا من البسط والمقام على حدته

وينتج من ذلك انه يكفى فى تحصيل جذر درجة الكسر الاعتيادى أن تستخرج جذر كل من البسط والمقام على حدته (اعنى جذر هذه الدرجة)

فعلى هذا $\sqrt[4]{\frac{81}{2401}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{3}{7}$

واذا لم تحتو علامة الجذر المطلوب استخراجه على عوامل اولية غير ٢ و ٣ فطريق تحصيل هذا الجذر أن تستخرج على التوالى الجذور التربيعية والتكعيبية (ولنمثل لذلك باربعة أمثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين الجذر الرابع لعدد ٨١

فنأخذ جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم جذر مربع ٩ وهو ٣ فيكون ٣ هو الجذر المطلوب

وذلك لانه بموجب اجراء العملية ترى أن $٩ = ٩^{\frac{٢}{٢}}$ وأن $٨١ = ٩$ $\times ٩ = ٩^{\frac{٢}{٢}} \times ٩^{\frac{٢}{٢}} = ٩^{\frac{٤}{٢}}$ كما تقدم في نمرة ٢٤

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الرابع لعدد ١٠ بحيث يكون محتويا على ستة عشر رقما أعشاريا فتأخذ جذر مربع $\sqrt{١٠}$ وحيث ان هذا الجذر يلزم أن يحتوي على ستة عشر رقما اعشاريا فجذر $\sqrt{١٠}$ يلزم أن يحتوي أيضا على ٢×١٦ أي ٣٢ رقما اعشاريا (كما سبق في نمرة ١٦٤) فتستخرج حينئذ جذر $\sqrt{١٠}$ بحيث يكون محتويا على اثنين وثلاثين رقما اعشاريا بأن يكون هكذا

$\sqrt{١٠} = ٣٫١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣٣١٩٩٨٨٩٣٥٤٤٣٢٧١$

ثم تستخرج جذر مربع هذا العدد الاخير بحيث يكون محتويا على ١٦ رقما عشاريا بان يكون هكذا

$\sqrt[٤]{١٠} = ١٫٧٧٨٢٧٩٤١٠٠٣٨٩٢٢٨$ وهذا الجذر هو المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ٦٥٦١

فتبحث أولا عن جذر مربع ٦٥٦١ وهو ٨١ ثم عن جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم عن جذر مربع ٩ وهو ٣ فيدل هذا العدد الاخير على الجذر المطلوب لانه بموجب اجراء العملية ترى أن $٩ = ٩^{\frac{٢}{٣}}$ وأن $٨١ = ٩^{\frac{٤}{٣}} \times ٩^{\frac{٤}{٣}} = ٩^{\frac{٨}{٣}}$ وأن $٦٥٦١ = ٨١^{\frac{٢}{٣}}$

المثال الرابع أن يكون المطلوب تعيين الجذر السادس لعدد ٦٤ فتاخذ أولا جذر مربع ٦٤ وهو ٨ ثم جذر مكعب ٨ وهو ٢ فيكون هذا العدد الاخير هو الجذر المطلوب

وذلك أن $٨ = ٨^{\frac{٣}{٢}}$ و $٦٤ = ٨ \times ٨ = ٨^{\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٢}} = ٨^{\frac{٦}{٢}}$

وبمثل هذه الطريقة تتوصل الى هذه النتائج وهى

$\sqrt[\frac{٨}{١٠}]{٢} = \sqrt{١٫٧٧٨٢٧٩٤١٠٠٣٨٩٢٢٨}$ وهكذا

من الاعداد الاعشارية $= ١٫٣٣٣٥٢١٤٣$ وهكذا من الاعداد

الاعشارية و $\sqrt[\frac{١٦}{١٠}]{٢} = \sqrt{١٫٣٣٣٥٢١٤٣}$ وهكذا من

الاعداد الاعشارية $= ١٫٠٥٤٧$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\sqrt[\frac{٤}{١٠}]{٢} = \sqrt{٢٫٣٤٥٦٧٨٩٠٨٤٧٢} = ١٫٣٢٧٥$ وهكذا من

الاعداد الاعشارية

واذا أردت استخراج الجذور التى تحتوى علامتها على عوامل اولية غير ما على ٢ و ٣ فعليك بعلم الجبر

(الباب السابع)
(فى بيان النسبة والمتناسبة والمتواليات)
(وفيه أربعة فصول)

(الفصل الاول)
(فى بيان النسبة العددية والهندسية)

(١٨٧) النسبة العددية ويقال لها التفاضلية هى باقى الطرح بين كميتين * واما النسبة الهندسية فهى خارج قسمة كميتين على بعضهما فعلى هذا تكون النسبة العددية بين ١٨ و ٦ مثلا هى ١٨ — ٦ او ١٢ والنسبة الهندسية بين ١٨ و ٦ هى $\frac{١٨}{٦}$ او ٣ وهذان العددان اعنى ١٨ و ٦ هما حدا كل من هاتين النسبتين * فالحد الاول وهو ١٨ يسمى المقدم والثانى وهو ٦ يسمى التالى

(١٨٨) لا تتغير النسبة العددية بزيادة الحدين او نقصهما بمقدار واحد لان العددين اذا زادا بكمية واحدة او نقصا كذلك فباقى طرحهما لا يتغير فعلى هذا تكون النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ٧ + ٤ و ٥ + ٤ او ١١ و ٩ لان ٧ — ٥ = ١١ — ٩

(١٩٨) لا تتغير النسبة الهندسية بضرب الحدين فى عدد واحد أو قسمتهما عليه لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد ولا بقسمتهما عليه (كما فى ثمرة ٣٥)

فعلى هذا تكون النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ هى عين النسبة الهندسية بين ٧ × ٤ و ٣ × ٤ أو ٢٨ و ١٢ لان خارج قسمة ٧ على ٣ هو عين خارج قسمة ٧ × ٤ على ٣ × ٤

(الفصل الثانى)
(فى بيان المتناسبة العددية والهندسية)

(١٩٠) المتناسبة هى اجتماع نسبتين متساويتين * ولتمثل لذلك فنقول

حيث

حيث ان النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ١١ و ٩ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتالف منها متناسبة عددية توضع هكذا ٧ ٥ ١١ ٩ وينطق به هكذا ٧ الى ٥ كنسبة ١١ الى ٩

وحيث ان النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ مساوية للنسبة الهندسية بين ٢٨ و ١٢ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتالف منها متناسبة هندسية توضع هكذا ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وينطق بها هكذا ٧ الى ٣ كنسبة ٢٨ الى ١٢

ويسمى المقدم والتالى الاولان بحدى النسبة الاولى والمقدم والتالى الاخيران بحدى النسبة الثانية والحد الاول والرابع بالطرفين والثانى والثالث بالوسطين

والحد الرابع من اى متناسبة كانت يسمى بالرابع المتناسب للحدود الثلاثة الاخرى ومتى كان الوسطان متساويين تسمى المتناسبة متصلة او متوالية والحد الوسط الذى هو ٧ الموجود فى متناسبة ٧٠٥ ٩٠٧ المتصلة هو الوسط المتناسب العددى بين ٥ و ٩ وصورة وضع هذه المتناسبة على ما جرت به عادتهم هكذا ٥ ٧٠٩ وعدد ٩ هو الثالث المتناسب العددى لعددى ٥ و ٧

والمتناسبة ٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ تسمى متناسبة هندسية متصلة او متوالية * وتوضع عادة هكذا ٤ ١٢ ٣٦ * وعدد ١٢ هو الوسط الهندسى بين ٤ و ٣٦ * وعدد ٣٦ هو الثالث المتناسب الهندسى بين ٤ و ١٢

(بيان المتناسبة العددية)

(١٩١) كل متناسبة عددية فمجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين وذلك لان المتناسبة ٥٠٧ ٩٠١١ العددية تدل على ان نسبة ٧ — ٥ تساوى نسبة ١١ — ٩ فعلى هذا اذا أضفت الى كل من هاتين النسبتين

مجموع التالين وهو ٥ + ٩ = كانت النتيجتان متساويتين وهما ٧ — ٥ + ٥ + ٩ و ١١ — ٩ + ٥ + ٩ لكن حيث ان ٧ — ٥ + ٥ + ٩ يؤول الى ٧ + ٩ و ١١ — ٩ + ٥ + ٩ يؤول الى ١١ + ٥ فالمتناسبة ٥٠٧ : ٩٠١١ ينتج منها أن ٧ + ٩ = ١١ + ٥ وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٢) اذا سارى مجموع عددين مجموع عددين آخرين تالف من الاعداد الاربعة متناسبة عددية يكون طرفاها احد المجموعين ووسطاها المجموع الآخر وليكن مثلا ٧ + ٩ = ١١ + ٥

فاذا طرح من هاتين الكميتين المتساويتين مجموع ٥ + ٩ فالعددان الباقيان متساويان بالضرورة غير انه يكفي في طرح ٥ + ٩ من ٧ + ٩ أن تطرح اولا ٩ من ٧ + ٩ فيكون الباقي ٧ ثم تطرح ٥ من ٧ وتعبر عن باقي الطرح بهذه العبارة بان تقول ٧ — ٥ وكذلك طرح ٥ + ٩ من ١١ + ٥ فتطرح اولا ٥ من ١١ + ٥ فيكون الباقي ١١ ثم تطرح ٩ من ١١ وتعبر عن باقي الطرح بهذه العبارة بان تقول ١١ — ٩

فينتج حينئذ من مساواة ٧ + ٩ = ١١ + ٥ ان ٧ — ٥ = ١١ — ٩ وتكون حينئذ نسبة ٧ — ٥ العددية مساوية لنسبة ١١ — ٩ العددية ومن ذلك تتالف هذه المتناسبة العددية وهي ٧ ٠ ٥ : ١١ ٠ ٩ وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٣) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة تناسبا عدديا فمجموع الطرفين لا يساوي مجموع الوسطين لانه اذا فرض أن هذين المجموعين متساويان يتالف من تلك الاعداد الاربعة متناسبة عددية كما في (١٩٢) وهو خلاف الفرض

(١٩٤) كل متناسبة عددية فالحد الرابع فيها يساوي مجموع الوسطين ناقصا الحد

الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٥٠٧ : ٩٠١١ تفيد ٧+٩=٥+١١ فاذا طرح عدد ٧ من هاتين الكميتين المتساويتين وهما ٧+٩ و ٥+١١ كان الباقيان وهما ٩ و ٥ × ١١ — ٧ متساويين * وعليه فعدد ٩ الذى هو الحد الرابع من متناسبة ٥٠٧ : ٩٠١١ يساوى مجموع الوسطين وهو ٥ + ١١ ناقصا الحد الاول وهو ٧ وبذلك ثبت المطلوب

ومثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل أحد الوسطين بطرح الوسط الآخر من مجموع الطرفين

فعلى هذا اذا علم من المتناسبة العددية ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد الرابع

(١٩٥) الوسط المتناسب العددى بين اى عددين يساوى نصف مجموعهما الان مجموع العددين المفروضين يساوى بمقتضى نمرة ١٩١ ضعف الوسط المتناسب العددى المطلوب

وعليه فالوسط المتناسب العددى بين عددى ٥ و ٩ هو نصف ٥ + ٩ اى ٧ وبذلك يكون

٥٠٧ : ٧٠٧ : ٩٠٧

(١٩٦) كل متناسبة عددية يمكن أن تحصل فيها التغيرات الآتية بدون أن تختل بذلك المساواة بين مجموع الطرفين ومجموع الوسطين كما سبق فى نمرة ١٩٢

مثلا حيث ان متناسبة ٥٠٧ : ٩٠١١ تفيد ٧ + ٩=٥+ ١١ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتولد عنها بالتغير ثمانية متناسبات وهى

٥٠٧ : ٩٠١١	١١٠٧ : ٩٠٥
٥٠٩ : ٧٠١١	١١٠٩ : ٧٠٥
٧٠٥ : ١١٠٩	٩٠٥ : ١١٠٧
٧٠١١ : ٥٠٩	٩٠١١ : ٥٠٧

(بيان المتناسبة الهندسية)

(١٩٧) انما سميت المتناسبة الهندسية بهذا الاسم لانها كثيرة الاستعمال في الهندسة ومتى ذكرنا من الآن فصاعدا كلمة نسبة او متناسبة بدون قيد فالمراد الهندسية لا غير

(١٩٨) حاصل ضرب الطرفين في كل متناسبة يساوى حاصل ضرب الوسطين

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مثلا تدل على أن كسر $\frac{٧}{٣} = \frac{٢٨}{١٢}$ فينتج من التنبيه الثالث من غرة ٧٤ أن ٧ × ١٢ = ٢٨ × ٣ وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٩) اذا كان حاصل ضرب عددين يساوى حاصل ضرب عددين آخرين تركب من الاعداد الاربعة متناسبة طرفاها أحد الحاصلين ووسطاها الحاصل الآخر

وذلك انه اذا كان حاصل ٧ × ١٢ يساوى حاصل ٢٨ × ٣ وقسم كل منهما على ٣ × ١٢ كان خارجا القسمة وهما $\frac{١٢ \times ٧}{١٢ \times ٣}$ و $\frac{٣ \times ٢٨}{١٢ \times ٣}$ متساويين فاذا حذف العامل المشترك وهو ١٢ من الكسر الاول و ٣ من الكسر الثاني تحصل كسران متكافئان وهما $\frac{٧}{٣}$ و $\frac{٢٨}{١٢}$ وحيث ان نسبة $\frac{٧}{٣} = \frac{٢٨}{١٢}$ ينتج من ذلك هذه المتناسبة وهى ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وبذلك يثبت المطلوب

(٢٠٠) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة فحاصل ضرب الطرفين لا يساوى حاصل ضرب الوسطين لانه اذا فرض أن هذين الحاصلين متساويان تركب من هذه الاربعة متناسبة كما في غرة ١٩٩ وهذا خلاف الفرض

(٢٠١) الحد الرابع من اى متناسبة يساوى حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد بمقتضى غرة ١٩٨ ٧ × ١٢ = ٣ × ٢٨ فاذا قسم كل من ٧ × ١٢ و ٣ × ٢٨ على ٧ كان

خارجا القسمة وهما ١٢ و $\frac{٣\times٢٨}{٧}$ متساويين

وعليه فعدد ١٢ الذى هو الحد الرابع من متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مساو لحاصل ضرب الوسطين وهو ٣ × ٢٨ مقسوما على الحد الاول وهو ٧ وبهذا يثبت المطلوب

وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل كل من الوسطين بقسمة حاصل ضرب الطرفين على أحدهما

فعلى هذا اذا علم من المتناسبة ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد الرابع

فاذا أردت استخراج الحد الرابع من متناسبة حدودها الثلاثة الاولى معلومة كحدود ٦ و ٢ و ٢٤ مثلا فانك ترمز الى الحد المجهول بحرف س فيتحصل معك ماصورته ٦ : ٢ :: ٢٤ : س وينتج من ذلك أن

$$س = \frac{٢٤\times٢}{٦} = ٨$$

(٢٠٢) الوسط المتناسب الهندسى بين عددين يساوى جذر مربع حاصل ضرب هذين العددين وذلك لان العددين المذكورين حيث كانا طرفى المتناسبة وكان الوسطان متساويين فحاصل ضرب هذين العددين يساوى مربع الوسط المتناسب كما سبق فى غرة (١٩٨) (ولتمثل لذلك بمثالين فنقول)

المثال الاول اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا هندسيا بين عددى ٤ و ٣٦ فاضرب أحدهما فى الآخر فيخرج الحاصل ١٤٤ ثم استخرج جذر مربع هذا العدد فيتحصل معك ١٢ فهذا الجذر هو الوسط المتناسب المطلوب وينتج من ذلك متناسبة متصلة وهى

٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ او ٤ : ١٢ : ٣٦

المثال الثانى اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا بين عددى ١ و ١٠ فاستخرج جذر مربع ١٠ الا أن هذا الجذر اصم كما فى غرة (١٥٤) فلا يوجد حينئذ فى الاعداد الصحيحة ما يوافق المسئلة على التحقيق فاستخرج جذرا

تقريبيا بقدر الامكان كما تقدم فى المثال الثانى من نمرة (١٨٦) وهذا الجذر هو الوسط المتناسب المطلوب

(٢٠٣) كل متناسبة يمكن أن يحصل فيها التغييرات الآتية بدون أن تختل المساواة بين حاصل ضرب الوسطين وحاصل ضرب الطرفين كما تقدم فى نمرة (١٩٩) مثلا حيث ان متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٧ × ١٢ = ٣ × ٢٨ كما فى نمرة (١٩٨) فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتولد عنها بالتغير ثمانية متناسبات وهى

٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢	٧ : ٢٨ :: ٣ : ١٢
١٢ : ٣ :: ٢٨ : ٧	١٢ : ٢٨ :: ٣ : ٧
٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨	٣ : ١٢ :: ٧ : ٢٨
٢٨ : ٧ :: ١٢ : ٣	٢٨ : ١٢ :: ٧ : ٣

تنبيهات * الاول المتناسبات الاربع الاول تفيد أنه اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة فانه لا يتغير تناسبها بتغير موضع الوسطين او الطرفين

التنبيه الثانى * المتناسبات الاربع الاخرى تفيد أن المتناسبة لا تختل بوضع الطرفين موضع الوسطين والعكس

التنبيه الثالث حيث ان متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٣ : ١٢ :: ٧ : ٢٨ ينتج من ذلك أن كل متناسبة تكون فيها نسبة التالى الاول الى الثانى التالى الثانى مساوية لنسبة المقدم الاول الى المقدم الثانى

(٢٠٤) ضرب أحد الطرفين وأحد الوسطين فى عدد واحد وقسمتهما على ذلك العدد لا ينعدم به التناسب لان مساواة حاصل ضرب الطرفين لحاصل ضرب الوسطين لم تزل باقية على حالها

ولنفرض متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مثلا فاذا أردنا أن نبين أن التناسب لم يزل باقيا فى صورة ما اذا ضرب كل من الطرف وهو ٧ والوسط وهو

٢٨ فى ٥ لاحظنا انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٧ × ١٢ = ٣ × ٢٨ كما فى ثمرة (١٩٨) كان ٧ × ١٢ × ٥ = ٣ × ٢٨ × ٥ فاذن يكون (٧ × ٥) × ١٢ = ٣ × (٢٨ × ٥) فيكون ٧ × ٥ : ٣ :: ٢٨ × ٥ : ١٢

تنبيه * ماذكرناه من الخواص وسيلة الى محو ما يوجد فى المتناسبة من الحدود الكسرية والى اختصار حدود المتناسبة فى صورة ما اذا وجد عامل مشترك بين احد الوسطين واحد الطرفين

ولنفرض متناسبة $\frac{٢}{٣} : \frac{٥٠٠}{٧} :: ٤ : \frac{٣٠٠٠}{٧}$ مثلا فلاجل محو مقامى ٣ و ٧ نضرب على التوالى حدّى $\frac{٢}{٣}$ و ٤ فى ٣ وحدّى $\frac{٥٠٠}{٧}$ و $\frac{٣٠٠٠}{٧}$ فى ٧ فينتج من ذلك متناسبة أخرى وهى ٢ : ٥٠٠ :: ١٢ : ٣٠٠٠ وهذه المتناسبة الاخيرة يمكن اختصارها بقسمة كل من حدّى ٥٠٠ و ٣٠٠٠ على ١٠٠ فينتج من ذلك متناسبة أخرى وهى ٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٠

(٢٠٥) اذا كان هناك متناسبتان وكان بينهما نسبة مشتركة فالنسبتان الاخريان يتولد منهما متناسبة لان هاتين النسبتين لما كانتا مساويتين للنسبة المشتركة كانتا متساويتين فاذن ينتج من متناسبتى ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١ و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤ متناسبة أخرى وهى ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤

(٢٠٦) اذا كان هناك متناسبتان متحدتان فى المقدم أو التالى تركب من الحدود الاربعة الباقية متناسبة أخرى وهذه الخاصية تنتج عما قبلها بتغيير موضع الوسطين أو الطرفين

فيتركب مثلا من متناسبتى ٥ : ١٥ :: ٧ : ٢١ و ٥ : ١٠ :: ٧ : ١٤ هذه المتناسبة وهى ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤ لانه بتغيير موضع الوسطين كما فى ثمرة ٢٠٣ يصير المتناسبتان هكذا ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١ و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤

وحيث ان هاتين المتناسبتين فيهما نسبة مشتركة فقاعدة ثمرة ٢٠٥ ينتج منهما متناسبة ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤

(٢٠٧) كل متناسبة لا تخلو عن خواص

احداها نسبة مجموع الحدين الاولين الى الثانى كنسبة مجموع الحدين الاخيرين الى الرابع وذلك انه حيث كانت نسبة المقدم الى تاليه تدل على خارج قسمة أول هذين العددين على الثانى فان ضم الى كل مقدم تاليه زادت بالضرورة كل نسبة بمقدار واحد من الآحاد كما تقدم فى نمرة ٣٦ وحيث ان النسبتين الاوليين متساويتان فالنسبتان المحصلتان متساويتان ايضا ويثبت المطلوب

فتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤

اى ٢٤ : ٦ :: ١٦ : ٤

وذلك انه حيث كان خارج قسمة كل مقدم على تاليه فى المتناسبة الاولى يساوى ٣ ينتج من ذلك انه اذا قسم كل مقدم زائدا تاليه على ذلك التالى بعينه كان خارج القسمة المتحصل ٣ + ١ اى ٤ فاذن تكون النسبتان المتحصلتان متساويتين

الثانية * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى الحد الثانى كنسبة باقى طرح الحدين الاخيرين الى الحد الرابع لانها انقسر من كل مقدم تاليه نقصت كل نسبة بمقدار واحد من الآحاد وحيث ان النسبتين الاوليين متساويتان فالنسبتان المتحصلتان يتساويان أيضا

فتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤

اى ١٢ : ٦ :: ٨ : ٤

تنبيه * متناسبة ٦ : ١٨ :: ٤ : ١٢ تفيد أيضا ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤ لان المتناسبة الاولى بموجب خواص نمرة ٢٠٣ تؤول الى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ وقد سبق ايضا أن المتناسبة الاخيرة تفيد ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤

الثالثة نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع أو كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

فالمتناسبة الاولى وهى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد المتناسبة الثانية وهى ١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤ والمتناسبة الثالثة وهى ١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ١٨ : ١٢

لان

لان المتناسبة الاولى بموجب الخاصية الاولى من هذه النمرة تفيد
١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤ فاذا تغير موضع الوسطين فى هذه المتناسبة الاخيرة
كما تقدم فى نمرة ٢٠٣ تحصلت المتناسبة الثانية

ومقتضى التنبيه الثالث من نمرة ٢٠٣ أن المتناسبة الاولى تفيد الرابع وهو
٦ : ٤ :: ١٨ : ١٢ وحيث انه يوجد فى المتناسبة الثانية والرابعة نسبة مشتركة
فان أجريت عليهما قاعدة نمرة ٢٠٥ نتج من ذلك المتناسبة الثالثة وهى
١٨ + ٦ : ٦ + ١٢ : ٤ :: ٨ : ١٢

الرابعة * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين
كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد
الثالث

وطريق البرهنة على هذه الخاصية كالبرهنة على الثالثة فتناسبة
١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤ :: ٦ : ٤ و ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤
:: ١٨ : ١٢

الخامسة * نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة
باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين * وهذه الخاصية
تنتج من الثالثة والرابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فالمتناسبة الاولى وهى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد بموجب الخاصية
الثالثة والرابعة ١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ٦ : ٤ و ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤ :: ٦ : ٤
وينتج عن هاتين المتناسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ هذه المتناسبة وهى
١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ١٢ — ٦ : ١٢ — ٤ ويثبت المطلوب

السادسة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التاليين كنسبة كل مقدم
الى تاليه * ويكفى فى البرهنة على هذه الخاصية أن تغير موضع الوسطين
فى المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة فى الخاصية الثالثة على
المتناسبة المتحصلة

فتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤ كما فى نمرة ٢٠٣

واذا طبقت القاعدة المذكورة فى الخاصية الثالثة على هذا المتناسبة الاخيرة تحصل ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٨ : ٦ ويثبت المطلوب

السابعة نسبة باقى طرح المقدمين الى باقى طرح التاليين كنسبة كل مقدم الى تاليه وهذه الخاصية يبرهن عليها كالسادسة بأن تغير أولا موضع الوسطين فى المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة فى الخاصية الرابعة على المتناسبة المتحصلة

فمتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٨ : ٦

الثامنة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التاليين كنسبة باقى طرح المقدمين الى باقى طرح التاليين وهذه الخاصية ناتجة عن السادسة والسابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فمتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد بموجب الخاصية السادسة والسابعة ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٢ : ٤ ويفتح عن هاتين المتناسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ أن ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ ويثبت المطلوب

التاسعة * اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة تحصل عن قواها المتشابهة متناسبة جديدة * مثلا حيث كانت متناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تدل على أن نسبة $\frac{١٨}{٦}$ تساوى نسبة $\frac{١٢}{٤}$ فقوة كسر $\frac{١٨}{٦}$ الثالثة تساوى قوة كسر $\frac{١٢}{٤}$ الثالثة فاذن يكون $\left(\frac{١٨}{٦}\right)^{٣} = \left(\frac{١٢}{٤}\right)^{٣}$ اى $\frac{١٨^{٣}}{٦^{٣}} = \frac{١٢^{٣}}{٤^{٣}}$ كما فى نمرة ١٧٨ ومن تساوى هاتين النسبتين الاخيرتين تتركب هذه المتناسبة وهى ١٨^٣ : ٦^٣ :: ١٢^٣ : ٤^٣

العاشرة * اذا كان هناك أربع كميات متناسبة تحصل عن جذورها المتشابهة متناسبة جديدة فمتناسبة ٤ : ٩ :: ١٦ : ٣٦ مثلا تفيد $\sqrt{٤} : \sqrt{٩} :: \sqrt{١٦} : \sqrt{٣٦}$

$:: \sqrt{١٦} : \sqrt{٣٦}$ اى $٢ : ٣ :: ٤ : ٦$ لانه حيث كانت نسبة $\frac{٤}{٩}$ مساوية بالفرض لنسبة $\frac{١٦}{٣٦}$ كان $\sqrt{\frac{٤}{٩}} = \sqrt{\frac{١٦}{٣٦}}$ اى $\frac{\sqrt{٤}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٣٦}}$

(٢٠٨) اذا ضربت حدود عدة متناسبات فى بعضها على الترتيب تركب من الحواصل الاربعة متناسبة جديدة لانه حيث كانت متناسبات $٣ : ٦ :: ٤ : ٨$ و $٥ : ٧ :: ٢٠ : ٢٨$ و $٢ : ١١ :: ٨ : ٤٤$ تدل على أن نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٢}{١١}$ مساوية بالتوزيع لنسب $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٢٠}{٢٨}$ و $\frac{٨}{٤٤}$ فحاصل ضرب النسب الثلاثة الاول وهو $\frac{٣ \times ٥ \times ٢}{٦ \times ٧ \times ١١}$ يساوى حاصل ضرب النسب الثلاثة الاخر وهو $\frac{٤ \times ٢٠ \times ٨}{٨ \times ٢٨ \times ٤٤}$ ويتركب من المساواة الاخيرة هذه المتناسبة وهى $٣ \times ٥ \times ٢ : ٦ \times ٧ \times ١١ :: ٤ \times ٢٠ \times ٨ : ٨ \times ٢٨ \times ٤٤$ ويثبت المطلوب

* تنبيه * هذه القاعدة وسيلة الى الخاصية التاسعة من ثمرة ٢٠٧ وذلك بان تضرب عدة متناسبات متساوية الحدود المتقابلة فى بعضها

(٢٠٩) كل جملة من النسب المتساوية تكون فيها نسبة مجموع المقدمات الى مجموع التاليات كنسبة كل مقدم الى تاليه * ولنفرض نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ المتساوية فبموجب الخاصية السادسة من ثمرة ٢٠٧ ترى أن متناسبة $٣ : ٦ :: ٤ : ٨$ تفيد هذه المتناسبة وهى $٣ + ٤ : ٦ + ٨ :: ٤ : ٨$ وحيث ان نسبة $\frac{٤}{٨}$ مساوية لنسبة $\frac{٧}{١٤}$ يحدث عن ذلك هذه المتناسبة وهى $٤ : ٨ :: ٧ : ١٤$ فاذن يكون $٣ + ٤ : ٦ + ٨ :: ٧ : ١٤$ كما فى ثمرة ٢٠٥

وبنظير ذلك يعلم أن المتناسبة الاخيرة تفيد متناسبة (١) وهو $٣ + ٤ + ٧ : ٦ + ٨ + ١٤ :: ٧ : ١٤$ كما فى الخاصية السادسة من ثمرة ٢٠٧ ويثبت المطلوب

تنبيهان * الاول لاجل الدلالة على ان نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ متساوية جرت العادة

بأن توضع هكذا ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ :: ٧ : ١٤ وتقرأ هكذا ٣ الى ٦ كنسبة ٤ الى ٨ كنسبة ٧ الى ١٤

* التنبيه الثانى متناسبة (١) تدل على انه اذا كان هنالك عدة كسور متساوية فالكسر الذى يتحصل من قسمة مجموع بسوطها على مجموع مقاماتها يكون مساويا لكل من هذه الكسور

(٢١٠) الخواص التى جعلت قاعدة لمبحث المتناسبات يمكن البرهنة عليها باعتبارين عامتين يمتازان باستنباطهما من تعريف المتناسبات

أحدهما كل متناسبة عددية مجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين وذلك لانه فى صورة ما اذا كانت المقدمات أكبر من التاليات يكون كل مقدم مساويا للتالى زائدا النسبة بحيث تؤل هذه المتناسبة وهى أول مقدم . أول تال : ثانى مقدم . ثانى تال الى متناسبة آخرى وهى اول تال + أول نسبة . أول تال : ثانى تال + ثانى نسبة . ثانى تال فيكون مجموع الطرفين مركبا من تاليين وأول نسبة ومجموع الوسطين مركبا من تاليين وثانى نسبة * وحيث كان يفهم من تعريف المتناسبة أن النسبة الاولى مساوية للنسبة الثانية فمجموع الطرفين يساوى مجموع الوسطين

واما فى صورة ما اذا كانت المقدمات اصغر من التاليات فيعوض كل مقدم بتاليه ناقصا النسبة فتجد حينئذ مجموع الطرفين مركبا من الجزءين اللذين تركب منهما مجموع الوسطين

ثانيهما كل متناسبة هندسية حاصل ضرب الطرفين فيها يساوى حاصل ضرب الوسطين

وذلك لانه لما كان بموجب تعريف التناسب كل مقدم يساوى تاليه مضروبا فى النسبة كانت هذه المتناسبة وهى أول مقدم : أول تال : : ثانى مقدم : ثانى تال تؤل الى متناسبة آخرى وهى أول تال × أول نسبة : أول تال : : ثانى تال × ثانى نسبة : ثانى تال ويفهم من ذلك أن العوامل التى تدخل فى حاصل ضرب الطرفين هى التاليان والنسبة الاولى والعوامل التى تدخل فى حاصل

ضرب الوسطين هى التاليان والنسبة الثانية * وحيث ان النسبة الاولى تساوى بالفرض النسبة الثانية يثبت المطلوب

واما بقية الخواص فيسهل استنباطها مما ذكرناه

(الفصل الثالث)

(فى تطبيق مبحث المتناسبات على حل مسائل علم الحساب)

(٢١١) مبحث المتناسبات هو وسيلة لحل معظم المسائل التى تقدم ذكرها فى الباب الخامس فاننا اذا قابلنا طريقة التحليل المذكورة هناك بطريقة التناسب المذكورة هنا ولم نبين الا مجرد العمليات رأينا انه لا اختلاف بين هاتين الطريقتين الا فى كيفية البرهنة فقط بحيث يتوصل بهما الى اجراء عمليات متحدة على الاعداد المفروضة ليستخرج بواسطتها مقادير الكميات المجهولة

ولاجل اجتناب التكرار الذى لا طائل تحته لم نذكر هنا الا مسئلة واحدة من كل جنس

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(٢١٢) المسئلة الاولى اذا كان أربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من أى عمل كان فما عدد الامتار التى يشتغلها تسعة من العملة (راجع المسئلة الرابعة من نمرة ١٣٠)

فنقول ان كمية العمل الواقع من هؤلاء العملة فى وقت واحد هى بالضرورة مناسبة لعدد العملة المستأجرين فى هذا العمل بمعنى انه اذا زاد عددهم عدة مرات زاد العمل الواقع منهم بقدر زيادة عددهم فاذا رمزنا الى عدد الامتار المطلوب بحرف س توقف استخراج المقدار المجهول المرموز اليه بهذا الحرف على هذه المتناسبة وهى ٤ : ٩ :: ٢٠ : س فينتج من ذلك أن

$$س = \frac{٩ \times ٢٠}{٤} = ٤٥$$ كما تقدم فى نمرة ٢٠١

ونتيجة هذه العملية هى عين نتيجة العملية السابقة فى المسئلة الرابعة من نمرة ١٣٠

وحيث كانت كمية العمل الواقع من العملة المذكورين تزيد فى هذه المسئلة بقدر

زيادة عددهم فنسبة العمل الصادر منهم مستقيمة بالنظر لعددهم

* تنبيه * لا يمكن تركيب نسبة الا بين كميتين من جنس واحد * وهذه النسبة عبارة عن عدد مبهم يدل على خارج قسمة احدى هاتين الكميتين على الاخرى فاذا علم ان نسبة كميتين من جنس واحد مساوية لنسبة كميتين اخريين من جنس واحد وكانت هاتان الكميتان من جنس آخر مغاير لجنس الكميتين الاوليين فالمتناسبة المركبة من تساوى هاتين النسبتين تستعمل فى استخراج الحد الرابع المجهول اذا كانت الحدود الثلاثة معلومة كما فى نمرة ٢٠١

فحيث كانت نسبة عددى ٤ و ٩ الدالين على العملة فى هذه المسئلة تساوى نسبة عددى ٢٠ و س الدالين على عدد امتار العمل المقابل لكل من العددين فعدد الامتار المطلوبة وهو س يعرف من متناسبة ٤ : ٩ :: ٢٠ : س التى اعدادها مبهمة

(٢١٣) المسئلة الثانية اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا عملا فى ظرف ١٥ ساعة فما عدد الساعات التى يستغرقها خمسة من العملة فى التوفية بالعمل المذكور (راجع المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠)

فنقول ان المدة التى يستغرقها العمل تزيد بقدر نقصان عدد العملة بمعنى انه اذا نقص عددهم عدة مرات زادت المدة التى استغرقوها فى العمل بقدر هذا النقصان فنسبة عدد ساعات العمل منعكسة بالنظر لعدد العملة

والبرهان الذى أوردناه فى المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠ يتوصل به هنا الى معرفة كيفية الانتقال من نسبة منعكسة الى نسبة مستقيمة توافقها لانه قد سبق فى النمرة المذكورة أن العملة الخمسة يستغرقون فى العمل $\frac{١٥ \times ٣}{٥}$ ساعات و يؤخذ من ذلك انه يكفى فى استخراج عدد الساعات المطلوب وهو س بدون واسطة أن تستخرج الحد الرابع من متناسبة ٥ : ٣ :: ١٥ : س التى تتألف بتركيب نسبتى ٣ : ٥ و ١٥ : س بين الكميات المتحدة الجنس كما فى المسئلة المتقدمة ثم بمساواة هاتين النسبتين بعد عكس الترتيب فى حدى النسبة الاولى

(٢١٤) متى أريد تركيب متناسبة بين نسبة مستقيمة ونسبة منعكسة توافقها يكفي قلب حدى احدى هاتين النسبتين ثم تسوية النسبة الجديدة بالنسبة الاخرى

(٢١٥) المسئلة الثالثة اذا كان هنالك عملان متفاوتان فى الصعوبة بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فما عدد الامتار التى يشتغلها العامل المذكور من العمل الثانى

فنقول حيث ان العمل ينقص بقدر زيادة الصعوبة فعدد الامتار التى يشتغلها العامل الواحد فى العملين يكون فى نسبة منعكسة بالنظر الى نسبه ٥ الى ٧ بمعنى أن عدد الامتار يكون فى نسبة ٧ الى ٥ (انظر نمرة ٢١٤) فاذن العدد المجهول المرموز اليه بحرف س وهو عدد الامتار التى يشتغلها فى العمل الثانى العامل الذى اشتغل ٢١ مترا فى العمل الاول يعرف من هذه المتناسبة وهى ٧ : ٥ :: ٢١ : س وينتج من هذا أن س = ١٥ وهو موافق للنتيجة المتحصلة فى المسئلة السابعة من نمرة (١٣٠)

(٢١٦) المسئلة الرابعة ما عدد الامتار التى يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{٥}{٨}$ لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{٦}{٨}$ (انظر المسئلة الثامنة من نمرة ١٣١)

فنقول يلزم أن يؤخذ من أمتار القماش بقدر صغر العرض والنسبة هنا بين عرض الجوخ والقماش كالنسبة بين $\frac{٦}{٨}$ و $\frac{٥}{٨}$ أو كالنسبة بين ٦ و ٥ كما تقدم فى نمرة ١٨٩ وحيث ان عدد أمتار الجوخ والقماش فى نسبة منعكسة بالنظر الى العرض أى فى نسبة ٥ الى ٦ فعدد أمتار القماش المجهول المرموز اليه بحرف س يعرف من هذه المتناسبة وهى ٥ : ٦ :: ٣٠ : س (راجع نمرة ٢١٤) وينتج من هذا أن س = $\frac{٦ \times ٣٠}{٥}$ = ٣٦ ونتيجة هذه العملية عين نتيجة العملية السابقة فى نمرة ١٣١

ثم ان طريقة العمل التى سلكناها فى حل المسائل المتقدمة تسمى بالقاعدة الثلاثية البسيطة لان الاعداد المذكورة فى كل مسئلة منها ثلاثة وتسمى

أيضا بالقاعدة الثلاثية البسيطة المستقيمة أو المنعكسة اذا لوحظ وصف النسبتين بالاستقامة أو الانعكاس

(القاعدة الثلاثية المركبة)

(٢١٧) المسئلة الخامسة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد مدة ثلاث ساعات واشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى يومين اذا كانوا لا يستغرقون فى العمل الا ٧ ساعات من اليوم (راجع المسئلة التاسعة من نمرة ١٣٢)

الحل الاول ينبغى أن تلاحظ على التوالى عدد العملة والساعات والايام فنتوصل بذلك الى حل المسائل الآتية وهى

اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد ثلاث ساعات فاشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها فى خمسة أيام ثلاثة عملة يشتغلون من كل يوم منها ثلاث ساعات

فنقول حيث ان عدد الساعات والايام لم يتغير يقال اذا كان العاملان يشتغلان ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة

فنقول عدد الامتار المطلوب هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى

٢ : ٣ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = ١٣٥

وعليه فعدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى ظرف خمسة أيام كل يوم منها ثلاث ساعات ١٣٥ مترا

واذا أجريت العملية بنحو هذه الطريقة وجدت بواسطة قاعدتين كما تاهما ثلاثية بسيطة مستقيمة أن عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى ظرف خمسة أيام كل يوم منها سبع ساعات ٣١٥ مترا وأن عدد الامتار التى يشتغلونها فى ظرف يومين كل يوم منها سبع ساعات ١٢٦ مترا

وتختصر هذه العمليات بحذف الاجزاء المتكررة والاقتصار على بيان الضروب والقسم كما هو الغالب فى مثل تلك العمليات * والاختصار فى ذلك على ثلاث صور

احداها عاملان اشتغلا ٩٠ مترا فما عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة

فنقول ٢ : ٣ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = $\frac{٣\times٩٠}{٢}$

ثانيتها حصل في ظرف ٣ ساعات عمل $\frac{٣\times٩٠}{٢}$ مترا فما عدد الامتار التي يحصل عملها في ٧ ساعات

فنقول ٣ : ٧ :: $\frac{٣\times٩٠}{٢}$: س وينتج من هذا أن س = $\frac{٧\times٣\times٩٠}{٣\times٢}$

ثالثتها حصل في ظرف ٥ أيام عمل $\frac{٧\times٣\times٩٠}{٣\times٢}$ مترا فما عدد الامتار التي يحصل عملها في يومين

فنقول ٥ : ٢ :: $\frac{٧\times٣\times٩٠}{٣\times٢}$: س وينتج من هذا أن س = $\frac{٢\times٧\times٣\times٩٠}{٥\times٣\times٢}$

فاذا حذفنا عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حدي هذا الكسر الاخير وقسمنا ٩٠ × ٧ على ٥ كان الخارج ١٢٦ وهو عدد الامتار المطلوب

ونتيجة هذه العملية عين النتيجة السابقة في نمرة ١٣٢

ولما كان هذا الحل متوقفا على ثلاث قواعد بسيطة مستقيمة سمي بالقاعدة الثلاثية المركبة المستقيمة

الحل الثاني * يمكن تعليق حل المسئلة المتقدمة على قاعدة ثلاثية بسيطة واحدة وذلك أن العاملين اللذين يشتغلان ٣ ساعات يعملان من الامتار بقدر ما يشتغله العامل الواحد في مدة ٢ × ٣ س ع واذا اشتغل العامل خمسة أيام كل يوم منها ٢ × ٣ س ع كانت مدة عمله ٢ × ٣ × ٥ أعني ٢ × ٣ × ٥ ساعات وعليه فالعاملان اللذان يشتغلان خمسة أيام كل يوم منها ثلاث ساعات يكون عدد أمتار عملهما بقدر ما يشتغله العامل الواحد في ظرف ٢ × ٣ × ٥ اى ٣٠ ساعة

وكذلك اذا كان العملة ثلاثة واشتغلوا يومين كل يوم منهم ٧ ساعات فعدد أمتار عملهم يكون بقدر ما يشتغله العامل الواحد في ظرف ٣ × ٧ × ٢

اى ٤٢ ساعة

وتؤل المسئلة حينئذ الى مسئلة هى اذا اشتغل العامل الواحد ٩٠ مترا فى ظرف ٣٠ ساعة فما عدد الامتار التى يشتغلها فى ظرف ٤٢ ساعة

فنقول ان عدد الامتار المطلوب المرموز اليه بحرف س عبارة عن الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى ٣٠ : ٤٢ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = ١٢٦

المسئلة السادسة اذا اشتغل عاملان فى اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا فى ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا فما عدد الايام التى يستغرقها ثلاثة عملة يشتغلون سبع ساعات فى كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا (راجع المسئلة العاشرة من غرة ١٣٢)

فنقول انك اذا جريت فى البرهنة هنا على ما تقدم فى المسئلة الخامسة رأيت بواسطة قاعدتين ثلاثيتين بسيطتين أن العملة الثلاثة اذا اشتغلوا خمسة أيام كل يوم منها ٣ ساعات يكون عدد امتار عملهم ١٣٥ مترا وانهم اذا اشتغلوا فى كل يوم من الخمسة ٧ ساعات يكون عدد الامتار ٣١٥ مترا

فاذا أردت أن تستخرج من ذلك عدد الايام التى تكفى لشغل ثلاثة عملة يشتغلون فى اليوم الواحد ٧ ساعات لاجل عمل ١٢٦ مترا فلاحظ انه حيث كان عدد كل من العملة وساعات الشغل واحدا فى المسئلتين يكفى فى ذلك حل مسئلة هى

اذا اشتغل العملة ٣١٥ مترا فى ظرف ٥ أيام فما عدد الايام اللازمة لهم فى عمل ١٢٦ مترا

فنقول ان عدد الايام المطلوب هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى ٣١٥ : ١٢٦ :: ٥ : س كما فى غرة (٢١٢) وينتج من هذا أن س = ٢

وعليه فالعملة الثلاثة اذا اشتغلوا ٧ ساعات فى كل يوم يلزم لهم يومان فى عمل ١٢٦ مترا

واذا اقتصرت على تعيين الضروب والقسم وجدت عدد الايام المطلوب هو

$\frac{١٢٦ \times ٣ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٩٠}$ او $\frac{١٢٦ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٩٠}$ أى ٢

ونتيجة هذه العملية عين النتيجة السابقة فى نمرة ١٣٢

(٢١٨) المسئلة السابعة اذا اشتغل عاملان ٨ امتار فى جسر مثلا فاعدد الامتار التى يشتغلها خمسة عملة فى جسر آخر مع فرض أن نسبة صعوبة العمل الاول الى صعوبة الثانى كنسبة ٣ الى ٤

فنقول يبحث أولا عن عدد الامتار التى يشتغلها العملة الخمسة من الجسر الاول بأن تركب هذه المتناسبة وهى ٢ : ٥ :: ٨ : س وينتج من هذا أن س = ٢٠

وحيث ان الخمسة اشتغلوا ٢٠ مترا من الجسر الاول لزم أن يستخرج من ذلك عدد الامتار التى يشتغلونها من الجسر الثانى

وحيث كانت النسبة بين صعوبة العملين كنسبة ٣ الى ٤ فنسبة عدد الامتار التى يشتغلها الخمسة منعكسة بالنظر الى نسبة ٣ الى ٤ أعنى انها تكون كنسبة ٤ الى ٣ فاذن يكون عدد الامتار فى العمل الثانى الواقع من الخمسة هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى

٤ : ٣ :: ٢٠ : س كما فى نمرة (٢١٤) وينتج من هذا أن س = ١٥

وانما سميت القاعدة المتقدمة بالثلاثية المركبة المستقيمة أو المنعكسة لانه توصل فيها الى النتيجة بواسطة عدة قواعد بسيطة مستقيمة ومنعكسة

(قاعدة الشركة)

فرنك

(٢١٩) المسئلة الثامنة اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٠٠ فرنك و ٥٠٠ فرنك و ٧٠٠ فرنك وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك من ذلك الربح (راجع المسئلة الرابعة عشر من نمرة ١٣٤)

فرنك فرنك

فنقول ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة ١٥٠٠ ومجموع الربح ٤٥٠٠

وحيث كان يلزم أن يكون بين الارباح ورؤوس الاموال تناسب فاستخراج تلك

الارباح يتوقف على هذه المتناسبات

١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٣٠٠ : س و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٥٠٠ : س

و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٧٠٠ : س

فاذا قسمت حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ١٥٠٠ كان الخارج هذه المتناسبات المتكافئة وهى ١ : ٣ :: ٣٠٠ : س و ١ : ٣ :: ٥٠٠ : س و ١ : ٣ :: ٧ : س وحينئذ تكون الحدود الرابعة وهى ٩٠٠ و ١٥٠٠ و ٢١٠٠ من تلك المتناسبات هى الارباح المطلوبة فيكون لاحد الشركاء

فرنك فرنك فرنك

٩٠٠ وللثانى ١٥٠٠ وللثالث ٢١٠٠

فرنك فرنك

المسئلة التاسعة اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هى ١٠٠ و ٢٥٠

فرنك

و ٥٠ ومكث رأس المال الاول فى الشركة ثلاثة أشهر والثانى شهرين

فرنك

والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فما يكون ربح كل شريك بالنسبة لرأس ماله (راجع المسئلة السادسة عشر من ثمرة ١٣٤)

فنقول ان ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التى مكثها فى الشركة بمعنى أن قياسه يتركب منهما * وماذكرناه من البراهين فى المسئلة السادسة عشر من الثمرة المذكورة يدل على أن الارباح فى هذه المسئلة هى عين الارباح فى التى قبلها

(مسائل تتعلق بالفوائد البسيطة والمركبة)

(٢٢٠) يفرض أن سعر المال خمسة على المائة فى السنة الواحدة * وقد تقدم فى ثمرة ١٤٠ انه فى المسائل المتعلقة بالفوائد المركبة تحسب أرباح الارباح سنة فسنة

ثم ان حل المسائل المتعلقة بالفوائد يمكن أن يستنتج من قاعدتين *

الاولى اذا تساوت المدد كان بين الربح البسيط ورأس المال تناسب *
الثانية كل ربح بسيط من أى رأس مال يكون بينه وبين المدة التى مكثها للارباح تناسب

(مسائل تتعلق بالارباح البسيطة)

(٢٢١) المسئلة العاشرة ما الذى يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا فى مدة ثلاث سنوات (راجع المسئلة السابعة عشر من نمرة ١٣٦)

فنقول حيث ان ربح المائة السنوى ٥ فرنكات فربح مائة فرنك فى مدة
فرنك فرنك
ثلاث سنوات هو ٥ × ٣ اى ١٥ وعليه فمائة فرنك نقدا تعادل
فرنك فرنك فرنك
فى ثلاث سنوات ١٠٠ + ١٥ اى ١١٥ فاذن يتحصل مقدار
٤٨٠٠٠٠ بعد ثلاث سنوات بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٠٠
: ٤٨٠٠٠٠ :: ١١٥ : س وينتج من هذا أن س = ٥٥٢٠٠٠
فرنك فرنك
فاذن يعادل ٤٨٠٠٠٠ نقدا فى ثلاث سنوات ٥٥٢٠٠٠
وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات هو ٥٥٢٠٠٠ — ٤٨٠٠٠٠
اى ٧٢٠٠٠ فرنك

واذا أردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح
فرنك
١٠٠ فرنك فى ثلاث سنوات هو ١٥ يتحصل الربح المطلوب بواسطة
هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: ١٥ : س وينتج من هذا أن س
= ٧٢٠٠٠ فرنك

المسئلة الحادية عشر ما يعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات وأربعة أشهر أو فى مدة أربعين شهرا (راجع المسئلة الثامنة عشر من نمرة ١٣٦)

فرنك فرنك

فنقول حيث كان ربح ١٠٠ فى اثنى عشر شهرا هو ٥ فرنكات فربح ١٠٠ فى أربعين شهرا يستخرج بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٢ : ٤٠ :: ٥ : س وينتج من هذا أن س $= \frac{٥ \times ٤٠}{١٢} = \frac{٥٠}{٣}$ فاذن

فرنك فرنك فرنك فرنك

١٠٠ نقدا تعادل فى مدة أربعين شهرا ١٠٠ $+ \frac{٥٠}{٣} = \frac{٣٥٠}{٣}$

وحينئذ يستخرج العدد المطلوب بواسطة هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٣٥٠}{٣}$: س وينتج من هذا أن س $=$ ٥٦٠٠٠٠ وعليه فعدد ٤٨٠٠٠٠ فرنكا نقدا فى أربعين شهرا يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠

فرنك فرنك

فى أربعين شهرا هو ٥٦٠٠٠٠ — ٤٨٠٠٠٠ أى ٨٠٠٠٠ فرنك

واذا اردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح

فرنك

١٠٠ فرنك فى مدة أربعين شهرا هو $\frac{٥٠}{٣}$ فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى هذه المدة يستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٥٠}{٣}$: س وينتج من هذا أن س $=$ ٨٠٠٠٠

المسئلة الثانية عشر مبلغ مجهول مؤجل بأربعين شهرا حل أجله وصار ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما أصله (راجع نمرة ١٣٧)

فرنك فرنك

فنقول قد سبق أن $\frac{٣٥٠}{٣}$ مؤجلة بأربعين شهرا تعادل ١٠٠ نقدا فيستخرج حينئذ المبلغ المطلوب من هذه المتناسبة وهى

$\frac{٣٥٠}{٣}$: ٥٦٠٠٠٠ :: ١٠٠ : س وينتج من هذا أن س $=$ ٤٨٠٠٠٠ فاذن ٥٦٠٠٠٠ فرنك المؤجلة بأربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا

المسئلة الثالثة عشر ما عدد السنين التى يعادل فيها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك

٥٦٠٠٠٠ فرنك (راجع المسئلة العشرين من نمرة ١٣٨)

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين اعنى ٤٨٠٠٠٠ و ٥٦٠٠٠٠ فرنك هو ٨٠٠٠٠ فالواجب البحث عن مقدار الزمن الذى يربح فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك مبلغ ٨٠٠٠٠ فرنك ربحا بسيطا وحيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى السنة الواحدة جزء من عشرين من ٤٨٠٠٠٠ فرنك اى ٢٤٠٠٠ فعدد السنين المطلوب يستخرج حينئذ من هذه المتناسبة وهى ٦٤٠٠٠ : ٨٠٠٠٠ :: ١ : س وينتج من هذا أن س = $\frac{٨٠٠٠٠}{٤٦٠٠٠} = \frac{١٠}{٣}$ فاذن يكون عدد السنين المطلوب ثلث عشر سنوات اى ٣ سنين و ٤ اشهر

(قاعدة الخطيطة)

(٢٢٢) المسئلة الرابعة عشر ما مقدار الخطيطة الخارجية التى يلزم جعلها على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل مبلغ فى الوثيقة قدره ٢٨٥٠ر٤٥ فرنك مؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر أو بأربعين شهرا (راجع المسئلة الثانية والعشرين من نمرة ١٣٩)

فنقول حيث ان خطيطة أى مبلغ فى اى زمن بينها وبين مقدار هذا المبلغ وزمن الحط منه تناسب فلا مانع أن يقال حيث كانت خطيطة ١٠٠ فرنك فى السنة الواحدة هى ٦ فخطيطة ٢٨٥٠ر٤٥ فرنك فى السنة الواحدة تعرف من هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٢٨٥٠ر٤٥ :: ٦ : س وينتج من هذا أن س = $\frac{٢٨٥٠ر٤٥ \times ٦}{١٠٠}$ فرنك

ومتى عرفت خطيطة ٢٨٥٠ر٤٥ فى سنة واحدة أى فى اثنى عشر شهرا

فاستخرج من ذلك حطيطة هذا المبلغ فى أربعين شهرا بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٢ : ٤٠ :: $\frac{٦\times٢٨٥٠٫٤٥}{٣٠٠}$: سـ وينتج من هذا أن سـ $= \frac{٤٠\times٦\times٢٨٥٠٫٤٥}{١٢\times١٠٠} = ٥٧٠٫٠٩$ فتجد مقدار الحطيطة المطلوب

فرنك

٥٧٠٫٠٩ ويختصر العمل بحذف ما يوجد فى البسط والمقام من العوامل المشتركة فيؤل ذلك الى سـ $= \frac{٦\times٢\times٢\times١٠\times٢٨٥٠٫٤٥}{٦\times٢\times١٠\times٢\times٥}$

$= \frac{٢٨٥٠٫٤٥}{٥} = ٥٧٠٫٠٩$

(مسائل تتعلق بالارباح المركبة)

(٢٢٣) المسئلة الخامسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين فى غرة ١٤٠)

فنقول حيث ان ربح المائة فرنك فى كل سنة ٥ فرنكات فالمائة فرنك

فرنك

المدفوعة فى غرة سنة تعادل فى آخر تلك السنة ١٠٥ وحينئذ يتحصل ما تعادله كمية ٤٨٠٠٠٠ فى آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ١٠٥ :: ٤٨٠٠٠٠ : سـ وينتج من هذا أن سـ $= ٥٠٤٠٠٠$

فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ اعنى ٥٠٤٠٠٠ للاسترباح فى غرة السنة الثانية وأردت أن تعرف ما يعادله فى آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٠٤٠٠٠ : سـ وينتج من هذا أن سـ $= ٥٢٩٢٠٠$

فاذا وضع أيضا هذا المبلغ أعنى ٥٢٩٢٠٠ للاسترباح فى غرة السنة الثالثة وأردت أن تعرف ما يعادله فى آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٢٩٢٠٠ : سـ وينتج من هذا أن سـ $= ٥٥٥٦٦٠$

فرنك فرنك

فعلى هذا نجد أن ٤٨٠٠٠٠ تقد انعادل فى ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠

فرنك فرنك

فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠ المركب فى ثلاث سنوات مبلغ ٥٥٥٦٦٠

— ٤٨٠٠٠٠ اى ٧٥٦٦٠ فرنكا

(تنبيه) اذا اقتصرت على بيان العمليات وحذفت من كل متناسبة عامل المشترك بين حدّى النسبة الاولى وهما ١٠٠ و ١٠٥ وجدت

فرنك

أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل فى آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$

فرنك

وفى آخر الثانية ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ أى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})^{٢}$

فرنك

وفى آخر الثالثة ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ أى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{١٢}{٢٠})^{٣}$

وهذه النتائج مطابقة للنتائج السابقة فى الحل الثانى من نمرة ١٤٠

فرنك

المسئلة السادسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فى ثلاث سنوات وأربعة أشهر مع مراعاة أن الارباح المركبة تكون سنة فسنة (راجع المسئلة السادسة والعشرين من نمرة ١٤٢)

فرنك

فنقول قد تقدم فى المسئلة السابقة أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل فى آخر

فرنك فرنك

السنة الثالثة ٥٥٠٦٦٠ فاذن يكفى أن يضم الى هذا المبلغ أعنى ٥٥٠٦٦٠

فرنك

ربحه البسيط مدة أربعة أشهر فيؤول الامر الى البحث عما تعادله ٥٥٠٦٦٠ مؤجلة بعد مضى أربعة أشهر

فرنك

فيقال حيث ان ربح ١٠٠ فى ١٢ شهرا ٥ فرنكات فربحها البسيط فى أربعة أشهر يتحصل بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٢ : ٤ :: ٥ : سـ

وينتج من هذا أن سـ = $\frac{٢٠}{١٢}$ = $\frac{٥}{٣}$

فرنك فرنك فرنك

وحيث ان ربح ١٠٠ البسيط فى ٤ أشهر يعادل $\frac{٥}{٣}$ يعلم ان ١٠٠

فرنك فرنك

نقدا تعادل فى ٤ أشهر ١٠٠ + $\frac{٥}{٣}$ اى $\frac{٣٠٥}{٣}$

فرنك

ويتحصل حينئذ ربح ٠٠٠٦٦٠ بعد مضى أربعة أشهر بواسطة هذه المتناسبة

وهى ١٠٠ : ٠٠٠٦٦٠ :: $\frac{٣٠٥}{٣}$: س ، وينتج من هذا أن س = ٠٦٤٩٦١

فرنك

فاذن يكون ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ نقدا فى ثلاث سنوات وأربعة أشهر هو ٠٦٤٩٢١ فرنكا

فرنك

المسئلة السابعة عشر ما مقدار ما يعادله مبلغ ٠٦٤٩٢١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر من الفرنكات الحالة (فالمطلوب معرفته رأس مال هذا المبلغ) (راجع المسئلة السابعة والعشرين من ثمرة ١٤٢)

فرنك فرنك

فنقول قد سبق أن ١٠٠ نقدا تعادل بعد مضى أربعة أشهر $\frac{٣٠٥}{٣}$ فاذن

فرنك

يتحصل ما يعادله مبلغ ٠٦٤٩٢١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر فى ثلاث سنين قبل حلول أربعة أشهر بتركيب هذه المتناسبة وهى $\frac{٣٠٥}{٣}$: ١٠٠ :: ٠٦٤٩٢١ : س ، وينتج من هذا أن س = ٠٠٠٦٦٠

فرنك

وبهذه الكيفية يؤول الامر الى البحث عما يعادله مبلغ ٠٠٠٦٦٠ مؤجلا بثلاث سنوات من الفرنكات الحالة وحيث ان ١٠٠ فرنكات مؤجلة

فرنك فرنك

بسنة واحدة تعادل ١٠٠ نقدا فمبلغ ٠٠٠٦٦٠ مقبوضا فى آخر

السنة

السنة الثالثة يعرف مايعادله فى آخر السنة الثانية أى قبل ذلك بسنة بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٠٠٦٦٠ : س وينتج من هذا أن س = ٠٢٩٢٠٠ فرنك

وبتطبير ذلك يتحصل مايعادله فى آخر السنة الاولى مبلغ ٠٢٩٢٠٠ مقبوضا فى آخر السنة الثانية ويستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٢٩٢٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٠٠٤٠٠٠ فرنك

ويتحصل أيضا مايعادله من الفرنكات الحالة مبلغ ٠٠٤٠٠٠ مقبوضا فى آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٠٤٠٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٤٨٠٠٠٠ فرنك

فاذن يكون ٤٨٠٠٠٠ رأس المال المطلوب

فاذا حذفت من المتناسبات الثلاث الاخيرة عامل ٥ المشترك بين حدى النسبة الاولى وهما ١٠٥ و ١٠٠ واقتصرت على بيان العمليات

وجدت انه يكفى فى ايجاد مايعادل من الفرنكات الحالة مبلغ ٠٠٠٦٦٠ فرنك

مقبوضا فى ثلاث سنوات ان تضرب ٠٠٠١٦٠ فى $(\frac{٢١}{٢٠})^{٣}$ فيؤل ذلك الى قسمة رأس المال وهو ٠٠٠٦٦٠ فرنك على $(\frac{٢١}{٢٠})^{٣}$ وهذه النتيجة يمكن استخراجها أيضا من تنبيه نمرة ٢٢٣

(تنبيه) ماذكرناه من البراهين فى الحال الثانى من نمرة ١٤٢ توصلنا به مع الاختصار الى هذه النتيجة بعينها

(الفصل الرابع)
(فى الكلام على المتواليات)

(بيان المتواليات العددية التفاضلية)

(٢٢٤) المتوالية العددية أو التفاضلية هي ما تركب من عدة حدود تصاعدية أو تنازلية أي متزايدة أو متناقصة بحيث يكون الفرق بين كل حدين متواليين من تلك الحدود واحدا وهذا الفرق يسمى أساس المتوالية

مثلا * اعداد ٤ و ٧ و ١٠ و ١٣ و ١٦ يتركب منها متوالية عددية تصاعدية أساسها ٣ وتوضع هكذا :- ٤ . ٧ . ١٠ . ١٣ . ١٦

وينطق بها هكذا ٤ الى سبعة كنسبة ٧ الى ١٠ كنسبة ١٠ الى ١٣ كنسبة ١٣ الى ١٦

واذا عكست هذا الوضع تحصل من ذلك متوالية عددية تنازلية صورتها هكذا :- ١٦ . ١٣ . ١٠ . ٧ . ٤

(٢٢٥) يؤخذ من تعريف المتوالية العددية التصاعدية أن الحد الثاني فيها يساوي الحد الاول بزيادة الاساس وأن الحد الثالث يساوي الثاني بزيادة الاساس أيضا بمعنى انه يساوي الحد الاول مضافا اليه ضعف الاساس وبالجملة فكل حد من أي منزلة كانت يساوي الحد الاول مضافا اليه الاساس عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

واذا كانت المتوالية تنازلية فحد أي منزلة كانت يتحصل بطرح الاساس من الحد الاول عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

(٢٢٦) مسئلة * المطلوب ادخال عدة أواسط عددية بين عددين معلومين بمعنى انك تضع عدة حدود بين عددين معلومين بحيث يتركب من الجميع متوالية عددية

فيكفي في ايجاد هذه الاواسط العددية أن تعين أساس المتوالية المطلوبة فاذا جعلت أصغر العددين الحد الاول من المتوالية ولاحظت أن عدد مجموع الحدود يلزم أن يكون مساويا لعدد مجموع الاواسط العددية مضافا اليه ٢ وجدت الحد الاخير أعني اكبر العددين المعلومين مساويا لاصغرهما زائدا الاساس مضروبا في عدد الاواسط المطلوب ادخالها مضافا اليه ١

كما فى نمرة ٢٢٥

فيكون حينئذ أكبر العددين المفروضين ناقصا أصغرهما ما واويا لحاصل ضرب الاساس فى عدد الاواسط المتناسبة مضافا اليه ١

وعليه فيكفى فى تحصيل أساس المتوالية المطلوبة أن تأخذ الفرق بين العددين المفروضين وتقسمه على عدد الاواسط العددية مضافا اليه ١

مثلا * اذا أردت ادخال ٦ أواسط عددية بين ٢ و ٢٣ فاقسم ٢٣ — ٢ على ٦ + ١ اى ٢١ على ٧ فخارج القسمة وهو ٣ هو أساس المتوالية المطلوبة وتكون المتوالية هكذا ٢ . ٥ . ٨ . ١١ . ١٤ . ١٧ . ٢٠ . ٢٣ وعليه فتكون الاواسط المطلوبة هى ٥ و ٨ و ١١ و ١٤ و ١٧ و ٢٠

(٢٢٧) يؤخذ من قاعدة نمرة ٢٢٦ انه اذا أدخل بالتعاقب عدد واحد من الاواسط العددية بين الحدّ الاول والثانى من متوالية عددية وكذلك بين الثانى والثالث وهكذا تركب من الجميع متوالية عددية جديدة

مثلا لنفرض متوالية ٢ . ١٤ . ٢٦ فاذا أدخلت ثلاثة أواسط عددية بين ٢ و ١٤ وثلاثة أخرى بين ١٤ و ٢٦ حدثت متوالية جديدة وهى ٢ . ٥ . ٨ . ١١ . ١٤ . ١٧ . ٢٠ . ٢٣ . ٢٦

(٢٢٨) اذا كان المطلوب تحصيل مجموع حدود أى متوالية عددية مع فرض أن المعلوم فيها الحدّ الاول والحدّ الاخير وعدد الحدود فيكفى أن تضم الحدّ الاول الى الاخير وتضرب النتيجة فى نصف عدد الحدود

ولنفرض متوالية ٣ . ٥ . ٧ . ٩ . ١١ . ١٣ . ١٥ العددية

فاذا عكسنا وضعها صارت ١٥ . ١٣ . ١١ . ٩ . ٧ . ٥ . ٣

فاذا جمعنا الحدود المتقابلة من كلتا هاتين المتواليتين تحصلت هذه المجموعات الجزئية وهى

٣ + ١٥ و ٥ + ١٣ و ٧ + ١١ و ٩ + ٩ و ١١ + ٧ و ١٣ + ٥ و ١٥ + ٣

ثم نقول ان هذه المجموعات الجزئية كلها مساوية للمجموع الاول أى للعدد

الاول زائدا الحد الاخير حيث يرى فى المجموع الجزءى الثانى أن ٥ تساوى الحد الاول زائدا الاساس وأن ١٣ تساوى الحد الاخير ناقصا الاساس فيؤل حينئذ مجموع هذين العددين الى الحد الاول زائدا الاخير * ونظير ذلك يرى فى المجموع الجزءى الثالث حيث ان ٧ فيه تتركب من الحد الاول زائدا ضعف الاساس و ١١ تتركب من الحد الاخير ناقصا ضعف الاساس فيؤل أيضا مجموع العددين الى الحد الاول زائدا الاخير وهكذا وحينئذ فالمجموع الكلى لحدودها تين المتواليتين أعنى ضعف مجموع حدود احداهما يساوى مجموع الحد الاول والاخير مكررا عدة مرات بقدر ما فى المتوالية من الحدود وينتج من ذلك القاعدة السابقة

مثلا * المطلوب استخراج مجموع حدود متوالية عددية حدها الاول ١ والاخير ٢٧ وعدد حدودها ١٤

فالمجموع المطلوب يتحصل بضرب ٢٧ + ١ اى ٢٨ فى ٧ فيكون الحاصل ١٩٦ وذلك أن حدود المتوالية هى الاعداد الفردية وهى

١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ و ١٣ و ١٥ و ١٧ و ١٩ و ٢١ و ٢٣ و ٢٥ و ٢٧ التى مجموعها يساوى ١٩٦

تنبيه * اذا علم الحد الاول والاساس وعدد الحدود أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا للحد الاول زائدا عليه أو ناقصا منه حاصل ضرب الاساس فى عدد الحدود ناقصا ١ كما تقدم فى قاعدة نمرة ٢٢٥ سهل استخراج الحد الاخير

مثلا * اذا أريد ايجاد مجموع حدود متوالية عددية تصاعدية حدها الاول ١ وأساسها ٢ وعدد حدودها ١٤ فلاحظ انه حيث كان الحد الرابع عشر يساوى ١ + ٢ × ١٣ (كما فى نمرة ٢٢٥) اى يساوى ٢٧ فالمجموع المطلوب هو (٢٧ + ١) × $\frac{١٤}{٢}$ او ٢٨ × ٧ اى ١٩٦

(بيان المتواليات الهندسية أى القسمية)

(٢٢٩) المتوالية الهندسية أو القسمية هى ما تركب من عدة حدود

اذا قسم كل منها على الحد الذى قبله لا يتغير خارج القسمة بل يكون واحدا فى الجميع وهذا الخارج يسمى أساس المتوالية

مثلا * يتركب من اعداد ١ و ٣ و ٩ و ٢٧ و ٨١ متوالية هندسية أساسها ٣ وتوضع هكذا

∴ ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ وينطق بها هكذا

١ الى ٣ كنسبة ٣ الى ٩ كنسبة ٩ الى ٢٧ كنسبة ٢٧ الى ٨١

(٢٣٠) يؤخذ من تعريف المتوالية الهندسية أن الحد الثانى فيها يساوى الحد الاول مضروبا فى الاساس وأن الحد الثالث يساوى الحد الثانى مضروبا فى الاساس وهذا يؤول الى حاصل ضرب الحد الاول فى الاساس مأخوذا عاملا أعنى يؤول الى حاصل ضرب الحد الاول فى قوة الاساس الثانية وبالجملة فكل حد من اى منزلة كانت يساوى حاصل ضرب الحد الاول فى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الحدود المتقدمة على ذلك الحد

(٢٣١) مسئلة * المطلوب ادخال عدة اواسط هندسية بين عددين مفروضين وذلك عبارة عن تعيين اساس المتوالية المطلوبة فيلاحظ لاجل ذلك أنه حيث كان عدد جميع حدود المتوالية مساويا لعدد الاواسط الهندسية زائدا ٢ فاكبر العددين المفروضين الماخوذ حدا اخيرا للمتوالية هو حاصل ضرب اصغرهما فى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١ (كما فى نمرة ٢٣٠) فاذا قسم اكبر العددين المفروضين على اصغرهما كان خارج القسمة مساويا للاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١

وعليه فيكفى فى تحصيل أساس المتوالية المطلوبة أن تحصل خارج قسمة اكبر العددين المفروضين على العدد الاصغر وتستخرج من هذا الخارج جذر الدرجة المرموز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١

مثلا * المطلوب ادخال وسطين هندسيين بين ٢ و ٥٤ فتقسم ٥٤ على ٢ ثم تستخرج جذر مكعب الخارج وحيث ان النتيجة وهى ٣

تدل على أساس المتوالية فالمتوالية المذكورة هي ∴ ٢ : ٦ : ١٨ : ٥٤
فعلى ذلك يكون الوسطان الهندسيان المطلوبان هما ٦ و ١٨

(٢٣٢) ينتج من قاعدة نمرة ٢٣١ انه اذا أدخلنا بالتوالي عددا واحدا من الاواسط الهندسية بين الحد الاول والثاني وبين الثاني والثالث من المتوالية الهندسية وهكذا تركب من مجموع هذه الحدود متوالية هندسية أخرى

مثلا * لنفرض متوالية ∴ ١ : ٨١ : ٦٥٦١

فاذا أدخلنا بالتوالي ثلاثة اواسط هندسية بين ١ و ٨١ وبين ٨١ و ٦٥٦١ كانت المتوالية الجديدة هكذا

∴ ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١

(٢٣٣) مسئلة * المطلوب ادخال اواسط هندسية بين عددين بشرط أن لا يستخرج الا جذر المربعات فقط

ولنفرض عددي ٢ و ٣٢ فنبحث اولا عن وسط متناسب هندسي بين هذين العددين فنجد الوسط المطلوب هو $\sqrt{٢ \times ٣٢}$ او $\sqrt{٦٤}$ اي ٨ ويتركب من ذلك المتوالية الاولى وهي

∴ ٢ : ٨ : ٣٢

ثم ندخل وسطا هندسيا بين ٢ و ٨ ووسطا آخر بين ٨ و ٣٢ فيتركب من ذلك المتوالية الثانية وهي

∴ ٢ : ٤ : ٨ : ١٦ : ٣٢

فاذا أدخلت ايضا وسطا هندسيا بين حدين متواليين من هذه المتوالية الاخيرة تحصلت المتوالية الثالثة وهي

∴ ٢ : $\sqrt{٨}$: ٤ : $\sqrt{٣٢}$: ٨ : $\sqrt{١٢٨}$: ١٦ : $\sqrt{٥١٢}$: ٣٢ وهكذا

تنبيه * حيث ان اعداد حدود تلك المتواليات المتابعة هي ٣ و ٥ و ٩ أعني ٢ + ١ و $٢^{٢}$ + ١ و $٢^{٣}$ + ١ فاعداد هذه الحدود هي القوى المتتابعة لعدد ٢ زائدا ١

وبالجملة

وبالجملة فيكفي في البرهنة على هذه الخاصية أن تلاحظ انه اذا كان عدد حدود المتوالية م٢ + ١ وأدخلنا بالتوالي وسطا بين الحد الاول والثاني وبين الثاني والثالث وبين الحدين الاخيرين كان عدد جميع الاواسط الداخلة مساويا لعدد م٢ + ١ الذي هو عدد حدود المتوالية المطلوبة ناقصا ١ بمعنى انه يرمز اليها بعدد م٢ فاذن المتوالية الجديدة المركبة بهذه الطريقة تكون مركبة من م٢ + ١ زائدا م٢ وهو عدد الحدود وهذا يؤول الى م٢ × ٢ + ١ أوالى م٢ + ١ + ١ فالقاعدة حينئذ مطردة

ولما كانت المتوالية المرموز فيها بحرف م الى قوة من القوى مركبة من م٢ + ١ وهو عدد الحدود كان عدد جميع الاواسط الداخلة بين العددين المفروضين هو م٢ + ١ — ٢ أو م٢ — ١

فحينئذ اذا كان عدد الاواسط الهندسية المطلوب ادخالها بين عددين هو قوة ٢ ناقصة ١ فايجاد هذه الاواسط يكون باستخراج الوسط الهندسي بين كل عددين على التوالي

مثلا * اذا كان المطلوب ادخال عدة أواسط هندسية مرموزا اليها بعدد م٢ — ١ اى ٣ بين عددى ١ و ١٠ فاستخرج اولا الوسط الهندسي الموجود بين ١ و ١٠ وهذا الوسط هو √١٠ اى ٣١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣ و٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتتعين بذلك هذه المتوالية وهي

١ : ٣١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣ و٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية : ١٠

فاذا أدخلنا بالتوالي وسطا هندسيا بين الحد الاول والثاني وبين الثاني

والثالث تحصلت هذه المتوالية وهي

بـ ١ : ١٫٧٧٨٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية : ٣٫١٦٢٢٧
وهكذا من الاعداد الاعشارية : ٥٫٦٢٣٤١ وهكذا من الاعداد
الاعشارية : ١٠

فالأواسط الهندسية المطلوبة حينئذ هي ١٫٧٧٨٢٧ وهكذا
من الاعداد الاعشارية و ٣٫١٦٢٢٧ وهكذا من الاعداد
الاعشارية و ٥٫٦٢٣٤١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(٢٣٤) يكفي في تحصيل مجموع حدود المتوالية الهندسية التصاعدية
المعلوم فيها الحد الاول والاخير والاساس أن تضرب الحد الاخير في الاساس
وتطرح الحد الاول من الحاصل وتقسم الباقي على الاساس ناقصا ١

ولنفرض متوالية بـ ٢ : ٨ : ٣٢ : ٢٢٨ : ٥١٢ : ٢٠٤٨
التي أساسها ٤ فاذا رمزنا بحرف سـ الى مجموع حدود هذه المتوالية
صارت هكذا

سـ = ٢ + ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨

فاذا ضربنا المجموع وهو سـ وجميع اجزائه في الاساس وهو ٤ تحصل

٤ × سـ = ٤ × ٢ + ٤ × ٨ + ٤ × ٣٢ + ٤ × ١٢٨ + ٤ × ٥١٢ + ٤ × ٢٠٤٨ + ٤ × ٢٠٤٨

وهذه المتساوية الاخيرة تؤول الى

٤ × سـ = ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨ + ٤ × ٢٠٤٨

فاذا طرحنا حاصل ضرب ١ × سـ من حاصل ضرب ٤ × سـ
كان الباقي وهو (٤ — ١) في سـ مساويا ٢٠٤٨ × ٤ — ٢
وعليه فالمجموع المطلوب وهو سـ يساوي ٢٠٤٨ × ٤ — ٢
مقسوما على ٤ — ١ وبهذا يثبت المطلوب

واذا أجرينا العمل المتقدم وجدنا سـ = $\frac{٢٠٤٨ \times ٤ - ٢}{٤ - ١}$ = $\frac{٨١٩٢ - ٢}{٣}$
= $\frac{٨١٩٠}{٣}$ = ٢٧٣٠ فان مجموع اعداد ٢ و ٨ و ٣٢ و ١٢٨
و ٥١٢ و ٢٠٤٨ هو في الحقيقة ٢٧٣٠

تنبيه

تنبيه * اذا علم من المتوالية حدها الاول وأساسها وعدد حدودها أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا لحاصل ضرب الحد الاول فى قوة الاساس المرموز اليها بعدد الحدود ناقصا ١ بموجب قاعدة نمرة ٢٣٠ سهل استخراج هذا الحد الاخير (ولنمثل لذلك بامثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الاول ٢ وأساسها ٤ ومجموع حدودها ٦

فنقول حيث ان الحد السادس يساوى ٢ × ٤^٥ كما تقدم فى نمرة ٢٣٠ اى يساوى ٢٠٤٨ فالمجموع المطلوب يساوى $\frac{٢٠٤٨ \times ٤ - ٢}{٤ - ١}$ اى يساوى ٢٧٣٠

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الاول ١٠ وأساسها ١٠ ومجموع حدودها ٥

فنقول حيث ان الحد الاخير يساوى ١٠ × ١٠^٤ اى ١٠٠٠٠٠ فالمجموع المطلوب يساوى $\frac{١٠٠٠٠٠ \times ١٠ - ١٠}{١٠ - ١}$ اى يساوى ١١١١١٠

فان حدود المتوالية المفروضة لما كانت ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ كان مجموعها ١١١١١٠

المثال الثالث أن نفرض أن لاعبا خسر فى اللعب تسع مرات متوالية وربح فى العاشرة وأن المبالغ التى عرضها لخطر اللعب على التوالى ٥ و ١٠ فرنك و ٢٠ وهكذا بالتضعيف فما مقدار المبلغ الكلى الذى عرضه لخطر اللعب وما مقدار الربح أو الخسارة التى خرج بها

فنقول ان المبالغ المتوالية هى حدود المتوالية الهندسية التى هى ٥ : ١٠ : ٢٠ وعدة تلك الحدود ١٠ فاذن يكون الحد العاشر هو ٥ × ٢^٩ = ٢٥٦٠ كما تقدم فى نمرة ٢٣٠ ويكون مجموع

الحدود العشرة هو

فرنك فرنك

$\frac{٢٥٦٠ \times ٢ - ٥}{٢ - ١} = ٥١١٥$ وهو المجموع الكلى المعرض لخطر اللعب

فرنك

وحيث ان اللاعب المذكور ربح فى المرة العاشرة مبلغ ٢٥٦٠ الذى

فرنك

وضعه فيها واخذ عليه نظيره فمجموع ما قبضه حينئذ ٥١٢٠ وحيث

فرنك فرنك

انه كان عرض لخطر اللعب ٥١١٥ فربحه الذى خرج به من اللعب ٥

(الباب الثامن)
(فى اللوغاريتم وفيه فصول)

(الفصل الاول)
(فى بيان اللوغاريتم من حيث هواى لابقيد طريقة مخصوصة)

(٢٣٥) متى قابلنا متواليتين غير محدودتين احداهما هندسية مبدوءة بالواحد والاخرى عددية مبدوءة بصفر فكل حد من المتوالية الثانية يسمى لوغاريتم الحد المقابل له من المتوالية الاولى ومجموع حدود المتواليتين تتركب منه اللوغاريتمات

ويؤخذ من هذا التعريف أن لوغاريتم الواحد يساوى دائما صفرا

(٢٣٦) وفى المتواليات التى بهذه المثابة يكون كل حد من المتوالية الهندسية مساويا للاساس مرفوعا الى قوة مرموزا اليها بعدد الحدود التى قبل ذلك الحد (كما فى نمرة ٢٣٠) ويكون كل حد من المتوالية العددية مساويا للاساس مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد (كما فى نمرة ٢٢٥) وينتج من ذلك ثلاث صور

الاولى * الحدود المتتالية من المتوالية الهندسية عبارة عن القوى المتتالية لاساس هذه المتوالية * ومنزلة كل حد يرمز اليها باس الاساس فى هذا الحد زائدا ١

الثانية * الحدود المتتالية من المتوالية العددية عبارة عن الاضعاف المتتالية لاساس هذه المتوالية * ومنزلة كل حد يرمز اليها بضروب الاساس من هذا الحد زائدا ١

الثالثة * اذا شغل حد من حدود المتوالية الهندسية منزلة حد من حدود المتوالية العددية ففى هذين الحدين تجد أس الاساس فى حد المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس الموجود فى الحد المقابل له من المتوالية العددية وبالعكس اى كلما كان أس الاساس فى حد من حدود المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس فى حد من حدود المتوالية العددية علم

أن هذين الحدين يشغلان منزلة واحدة فى المتواليتين وهذا ناتج عن الصورة الاولى والثانية بدون واسطة

(٢٣٧) اذا ضرب حد فى اخر من المتوالية الهندسية واضيف الحدان المقابلان لهما من المتوالية العددية الى بعضهما كان الحاصل والمجموع حدين من حدود هاتين المتواليتين ويكونان ايضا حدين متقابلين فى المتواليتين المذكورتين فاذا اعتبرنا مثلا الحد الخامس والسابع علما بموجب صورة غرة ٢٣٦ ان الحد الخامس فى المتوالية الهندسية هو قوة الاساس الرابعة وان الحد السابع هو قوة الاساس السادسة فاذن يكون حاصل ضرب هذين الحدين قوة للاساس يرمز اليها بعدد ٤ + ٦ (كما فى غرة ٢٤) وبعدد ١٠ فيكون هذا الحاصل حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية الهندسية وعلمنا ايضا ان الحد الخامس فى المتوالية العددية يساوى الاساس ٤ مرات وأن الحد السابع يساوى الاساس ٦ مرات فاذن يكون مجموع هذين الحدين مساويا للاساس مكررا عدة مرات يرمز اليها بعدد ٤ + ٦ اى بعدد ١٠ فيكون هذا المجموع حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية العددية

فاذن يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى المتواليتين وبهذا يثبت المطلوب

(٢٣٨) حيث ان البراهين يمكن تطبيقها على عدد الحدود المضروبة والمضافة فى كل من المتواليتين اياما كان واياما كانت منزلتها ينتج من ذلك انه اذا ضربت عدة حدود فى بعضها من المتوالية الهندسية واضيفت الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية الى بعضها يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى المتواليتين

ومقتضى هذه الخاصية انه يمكن فى ايجاد حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية أن نجمع الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع مقابلا للحاصل المطلوب

ولنفرض متواليتين غير محدودتين كمتواليتى

: ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١ : الخ و
: ٢ ٠٠ ٤ ٠ ٦ ٠ ٨ ٠ ١٠٠ ٠ ١٢ ٠ ١٤ ٠ ١٦٠ ٠ الخ

فيكفى فى استخراج حاصل ضرب حدود ٣ و ٢٧ و ٨١ من المتوالية الهندسية أن تجمع حدود ٢ و ٦ و ٨ المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع وهو ١٦ حدا من حدود هذه المتوالية ويكون الحد المقابل له وهو ٦٥٦١ من المتوالية الهندسية هو حاصل الضرب المطلوب

(٢٣٩) حيث ان حدود المتوالية العددية هى لوغارتمات للحدود المقابلة لها من المتوالية الهندسية فلوغارتم حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية يساوى مجموع لوغارتمات تلك الحدود

وعليه فعدد ١٦ فى المثال المتقدم الذى هو لوغارتم عدد ٦٥٦١ الناتج من ضرب حدود المتوالية الهندسية وهى ٣ و ٢٧ و ٨١ يساوى مجموع اعداد ٢ و ٦ و ٨ التى هى لوغارتمات تلك الحدود

(٢٤٠) هذه الخاصية التى بها يصير ضرب عدة اعداد جمعا مختصرا لا يظهر تطبيقها الا على ما كان من الاعداد جزأ من المتوالية الهندسية * ونحن نبين انه يمكن توسيعها عن ذلك وتطبيقها على جميع الاعداد المحصرة بين حدود المتوالية الهندسية الاصلية فنفرض لاجل تحقيق ذلك أن المتواليتين المفروضتين تصاعديتان وانه يمكن بسطهما الى غير نهاية فاذا أدخلنا بالتوالى وسطا هندسيا بين الحد الاول والثانى من المتوالية الهندسية وبين الثانى والثالث وهكذا وأدخلنا أيضا وسطا عدديا بين الحدود المتتالية من المتوالية العددية توصلنا بذلك الى متواليتين أخريين (كما فى فرق ٢٢٧ و ٢٣٢) محتويتين على حدود كثيرة فاذا أجرينا العملية على هاتين المتواليتين كما أجريناها على السابقتين واستمرينا على هذا النسق تحصل بالتعاقب متواليات أخرى تجرى عليها أيضا الخاصية المذكورة * وباقى الطرح بين كل

حدين متتاليين منها يصغر بالتدريج على وجه بحيث يمكن بسط العمليات كل البسط حتى يتوصل الى متواليتين يكون فيهما باقى الطرح بين كل حدين متتالين أياما كانا أصغر من كل كمية مفروضة ويعلم حينئذ أن جميع الاعداد التى تكون اكبر من الواحد تؤول الى جزء من متوالية هندسية تصاعدية مبدوأة بالواحد يقابلها متوالية أخرى عددية تصاعدية مبدوأة بصفر وعليه فجميع الاعداد التى تكون اكبر من الواحد يكون لها لوغارتمات

(٢٤١) ولا مانع حينئذ أن نؤسس القواعد الآتية للاعداد التى تكون أكبر من الواحد فنقول

القاعدة الاولى * لوغارتم حاصل ضرب عدة عوامل فى بعضها يساوى مجموع لوغارتمات هذه العوامل

مثلا * حيث ان عدد ٢١ هو حاصل ضرب ٣ فى ٧ فلوغا ٢١ = لوغا ٣ + لوغا ٧

الثانية * لوغارتم خارج قسمة يساوى لوغارتم المقسوم ناقصا لوغارتم المقسوم عليه وذلك لان المقسوم لما كان مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ينتج من القاعدة الاولى أن لوغارتم المقسوم يساوى مجموع لوغارتمى المقسوم عليه وخارج القسمة وعليه فيكون لوغا $\frac{٢١}{٧}$ = لوغا ٢١ — لوغا ٧ = لوغا ٣

الثالثة * لوغارتم قوة عدد يساوى حاصل ضرب لوغارتم هذا العدد فى درجة القوة وهذا ناتج من القاعدة الاولى بفرض أن جميع عوامل الحاصل متساوية لان قوة العدد تدل على حاصل عدة عوامل مساوية لهذا العدد بقدر ما فى درجة القوة من الآحاد (كما فى نمرة ٢٣)

مثلا لوغا $٤^{٣}$ = (لوغا ٤) × ٣ لان لوغا $٤^{٣}$ = لوغا (٤×٤×٤) = لوغا ٤ + لوغا ٤ + لوغا ٤ = ٣ × لوغا ٤ = ٣ لوغا ٤

الرابعة * لوغارتم جذر درجة من أى عدد كان تحصل بقسمة لوغارتم هذا العدد على درجة الجذر المطلوب استخراجه وهذا ناتج من القاعدة الثالثة

ويمكن أيضا استنتاجه من القاعدة الاولى

مثلا * حيث ان جذر مكعب ٦٤ هو الكمية التى اذا أخذت عاملا وتكررت ٣ مرات تحصل عنها ٦٤ يكون

$$٦٤ = \sqrt[٣]{٦٤} \times \sqrt[٣]{٦٤} \times \sqrt[٣]{٦٤}$$ وينتج من هذا أن لوغا ٦٤ = لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ + لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ + لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ٣ لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ وحيث ان لوغارتم ٦٤ يساوى ٣ مرات لوغارتم $\sqrt[٣]{٦٤}$ ينتج من ذلك أن لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ = لوغا $\frac{٦٤}{٣}$

وبمثل ذلك يكون لوغا $\sqrt[٧]{١٠^{٢}}$ = $\frac{١}{٧}$ لوغا $١٠^{٢}$ وحيث ان لوغا $١٠^{٢}$ = ٢ لوغا ١٠ فاذن يكون لوغا $\sqrt[٧]{١٠^{٢}}$ = $\frac{٢}{٧}$ لوغا ١٠

تنبيهان * الاول ينتج من القاعدة الثانية أن لوغارتم الكسر الاعتيادى يساوى لوغارتم بسطه ناقصا لوغارتم مقامه وذلك لان الكسر يعتبر كأنه دال على خارج قسمة بسطه على مقامه كما فى تنبيه نمرة ٧١ فعلى هذا يكون لوغا $\frac{٢١}{١٧}$ = لوغا ٢١ — لوغا ١٧

الثانى حيث ان الحد الرابع من المتناسبة يساوى حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول كما فى نمرة ٢٠١ ينتج من القاعدتين الاولى والثانية أن لوغارتم الحد الرابع من المتناسبة يساوى مجموع لوغارتمى الوسطين ناقصا لوغارتم الحد الاول

(الفصل الثانى)

(فى بيان اللوغارتمات على الطريقة التى يكون أساسها ١٠)

---

(٢٤٢) لم نعتبر فى اللوغارتم الا الطريقة التى جرت بها العادة فى العمليات العددية وهى ناتجة من متواليتين غير محدودتين وهما

$$\frac{١}{١٠٠٠٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠} : \frac{١}{١٠} : \frac{١}{١} : \text{الخ}$$

$$٠٠٠٠٠٠ : ٠٠٠٠٠١ : ٠٠٠٠٠٢ : ٠٠٠٠٠٣ : ٠٠٠٠٠٤ : ٠٠٠٠٠٥ : ٠٠٠٠٠٦ : \text{الخ}$$

بأن ندخل بالنوالى أواسط هندسية وعددية بين حدودهاتين المتواليتين

(كما فى نمرة ٢٤٠)

والعدد الذى لوغارتمه واحد فى أى طريقة من طرق اللوغارتمة يسمى أساس هذه الطريقة وعليه فعدد ١٠ هو أساس الطريقة التى نحن بصددها وفى هذه الطريقة تدخل الامور الآتية

أولا * حيث ان لوغارتمات اعداد

١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ

هى ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ

ففى صورة ما اذا كان هنالك عدد واقع بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠ وبين ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا يكون لوغارتم هذا العدد بحسب ذلك فيقع بين صفر و ١ وبين ١ و ٢ وبين ٢ و ٣ وهكذا فعلى ذلك اذا حولنا اللوغارتمات الى كسور اعشارية فالجزء الصحيح من لوغارتم العدد الصحيح أو الاعشارى الاكبر من الواحد يحتوى على عدة آحاد ناقصة ١ بقدر عدد الارقام التى توجد فى الجزء الصحيح من العدد المبحوث عن لوغارتمه وهذا الجزء الصحيح من اللوغارتم يسمى بالعدد التبيينى

ثانيا * اذا علمت لوغارتم العدد وأردت استخراج لوغارتم حاصل ضرب هذا العدد فى الواحد الذى يليه من الجهة اليمنى عدة أصفار أو لوغارتم خارج قسمة العدد المذكور على الواحد المتبوع بتلك الاصفار يكفى فى ذلك أن تزيد أو تنقص اللوغارتم المفروض عدة آحاد بقدر ما يوجد من الاصفار وهذا ناتج عن القاعدتين الاولى والثانية من نمرة ٢٤١ وعن القاعدة الاولى من نمرة ٢٤٢ فعلى هذا يكون

لوغا (٤٧ × ١٠٠٠) = لوغا ٤٧ + لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٤٧ + ٣

ولوغا $\left(\frac{٢٣٤٧}{١٠٠٠}\right)$ = لوغا ٢٣٤٧ − لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٢٣٤٧ − ٣

ثالثا * اذا زدت او نقصت لوغارتم العدد عدة آحاد فالنتيجة هى لوغارتم حاصل ضرب هذا العدد فى قوة عدد ١٠ أو لوغارتم خارج قسمته على تلك القوة المساوية لعدد الآحاد التى زدتها أو نقصتها وهذا ناتج عن الامر الثانى

وعلمه

وعليه فيكون

لوغا ٤٧ + ٣ = لوغا (٤٧ × 10^{3}) ولوغا ٢٣٤٧ − ٣ = لوغا $\left(\frac{٢٣٤٧}{\frac{٣}{١٠}}\right)$

(٢٤٣) طريقة اللوغارثمات المعينة بالمتواليتين الاصليتين وهما

∴ ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠ : الخ

∴ ٠ . ١ . ٢ . ٣ . ٤ . ٥ . الخ

لايمكن أن يتوصل بها الى لوغارثمات الاعداد التى تكون أكبر من الواحد واما لوغارثمات الاعداد التى تكون أصغر من الواحد فلا بد فى تحصيلها من أن تكون هذه الاعداد جزأ من المتوالية الهندسية وحيث كان فى هذه المتوالية كل حد مقسوم على الاساس وهو ١٠ ينتج الحد الذى قبله فلا مانع من تقديم حدود $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ الخ على حد ١ بحيث تصير المتوالية الهندسية المبسوطة الى غير نهاية فى كلتا جهتى حد ١ هكذا

∴ $\frac{١}{١٠٠٠٠}$. $\frac{١}{١٠٠٠}$. $\frac{١}{١٠٠}$. $\frac{١}{١٠}$: ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : الخ

ولاجل ايجاد لوغارثمات اعداد $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ الخ يلزم أن نصطلح على رموز بواسطتها تتركب الحدود التى تتقدم على الصفر فى المتوالية العددية الجديدة وحيث كان فى المتوالية العددية كل حد ناقص الاساس وهو ١ ينتج الحد الذى قبله فالحد الذى يتقدم على حد صفر يتحصل حينئذ بطرح الواحد من صفر ولما كان هذا الطرح المرموز اليه بهذا الرمز وهو ٠ — ١ متعذرا اصطلحوا على أن يرمز اليه هكذا — ١ بحيث يكون هذا الرمز دالا على عملية طرح باقية وبمثل هذه الطريقة يتحصل الحد المتقدم على — ١ بطرح الواحد من — ١ أو بطرح ٢ أحادا من صفر ويرمز الى الطرح المذكور بهذا الرمز وهو ٠ — ٢ واذا أردت الاختصار فارمز اليه هكذا — ٢ وبنظير ذلك يكون الحد المتقدم على ٠ — ٢ هو ٠ — ٣ أو — ٣ وهكذا وبهذه الطريقة تتحصل هذه المتوالية العددية غير المحدودة من الجهتين وهى

∴ — ٥ . — ٤ . — ٣ . — ٢ . — ١ . ٠ . ١ . ٢ . ٣ . ٤ . ٥ الخ

وتجد فيها حد صفر يقابل حد ١ من المتوالية الهندسية * وفى طريقة اللوغارتمات المعينة بمجموع هاتين المتواليتين الجديدتين ترى أن اعداد $\frac{1}{10000}$ و $\frac{1}{1000}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{10}$ و ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ تكون لوغارتماتها

-٤ و -٣ و -٢ و -١ و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ

ومتى كان العدد مسبوقا بعلامة + سمى موجبا أو بعلامة — سمى سالبا فان لم يسبق بعلامة منهما اعتبر مسبوقا بعلامة + فيكون موجبا

(٢٤٤) اذا أريد تحصيل لوغارتمات الاعداد التى تكون أصغر من الواحد بموجب طريقة نمرة ٢٤٠ لزم ادخال أواسط هندسية بين حدود ١ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ الخ من المتوالية الهندسية وادخال أواسط عددية بين الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية وهى ٠ و -١ و -٢ و -٣ الخ وحيث كان البحث عن الاواسط الهندسية لاصعوبة فيه وكان تعيين الاواسط العددية والعمليات اللوغارتمية يستدعى معرفة اجراء العمليات على الاعداد السالبة لزم أن نبين كيفية اجراء عمليات الحساب الاربعة الاصلية على الاعداد المسبوقة بعلامة + وعلامة —

(٢٤٥) قد عرفنا أن الاعداد السالبة يتوصل اليها بطرح عدد من صفر غير أن القاعدة أن المطروح اذا كان أكبر من المطروح منه لم يتأت الطرح الا فى بعض الاجزاء ومايقى من عمليات الطرح يرمز اليه بوضع علامة — قبل الباقى الذى يوجد بين العددين المفروضين فاذا أريد مثلا طرح ٩ من ٥ آلت هذه العملية الى أن نطرح من ٥ جزءى ٩ وهما ٥ و ٤ فيؤل ذلك الى طرح ٥ من ٥ ثم الى طرح ٤ من الباقى وهو صفر وحيث كان هذا الطرح الاخير متعذرا يرمز اليه بوضع علامة — قبل عدد ٤ بحيث تؤل هذه العملية المرموز اليها برمز ٥ — ٩ الى — ٤ ولاجل ذلك يقال ان الباقى هو — ٤

وبالجملة فمتى كان المطروح أكبر من المطروح منه لزم طرح العدد الاصغر من الاكبر ووضع علامة — قبل الباقى

ولا ينبغى التساهل فى معرفة أن العدد السالب يدل على عملية طرح باقية

(الفصل الثالث)

(فى بيان عمليات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة بالاعداد الموجبة والسالبة)

(٢٤٦) اذا أريد جمع اعداد موجبة أو سالبة لزم أن نعم فى معنى الجمع الذى استعملناه فيه الى هنا لان علامتى + و — الموضوعتين قبل الاعداد يدلان فى الحقيقة على جموع وطروح جزئية فنلاحظ الآن أن جمع عدة اعداد موجبة وسالبة وهو عبارة عن جمع الغرض منه ايجاد عدد واحد موجب أو سالب يدل على نتيجة الجموع والطروح الجزئية المرموز اليها بعلامتى + و — المتقدمتين على الاعداد الجارى فيها العمل وهذه النتيجة هى عين مجموع الاعداد المفروضة

ويؤخذ من هذا التعريف الجديد الذى لاحظناه هنا فى معنى الجمع صور ثلاث

الاولى * اذا أريد تحصيل مجموع عدة أعداد سالبة فاجمع تلك الاعداد بقطع النظر عن علامة — ثم ضع قبل المجموع علامة —

مثلا * حيث ان عددى — ٣ و — ٥ يدلان على انه يلزم طرح ٣ آحاد و ٥ آحاد وهو يؤول الى طرح ٣ + ٥ أى ٨ آحاد فمجموع هذين العددين السالبين يدل على طرح كلى وهو طرح ٨ آحاد ورمز حينئذ الى هذا المجموع بهذا الرمز وهو — ٨

الثانية * اذا أريد تحصيل مجموع عددين مسبوقين بعلامتين متغايرتين فخذ باقى طرح هذين العددين بقطع النظر عن علامتى + و — ثم ضع قبل الباقى علامة أكبر العددين

فاذا أريد مثلا جمع + ٧ و — ٤ فمعناه انك تجمع ٧ وتطرح ٤ وهو يؤول الى جمع عدد ٣ الذى هو باقى طرح عددى ٧ و ٤ بحيث يكون مجموع عددى + ٧ و — ٤ هو + ٣

واذا أردت أيضا جمع عددى + ٤ و — ٧ فاجمع ٤ آحاد واطرح ٧ آحاد وهذا يؤول الى طرح عدد ٣ الذى هو باقى طرح عددى ٤ و ٧ فاذن يكون مجموع عددى + ٤ و — ٧ هو — ٣

الثالثة * اذا أريد تحصيل مجموع عدة اعداد موجبة وسالبة فخذ مجموع الاعداد المسبوقة بعلامة + على حدتها ومجموع الاعداد المسبوقة بعلامة — على حدتها ثم اطرح أصغر المجموعين من الآخر فيكون الباقى المسبوق بعلامة الاعداد التى مجموعها أكبر من مجموع الاعداد الاخرى هو المجموع المطلوب

وذلك انه اذا فرض جمع اعداد + ٨ و — ٣ و + ٧ و — ٢ فمعناه انه يلزم جمع ٨ وطرح ٣ وجمع ٧ وطرح ٢ وحيث ان كيفية اجراء عملية الطروح والجموع الجزئية لا تتغير فهذه العمليات المتوالية تؤول الى جمع ٨ + ٧ أى ١٥ آحادا والى طرح ٣ + ٢ أى ٥ آحاد وهاتان العمليتان الاخيرتان تؤولان الى جمع عدد ١٠ الذى هو باقى طرح عددى ١٥ و ٥ بمعنى انه يوضع قبل الباقى المذكور علامة + الموضوعة قبل الاعداد التى مجموعها أكبر من مجموع الاعداد الاخرى فاذن يكون مجموع الاعداد المفروضة هو + ١٠

ويكفى فى تحصيل هذا المجموع ان تحصل عدد ١٥ الذى هو مجموع عددى ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة + ثم عدد ٥ الذى هو مجموع عددى ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة — ثم تطرح ٥ من ١٥ وتضع قبل الباقى وهو ١٠ علامة + الموضوعة قبل العددين اللذين مجموعهما هو الاكبر

وأيضا جمع اعداد — ٨ و + ٣ و — ٧ و + ٢ يؤول الى طرح ٨ + ٧ أى ١٥ آحادا والى جمع ٣ + ٢ أى ٥ آحاد وهذا يؤول الى طرح عدد ١٠ الذى هو باقى طرح عددى ١٥ و ٥ بمعنى انه يوضع قبل هذا الباقى علامة — الموضوعة قبل عددى ٨ و ٧ اللذين مجموعهما هو الاكبر

فمجموع

فمجموع الاعداد المفروضة حينئذ هو — ١٠

ويكفي في تحصيل هذا المجموع أن تحصل عدد ١٥ الذي هو مجموع عددي ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة — ثم عدد ٥ الذي هو مجموع عددي ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة + ثم تطرح ٥ من ١٥ وتضع قبل الباقي وهو ١٠ علامة — الموضوعة قبل العددين اللذين مجموعهما هو الاكبر

(٢٤٧) اذا كان هناك صيغة مركبة من جملة اعداد مرتبطة بعضها بواسطة علامتي + و — وأجريت العمليات المبينة بهاتين العلامتين بأن انتقلت على التوالي من حد الى تاليه فانك تصل بذلك دائما الى نتيجة موجبة أو سالبة أو صفر وهذه النتيجة تسمى بالصيغة المحولة الى الصورة الموجزة

ومن المعلوم انه يمكن تغيير وضع العمليات بدون أن تفسد النتيجة وانه على ذلك يمكن تطبيق القاعدة المقررة في نمرة ٢٤٦ على جمع عدة اعداد موجبة وسالبة

ولنفرض مثلا صيغة ٨ — ٣ + ٧ — ٢ فاذا أردت أن تجري العمل على الوجه المقرر فاطرح أولا ٣ من ٨ وأضف عدد ٧ الى الباقي وهو ٥ فيحصل ١٢ ثم اطرح ٢ من ١٢ فيكون الباقي وهو ١٠ هو الصيغة الموجزة لعدد ٨ — ٣ + ٧ — ٢ وقد توصلوا الى هذه النتيجة بجمع اعداد + ٨ و — ٣ و + ٧ و — ٢ كما في الصورة الثالثة من نمرة ٢٤٦

(تنبيه) * لما كانت النتائج واحدة سواء توصل اليها بتحويل الصيغة المركبة من أعداد منفصلة عن بعضها بعلامتي + و — الى الصورة الموجزة أو بالبحث عن مجموع هذه الاعداد المختصة بالعلامات الموضوعة قبلها نتج من ذلك انه يكفي في الاقتصار على بيان جمع عدة أعداد موجبة وسالبة أن توضع هذه الاعداد عقب بعضها بعلاماتها المختصة بها

(٢٤٨) متى علم مجموع عددين وعلم أحدهما فالطرح حينئذ عبارة

عن معرفة العدد الآخر وهو الباقي كما في ثمرة ١١ ويؤخذ من هذا التعريف أنه يكفي في تحصيل باقي الطرح أن تضع عقب المطروح منه المطروح مسبوقا بعلامة غير علامته الاصلية فتكون النتيجة المحوّلة الى الصيغة الموجزة هي الباقي المطلوب كما في ثمرة ٢٤٧

وذلك انه اذا فرضنا طرح — ٥ من — ٧ فبموجب التعريف المذكور يلزم ايجاد صيغة اذا أضيف فيها المجموع الى — ٥ آل أمره الى — ٧ ومن المعلوم انه يتوصل الى ذلك بوضع + ٥ عقب — ٧ لان — ٧ + ٥ مضافا الى — ٥ يعطي المجموع وهو — ٧ حيث ان + ٥ يمحو — ٥ فاذن يكون — ٧ + ٥ هو الباقي المطلوب

ويمكن التحقق من ذلك بملاحظة انه حيث كان — ٧ يساوي — ٧ + ٥ — ٥ ينتج من هذا انه يكفي في طرح — ٥ من — ٧ أن نطرح — ٥ من — ٧ + ٥ — ٥ وهو يفيد — ٧ + ٥ وهذا الباقي يؤول الى — ٢ كما في ثمرة ٢٤٧

(٢٤٩) الضرب عبارة عن تحصيل عدد يسمى حاصلا مؤلفا من عدد آخر يسمى مضروبا كتاليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الآحاد كما في ثمرة ٨٢ وحيث ان علامة الحاصل لا تتوقف الا على علامات العوامل دون مقاديرها العددية يكفي تعيين علامة الحاصل في صورة ما اذا كان المضروب فيه عددا صحيحا وينتج من ذلك صورتان

الاولى * اذا كانت علامة المضروب فيه + فعلامة الحاصل هي عين علامة المضروب لان المضروب فيه لما كان مؤلفا من جمع عدة آحاد لزم أن يكون حاصل الضرب مؤلفا من عدة أعداد مساوية للمضروب وقد سبق في ثمرة ٢٤٦ أن مجموع الاعداد المتحدة العلامة لا بد أن يكون مسبوقا بعلامة تلك الاعداد

فيقال مثلا حاصل ضرب + ٣ في + ٢ هو + ٦ لانه

حيث كان المضروب فيه وهو + ٢ يدل على جمع ٢ آحادا الحاصل ضرب + ٣ فى + ٢ يتحصل بتأليف مجموع عددين مساويين لعدد + ٣ ويفيد + ٣ + ٣ اى + ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب — ٣ فى + ٢ هو — ٦ لانه يلزم لتحصيله تاليف مجموع عددين مساويين لعدد — ٣ وهو يفيد — ٣ — ٣ أى — ٦ كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٤٦

الثانية * اذا كانت علامة المضروب فيه — فعلامة الحاصل تخالف علامة المضروب لانه حيث كان المضروب فيه المفروض سالبا صحيحا مؤلفا من طرح عدة آحاد فالحاصل يتألف بطرح المضروب عدة مرات وهذا يؤول كما فى نمرة ٢٤٨ الى استخراج مجموع عدة أعداد مساوية للمضروب ومسبوقة بعلامة مخالفة لعلامة المضروب فاذن يكون هذا المجموع الدال على الحاصل المطلوب مسبوقا بعلامة مخالفة لعلامة المضروب

فيقال مثلا حاصل ضرب + ٣ فى — ٢ هو — ٦ لانه حيث كان المضروب فيه وهو — ٢ يدل على طرح ٢ آحادا الحاصل ضرب + ٣ فى — ٢ يتحصل بطرح المضروب وهو + ٣ مرتين الا انه يكفى فى طرح + ٣ وضع — ٣ فاذن يكون الحاصل المطلوب هو مجموع عددين مساويين لعدد — ٣ اعنى — ٣ — ٣ اى — ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب — ٣ فى — ٢ هو + ٦ لانه حيث كان المضروب فيه يدل على طرح ٢ آحادا الحاصل ضرب — ٣ فى — ٢ يتحصل بطرح المضروب وهو — ٣ مرتين وهو يفيد + ٣ + ٣ اى + ٦

ويعرف بما تقدم أن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته + وأن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامتين مختلفتين تكون علامته —

(تنبيه) * لا صعوبة فى أن يستنتج من هذه القاعدة الاخيرة انه فى صورة ما اذا كانت عوامل الحاصل سالبة تكون علامة هذا الحاصل + او —

على حسب ما اذا كان عدد العوامل زوجا أو فردا وعليه فحاصل ضرب هذه العوامل الاربعة وهى — ٢ و — ٣ و — ٤ و — ٥ هو + ١٢٠ وحاصل ضرب هذه العوامل الثلاثة وهى — ٢ و — ٣ و — ٤ هو — ٢٤

(٢٥٠) متى علم حاصل العددين المسمى مقسوما وعلم أحد هذين العددين المسمى مقسوما عليه فالقسمة حينئذ عبارة عن معرفة العدد الآخر المسمى خارج القسمة كما فى نمرة ٢٥ ويؤخذ من هذا التعريف ومن قاعدة العلامات فى الضرب أن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته + وان خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة مختلفة تكون علامته —

فعلى هذا يكون $\frac{٦+}{٢+} = +٣$ و $\frac{٦-}{٢-} = +٣$ و $\frac{٦+}{٢-} = -٣$ و $\frac{٦-}{٢+} = -٣$ فان كل قسمة من تلك القسم تجد فيها المقسوم ناتجا عن ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة

(الفصل الرابع)

(فى بيان اللوغارتمات السالبة)

(٢٥١) يسهل علينا الآن أن نبين انه متى أجريت عملية الجمع والطرح بموجب قواعد نمرتى ٢٤٦ و ٢٤٨ فخواص نمرة ٢٤١ تجرى فى اللوغارتمات الموجبة والسالبة المعينة بهاتين المتواليتين غير المحدودتين وهما

$$\cdots : \frac{١}{١٠٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠} : \frac{١}{١٠} : ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : \text{الخ}$$

$$\cdots - ٠٥ - ٠٣ - ٠٢ - ٠٠٠١ + ٠١ + ٠٢ + ٠٣ + ٤ \text{ الخ}$$

وبيان ذلك انه اذا ضربنا عدة حدود فى بعضها من المتوالية الهندسية وجمعنا الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية كان الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى هاتين المتواليتين وحيث ان اعداد ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ هى القوى المتتالية لعدد ١٠ فلا مانع من وضع المتواليتين على هذا المنوال

$$\therefore \frac{1}{10^{5}} : \frac{1}{10^{4}} : \frac{1}{10^{3}} : \frac{1}{10^{2}} : \frac{1}{10^{1}} : 1 : 10^{1} : 10^{2} : 10^{3} : 10^{4} : 10^{5} \text{ الخ}$$

$$\therefore -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \text{ الخ}$$

فعلى هذا اذا اعتبرنا مطلق حدين من المتوالية الهندسية كحدى $\frac{1}{10^{5}}$ و 10^{3} مثلا كان حاصل ضربهما هو $\frac{10^{3}\times 1}{10^{5}}$ (كما فى نمرة ٨١)

أو $\frac{10^{3}\times 1}{10^{2}\times 10^{3}}$ كما فى نمرة ٢٤) او $\frac{1}{10^{2}}$ (كما فى نمرة ٧٣)

وحيث ان الحدين المقابلين لهما من المتوالية العددية هما -5 و $+3$ فمجموعهما يساوى $-5+3$ أى -2 كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٤٦ فيظهر أن حاصل الضرب وهو $\frac{1}{10^{2}}$ والمجموع وهو -2 حدان متقابلان فى المتواليتين

ويمكن أن يستنتج مما تقدم بواسطة براهين كبراهين نمرة ٢٤١ ان خواص نمرة ٢٤١ تصلح للمتواليتين السابقتين ولنمثل لذلك فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج حاصل ضرب 10^{5} فى $\frac{1}{10^{2}}$

فاجمع عددى $+5$ و -2 اللذين هما لوغاريتما العاملين وحيث ان المجموع هو $+3$ كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٤٦ فعدد 10^{3} المقابل له هو الحاصل المطلوب

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج خارج قسمة 10^{3} على $\frac{1}{10^{2}}$

فخذ عددى $+3$ و -2 اللذين هما لوغاريتما هذين العددين ثم أطرح -2 من $+3$ فيكون الباقى $+5$ كما فى نمرة ٢٤٨

فيكون عدد 10^{5} المقابل له لوغاريتم $+5$ هو خارج القسمة المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج القوة الثانية لعدد $\frac{1}{3}$ ١٠

فاضرب عدد — ٣ الذى هو لوغارتم $\frac{1}{3}$ ١٠ فى ٢ فيكون الحاصل

وهو — ٦ كما فى نمرة ٢٤٩ هو لوغارتم العدد المطلوب و يكون عدد

$\frac{1}{6}$ ١٠ المقابل لهذه اللوغارتم الاخير هو القوة الثانية لعدد $\frac{1}{3}$ ١٠

(٢٥٢) يكفى فى بيان كون خواص نمرة ٢٤١ تصلح للاعداد التى ليست جزأ من هاتين المتواليتين وهما

$$\div \frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : 1 : 10 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : \text{الخ}$$

$$\div -04 \quad -03 \quad -02 \quad -0001 \quad +01 \quad +02 \quad +03 \quad +04 \quad \text{الخ}$$

أن تلاحظ (كما فى نمرة ٢٤٠) أن الغرض من ادخال الاواسط التناسبية على التوالى بين حدود هاتين المتواليتين هو أن ما يوجد فى المتواليتين الاخيرتين الناتجتين عن ذلك من الاعداد التى تكون أكبر أو اصغر من الآحاد تكون جزأ من المتوالية الهندسية الاخيرة وفى طريقة اللوغارتم المعينة بها تين المتواليتين تجد للاعداد التى تكون أكبر من الآحاد لوغارتمات موجبة تكبر بقدر كبر تلك الاعداد بخلاف الاعداد الموجبة التى تكون أصغر من الآحاد فان لها لوغارتمات سالبة تكبر بقدر صغر تلك الاعداد

(تنبيه)* ليس للاعداد السالبة لوغارتمات لانه حيث كانت جميع حدود المتوالية الهندسية الاصلية موجبة فادخال الاواسط الهندسية بين تلك الحدود لا ينتج عنه الا اعداد موجبة

(٢٥٣) يكفى فى استخراج لوغارتمات الاعداد التى تكون أكبر أو اصغر من الآحاد وتعيينها بمقدار تقريبى مفروض أن تدخل بالتوالى أواسط تناسبية بين حدود المتواليتين الاصليتين حتى تصل الى متواليتين يكون فيهما التفاضل المتقرر بين كل حدين متتاليين من المتوالية العددية أصغر من المقدار التقريبى المفروض لانه ان لم يوجد العدد المبحوث عن لوغارتمه فى المتوالية الهندسية

فهو

فهو واقع بين حدّين متتاليين منها ولوغاريتمه واقع بين الحدين المقابلين لهما من المتوالية العددية وحيث ان التفاضل بين هذين الحدين الاخيرين أصغر من المقدار التقريبي المفروض فكل منهما يدل على اللوغاريتم المطلوب

(تنبيه) * يكفي في الاقتصار على استخراج لوغاريتم أي عدد صحيح مفروض ومعرفته بدون واسطة أن تبحث بالتوالي عن الوسط الهندسي بين كل حدين من متوالية هندسية جديدة محتويين على العدد المبحوث عن لوغاريتمه وتبحث أيضا عن الوسط العددي بين كل حدين مقابلين لهما من متوالية عددية جديدة فكل وسط عددي يكون لوغاريتم الوسط الهندسي المقابل له .

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغاريتم عدد ٣ بحيث يحتوي تقريبا على جزء من الف من الواحد فابحث أولا عن الوسط الهندسي بين حدي ١ و ١٠ من المتوالية الهندسية المحتويين على عدد ٣ فتجد $\sqrt{10}$ او ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون الوسط العددي وهو ٠٫٥٠ بين حدي ٠ و ١ من المتوالية العددية المقابلين للحدين السابقين هو لوغاريتم ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية وحيث ان عدد ٣ واقع بين ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية فلوغاريتمه يكون واقعا بين عددي ٠٫٥٠ و ٠ اللذين هما لوغاريتما عددي ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية ثم ابحث عن عدد ١٫٧٧٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي هو الوسط الهندسي بين ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعن عدد ٠٫٢٥ الذي هو الوسط العددي المقابل له بين ٠ و ٠٫٥٠ فهذا الوسط الاخير هو لوغاريتم ١٫٧٧٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية واذا استمريت على هذا العمل رأيت بواسطة ابقاء ثلاثة أرقام اعشارية أن الاواسط الهندسية هي

٣٫١٦٢ و ١٫٧٧٨ و ٢٫٣٧١ و ٢٫٧٣٨ و ٢٫٩٤٢ و ٣٫٠٥٠
و ٢٫٩٩٦ و ٣٫٠٢٣ و ٣٫٠٠٩ و ٣٫٠٠٢ و ٢٫٩٩٩

وأن الاواسط العددية المقابلة لها هي

٠٫٥٠٠ و ٠٫٢٥٠ و ٠٫٣٧٥ و ٠٫٤٣٧ و ٠٫٤٦٨ و ٠٫٤٨٤
و ٠٫٤٧٦ و ٠٫٤٨٠ و ٠٫٤٧٨ و ٠٫٤٧٧ و ٢٫٤٧٧
وحيث ان عدد ٣ واقع بين حدّى ٣٫٠٠٢ و ٢٫٩٩٩ من
المتوالية الهندسية فلوغارتمه يكون واقعا بين الحدّين المقابلين لهما من
المتوالية العددية وهما ٠٫٤٧٧ ٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية
و ٠٫٤٧٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فمقدار لوغارتم ٣
التقريبي من جزء من ألف من الواحد هو ٠٫٤٧٧

(٢٥٤) يكفي في ايجاد لوغارتمات الاعداد التي تكون أكبر أو أصغر من
الواحد أن تستخرج لوغارتمات الاعداد الاولية بالطريقة السابقة في نمرة ٢٥٣
بأن لا تدخل الاواسط الهندسية والعددية الا بين حدود ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
الخ و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ من المتواليتين الاصليتين فتى حصلت بهذه
الطريقة المقادير التقريبية حسب الامكان للوغارتمات الاعداد الاولية التي
هي ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ الخ نتج عن ذلك
لوغارتمات الاعداد الاخرى بواسطة جمع وطرح وجيزة جدا وذلك
لانه بتحليل العدد الصحيح الى عوامل أولية كما في نمرة ٦٥ يكون
لوغاريتم هذا العدد مساويا لمجموع لوغارتمات عوامله كما في القاعدة الاولى
من نمرة ٢٤١ وبطرح لوغارتم المقام من لوغارتم البسط كما في التنبيه
الاول من نمرة ٢٤١ يحصل لوغارتم الكسر سواء كان أكبر من الآحاد
أو أصغر منها

(الفصل الخامس)
(في بيان كيفية وضع جدول اللوغارتمات واستعماله)

(٢٥٥) جداول اللوغارتمات عندهم كثيرة وكل جدول منها يذكرون قبله
تنبيهات تتعلق ببيان وضعه الخاص به فمن ثم رأينا أن نقتصر هنا على بيان وضع
جدول اللوغارتمات الآتي في آخر كتابنا هذا وبيان استعماله فنقول
ان هذا الجدول يحتوي على لوغارتمات الاعداد الصحيحة التي أولها ١

وآخرها ١٠٠٠٠ وهى لوغارتمات لها من الارقام خمسة اعشارية وهذه الاعداد الصحيحة مرسومة فى الاعمدة المعنون عنها بحرف ع (الموضوع فوقها وهو رمز للاعداد الصحيحة المذكورة) واجزاء لوغارتماتها الاعشارية مرسومة على يسارها فى الاعمدة المعنون عنها بكلمة لوغا (الموضوعة فوقها وهى مختصرة من لوغاريتم) ولم توضع الاعداد التبيينية فى تلك الجداول نظرا الى انه لاصعوبة فى أن يقوم مقامها استحضار أن العدد التبيينى للوغاريتم العدد الصحيح يحتوى على عدة احادنا ناقصة واحدا بقدر ما فى هذا العدد من الارقام كما تقدم فى الامر الاول من نمرة ٢٤٢

ولاجل أن يكون ما يحصل من الخطأ فى هذه الصورة أصغر ما يمكن فى صورة ما اذا لم يبق من الارقام الاخمسة اعشارية يسيرا جدا استخرج بواسطة نمرة ٢٥٣ الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات ثم حذفوا الرقم الاعشارى الاخير بموجب قاعدة نمرة ١٠٥ فصارت بذلك مقاديرا للوغارتمات تقريبية من نصف مائة الف من الواحد * مثلا * لما كانت لوغارتمات اعداد ٣ و ٤ و ٥٣ هى ٤٧٧١٢١ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٦٠٢٠٥٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٧٢٤٢٧٥ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كانت لوغارتمات هذه الاعداد فى الجدول هى

٤٧٧١٢ر٠ و ٦٠٢٠٦ر٠ و ٧٢٤٢٨ر١

ولاجل تحصيل الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات تجرى العمل بموجب قاعدة نمرة ٢٥٣ وتستمر على ذلك حتى يصير التفاضل بين كل حدين متتاليين من المتواليه العددية اصغر من ١ر٠٠٠٠٠٠ ولا يوجد فى المتواليات الهندسية المتتالية عدد من الاعداد الصحيحة الواقعة بين ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان الاواسط الهندسية الداخلة بين الحدود كلها اصماء غير أنه اذا وقع عدد من الاعداد الصحيحة بين حدين متتاليين من المتواليه الهندسية الاخيرة دل كل من الحدين

المقابلين لهما من المتوالية العددية على أن مقدار لوغاريتم هذا العدد الصحيح تقريبي من ١ ٠٠٠٠٠٠ر٠ لان التفاضل بين هذين الحدين أقل من ١ ٠٠٠٠٠٠ر٠

والتفاضل بين لوغاريتمي كل عددين صحيحين متتاليين واقعين بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ مرسوم في العمود الموضوع في الجهة اليسرى من عمود اللوغاريتمات محاذيا للمسافة التي بين اللوغاريتمين وهو معنون عنه بحرف ف (الموضوع فوقه) وأول رقم على يمين هذا التفاضل يدل على جزء من مائة الف من الواحد

وبهذه الكيفية ترى أن التفاضل بين لوغاريتمات عددي ٣٢٨٤ و ٣٢٨٥ هو ١٤ من مائة ألف من الواحد اى ١٤ ٠٠٠٠٠ر٠

واما التفاضلات التي بين لوغاريتمات الاعداد الصحيحة التي تكون اصغر من ١٠٠٠ فلا وجود لها في الجدول لعدم الحاجة الى استعمالها كما سيأتي

(٢٥٦) يكفي في الاستمداد لاجراء العمليات بواسطة جدول اللوغاريتمات معرفة حل هاتين المسئلتين

المسئلة الاولى * أن يكون المطلوب ايجاد لوغاريتم عدد مفروض (وفيها عدة صور)

الصورة الاولى * أن يكون العدد المفروض صحيحا واصغر من ١٠٠٠٠ ففي هذه الصورة يكون الجزء الاعشاري للوغاريتم موجودا في الجدول ويكون العدد التبييني مشتملا على عدة آحاد ناقصة واحدا بقدر ما في العدد المفروض من الارقام كما في الامر الثاني من ثمرة ٢٤٢

فعلى ذلك ترى ان لوغا ٨٧٨٥ = ٣٫٩٤٣٧٤ ولوغا ٢١٥٩ = ٣٫٣٣٤٢٥ ولوغا ٩ = ٠٫٩٥٤٢٤

(الصورة الثانية) * أن يكون العدد المفروض صحيحا واكبر من ١٠٠٠٠ فالعدد التبييني للوغاريتم هذا العدد المفروض هو في هذه الصورة معلوم

من

من قبل كما فى الامر الاول من ثمرة ٢٤٢ فيقتصر حينئذ على البحث عن الجزء الاعشارى من هذا اللوغاريتم وحيث ان الامر الثانى من ثمرة ٢٤٢ ينتج أن الجزء الاعشارى من لوغاريتم أى عدد كان لا يتغير بقسمة هذا العدد على قوة ١٠ فلا مانع من ترجيع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشارى من لوغاريتم أى عدد وقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بأن توضع الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول الموجودة على يمين العدد المبحوث عن لوغاريتمه (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨ فنقول ان عدد هذا اللوغاريتم التقريبى ٤ وجزءه الاعشارى هو عين جزء لوغاريتم ٢١٥٩٨ لان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا (٢١٥٩٨٫٠ × ١٠) = لوغا ٢١٥٩٨٫٠ + لوغا ١٠ = لوغا ٢١٥٩٨٫٠ + ١

فيكفى حينئذ البحث عن الجزء الاعشارى من لوغا ٢١٥٩٨٫٠

وحيث ان لوغار ٢١٥٩ هو ٣٣٤٢٥٣٫٠ فلا بد من تعيين ما تجب اضافته الى هذا اللوغاريتم الاخير ليتحصل لوغاريتم ٢١٥٩٨٫٠

وينبغى التنبيه قبل اجراء هذا العمل على انه يلزم ان يفرض أن التفاضلات التى بين الاعداد والتفاضلات التى بين لوغارتمات هذه الاعداد بينهما تناسب وما ينشأ عن هذا الفرض من الخطأ يكون صغيرا بقدر كبر الاعداد المذكورة فلذا أرجعنا المسئلة الى ايجاد لوغاريتم اى عدد يقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ وبذلك يتحصل دائما مقدار اللوغاريتم المطلوب من المتناسبة فيكون تقريبا جزأ من مائة الف من الواحد فاذن يلزم عند استخراج الحد الرابع من المتناسبة اهمال الاجزاء التى يكون أقل من أجزاء من مائة ألف من الواحد

فعلى هذا يقال حيث ان التفاضل بين لوغارتمات عددى ٢١٥٩ و ٢١٦٠ هو ٢٠ من مائة الف اى ٠٫٠٠٠٢٠ فاذا أضيف واحد من الآحاد الى عدد ٢١٥٩ لزم أن يضاف ٠٫٠٠٠٢٠ الى عدد

٣٣٤٢٥ر٣ الذى هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩ فما مقدار ما يضاف من الاعداد الى عدد ٣٣٤٢٥ر٣ الذى هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩ فى صورة ما اذا أضيف ٨ر٠ الى عدد ٢١٥٩ فنقول اذا رمز الى المجهول بحرف س ترتكب هذه المتناسبة (المعنون عنها بالمتناسبة الاولى) وهى

١ : ٠ر٠٠٠٢٠ :: ٨ر٠ : س وينتج من هذا أن

س = ٠ر٠٠٠١٦

واذا أضيف ٠ر٠٠٠١٦ الى ٣٣٤٢٥ر٣ كان المجموع وهو ٣٣٤٤١ر٣ هو لوغاريتم ٨ر٢١٥٩ وحيث ان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا ٨ر٢١٥٩ + ١ فلوغاريتم ٢١٥٩٨ هى ٣٣٤٤١ر٤

(تنبيه) * يعرف بالمتناسبة الاولى كيفية تحصيل ما يلزم اضافته الى لوغاريتم الجزء الصحيح من العدد المفروض بأن يضرب الجزء الاعشارى من هذا العدد المفروض فى التفاضل المبينين فى الجدول بين لوغاريتمى العددين الصحيحين المتتاليين المحتوبين على العدد المفروض

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨٠٠٠ فيكون ٠٠ ٢١٥٩٨ = ٢١٥٩٨ × ١٠٠٠ فاذن يكون لوغا ٢١٥٩٨٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + ٣ = ٣٣٤٤١ر٧

وبالجملة فيكفى فى استخراج لوغاريتم العدد الصحيح المنتهى باصفار أن تستخرج لوغاريتم هذا العدد بقطع النظر عن تلك الاصفار المنتهى بها ذلك العدد ثم تزيد على العدد المبينى لهذا اللوغاريتم الاخير عدة آحاد بقدر عدد الاصفار كما فى الامر الثانى من نمرة ٢٤٢

الصورة الثالثة أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم كسر من الكسور فتطرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط فيكون الباقى هو اللوغاريتم المطلوب كما فى نمرة ٢٤١

وعليه فاللوغاريتم يكون موجبا او سالبا على حسب كبر الكسر او صغره

عن الواحد (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول * ان يكون المطلوب تعيين لوغاريتم $\frac{٣٤٧٨}{٩}$ فابحث عن لوغاريتمى ٣٤٧٨ و ٩ فتجدهما ٣٫٥٤١٣٣ و ٠٫٩٥٤٢٤ ثم اطرح اللوغاريتم الثانى من الاول فيكون الباقى وهو ٢٫٥٨٧٠٩ هو اللوغاريتم المطلوب

المثال الثانى * أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم $\frac{٩}{٣٤٧٨}$ فيكون

لوغا $\frac{٩}{٣٤٧٨}$ = لوغا ٩ — لوغا ٣٤٧٨ = ٠٫٩٥٤٢٤ —

٣٫٥٤١٣٣ = — ٢٫٥٨٧٠٩

(تنبيه) * قد استبان أن طريقة العمل فى استخراج لوغاريتم الكسر الذى يكون اصغر من الواحد تؤول الى طرح لوغاريتم البسط من لوغاريتم المقام ووضع علامة — قبل الباقى

الصورة الرابعة * أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم عدد اعشارى وحيث كان العدد الاعشارى يساوى الكسر الاعتيادى الذى بسطه العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد الذى يليه من الجهة اليمنى اصفار بقدر الارقام التى على يمين الشرطة كما فى نمرة (٩٣) فلوغاريتم العدد الاعشارى يستخرج بالبحث أولا عن لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض وبان يطرح من هذا اللوغاريتم آحاد بقدر ما فى العدد المفروض من الاقام الاعشارية لان لوغاريتم الواحد المتبوع بعدة اصفار عبارة عن عدد مركب من عدة آحاد بقدر عدد تلك الاصفار كما فى الامر الاول من نمرة ٢٤٢ (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول * أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٫٥٩٨ فيكون لوغا ٢١٫٥٩٨ = لوغا $\frac{٢١٥٩٨}{١٠٠٠}$ = لوغا ٢١٥٩٨ —

لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ — ٣

فاذن يكفى البحث عن لوغاريتم ٢١٥٩٨ ثم طرح ثلاثة احاد منها وحيث ان

لوغا ٢١٥٩٨ = ٤٫٣٣٤٤١ (كما فى المثال الاول من الصورة الثانية)
فاذن لوغا ٢١٫٥٩٨ = ١٫٣٣٤٤١

(تنبيه)* العدد التبيينى للوغاريتم العدد الاعشارى الذى يكون اكبر من الواحد يحتوى على آحاد ناقصة واحدا بقدر ما فى الجزء الصحيح من هذا العدد من الارقام والجزء الاعشارى من لوغاريتم أى عدد لا يتغير بتقديم الشرطة عن موضعها الى عدة خانات فى الجهة اليمنى او اليسرى من هذا العدد كما فى الامر الثانى من ثمرة ٢٤٣

وعليه فنى صورة ما اذا كان المطلوب البحث عن لوغاريتم عدد اعشارى اكبر من الواحد يمكن دائما تحت جميع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الاعشارى الواقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بتاخير الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول من الجهة اليسرى من العدد الاعشارى المبحوث عن لوغاريتمه

وحينئذ فلاجل ايجاد لوغاريتم ٢١٫٥٩٨ يلاحظ ان العدد التبيينى لهذا اللوغاريتم هو ١ وان الجزء الاعشارى منه هو عين الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩٫٨ ويبحث حينئذ عن الجزء الاعشارى من لوغا ٢١٥٩٫٨ فيرى بموجب ما سبق فى المثال الاول من الصورة الثانية أن هذا الجزء الاعشارى هو ٣٣٤٤١ وحيث تبين أن العدد التبيينى للوغا ٢١٫٥٩٨ هو ١ فلوغا ٢١٫٥٩٨ = ١٫٣٣٤٤١

وبهذه الطريقة تجد لوغاريتمات اعداد ٢١٥٩٨٫٢ و ٢١٥٫٩٨ و ٨٧٨٫٥ و ٨٧٨٥٫٨ هى ٣٣٤٤١٫٠ و ٢٫٣٣٤٤١ و ٢٫٩٤٣٧٤ و ٠٫٩٤٣٧٤

المثال الثانى * أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٠٫٠٠٢١٥٩٨ فيكون لوغا ٠٫٠٠٢١٥٩٨ = لوغا $\frac{٢١٥٩٨}{١٠٠٠٠٠٠٠}$ = لوغا ٢١٥٩٨ — لوغا ١٠٠٠٠٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ — ٧ وحيث ان لوغا ٢١٥٩٨ = ٤٫٣٣٤٤١ فلوغا ٠٫٠٠٢١٥٩٨ =

٤ر٣٣٤٤١ — ٧ = — ٢ر٦٦٥٠٩ كافى غرة ٢٤٥

(تنبيه) * الشأن تضع لوغاريتم ٠ر٠٠٢١٠٩٨ على وجه آخر بان تلاحظ ان ٤ر٣٣٤٤١ — ٧ = ٤ — ٧ + ٠ر٣٣٤٤١ = — ٣ + ٠ر٣٣٤٤١ = ٣ر٣٣٤٤١ واذا وضعت علامة — فوق عدد ٣ التبيينى دلت على ان هذا العدد دون غيره سالب بحيث يلزم ان الجزء الاعشارى وهو ٠ر٣٣٤٤١ يضاف الى — ٣

فبموجب هذا التنبيه يكون لوغا ٠ر٠٠٢١٠٩٨ = —٢ر٦٦٥٠٩ = ٣ر٣٣٤٤١ ويظهر ان لوغاريتم العدد الاعشارى الذى هو اصغر من الواحد يوضع على وجهين مختلفين

الاول اذا أريد ان اللوغاريتم يكون كله سالبا فطريقة العمل تؤول الى البحث عن الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض وطرح هذا الجزء الاعشارى من ١٠٠٠٠٠

(وهو يؤول الى ان يطرح من ١٠ اول رقم من هذا الجزء الاعشارى من الجهة اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) فيكون الباقى هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المطلوب ويكون العدد التبيينى لهذه اللوغاريتم محتويا على عدة احاد بقدر ما يوجد من الاصفار بين الشرطة وأول رقم اعشارى معنوى من العدد المفروض

مثلا * اذا كان المطلوب تعيين لوغاريتمات اعداد ٠ر٠٠٢١٠٩٨ و ٠ر٠٠٠٠٢١٠٩٨ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١ الذى هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٠٩٨ واطرح ٣٣٤٤١ من ١٠٠٠٠٠ فيكون الباقى وهو ٦٦٥٠٩ هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتمات المطلوبة وحيث ان ٠ و ١ و ٣ هى اعدادها التبيينية فاللوغاريتمات هى — ٦٦٥٠٩ر٠ و — ١ر٦٦٥٠٩ و — ٣ر٦٦٥٠٩

الوجه الثانى اذا أريد ان العدد التبينى وحده هو الذى يكون سالبا فطريقة العمل تؤول الى البحث عن الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد الاعشارى المفروض ويجعل لهذا الجزء الاعشارى عدد تبينى سالب يحتوى على عدة احاد زائدة واحدا بقدر ما يوجد من الاصفار بين الشرطة واول رقم اعشارى معنوى من العدد المفروض

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغاريتمات اعداد ٠٫٠٠٠٢١٥٩٨ و ٠٫٠٠٠٢١٥٩٨ و ٠٫٠٠٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١ الذى هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩٨ فتجد اللوغاريتمات المطلوبة هى

$\bar{٤}٫٣٣٤٤١$ و $\bar{٣}٫٣٣٤٤١$ و $\bar{١}٫٣٣٤٤١$

(تنبيه) * اللوغاريتمات التى اعدادها التبينية دون غيرها سالبة فى استعمالها خاصية هى انه مهما كانت قوى عدد ١٠ التى يضرب فيها عددا أو يقسم عليها فالاعداد التى تكون أكبر او اصغر من الواحد الناتجة من ذلك يكون لها لوغاريتمات جزءها الاعشارى لا يتغير دائما ولا يأتى ذلك فى الاعداد التى تكون اصغر من الواحد فى صورة ما اذا كانت اللوغاريتمات المستعملة كلها سالبة

ومقتضى هذا التنبيه انه اذا لم تختلف الاعداد الصحيحة الا فى الاصفار الموضوعة على يمينها ولم تختلف الاعداد الاعشارية الا فى وضع الشرطة تكون لوغاريتمات هذه الاعداد متحدة الجزء الاعشارى

وعليه فيقال حيث ان لوغاريتم ٢١٥٩ هى ٣٣٤٢٥٫٣ فلوغاريتمات اعداد ٢١٥٩٠٠٠٠ و ٢١٥٩٫٠ و ٠٫٠٠٠٠٠٢١٥٩ هى ٧٫٣٣٤٢٥ و $\bar{١}$٫٣٣٤٢٥ و $\bar{٢}$٫٣٣٤٢٥ و $\bar{٦}$٫٣٣٤٢٥

(٢٥٧) المسئلة الثانية أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه

لوغاريتم مفروض (وفيها عدة صور)

(الصورة الاولى) اذا كان اللوغاريتم المفروض موجبا فانه ينسب الى عدد اكبر من الواحد وبموجب ما سبق في الصورة الاولى من غرة ٢٤٢ نرى أن العدد التبييني اذا أضيف اليه واحد دل على عدد الارقام الموجودة في الجزء الصحيح من العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض (وفي ذلك صورتان)

(احداهما) أن يكون العدد التبييني للوغاريتم المفروض ٣ فيكون العدد الذي ينتسب اليه اللوغاريتم المفروض واقعا بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ فلاجل ايجاد هذا العدد يبحث عن الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المفروض في الاعمدة المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارثمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة

فمتى وجدت في الجدول الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المفروض رأيت العدد المطلوب موضوعا على يمين هذا الجزء الاعشاري في العمود المعنون بحرف ع

فبهذه الطريقة تجد هذه اللوغارثمات وهي ٣٫٠٠٠٤٣ و ٣٫٩٤٣٧٤ و ٣٫٣٤٢٥ و ٣٫٩٩٩٣٩ مثلا تنسب الى اعداد ١٠٠١ و ٨٧٨٥ و ٢١٥٩ و ٩٩٨٦

واذا لم تجد في الجدول الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المفروض فهو بالضرورة واقع بين الجزئين الاعشاريين من لوغاريتمي عددين صحيحين متواليين من الاعداد ذوات الارقام الاربعة لان هذين الجزئين الاعشاريين يتزايدان من صفر الى ٩٩٩٩٩ وأصغر هذين العددين الصحيحين المتواليين يدل على الجزء الصحيح من العدد الاعشاري الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض

فاذا أردت تحصيل الجزء الاعشاري من العدد المطلوب فأجر العملية على الوجه السابق في الغرة المتقدمة بان تفرض دائما أن تفاضلات الاعداد بينها

وبين تفاضلات لوغارثماتها تناسب (يعني أن النسبة بين تفاضلات الاعداد كالنسبة بين تفاضلات اللوغارثمات) والخطأ الناشئ عن هذا الفرض انما هو لزوم الاقتصار عند استخراج الحد الرابع من التناسب على البحث عن رقم الاعشار وربما كان هذا الرقم غير صحيح

(مثلا) اذا كان المطلوب معرفة العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ فالجزء الاعشاري وهو ٣٣٤٤١ لا وجود له في الاعداد المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارثمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة وانما يوجد بين جزئي ٣٣٤٢٥ و ٣٣٤٤٥ الاعشاريين من لوغاريتمي عددي ٢١٥٩ و ٢١٦٠ فاذن يكون لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ منسوبا الى عدد ٢١٥٩ مضافا اليه كمية مجهولة اصغر من الواحد يرمز اليها بحرف س

ولاجل معرفة س يؤخذ من العمود المعنون بحرف ف تفاضل ٢٠ من مائة الف اى ٠ر٠٠٠٢٠ الذى هو التفاضل بين لوغا ٢١٥٩ ولوغا ٢١٦٠ ويبحث عن تفاضل ٠ر٠٠٠١٦ الواقع بين اللوغاريتم المفروض واللوغاريتم الجدولي الذى هو اصغر منها ثم يقال اذا كان في صورة ما اذا أضيف ٠ر٠٠٠٢٠ الى لوغاريتم ٢١٥٩ يلزم اضافة ١ الى ٢١٥٩ فما مقدار ما يلزم اضافته الى ٢١٥٩ في صورة ما اذا اضيف ٠ر٠٠٠١٦ الى اللوغاريتم العدد المذكور اعني ٢١٥٩ فتؤول حينئذ المتناسبة المعنون عنها بالمتناسبة الثانية وهي

٠ر٠٠٠٢٠ : ١ :: ٠ر٠٠٠١٦ : س الى هذه المتناسبة وهي

٢٠ : ١ :: ١٦ : س كما في نمرة ٢٠٤

وينتج من هذا أن س = ٨ر٠

فاذن يكون لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ منسوبا الى عدد ٨ر٢١٥٩

(تنبيه) * المتناسبة الثانية تدل على أن الجزء الاعشاري من العدد المطلوب يتحصل بأخذ التفاضل بين اللوغاريتم المفروض واصغر اللوغارثمات الجدولية

المحتوية عليه و بقسمة هذا التفاضل على التفاضل الجدولي الواقع بين اللوغاريثمين المحتوبين على اللوغاريتم المفروض

(ثانيتهما) أن لا يكون العدد التبييني للوغاريتم المفروض ٣ وهذه الصورة ترجع الى المتقدمة بأن تزيد على العدد التبييني ما يحتاج اليه من الآحاد وتنقص منه ذلك حتى يساوي ٣ لكي يوجد بواسطة الجدول ما يمكن وجوده من ارقام العدد المطلوب ثم تبحث عن العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم الجديد وحيث ان هذا العدد يساوي العدد المفروض مضروبا او مقسوما على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد التي زدتها على العدد التبييني او نقصتها منه كما في الامر الثالث من ثمرة ٢٤٢ يسهل حينئذ استخراج العدد الذي ينتسب اليه اللوغاريتم المفروض بان تقسم العدد المتحصل على قوة ١٠ او تضربه فيها وذلك بنقل الشرطة عدة خانات الى الجهة اليسرى او اليمنى بقدر الآحاد التي زدتها على العدد التبييني او نقصتها منه (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ١٫٣٣٤٢٥ فزد اثنين من الآحاد على العدد التبييني وهو ١ فتجد لوغاريتم ٣٫٣٣٤٢٥ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩ ثم اقسم هذا العدد الاخير على 10^2 اي على ١٠٠ بسبب الاثنين اللذين زدتهما على العدد التبييني وهو ١ للوغاريتم المفروض فخارج القسمة وهو ٢١٫٥٩ هو العدد الذي ينتسب اليه لوغاريتم ١٫٣٣٤٢٥ لانك اذا رمزت الى العدد المطلوب بحرف س وجدت

٣٫٣٣٤٢٥ = لوغاس + ٢ = لوغاس + لوغا ١٠٠ = لوغا (س × ١٠٠)

(تنبيه) اذا فرضنا أن العدد التبييني ٣ فالجزء الاعشاري وهو ٣٣٤٢٥ من اللوغاريتم المفروض يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغارثمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة واما اذا أبقينا العدد التبييني على اصله وهو ١ فان هذا الجزء الاعشاري لا يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغارثمات

الاعداد الصحيحة ذات الرقمين

* المثال الثانى * ان يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٧٫٣٣٤٤١ فانقص ٤ آحاد من العدد التبيينى وهو ٧ فتجد لوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩٨٫٠ كما فى الصورة الاولى السابقة (وهى صورة ما اذا كان العدد التبيينى ٣) ثم اضرب هذا العدد الاخير فى $\frac{4}{10}$ اى فى ١٠٠٠٠ بسبب الآحاد الاربعة التى نقصتها من العدد التبيينى وهو ٧ فحاصل الضرب وهو ٢١٥٩٨٠٠٠ هو العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض وهو ٧٫٣٣٤٤١ لانك اذا رمزت الى العدد المطلوب بحرف س وجدت

$$\text{لوغا}\left(\frac{\text{س}}{10^{\frac{4}{}}}\right) = \text{لوغا س} - \text{لوغا}\,10^{\frac{4}{}} = \text{لوغا س} - 4 = ٣٫٣٣٤٤١$$

* المثال الثالث * ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التى تنتسب اليها لوغارثمات ٠٫٣٣٤٢٥ و ٢٫٣٣٤٢٥ و ٣٫٣٣٤٢٥ و ٤٫٣٣٤٢٥ و ٥٫٣٣٤٢٥ فابحث عن عدد ٢١٥٩ المقابل للوغاريتم ٣٫٣٣٤٢٥ فينتج عن ذلك أن الاعداد المطلوبة هى

٢١٥٩٫٠ و ٢١٥٩٠ و ٢١٥٩٠٠ و ٢١٥٩٠٠٠

* المثال الرابع * أن يكون المطلوب ايجاد الاعداد التى تنتسب اليها لوغارثمات ٠٫٣٣٤٤١ و ١٫٣٣٤٤١ و ٢٫٣٣٤٤١ و ٤٫٣٣٤٤١ و ٧٫٣٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨٫٠ المقابل للوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ فينتج عن ذلك أن الاعداد المطلوبة هى

٢١٥٩٨٫٠ و ٢١٥٩٨٫٠ و ٢١٥٩٨٠٠ و ٢١٥٩٨٠٠٠

* (تنبيه) * العمليات المتقدمة تؤول الى فرض أن العدد التبيينى للوغاريتم المفروض ٣ والى البحث عن العدد الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد ثم تفصل بالشرطة مبتدئا من جهة هذا العدد اليسرى عدة ارقام زائدة واحدا بقدر الآحاد الموجودة فى العدد التبيينى للوغاريتم المفروض فاذا لم يكن فى عدد الارقام اللازمة لوضع الشرطة كفاية عوضت ذلك بوضع

الاصفار وتقطع النظر عن الشرطة فى صورة ما اذا لم تكن متبوعة بأرقام اعشارية

(الصورة الثانية) اذا كان اللوغاريتم المفروض كله سالبا فزد عليه من الآحاد ما تحتاج اليه حتى يكون الناتج كله موجبا ويكون عدده التبيينى ٣ (بمعنى انك تزيد على ما فى العدد التبيينى اربعة آحاد) ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد واقسمه على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على اللوغاريتم المفروض (بمعنى انك تنقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الآحاد على اللوغاريتم المفروض) فتكون النتيجة دالة على العدد الذى ينسب اليها اللوغاريتم المفروض لانه يقتضى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ اذا زيدت آحاد على العدد التبيينى للوغاريتم المفروض تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التبيينى

مثلا* اذا كان المطلوب تعيين العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ـــ ٢٫٦٦٠٥٩ الذى هو سالب هى سالبة كله فزد ٢+٤ اى ٦ آحاد على ـــ ٢٫٦٦٠٥٩ فتجد اللوغاريتم الناتج وهو ٣٫٣٣٤٤١ ينسب الى عدد ٢١٥٩٫٨ وهذا العدد الاخير يساوى حاصل ضرب العدد المطلوب فى 10^6 كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ فاذن يتحصل العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض بقسمة ٢١٥٩٫٨ على 10^6 بمعنى انك تنقل الشرطة ست خانات الى جهة ٢١٥٩٫٨ اليسرى بحيث يكون لوغاريتم ـــ ٢٫٦٦٠٥٩ منسوبا الى عدد ٠٫٠٠٢١٥٩٨

(تنبيه) طريقة العمل السابقة منحصرة فى طرح الجزء الاعشارى للوغاريتم المفروض من ١٠٠٠٠٠ (بأن تطرح من ١٠ اول رقم من جهة هذا الجزء الاعشارى اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) وفى كون الباقى يعتبر كجزء اعشارى من لوغاريتم عدده التبيينى ٣

وفى البحث عن العدد الاعشارى الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد وفى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد الاعشارى اليسرى ليكون الناتج مشتملا على عدة اصفار بين الشرطة واول رقم اعشارى معنوى بقدر ما فى العدد التبيينى للوغاريتم المفروض من الآحاد

وعليه فلاجل ايجاد الاعداد التى تنتسب اليها لوغارثمات — ٦٦٥٠٩ر٠ و — ٦٦٥٠٩ر١ و — ٦٦٥٠٩٢ر٣ تطرح ٦٦٥٠٩ من ١٠٠٠٠٠ فيكون ٣٣٤٤١ هو الباقى وحيث ان ٣٣٤٤١ر٣ هو لوغاريتم ٢١٥٩٨ر٠ فالاعداد المطلوبة هى ٢١٥٩٨ر٠ و ٠٢١٥٩٨ر٠ و ٠٠٠٢١٥٩٨ر٠

(الصورة الثالثة) اذا كان العدد التبيينى هو السالب فقط فزد عليه عدة احاد حتى يصير موجبا ومساويا ٣ (بمعنى انك تفرض ان الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض مسبوق بعدد تبيينى موجب يساوى ٣) ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم الجديد واقسم هذا العدد على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التبيينى (بمعنى انك تنقل الشرطة الاعشارية الى الجهة اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الآحاد على العدد التبيينى) فتدل النتيجة على العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض لانك اذا زدت عدة آحاد على العدد التبيينى من اللوغاريتم المفروض تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التبيينى السالب من اللوغاريتم المفروض كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢

مثلا * المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم $\overline{٣}$٣٣٤٤١ر٣ بمقتضى ما تقرر فى التنبيه التالى للمثال الثانى فى الصورة الرابعة من نمرة ٢٥٦ يكون ٣٣٤٤١ر٣ = — $\overline{٣}$ + ٣٣٤٤١ر٠

فاذا زيد حينئذ ٦ على $\overline{٣}$٣٣٤٤١ر٣ صارت النتيجة

٦ — $\overline{٣}$ + ٣٣٤٤١ر٠ او ٣ + ٣٣٤٤١ر٠ اى ٣٣٤٤١ر٣

واللوغاريتم الجديد وهو ٣٫٣٣٤٤١ ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى $\frac{6}{10}$ فيبحث حينئذ عن عدد ٢١٥٩٫٨ الذى يقابله لوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ ثم يقسم ٢١٥٩٫٨ على $\frac{6}{10}$ فتكون النتيجة وهى ٢١٥٩٨٫٠٠٠ هى العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض وهو $\overline{3}$٫٣٣٤٤١

(تنبيه) طريقة العمل السابقة تؤول الى فرض أن الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض مسبوق بعدد تبيينى مقداره ٣ والى البحث عن العدد الذى ينتسب اليه اللوغاريتم الجديد والى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد اليسرى حتى تحتوى النتيجة فيما بين الشرطة وأول رقم اعشارى معنوى على عدة ٥ فارتنقص واحدا عن عدد الآحاد الموجودة فى العدد التبيينى السالب من اللوغاريتم المفروض

فعلى هذا اذا أردت ايجاد الاعداد التى تنسب اليها لوغارثمات ٣٫٣٣٤٤١ و $\overline{2}$٫٣٣٤٤١ و $\overline{3}$٫٣٣٤٤١ و $\overline{4}$٫٣٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٫٨ الذى يقابله لوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ فينتج من ذلك أن الاعداد المذكورة هى ٢١٥٩٨٫٠ و ٢١٥٩٨٫٠٠ و ٢١٥٩٨٫٠٠٠ و ٢١٥٩٨٫٠٠٠٠

(٢٥٨) ماذكرناه من الامثلة يكفى فى كون الطالب بصيرا فيه اهلية وصلاحية لاستخراج لوغاريتم اى عدد مفروض ولايجاد العدد الذى ينسب اليه اى لوغاريتم مفروض وانما أرجعنا المسئلة فيما سبق الى اجراء العملية على لوغارثمات الاعداد المتحصرة بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان هذه الطريقة لها خاصية بيان ماعليه جدول اللوغارثمات الذى وضعناه فى آخر الكتاب من درجة الصحة وكمال الضبط والدقة وحيث جرينا فى العمل على هذه الطريقة فيقال

(اولا)* اذا أردت ايجاد لوغاريتم عدد مفروض فالتناسب المعنون عنه بالتناسبة الاولى كما فى السورة الثانية من ثمرة ٢٥٦ لاينتج الا جزأ من مائة

الف من احاد اللوغاريتم المفروض بمعنى ان اللوغاريتم المطلوب يتحصل بحيث يبلغ تقريبا جزأ من مائة ألف من الواحد

(ثانيا) * حيث ان اللوغاريتمات الجدولية ليس لها من الارقام الاعشارية سوى خمسة فمقادير ها الاتعرف الا بمقدار تقريبي من نصف جزء من مائة ألف من الواحد كما في نمرة ٢٥٥ والخطأ الناتج من الارقام الاعشارية المتروكة هو عبارة عن أنه في صورة ما اذا أريد ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم مفروض عدده التبييني ٣ فدلا ينتج من الجدول الأربعة ارقام اعشارية على يمين العدد المطلوب بمعنى انه في بعض الاحيان لا تدل المتناسبة المعنون عنها بالمتناسبة الثانية كما في الصورة الاولى من نمرة ٢٥٧ على رقم اعشاري من ارقام العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض

وذلك لانه حيث كان التفاضل الاصغر بين كل لوغاريتم بن جدوليين متتاليين يساوي ٠٠٠٠٤ ر فمقدار ٠٠٠٠٤ ر المذكور الذي هو خطا لوغاريتم من اللوغاريتمات يحدث في العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطأ يكون جزء من مائة الف من الواحد

فاذن عدد ٠٠٠٠١ ر الذي هو خطأ اي لوغاريتم كان يمكن أن يحدث في العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطا قدره تقريبا $\frac{1}{4}$ اي ٢٥ر٠ وعليه فخطأ اللوغاريتم اذا كان نصف جزء من مائة الف من الواحد يمكن ان يحدث في العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطأ يساوي نصف ٢٥ر٠ اي يساوي ١٢٥ر٠

فاذن الخطأ الحادث في العدد الذي ينسب اليه المقدار التقريبي للوغاريتم المفروض يمكن أن يبلغ ١٢٥ر٠ تقريبا وحينئذ فقد يعرض الخطأ لاعشار آحاد العدد المطلوب

فاذا أردت ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ليس عدده التبييني ٣ فزد او انقص من هذا اللوغاريتم عدة آحاد بحيث يكون اللوغاريتم الجديد موجبا ويكون عدده التبييني ٣ ثم ابحث عن العدد الذي ينسب اليه

هذا اللوغاريتم الجديد (وقد سبق انه لا يمكن التعويل الا على صحة الارقام الاربعة الاول من يسار العدد المتحصل) واقسم هذا العدد الاخير أو اضربه في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد التي زدتها أو نقصتها من اللوغاريتم المفروض والنتيجة هي المقدار التقريبي للعدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض والمقدار التقريبي هو ما لا يلزم فيه التعويل في سائر الاحوال الا على صحة الارقام الاربعة الاول المبدوءة باول رقم معنوي من جهة النتيجة اليسرى وان شئت قلت وهو الاليق بكمال الضبط انه عبارة عن كون الخطا دائما أقل من واحد من آحاد المنزلة المرموز اليها بالرقم الاخير من هذه الارقام الاربعة

فاذا لم تكف هذه الدرجة للمقدار التقريبي وجب العدول عن استعمال جداولنا اللوغاريتمية

(٢٥٩) اذا أردت تحصيل لوغاريتم كسر من الكسور وأخذت التفاضل بين لوغاريتمي البسط والمقام الجدوليين فالخطا الحاصل في لوغاريتم الكسر لا يمكن أن يزيد على جزء من مائة ألف من الواحد وهذه الخاصية ناتجة عن كون جداولنا ذات الارقام الخمسة الاعشارية يرى فيها أن اعظم خطا يمكن حدوثه في كل لوغاريتم جدولي يساوي نصف واحد من آحاد المنزلة الخامسة الاعشارية أي يساوي ٠٫٠٠٠٠٥ (كما في نمرة ٢٥٥) وهانحن ندقق النظر على التوالي في الصورتين اللتين يكون فيهما الخطا الكلي كبيرا جدا فنقول متى كان لوغاريتم البسط كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم المقام صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ وينتج من قاعدة نمرة ١٤ أن التفاضل بين اللوغاريتمين يكون كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ مرتين أي بقدر جزء من مائة ألف ولا يمكن أن يكون الخطأ الكلي الذي يحصل في لوغاريتم الكسر أكبر من ذلك أصلا

ومتى كان لوغاريتم البسط صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم المقام كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ فيكون التفاضل بين هذين اللوغاريتمين

صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ مرتين أى بقدر جزء من مائة ألف وحيث ان خطأ لوغاريتم الكسر فى الصورتين المذكورتين كبير جدا فاللوغاريتم المتحصل للكسر لايمكن أن يكون أكبر أو أصغر من جزء من مائة ألف

وبالجملة فمتى قابلت بين لوغارتمين جدوليين على طريقة الجمع والطرح فان الخطأ الكلى لايزيد على حاصل ضرب جزء من مائة ألف من الواحد فى عدد ما استعملته من اللوغارتمات

ومتى وجدت فى الجداول المستعملة لوغارتمات محتوية على عدة أرقام اعشارية فان الخطأ لايمكن أن يكون أكبر من حاصل ضرب واحد اعشارى من آحاد المنزلة الاخيرة الباقية فى العدد الكلى للوغارتمات المستعملة فى المجموع والمطروح

(٢٦٠) ولنذكر هنا عدة أمثلة مع الاهتمام فيها بتحصيل الرقم الخامس المعنوى من العدد المطلوب بواسطة التناسب الثانى المتقدم فى الصورة الاولى من نمرة ٢٥٧ لنبين أن هذا الرقم غالبا غير صحيح ولاجل الاختصار نرمز بحرف س الى العدد المطلوب تحصيل مقداره التقريبى فنقول

(المثال الاول) المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٣٫٤٥٦٧٨٩٢ فى ١٫٢٣٤٥٦٧٨٩

فنقول ان لوغارتمى العاملين هما ٠٫٥٣٨٦٧ و ٠٫٠٩١٥٢ ومجموعهما ٠٫٦٣٠١٩ وعدد ٤٫٢٦٧٧ الذى ينتسب اليه لوغارتم ٠٫٦٣٠١٩ هو المقدار التقريبى لعدد س

وحيث ان ٤٫٢٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ هو المقدار الحقيقى لعدد س فاستعمال اللوغارتمات لايعطى الا الارقام الاربعة الاولى التى على يسار الحاصل المطلوب

وصورة العمل توضع هكذا

لوغا ٣٫٤٥٦٧٨٩٢ = ٠٫٥٣٨٦٧ ١٠

لوغا ١٫٢٣٤٥٦٧٨٩ = ٠٫٠٩١٥٢

مجموع ٠٫٦٣٠١٩ = لوغا ٤٫٢٦٧٧

وهكذا

وهكذا من الاعداد الاعشارية

(المثال الثاني) المطلوب تعيين خارج قسمة ٤٢٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ على ٣٫٤٥٦٧٨٩٢ فنقول اما لوغارتم المقسوم فهو ٦٣٠١٨ر٠ واما لوغارتم المقسوم عليه فهو ٥٣٨٦٧ر٠ فاذا طرحنا اللوغارتم الثاني من الاول كان الباقي وهو ٠٩١٥١ر٠ دالاعلى لوغارتم عدد سه وعدد ١٫٢٣٤٥ الذي ينتسب اليه لوغارتم ٠٩١٥١ر٠ يعطى المقدار التقريبي لعدد سه وخارج القسمة الحقيقي هو ١٫٢٣٤٥٦٧٨٩

(المثال الثالث) المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ر٠ على ٠٠٥٦٧ر٠ فنقول اما لوغارتم المقسوم فهو — ٨٧٧٢١ر٠ واما لوغارتم المقسوم عليه فهو — ٢٫٢٤٦٤٢ فنطرح اللوغارتم الثاني من اللوغارتم الاول فيكون الباقي هو — ٨٧٧٢١ر٠ + ٢٫٢٤٦٤٢ كافي نمرة ٢٤٨ او ١٫٣٦٩٢١ وعدد ٢٣٫٤٠ الذي ينتسب اليه هذا اللوغارتم الاخير هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب وهو عدد سه

(تنبيه) لامانع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان خارج القسمة المطلوب هو خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ على ٥٦٧٠ فيكفي أن نطرح لوغارتم ٥٦٧٠ من لوغارتم ١٣٢٦٧٨ فيكون الباقي وهو ١٫٣٦٩٢٢ هو لوغارتم خارج القسمة المطلوب وينتج من ذلك أن هذا الخارج يكون ٢٣٫٤٠

(المثال الرابع) المطلوب تحصيل خارج قسمة

$$\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦} \text{ على } \frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$$

فنبحث عن لوغارتمي كسري $\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦}$ و $\frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$ وحيث ان هذين اللوغارتمين هما ٢٣٣٨٠ر٠ و — ٥٨٦٢٢ر٠ فاطرح اللوغارتم الثاني من الاول فيكون الباقي

٢٣٣٨٠ر٠ + ٥٨٦٢٢ر٠ او ٨٢٠٠٢ر٠ وعدد ٦٫٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم ٨٢٠٠٢ر٠

هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب

(تنبيه) لا مانع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان خارج القسمة المطلوب وهو س = $\frac{٣٨٤٩ \times ٩٧٢٤}{٩٩٨ \times ٥٦٧٦}$ فيكفي تعيين خارج قسمة ٩٧٢٤ × ٣٨٤٩ على ٥٦٧٦ × ٩٩٨ ولهذا نؤخذ لوغارتمات اعداد ٩٧٢٤ و ٣٨٤٩ و ٥٦٧٦ و ٩٩٨ ثم يطرح من مجموع اللوغارتمين الاولين مجموع اللوغارتمين الاخيرين فيكون الباقي وهو ٠٫٨٢٠٠٢ دالاعلى لوغا س وعدد ٦٫٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم ٠٫٨٢٠٠٢ هو المقدار التقريبي لعدد س

وحيث ان المقدار الحقيقي لعدد س هو ٦٫٦٠٧٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاستعمال اللوغارتمات يعطي الارقام الاربعة الاعشارية الاولى من خارج القسمة

(المثال الخامس) المطلوب تحصيل القوة الرابعة عشرة لكسر $\frac{٢١}{٣٠}$ فنبحث عن لوغارتم $\frac{٢١}{٣٠}$ وهو ٠٫٠٢١١٩ و ثم تضربها في ١٤ فيكون حاصل الضرب وهو ٠٫٢٩٦٦٦ دالاعلى لوغارتم عدد س المطلوب وعدد ١٫٩٨٠ الذي ينسب اليه لوغارتم ٠٫٢٩٦٦٦ هو المقدار التقريبي لعدد س ومتى استخرجت من أول وهلة مقدار عدد س الحقيقي وجدته ١٫٩٧٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث لا تعطي اللوغارتمات الا الرقمين الاولين من يسار العدد المطلوب فيكون العدد المتحصل وهو ١٫٩٨٠ كبيرا جدا الا أن الخطا يكون أصغر من واحد من آحاد المرتبة المرموز اليها بالرقم الرابع من عدد ١٫٩٨٠ أي من ٠٫٠٠١ لان مقدار ما يلزم زيادته على ١٫٩٧٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية لاجل ايجاد ١٫٩٨٠ أصغر من ٠٫٠٠١

(المثال السادس) المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٣٥}$ فخذ لوغارتم — ١٫٠٩٦٩١ للكسر المذكور وضعفها أربع مرات

فتجد الحاصل بعد التضعيف وهو — ٤ر٣٨٧٦٤ دالاعلى لوغا عدد سـ وعدد ٠ر٠٠٠٠٤٠٩٦ الذى ينسب اليه لوغارتم — ٤ر٣٨٧٦٤ هو مقدار عدد سـ الحقيقى

(المثال السابع) المطلوب تحصيل مكعب ٠ر٦٩٤

فنقول ان لوغارتم ٠ر٦٤٩ هو — ٠ر١٨٧٧٧٦ فاذا ضربنا هذا اللوغارتم فى ٣ دلت النتيجة وهى — ٠ر٥٦٣٢٨ على لوغا سـ وينتج من ذلك أن سـ = ٠ر٢٧٣٣٥ ويكون ٠ر٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مقدار عدد سـ الحقيقى

(المثال الثامن) المطلوب تحصيل جذر مكعب $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ فاطرح لوغا ٢ من لوغا ٧٨٩٩ فالباقى وهو ٣ر٠٩٦٥٤ المسبوق بعلامة — هو لوغارتم $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ ثم اقسم — ٣ر٠٩٦٥٤ على ٣ فخارج القسمة وهو — ١ر١٩٨٨٤ يدل على لوغارتم عدد سـ وعدد ٠ر٠٦٣٢٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم — ١ر١٩٨٨٤ هو مقدار عدد سـ التقريبى

(المثال التاسع) المطلوب تحصيل الجذر التربيعى لمكعب ١٢

فاضرب لوغارتم ١٢ فى ٣ فتكون النتيجة وهى ٣ر٣٢٧٥٤ هى لوغارتم $١٢^{٣}$ ونصف ٣ر٣٢٧٥٤ وهو ١ر٦١٨٧٧ يدل على لوغارتم جذر مربع $١٢^{٣}$ وعدد ١ر٥٦٩٤١ الذى ينسب اليه لوغارتم ١ر٦١٨٧٧ هو المقدار التقريبى للجذر المطلوب

(المثال العاشر) المطلوب تحصيل جذر مكعب القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٣٥}$ فنقول حيث ان لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ يساوى — ٤ر٣٨٧٦٤ كما فى المثال السادس فثلث هذا اللوغارتم وهو — ١ر٤٦٢٥٤ يدل على لوغا سـ وعدد ٠ر٠٣٤٤٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم — ١ر٤٦٢٥٤ هو مقدار سـ التقريبى

من جزء من مائة ألف من الواحد

(المثال الحادى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ١٠

فنقول حيث ان لوغارتم ١٠ يساوى ١ فلوغارتم الجذر المطلوب هو $\frac{١}{٨}$ اى ٠٫١٢٥ وعدد ١٫٣٣٣٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ٠٫١٢٥ هو المقدار التقريبى للجذر المطلوب لان $\sqrt[٨]{١٠}$ = ١٫٣٣٣٣٢١٤٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية كما فى المثال الرابع من نمرة ١٨٦

(المثال الثانى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن عشر لعدد ٣٤

فاقسم لوغارتم ٣٤ على ١٨ فيكون خارج القسمة وهو ٠٫٨٥٠٨ هو لوغارتم الجذر المطلوب وعدد ١٫٢١٦٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ٠٫٨٥٠٨ هو المقدار التقريبى للجذر المطلوب

(الفصل السادس)
(فى المتممات الحسابية)

(٢٦١) المتمم الحسابى للوغارتم هو الباقى بعد طرح هذا اللوغارتم من عدد ١٠ وعليه فيقال حيث ان لوغارتم ٢ هو ٠٫٣٠١٠٣ فمتممه الحسابى هو ١٠ — ٠٫٣٠١٠٣ اى ٩٫٦٩٨٩٧

وقد استبان انه يكفى فى تحصيل المتمم الحسابى لاى لوغارتم كان أن تطرح من ١٠ أول رقم معنوى موضوع على يمين اللوغارتم المفروض وتطرح من ٩ ما بقى من الارقام

ويكفى فى الدلالة على المتمم الحسابى لاى لوغارتم كان أن تضع قبل هذا اللوغارتم هذا الرمز وهو تم وعليه فاذا رمزت برمز تم لوغا ٢ دل ذلك على المتمم الحسابى للوغارتم ٢ وحيث ان لوغا ٢ = ٠٫٣٠١٠٣ فاذن تم لوغا ٢ = ١٠ — ٠٫٣٠١٠٣ = ٩٫٦٩٨٩٧

(٢٦٢) اذا أردت أن تطرح لوغارتما من عدد مفروض واستبدلت عملية

هذا الطرح بزيادة المتمم الحسابي للوغارتم المفروض على العدد المذكور وجدت المجموع مساويا للباقي المطلوب زائدا ١٠ آحاد لان هذا المجموع كبير جدا وليس كبره بقدر مجرد اللوغارتم اللازم طرحه بل بقدر المتمم الحسابي المزيد أيضا * ومقتضى تعريف المتمم الحسابي أن مجموع هذين العددين الاخيرين يساوى ١٠

فاذا أردت أن تطرح مثلا ٠٫٩٥٤٢٤ من ٣٫٥٤١٣٣ فعوضا عن اجراء عملية هذا الطرح تزيد على ٣٫٥٤١٣٣ متمم ٠٫٩٥٤٢٤ وهو ٩٫٠٤٥٧٦ فتكون النتيجة وهى ١٢٫٥٨٧٠٩ كبيرة جدا بقدر ١٠ آحاد ويكفى حينئذ فى تحصيل الباقى المطلوب أن تنقص ١٠ آحاد من ١٢٫٥٨٧٠٩ وذلك لان ٣٫٥٤١٣٣ — ٠٫٩٥٤٢٤ = ٣٫٥٤١٣٣ + ١٠ — ٠٫٩٥٤٢٤ — ١٠

وحيث ان ١٠ — ٠٫٩٥٤٢٤ هو المتمم الحسابي وهو ٩٫٠٤٥٧٦ للوغارتم ٠٫٩٥٤٢٤ فاذن يكون ٣٫٥٤١٣٣ — ٠٫٩٥٤٢٤ = ٣٫٥٤١٣٣ + تم ٠٫٩٥٤٢٤ — ١٠

(٢٦٣) يتوصل بالقاعدة السابقة فى نمرة ٢٦٢ الى الخواص الآتية وهى أولا اذا زدت على لوغارتم بسط الكسر المتمم الحسابي للوغارتم المقام وجدت المجموع دالا على لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ آحاد (ولنمثل لذلك فنقول)

(المثال الاول) أن نفرض كسر $\frac{٣٤٧٨}{٩}$

فاذا زدت على لوغا ٣٤٧٨ المتمم الحسابي للوغا ٩ وجدت المجموع وهو ١٢٫٥٨٧٠٩ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ وذلك لانه يكون لوغا $\frac{٣٤٧٨}{٩}$ = لوغا ٣٤٧٨ — لوغا ٩ = لوغا ٣٤٧٨ + ١٠ — لوغا ٩ — ١٠ = لوغا ٣٤٧٨ + تم لوغا ٩ — ١٠

(المثال الثانى) أن نفرض كسر $\frac{٩}{٣٤٧٨}$

فاذا زدت على لوغا ٩ متمم لوغا ٣٤٧٨ كان المجموع وهو ٤١٢٩١ر٧ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠

* ثانيا * لوغارتم الحد الرابع من أى متناسبة كانت يتحصل بزيادة المتمم الحسابى للوغارتم الحد الاول على مجموع لوغارتمى الوسطين وبنقص ١٠ آحادا من النتيجة لان الحد الرابع من أى متناسبة كانت يساوى حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول كما فى نمرة ٢٠١

فاذا أردت أن تستخرج مثلا الحد الرابع من متناسبة ٩٥٠٠٠٠٠ : ٣٢٣ :: ٣٠٤ : س فرد على مجموع لوغارتمى الوسطين وهو ٤٩٩٢٠٧ر٤ المتمم الحسابى للوغا ٩٥٠٠٠٠٠ وهو ٣٠٢٢٢٨ر٣ فتجد النتيجة وهى ٨٠١٤٣٥ر٨ دالة على لوغارتم س زائدا ١٠ أى على لوغا (س × ١٠/١٠) فاذا قسمت على ١٠/١٠ العدد الذى ينسب اليه لوغارتم ٨٠١٤٣٥ر٨ كان خارج القسمة وهو ٠ر٠١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار س التقريبى

(تنبيه) * يمكن اختصار هذا العمل لانه حيث كان ٨ر٠١٤٣٥ مساويا للوغا س زائدا ١٠ فبنقص ٥ من العدد التبيينى تكون النتيجة وهى ٣ر٠١٤٣٥ هى لوغارتم س زائدا ٥ وحيث كان لوغارتم ٣ر٠١٤٣٥ منسوبا الى ٥ر١٠٣٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فمقدار س التقريبى يتحصل بنقل الشرطة خمس خانات الى الجهة اليسرى من ٥ر١٠٣٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون هكذا ٠ر٠١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

* ثالثا * اذا وصل بك العمل الى المقابلة بين عدة لوغارتمات موجبة بطريقة الجمع والطرح فاختصر العمل بأن تزيد على اللوغارتمات التى يلزم جمعها المتممات الحسابية للوغارتمات التى يلزم طرحها وحيث كان المجموع المتحصل يزيد عن أصله من العشرات بقدر ما أخذ من المتممات كما فى نمرة ٢٦٢ فيكفى فى تحصيل النتيجة أن تنقص من هذا المجموع عدة عشرات تساوى عدد المتممات المزيدة

(ولتمثل

(ولنمثل لذلك فنقول)

(المثال الاول) أن يكون المطلوب استخراج عدد سـ الذى هو خارج قسمة $\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦}$ على $\frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$ بواسطة اللوغارتمات

فلك أن تستخرج لوغارتم سـ بطرح لوغارتم كسر المقسوم عليه من لوغارتم كسر المقسوم وحيث ان لوغارتم كسر المقسوم عليه سالبة فيؤول الامر الى طرح عدد سالب لكن يجتنب استعمال اللوغارتمات السالبة بملاحظة أن خارج القسمة وهو سـ لما كان معبرا عنه بكسر $\frac{٣٨٤٩ \times ٩٧٢٤}{٩٩٨ \times ٥٦٧٦}$ كان لوغارتمه مساويا لمجموع لوغارتمى عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ ناقصا مجموع لوغارتمى عدد ٥٦٧٦ وعدد ٩٩٨ وعليه فيكفى فى تحصيل لوغارتم سـ أن تزيد على لوغارتم عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ المتممات الحسابية للوغارتمى عدد ٥٦٧٦ وعدد ٩٩٨ وتطرح ١٠ + ١٠ اى ٢٠ من المجموع وهو ٢٠ر٨٢٠٠٢ فيصير هكذا ٠ر٨٢٠٠٢ وعدد ٦ر٦٠٧٢ الذى ينسب اليه لوغارتم ٠ر٨٢٠٠٢ هو المقدار التقريبى لخارج القسمة المطلوب وهذا مطابق للنتيجة المتحصلة فى المثال الرابع من نمرة ٢٦٠

(المثال الثانى) أن يكون المطلوب تحصيل سـ الذى هو خارج قسمة ٩٧٢٤ × ٣٨٤٩ على ٥٦٧٦٠٠ × ٩٩٨٠٠٠٠

نزد على مجموع لوغارتمى عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ المتممات الحسابية للوغارتمى عدد ٥٦٧٦٠٠ وعدد ٩٩٨٠٠٠٠ فتجد المجموع وهو ١٤ر٨٢٠٠٢ دالا على لوغارتم سـ زائدا ٢٠ فيتحصل اذن لوغارتم سـ بطرح ٢٠ من ١٤ر٨٢٠٠٢ وحيث ان الباقى بعد الطرح يتوصل به الى لوغارتم سالب فالاولى تحويل العدد التبينى وهو ١٤ الى ٣ بان تطرح ١١ آحادا من لوغارتم ١٤ر٨٢٠٠٢ فيكون الباقى وهو ٣ر٨٢٠٠٢ هو لوغارتم خارج القسمة وهو سـ زائدا ٩ آحادا لانك قد نقصت ١١ آحاد

من لوغارتم كان كبيرا بقدر ٢٠ آحادا وعدد ٦٦٠٧ر٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم ٣ر٨٢٠٠٢ يدل حينئذ على حاصل ضرب س في $\frac{9}{10}$ بحيث اذا قسم ٦٦٠٧ر٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية على $\frac{9}{10}$ كانت النتيجة وهي ٠ر٠٠٠٠٠٦٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية هي خارج القسمة المطلوب

*(المثال الثالث) *أن يكون المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{2}{25}$ فلاجل تحصيل عدد س المطلوب تزيد على لوغا ٢ متمم لوغا ٢٥ فتجد المجموع وهو ٨ر٩٠٣٠٩ هو لوغارتم $\frac{2}{25}$ زائدا ١٠ فاذن يكون أربعة أضعاف ٨ر٩٠٣٠٩ أعني ٣٥ر٦١٢٣٦ هو لوغارتم س ^{40} زائدا ٤٠ فاذا قسمت العدد المقابل للوغارتم ٣٥ر٦١٢٣٦ على ١٠ وجدت خارج القسمة الاعلى س ولكن الاخصر أن تنقص ٣٢ آحادا من العدد التبييني وهو ٣٥ فيتحول الى ٣ ويبدل الباقي وهو ٣ر٦١٢٣٦ على لوغا س زائدا ٨ أي على لوغارتم س × $\frac{8}{10}$ وحيث ان لوغارتم ٣ر٦١٢٣٦ يقابل عدد ٤٠٩٦ فاقسم ٤٠٩٦ على $\frac{8}{10}$ فيكون خارج القسمة وهو ٠ر٠٠٠٠٤٠٩٦ هو مقدار س الحقيقي

*(المثال الرابع) *أن يكون المطلوب تعيين مقدار س الذي هو مقدار مكعب ٠ر٦٤٩

فيكون $س^3 = ٠ر٦٤٩ = (\frac{649}{1000})^3$

ولاجل اجتناب اللوغارتمات السالبة تزيد على لوغا ٦٤٩ متمم لوغا ١٠٠٠ وهو ٧ فيكون المجموع وهو ٩ر٨١٢٢٤ هو لوغارتم $\frac{649}{1000}$ زائدا ١٠ فاذن يكون عدد ٢٩ر٤٣٦٧٢ الذي هو ثلاثة أضعاف ٩ر٨١٢٢٤ هو لوغارتم س زائدا ٣٠ وتنقص لوغارتم ٢٩ر٤٣٦٧٢ بقدر ٢٦ آحادا ليتحول العدد التبييني الى ٣ ويكون الباقي وهو ٣ر٤٣٦٧٢ هو لوغارتم س زائدا ٣٠ — ٢٦ أي أربعة

بحيث

بحيث اذا قسم عدد ٢٧٣٣ر٥ المقابل للوغارتم ٣ر٤٣٦٧٢ على
٤
١٠ كان خارج القسمة وهو ٢٧٣٣ر٠ هو مقدار س التقريبي
وعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ر٠ هو مقدار س الحقيقي

(المثال الخامس) أن يكون المطلوب تحصيل س الذي هو جذر مكعب
٢
كسر ٧٨٩٩ فزد على لوغا ٢ متمم لوغا ٧٨٩٩ فيكون المجموع وهو ٦ر٤٠٣٤٦
٢
هو لوغارتم ٧٨٩٩ زائدا ١٠ فاذا قسمت ٦ر٤٠٣٤٦ على ٣
١٠
كان خارج القسمة وهو ٢ر١٣٤٤٨ مساويا للوغا س زائدا ٣
٣
أي مساويا للوغارتم س × √١٠ وذلك لانه ينتج من خواص
٣ ٢
نمرة ٢٤١ أن لوغا (س × √١٠) = لوغا س + لوغا √١٠
١
= لوغا س + ٣ لوغا ١٠ = لوغا س + ١٠/٣ لوغا ١٠ = لوغا س + ١٠/٣
ويمكن تحصيل لوغا س بطرح خارج القسمة وهو ٢ر١٣٤٤٨ من
١٠
كسر ٣ المحوّل الى كسر اعشاري الا أن هذا العمل يطول ويؤدي
الى نتيجة سالبة وهو خطا عظيم لان الغرض من المتممات الحسابية انما هو
اجتناب مثل ذلك
٣
ويتحصل أيضا مقدار س بقسمة العدد الذي ينسب اليه لوغارتم ٢ر١٣٤٤٨
على √١٠ غير أن هذه العملية غامضة صعبة فيجب اجتنابها بملاحظة انه
اذا كان اللوغارتم الذي يلزم قسمته على ٣ بدلا عن كونه كبيرا بقدر ١٠
أكبر من مكرر عدد ٣ الذي هو علامة الجذر المطلوب بقدر ٦
مثلا يكون ثلث هذا اللوغارتم الذي يكبر بقدر ٢ منسوبا الى س × ١٠٠
كما في الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ بحيث اذا قسم العدد المقابل لهذا
اللوغارتم الجديد على ١٠٠ دل خارج القسمة على س
ولاجل اجراء العملية على هذا المنوال تلاحظ أنه حيث كان لوغارتم ٦ر٤٠٣٤٦

كبيرا بقدر ١٠ آحاد فاذا صغرته بقدر ٤ آحاد كان الباقي وهو ٢٫٤٠٣٤٦ مساويا للوغا $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ زائدا ٦ آحاد وعدد ٠٫٨٠١١٥ الذي هو ثلث ٢٫٤٠٣٤٦ يساوي لوغا سـ زائدا ٢ وحيث ان لوغارتم ٠٫٨٠١١٥ ينسب الى عدد ٦٫٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية فمقدار سـ التقريبي يحصل بقسمة ٦٫٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية على ١٠٠ فيكون سـ = ٠٫٠٦٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

* (المثال السادس) * أن يكون المطلوب تحصيل جذر مكعب $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ فلاجل تعيين العدد المجهول وهو سـ تزيد على لوغا ٢ متمم لوغا ٣٥ وحيث كان المجموع هو لوغارتم $\frac{٢}{٣٥}$ زائدا ١٠ فعدد ٣٥٫٦١٢٣٦ الذي هو اربعة أضعاف ذلك المجموع يدل على لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ زائدا ٤٠ ثم تنقص ٣٤ آحادا من ٣٥٫٦١٢٣٦

وحيث ان الباقي وهو ١٫٦١٢٣٦ هو لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ زائدا ٦ فعدد ٠٫٥٣٧٤٥ الذي هو ثلث هذا الباقي هو لوغارتم سـ زائدا ٢ ولما كان لوغارتم ٠٫٥٣٧٤٥ ينسب الى عدد ٣٫٤٤٧٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية تبين أن سـ = ٠٫٠٣٤٤٧٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(٢٦٤) وبالجملة فمتى استعملت المتممات الحسابية في استخراج جذر درجة قوة أي كسر كان فاللوغارتم الذي يلزم قسمته على علامة الجذر يكون كبيرا بقدر ١٠ عدة مرات وقبل أن تقسم هذا اللوغارتم على علامة الجذر المطلوب استخراجه زد على عدده التبييني أو انقص منه عدة آحاد حتى يصير العدد التبييني الجديد كبيرا بقدر مكرر تلك العلامة واذا قسمت بهذه الطريقة اللوغارتم الجديد على العلامة المذكورة تحصل لوغارتم يكون عدده التبييني كبيرا بقدر عدد حقيقي من الآحاد مساو لخارج قسمة مكرر هذه

العلامة

العلامة عليها ثم ابحث عن العدد المقابل لهذا اللوغارتم الجديد وانقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما يزيد من الآحاد فى العدد التبينى للوغارتم الاخير فتكون النتيجة هى المقدار التقريبى للجذر المطلوب

(الفصل السابع)

(فى استعمال اللوغارتمات لاجل اختصار العمليات المتعلقة بالارباح المركبة)

(٢٦٥) لنفرض فى المسائل الآتية أن سعر المال فى السنة ٥ فى المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة فسنة كما سبقت الاشارة الى ذلك فى نمرة ١٤٠

(المسئلة الاولى) المطلوب ايجاد ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا فى آخر ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين من نمرة ١٤٠) فاذا رمزنا بحرف س الى عدد فرنكات المبلغ المطلوب ولاحظنا أن الفرنك الواحد الحال يعادل فى آخر كل سنة $\frac{٢١}{٢٠}$ (كما فى نمرة ١٤٠) أى يعادل $١٫٠٥$ كان $س = ٤٨٠٠٠٠ \times (١٫٠٥)^{٣}$ (كما فى نمرة ١٤١ وينتج من ذلك أن لوغا $س$ = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا $١٫٠٥ = ٥٫٧٤٤٨١$ وأن $س = ٥٥٥٦٦٢$

وحيث ان مقدار س الحقيقى هو ٥٥٥٦٦٠ (كما فى نمرة ١٤٠) فالخطا الناشئ عن استعمال اللوغارتمات هو فرنكان

(المسئلة الثانية) المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر (راجع المسئلة السادسة والعشرين فى نمرة ١٤٢)

فيقال قد تقدم فى نمرة ١٤٢ أن ٤٨٠٠٠٠ فرنك تعادل فى آخر ثلاث سنوات وأربعة اشهر $٤٨٠٠٠٠ \times (١٫٠٥)^{٣} \times \frac{٦١}{٦٠}$ فاذن يكون $س = ٤٨٠٠٠٠ \times (١٫٠٥)^{٣} \times \frac{٦١}{٦٠}$

وينتج من هذا أن لوغا $س$ = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا $١٫٠٥$

+ لوغا $(\frac{61}{60})$ = ٠٫٧٥١٩٩ وأن $س$ = ٥٦٤٩٢٥

وحيث ان مقدار $س$ الحقيقي هو ٥٦٤٩٢١ كما في نمرة ١٤٢ فالخطا الناشئ عن استعمال اللوغارتمات هو ٤ فرنكات

(المسئلة الثالثة) المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٠٠٠٦٦٠

فاذا رمزنا بحرف $س$ الى عدد السنين المطلوب فمبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك

فرنك

يعادل بعد مضي $س$ من السنين ٤٨٠٠٠٠ × $١٫٠٥^{س}$ كما في نمرة ١٤١

وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يعادل ٠٠٠٦٦٠ فرنك فاذن يكون

٤٨٠٠٠٠ × $١٫٠٥^{س}$ = ٠٠٠٦٦٠ وينتج من ذلك أن

$١٫٠٥^{س}$ = : $\frac{٠٠٠٦٦}{٤٨٠٠٠}$ وأن $س$ لوغا ١٫٠٥ = لوغا ٠٠٠٦٦ ـ لوغا ٤٨٠٠٠ = ٠٫٠٦٣٥٧

وحيث ان لوغا ١٫٠٥ = ٠٫٠٢١١٩ فاذا قسمنا ٠٫٠٦٣٥٧ على ٠٫٠٢١١٩ دل خارج القسمة وهو ٣ على $س$

(المسئلة الرابعة) المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا

فاذا رمزنا بحرف $س$ الى عدد السنين المطلوب يكون ٤٨٠٠٠٠

× $١٫٠٥^{س}$ = ٥٦٤٩٢١ وينتج من هذا أن $١٫٠٥^{س}$ = $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$

وان $س$ لوغا ١٫٠٥ = لوغا ٥٦٤٩٢١ ـ لوغا ٤٨٠٠٠٠

= ٠٫٠٧٠٧٥ وان $س$ = $\frac{٠٫٠٧٠٧٥}{\text{لوغا } ١٫٠٥}$ = $\frac{٠٫٠٧٠٧٥}{٠٫٠٢١١٩}$ = ٣٫٣ فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية فعلى ذلك يلزم ان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ يوضع للاسترباح مدة ٣ سنوات بحيث يكون ربحه مركبا ثم يوضع أيضا للاسترباح مدة بعض أشهر بحيث يكون ربحه بسيطا ويرمز لعدد الاشهر

بحرف ز

فرنك

وحيث ان ٤٨٠٠٠٠ اذا وضعت لان تربح ربحا صار كانها دل فى آخر ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا كما فى المسئلة الاولى من هذا الفصل فيلزم حينئذ البحث عن عدد الاشهر التى يلزم أن يوضع فيها رأس مال ٥٥٥٦٦٠ ليربح

فرنك

ربحا بسيطا حتى يصير ٥٦٤٩٢١ فرنكا أعنى ليكون ربحه البسيط ٥٦٤٩٢١ — ٥٥٥٦٦٠ أى ٩٢٦١ فرنكا

ولكن حيث ان الربح البسيط للفرنك الواحد فى الشهر الواحد هو $\frac{١}{٢٤٠}$ كما سبق فى المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة فالربح البسيط للفرنك الواحد فى مدة

فرنك فرنك

ز من الاشهر هو $\frac{١}{٢٤٠}$ × ز وربح ٥٥٥٦٦٠ البسيط فى ز من

فرنك

الاشهر هو $\frac{١}{٢٤٠}$ × ز × ٥٥٥٦٦٠ فاذن يكون ز × $\frac{٥٥٥٦٦٠}{٢٤٠}$ = ٩٢٦١

وينتج من ذلك أن ز = $\frac{٢٤٠ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦٠}$ = $\frac{٢٤ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦}$ ولوغا ز = لوغا ٩٢٦١ + لوغا ٢٤ — لوغا ٥٥٥٦٦ = ٠٫٦٠٢٠٦ و ز = ٤

فاذن يكون الزمن المطلوب ٣ سنوات و ٤ أشهر

(المسئلة الخامسة) المطلوب تعيين الزمن الذى يلزم أن يوضع فيه للاستراباح رأس مال يؤخذ منه فى السنة خمسة فرنكات على كل مائة ليربح ضعف مقداره الحال

وهذا يؤول الى البحث عن معرفة مقدار الزمن الذى يعادل فيه الفرنك الواحد ٢ فاذا رمزنا بحرف سـ الى عدد السنين المطلوب يكون (١٫٠٥ سـ) = ٢ كما فى نمرة ١٤١ وينتج من هذا أن سـ × لوغا (١٫٠٥) = لوغا ٢ وأن سـ = $\frac{\text{لوغا ٢}}{\text{لوغا ١٫٠٥}}$ = $\frac{٠٫٣٠١٠٣}{٠٫٠٢١١٩}$ = ١٤٫٢

وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذن يكون الزمن المطلوب مركبا من ١٤ سنة وبعض أشهر (أقل من ١٢) يرمز اليها بحرف ز

وحيث ان الفرنك الحال يعادل في ظرف ١٤ سنة ١ فرنك × ١٫٠٥^١٤ فيلزم حينئذ البحث عن عدد الاشهر التي يوضع فيها هذا المبلغ الاخير ليربح ربحا بسيطا حتى يصير فرنكين

وحيث ان ربح الفرنك الواحد في مدة ز من الاشهر هو $\frac{ز}{٢٤٠}$ من الفرنكات كما في المسئلة الرابعة من هذا الفصل فالفرنك الواحد يعادل في آخر ز من الاشهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ من الفرنكات فاذن ١٫٠٥^١٤ فرنك تعادل بعد مضي ز من الاشهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٫٠٥^{١٤}$ فرنك

وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يساوي ٢ من الفرنكات لزم أن $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٫٠٥^{١٤} = ٢$ وينتج من هذا ان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ + لوغا $(١٫٠٥)^{١٤}$ = لوغا ٢ وان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ = لوغا ٢ — لوغا $(١٫٠٥)^{١٤}$ من الفرنكات = لوغا ٢ — ١٤ لوغا (١٫٠٥) = ٠٫٠٠٤٣٧ وحيث ان لوغارتم ٠٫٠٠٤٣٧ ينسب الى عدد ١٫٠١٠ فيكون $١ + \frac{ز}{٢٤٠} = ١٫٠١٠$ وينتج من ذلك أن $\frac{ز}{٢٤٠} = ١٫٠١٠$ وان ز = ٠٫٠١٠ × ٢٤٠ = ٢٫٤

فاذن يربح رأس المال ضعف مقداره في نهاية ١٤ سنة و ٢٫٤ شهر

وهكذا من الاعداد الاعشارية أعني بعد مضي ١٤ سنة وشهرين و ١٢ يوما تقريبا

(المسئلة السادسة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار

شهر
ما يربحه بعد مضى ١٤ سنة و ٢٫٤

فيقال ان رأس المال المذكور وهو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ١٤
فرنك ١٤
سنة ١٠٠ × ١٫٠٥ كما فى غرة ١٤١

فرنك
وحيث ان ربح الفرنك الواحد فى الشهر الواحد هو $\frac{1}{240}$ كما سبق فى المسائل
شهر فرنك
المتعلقة بالفوائد البسيطة فربح الفرنك الواحد فى مدة ٢٫٤ هو $\frac{1}{240}$
فرنك
× ٢٫٤ اى $\frac{1}{100}$

شهر فرنك فرنك فرنك
وعليه فالفرنك الحال يعادل بعد مضى ٢٫٤ ١ + $\frac{1}{100}$ اى ١
× $\frac{101}{100}$

فرنك ١٤
فاذن رأس المال وهو ١٠٠ فرنك الذى كان يعادل ١٠٠ × ١٫٠٥
شهر فرنك
بعد مضى ١٤ سنة يعادل بعد مضى ١٤ سنة و ٢٫٤ ١٠٠

١٤ ١٤ فرنك
× ١٫٠٥ × $\frac{101}{100}$ اى ١٫٠٥ × ١٠١ فاذن يكون س =
١٤
١٫٠٥ × ١٠١

وينتج من هذا أن لوغا س = ١٤ لوغا ١٫٠٥ + لوغا ١٠١
= ٢٫٠٠٣٠٩٨ وأن س = ١٩٩٫٩٧ وهكذا من الاعداد
فرنك
الاعشارية فاذن يكون المبلغ المطلوب هو ١٩٩٫٩٧ وهكذا من الاعداد
الاعشارية اى ٢٠٠ فرنك تنقص ٣ سنتيمات

شهر
فاذن رأس المال يتضاعف تقريبا بعد مضى ١٤ سنة و ٢ر٤
(المسئلة السابعة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله بعد انقضاء قرن تام
فاذا رمزنا بحرف س الى فرنكات المبلغ المطلوب كان س = ١٠٠
١٠٠
× ١ر٠٥ ولوغا س = لوغا ١٠٠ + ١٠٠ لوغا ١ر٠٥
= ٤ر١١٩ و س = ١٣١٥٢
فرنك
فاذن رأس المال الذى هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى قرن بتمامه ١٣١٥٢
(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله بعد مضى ٥٠ سنة
٥٠
فاذا رمزنا الى فرنكات المبلغ المطلوب بحرف س كان س = ١٠٠×١ر٠٥
وينتج من هذا أن لوغا س = لوغا ١٠٠ + ٥٠ لوغا ١ر٠٥
= ٣ر٠٥٩٥ وأن س = ١١٤٦ر٨
فاذن رأس المال الذى هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٥٠ سنة
فرنك
١١٤٦ر٨
(المسئلة التاسعة) اذا كان رأس المال الذى هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فما مقدار سعر المال
فاذا رمزنا بحرف س الدال على عدد الفرنكات الى قيمة الفرنك الواحد فى آخر السنة الاولى كان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل فى آخر السنة
٣
الثالثة ٤٨٠٠٠٠ × س من الفرنكات فاذن يتحصل ٤٨٠٠٠٠
٣
× س = ٥٥٥٦٦٠ وينتج من هذا أن لوغا س = ٠ر٠٢١١٩
وأن س = ١ر٠٥

وبناء

فرنك

وبناء على ذلك يقال حيث ان الفرنك الواحد يعادل بعد مضى سنة ١٫٠٥

فرنك

فمبلغ ١٠٠ فرنك يعادل فى آخر السنة الاولى ١٠٥ فيكون ربح المائة فرنك فى السنة الواحدة ٥ فرنكات فاذن يكون سعر المال ٥ على المائة فى كل سنة

(تنبيه) اذا علم رأس المال وعلمت قيمته بعد مضى عدد معلوم من السنين والاشهر باخذ الارباح كما سبق فى نمرة ١٤٠ فالعمليات الحسابية لا تكفى فى معرفة سعر المال وانما المرجع فى ذلك الى علم الجبر اذ به تحل المعادلة ذات المجهول الواحد المنسوب الى الدرجة المرموز اليها بعدد السنين زائدا واحدا

(الباب التاسع)

(فى ذكر مسائل يمتحن بها الطالب)

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(المسئلة الاولى) اذا كان معنا قطعة من الجوخ العال قدرها ثلاثون مترا وعرضها $\frac{9}{12}$ وثمنها ٧٢٠ فرنكا فما ثمن خمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$

فاذا فرضنا أن العرض واحد كان ثمن المتر من الجوخ الوسط هو $\frac{15}{16}$ من ثمن المتر من الجوخ العال

وحيث ان ثمن الثلاثين مترا من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{9}{12}$ هو ٧٢٠ فرنكا فثمن المتر الواحد من الجوخ المذكور الذى عرضه $\frac{9}{12}$ هو جزء من ٣٠ من ٧٢٠ اى ٢٤ فرنك

وثمن المتر من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{1}{12}$ هو الجزء التاسع من ٢٤ فرنك او $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ فرنك وثمن المتر من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{8}{12}$ هو ٨ فرنك فى $\frac{8}{3}$ اى $\frac{64}{3}$ فرنك

وثمن المتر من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ هو $\frac{15}{16}$ من $\frac{64}{3}$ اى ٢٠ فرنكا فاذن ثمن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ هو ٥٠ فى ٢٠ اى ١٠٠٠ فرنك

(المسئلة الثانية) اذا كان هنالك عملان متفاوتان فى الصعوبة بان كانت النسبة بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فرنك فى نظير عمل ١٢ مترا من أحدهما فما مقدار ما يلزم دفعه من الفرنكات

فى اجرة عمل ١٠ أمتار من العمل الثانى

فيقال حيث ان أجرة الاثنى عشر مترا من العمل الاول هى ٧٢٣٦ فرنك فاجرة عمل المتر الواحد هى $\frac{٧٢٣٦}{١٢}$ فرنك ولكن اذا لم نرمز الى صعوبة هذا العمل بعدد ٣ بأن رمزنا اليها بواحد بمعنى انتا صغرناها عن أصلها ثلاث مرات فان أجرة المتر الواحد من ذلك العمل لا تزيد على $\frac{٧٢٣٦}{٣\times١٢}$ فرنك وحيث ان صعوبة العمل الثانى يرمز اليها بعدد ٤ فاجرة المتر الواحد منه هى $\frac{٤\times٧٢٣٦}{٣\times١٢}$ فرنك وأجرة عشرة الامتار هى $\frac{١٠\times٤\times٧٢٣٦}{٣\times١٢}$ فاذا لوحظ أن عدد ٤ عامل لعدد ١٢ وأن ٧٢٣٦ يقبل القسمة على ٩ كما فى نمرة ٤٣ آلت هذه الكمية الى ٨٠٤ فرنك × ١٠ = ٨٠٤٠ فرنك

(المسئلة الثالثة) اذا كان العملان متفاوتين فى الصعوبة بان كانت النسبة بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فرنك فى نظير عمل ١٢ مترا من أحدهما ومبلغ ٨٠٤٠ فرنك فى نظير عمل عدة أمتار من العمل الثانى فما يكون عدد هذه الامتار

فيقال قد سبق فى المسئلة التى قبلها أن اجرة المتر الواحد من العمل الثانى هى $\frac{٤\times٧٢٣٦}{٣\times١٢}$ فرنك = ٨٠٤ فرنك فاذا قسمنا حينئذ الاجرة بتمامها وهى ٨٠٤٠ فرنك على عدد ٨٠٤ الذى هو أجرة المتر الواحد تحصل عددا الامتار وهو ١٠ متر

(المسئلة الرابعة) اذا اشترك ثلاثة تجار ومكثوا فى الشركة ٣ سنوات وكان أحدهم قد وضع أوّلا ١٢٠٠٠ فرنك وبعد مضى ١٥ شهرا وضع ٤٥٠٠ فرنك والثانى وضع أوّلا ١٨٠٠٠ فرنك وبعد مضى سبعة أشهر أخذ ٧٦٠٠ فرنك والثالث وضع ٩٦٥٠ فرنكا مكثت المدّة المذكورة وهى ثلاث سنوات وبلغ الربح الكلى ٣٩٠٤٥ فرنكا فما حصة كل واحد منهم من هذا الربح

امّا التاجر الاوّل فانه وضع أوّلا ١٢٠٠٠ فرنك مكثت فى الشركة مدّة ٣ سنوات او ٣٦ شهرا ثم وضع ٤٥٠٠ فرنك لم تمكث فى الشركة الامدّة ٣٦ — ١٥ اى ٢١ شهرا وهذان المبلغان يربحان بقدر

فرنك فرنك فرنك

ما يربح ٣٦ فى ١٢٠٠٠ فرنك اى ٤٣٢٠٠٠ و ٢١ فى ٤٥٠٠ اى ٩٤٥٠٠٠ فى مدّة شهر واحد بحيث تكون حصة التاجر الاوّل من الربح هى عين ما يربحه

فرنك فرنك فرنك

لو وضع ٤٣٢٠٠٠ + ٩٤٥٠٠ اى ٥٢٦٥٠٠ فى مدّة شهر واحد

فرنك

واما التاجر الثانى فانه وضع ١٨٠٠٠ مكثت فى الشركة سبعة أشهر

فرنك فرنك فرنك فرنك

ثم أخذ منها ٧٦٠٠ فلم يمكث الباقى وهو ١٨٠٠٠ — ٧٦٠٠ أى ١٠٤٠٠ فى الشركة الامدّة ٣٦ — ٧ أى ٢٩ شهرا فيلزم أن يربح هذان المبلغان

فرنك فرنك فرنك

بقدر ما يربحه ١٨٠٠٠ × ٧ + ١٠٤٠٠ × ٢٩ اى ٤٢٧٦٠٠ فى مدّة شهر واحد

فرنك

واما التاجر الثالث فانه وضع ٩٦٥٠ مكثت فى الشركة ٣٦ شهرا فيكون

فرنك فرنك

ربحها بقدر ما يربحه ٩٦٥٠ × ٣٦ اى ٣٤٧٤٠٠ فى مدّة شهر واحد فحينئذ تكون الحصص المطلوبة من الربح هى عين خارج قسمة الربح الذى

هو ٣٩٠٤٥ فرنكا على ثلاثة شركاء رؤس أموالهم الموضوعة هى

فرنك فرنك فرنك

٥٢٦٥٠٠ و ٤٢٧٦٠٠ و ٣٤٧٤٠٠

فرنك

وحيث ان مجموع المبالغ الثلاثة هو ٣٠١٥٠٠ فربح هذا المجموع

فرنك

يبلغ ٣٩٠٤٥

فرنك فرنك

وعليه فربح الفرنك الواحد $\frac{٣٩٠٤٥}{٣٠١٥٠٠}$ اى ٠ر٠٣ فاذن تكون

فرنك فرنك

حصص الشركاء الثلاثة من الربح هى ٠ر٠٣ × ٥٢٦٥٠٠ و ٠ر٠٣

فرنك فرنك فرنك فرنك فرنك

× ٤٢٧٦٠٠ و ٠ر٠٣ × ٣٤٧٤٠٠ اعنى ١٥٧٩٥ و ١٢٨٢٨ و ١٠٤٢٢

ولاشك أن مجموع هذه الحصص الثلاثة يساوى الربح وهو ٣٩٠٤٥ فرنكا

فرنك

(المسئلة الخامسة) اذا قوم وسق سفينة مثلا بمبلغ ٨٠٠٠٠٠

وضمن هذا الوسق من التلف بأن اشترط انه عند حصول التلف يدفع الضامن

فرنك

فى مقابلة كل فرنك من قيمة التالف ١٧ر٠ وعرض للسفينة فى سيرها

ما أتلف من وسقها ماقيمته ٧٠٠٠٠ فرنك فما مقدار ما يلزم الضامن دفعه

فرنك

لتاجر له فى هذا الوسق التالف بضاعة قيمتها ٦٠٠٠٠

فرنك فرنك

فيقال حيث ان البضائع التى قيمتها ٨٠٠٠٠٠ تلف منها ماقيمته ٧٠٠٠٠

فرنك فرنك

فالفرنك الواحد من هذه القيمة يخصه من التلف $\frac{٧٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠٠}$ اى $\frac{٧}{٨٠}$

فرنك فرنك فرنك

ويبلغ ٦٠٠٠٠ من القيمة المذكورة يخصه من التلف ٦٠٠٠٠ فى $\frac{٧}{٨٠}$ أى ٥٢٥٠

وحيث ان التاجر المذكور تلف من بضائعه ما قيمته ٥٢٥٠ فرنكا فيلزم
فرنك فرنك
الضامن أن يدفع له ٥٢٥٠ فى ١٧ر٠ اى ٨٩٢ر٥٠

(المسئلة السادسة) المطلوب تقسيم ٢٢٩٠ الى أربع حصص مستوفية للشروط الآتية وهى أن تكون

الحصة الاولى : الثانية :: ٣ : ٢
والاولى : الثالثة :: ٥ : ٧
والثانية : الرابعة :: ٨ : ٩

فينتج من المتناسبتين الاوليين انه اذا كانت الحصة الاولى ١ كانت الثانية $\frac{٢}{٣}$ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ واذا أردت معرفة الحصة الرابعة فركب هذه المتناسبة وهى ٨ : ٩ :: $\frac{٢}{٣}$: الحصة الرابعة فينتج من ذلك أن الحصة الرابعة $= \frac{١٨}{٢٤} = \frac{٣}{٤}$

فاذن يلزم أن الحصص المطلوبة تكون متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٧}{٥}$ و $\frac{٣}{٤}$ فاذا ضربت هذه الاعداد فى ٣ × ٥ × ٤ وذلك لا يغير مقدار نسبها وجدت الحصص المطلوبة متناسبة مع اعداد ٦٠ و ٤٠ و ٨٤ و ٤٥ وحيث ان مجموع هذه الاعداد الاربعة الاخيرة هو ٢٢٩ فالحصص المطلوبة تحصل بواسطة هذه المتناسبات وهى

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٨٤ : الحصة الثالثة
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

واذا قسمت حدى النسبة الاولى من كل متناسبة من هذه المتناسبات الاربع تلك المتناسبات الى المتناسبات الآتية وهى

١ : ١٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى
و ١ : ١٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

و ١ : ١٠ :: ٤٨ : الحصة الثالثة

و ١ : ١٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

وينتج من هذه المتناسبات الاخيرة أن الحصص المطلوبة هي ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠

ومن المعلوم أن الاعداد المذكورة اعني ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠ مستوفية لشروط المسئلة لان مجموعها يساوي عدد ٢٢٩٠ المطلوب تقسيمه الى الحصص المذكورة ويكون

٦٠٠ : ٤٠٠ :: ٣ : ٢ و ٦٠٠ : ٨٤٠ :: ٥ : ٧

و ٤٠٠ : ٤٥٠ :: ٨ : ٩

(المسئلة السابعة) هلك هالك عن زوجة حامل وترك من الاموال ٧٨٠٠ فرنكا واوصى قبل وفاته انها اذا وضعت ذكرا أخذت ٣١٢٠ فرنكا واخذ الغلام الباقي وهو ٤٦٨٠ واذا وضعت أنثى أخذت ٣٢٥٠ فرنكا واخذت البنت الباقي وهو ٤٥٥٠ فوضعت ذكرا وانثى فما كيفية تقسيم المال على وفق غرض الموصي

فالجواب أن يقال ان هذه المسئلة تؤول الى تقسيم التركة وهي ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص تكون النسب بينها على وفق منطوق الوصية

فعلى هذا اذا اعتبرنا أن حصص الام والغلام والبنت كالحصة الاولى والثانية والثالثة تحصل معنا هاتان المتناسبتان وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٣١٢٠ : ٤٦٨٠

والحصة الاولى : الثالثة :: ٣٢٥٠ : ٤٥٥٠

فاذا قسمنا كلا من ٣١٢٠ و ٤٦٨٠ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ١٥٦٠ ثم قسمنا كلا من ٣٢٥٠ و ٤٥٥٠ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦٥٠ تحصل معنا متناسبتان مكافئتان للمتناسبتين السابقتين وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣

الحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧

والغرض حينئذ تقسيم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص تكون نسبة الاولى منها الى الثانية كنسبة ٢ الى ٣ ونسبة الاولى الى الثالثة كنسبة ٥ الى ٧

ولاجل ذلك نبحث عن الحصص فى صورة ما اذا كانت الاولى منها واحدا فنجد هاتين المتناسبتين وهما

٢ : ٣ :: ١ الى الحصة الثانية و ٥ : ٧ :: ١ : الحصة الثالثة

وحيث ان الحد الرابع من هاتين المتناسبتين هو $\frac{٣}{٢}$ و $\frac{٧}{٥}$ فى الصورة المذكورة اعنى صورة ما اذا كانت الحصة الاولى ١ تكون الثانية $\frac{٣}{٢}$ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ فيلزم حينئذ أن تكون الحصص المطلوبة متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{٣}{٢}$ و $\frac{٧}{٥}$ فاذا ضربناها هذه الاعداد الثلاثة فى ٢ × ٥ (وذلك لا يغير تناسباتها) كانت الحواصل المطلوبة هى ١٠ و ١٥ و ١٤

فآلات المسئلة حينئذ الى تقسيم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص متناسبة مع اعداد ١٠ و ١٥ و ١٤ فعلى هذا اذا كان العدد المفروض ١٠ + ١٥ + ١٤ اى ٣٩ تكون الحصص ١٠ و ١٥ و ١٤ وحيث ان العدد المطلوب قسمته كبر عدة مرات فالحصص يلزم أن تكبر ايضا بقدر كبر العدد المذكور حتى تبقى على نسبها وحينئذ فالحصص المجهولة هى الحدود الرابعة من هذه المتناسبات وهى

٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٠ : سـ و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٥ : سـ

و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٤ : سـ

ولاجل اختصار العمل تقسم حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ٣٩ فتحصل هذه المتناسبات وهى

١ : ٢٠٠ :: ١٠ : سـ و ١ : ٢٠٠ :: ١٥ : سـ و ١ : ٢٠٠ :: ١٤ : سـ

وحيث

وحيث ان الحدود الرابعة من هذه المتناسبات هى ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠
فرنك فرنك
و ٢٨٠٠ فالحصص المطلوبة هى ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠ و ٢٨٠٠
فرنك فرنك فرنك
وهى انصباء الام (أعنى زوجة الميت) والغلام والبنت وهذا التقسيم مستوف
شروط المسئلة لان مجموع الحصص المذكورة هو ماترك الاب المتوفى أعنى
٧٨٠٠ فرنك وهى متناسبة على هذا الوجه

٢٠٠٠ : ٣٠٠٠ :: ٢ : ٣ و ٢٠٠٠ : ٢٨٠٠ :: ٢٠ : ٢٨ :: ٥ : ٧

(الارباح البسيطة)

(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ٤٨٠٠٠٠ فرنك وعادل
بعد مضى ٤٠ شهرا ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله مبلغ
٨٦٤٨١ فرنكا وضع للاسترباح بسعر المبلغ الاول ومكث ٨٠ شهرا
فالجواب أن يقال قد سبق فى المسئلة الحادية والعشرين (فى المسائل المتعلقة
بالفوائد البسيطة) أن سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة ويؤخذ من
فرنك فرنك
ذلك ان ربح الفرنك فى مدة ٨٠ شهرا هو $\frac{1}{3}$ وعليه فربح ٨٦٤٨١
فرنك فرنك فرنك
هو ٨٦٤٨١ فى $\frac{1}{3}$ اى ٢٨٨٢٧ فاذن يكون مبلغ ٨٦٤٨١
فرنك فرنك
نقدا يعادل بعد مضى ٨٠ شهرا ٨٦٤٨١ + ٢٨٨٢٧ اى
١١٥٣٠٨ من الفرنكات

(المسئلة التاسعة) اذا أضيف الى رأس المال ارباحه حتى عادل بعد
مضى خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا وعادل بعد مضى ١٦ شهرا ١٣١٢
فرنكا فما مقدار رأس المال وسعر المال

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ١٢٣٥ و ١٣١٢ هو ٧٧ والتفاضل
بين ٥ و ١٦ هو ١١ فحينئذ رأس المال المطلوب يزيد فى ١١ شهرا

فرنك فرنك

٧٧ فرنكا وفى الشهر الواحد $\frac{٧٧}{١١}$ اى ٧ وفى خمسة اشهر ٥ فى ٧ اى ٣٥ فرنكا

وحيث ان رأس المال الاصلى بعد مضى ٥ اشهر يعادل ١٢٣٥

فرنك فرنك

فرنكا فرأس المال المطلوب هو حينئذ ١٢٣٥ — ٣٥ اى ١٢٠٠ فرنك

فرنك

وحيث ان ربح ١٢٠٠ فى مدة خمسة أشهر هو ٣٥ فرنكا فربح

فرنك

١٢٠٠ فرنك فى الشهر الواحد هو $\frac{٣٥}{٥}$ اى ٧ فرنكات وربح ١٢٠٠

فرنك

فرنك فى ١٢ شهرا هو ٧ فى ١٢ وربح ١٠٠ فرنك فى ١٢ شهرا

فرنك

هو $\frac{٧ \times ١٢}{١٢}$ اى ٧ فرنكات وعليه فسعر المال فى السنة الواحدة هو ٧ فى المائة فاذا كان المال الموضوع للاستراباح بهذا السعر وجدت مبلغ ١٢٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضى خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا وبعد مضى ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا

(الارباح المركبة)

(المسئلة العاشرة) اذا كان على شخص دين قدره ٤٨٠٠٠٠ فرنك مؤجل بسنتين و ١١ شهرا فأراد قضاءه ببوليصة اى ورقة حوالة مؤجلة بست سنوات وثلاثة اشهر فما قيمة هذه البوليصة

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ٦ سنوات وثلاثة اشهر وسنتين و ١١ شهرا هو ٣ سنوات واربعة اشهر فالمسئلة حينئذ تؤول الى تعيين ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأجل معلوم بعد مضى ٣ سنوات واربعة اشهر فنقول قد سبق فى المسئلة السادسة والعشرين (فى المسائل المتعلقة بالارباح المركبة) ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى

ثلاث سنوات واربعة اشهر ٥٦٤٩٢١ فرنكا
وعليه فتكون قيمة البوليصة ٥٦٤٩٢١ فرنكا

(المسئلة الحادية عشرة) اذا كان هناك مبلغ رأس مال قدره ٥٦٤٩٢١ فرنكا مؤجلا بثلاث سنوات واربعة اشهر فما مقدار ما يعادله نقدا من الفرنكات

فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة السادسة والعشرين (فى المسائل المتعلقة بالارباح المركبة) أن الفرنك الحال يعادل بعد مضى ٣ سنوات واربعة اشهر $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك فاذا قسمنا حينئذ ٥٦٤٩٢١ فرنك على $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك كان خارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما فى نمرة ١٣٧

(المسئلة الثانية عشرة) ما مقدار الزمن الذى فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا بأخذ الارباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال اذا أضيف ربح كل سنة على التوالى الى رأس المال فان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضى سنة ٥٠٤٠٠٠ فرنك وبعد مضى سنتين ٥٢٩٢٠٠ فرنك وبعد ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا وبعد اربع سنوات ٥٨٣٤٤٣ فرنكا وحيث ان العدد المفروض وهو ٥٦٤٩٢١ محصور بين ٥٥٥٦٦٠ و ٥٨٣٤٤٣ فالزمن المطلوب هو بالضرورة محصور بين ٣ و ٤ من السنين

وحيث كان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فيكفى البحث عن عدد الاشهر التى اذا وضع فيها مبلغ ٥٥٥٦٦٠ فرنكا ليربح ربحا بسيطا صار مقداره ٥٦٤٩٢١ فرنكا فيلزم أن يكون ربح ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فى مدة الاشهر المطلوبة هو

فرنك فرنك
٥٦٤٩٢١ — ٥٥٥٦٦٠ اى ٩٢٦١ فرنكا

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ فى مدة اثنى عشر شهرا هو جزء من عشرين من ٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فيقال حينئذ

حيث ان رأس المال هو ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فالربح الذى مقداره ٢٧٧٨٣ فرنكا يكون مقدار زمنه اثنى عشر شهرا والربح الذى مقداره فرنك واحد يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣}$ والربح الذى مقداره ٩٢٦١

فرنكا يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣} \times ٩٢٦١$ اى اربعة اشهر

وحينئذ فمقدار الزمن المطلوب هو ثلاث سنوات واربعة اشهر

(المسئلة الثالثة عشرة) اذا كان على مدين مبلغ ١١٠٠٠ فرنك يدفع ربحها فى كل سنة ٢٢٠٠ فرنك فاراد أن يؤدى ما عليه من ربح ورأس مال فى ظرف سنتين بان يدفع ذلك على مرتين متساويتين فى نهاية كل سنة من السنتين فما مقدار المدفوع فى كل مرة مع مراعاة الارباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال حيث ان ربح ١١٠٠٠ فرنك فى كل سنة هو ٢٢٠٠ فرنك

فرنك فرنك

فربح الفرنك الواحد فى كل سنة هو $\frac{٢٢٠٠}{١١٠٠٠}$ اى $\frac{١}{٥}$ بحيث يكون الفرنك

فرنك فرنك فرنك

الواحدة نقدا يعادل فى رأس كل سنة $١ + \frac{١}{٥}$ اى $\frac{٦}{٥}$ وعليه فمبلغ

فرنك

١١٠٠٠ فرنك نقدا يساوى فى آخر السنة الثانية $١١٠٠٠ \times (\frac{٦}{٥})^{٢}$ (كما فى نمرة ١٤١) اى يساوى ١٥٨٤٠ فرنكا فيعادل حينئذ مجموع الدفعتين المقومتين فى هذه المدة الاخيرة ١٥٨٤٠ فرنكا لكن الدفعة الاولى التى حصلت فى آخر السنة الاولى تعادل فى آخر الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها والدفعة الثانية تعادل فى آخر السنة الثانية $\frac{٥}{٥}$ قيمتها فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين

الدفعتين المقومتين فى آخر السنة الثانية $\frac{6}{5}$ زائدة $\frac{5}{5}$ اى $\frac{11}{5}$ من الدفعة الاولى

فعلى هذا حيث ان $\frac{11}{5}$ من الدفعة الاولى تعادل ١٥٨٤٠ فرنكا

فرنك

فخمس الدفعة الاولى يعادل $\frac{15840}{11}$ اى ١٤٤٠ فرنكا فالدفعة الاولى حينئذ تعادل ٥ فى ١٤٤٠ فرنكا اى ٧٢٠٠ فرنك

فاذن يدفع المدين فى آخر السنة الاولى ٧٢٠٠ فرنك ويبقى عليه ربح ١١٠٠٠ فرنك وهو ٣٢٠٠ فرنك وحينئذ لا يلزمه الا دفع ٥٠٠٠ فرنك على رأس المال وهو ١١٠٠٠ فرنك الذى صار قدره ٦٠٠٠ فرنك فلا يراعى حينئذ فى السنة الثانية الا مبلغ ١٢٠٠ فرنك الذى هو ربح ٦٠٠٠ فرنك الباقية على المدين واذا أضيف هذا الربح الى ٦٠٠٠ فرنك كان المجموع ٧٢٠٠ فرنك وهذا القدر هو الباقى الذى يلزم دفعه فى آخر السنة الثانية وبهذه الدفعة الثانية التى قدرها ٧٢٠٠ فرنك الحاصل دفعها فى السنة المذكورة يتم قضاء ما بقى من الدين * والمسائل التى من هذا القبيل تسمى مسائل دفع رأس المال مع الفائدة

(المسئلة الرابعة عشرة) عرض على أحد التجار ٣٠ مترا من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{9}{12}$ على أن الثمن ٧٢٠ فرنكا فقد اعرض عليه ايضا ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ على أن الثمن ١٢٠٠ فرنك مؤجلة بسنتين فلو فرضنا أن العرض فى الجنسين واحد لكان ثمن المتر الواحد من الجوخ الوسط $\frac{15}{16}$ من ثمن المتر الواحد من الجوخ العال والموضوع هنا أن سعر المال فى كل سنة ١٠ فى المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة فسنة والمطلوب أن التاجر يعرف اى الامرين أنفع له

فبموجب الشروط المذكورة فى الصورة الاولى وهى ثلاثون مترا من الجوخ

فرنك

العال الذى عرضه $\frac{9}{12}$ ثمنها ٧٢٠ فقد يكون ثمن المتر الواحد من هذا

فرنك
الجوخ الذى عرضه $\frac{9}{12}$ جزأ من ثلاثين من ٧٢٠ اى ٢٤ وثمن المتر
الواحد من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{1}{12}$ هو جزء من تسعة من
فرنك فرنك فرنك
٢٤ اى $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ وثمن المتر الواحد من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{8}{12}$
فرنك فرنك
هو ٨ فى $\frac{8}{3}$ اى $\frac{64}{3}$
فرنك
وثمن المتر الواحد من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ هو $\frac{10}{16}$ من $\frac{64}{3}$
اى ٢٠ فرنك
وحينئذ فثمن ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ هو ٥٠
فرنك فرنك
فى ٢٠ اى ١٠٠٠ نقدا
فاذا أخذت أرباح الارباح على حساب ١٠ على ١٠٠ فى كل سنة
فرنك فرنك
ظهر أن ١٠٠٠ نقدا تعادل ١٢١٠ فى سنتين
ومن ذلك يعلم أن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{8}{12}$ المؤجل
فرنك
ثمنها بسنتين يكون ثمنها على التاجر ١٢١٠ بموجب شروط الصورة الاولى
فرنك
و ١٢٠٠ بموجب شروط الثانية وحينئذ فالصورة الثانية هى الانفع للتاجر

(مزج الموائع)

(المسئلة الخامسة عشرة) * ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثنى عشر ليترا من الشراب الذى ثمن اللتر منه ١٥ صولدياحتى يصير ثمن اللتر منه بعد المزج ٩ صولديات والفرض أن الماء لا قيمة له

(الحل الاول) حيث ان ثمن اللتر من المزج المطلوب وهو ٩ صولديات اذا ضرب فى عدد ليترات هذا المزج يلزم أن يساوى ثمن المزج بتمامه

وهو

صل
وهو ١٢ فى ١٥ اى ١٨٠ صولديا فعددا للبترات يحصل بقسمة
١٨٠ صولديا على ٩ صولديات فيكون الخارج ٢٠
وحينئذ فعدد ليترات الماء المطلوبة ٢٠ — ١٢ اى ٨
(الحل الثانى) أن يقال ان الليتر الذى ثمنه ١٥ صولديا يباع بتسعة
صل صل صل
صولديات يخسر ١٥ — ٩ اى ٦ والليتر من الماء الذى يضاف الى
صل
الشراب ويباع بتسعة صولديات يربح ٩ فعلى هذا يجبر الربح الخسارة
صل
فى صورة ما اذا مزجت تسعة ليترات من الشراب الذى ثمن الليتر منه ١٥
بستة ليترات من الماء لانه اذا بيع الليتر من المزج بتسعة صولديات كانت
صل صل صل صل
الخسارة ٩ فى ٦ اى ٥٤ وكان الربح ٦ فى ٩ اى ٥٤
وحيث ان ٦ هى $\frac{٦}{٩}$ او $\frac{٢}{٣}$ التسعة فمقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثنى
صل
عشر ليترا من الشراب الذى ثمن الليتر منه ١٥ لاجل تركيب المزج
المطلوب هو $\frac{٢}{٣}$ اثنى عشر ليترا اى ٨ ليترات
(المسئلة السادسة عشرة) اذا كان هناك عدة انواع من الشراب ثمن الليتر
صل صل صل صل
من احدها ٥ ومن الثانى ١٠ ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤
وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقادير تناسبية منها بحيث يصير ثمن الليتر من
صل
المزج ١٢ فما تكون هذه المقادير
فالجواب أن يقال اذا صنعنا من هذه الانواع مزجين بان ركبنا أحدهما
صل
مما ثمن الليتر منه دون ١٢ وركبنا الآخر مما ثمن الليتر منه اكثر من

صل صل
١٢ وجدنا ثمن اللتر من المزج الاول اقل من ١٢ وثمن اللتر من المزج
صل
الثانى اكثر من ١٢ فتصير المسئلة حينئذ هكذا ما المقدار الذى
يلزم اخذه من كل من هذين المزجين لتركيب مزيج ثالث يكون ثمن اللتر منه
صل
١٢
فالجواب أن يقال اذا كان الماخوذ مثلا من نوع الشراب الذى ثمن اللتر منه
صل صل
٥ اربعة ليترات ونصف ثمن اللتر منه ١٠ ستة ليترات كان ثمن اللتر من هذا
صل
المزج الاول ٨ كافى نمرة ١٤٣ ويكون محتويا على $\frac{4}{10}$ من اللتر
صل صل
الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{6}{10}$ من اللتر الذى ثمنه ١٠
صل
وكذلك اذا كان الماخوذ من نوع الشراب الذى ثمن اللتر منه ١٤ سبعة
صل
ليترات ونصف ثمن اللتر منه ٢٤ ثلاثة ليترات كان ثمن اللتر من هذا المزج الثانى
صل ضل
١٧ ويكون محتويا على $\frac{7}{10}$ من اللتر الذى ثمنه ١٤ وعلى $\frac{3}{10}$
صل
من اللتر الذى ثمنه ٢٤
فحينئذ يكون المطلوب ايجاد المقادير التناسبية التى يلزم اخذها من نوع الشراب
صل صل
الذى ثمن اللتر منه ٨ ومن نوع الشراب الذى ثمن اللتر منه ١٧ ليتركب
صل
من مزجهما بعضهما مزيج ثالث يكون ثمن اللتر منه ١٢ وحيث ان كل لتر

ثمنه

صل صل صل

ثمنه ٨ وبيع باثنى عشر صولديا ربح ٤ كما أن كل ليتر ثمنه ١٧

صل

وبيع باثنى عشر صولديا يخسر ٥ فبناء على ذلك اذا أردنا ان الربح يجبر

صل

الخسارة يكفى أن نأخذ ٥ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ٨

صل

و ٤ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٧ فيكون ثمن الليتر من

صل

هذا المزج ١٢

ولاصعوبة فى معرفة ما احتوى عليه هذا المزج الاخير من ليترات كل نوع من انواع الشراب المفروضة وذلك أن الليتر الواحد من المزج الاول الذى ثمن

صل صل

الليتر منه ٨ يحتوى على $\frac{٤}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{٦}{١٠}$ من

صل

الليتر الذى ثمنه ١٠ وحينئذ فالليترات الخمسة من المزج الاول تحتوى على

صل صل

$\frac{٢٠}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{٣٠}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٠

صل

والليتر الواحد من المزج الثانى الذى ثمن الليتر منه ١٧ يحتوى على $\frac{٧}{١٠}$

صل صل

من الليتر الذى ثمنه ١٤ وعلى $\frac{٣}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤ وحينئذ

فالليترات الاربعة من المزج الثانى تحتوى على $\frac{٢٨}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه

صل صل

١٤ وعلى $\frac{١٢}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤

صل

وحيث ان الليترات التسعة من المزج الثالث الذى ثمن الليتر منه ١٢

صل
مركبة من ٥ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ٨ ومن ٤ ليترات
صل
من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٧ فهى حينئذ تحتوى على ٢٠/١٠٠ من الليتر
صل صل
الذى ثمنه ٥ وعلى ٣٠/١٠٠ من الليتر الذى ثمنه ١٠ وعلى ٢٨/١٠٠ من الليتر
صل صل
الذى ثمنه ١٤ وعلى ١٢/١٠٠ من الليتر الذى ثمنه ٢٤
فاذا ضربت ذلك فى ١٠ وجدت التسعين ليترا من المزيج المطلوب
صل
تحتوى على ٢٠ ليترا من النوع الذى ثمن الليتر منه ٥ وعلى ٣٠ ليترا
صل
من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٠ وعلى ٢٨ ليترا من النوع الذى
صل صل
ثمن الليتر منه ١٤ وعلى ١٢ ليترا من النوع الذى ثمن الليتر منه ٢٤
صل
فحينئذ كل ليتر من هذا المزيج يحتوى على ٢٠/٩٠ من الليتر الذى ثمنه ٥
صل صل
وعلى ٣٠/٩٠ من الليتر الذى ثمنه ١٠ وعلى ٢٨/٩٠ من الليتر الذى ثمنه ١٤
صل
وعلى ١٢/٩٠ من الليتر الذى ثمنه ٢٤

صل
وبهذه الطريقة يمكن تركيب عدد معلوم من الليترات التى ثمن كل ليتر منها ١٢
بان نأخذ من أنواع الشراب بمقادير تناسبية حسبما ذكرناه عدة ليترات منها
صل صل صل صل
ما ثمنه ٥ ومنها ما ثمنه ١٠ ومنها ما ثمنه ١٤ ومنها ما ثمنه ٢٤
وحل مثل هذه المسائل يكون بطرق مختلفة فلذا قيل انها مسائل مطلقة

(يعفى)

(يعني ان حلها غير مقيد بطريقة مخصوصة)

(المسئلة السابعة عشرة)* المطلوب تركيب مزج يبلغ مقداره ٣٦٠ ليترا من أربعة انواع من الشراب ثمن الليتر من احدها ٥ صل ومن الثاني ١٠ صل ومن الثالث ١٤ صل ومن الرابع ٢٤ صل بحيث يصير ثمن الليتر منه بعد الخلط ١٢ صل فيقال قد سبق في المسئلة المتقدمة انه يمكن تركيب الليتر من المزج المطلوب باخذ $\frac{٢٠}{٩٠}$ من الليتر الذي ثمنه ٥ صل و $\frac{٣٠}{٩٠}$ من الليتر الذي ثمنه ١٠ صل و $\frac{٢٨}{٩٠}$ من الليتر الذي ثمنه ١٤ صل و $\frac{١٢}{٩٠}$ من الليتر الذي ثمنه ٢٤ صل فاذا ضربت ذلك في ٣٦٠ رأيت انه يمكن تركيب ٣٦٠ ليترا من المزج المطلوب باخذ ٨٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ٥ صل و ١٢٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٠ صل و ١١٢ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٤ صل و ٤٨ ليترا مما ثمن الليتر منه ٢٤ صل وبنظير البراهين المتقدمة تحصل النتائج الآتية (في المسائل التي سنذكرها)

(المسئلة الثامنة عشرة) اذا كان مع تاجر نوعان من الشراب ثمن الليتر من احدهما ٩٫٠ فرنك ومن الثاني ٨٫٠ فرنك فما المقادير التي يلزمه اخذها من كل نوع منهما لاجل الخلط حتى يصير مقدار المزج ١٠٠ ليتر ثمن كل ليتر منها ٨٧٫٠ فرنك

فالجواب أن يقال المزج المطلوب يكون مركبا من ٧٠ ليترا مما ثمن الليتر منه

فرنك فرنك
٩ ر ٠ ومن ٣٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ٨ ر ٠ .

(المسئلة التاسعة عشرة) اذا كان هنالك نوعان من الشراب ثمن الليتر من
فرنك فرنك
احدهما ٩ ر ٠ ومن الثانى ٨ ر ٠ وأردنا أن نركب منهما مزجا باخذ
فرنك
مقادير تناسبية منهما بحيث يصير ثمن الليتر من هذا المزج ٨٧ ر ٠ فما تكون
هذه المقادير
فرنك
فالجواب أن يقال ان كمية الشراب الذى ثمن الليتر منه ٩ ر ٠ يلزم أن تكون
$\frac{7}{10}$ من المزج الكلى

(المسئلة العشرون) اذا كان مع أحد التجار ٧٠ ليترا من الشراب
فرنك
الذى ثمن الليتر منه ٩ ر ٠ فما مقدار ما يلزم اضافته من الشراب الذى ثمن
فرنك فرنك
الليتر منه ٨ ر ٠ حتى يصير ثمن الليتر من المزج ٨٧ ر .
فالجواب أن يقال ان عدد الليترات المطلوبة هو $\frac{3}{7}$ من ٧٠ اى ٣٠

(المسئلة الحادية والعشرون) ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى ١٠٨
فرنك فرنك
ليترات من الشراب الذى ثمن الليتر منه $\frac{11}{12}$ حتى يصير ثمن الليتر من المزج $\frac{9}{10}$
فالجواب أن يقال ان المزج يلزم أن يكون مركبا من ١١٠ ليترات بحيث
يلزم أن يكون مقدار المضاف الى ١٠٨ ليترات من الشراب ليترين من الماء

(المسئلة الثانية والعشرون) اذا كان هنالك أربعة انواع من الشراب
فرنك فرنك فرنك فرنك
ثمن الليتر من احدها ٠٥ ر ٠ ومن الثانى ١٠ ر ٠ ومن الثالث ١٤ ر ٠
فرنك
ومن الرابع ٢٤ ر ٠ واردنا ان نركب منها مزجا بأخذ مقادير تناسبية منها

فرنك

بحيث يصير ثمن الليتر من المزج ١٢ر٠ فما تكون هذه المقادير
فالجواب أن يقال حيث ان اثمان كل ليتر من أنواع الشراب قبل التركيب
وبعده هى ٥ و ١٠ و ١٤ و ٢٤ و ١٢ سنتيما فالمقادير
التناسبية المطلوبة هى عين ما تقدم فى المسئلة السابعة عشرة فحينئذ كل ليتر من
فرنك
المزج المطلوب يخصه $\frac{٢٠}{٩٠}$ مما ثمن الليتر منه ٠٠٥ر٠ و $\frac{٣٠}{٩٠}$ مما ثمن
فرنك
الليتر منه ١٠ر٠ و $\frac{٢٨}{٩٠}$ مما ثمن الليتر منه ١٤ر٠ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما ثمن
فرنك
الليتر منه ٢٤ر٠

(المسئلة الثالثة والعشرون) المطلوب تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليترا
باخذ مقادير تناسبية من اربعة أنواع من الشراب ثمن الليتر من احدها
فرنك فرنك فرنك
٠٠ر٠ ومن الثانى ١٠ر٠ ومن الثالث ١٤ر٠ ومن الرابع
فرنك فرنك
٢٤ر٠ بحيث يكون ثمن الليتر من المزج ١٢ر٠
فالجواب أن يقال حيث ان المقادير التناسبية هنا هى عين ما تقدم فى المسئلة
السابقة فاذا ضربنا فى ٣٦٠ كميات الشراب التى يتركب منها كل ليتر من
المزج المطلوب ظهر أنه يمكن تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليترا من ٨٠ ليترا
فرنك
مما ثمن الليتر منه ٠٠٥ر٠ ومن ١٢٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٠١ر٠ ومن
فرنك
١١٢ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٤ر٠ ومن ٤٨ ليترا مما ثمن الليتر منه ٢٤ر٠

(خلط المعادن)

(المسئلة الرابعة والعشرون) اذا كان مع صائغ سبيكتان من الذهب عيار

احداهما ٩٠ر٠ والثانية ٨٠ر٠ فما مقدار ما يلزم أخذه من الغرامات من كل سبيكة لاجل تركيب مخلوط منهما قدره ١٠٠ غرام وعياره ٨٧ر٠

(الحل الاول) حيث ان المائة غرام التي هي قدر المخلوط المطلوب يلزم أن تحتوي من الذهب على ٨٧ غراما فان أخذت هذه المائة من السبيكة الاولى كانت محتوية من الذهب على ٩٠ غراما عوضا عن ٨٧ غراما بمعنى أن عيارها يزيد عن العيار الاول ٣ غرامات فيستعوض حينئذ عدد من غرامات الذهب الذي عياره ٩٠ر٠ من الخالص بمثله من غرامات الذهب الذي عياره ٨٠ر٠ بحيث لا تحتوي المائة غرام التي هي المخلوط الاعلى ٨٧ غراما من الذهب الخالص

ولكن اذا استعوضنا الواحد الذي عياره ٩ر٠ من الخالص بمثله من الذهب الذي عياره ٨ر٠ وجدنا كمية الذهب الموجودة في المائة غرام

غرام

التي هي المخلوط تنقص في كل غرام بقدر ١ر٠ وعليه فيلزم أن نأخذ من الذهب الذي عياره ٨ر٠ من الخالص عدة غرامات بقدر مرات دخول

غرام غرام

١ر٠ في ٣ فاذا قسمنا ٣ غرامات على ١ر٠ دل خارج القسمة وهو ٣٠ على انه يلزم أن نستعوض ثلاثين غراما من المائة غرام التي عيارها ٩ر٠ من الخالص بثلاثين غراما من الذي عياره ٨ر٠

فاذن المائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تكون مركبة من ١٠٠ — ٣٠ اي ٧٠ غراما من السبيكة الاولى التي عيارها ٩ر٠ من الخالص ومن ٣٠ غراما من السبيكة الثانية التي عيارها ٨ر٠ من الخالص

(الحل الثاني) أن تجري العملية كما لو كانت كمية المخلوط مجهولة ثم تبحث عن المقادير التناسبية التي بحسبها يكون خلط نوعي الذهب فتجد كل غرام

غرام غرام

من هذا المخلوط يحتوي على ٧ر٠ من السبيكة الاولى وعلى ٣ر٠ من

السبيكة

السبيكة الثانية كما فى المسئلة الرابعة والثلاثين من غرة ١٤٤

وعليه فالمائة غرام التى هى المخلوط المطلوب تتركب بسبك ١٠٠ غرام من ٧ر٠ أى ٧٠ غراما من السبيكة الاولى مع ١٠٠ غرام فى ٣ر٠ أى ٣٠ غراما من السبيكة الثانية

(المسئلة الخامسة والعشرون) اذا كان مع صائغ سبيكتان احداهما مركبة من ٢٧٠ غراما من الذهب و ٣٠ غراما من النحاس والثانية مركبة من ٤٠ غراما من الذهب و ١٠ من النحاس فما مقدار ما يلزم أخذه من كل سبيكة لاجل تركيب سبيكة ثالثة زنتها ٦٠ غراما وتحتوى من الذهب على ٥٣ر٢ غرام ومن النحاس ٧ر٨ غرام

فالجواب ان يقال يؤخذ من القاعدة التى أسلفناها فى مبحث خلط المعادن (غرة ١٤٤) أن عيارات السبائك الثلاثة بالنظر للذهب هى ٩٠ر٠ و ٨٠ر٠ و ٨٧ر٠ فتصير المسئلة حينئذ هكذا ما المقادير التناسبية التى بحسبها يخلط نوع الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ ونوع الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ من الخالص لاجل تركيب ٦٠ غراما من نوع الذهب الذى عياره ٨٧ر٠

فالجواب أن يقال انه تقدم فى المسئلة الرابعة والعشرين السابقة أن كل غرام من المخلوط المطلوب يكون مركبا من ٧ر٠ غرام من السبيكة الاولى ومن ٣ر٠ غرام من السبيكة الثانية فاذن تكون الستون غراما التى هى المخلوط المطلوب مركبة من ٦٠ فى ٧ر٠ أى ٤٢ غراما من السبيكة الاولى ومن ٦٠ فى ٣ر٠ أى ١٨ غراما من السبيكة الثانية

(المسئلة السادسة والعشرون) اذا كان مع صائغ ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ من الخالص فما المقدار الذى يلزم اضافته اليه من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ من الخالص حتى ينقص عيار المخلوط المركب منهما بحيث يصير ٨٧ر٠

فالجواب أن يقال انه يبحث أولا عن المقادير التناسبية التى بحسبها يدخل هذان النوعان فى المخلوط الذى عياره ٨٧ر٠ من الخالص وقد سبق فى المسئلة

غرام

الرابعة والعشرين أن الغرام من المخلوط المطلوب يحتوى على ٧ر٠ من

غرام

الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ وعلى ٣ر٠ من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠

غرام غرام

ولكن حيث ان ٣ر٠ هى $\frac{٣}{٧}$ من ٧ر٠ فكمية الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ من الخالص يلزم أن تكون $\frac{٣}{٧}$ من كمية الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ فاذن يتركب المخلوط المطلوب بخلط ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ من الخالص مع $\frac{٣}{٧}$ من ٧٠ غراما أى ٣٠ غراما من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ من الخالص

(المسئلة السابعة والعشرون) ما المقدار الذى يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما من الذهب الذى عياره $\frac{٥}{١١}$ من الخالص حتى يزيد عياره عن ذلك ويصير $\frac{٤}{٧}$

فالجواب أن يقال حيث ان $\frac{٥}{١١}$ من المخلوط المفروض ذهب خالص فالباقى من هذا المخلوط وهو $\frac{٦}{١١}$ يكون مركبا من مادة أخرى كالنحاس فتكون الثلاثة والثلاثون غراما من المخلوط المذكور محتوية من النحاس على $\frac{٦}{١١}$ من ٣٣ غراما أى ١٨ غراما

ومتى أضفت من الذهب كمية مناسبة وجدت المخلوط الجديد الناتج عن هذه الاضافة يحتوى من الذهب الخالص على أربعة اسباع زنته ومن

النحاس

النحاس على ثلاثة اسباعها فتجد حينئذ الثمانية عشر غراما من النحاس الموجودة فى المخلوط المطلوب هى ثلاثة اسباع زنة هذا المخلوط بتمامه غرام

فاذن تحصل زنته بقسمة ١٨ على $\frac{٣}{٧}$ فيكون الخارج ٤٢ غراما وحينئذ يكون المقدار الذى يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما هو ٤٢ — ٣٣ أى ٩ غرامات

وذلك انه حيث كانت ٣٣ غراما من المخلوط المفروض محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ١٥ غراما من الذهب الخالص فبسبكها مع ٩ غرامات من الذهب الخالص يتحصل ٤٢ غراما من المخلوط محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ٢٤ من الذهب فاذن كل غرام غرام غرام

من هذا المخلوط يحتوى على $\frac{٢٤}{٤٢}$ أى $\frac{٤}{٧}$ من الذهب الخالص

فاذن يكون عيار المخلوط بالنظر للذهب $\frac{٤}{٧}$

(المسئلة الثامنة والعشرون) ما المقدار الذى يلزم اضافته من النحاس الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$ حتى ينقص عيارها عن ذلك وبصير $\frac{٩}{١٠}$

فالجواب أن يقال ان المائة والثمانية غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$ غرام

من الخالص تحتوى على ١٠٨ × $\frac{١١}{١٢}$ اى ٩٩ غراما من الذهب الخالص فاذا أضفنا اليها كمية النحاس اللازمة وجدنا فى المخلوط الناتج عن الاضافة ٩٩ غراما من الذهب الخالص وحيث كان المطلوب أن عيار هذا المخلوط يكون $\frac{٩}{١٠}$ فبضرب زنته بتمامه بعد الخلط فى $\frac{٩}{١٠}$ يتحصل ٩٩ غراما من الذهب المشتمل عليه ذلك المخلوط فاذا قسمنا حينئذ ٩٩ غراما على $\frac{٩}{١٠}$ فخارج القسمة وهو ١١٠ غرامات هو زنة المخلوط المطلوب بتمامه فيلزم حينئذ أن نضيف الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره

$\frac{11}{12}$ مقدار ما من النحاس يبلغ ١١٠ — ١٠٨ أي غرامين

غرام

وذلك انه حيث كانت ١١٠ من المخلوط المركب بهذه الكيفية هي

غرام

دائما محتوية على ٩٩ من الذهب فكل غرام من هذا المخلوط يحتوى

غرام غرام

على $\frac{99}{110}$ أي $\frac{9}{10}$ من الذهب الخالص فيكون حينئذ عياره هذا المخلوط بالنظر الى الذهب $\frac{9}{10}$

(تنبيه) لما كانت كمية النحاس التي يلزم اضافتها الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذي عياره $\frac{11}{12}$ حتى ينقص ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ مساوية

غرام

لغرامين أي $\frac{2}{108}$ من ١٠٨ أي $\frac{1}{54}$ من ١٠٨ كانت كمية النحاس التي يلزم اضافتها الى سبيكة من الذهب الذي عياره $\frac{11}{12}$ حتى ينقص ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ تساوى $\frac{1}{54}$ من زنة هذه السبيكة بتمامها

(المسئلة التاسعة والعشرون) اذا صنع سابك سبيكة زنتها ١٠٨ غرامات بسبك نقود اقديمة بعضها ذهب وبعضها فضة فما المقدار الذي يلزم اضافته من النحاس الى هذه السبيكة لاجل تركيب مخلوط يناسب النقود الجديدة

فالجواب أن يقال حيث كان عيار النقود القديمة $\frac{11}{12}$ وعيار الجديدة $\frac{9}{10}$ فالمخلوط المطلوب يتركب حينئذ بسبك غرامين من النحاس مع ١٠٨ غرامات من السبيكة المفروضة كما في المسئلة الثامنة والعشرين

(المسئلة الثلاثون) اذا كان مع صائغ أربع سبائك من الذهب عيار احداها ٠٫٠٥ والثانية ٠٫١٠ والثالثة ٠٫١٤ والرابعة ٠٫٢٤ فما المقدار الذي يلزم أخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط عياره ٠٫١٢ فالجواب أن يقال انه بنظير البراهين السابقة في المسئلة السادسة عشرة يمكن تركيب غرام من الذهب عياره ٠٫١٢ من الخالص وذلك

غرام غرام
بأن يسبك الصائغ $\frac{٢٠}{٩٠}$ من الذهب الذى عياره ٠٫٠٥ من الخالص و $\frac{٣٠}{٩٠}$
غرام غرام
مما عياره ٠٫١٠ و $\frac{٢٨}{٩٠}$ مما عياره ٠٫١٤ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما عياره ٠٫٢٤
* (المسئلة الحادية والثلاثون) * اذا كان مع صائغ أربع سبائك من الذهب عيار احداها ٠٫٠٥ والثانية ٠٫١٠ والثالثة ٠٫١٤ والرابعة ٠٫٢٤ فما المقدار الذى يلزم أخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط من الذهب قدره ٣٦٠ غراما وعياره ٠٫١٢ فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة
غرام
المتقدمة انه يمكن تركيب الغرام الواحد من المخلوط المطلوب بأخذ $\frac{٢٠}{٩٠}$
غرام
مما عياره ٠٫٠٥ من الخالص و $\frac{٣٠}{٩٠}$ مما عياره ٠٫١٠
غرام غرام
$\frac{٢٨}{٩٠}$ مما عياره ٠٫١٤ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما عياره ٠٫٢٤ فاذا ضربنا ذلك فى ٣٦٠ رأينا ان ٣٦٠ التى عيارها ٠٫١٢ يمكن تركيبها باخذ ٨٠ غراما من الذهب الذى عياره ٠٫٠٥ من الخالص و ١٢٠ غراما مما عياره ٠٫١٠ و ١١٢ غراما مما عياره ٠٫١٤ و ٤٨ غراما مما عياره ٠٫٢٤
* (المسئلة الثانية والثلاثون) * حيث عرفت بموجب ما تقدم فى نمرة ١٢١ فيما يخص النقود والمعاملات تركيب قطع الفرنك من الفضة فيلزم الآن أن تستخرج منها قيمة الفضة والذهب الخالص فى كل قطعة من القطع ذوات العشرين فرنكا ومن ذوات الاربعين أيضا وتستخرج كذلك وزن كل قطعة من قطع الصنفين فنقول قيمة الذهب هى $\frac{٣١}{٢}$ من قيمة الفضة وتقطع النظر عن قيمة النحاس الداخل فى هذه القطع
وقطعة الفرنك الواحد هى عبارة عن مخلوط من الفضة والنحاس وزنه ٥

غرامات منها $\frac{٩}{١٠}$ من الفضة الخالصة فعلى هذا كل $\frac{٩}{١٠}$ من ٥ غرامات من الفضة الخالصة تعادل فرنكا واحدا

ولكن حيث ان $\frac{٩}{١٠}$ من ٥ تبلغ $\frac{٩}{٢}$ فاذن $\frac{٩}{٢}$ غرام من الفضة الخالصة تعادل فرنكا واحدا و $\frac{١}{٢}$ غرام من الفضة الخالصة يعادل $\frac{١}{٩}$ والغرام فرنك

من الفضة الخالصة يعادل $\frac{٢}{٩}$ والغرام من الذهب الخالص يعادل $\frac{٣١}{٢}$ من فرنك فرنك

$\frac{٢}{٩}$ أى $\frac{٣١}{٩}$ وحيث ان كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا لا تحتوى الا على $\frac{٩}{١٠}$ من وزنها من الذهب الخالص فالغرام الواحد من هذا فرنك فرنك فرنك

المخلوط لا يعادل الا $\frac{٩}{١٠}$ من $\frac{٣١}{٩}$ أو $\frac{٣١}{١٠}$ أى ٣٫١ فرنك

وحيث ان ٣٫١ هو قيمة الغرام الواحد من هذا المخلوط فالفرنك الواحد غرام غرام فرنك غرام

هو قيمة $\frac{١}{٣٫١}$ أو $\frac{١٠}{٣١}$ و ٢٠ هى قيمة $\frac{٢٠٠}{٣١}$ من هذا المخلوط فاذن يكون وزن كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا هو $\frac{٢٠٠}{٣١}$ غرام

من غرام أى ٦٫٤٥١٦١٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية غرام

أى ٦٫٤٥٦١ تقريبا وهذا هو وزن القطعة من ذوات العشرين فرنكا كما سبق فى نمرة ١٢١

(تنبيهان) الاول اذا كانت نقود الفضة والذهب تحتوى على جميع ما ذكرناه من مقادير المعدن الخالص فبسبب هذه النقود تكون قيمة الغرام فرنك

الواحد من الفضة الخالصة الناتجة من ذلك هو $\frac{٢}{٩}$ وقيمة الغرام الواحد

من

فرنك

من الذهب $\frac{31}{9}$ (ولا ينظر الى مصاريف السبك لانها تقريبا تعوض بالنحاس المستخرج بهذا السبك)

ثم ان قيمة الذهب والفضة تتغير فى التجارة ولا تلزم فيها حدا معينا فاذا كان الصاغة فى بعض الاحيان يجدون فائدة فى سبك نقود المعاملة

(التنبيه الثانى) كان يلزم أن يكون عيار النقود الجديدة من الذهب والفضة ٩٠٠ر٠ من الخالص وأن تكون زنة قطعة الذهب التى تساوى

غرام

٢٠ فرنكا ٦ر٤٥١٦١ وأن تكون زنة قطعة الفضة التى تعادل ٥ فرنكات ٢٥ غراما الا أن تعذر وجود عيار ووزن على غاية من الضبط والصحة ألزم الحكومة بالتساهل فى عيار النقود ووزنها حيث سامحت أن يزاد أو ينقص فى قطع الذهب ما مقداره ٠٠٢ر٠ وفى قطع الفضة ما مقداره ٠٠٣ر٠

فبناء على ذلك يتنوع العيار فى نقود الذهب من ٨٩٨ر٠ الى ٩٠٢ر٠ وفى نقود الفضة من ٨٨٧ر٠ الى ٩٠٣ر٠

غرام

ويلزم ان القطعة من ذوات العشرين فرنكا تزن ٦ر٤٥١٦١ وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية وأن المقدار المتسامح فيه هو ٦ر٤٥١٦١ وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية × ٠٠٢ر٠ أى ٠١٢٩٠٣ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا طرحت وجمعت هذا المقدار المتسامح فيه على التوالى وجدت زنة القطعة من ذوات العشرين فرنكا تتنوع من

غرام غرام

٦ر٤٣٨٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ٦ر٤٦٤٥ وهكذا من

الاعداد الاعشارية ووجدت زنة القطعة من ذوات الاربعين فرنكا تساوى الضعف ويلزم أيضا ان زنة قطعة الفضة التى تساوى ٥ فرنكات هى

غرام غرام

٢٥ غراما وان المقدار المتسامح فيه هو ٢٥ × ٠٠٣ر٠ أى ٠٧٥ر٠

غرام غرام

فيتنوع حينئذ وزن هذه القطعة من ٩٢٥ر٢٤ الى ٠٧٥ر٢٥

(مسائل مختلفة)

(المسئلة الثالثة والثلاثون) اذا أراد الخوجة ان يفرق على تلامذته برتقانا فقال لهم اذا أعطيت كل واحد منكم ٦ برتقانات بقى لى ٧ واذا لم أعط الا ٤ بقى ١٧ فما يكون عدد التلامذة وعدد البرتقان

فالجواب أن يقال اذا كان عدد البرتقان المراد تفريقه على التلامذة ينقص بقدر ٦ — ٤ أى بقدر ٢ فعدد البرتقان الباقى يزيد بقدر ١٧ — ٧ أى بقدر ١٠ ولكن هذا العدد الاخير (يعنى ١٠) يلزم أن يكون مساويا لعدد ٢ مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من التلامذة بحيث ينقص من كل تلميذ برتقانتان فينحصل حينئذ عدد التلامذة بقسمة ١٠ على ٢ التى خارجها ٥ فاذا كان الخوجة يعطى ٦ برتقانات لكل تلميذ من الخمسة فانه يفرق ٥ فى ٦ أى ٣٠ وحيث انه يبقى له ٧ برتقانات فيكون عدد البرتقان كله ٣٠ + ٧ أى ٣٧ وأما اذا لم يعط الا أربعة أعنى ٤ فى ٤ أى ٢٠ فانه يبقى له ٣٧ — ٢٠ أى ١٧ برتقانة

(المسئلة الرابعة والثلاثون) اذا حصل فى مركب من مراكب الفرقتين ثقب يدخل فيه من الماء ٤ امتار مكعبة فى الساعة الواحدة ولم يحصل العثور على هذا الثقب الا بعد ثلاث ساعات بحيث كان فى باطن المركب ١٢ مترا مكعبا من الماء حين أريد نزحها بطلمبتين احداهما تنزح ٣ر٧ مترا مكعب فى الساعة الواحدة والثانية تنزح ٢ر٣ متر مكعب فى الساعة

الواحدة

الواحدة فما مقدار الساعات التي يلزم تشغيل الطولمبتين فيها حتى يجف باطن المركب من الماء

فالجواب أن يقال اذا حصل تشغيل الطولمبتين معا فانهما ينزحان في الساعة الواحدة ٦ أمتار مكعبة من الماء بمعنى أنهما ينزحان في ظرف هذه المدة مترين مكعبين زيادة على المقدار الداخل من الماء في النقب المذكور فعلى هذا اذا أردت معرفة مقدار الزمن الذي يلزم استغراقه في تشغيل الطولمبتين فاقسم ١٢ على ٢ الذي هو عدد الامتار المكعبة من الماء المنزوحة في ساعة واحدة فيكون خارج القسمة وهو ٦ هو عدد الساعات المطلوب

(المسئلة الخامسة والثلاثون) المطلوب تقسيم سنتيم واحد بين أربعة فقراء بأن تبدله بقطع اخرى من النقود تعطى لهم بحيث يخص كل فقير ربع السنتيم المذكور

فالجواب أن يقال ان ما بين قيم قطع الليارد والسنتيم من التفاضل هو الواسطة في حل هذه المسئلة وذلك بان تبدل السنتيمات بلياردات ومن المعلوم أن كل صولدى يعادل ٤ لياردات وأن كل ٥ سنتيمات عبارة عن صولدى واحد فعلى هذا يعطى كل فقير من الاربعة ليارد واحد ثم يرد كل منهم للمعطى سنتيما فيكون المدفوع لهم اربعة لياردات أي صولديا واحدا والمردود منهم اربعة سنتيمات اى صولديا الا سنتيما فحينئذ يكون المقدار المتصدق به عليهم سنتيما واحدا لكل منهم ربعه

(المسئلة السادسة والثلاثون) المطلوب ايجاد عدد مجموع نصفه وثمنه ٦٠

فالجواب أن يقال حيث ان مجموع كسرى $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٨}$ هو $\frac{٥}{٨}$ ينتج من ذلك ان $\frac{٥}{٨}$ العدد المطلوب هي ٦٠

فاذن $\frac{١}{٨}$ العدد المطلوب يعادل خمس ٦٠ اى $\frac{٦٠}{٥}$ وعليه فكسر $\frac{٨}{٨}$ العدد المفروض يعادل ٨ في $\frac{٦٠}{٥}$ اى $\frac{٨ \times ٦٠}{٥}$ اى ٩٦

ومن المعلوم أن نصف ٩٦ هو ٤٨ وثمن ٩٦ هو ١٢ ومجموع ٤٨ و ١٢ هو ٦٠

(المسئلة السابعة والثلاثون) المطلوب ايجاد عددين يكون كل من مجموعهما وتفاضلهما معلوما

فالجواب أن يقال ان خواص نمرة ١٤ هي الواسطة في ايجاد العددين المجهولين ومن المعلوم أنه اذا كان كل من العددين المجهولين مساويا النصف المجموع كان مجموعهما هو المجموع المفروض ولكن لا يكون بينهما تفاضل فلاجل أن يكون بينهما تفاضل بقدر التفاضل المفروض من غير أن يتغير المجموع يكفي أن يجعل أكبر العددين المطلوبين هو نصف المجموع زائدا نصف التفاضل وأن يجعل اصغرهما نصف المجموع ناقصا نصف التفاضل

(المسئلة الثامنة والثلاثون) هلك هالك عن ابن وبنت وزوجة واوصى للابن بالنصف وللبنت بالثلث وبالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة فما مقدار المال كله وما نصيب كل من الولدين

فالجواب أن يقال اذا ضم نصيب الابن الى نصيب البنت تركب منهما $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ اى $\frac{5}{6}$ التركة فالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة هي سدس

فرنك فرنك

مال الميت فيكون المال كله حينئذ هو ٦ في ١٠٠٠٠ اى ٦٠٠٠٠

فرنك فرنك

فللابن النصف وهو ٣٠٠٠٠ وللبنت الثلث وهو ٢٠٠٠٠ وللزوجة

فرنك

الباقي وهو ١٠٠٠٠

(المسئلة التاسعة والثلاثون) اذا كان هنالك حنفيتان تصبان في حوض وكانت احداهما تملؤه في $\frac{3}{4}$ ساعة والثانية في $\frac{3}{4}$ ساعة وكان مل هذا الحوض من الماء يستغرق في اخراجه منه بواسطة ثقب مصنوع فيه ثلاث ساعات وفرضنا أن الحوض المذكور فارغ وأردنا املاءه بالحنفيتين جميعا مع انفتاح ثقبه بحيث يجري الماء من الثلاثة فما مقدار الزمن الذي يستغرقه ملء الحوض بهذه المثابة

فالجواب أن يقال لو فرضنا أن الحنفية الاولى هي وحدها التي يجري ماؤها

دون الحنفية الثانية والثقب لكانت تملأ الحوض فى ظرف $\frac{3}{4}$ ساعة مرة واحدة وفى ظرف ٣ ساعات مرتين وتملأ ثلثيه فى ظرف ساعة واحدة

واما الحنفية الثانية فانها فى ظرف ساعة واحدة تملأ $\frac{4}{3}$ الحوض والثقب الذى هو المنفذ الثالث ينزح فى تلك المدة $\frac{1}{3}$ الحوض

فحينئذ اذا جرى الماء من المنافذ الثلاثة كان الجزء الذى يملأ من الحوض فى ظرف ساعة واحدة هو $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}$ اى $\frac{5}{3}$

وحيث ان $\frac{5}{3}$ الحوض تملأ فى ساعة واحدة فيملأ $\frac{1}{3}$ الحوض فى $\frac{1}{5}$ ساعة وحينئذ فيملأ الحوض كله فى ٣ فى $\frac{1}{5}$ ساعة اى فى $\frac{3}{5}$ ساعة

(المسئلة الاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة لكن سبق أحدهما الآخر بنحو ١٣٨ فرسخا وكان هذا السابق يقطع فى كل ٤ ساعات ٣ فراسخ وكان سير الاول (بعد سبقه بهذه المسافة) قبل سير الثانى باربعين ساعة وكان الساعى الثانى يقطع فى كل ٧ ساعات ٦ فراسخ فما مقدار الزمن الذى يدرك فيه الثانى الاول وما مقدار المسافة التى بين مبدا سير كل منهما الى الغاية التى يتلاقيان فيها

فالجواب أن يقال يؤخذ من منطوق المسئلة أن الساعى الاول يقطع فى الساعة الواحدة $\frac{3}{4}$ فرسخ والثانى $\frac{6}{7}$ فحينئذ الساعى الاول الذى سار قبل الثانى بنحو ٤٠ ساعة يقطع فى هذه المدة (وهى الاربعون ساعة) ٤٠ فى $\frac{3}{4}$ فرسخ اى ٣٠ فرسخا

فعلى ذلك حين يبتدئ الساعى الثانى فى السفر يكون الاول قد سبقه بنحو ١٦٨ فرسخا فاذن لا يدرك الثانى الاول الا اذا سارا هذه المسافة أعنى ١٦٨ فرسخا

وحيث ان الساعيين يتقاربان من بعضهما فى ظرف ساعة واحدة بقدر $\frac{6}{7} - \frac{3}{4}$ اى $\frac{3}{28}$ من فرسخ وفى ظرف $\frac{1}{3}$ ساعة بقدر $\frac{1}{28}$ من فرسخ وفى ظرف ٢٨ فى $\frac{1}{3}$ ساعة اى فى ظرف $\frac{28}{3}$ من ساعة بقدر فرسخ واحد وفى ظرف ١٦٨ فى $\frac{28}{3}$ من ساعة أى فى ظرف ١٥٦٨ ساعة

بقدر ١٦٨ فرسخا فالساعى الثانى حينئذ يدرك الساعى الاول بعد أن يستغرق فى سيره ١٥٦٨ ساعة وهو فى هذه المدة يقطع ١٥٦٨ فى $\frac{٦}{٧}$ فرسخ اى ١٣٤٤ فرسخا * واما الساعى الاول الذى ابتدأ فى السير قبل الثانى بنحو ٤٠ ساعة فانه يقطع فى ظرف ١٦٠٨ ساعات مسافة ١٦٠٨ فى $\frac{٣}{٤}$ فرسخ اى ١٢٠٦ فراسخ فالتفاضل وهو ١٣٨ فرسخا بين المسافتين المقطوعتين وهما ١٣٤٤ فرسخا و ١٢٠٦ فراسخ هو فى الحقيقة مقدار المسافة التى بين مبدأى سفر الساعيين

*(المسئلة الحادية والاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة وسبق احدهما الآخر بمسافة ٢٠٠ فرسخ وكان السابق يقطع فى كل ٤ ساعات ٣ فراسخ وسافر قبل صاحبه باربعين ساعة وكان الثانى يقطع فى كل ٧ ساعات ٦ فراسخ فما مقدار الساعات التى يلزم ان يستغرقها الثانى فى السير حتى لا يبقى بينه وبين الاول الا ٦٢ فرسخا فقط

فالجواب أن يقال اذا كررت العمليات السابقة وجدت الساعى الاول يقطع قبل سفر الثانى ٣٠ فرسخا فيكون سبقه للثانى بمسافة ٢٣٠ فرسخا فلاجل ان لا يكون الثانى متأخرا عن الاول الا بمسافة ٦٢ فرسخا فقط يلزم أن يقرب منه بقدر ٢٣٠ — ٦٢ فرسخا اى بقدر ١٦٨ فرسخا وقد سبق فى المسئلة المتقدمة ان هذا القرب يحصل بعد مسيرة الساعى الثانى بمقدار ١٥٦٨ ساعة

*(المسئلة الثانية والاربعون) *اذا دلت الساعة على مجىء وقت الزوال فما عدد المرات التى يتلاقى فيها عقرب الدقائق مع عقرب الساعات من الزوال الى نصف الليل وفى أى ساعة تكون كل مرة من تلاقيهما

فالجواب أن يقال حيث ان وجه الساعة المعروف بالمينا مقسوم الى ٦٠ دقيقة فاول تلاق يحصل اذا دار عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة زيادة على عقرب الساعات أعنى حين يكون تفاضل المسافتين اللتين يقطعهما العقربان ٦٠ دقيقة وحيث انه فى كل ساعة يدور عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة

وعقرب الساعات خمس دقائق فالتفاضل بين المسافتين اللتين قطعهما العقربان يكون حينئذ ٥٥ دقيقة فى ظرف ساعة واحدة ودقيقة واحدة فى ظرف $\frac{1}{55}$ من ساعة و ٦٠ دقيقة فى ظرف $\frac{60}{55}$ اى فى ظرف $\frac{12}{11}$ من ساعة فاذا قسمنا حينئذ ١٢ ساعة على ١١ وجدنا الاجتماع الاول يحصل بعد أن يمضى من الزوال ساعة واحدة و ٥ دقائق و $\frac{5}{11}$ من دقيقة واذا استمر العقربان على هذا السير وجدنا المدة التى بين اجتماعهما وافتراقهما فى كل مرة تساوى دائما $\frac{12}{11}$ سع فعلى هذا يحصل الاجتماع الحادى عشر فى نصف الليل اعنى فى ابتداء دوران العقربين

(المسئلة الثالثة والاربعون) اذا كان بريك فرنساوى (وهو نوع من السفن) يريد القبض على سفينة من سفن القرصان وكانت سفينة القرصان سابقة على البريك بنحو ٦٤ كيلومترا اى ٦٤٠٠٠ متر وكان البريك يقطع فى الساعة الواحدة ٢٥ كيلومترا وسفينة القرصان تقطع ١٥ كيلومترا فى الساعة الواحدة ايضا فما مقدار الساعات التى يمكن فيها للبريك الضرب بالنار على القرصان مع فرض أن قوة مدافع البريك ٥٠٠ متر فالجواب أن يقال اذا امكن وقوع الحرب بينهما فان السفينتين يكونان قد تقاربتا من بعضهما بقدر ٦٤٠٠٠ مترا الا ٥٠٠ مترأى بقدر ٦٣٥٠٠ متر وحيث ان البريك يقطع فى الساعة الواحدة ١٠ كيلومترات اى ١٠٠٠٠ متر زيادة على القرصان ينتج من ذلك انه بعد مضى ساعة من السير يقرب البريك من سفينة القرصان بقدر ١٠٠٠٠ مترفعلى هذا يقرب منها بقدر متر واحد فى ظرف $\frac{1}{10000}$ من ساعة فحينئذ يقرب منها بقدر ٦٣٥٠٠ مترفى $\frac{63500}{10000}$ من ساعة اعنى فى ظرف ٦ ساعات و ٢١ دقيقة فاذن يمكن للبريك أن يشرع فى الحرب بعد ٦ ساعات و ٢١ دقيقة

(المسئلة الرابعة والاربعون) اذا اتفق ثلاثة من اللاعبين على أن كل من

ثبت عليه الغلب يغرم لكل من صاحبيه مقدارا من الفرنكات به يتضاعف ما بأيديهما فاتفق أن كلا منهم حق عليه الغلب لكن على الترتيب (بمعنى أن من لعب منهم اولا وقع عليه الغلب فى الدور الاول ومن لعب ثانيا وقع عليه الغلب فى الدور الثانى والثالث فى الثالث) فبقى للاول ٢٤ فرنكا وللثانى ٢٨ فرنكا وللثالث ١٤ فرنكا فما مقدار الدراهم التى كانت بيد كل واحد منهم قبل الشروع فى اللعب

فالجواب أن يقال مقتضى منطوق المسئلة انه عند انتهاء الدور الثالث بقى بيد اللاعب الاول ٢٤ فرنكا وبيد الثانى ٢٨ فرنكا وبيد الثالث ١٤ فرنكا وذلك أنه لما وقع الغلب على الثالث فى الدور الثالث غرم اصاحبيه من الفرنكات ما تضاعف به ما كان معهما بعد انتهاء الدور الثانى وهما حينئذ لم يكن معهما من الفرنكات الا نصف ما كان بايديهما عند انتهاء الدور الثالث اعنى ١٢ فرنكا و ١٤ فرنكا وكان بيد الثالث عند انتهاء الدور الثانى ٤٠ فرنكا غرم منها صاحبيه عند انتهاء الدور الثالث ٢٦ فرنكا وبقى بيده ١٤ فرنكا فعلى هذا يكون عند انتهاء الدور الثانى مع الاول ١٢ فرنكا ومع الثانى ١٤ فرنكا ومع الثالث ٤٠ فرنكا وبنظير ذلك يعرف أنه عند انتهاء الدور الاول كان مع اللاعب الاول ٦ فرنكات ومع الثانى ٤٠ فرنكا ومع الثالث ٣٠ فرنكا وقبل الشروع فى اللعب كان مع الاول ٣٦ فرنكا ومع الثانى ٢٠ فرنكا ومع الثالث ١٠ فرنكات

(المسئلة الخامسة والاربعون) سئل اب عن عمر ولده فقال عمرى ثلاثة أمثال عمر ولدى ومن منذ عشر سنوات كان عمرى خمسة امثال عمره فما يكون عمر الولد

فالجواب أن يقال اذا كان عمر الولد ٢٤ سنة كان عمر الاب ٧٢ سنة وكان عمر الولد منذ عشر سنوات ١٤ سنة وعمر الاب ٦٢ سنة وحيث ان خمسة امثال ١٤ تزيد على ٦٢ ثمانية فالخطأ حينئذ ٨

ولا يخفى ان عمر الولد الذى هو ٢٤ سنة اذا نقص سنة واحدة نقص الخطأ الذى هو ثمانية سنتين وعليه فلاجل ازالة هذا الخطا بالكلية يلزم أن ننقص من الاربعة والعشرين سنة اربع سنوات فيكون عمر الولد حينئذ ٢٠ والأب ٦٠ ومن مذ عشر سنوات كان عمر الولد ١٠ سنوات وعمر الأب خمسين سنة فاذن كان عمر الأب اذذاك خمسة أمثال عمر ولده

(المسئلة السادسة والاربعون) دخل رجل ذات يوم كنيسة ومعه مبلغ من النقود كله من القطع ذات الفرنكين وتصدق على بعض الفقراء بصولديات بقدر ما معه من تلك القطع التى تساوى كل واحدة منها فرنكين فجازاه المولى جل وعلا على ذلك بابدال ذات الفرنكين التى بقيت معه بقطع من ذات الخمسة فرنكات فصرف من هذه القطع التى كل واحدة منها تساوى ٥ فرنكات سبع قطعات وعاد الى منزله بضعف ما كان معه عند دخوله الكنيسة فما مقدار الدراهم التى كانت معه اولا

فالجواب أن يقال لاجل الايجاز فى العملية نرمز الى المبلغ المجهول بحرف س ونقول ان هذا الرجل الصالح تصدق من كل قطعة من القطع ذات الاربعين صولديا بصولدى واحد او $\frac{1}{40}$ مما كان معه اى $\frac{1}{40}$ س فبقى معه حينئذ $\frac{39}{40}$ س وحيث ان كل قطعة من القطع ذات الفرنكين المركب منها هذا الباقى تغيرت بقطع أخرى من ذات الخمسة فرنكات بان صارت كل واحدة منها تساوى خمسة فرنكات و ٥ هى $\frac{5}{2}$ من ٢ فيكون حينئذ مع هذا الرجل بعد هذا التغيير $\frac{5}{2}$ مما بقى معه اعنى $\frac{5}{2}$ من $\frac{39}{40}$ س اى $\frac{39}{16}$ س اى ٢ س + $\frac{7}{16}$ س لان $\frac{39}{16}$ تعادل ٢ + $\frac{7}{16}$

وحيث انه صرف سبع قطع من القطع ذات الخمسة فرنكات اى ٣٥ فرنكا وعاد الى منزله بضعف س اعنى ومعه ٢ س فالخمسة والثلاثون فرنكا التى صرفها هى حينئذ عبارة عن $\frac{7}{16}$ من س

وحيث ان $\frac{٧}{١٦}$ من سر تعادل ٣٥ فرنكا فيكون $\frac{١}{١٦}$ من سر معادلا $\frac{١}{٧}$ من ٣٥ فرنكا اى ٥ فرنكات فاذن يكون مبلغ سر المطلوب ١٦ × ٥ فرنكات اى ٨٠ فرنكا

فاذن يكون هذا الرجل قد دخل الكنيسة باربعين قطعة من القطع ذات الفرنكين وتصدق على الفقراء باربعين صولديا اى فرنكين وبقى معه ٣٩ قطعة من القطع ذات الفرنكين فبدلها الله تعالى بمثلها من القطع ذات الخمسة فرنكات وصرف سبع قطعات من القطع الجديدة ودخل بيته باثنتين وثلاثين قطعة من القطع ذات الخمسة وهى تعادل من الفرنكات ١٦٠ فرنكا اى ضعف ٨٠ فرنكا التى دخل بها الكنيسة

(المسئلة السابعة والاربعون) المطلوب تركيب طول متر من قطع ذهب فيها ما تساوى الواحدة منه ٢٠ فرنكا وما تساوى الواحدة منه ٤٠ فرنكا بان توضع عقب بعضها متلاصقة وكان مجموعها يبلغ ٤٥ قطعة وقطر الواحدة من ذات العشرين ٢١ ميليمترا وقطر ذات الاربعين ٢٦ ميليمترا فما مقدار القطع التى يلزم أخذها من كل صنف من هذين الصنفين حتى يكون مجموع أقطار الخمسة والاربعين قطعة مساويا لمترأى ١٠٠٠ ميليمتر

فالجواب أن يقال اذا أخذت ٤٥ قطعة من ذات العشرين فرنكا فمجموع أقطارها هو ٤٥ × ٢١ ميليمترا اى ٩٤٥ ميليمترا مع ان المطلوب ١٠٠٠ ميليمتر فيلزم حينئذ أن تضم الى هذا المجموع ١٠٠٠ — ٩٤٥ اى ٥٥ ميليمترا من غير أن تغير مجموع عدد القطع وحيث ان التفاضل بين أقطار القطع ذات العشرين فرنكا والقطع ذات الاربعين هو ٥ ميليمترات فيكفى فى ضم ٥ ميليمترات الى مجموع طول أقطار ٤٥ قطعة أن يستبدل قطعة من ذات العشرين فرنكا بقطعة من ذات الاربعين فيكبر حينئذ هذا المجموع بقدر ٥٥ ميليمترا أى ١١ × ٥ ميليمترات باستبدال ١١ قطعة من ذات العشرين فرنكا باحدى عشرة قطعة من ذات الاربعين

فبذلك

فبذلك يتركب طول المتربوضع ١١ قطعة من ذات الاربعين فرنسكا و ٤٥ — ١١ اى ٣٤ قطعة من ذات العشرين متواليه يعقب بعضها بعضا

وحينئذ فمجموع أقطار ١١ قطعة من ذات الاربعين و ٣٤ قطعة من ذات العشرين يساوى ١١ × ٢٦ ميليمترا + ٣٤ × ٢١ ميليمترا اى يساوى ٢٨٦ + ٧١٤ ميليمترا اى ١٠٠٠ ميليمترا اعنى مترا

(المسئلة الثامنة والاربعون) أراد حكمدار قلعة أن يكون له اقتدار على مقاومة الحصار مدة ثلاثة ايام وكان عدد محافظى القلعة ١٢٠٠ نفس وقدر أن عدد ما يفقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا وأنه فى كل يوم من اليومين الباقيين يفقد زيادة على اليوم الذى قبله ثلث ما فقد وفرض ايضا انه فى اليوم الاول من الحصار ياخذ كل عسكرى من الخبز ست عشرة اوقية ومن اللحم اربع اواق ومن الخرطوج ثمانية ويأخذ ايضا اثنى عشر صولديا وان الخطر زاد فى اليومين الباقيين حتى زاد لكل عسكرى نصف نصيبه فى اليوم الاول فما عدد العساكر التى تبقى بعد أيام الحصار الثلاثة وما مقدار ما استهلك من الذخائر من كل صنف

فالجواب ان يقال حيث ان ما فقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا فما فقد فى اليوم الثانى هو ٨١ + $\frac{٨١}{٣}$ اى ١٠٨ انفس وما فقد فى اليوم الثالث هو ١٠٨ + $\frac{١٠٨}{٣}$ اى ١٤٤ نفسا فاذن يكون مجموع العساكر المفقودة ٨١ + ١٠٨ + ١٤٤ او ٣٣٣ نفسا ويكون عدد الباقى بعد الايام الثلاثة ١٢٠٠ — ٣٣٣ اى ٨٦٧ واما ما استهلك من الخبز فيقال فى الجواب عنه حيث ان كل عسكرى فى اليوم الاول له ست عشرة أوقية فمجموع ما يصرف فى اليوم الاول هو ١٢٠٠ × ١٦ اى ١٩٢٠٠ اوقية وحيث ان خرج اليوم الثانى زاد النصف فيكون المجموع ١٦ + ٨ اى ٢٤ اوقية وحيث ان عدد العساكر

الباقية في اليوم الثاني هو ١٢٠٠ — ٨١ اى ١١١٩ فالخبز المنصرف في اليوم الثاني تكون زنته ٢٤ × ١١١٩ اى ٢٦٨٥٦ اوقية فيكون عدد العساكر التي بقيت الى اليوم الثالث هو ١١١٩ — ١٠٨ اى ١٠١١ ويكون خرج كل واحد منهم ٢٤ + ١٢ اى ٣٦ اوقية فتكون زنة الخبز المنصرف في اليوم المذكور هي ٣٦ × ١٠١١ اى ٣٦٣٩٦ اوقية وحينئذ فمجموع المستهلك من الخبز في الايام الثلاثة هو ١٩٢٠٠ + ٢٦٨٥٦ + ٣٦٣٩٦ اى ٨٢٤٥٢ اوقية وبذلك يعلم ان المستهلك من اللحم ٦٠٢١٣ اوقية ومن الخرطوج ٤١٢٢٦ ومن النقد ٦١٨٣٩ صولديا

(المسئلة التاسعة والاربعون) دخلت امرأة السوق بمقدار من البيض فباعت منه لانسان نصفه ونصف بيضة ثم باعت لآخر نصف ما بقي معها ونصف بيضة ثم باعت لثالث نصف الباقي ونصف بيضة ومع ذلك كله لم تكسر شيأ من البيض فما مقدار البيض الذي أتت به الى السوق

فالجواب أن يقال انه لاجل استخراج هذا العدد يبرهن عليه هكذا بأن يقال (اولا) اذا طرح من الباقي الثاني نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ لم يبق شيء وحينئذ فالباقي الثاني هو عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فيكون نصف الباقي الثاني $\frac{1}{2}$ فاذن يكون الباقي الثاني ١

(ثانيا) اذا طرح من الباقي الاول نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقي الثاني فاذن يكون الباقي الاول عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ١ اى زائدا $\frac{3}{2}$ فيكون نصف الباقي الاول $\frac{3}{2}$ فيكون الباقي الاول حينئذ ٣

(ثالثا) اذا طرح من العدد المطلوب نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقي الاول فاذن يكون العدد المطلوب عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ٣ اى زائدا $\frac{7}{2}$ فيكون نصف العدد المطلوب $\frac{7}{2}$ وحينئذ فالعدد كله ٧

فباعت المرأة اولا $\frac{7}{2}$ + $\frac{1}{2}$ او ٤ بيضات وعليه فالباقي معها ٣

ثم باعت منه $\frac{3}{2}$ + $\frac{1}{2}$ او ٢ فيكون الباقي ١ ثم باعت منه $\frac{1}{2}$

+

+ ½ او ١ ولم يبق معها شئ فحينئذ باعت المرأة جميع ما معها من البيض بدون أن تكسر منه بيضة واحدة

* (المسئلة الخمسون) * أرادت جمعية تجديد بناء ورشة فابدى المعمار عرضين احدهما العمارة بالاخشاب والثانى العمارة بالاحجار وعلم قدر الكلفة ومدة مكثه واجرة التصليحات الاولية السنوية ووقته ونسبة الكلفة الى اجرة التصليحات الآتية وسعر الربح فما يكون العرض الذى يعود بالنفع على الجمعية اكثر من الآخر

فالجواب أن يقال حيث كان كبر الاعداد لا يؤثر فى طبيعة البراهين لزم أن تنتخب بحيث تكون بسيطة جدا وذلك لاجتناب العمليات الطويلة فلنفرض أولا ان العمارة بالاخشاب تمكث ثلاث سنوات وأن التصليح الاول يكون فرنك

فى ابتداء السنة الثانية وتبلغ مصاريفه ١٤٥٨ وأن التصليح الثانى الذى يحصل فى ابتداء السنة الثالثة يزيد على الاول الثلث * ثانيا ان العمارة بالاحجار تمكث ست سنوات وان التصليح الاول يحصل فى ابتداء السنة الرابعة وتبلغ فرنك

مصاريفه ١٥٠٠ وأن التصليحات الآتية تحصل فى رأس كل سنة وتزيد العشر * ثالثا ان مصاريف كل تصليح تدفع فى ابتداء السنة التى تحصل فيها فرنك

* رابعا أن كلفة البناء بالاخشاب تبلغ ٣٠٠٠ وأن كلفة البناء بالاحجار فرنك

٧٢٠٠ وانها تسدد بدفع متساوية فى ابتداء كل سنة * خامسا أن ربح الورشة يكون على وجه بحيث تجدد الاموال فى كل سنة وتربح ٢٠ فى المائة وذلك مع مراعاة أرباح الارباح

وحيث ان العمارة بالاخشاب تمكث ثلاث سنوات والعمارة بالاحجار ست سنوات فبعد مضى ست سنوات تعمر العمارة الاولى مرتين والثانية مرة واحدة ويصير حينئذ تجديد الاثنين معا وعليه فيكفى اعتبار تكاليفهما

الى ذلك الوقت وبناء على هذا اذا كان جميع الدفع التى تقع فى اثناء السنوات الست تحصل فى ابتداء السنة الاولى فلا يلزم الا عمل مجموعين أحدهما بالدفع الخاصة بالغرض الاول والثانى بالدفع الخاصة بالغرض الثانى فيكون المبلغ الاقل موافقا لما يعود بالنفع على الجمعية من كلا الغرضين وحينئذ يلزم أن يكون حساب جميع الدفع فى ابتداء السنة الاولى

والدفع الخاصة بعمارة الاخشاب هى أولا يدفع فى السنة الاولى ١٠٠٠ فرنك
فى نظير ثلث ثمن هذه العمارة الاول ثانيا يدفع فى السنة الثانية ١٠٠٠ فرنك
فرنك
فى نظير ثلث ثمن العمارة الثانى زائدا ١٤٥٨ لاجل التصليحات الاولية
فرنك فرنك
فيكون المجموع الكلى ٢٤٥٨ ثالثا اجرة التصليحات بزيادة الثلث اعنى ١٤٥٨
فرنك فرنك فرنك
+ ١٤٥٨/٣ اى ١٩٤٤ ويلزم أن يضاف الى ذلك ١٠٠٠ فى نظير الثلث
فرنك
الثالث من ثمن العمارة فيكون المجموع حينئذ ٢٩٤٤ غير أنه بعد مضى السنوات الثلاث الاولى تجدد العمارة بعين ذلك الثمن وبناء عليه تكون الدفع كل ثلاث سنوات واحدة لا تتغير وانما تحصل فى اوقات مختلفة

وحيث علم مقدار الدفع المختلفة التى يلزم دفعها والوقت الخاص بكل من الغرضين وسعر الربح (أعنى ٢٠ فى كل ١٠٠) سهل علينا تحصيل قيمها الخاصة برأس السنة الاولى كما تقدم ذكره ولنذكر لك بيان النتائج فى هذا الجدول فنقول

فرنك فرنك
ان ١٠٠٠ المدفوعة فى راس السنة الاولى تعادل نقدا ١٠٠٠
فرنك فرنك
وان ٢٤٥٨ المدفوعة فى راس السنة الثانية تعادل قبل سنة واحدة ٣٣ و ٢٠٤٨
فرنك فرنك
وان ٢٩٤٤ المدفوعة فى رأس السنة الثالثة تعادل قبل سنتين ٤٤ و ٢٠٤٤

وان

فرنك فرنك

وان ١٠٠٠ المدفوعة فى رأس السنة الرابعة تعادل قبل ثلاث سنوات ٧٠ر٥٧٨

فرنك فرنك

وان ٢٤٥٨ المدفوعة فى رأس السنة الخامسة تعادل قبل اربع سنوات ٣٨ر١١٨٥

فرنك

وان ٢٩٤٤ المدفوعة فى رأس السنة السادسة تعادل قبل خمس سنوات

فرنك فرنك

١٣ر١١٨٣ فتكون المصاريف المدفوعة فى رأس السنة الاولى ٩٨ر٨٠٣٩

واذا جرينا على مثل هذه الطريقة يظهر لنا ان المصاريف الخاصة بالغرض

فرنك

الثانى تعادل فى ابتداء السنة الاولى ٩٢ر٧١٨١ وحيث ان هذا المبلغ اصغر من المبلغ المتقدم فينتج من ذلك ان العمارة بالاجار اكثر نفعا للجمعية من العمارة بالاخشاب

(تنبيه) ظهر لنا من المثال الذى ذكرناه ان مدة العمارة الاولى التى هى ثلاث سنوات وجدت منحصرة مرارا عديدة بالتحقيق فى مدة العمارة الثانية التى هى ست سنوات وان لم يكن الامر كذلك ينتخب أصغر اعداد السنين بحيث يكون قابلا للتقسيم على كل من المدتين وذلك لتجديد العمارتين معا فى هذا الوقت ونجرى العمل على هذا المنوال

(المسئلة الحادية والخمسون) اجتمع خمسة أصحاب وأرادوا أن يتغدوا معا فقدم الاول ٣ صحون والثانى ٤ والثالث ٥ والرابع ٨ فصار المجموع ٢٠ صحنا وحيث ان الخامس لم يقدم شيأ أعطى لهم فى تطيير ما يخصه ١٦ فرنكا والمطلوب ترتيب مصروف كل منهم

وحيث ان الاصحاب الخمسة يلزم أن يدفعوا قدر بعضهم فى المصروف فيكون سهم

فرنك

١٦ خمس المصروف الكلى وعليه فيكون السهم الكلى أو ثمن العشرين صحنا

فرنك فرنك فرنك

٥ × ١٦ او ٨٠ فاذن يعادل كل صحن ٤ وبناء على هذا

الثلاث ماخصهن من ذلك أعنى ١٨ ا كليلا فحينئذ ياخذ كل من ربات الأدب وربات الجمال بعد التفريق ٦ ا كليل

(المسئلة الرابعة والخمسون) المطلوب كيل ٤ لترات من النبيذ بواسطة ٣ أوان أولها يسع ٨ لترات والثانى ٥ والثالث ٣ والفرض ان الأوانى كلها فارغة

فالجواب أن يقال انه لاجل الاختصار نرمز للاناء الذى يسع ٨ لترات بحرف ا وللاناء الذى يسع ٥ بحرف ـ وللاناء الذى يسع ٣ بحرف ح وبعد ذلك نضع فى اناء ا ٨ لترات ونملأ ح من النبيذ الموجود فى ا فيبقى ٥ لترات فى ا ويصير ـ فارغا و ح محتويا على ٣ لترات ثم نصب فى ـ اللترات الثلاثة الكائنة فى ح فيصير ٥ لترات فى ا و ٣ فى ـ ويصير ح فارغا ثم نملأ ح من النبيذ الموجود فى ا فيبقى لتران فى ا و ٣ فى ـ و ٣ فى ح ثم نملأ ـ بجزء من اللترات الثلاثة الكائنة فى ح فيبقى لترواحد فى ح ويصير ـ محتويا على ٥ لترات ويبقى لتران فى ا ثم نصب فى ا اللترات الخمسة الموجودة فى ـ ويبقى ٧ لترات فى ا ويصير ـ فارغا ويحتوى ح على لترواحد ونصب فى ـ اللتر الكائن فى ح فيصير ٧ لترات فى ا ولترواحد فى ـ ويصير ح فارغا ثم نملأ ح بجزء من اللترات السبعة الموجودة فى ا فيصير فى ح ٣ لترات ولترواحد فى ـ واما اناء ا فانه لايحتوى الا على اللترات الاربعة التى يراد كيلها ويمكن أن تحل هذه المسئلة بعدة اوجه

(المسئلة الخامسة والخمسون) المطلوب معرفة مجموع عدة اعداد وبيان ذلك هو أن تكتب ثلاثة اعداد تكون مركبة من اربعة ارقام ثم تضع تحت هذه الاعداد ثلاثة اعداد أخر تدل ارقامها على مايلزم اضافته لكل من ارقام الاعداد الثلاثة المفروضة لتحصيل ٩ فيصير مجموع الاعداد الستة الناتجة مساويا ٣ فى ٩٩٩٩ اى ٢٩٩٩٧

فاذا

فاذا فرضت مثلا ان الاعداد المختارة هى

٢٢٢٢ و ١٢٠٥ و ٣٠٠٤

فضع تحتها متمماتها أعنى ما يلزم اضافته لكل من هذه الاعداد وذلك لتحصيل ٩٩٩٩ والمتممات هى

٧٧٧٧ و ٨٧٩٤ و ٦٩٩٥

وحينئذ يكون مجموع هذه الاعداد الستة مساويا ٣ فى ٩٩٩٩ اى ٢٩٩٩٧ وعليه كان يمكن كتابة هذا المجموع قبل وضع الاعداد الثلاثة الاول وذلك وسيلة الى حل المسئلة المفروضة

* (المسئلة السادسة والخمسون) * اذا وضعت ثلاثة اشياء مختلفة الجنس على طاولة ثم أخذها ثلاثة اشخاص كل اخذ واحدا فما يكون جنس الشئ الذى أخذه كل من الاشخاص الثلاثة

فالجواب أن يقال انه اذا فرض ان الاشياء الثلاثة عبارة عن غلاف وخاتم وساعة يرمز لأوائلها وهى الغين والخاء والسين بحروف غ و خ و س ثم يؤخذ ٢٤ فلسا ويعطى منها واحد للشخص الاول واثنان للثانى وثلاثة للثالث وتوضع الثمانية عشر الباقية على الطاولة فلاجل معرفة الشئ الذى أخذه كل شخص تقول ان الشخص الذى اخذ الغلاف يأخذ من على الطاولة فلوسا بعدد ما يوجد فى يده والذى معه الخاتم يأخذ ضعف ما فى يده من الفلوس والذى معه الساعة يأخذ اربعة امثال ما فى يده فيسئل حينئذ عن مقدار ما بقى من الفلوس على الطاولة وهذا الباقى يصير ضرورة احد اعداد

١ ٢ ٣ ٥ ٦ ٧

وتنسب هذه الاعداد لهذه الالفاظ

غطا خبز غير خير سعر سماح

فاول حرف من الكلمة المقابلة لعدد الفلوس التى تبقى على الطاولة هو أول حرف من الشئ الذى أخذه الشخص الاول والحرف الثانى من الكلمة بعينها هو أول حرف من الشئ الذى أخذه الثانى

مثلا اذا بقيت ستة افلس فكلمة سعر الموضوعة تحت الباقي الذي هو عدد ٦ تدل على ان الشخص الاول أخذ الساعة وان الثاني أخذ الغلاف

(تنبيه) تحقيق هذه القاعدة سهل جدا عند التجربة لان الاشياء الثلاثة لا يمكن تركيبها الا بست طرق مختلفة وبتطبيق القاعدة يظهر أن الستة الباقية المقابلة هي ١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٦ و ٧

(رؤس مسائل يراد حلها)

(المسئلة السابعة والخمسون) سئل انسان من أرباب السخرية عن تاريخ اليوم الحال من الشهر وعن الساعة الراهنة من اليوم فاجاب بجواب مغلق مضمونه اذا ضم على ثلث أيام الشهر التي مضت نصف الايام الباقية يتحصل تاريخ اليوم الحال من الشهر وأما الساعة فقد مضى نصف النهار فاذا اخذت $\frac{3}{5}$ عدد الساعات الموجودة من هذا الوقت الى نصف الليل نجد عددا يزيد عن ٤ بالكمية التي ينقص عدد ساعاتها الماضية من نصف النهار بقدر ١٠ والمطلوب حينئذ تاريخ اليوم الحال من الشهر والساعة الراهنة من اليوم (وفرض هذه المسئلة ان الشهر ثلاثون يوما)

جوابه تاريخ اليوم الحال من الشهر ١٣ والساعة الراهنة من اليوم ٩ بعد الزوال وتحل هذه المسئلة بواسطة فرضين كما سبق

(المسئلة الثامنة والخمسون) أراد انسان بيع حصان وبستان ودار فرنك

واراد أن يأخذ ثمن جميعها ١٠٠٠٠ ومع هذا فثمن البستان أربعة امثال ثمن الحصان وثمن الدار خمسة امثال ثمن البستان فما يكون ثمن كل من هذه

فرنك فرنك فرنك

فالجواب اما ثمن الحصان فهو ٤٠٠ وثمن البستان ١٦٠٠ وثمن الدار ٨٠٠٠

(المسئلة التاسعة والخمسون) ثلاثة اخوال أرادوا تعييش بنت أخت لهم

فرنك

فقبضوها ١٤٤ أعطى الاول منها على قدر طاقته والثاني اعطى أكثر من الاول ثلاث مرات والثالث أعطى بقدرهما فما تكون عطية كل منهم

فالجواب

فرنك فرنك فرنك
فالجواب اعطى الاول ١٨ والثانى ٥٤ والثالث ٧٢
فرنك
(المسئلة الستون) رجل هرم غير متزوج ترك ٥٥٠٠٠ خمس من بنات اخته وثلاثة من اولاد أخيه و ٢ من اخوته ويلزم أن تكون حصص بنات الاخت متساوية واولاد الاخ الثلاثة يتقاسمون بالسوية نصف مبلغ حصص بنات اخته الخمسة والاخوان يتقاسمان على السوية ثلث كل ما أخذته بنات الاخت الخمسة فما مقادير الحصص المختلفة
فرنك
فالجواب ان كلا من بنات الاخت يأخذ ٦٠٠٠ وكلا من اولاد الاخ يأخذ
فرنك فرنك
٥٠٠٠ وكلا من الاخوين يأخذ ٥٠٠٠
(المسئلة الحادية والستون) هلك هالك عن زوجة وابنين وثلاث بنات
فرنك
وترك من المال ١١٠٠٠ واوصى بان يكون نصيب الام ضعف نصيب احد الابنين وأن يكون نصيب الابن الواحد ضعف نصيب احدى البنات فما كيفية التقسيم
فرنك فرنك
فالجواب نصيب الام ٤٠٠٠ ونصيب الابن ٢٠٠٠ ونصيب
فرنك
البنت ١٠٠٠
(المسئلة الثانية والستون) اتفق أربعة من اللاعبين على ان الذى يحق عليه الغلب يضاعف ما بيد الثلاثة الاخر فبعد اربعة ادوار صار مع الاول
فرنك فرنك فرنك فرنك
٧٢ ومع الثانى ٤ ومع الثالث ٢ ومع الرابع ٩ فما قدر الدراهم التى دخل بها كل منهم فى اللعب مع العلم بأن الاول خسر فى الدور الاول والثانى فى الثانى والثالث فى الثالث والرابع فى الرابع
فرنك فرنك
فالجواب انه عند دخولهم فى اللعب كان مع الاول ٤٨ ومع الثانى ٢٢

فرنك فرنك
ومع الثالث ١١ ومع الرابع ٦

(المسئلة الثالثة والستون) اتفق خمسة من اللاعبين على ان من يحق عليه الغلب يضاعف دراهم الاربعة الاخر فبعد مضى خمسة ادوار صار

فرنك فرنك فرنك فرنك فرنك
مع الاول ٨٠ ومع الثانى ٤٠ ومع الثالث ٢٠ ومع الرابع ١٠
فرنك
ومع الخامس ٥ فما مقدار الدراهم التى دخل بها كل فى اللعب مع العلم بان الاول خسر فى الدور الاول والثانى فى الثانى والثالث فى الثالث والرابع فى الرابع والخامس فى الخامس

فرنك فرنك فرنك
فالجواب ان الاول كان معه ٨٠ والثانى معه ٤٠ والثالث معه ٢٠
فرنك فرنك
والرابع معه ١٠ والخامس معه ٥
فرنك
(المسئلة الرابعة والستون) دفع ٢٢٨٠٠ فداء ٧٧ ضابطا
فرنك
مابين يوزباشى وملازم اول وجعل فداء كل يوزباشى ٤٠٠ وكل
فرنك
ملازم أول ١٥٠ فما عدد اليوزباشية والملازمين الاول
فالجواب عدد اليوزباشية ٤٥ وعدد الملازمين ٣٢

(المسئلة الخامسة والستون) سئل هرم عن عمره فاجاب بقوله كان عمرى وقت زواجى ثلث عمرى الآن ومضيت الربع بعد زواجى قبل أن ارزق بغلام عمره ٣٥ سنة فما يكون عمر الهرم المذكور
فالجواب عمره ٨٤ سنة

(المسئلة السادسة والستون) اجتمع عقرب الدقائق وعقرب الساعات

وقت

وقت الزوال على تقسيم من تقسيمات هذا الساعة فما مقدار الزمن الذى يجتمعان فيه اول مرة وفرض المسئلة أن بالساعة خللا وهو تقديم دقيقة فى كل ساعة

فالجواب الاجتماع الاول يحصل فى ١ و ٤ و $\frac{٢٥٦}{٦٧١}$ من دقيقة

(المسئلة السابعة والستون) اذا كان مع احد تجار النبيذ زجاجتان فارغتان متحدتا السعة الاولى تزن ١٢ أوقية واذا ملئت نبيذا تزن ضعف الزجاجة الاخرى وهى فارغة والثانية تزن وهى ملآنة من النبيذ ثلاثة امثال الاولى وهى فارغة فما زنة الزجاجة الثانية وزنة النبيذ الذى فيها

فالجواب الزجاجة الثانية تزن ١٦ اوقية والنبيذ الذى فيها يزن ٢٠ أوقية

والى هنا انتهى كشف النقاب عن علم الحساب

ويليه تنبيهات

(تنبيهات)

(الضرب)

(٢٦٦) عدد ارقام حاصل الضرب يساوى اكثر ما يكون عدد ارقام عوامله ولا يمكن أن يكون اقل من العدد الكلى لارقام العوامل ناقصا عدد العوامل ومضافا اليه واحد وذلك لانه

اولا حيث ان كل عامل أقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذكور فحاصل الضرب يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام فى جميع العوامل فاذن لا يمكن أن يحتوى الحاصل المذكور على ارقام اكثر مما يوجد فى جميع العوامل

ثانيا كل عامل لا يمكن ان يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار ناقصا واحدا بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذكور فاذن لا يمكن أن يكون الحاصل اقل من الاحد المتبوع بعدد من الاصفار المعبر عنه بعدد ارقام العوامل الكلى ناقصا عدد العوامل

(التقسيم)

(٢٦٧) اذا طرح بعد ضم آحاد العدد الاولى اكبر من ٣ آحاد من ذلك العدد الاولى فاحد العددين الناتجين من ذلك يكون بالضرورة قابلا للتقسيم على ٦

وذلك انه لما كان كل عدد اولى يزيد عن ٣ وترا فاذا ضم اليه او طرح منه واحد فالنتيجتان تكونان قابلتين للتقسيم على ٢ وزيادة على ذلك اذا قسم العدد الاولى (الاكبر من ٣) على ٣ فالباقى يكون مساويا ١ أو ٢ ففى الحالة الاولى يكون العدد الاولى بطرح واحد منه احد مضاريب ٣ وفى الحالة الثانية يعطى هذا العدد الاولى باضافة واحد اليه احد مضاريب ٣ ويكون أحد العددين الشفعيين الذى يتحصل بزيادة او بنقص العدد الاولى بقدر واحد قابلا للتقسيم على ٣ وحيث انه يقبل التقسيم ايضا على ٢ فبالضرورة يكون قابلا للتقسيم على ٦ الذى هو

حاصل ضرب ٣ و ٢ وبه ينبت المطلوب

مثلا عدد ١٣ الاولى يعطى بتنقيص ١ منه الباقى وهو ١٢ القابل للتقسيم على ٦ ويعطى عدد ١٧ الاولى باضافة الواحد اليه عدد ١٨ الذى يقبل التقسيم أيضا على ٦

* (تنبيه) * يتعلق باقيسة السطح والحجم والسعة

(٢٦٨) وحدة القياس هى كمية معلومة تؤخذ حد المقابلة بين كميات متحدة الجنس يراد التعبير عن مقاديرها بالاعداد

وعلى هذا فقياس الكمية اوتقويمها بالاعداد عبارة عن البحث عن عدد مرات انحصار وحدة القياس فى الكمية المذكورة

فاذا كان الغرض قياس طول خط مستقيم فيؤخذ طول اختيارى ويجعل وحدة القياس كالتوازم مثلا فان كانت تلك الوحدة منحصرة بالتحقيق ٦ مرات فى الخط المفروض قيل ان طول هذا الخط المستقيم ٦ توازات

واذا أريد التعبير بالاعداد عن الخطوط اوالسطوح اوالاجسام فيبحث عن عدد مرات انحصار وحدة الخط اوالسطح اوالحجم فى الكمية التى يراد قياسها وحيث انتخب الطول الاختيارى وجعل وحدة الخط فوحدة السطح تكون مربعا كل ضلع من اضلاعه يساوى وحدة الخط المذكورة ووحدة الحجم هى مكعب كل ضلع من اضلاعه عبارة عن وحدة الخط وكل وجه من وجوهه الستة عبارة عن وحدة السطح اوالوحدة المربعة

وبهذه الطريقة يتعلق كل من وحدة السطح والحجم بوحدة الطول

(٢٦٩) يظهر بموجب ما يبرهن فى علم الهندسة * أولا * ان عدد وحدات السطح المنحصرة فى المستطيل يتحصل بضرب عدد وحدات القاعدة فى عدد وحدات الارتفاع

وينتج من ذلك ان عدد وحدات السطح المنحصرة فى المربع يتحصل بضربه فى عدد وحدات الخط المنحصرة فى ضلع المربع * ثانيا * ان عدد الوحدات المكعبة من اى متوازى المستطيلات القائم يتكون بتاليف حاصل تكون

عوامله الثلاثة عبارة عن اعداد وحدات الخط المنحصرة فى ثلاثة احرف ملتصقة من متوازى المستطيلات المذكور

وينتج من ذلك ان عدد وحدات الحجم الداخلة فى المكعب تحصل بتكوين حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد وحدات الخط المنحصرة فى ضلع المكعب المذكور

ولترمز هنا لكل من الاقيسة المربعة والمكعبة بهذين اللفظين وهما مر ومك وعليه فنقول

ث مر

ان ٣ تدل على ٣ توازات مربعة او ٣ فى التوازة المربعة

ث مر

وان ٢٧ ر ٠ تدل على ٢٧ من مائة من التوازة المربعة

ث مك

وان ٥ تدل على ٥ توازات مكعبة او ٥ فى التوازة المكعبة

خ مك

وان ٦ تدل على ٦ خطوط مكعبة او ٦ فى الخط المكعب

م مك

وان ٢٧ ر ٥ تدل على ٥ امتار مكعبة زائدة ٢٧ من مائة من المتر المكعب

(الاقيسة القديمة)

(اقيسة السطح)

(٢٧٠) ولاجل قياس اى سطح يبحث عن عدد مرات انحصار الوحدات المربعة فى السطح المذكور

وتقوم السطوح بالتوازات المربعة والاقدام المربعة والاصابع المربعة وهكذا

والتوازة المربعة هو سطح طوله توازة وعرضه مثله وحيث ان التوازة تعادل ٦ اقدام فالتوازة المربعة تعادل ٦ × ٦ اى ٣٦ قدما مربعا (كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٦٩) او ٣٦ فى قدم مربع وحيث ان

القدم

القدم ينقسم الى اثنى عشر اصبعا فالقدم المربع يعادل ١٢ × ١٢ اى ١٤٤ اصبعا مربعا والاصبع المربع يتركب من ١٤٤ خطا مربعا وهكذا وفى قياس التوازى يقسم ايضا التوازى المربع الى توازات اقدام وتوازات اصابع وهكذا اعنى الى مستطيلات لها توازى فى الطول وقدم او اصبع فى العرض وهكذا

وعليه فيعادل التوازى المربع ٦ توازات اقدام وتوازى القدم يعادل ١٢ توازى اصبع وهكذا

(قياسة المجم او الجسم)

ولاجل قياس اى مجسم كان يبحث عن عدد مرات انحصار وحدات الحجم أو الوحدات المكعبة المحتوى عليها

وتقوم الاجسام بالتوازات المكعبة والاقدام المكعبة وهكذا

وحيث ان التوازى يعادل ٦ اقدام فالتوازى المكعب يعادل ٦ × ٦ × ٦ اى ٢١٦ قدما مكعبا (كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٦٩) او ٢١٦ مكعبا ضلعه قدم

والقدم المكعب يعادل ١٢ × ١٢ × ١٢ اى ١٧٢٨ اصبعا مكعبا والاصبع المكعب يعادل ١٧٢٨ خطا مكعبا وهكذا

ويقسم ايضا التوازى المكعب فى قياس اخشاب العمارة الى توازى توازى قدم والى توازى توازى أصبع وهكذا أعنى الى اجسام قاعدتها توازى واحد مربع وارتفاعها قدم او اصبع وهكذا

والتوازى المكعب يحتوى على ٦ توازات توازات اقدام ويعادل توازى توازى قدم ١٢ توازات توازات اصبع وهكذا

وفى بعض الاحيان تقوم اخشاب العمارة بالسليوه وهى شكل متوازى المستطيلات القائم الذى تختلف ابعاده غير أنه يعادل دائما ٥١٨٤ اصبعا مكعبا

مثلا * السليوه التى تساوى ابعادها الثلاثة ١٤٤ اصبعا و ٦ اصابع

و ٦ اصابع تحتوى على ١٤٤ × ٦ × ٦ اى ٥١٨٤
اصبعا مكعبا (كما فى الصورة الثانية من غرة ٢٦٩)
والتوازالمكعب يعادل ٧٢ سليوه لانه لما كان التوازالواحد يعادل
٧٢ اصبعا فالتوازالمكعب يحتوى على ٧٢×٧٢×٧٢ اى ٥١٨٤×٧٢
صبعا مكعبا
ولاجل قياس خشب الحريق يستعمل الكورد فى باريس (فى مصلحة المياه
والاجمات) والكورد الذى يعادل حملتين هو عبارة عن شكل متوازى
المستطيلات القائم الذى يكون عرض قاعدته ½ ٣ اقدام ونصف (وهو
طول الاجزال) وطولها ٨ اقدام (وهذا مايسمى بالطبقة)
وارتفاعها ٤ اقدام وهى تعادل عددا من الاقدام المكعبة معبرا عنه بهذه
الصيغة ½ ٣×٨×٤ او ½ ٧×٨×٤ اى ١١٢
فاذن الكورد يعادل ١١٢ قدما مكعبا

(اقيسة السعة المتعلقة بالموائع والحبوب)

الموبد والبنتة يستعملان لاعيار الموائع
وموبد النبيذ بمدينة باريس يعادل ٢٨٨ بنتة
وتكال المواد الجافة كالقمح بالستيه او الستيرو البواسو واللبترون وتعادل
الستيه ١٢ بواسو والبواسو ١٦ ليترونا وهنالك بنتات وليترونات
مختلفة المقادير وقد يفرض عادة ان البنتة تعادل ٤٨ اصبعا مكعبا وان
اللبترون يحتوى على ٣٦ اصبعا مكعبا ففى هذه الحالة موبد النبيذ
صه مك
المركب من ٢٨٨ بنته يعادل ٢٨٨ فى ٤٨ او ٨ فى ١٢
صه مك
× ١٢ × ١٢ أو ٨ فى قدم مكعب او مكعبا ضلعه قدمان
والستيه المركبة من ١٢ بواسو تعادل ١٢× ١٦ ليترونا أو ١٢×١٦
صه مك صه مك
× ٣٦ أو ١٢ × ١٢ × ١٢ أو ٤ فى قدم مكعب

(تنبيه)

صـ م ك صـ م ك

(تنبيه) تستعمل البنتة ذات ٤٦ر٩٥ والليترون ذو ٤٠ر٩٨٦٢ في مقابلة الاقيسة القديمة بالاقيسة الجديدة وقاعدة ثمرة ١٠٩ وسيلة في تحويل الوحدات المربعة أو المكعبة الى وحدات اصغر او أكبر من ذلك

ت م

ولاجل تحويل ١٢ ر ٠ الى اقدام مربعة يلاحظ انه لما كان التوازن المربع يعادل ٣٦ قدما مربعا فيكفي ضرب ١٢ر٠ في ٣٦ أو في ٦

ق م

× ٦ وبذلك يتحصل ٣٢ ر ٤

ق م

ويقوم الجزء الاعشاري الذي هو ٣٢ ر ٠ باصابع مربعة بضرب ٣٢ر٠

ق م صـ م ق م

في ١٢ × ١٢ لان ١ = ١٢ × ١٢ وبذلك يظهر أن ٣٢ر٠

صـ م ق م ق م صـ م

تعادل ٠٨ ر ٤٦ فاذن ١٢ ر٠ تعادل ٤ +٤٦ +

ق م

$\frac{٨}{١٠٠}$ من الاصابع المربعة وبالعكس أعني انه لاجل تحويل ٣٢ر٤ الى

ق م

توازات مربعة يقسم ٣٢ر٤ على ٣٦ فيتحصل من ذلك ١٢ر٠

(الاقيسة الجديدة)

(اقيسة السطح)

(٢٧١) حيث ان المتر يعادل ١٠ ديسيمترات أو ١٠٠ سنتيمتر وهكذا فالمتر المربع يعادل ١٠٠ ديسيمتر مربع او ١٠٠٠٠ سنتيمتر مربع وهكذا فعلى هذا كل جزء من مائة من المتر المربع يعادل ديسيمترا مربعا وكل جزء من عشرة الاف من المتر المربع يعادل سنتيمترا مربعا وهكذا فبناء على هذا *اولا* لاجل تحويل اى عدد كان من الامتار المربعة الى ديسيمترات مربعة أو الى سنتيمترات مربعة وهكذا يكفي ضرب هذا العدد

فى ١٠٠ اولى ١٠٠٠٠ وهكذا وهذا يؤول الى تقديم الشرطة برقين أو اربعة وهكذا جهة يمين العدد المفروض

م مر ديسيمترمر

فعلى هذا ٧٨٩٢ ر ٣٤٥ تعادل ٩٢ ر ٣٤٥٧٨

أو ٣٤٥٧٨٩٢ سنتيمترا مربعا أو ٣٤٥٧٨٩٢٠٠ ميليمترمربع ثانيا لاجل تقويم الجزء الاعشارى من عدد الامتار المربعة الى ديسيمترات مربعة وسنتيمترات مربعة وهكذا يكفى تقسيم هذا الجزء الى فواصل كل فاصلة رقمان بالابتداء من الشرطة واذا لم يكن للفاصلة الاخيرة الا رقم واحد فضع صفرا على يمينها فتدل الفاصلة الاولى على الديسيمترات المربعة والثانية على السنتيمترات المربعة والثالثة على الميليمترات المربعة وهكذا فان عدد

م مر

٣٤٥ ر ٠ مثلا الدال على ٣٤٥ جزأ من ألف من المتر المربع يعادل ٣٤ ديسيمترا مربعا زائدة ٥٠ سنتيمترا مربعا

(تنبيه) الديسيمتر المربع يعادل ١٠٠ سنتيمترمربع والديكامتر المربع يعادل ١٠٠ مترمربع وهكذا

والآر يعادل ١٠٠ مترمربع والايكتار يعادل ١٠٠٠٠ مترمربع وعليه فلاجل تحويل الامتار المربعة الى آرات أو الى ايكتارات يكفى قسمة العدد المفروض على ١٠٠ أو على ١٠٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطة برقين أو بأربعة ارقام جهة اليسار (كما فى الصورة الثالثة من نمرة ٩٦)

م مر آر ايكتار

فعلى هذا ٦٢٧٤ ر ٥ تعادل ٧٤٥ ر ٦٢ أو ٦٢٧٤٥ ر ٠

وبالعكس تحول الآرات والايكتارات الى امتار مربعة وذلك بتقديم الشرطة برقين او بأربعة جهة يمين العدد المفروض

آر م مر ايكتار

مثلا ٧٤٥ ر ٦٢ تعادل ٦٢٧٤ ر ٥ و ٢٣٤٥٦٨ ر ٧

تعادل

م مر

تعادل ٦٨ ر ٧٢٣٤٥

(اقيسة الحجم أو الجسم)

حيث ان المستر يعادل ١٠ دسيمترات او ١٠٠ سنتيمتر الخ فالمتر المكعب يعادل ١٠٠٠ دسيمتر مكعبة او ١٠٠٠٠٠٠ من السانتيمترات المكعبة الخ فحينئذ كل جزء من الف جزء من المتر المكعب يعادل دسيمترا مكعبا وكل جزء من مليون من المستر المكعب يعادل سنتيمترا مكعبا وهكذا او ينبني على هذا امران

أحدهما يكفي في تحويل أي عدد من الامتار المكعبة الى دسيمترات مكعبة او سنتيمترات مكعبة الخ أن تضرب هذا العدد في ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠٠ الخ وذلك عبارة عن كونك تقدم الشرطة ثلاث خانات أو ستا وهكذا جهة يمين العدد المفروض

م مك دسيمتر مك

مثلا عدد ٣٤٫٢٥٦٧ يعادل ٧ ر ٣٤٢٥٦ اى ٣٤٢٥٦٧٠٠ سنتيمتر مكعب

ثانيهما يكفي في تقويم الجزء الاعشاري من عدة امتار مكعبة بدسيمترات مكعبة وسنتيمترات مكعبة وهكذا أن تقسم الجزء المذكور الى فواصل كل فاصلة ثلاثة ارقام مبتدئا من الشرطة ومتقطا الى الفاصلة الاخيرة فان لم تكن الارقام اوقعين وضعت على يمينها صفرين أو صفرا فالفاصلة الاولى تدل على الدسيمترات المكعبة والثانية على السنتيمترات المكعبة وهكذا

م مك

مثلا عدد ٣٤٥٦٧ ر٠ الدال على ٣٤٥٦٧ جزأ من مائة ألف من المتر المكعب يعادل ٣٤٥ دسيمترا مكعبا زائدة ٦٧٠ سنتيمترا

م مك

مكعبا وعدد ٣٤٥٦٧٨٩ ر٢٨ يعادل ٢٨ متر امكعبا زائدة ٣٤٥ دسيمترا مكعبا زائدة ٦٧٨ سنتيمترا مكعبا زائدة ٩٠٠ ميليمتر مكعب

(تنبيه) الدسيمتر المكعب يعادل ١٠٠٠ سنتيمتر مكعب والديكامتر المكعب يعادل ١٠٠٠ متر معكب الخ

بيان النسب والعلاقات بين اقيسة السطح والحجم والسعة قديمة كانت او جديدة

(٢٧٢) ولنبين هنا كيفية حساب تلك النسب بواسطة القواعد المقررة فى نمرة ٢٦٩

(اقيسة السطح)
(وفيها خمس مواد)

الاولى قيمة التوازالمربع بالامتار المربعة وقيمة المتر المربع بالتوازالمربع ينتجان عن هاتين النسبتين وهما ١ ت = ٢١٢٩٦٣ م ١٩٤٩٠٣٦٥٩١٢ و ١ م = ٠٫٠٠٠

عبارة عن القدم المربع واذا قسمت هذا الخارج على ١٤٤ فخارج هذه القسمة هو عبارة عن الاصبع المربع وهكذا

ويكفي في التعبير عن المتر المربع بأقدام مربعة واصابع مربعة وهكذا أن نحوّل

ت مر

عدد ٠ر٢٦٣٢٤ الذي هو قيمة المتر المربع الى اقدام مربعة وأصابع مربعة وهكذا ويكون ذلك بضربه اولا في ٣٦ ثم في ١٤٤ وهكذا

ق مر م مر

فبهذه الطريقة ترى أن ١ = ١٠٥٥٢٠٦٥ر٠ وهكذا من

ص مر م مر

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٠٠٧٣٢٧٨ر٠ وهكذا من

م مر ت مر

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٠٠٠٠٢٦٣٢٤٤٩٢ر٠ وهكذا

ق مر

من الاعداد الاعشارية = ٤٧٦٨١٧٤٦ ر ٩ وهكذا من

ص مر

الاعداد الاعشارية = ٦٦١٧١٤٤٠ و ١٣٦٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الثانية لاجل تقويم الهندسة المربعة بالامتار المربعة وتقويم المتر المربع بهندسات مربعة تلاحظ أن

هندسة

١ = ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

هندسة

و ١ م = ٨٤١٤٣٤٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(كما في الصورة الثانية من نمرة ١٢٣)

فاذا ألفت مربع عدد ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية ومربع عدد ٨٤١٤٣٤٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

هنداسة م م م
وجدت أن ١ = ١٫٤١٢٤٠٤١٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م هنداسة م م م
وأن ١ = ٢٢٥٢١٫٧٠٨٠٧٥٠١ = ١٫٤١٢٤٠٤١٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الثالثة لاجل تقويم الفرسخ البرى المربع بميريامترات مربعة وميريارات وبالعكس تلاحظ أن

فرسخ برى ميريامتر
١ = $\frac{٤}{٩}$ ميريامتر وأن ١ = $\frac{٩}{٤}$ فرسخ برى (كما فى الصورة الثالثة من غرة ١٢٣) فاذن الفرسخ البرى المربع = $\frac{١٦}{٨١}$ من الميريامتر المربع والميريامتر المربع = $\frac{٨١}{١٦}$ من الفرسخ البرى المربع

وحيث ان $\frac{١٦}{٨١}$ = ١٩٧٥٣٠٨٦٫٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و $\frac{٨١}{١٦}$ = ٥٠٦٢٥٫٠ (كما فى غرة ١٠١) فالفرسخ البرى المربع

ميريامتر مربع
= ١٩٧٥٣٠٨٦٫٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فرسخ برى مربع
والميريامتر المربع = ٥٠٦٢٥٫٠ والميريامتر المربع يعادل ١٠٠ ميريار وذلك

م م ميريامتر مربع م م
لان الميريامتر الواحد = ١٠٠٠٠ و ١ = ١٠٠٠٠ × ١٠٠٠٠

م م
= ١٠٠٠٠٠٠٠

م م م م
والآر الواحد = ١٠٠ والميريار الواحد = ١٠٠٠٠ آر = ١٠٠٠٠٠٠

ميريار
ويستنتج من ذلك أن الفرسخ البرى المربع = ١٩٫٧٥٣٠٨٦ فرسخ برى مربع
وهكذا من الاعداد الاعشارية والميريار = ٠٫٥٠٦٢٥

المادة الرابعة القصبة المربعة الافرنجية (فى مصلحة الاجمات والمياه) تعادل ٤٨٤ قدما مربعا

متر مربع

وحيث ان القدم المربع = ١٠٥٥٢٠٦٥ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فبضرب ١٠٥٥٢٠٦٥ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

متر مربع

فى ٤٨٤ ترى ان القصبة المربعة (فى مصلحة الاجات والمياه) = ١٥٠٧١٩ ر

آر

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٥١٠٧١٩ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

وذلك لانه يلزم لكل ار ١٠٠ متر مربع

وحيث ان الفدان ١٠٠ قصبة فالفدان (فى الاجات والمياه) يعادل ايكار

٥١٠٧١٩ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

واذا قسمت الوحدة على ٥١٠٧٢ ر ٠ وجدت ان الآر

قصبة مربعة اجمات ومياه

= ١٩٥٨٠٢ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فدان أجمات ومياه

والايكار = ١٩٥٨٠٢ ر ١ وهكذا من الاعداد

الاعشارية

المادة الخامسة حيث ان القصبة المربعة فى مدينة باريس ٣٢٤ قدما مربعا فقيمتها بالآرات او قيمة الفدان بالايكارات هى ٣٤١٨٨٩٦ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وقيمة الآر بالقصبات المربعة وكذلك قيمة الايكار بالفدادين الباريسية هى $\frac{١}{٣٤١٨٨٦٩ ر ٠}$ وهكذا من الاعداد الاعشارية وهى تقريبا $\frac{١}{٣٤١٨٨٧ ر ٠}$ او ٢٩٢٤٩٤٣ ر ٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(اقيسة الحجم والسعة)

يجرى فى ايجاد نسب اقيسة الحجم والسعة قديمة كانت او جديدة ما جرى فى اقيسة السطح وانما يكفى هنا تركيب مكعبات بدلا عن المربعات وذلك بضرب المربعات (المتحصلة فى السطوح) فى القوى الاولية

مثلا اذا أردت ايجاد قيمة التواز المكعب بالامتار المكعبة فلاحظ أنه

م ص

حيث كان التواز المربع يساوى ٣ر٧٩٨٧٤٣٦٣٣٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية (كما سبق) فيكفى ضرب تلك القيمة فى قيمة التواز بالامتار أعنى فى ١ر٠٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية ونتوصل بالعمل على هذا الوجه الى هذه النتائج وهى

ت م ك م م ك

اولا ١ = ٨٣٠٣٤٣٠٣٨٩٠٤٠ر٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م ك ت م ك

و ١ = ٤٦٨٩٢١٤٦٠٥٣١٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ن م ك م م ك

و ١ = ٠٦٠١٧٢٧٢٤٣٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م ك ن م ك

و ١ = ١٥٨٣٧١ر٢٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ص م ك م م ك

و ١ = ٢٨٣٦٨٣٩١٠٠٠٠ر٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م ك ص م ك

و ١ = ٦١٤ر٢١٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثانيا حيث ان كورد الاخشاب (فى مصلحة الاجات والمياه) يعادل ١١٢ قدما مكعبا فالكورد الواحد = ٥٠٩٢٨ر٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م ك

ستير كورد

او ٥٠٩٨٣ر٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية والستير = ٨٤٠٦٢ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثالثا حيث ان السوليو (فى الاخشاب) يعادل $\frac{1}{72}$ من التوازالمكعب
م مك
فالسوليو الوحد = ١٠٢٨٣١٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
م مك سوليو
و ١ = ٩٧٢٤٦١٨ر٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية
صم مك

رابعا الپانتة تعادل ٤٦ر٩٥ وحيث ان قيمة الاصبع المكعب المعبر عنها باجزاء من المتر المكعب معروفة فيسهل تحصيلها باجزاء من الليتر لان الليتر يعادل دسيمترا مكعبا وعليه فتجد
پانتة ليتر
١ = ٩٣٣١١٨١٨١٨٥ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليتر پانتة
و ١ = ٠٧٣٧٤٦٨٨ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية
موبد پانتة ايكتوليتر
و ١ = ٢٨٨=٢٨٨ر٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية
ايكتوليتر موبد
و ١ = ٣٧٢٨٢٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
صم مك

خامسا الليترون يعادل ٩٨٦٢٥ر٤٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
فاذن يستنتج من قيمة الاصبع المكعب بأجزاء من الليترات أن
ليترون ليتر
١ = ٨١٣٠١٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليتر ليترون
و ١ = ٢٢٩٩٨٣٦ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية
بواسو ليترون ليتر
و ١ = ١٦ = ٠٨٣٠٣ر١٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليتر بواسو
و ١ = ٠٧٦٨٧٣٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ستيه بواسو ايكتوليتر

و ١ = ١٢ = ١٫٥٦٠٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ايكتوليتر ستيه

و ١ = ٠٫٦٤٠٦١٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صرمك

(تنبيه) مقتضى النتائج المتقدمة ان الباتنة تعادل ٤٦٫٩٥ صرمك

وان الليترون يعادل ٤٠٫٩٨٦٢٥ وهى القواعد التى جرى عليها العمل فى تأسيس طريقة الاقيسة الجديدة لاجل تعيين النسب والعلاقات بين أقيسة السعة القديمة والجديدة وقد أخطأ كثير من المؤلفين فى فرضهم أن الباتنة ٤٨ اصبعا مكعبا واللبترون ٣٦ اصبعا مكعبا

(مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة)

(٢٧٣) المسئلة الاولى اذا فرضنا أن ثمن ٩ هنداسات من القماش

ل صل ى

الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ هو ١٣ و ٦ و ٨ فما ثمن ٧ امتار من القماش

ل صل ى

الذى عرضه $\frac{٥}{٨}$ فالجواب أن يقال حيث ان ١٣ و ٦ و ٨ تعادل فرنك

١٣٫١٦٨٦ تقريبا فثمن ٩ هنداسات من القماش الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ يعادل فرنك

١٣٫١٦٨٦ وعليه فثمن الهنداسة من القماش الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ يعادل فرنك

$\frac{١٣٫١٦٨٦}{٩}$ وثمن الهنداسة من القماش الذى عرضه $\frac{١}{٨}$ يعادل $\frac{١٣٫١٦٨٦}{٧\times٩}$

وثمن الهنداسة من القماش الذى عرضه $\frac{٨}{٨}$ أعنى الهنداسة المربعة يعادل فرنك

$\frac{٨\times١٣٫١٦٨٦}{٧\times٩}$.

وحيث

م مر
وحيث ان ثمن الهندسة المربعة يعادل تقريبا ١ر٤١٢٤ (كما سبق)
م مر فرنك
فعدد ١ر٤١٢٤ يعادل ٨×١٣ر١٦٨٦ / ٧×٩
فرنك
وحينئذ فثمن المتر المربع اى الذى عرضه ٨/٨ يعادل ٨×١٣ر١٦٨٦ / ٧×٩×١ر٤١٢٤
فرنك
اى ٨×١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤
م فرنك
ويستنتج من ذلك أن ١ مما عرضه ١/٨ يعادل ثمن ٨×١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤
فرنك م فرنك
اى ١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤ وأن ١ مما عرضه ٥/٨ يعادل ٥ فى ١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤
فرنك
اى ٥×١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤ فاذن السبعة امتار مما عرضه ٥/٨ تعادل ٧ فى
فرنك فرنك فرنك
٥×١٣١٦٨٦ / ٧×٩×١٤١٢٤ اى ٥×١٣١٦٨٦ / ٩×١٤١٢٤ اى ١٧ر٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك
(المسئلة الثانية) المطلوب ايجاد زنة ٠ر٠١٠٢٤ من الماء (والمراد هنا الماء المقطر) فيقال ان الكيلوغرام او اللور الاعشارى يدل على زنة ليتر من الماء المقطر وذلك لانه لما كان الكيلوغرام الواحد معادلا ١٠٠٠ غرام كان أيضا معادلا لزنة ١٠٠٠ سنتيمتر مكعبة من الماء وكل ١٠٠٠ سنتيمتر مكعب يتركب منها دسيمتر مكعب او ليتر واحد
وحيث ان الدسيمتر المكعب من الماء المقطر يزن كيلوغراما فيكفى تحويل
م مك دسيمتر مك
٠ر٠١٠٢٤ الى دسيمترات مكعبة وهذا يعطى ١٠ر٢٤

كيلوغرام

فاذن تكون الزنة المطلوبة هي ٢٤ و ١٠

(المسئلة الثالثة) اذا فرضنا مقدارا من الماء المقطر تعادل زنته

لور اوقية درهم

٢٠ و ١٤ و ٥ر٦ فما يكون هذا المقدار

لور اوقية درهم

فالجواب أن يقال يحوّل هذا العدد أعني ٢٠ و ١٤ و ٥ر٦

كيلوغرام

الى كيلوغرامات فيحصل من ذلك ٢٣٩ر١٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وحيث ان كل كيلوغرام عبارة عن زنة دسيمتر مكعب من الماء

دسيمتر

المقطر فالمقدار المطلوب حينئذ هو ٢٣٩ر١٠ مكعب وهكذا من

م مك

الاعداد الاعشارية او ٠ر٠١٠٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك

فهو تقريبا ٠ر٠١٠٢٤

(تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع)*

(٢٧٤) بعد أن تؤول المسئلة المفروضة الى تقسيم ٧٨٠٠ الى ثلاث حصص مستوفية لهذه الشروط بمعنى أنها تكون على هذين التناسبين المرموز اليهما بهذه العلامة (:) وهما الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣ والحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧ يرمز للحصة الاولى بحرف س فينتج عن تناسب (١) أن الحصة الثانية $= \frac{٣}{٢}$ س والحصة الثالثة $= \frac{٧}{٥}$ س فيكون حينئذ مجموع الحصص الثلاثة مركبا من س مكررة عدة مرات يعبر عنها بما صورته $١ + \frac{٣}{٢} + \frac{٧}{٥}$ وحيث ان $١ + \frac{٣}{٢} + \frac{٧}{٥} = \frac{٣٩}{١٠}$ وان مجموع الحصص الثلاثة يلزم أن يكون مساويا ٧٨٠٠ فعدد $\frac{٣٩}{١٠}$ من س $=$ ٧٨٠٠ فينتج من ذلك أن $\frac{١}{١٠}$ من س

=

$= \frac{٧٨٠٠}{٣٩} = ٢٠٠$ وان $س = ١٠$ فى $٢٠٠ = ٢٠٠٠$

وعليه فتكون الحصة الاولى $٠٠ ٢$ والثانية $\frac{٣}{٤}$ من ٢٠٠٠ اى ٣٠٠٠ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ من ٢٠٠٠ اى ٢٨٠٠

ومثل هذه الطريقة يمكن حل المسئلة السادسة من الباب المذكور

(تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة فى العدية)

(٢٧٥) قد سبق (فى نمرة ٤) انه يكفى فى كتابة جميع الاعداد الصحيحة بالارقام العشرة انهم اصطلحوا على أن أرقام اى عدد كان متى تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت تدل عليه بعشر مرات (بمعنى انك اذا نقلت أرقام الآحاد من منزلتها الى منزلة العشرات دلت تلك الارقام على آحاد العشرات فاذا نقلت العشرات من منزلتها الى منزلة المئات دلت تلك الارقام على آحاد المئات وهكذا)

ولا مانع من الاصطلاح على طرق أخرى للعدية بمعنى أن كتابة جميع الاعداد تكون بأرقام اكثر من العشرات او أقل فبالقياس على ما سبق يصطلح على أن أرقام اى عدد كان متى تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت عليه بقدر الارقام الموجودة فى الطريقة التى اصطلح عليها ويكون أساس طريقة العدية هو عدد الارقام المتركبة منها تلك الطريقة

واياما كان الاساس فالرقم الاول من العدد بالابتداء من الجهة اليمنى يدل على الآحاد البسيطة اى آحاد المنزلة الاولى والثانى على آحاد المنزلة الثانية والثالث على آحاد المنزلة الثالثة وهكذا وكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل الاساس وكل واحد من المنزلة الثالثة يعادل قوة الاساس الثانية وبالجملة فكل واحد من منزلة معينة يساوى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بالعدد الدال على منزلة ذلك الواحد ناقصة واحدا

(الطريقة الاثنا عشرية)

(٢٧٦) لاجل تقريب المعانى والتصورات الذهنية تعتبر هذه الطريقة مركبة من اثنى عشر رقما ولذا سميت بالطريقة الاثنى عشرية وارقامها الاحد عشر الاولية هى

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	ى	يا

والاعداد ان لم توضع بين قوسين وضعت بالطريقة العشرية واذا أريد وضع العدد بالطريقة الاثنى عشرية وضع بين قوسين

ويكفى فى كتابة جميع الاعداد الصحيحة التى تزيد على احد عشر أن يصطلح على أن أرقام اى عدد كان اذا تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت تدل عليه باثنتى عشرة مرة فعلى ذلك اذا ابتدأت من يمين أى عدد فكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل ١٢ وكل واحد من المنزلة الثالثة يعادل $١٢^{٢}$ اى ١٤٤ وكل واحد من المنزلة الرابعة يعادل $١٢^{٣}$ اى ١٧٢٨ وكل واحد من المنزلة الخامسة يعادل $١٢^{٤}$ اى ٢٠٧٣٦ وهلم جرا

فاذن اعداد (١٠) و (١٠٠) و (١٠٠٠) و (١٠٠٠٠) وهكذا تعادل ١٢ و ١٤٤ و ١٧٢٨ و ٢٠٧٣٦ وهكذا فبناء على ذلك اذا أضفت واحدا الى احد عشر تحصل معك عدد (١٠) فاذا أردت أن تكتب اعداد ثلاثة عشر وأربعة عشر وهكذا الى ثلاثة وعشرين فانك تعوض على التوالى صفر عدد (١٠) بكل من الارقام الاحد عشر المعنوية وهى ١ و ٢ و ٣ وهكذا الى ى ويا

وحيث ان عدد (يا١) الذى يعادل ثلاثة وعشرين مركب من اثنى عشر ومن احد عشر احاد فبزيادة ١ عليه يتحصل معك اربعة وعشرون

وهو

وهو مركب من اثنى عشر مضاعفة ويوضع هكذا (٢٠) واذا عوضت الصفر برقم من الارقام الاحدى عشرة المعنوية تحصلت الاحدى عشرة الصحيحة الواقعة بين الاثنى عشرة المضاعفة مرة اى أربعة وعشرين والاثنى عشرة المضاعفة مرتين اى ستة وثلاثين واذا استمررت على هذه الكيفية وصلت الى عدد (بايا) المركب من اثنى عشر مكررة احدى عشرة مرة زائدة احد عشر فهو يساوى ١١ × ١٢ + ١١ اى يساوى ١٤٣

وبهذه الكيفية يكتب بواسطة رقمين جميع الاعداد الواقعة بين احد عشر ومائة وأربعة وأربعين فاذا أضفت الواحد الى عدد (بايا) تحصل معك مائة وأربعة وأربعون وهى تعادل اثنى عشر مكررة اثنى عشرة مرة وتكتب هكذا (١٠٠) واذا عوضت أرقام هذا العدد الاخير على التوالى برقم من الارقام الاحدى عشرة المعنوية توصلت بذلك الى كتابة جميع الاعداد الواقعة بين ١٤٤ و ١٧٢٨ وهلم جرا

(تنبيهان) الاول يكفى فى ضرب اى عدد صحيح فى (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠) الخ أن تضع على يمين ذلك العدد صفرا أو صفرين أو ثلاثة الخ ويكفى فى قسمة اى عدد صحيح منته بأصفار على (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠) أن تحذف من جهة يمينه صفرا أو صفرين أو ثلاثة الخ

(التنبيه الثانى) اذا لم يكن رقم آحاد العدد الصحيح المكتوب بالطريقة الاثنى عشرية صفرا فالعدد المذكور لا يقبل القسمة على الاساس الذى هو (١٠) وذلك لان العدد المفروض لما كان يتحلل الى جزأين احدهما ينتهى بصفر فيقبل القسمة على (١٠) وثانيهما وهو رقم الآحاد لا يقبل القسمة على (١٠) نتج من القاعدة المقررة فى الخاصية السابعة من نمرة ٤٠ أن العدد المفروض لا يقبل القسمة على (١٠)

مثلا عدد (٢٣٧) لا يقبل القسمة على (١٠) لانه يتحلل الى جزأين وهما (٢٣٠) و ٧ أولهما يقبل القسمة على (١٠) والثانى لا يقبلها

(٢٧٧) اذا كان العدد الصحيح مكتوبا بالطريقة الاثنى عشرية وأردت

كتابته بالطريقة العشرية فاضرب الرقم الاول من الجهة اليمنى فى ١ والثانى
٢
فى الاساس الذى هو ١٢ والثالث فى ١٢ اى ١٤٤ والرابع فى ١٢
٣ ٤
اى ١٧٢٨ والخامس فى ١٢ اى ٢٠٧٣٦ وهكذا حتى
تتوصل الى رقم الآحاد العليا فمجموع هذه الحواصل هو العدد المطلوب
مثلا (٥ ٣ ى) = ٥ + ٣ × ١٢ + ١٠ × ١٤٤ = ١٤٨١

(٢٧٨) اذا كان العدد مكتوبا بالطريقة العشرية وأردت كتابته بالطريقة
الاثنى عشرية فاقسمه على ١٢ وما بقى بعد القسمة هو أول رقم من يمين
العدد المطلوب وخارج القسمة يدل على اثنى عشرات أعنى على آحاد من المنزلة
الثانية فاذا قسمت هذا الخارج على ١٢ فالباقى هو ثانى رقم من العدد
المطلوب والخارج يدل على آحاد المنزلة الثالثة واذا استمررت هكذا فى العمل
توصلت الى خارج قسمة أقل من ١٢ وهو الرقم الاخير من العدد المطلوب
وذلك ناتج من أن كل اثنى عشر آحادا من اى منزلة كانت فى الطريقة
الاثنى عشرية تعادل واحدا من المنزلة التى فوقها مباشرة

مثلا اذا كان المطلوب كتابة عدد ١٤٨١ بالطريقة الاثنى عشرية فاقسم
هذا العدد على ١٢ يتحصل معك باقى قدره ٥ وخارج قسمة قدره
١٢٣ فاذا قسمت ١٢٣ على ١٢ كان الباقى ٣ وخارج القسمة
ى وبذلك يكون العدد المطلوب (٣٥ى)

(٢٧٩) اذا أردت قراءة عدد مكتوب بالطريقة الاثنى عشرية
فاكتبه بالطريقة العشرية (كما فى نمرة ٢٧٧) ثم اقرأ العدد الاخير
بموجب قاعدة نمرة ٦

(٢٨٠) ما ذكرناه من الطرق فى اجراء عملية الاعداد المكتوبة بالطريقة
العشرية يجرى ايضا فى الطريقة الاثنى عشرية وانما الفرق بينهما ان الاساس
فى الطريقة الاثنى عشرية اثنا عشر فلا بد من اثنى عشر آحادا من اى منزلة
حتى يتركب واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة

*(امثلة

(امثلة الجمع)

	(ىە٢٣)	(٢٣ى٠ يا)	(٥يا٠٠٠٠ ياى)
	(٤٣٧)	(٧ ٠٨٤٥)	(٤٨٩ى٢٣٤٦)
	(يا٦٠)	(ى ياىياى)	(٩٧ى٥٦٣٢٠)
	(٠ياى٤)	(ىى٩ى٨)	(٤٧٨٩٠٠٠)
المجموع	(ياا٨١١)	(٣٢٠٣٥٤)	(ياه٧٥٠٥٧٤١٨)

(امثلة الطرح)

المطروح منه	(٩٨٩٨٧ى)	(٩٠٠٠٨٤٠٠٥)	(٩٠٠٠٠٠٢)
المطروح	(٣٧٥٧١٢)	(٨٢٣٤ى٧٢٧)	(٨٧٨٥٦٧٤)
الباقى	(٧٢٣٢٧٥)	(٩٨٧٩٨١٩ى)	(٤٣٦٥٤ى)

(امثلة الضرب)

المضروب	(٨ياى٤٧)	(ياى١١٣)
المضروب فيه	(ياى١١٣)	(٨ياى٤٧)
	(٤٣٣٠٨٤)	(٨ى٧٣٤)
	(٣ى٧١٨٨٠)	(١٠٢٧٠١٠)
	(١١ياى٨ياا٠٠٠)	(١٣١٢٠٠ياا)
	(٨٠٠ياى٤٧)	(٧٩٣٤٥٠٠٠)
	(٨٠٠٠٠ياى٤٧)	(٤٥٣٧٨٠٠٠٠)
الحاصل	(٥٢١١٢ياا٩٤٤)	(٥٢١١٢ياا٩٤٤)

(مثال القسمة)

اذا اردت ان تقسم عدد (٢٣٨٣٢) على (ياا٣) فأجر العملية هكذا

		مضاريب المقسوم عليه	
(٢٣٨٣٢)	(يا ٣) مقسوم عليه	(يا٣)×٢=(ى ٧)	(يا٣)×٧=(٢٣٥)
(٢٣٥)	(ى ٧٠) خارج القسمة	(يا٣)×٣=(٩ يا)	(يا٣)×٨=(٢٧٤)
(٠٣٣)		(يا٣)×٤=(١٣٨)	(يا٣)×٩=(٣٣٢)
(٣٣٢)		(يا٣)×٥=(١٧٧)	(يا٣)×ى=(٣٣٢)
(٣٣٢)		(يا٣)×٦=(١يا٦)	(يا٣)×يا=(٣٧١)
(٠٠٠٠٠)			

وذلك بان تكون اولا حواصل المقسوم عليه وهو (يا ٣) بكل عدد من الاعداد ذات الرقم الواحد فترى حينئذ المقسوم الاول الجزئى وهو (٢٣٨) واقعا بين (٢٣٥) و (٢٧٤) أعنى بين (يا٣) × ٧ و (يا٣) × ٨ فيكون اول رقم من يسار خارج القسمة هو ٧ فتطرح (٢٣٥) من (٢٣٨) فالباقى وهو ٣ تنزل على يمينه رقم ٣ الموضوع بعد ارقام المقسوم الاول الجزئى وحيث ان المقسوم الثانى الجزئى الناتج وهو (٣٣) أصغر من المقسوم عليه فالرقم المقابل له من خارج القسمة صفر فتنزل على يمين (٣٣) رقم ٢ الذى هو آخر رقم من أرقام المقسوم وحيث ان المقسوم الثالث الجزئى وهو (٣٣٢) هو حاصل ضرب (يا٣) × ى فالرقم المقابل له من خارج القسمة هو ى فاطرح (٣٣٢) من (٣٣٢) فالباقى وهو صفر يدل على ان خارج القسمة وهو (ى٧٠) صحيح

وتجرى هذا موازين القواعد الاربعة كما فى الطريقة العشرية (راجع نمرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٣)

(٢٨١) ماذكرناه فى الباب الثانى والثالث من مسائل العلم يطبق على الطريقة الاثنى عشرية مع تعويض اساس عشرة بأساس اثنى عشر * ويبنى على ذلك اربع صور

(الصورة الاولى) حيث ان أرقام اى عدد كان من الطريقة الاثنى عشرية اذا تقدمت من منازلها الى الجهة اليمنى من ذلك العدد دات على آحاد اصغر

مما قبلها باثنتى عشرة مرة فالارقام الموضوعة على يمين الشرطة تدل على آحاد

قيمها الخصوصية $\frac{١}{١٢}$ و $\frac{١}{١٢^{٢}}$ اى $\frac{١}{١٤٤}$ و $\frac{١}{١٢^{٣}}$ اى $\frac{١}{١٧٢٨}$ و $\frac{١}{١٢^{٤}}$

اى $\frac{١}{٢٠٧٣٦}$ وهكذا وعليه فعدد (ى٥ ,٤٥ ٦٢٣) $= ٦ \times ١٢^{٢} \times ٢$

$$\times ١٢ + ٣ + \frac{٤}{١٢} + \frac{٥}{١٢^{٢}} + \frac{ى}{١٢^{٣}}$$

(الصورة الثانية) العدد المكتوب بالطريقة الاثنى عشرية يضرب او يقسم على عامل (١٠) عدة مرات بقدر تقديم الشرطة الى الجهة اليمنى او اليسرى من ذلك العدد منزلة او منزلتين او اكثر كما فى الامر الثانى والثالث من نمرة ٩٦

(الصورة الثالثة) العدد الاثنا عشرى يعادل كسرا بسطه العدد الاثنا عشرى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد متبوعا بعدة أصفار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام كما فى نمرة ٩٣ وعليه فعدد ٧ى٤٥ ,٦٢٣

$$= \frac{(٧ى٤٥٦٢٣)}{(١٠٠٠٠)} \text{ وعدد } (٠ ,٠٠٣١) = \frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)}$$

(الصورة الرابعة) اذا أردت أن تحوّل كسرا مقامه واحد متبوع بعدة أصفار الى عدد اثنى عشرى فضع البسط وافصل من جهته اليمنى بالشرطة عدة أرقام بقدر ما فى المقام من الاصفار كما فى نمرة ٩٢ وعليه فكسر

$$(٧ى٤٥٦٢٣) = \frac{(٧ى٤٥٦٢٣)}{(١٠٠٠٠)} \text{ وكسر } \frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)} = (٠ ,٠٠٣١)$$

(٢٨٢) ما اسفلناه من القواعد فى نمرة ٩٧ و ١٠٦ وما بينهما يطبق على الاعداد الاثنى عشرية وانما يعوّض هنا اساس عشرة وعامله الاوليان وهما ٢ و ٥ بأساس اثنى عشر وعامليه الاوليين وهما ٢ و ٣ فتصير الكسور الاعشارية الدورية كسورا اثنى عشرية دورية وكل ٩ فى مقامات الكسور الاعشادية المتكافئة تعوّض بعدد يا

(امثلة الجمع)

	(٥ى ر ٢٣)	(٢٣ى ر٠ يا)	(٥يا ٠٠٠ ر٠ ياى)
	(٣٧ ر ٤)	(٨٤٥ ر٧٠)	(٢٣٤٦ى ر٤٨٩)
	(يا ٠ ر ٦)	(ى ياى ر ياى)	(٢٠ ٥٦٣ ر ى٩٧)
	(٠ ياى ٤)	(ى ى ٩ ر ى٨)	(٠٠٠ ٨٩ ر ٤٧)
المجموع	(يا ١ ر ٨١)	(٣٥٤ ر ٣٢٠)	(يا ٥٧٥ ر ٢١٨٤)

(أمثلة الطرح)

المطروح منه	(٩٨٧ ر ٩٨ ى)	(٥٠٠٠ ر ٨ ٩٠٠٠)	(٠٠٢ ر ٠٠٠ ٩٠)
المطروح	(٢ ٧١٢ ر ٣٧٥)	(٢٧ ى ٧ ر ى ٨٢٣٤)	(٦٧٤ ر ٨٧٨٥)
الباقى	(٥ ٢٧٥ ر ٣ ٧٢)	(ى ٨١٩ ر ٩٨٧٩)	(ى ٥٤ ر ٤٣٦)

(امثلة الضرب)

المضروب	(٨ ياى ر ٤٧)	(ياى ٣ ر ١١)
المضروب فيه	(ياى ٣ ر ١١)	(٨ ياى ر ٤٧)
	(٤٣٣٠٨٤)	(٧٣٤ ى ٨)
	(٧١٨٨٠ ى ٣)	(١٠٢٧٠١٠)
	(٠٠٠ يا ٨ يا ١١)	(١٣١٢٠٠ يا)
	(٨٠٠٠ ياى ٤٧)	(٧٩٣٤٥٠٠٠)
	(٨٠٠٠٠ ياى ٤٧)	(٤٥٣٧٨٠٠٠٠)
الحاصل	(٩٤٤ يا ٢ ر ٥٢١)	(٩٤٤ يا ٢ ر ٥٢١)

(مثال القسمة)

المطلوب تحصيل خارج قسمة (٣٢ ر ٢٣٨) على (يا ر ٣) فاضرب كلا من المقسوم والمقسوم عليه فى (١٠٠) ولا يتغير بذلك خارج القسمة كما فى نمرة ٣٥ وبهذه الكيفية تؤول المسئلة الى قسمة (٢٣٨٣٢) على (١٠ يا ٣) وهذه صورة العملية

المقسوم

مقسوم	مقسوم عليه	خارج القسمة	مضاريب المقسوم عليه
(٢٣٨٣٢)	(٠ يا ٣)	(ى ٧٠)	(٠ يا ٣) × ٢ = (٠ ى ٧)
(٢٣٥٠)			(٠ يا ٣) × ٣ = (٠ ٩٠ يا)
(٣٣٢)			(٠ يا ٣) × ٤ = (١٣٨٠)
(٣٣٢٠)			(٠ يا ٣) × ٥ = (١٧٧٠)
(٣٣٢٠)			(٠ يا ٣) × ٦ = (٠ ١٦٠ يا ١)
٠٠٠٠			

(٠ يا ٣) × ٧ = (٠ ٢٤٥٠) | (٠ يا ٣) × ٨ = (٢٧٤٠) | (٠ يا ٣) × ٩ = (٠ ٣٠ يا ٢) | (٠ يا ٣) × ى = (٣٣٢٠) | (٠ يا ٣) × يا = (٣٧١٠)

فبعد أن تكوّن مضاريب المقسوم عليه ترى المقسوم الاول الجزئى وهو (٢٣٨٣) واقعا بين (٢٣٥٠) و (٢٧٤٠) اعنى بين (٠ يا ٣) × ٧ و (٠ يا ٣) × ٨ فيكون اول رقم من خارج القسمة هو ٧ فاطرح (٢٣٥٠) من (٢٣٨٣) ونزل على يمين الباقى رقم ٢ الذى هو آخر رقم من أرقام المقسوم ومن ذلك يحدث المقسوم الثانى الجزئى وهو (٣٣٢) وحيث ان هذا المقسوم الجزئى أصغر من المقسوم عليه فالرقم الثانى من خارج القسمة الدال على الآحاد يكون صفرا وعليه فالجزء الصحيح من خارج القسمة هو (٧٠) والباقى هو (٣٣٢) ولاجل ايجاد الارقام الاخرى من خارج القسمة اقسم (٣٣٢) على (٠ يا ٣) كما فى قاعدة غمرة ١٠١ بأن تضرب لتوالى كل باق فى (١٠) وذلك عبارة عن وضع صفر على يمين كل باق وبقسمة (٣٣٢٠) على (٠ يا ٣) يتحصل خارج القسمة وهو ى والباقى صفر فخارج القسمة الحقيقى من قسمة (٢٣٨٣٢) على (يا ٣) هو (ى ٧٠)

واذا طبقت بنظير هذه الكيفية قاعدة غمرة ١٠١ على الطريقة الاثنى عشرية وجدت $\left(\frac{٧}{٣٠٠}\right)$ = (٠ر٠٢٤) و $\left(\frac{٧}{٣٠٠}\right)$ = (٠ر٠٣٦)

و $\left(\frac{٢٧}{\text{يا يا}}\right)$ = (٠ر٢٧٢٧٢٧) وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\left(\frac{٧}{٥}\right)$ = (١ر٤٩٧٢٤٩٧٢) وهكذا من الاعداد الاعشارية

و$\left(\frac{٧ياي٥٣٥٤}{ياياي٠٠٠}\right)$=(٨ر٠١٣٦٧٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

و$\left(\frac{٤ياي١٢}{ياياي٠٠٠٠}\right)$= (٠ر٠٠١٣٠٧٠٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

واذا عكست بأن طبقت قواعد نمرة ١٠٢ على الطريقة الاثنى عشرية رأيت (٠ر٢٧٢٧٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

= $\left(\frac{٢٧}{ياي}\right)$ و (٨ر٠١٣٦٧٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

= $\frac{(٨٠١٣٦٧)-(٨٠١٣)}{(ياي٠٠٠)}$ = $\frac{(٧ياي٥٣٥٤)}{(ياي٠٠٠)}$ و (٠ر٠٠١٣٠٧٠٧٠٧

وهكذا من الاعداد الاعشارية) = $\frac{(١٣٠٧)-(١٣)}{(ياي٠٠٠٠)}$ = $\frac{(٤ياي١٢)}{(ياي٠٠٠٠)}$

و (ياياياي٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) =$\left(\frac{ياي}{ياي}\right)$ = ١

و (ياياياي٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) =$\left(\frac{ياي}{ياي}\right)$ = ١ر٠

وهلم جرا

(٢٨٣) اذا طبق قواعد نمرة ١٠٣ على الطريقة الاثنى عشرية كانت فائدتها معرفة خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح او كسر دوري بسيط او كسر دوري مركب (وفي ذلك خمس صور)

(الاولى) اذا كان المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار تحصل من اول وهلة خارج قسمة البسط عليه بأن يكتب ذلك البسط و يفصل بالشرطة عدة ارقام من جهته اليمنى بقدر ما في المقام من الاصفار وعليه فكسر $\left(\frac{٣٤٧}{١٠٠}\right)$=(٣ر٤٧) وكسر $\left(\frac{٢٤}{١٠٠٠}\right)$ = (٠ر٠٢٤) وكسر $\left(\frac{٣٦}{١٠٠٠}\right)$ = (٠ر٠٣٦)

(الصورة الثانية) اذا لم يكن المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار فهو لا يحتوي الا على عاملي ٢ و ٣ الاوليين من اساس اثنى عشر فيكون الناتج

عن قسمة البسط على المقام خارج قسمة اثنى عشر باقيها لان قوى الاساس المتوالية لما كانت $(١٠) = ٢^{٢} \times ٣$ و $(٢٠)^{٢} = (١٠٠)$ $= ٣^{٣} \times ٢^{٢}$ و $(١٠)^{٣} = (١٠٠) = ٣^{٦} \times ٢^{٤}$ وهكذا ظهر انه يكفى فى تحويل الكسر المفروض الى كسر مكافئ مقامه واحد متبوع بعدة أصفار أن تضرب حدى ذلك الكسر المفروض فى قوى ٢ و ٣ بحيث يكون أس عامل ٢ فى المقام الجديد ضعف أس عامل ٣ وعليه فكسر $\left(\frac{٧}{٣٠٠}\right) = \frac{٧}{٤٣٢} = \frac{٧}{٣^{٣} \times ٢^{٤}} = \frac{٧ \times ٢^{٢}}{٣^{٣} \times ٢^{٦}}$

$= \frac{٢٨}{(١٠)^{٣}} = \left(\frac{٢٤}{١٠٠٠}\right) = (٠٫٠٢٤)$ وكسر $\left(\frac{٧}{٣٠٠}\right) = \frac{٧}{٣٨٨}$

$= \frac{٧}{٣^{٣} \times ٢^{٥}} = \frac{٧ \times ٢ \times ٣}{٣^{٣} \times ٢^{٦}} = \left(\frac{٣٦}{١٠٠٠}\right) = (٠٫٠٣٦)$

(الصورة الثالثة) اذا احتوى المقام على عوامل أولية غير عاملى ٢ و ٣ لا تدخل فى البسط فقسمة البسط على المقام يكون خارجها فى هذه الصورة دوريا بسيطا او مركبا

ولنفرض كسر $\left(\frac{٧}{٢٦}\right)$ فمقام $(٢٦) = ٣٠$ وهو يحتوى على عامل ٥ الذى لا يدخل فى البسط فيقال حينئذ ان خارج قسمة ٧ على (٢٦) دورى فان أمكن تحصيل خارج قسمة حقيقى كخارج $(٠٫٠٨٩)$ مثلا كان كسر $\left(\frac{٧}{٢٦}\right) = (٠٫٠٨٩) = \left(\frac{٨٩}{١٠٠٠}\right)$ وينتج من ذلك أن $(٨٩) \times (٢٦) = (١٠٠) \times ٧$

وحيث ان عامل ٥ قسم (٢٦) لزم أن يقسم أيضا $(١٠٠) \times ٧$ غير أن ٥ اولى العدد ٧ فاذن ٥ يقسم (١٠٠) او $(١٠) \times (١٠)$ وعليه فعدد ٥ يقسم (١٠) كما فى نمرة ٥٨ فاذن ٥ يقسم احد عاملى (١٠) وهما ٢ و ٥ وهو غير ممكن وحينئذ فخارج قسمة ٧ على (٢٦) يمتد الى غير نهاية

وحيث ان الباقي أقل من المقسوم عليه وهو (٢٦) فلا بد أن يقع الانسان بعد أن يجرى القسمة مرارا كثيرة فيما هو دون (٢٦) على باق قد تحصل من قبل و ينتج من ذلك بموجب نظير ما سبق من البراهين فى الامر الثالث من ثمرة ١٠٣ أن خارج القسمة دورى فعلى ذلك اذا قسمت ٧ على (٢٦) كان خارج القسمة وهو ٢٩٧٢٤٩٧٢٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية دوريا مركبا

(الصورة الرابعة) اذا لم يحتو المقام على احد عاملى ٢ , ٣ من اساس اثنى عشر فخارج قسمة البسط عليه دورى بسيط

ولنفرض مثلا كسر $\left(\frac{\text{يا}١٠}{\text{ز يا}٤}\right)$ فمقام (ز يا ٤) = ٧١٥ وهو لا يحتوى على واحد من عاملى اساس ١٢ وهما ٢ و ٣ فيقال حينئذ ان خارج قسمة (يا١٠) على (ز يا ٤) دورى بسيط وحيث ان خارج هذه القسمة هو بالضرورة دورى كما فى الصورة الثالثة من هذه الثمرة فيكفى أن نذكر أن قسمة (يا١٠) على (ز يا ٤) لا يمكن أن يكون خارجها دوريا مركبا مثل (٥٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

فاذا كان كسر $\left(\frac{\text{يا}١٠}{\text{ز يا}٤}\right)$ = (٥٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) نتج أن $\left(\frac{\text{يا}١٠}{\text{ز يا}٤}\right) = \left(\frac{٥٨٩ - ٥}{\text{٠ يايا}}\right)$ كما فى الصورة الثانية من ثمرة ١٠٢ فيكون (يا١٠) × (٠ يايا) = (ز يا٤) × [(٥٨٩) — ٥]

وحيث ان (٠ يايا) قابل للقسمة على (١٠) فعدد (١٠) يقسم حاصل ضرب (ز يا٤) فى (٥٨٩) — ٥ ومع ذلك فعدد (١٠) اولى العدد (ز يا٤) لانه يفرض أن مقام (ز يا٤) لا يحتوى على واحد من عاملى (١٠) وهما ٢ و ٣ فاذن عدد (١٠) يقسم (٥٨٩) — ٥

وحينئذ فاول رقم من يمين العدد المتحصل بطرح ٥ من (٥٨٩) يكون صفرا كما فى نمرة (٢٧٦) وهو غير ممكن لان ٥ لا تساوى ٩ فاذن يكون ابتداء الدور من اول رقم بعد الشرطة لخارج قسمة (يا ١٠) على (٧يا٤) هو فى الحقيقة (٢٧٢٧٢٧ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) وهو دورى بسيط

(الصورة الخامسة)* اذا كان الكسر المفروض اصم وكان المقام يحتوى على عامل أساس اثنى عشر وهما ٢ و ٣ المتوافقان مع عوامل اولية اخرى لخارج قسمة البسط على المقام دورى مركب

ولنفرض كسر $(\frac{٧}{٣٦})$ الاصم فمقام هذا الكسر يساوى ٢ × ٣ × ٥ وحينئذ فيقال ان خارج قسمة $(\frac{٧}{٣٦})$ دورى مركب وحيث انه بالضرورة دورى كما فى الصورة الثالثة فيكفى أن نبرهن على انه لا يمكن أن يكون دوريا بسيطا مثل (٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

فاذا كان كسر $(\frac{٧}{٣٦})$ = (٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

$= \left(\frac{٨٩}{\text{يا يا}}\right)$ كما فى نمرة ١٠٢ نتج أن (٨٩) × (٣٦) = ٧ × (يايا)

وحيث ان عدد ٣ يقسم (٣٦) فهو حينئذ يقسم ٧ × (يايا) ولكن حيث كان الكسر المفروض اصم فعامل المقام وهو ٣ اولى بسط ٧ فعدد ٣ حينئذ يقسم (يايا) او $(١٠^{٢})$ — ١ ومع ذلك فعدد ٣ يقسم $(١٠^{٢})$ فاذن عدد ٣ يقسم تفاضل ١ الواقع بين $(١٠^{١})$ و $(١٠^{٢})$ — ١ كما فى الصورة الثانية من نمرة ٤٠ وهو غير ممكن فاذن خارج القسمة المتحصل وهو (٢٩٧٢٤٩٧٢٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) دورى مركب

(٢٨٤) يكفى فى تعيين باقى قسمة العدد على أساس اثنى عشر ناقصا ١ اوزائدا ١ اعنى قسمته على ١١ او ١٣ الرجوع الى قواعد نمرتى ٤٣ و ٤٥ وتبديل عددى ٩ و ١١ بعددى ١١ و ١٣ وعليه فباقى قسمة (٢٤٣) على احد عشر هو ٢ + ٣ + ٤ اى ٩

وباقي قسمة (٤٣٥٤ يا٧) على ثلاثة عشر هو (٤+٣+يا) — (٥+٥+٧)
اى (١٦) — (١٥) اى ١ وباقي قسمة (٥٣٥٤٠ يا٧)
على ثلاثة عشر هو (٥+٥+٧) + (١١)
—(٤+٣+يا) او (١٥)+(١١)
—(١٦) او (٢٦)—
(١٦) اى ١٠

(انتهت التنبيهات)

(وهنا جداول فى الاصل تتعلق بمقابلة نقود الدول بالنقود الفرنساوية لاحاجة لتعريبها الان مافيها من المعاملات أغلبه قديم غير مستعمل وبعضه تقريبى فاستنسب تركها)

وهذا جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير الفرنساوية الجديدة

اقيسة الطول		معايير الوزن	
	ميليمترا		غرام
القدم القديم فى فرانسا	٣٢٤٫٧	لورباد ومرلة	٤٨٩٫٢
القدم الانكليزى	٣٠٤٫٧	انكلترة لورتروا	٣٧٢٫٦
وارة قسطيلة	٨٣٦٫٦	انكلترة أبوارد ويوازة	٤٥٣٫١
قدم الرين	٣١٣٫٩	قسطيلة	٤٥٩٫٤
قدم وبانة (بج)	٣١٦٫٠	كولونيا	٤٦٧٫٤
قدم امستردام	٢٨٣٫٠	وبانة	٥٥٨٫٦
قدم أسوج	٢٩٧٫١	امستردام	٤٩١٫٤
قدم الروسيا	٣٥٤٫١	أسوج	٤٢٤٫٦
قدم الصين	٣٢٠٫٠	الروسيا	٤٠٩٫٥

وهذه جداول تحويل المقاييس والمعايير القديمة الى المقاييس والمعايير الجديدة

الجدول الاول في تحويل اقيسة الطول القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس

عدد	فراسخ برية الى كيلومترات	فراسخ بحرية الى كيلومترات	ذراعا الى امتار	اقدام الى امتار	اصابع الى امتار	خطوط الى امتار	هندسات الى امتار	عدد	كسور الهندسة الى امتار	عدد	كسور الهندسة الى امتار	عدد	كسور الهندسة الى امتار
١	٤٫٤٤٤٤	٥٫٠٠٠٦	١٫٩٤٩٠٤	٠٫٣٢٤٨٤	٠٫٠٢٧٠٧	٠٫٠٠٢٢٥٦	١٫١٨٨٤٥	١	٠٫٠٩٤	١ ٨	٠٫٠٧٤٣	٧ ١٥	٠٫٠٥٢٠
٢	٨٫٨٨٨٩	١١٫١١١١	٣٫٨٩٨٠٧	٠٫٦٤٩٦٨	٠٫٠٥٤١٤٠	٠٫٠٠٤٥١٢	٢٫٣٧٦٨٩	٢	٠٫٣٩٦	١ ٨	٠٫٠٤٠	٩ ١٦	٠٫٠٦٦٨
٣	١٣٫٣٣٣٣	١٦٫٦٦٦٧	٥٫٨٤٧١١	٠٫٩٧٤٥٢	٠٫٠٨١٢١٠	٠٫٠٠٦٧٦٨	٣٫٥٦٥٣٤	٣	٠٫٠٧٩٢	١ ٨	٠٫٠٩٩	١١ ١٦	٠٫٠٨١٧
٤	١٧٫٧٧٧٨	٢٢٫٢٢٢٢	٧٫٧٩٦١٥	١٫٢٩٩٣٦	٠٫١٠٨٢٨٠	٠٫٠٠٩٠٢٤	٤٫٧٥٣٧٨	٤	٠٫٠٢٩٧	١ ٨	٠٫٠٤٩٥	١٣ ١٦	٠٫٠٩٦٦
٥	٢٢٫٢٢٢٢	٢٧٫٧٧٧٨	٩٫٧٤٥١٩	١٫٦٢٤٢٠	٠٫١٣٥٣٥٠	٠٫٠٠١١٢٨٠	٥٫٩٤٢٢٣	٥	٠٫٠٨٩١	١ ٨	٠٫٠٦٩٣	١٥ ١٦	٠٫١١٤
٦	٢٦٫٦٦٦٧	٣٣٫٣٣٣٣	١١٫٦٩٤٢٢	١٫٩٤٩٠٤	٠٫١٦٢٤١٩	٠٫٠١٣٥٣٦	٧٫١٣٠٦٨	٦	٠٫٠١٩٨	١ ٨	٠٫٠٨٩	١	
٧	٣١٫١١١١	٣٨٫٨٨٨٩	١٣٫٦٤٣٢٦	٢٫٢٧٣٨٨	٠٫١٨٩٤٨٩	٠٫٠١٥٧٩٢	٨٫٣١٩١٢	٧	٠٫٠٩٩٠	١ ٨	٠٫٠٧٤		
٨	٣٥٫٥٥٥٦	٤٤٫٤٤٤٤	١٥٫٥٩٢٣٠	٢٫٥٩٨٧٢	٠٫٢١٦٥٥٩	٠٫٠١٨٠٤٨	٩٫٥٠٧٥٧	٨	٠٫٠١٤٩	١ ٨	٠٫٠٢٢٣		
٩	٤٠٫٠٠٠٠	٥٠٫٠٠٠٠	١٧٫٥٤١٣٣	٢٫٩٢٣٥٦	٠٫٢٤٣٦٢٩	٠٫٠٢٠٣٠٤	١٠٫٦٩٦٠١	٩	٠٫٠٤٤٦	١ ٨	٠٫٠٣٧١		
١٠	٤٤٫٤٤٤٤	٥٥٫٥٥٥٦	١٩٫٤٩٠٣٧	٣٫٢٤٨٤٠	٠٫٢٧٠٦٩٩	٠٫٠٠٢٢٥٦٠	١١٫٨٨٤٤٦	١٠					

عدد	كيلوغرامات الى ذراع بريه	كيلومترات الى ذراع بحريه	امتار الى اوزان	امتار الى اقدام	امتار الى اصابع	امتار الى خطوط	عدد	امتار الى هندسات باريسية
١	٠٫٢٢٥	٠٫١٨	٠٫٥١٣٠٧	٣٫٠٧٨٤٤	٣٦٫٩٤١٣	٤٤٣٫٢٩٦	١	٠٫٨٤١٤٤
٢	٠٫٤٥٠	٠٫٣٦	١٫٠٢٦١٥	٦٫١٥٦٨٩	٧٣٫٨٨٢٧	٨٨٦٫٥٩٢	٢	١٫٦٨٢٨٧
٣	٠٫٦٧٥	٠٫٥٤	١٫٥٣٩٢٢	٩٫٢٣٥٣٣	١١٠٫٨٢٤٠	١٣٢٩٫٨٨٨	٣	٢٫٥٢٤٣١
٤	٠٫٩٠٠	٠٫٧٢	٢٫٠٥٢٣٠	١٢٫٣١٣٧٨	١٤٧٫٧٦٥٣	١٧٧٣٫١٨٤	٤	٣٫٣٦٥٧٤
٥	١٫١٢٥	٠٫٩٠	٢٫٥٥٥٣٧	١٥٫٣٩٢٢٢	١٨٤٫٧٠٦٧	٢٢١٦٫٤٨٠	٥	٤٫٢٠٧١٨
٦	١٫٣٥٠	١٫٠٨	٣٫٠٧٨٤٤	١٨٫٤٧٠٦٦	٢٢١٫٦٤٧٠	٢٦٥٩٫٧٧٥	٦	٥٫٠٤٨٦١
٧	١٫٥٧٥	١٫٢٦	٣٫٥٩١٥٢	٢١٫٥٤٩١١	٢٥٨٫٥٨٩٣	٣١٠٣٫٠٧١	٧	٥٫٨٩٠٠٥
٨	١٫٨٠٠	١٫٤٤	٤٫١٠٤٥٩	٢٤٫٦٢٧٥٥	٢٩٥٫٥٣٠٦	٣٥٤٦٫٣٦٧	٨	٦٫٧٣١٤٨
٩	٢٫٠٢٥	١٫٦٢	٤٫٦١٧٦٧	٢٧٫٧٠٦٠٠	٣٣٢٫٤٧٢٠	٣٩٨٩٫٦٦٣	٩	٧٫٥٧٢٩٢
١٠	٢٫٢٥٠	١٫٨٠	٥٫١٣٠٧٤	٣٠٫٧٨٤٤٤	٣٦٩٫٤١٣٣	٤٤٣٢٫٩٥٩	١٠	٨٫٤١٤٣٥

الفرسخ البرى الذى للدرجة منه ٢٥
يعادل ٢٢٨٫٣٣ توازا
والفرسخ البحرى الذى للدرجة منه ٢٠
يعادل ٢٨٥٠٫٤١ توازا
والهندسة الباريسية تعادل ٣ اقدام
و ٧ اصابع و ١٠ خطوط و $\frac{5}{6}$

عدد	قراريط مربعة الى امتار مربعة	اقدام مربعة الى امتار مربعة	اصابع مربعة الى امتار مربعة	خطوط مربعة الى امتار مربعة	عدد	فراسخ مربعة الى مربعات مربعة	فراسخ مربعة الى مربعات	فدان الماء والاجمات الى اكرارات وقصبات مربعة الى آرات	فدان بارپس الى اكرارات وقصبات مربعة الى آرات
١	٣٫٧٩٨٧٤٤	٠٫٠١٠٥٥٢١	٠٫٠٠٠٧٣٢٧٨	٠٫٠٠٠٠٠٥٠٨٩	١	٠٫١٩٧٥٣٠٩	١٩٫٧٥٣٠٩	٠٫٠١٠٧٢٠	٠٫٣٤١٨٨٧
٢	٧٫٥٩٧٤٨٧	٠٫٠٢١١٠٤١	٠٫٠٠١٤٦٠٥٦	٠٫٠٠٠١٠١٧٨	٢	٠٫٣٩٠٠٦١٧	٣٩٫٠٠٦١٧	١٫٠٢١٤٤٠	٠٫٦٨٣٧٧٤
٣	١١٫٣٩٦٢٣١	٠٫٠٣١٦٠٦٢	٠٫٠٠٢١٩٨٣٤	٠٫٠٠٠١٥٢٦٧	٣	٠٫٥٩٢٥٩٢٦	٥٩٫٢٥٩٢٦	١٫٠٥٣٢١٦٠	١٫٠٢٥٦٦١
٤	١٥٫١٩٤٩٧٥	٠٫٠٤٢٢٠٨٣	٠٫٠٠٢٩٣١١٢	٠٫٠٠٠٢٠٣٥٦	٤	٠٫٧٩٠١٢٣٤	٧٩٫٠١٢٣٤	٢٫٠٤٢٨٨٠	١٫٣٦٧٠٤٨
٥	١٨٫٩٩٣٧١٨	٠٫٠٥٢٧٦٠٤	٠٫٠٠٣٦٦٣٩٠	٠٫٠٠٠٢٥٤٤٥	٥	٠٫٩٨٧٦٥٤٣	٩٨٫٧٦٥٤٣	٢٫٠٥٣٦٠٠	١٫٧٠٩٤٣٥
٦	٢٢٫٧٩٢٤٦٢	٠٫٠٦٣٣١٢٤	٠٫٠٠٤٣٩٦٦٨	٠٫٠٠٠٣٠٥٣٤	٦	١٫١٨٥١٨٥٢	١١٨٫٥١٨٥٢	٣٫٠٦٤٣٢٠	٢٫٠٥١٣٢٢
٧	٢٦٫٥٩١٢٠٥	٠٫٠٧٣٨٦٤٥	٠٫٠٠٥١٢٩٤٦	٠٫٠٠٠٣٥٦٢٣	٧	١٫٣٨٢٧١٦٠	١٣٨٫٢٧١٦٠	٣٫٠٧٥٠٤٠	٢٫٣٩٣٢٠٩
٨	٣٠٫٣٨٩٩٤٩	٠٫٠٨٤٤١٦٦	٠٫٠٠٥٨٦٢٢٤	٠٫٠٠٠٤٠٧١٢	٨	١٫٥٨٠٢٤٦٩	١٥٨٫٠٢٤٦٩	٤٫٠٨٥٧٦٠	٢٫٧٣٥٠٩٦
٩	٣٤٫١٨٨٦٩٣	٠٫٠٩٤٩٦٨٦	٠٫٠٠٦٥٩٥٠٢	٠٫٠٠٠٤٥٨٠١	٩	١٫٧٧٧٧٧٧٧	١٧٧٫٧٧٧٧٧	٤٫٠٩٦٤٨٠	٣٫٠٧٦٩٨٣
١٠	٣٧٫٩٨٧٤٣٦	١٫٠٥٥٢٠٧	٠٫٠٠٧٣٢٧٨٠	٠٫٠٠٠٥٠٨٩٠	١٠	١٫٩٧٥٣٠٨٦	١٩٧٫٥٣٠٨٦	٥٫١٠٧٢٠٠	٣٫٤١٨٨٧٠

عدد							
١	٩٤٧٤٣٤٥	٩٤٧٤٨٢٤	١٣٤٦٤٦٦	١٣٦٥١١	١	٥٩٠٦٢٥٠	٤٢٤٦٤٣٠
٢	٥٦٤٦٢٥٠	١٨٦٩٥٣٢	١٣٤٧٨٦٤	١٣٦٧٦٠٢	٢	١٠١٢٥٠	٣٩١٦٠٤٠
٣	٨٧٨٧٥٠	٢٨٢٤٠٤٥	١٣٤٩٨٦٤	١٣٧٥٠٩٥	٣	١٥١٨٧٥٠	٨٧٧٤٨٢٩
٤	١٠٥٦٨٠	٣٧٨٠٩٦٢	١٣٥٢٠٩٥	١٣٧٥٢٠٢	٤	٢٠٢٢٥٠٠	١٤٦٦٨٧٥
٥	١٣١٦٢٥٠	٤٧٣٨٠٨٦	١٣٥٦٠٩٥	١٣٧٥٢٠٢	٥	٢٥٣١٢٥٠	١٤٦٦٨٧٥
٦	١٥٧٤٦٩٤	٥٦٧٦٠٩٠	١٣٥٦٣٦٤	١٣٧٩٠٦٤	٦	٢٠٣٧٥٠	١٧٩٥٩٦٥
٧	١٣٤٧٨١٣	٦٦٣٣٨٧١	١٣٥٦٣٦٤	١٣٧٩٠٦٤	٧	٣٥٠٦٦١٤	١٣٧٠٦١٤
٨	٩٤٧٨٦٤٦	٧٥٨١٤٥٣	١٣٥٦٣٦٤	١٣٧٩٠٦٤	٨	٤٠٥٠٠٠٠	١٥٦٦١٦٠
٩	٤٦٢٥٢٠٤	٥٧٨١٢٤٥	١٣٥٦٣٦٤	١٣٧٩٠٦٤	٩	٥٠٥٦٢٥٠	١٩٥٨٠٢٠
١٠	٤٦٢٥٢٠٤	٥٧٨١٢٤٥	١٣٥٦٣٦٤	١٣٧٩٠٦٤	١٠	٥٠٥٦٢٥٠	١٩٥٨٠٢٠

١	٤٢٤٦٤٣٠	١٩٥٨٠٢٠	٥٠٥٦٢٥٠	٥٩٠٦٢٥٠	١	١٣٦٥١١	١٣٤٦٤٦٦
٢	٣٩١٦٠٤٠	٥٨٧٠٤٠٦	٥٠١٠١٥٠	٥٠١٢٥٠	٢	٢٠٢٢٥٠٠	١٣٤٧٨٦٤
٣	٨٧٧٤٨٢٩	٧٨٣٠٢٠٨	٥٠١٥١٨٧٥	٥٠١٨٧٥	٣	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٢٠٩٥
٤	١٤٦٦٨٧٥	٩٨٩٠١٠٠	٥٠٢٥٠٢٥٠	٥٠٢٥٠٠٠	٤	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٠٩٥
٥	١٤٦٦٨٧٥	١١٧٨٨١٢٠	٥٠٢٥٣١٢٥	٥٠٢٥٣١٢٥	٥	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤
٦	١٧٩٥٩٦٥	١١٧٨٨١٢٠	٥٠٣٠٣٧٥٠	٥٠٣٠٣٧٥٠	٦	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤
٧	١٣٧٠٦١٤	١٣٧٠٦١٤٠	٥٠٣٥٠٣٧٥	٥٠٣٥٠٣٧٥	٧	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤
٨	١٥٦٦١٦٠	١٥٦٦١٦٠	٥٠٤٠٠٠٠٠	٥٠٤٠٥٠٠٠	٨	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤
٩	١٩٥٨٠٢٠	١٩٥٨٠٢٠	٥٠٥٠٥٦٢٥٠	٥٠٥٦٢٥٠	٩	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤
١٠	١٩٥٨٠٢٠	١٩٥٨٠٢٠	٥٠٥٠٥٦٢٥٠	٥٠٥٦٢٥٠	١٠	٢٠٣٧٥٠	١٣٥٦٣٦٤

عدد	قوازان مكعبة الى امتار مكعبة	اقدام مكعبة الى امتار مكعبة	اصابع مكعبة الى امتار مكعبة	خطوط مكعبة الى امتار مكعبة	عدد	كرود الاخشاب والمياه والاحجار الى مترين	سلوى الى مترين ارمتار مكعبة
١	٧٫٤٠٣٨٩	٠٫٠٣٤٢٧٧٣	٠٫٠٠٠٠١٩٨٣٦	٠٫٠٠٠٠٠٠١١٤٨	١	٣٫٨٣٩١	٠٫٠١٠٢٨٣
٢	١٤٫٨٠٧٧٨	٠٫٠٦٨٥٥٤٥	٠٫٠٠٠٠٣٩٦٧٣	٠٫٠٠٠٠٠٠٢٢٩٦	٢	٧٫٦٧٨١	٠٫٠٢٠٥٦٦
٣	٢٢٫٢١١٦٧	٠٫١٠٢٨٣١٨	٠٫٠٠٠٠٥٩٥٠٩	٠٫٠٠٠٠٠٠٣٤٤٤	٣	١١٫٥١٧٢	٠٫٠٣٠٨٥٠
٤	٢٩٫٦١٥٥٦	٠٫١٣٧١٠٩٠	٠٫٠٠٠٠٧٩٣٤٦	٠٫٠٠٠٠٠٠٤٥٩٢	٤	١٥٫٣٥٦٢	٠٫٠٤٠١٣٣
٥	٣٧٫٠١٩٤٥	٠٫١٧١٣٨٦٣	٠٫٠٠٠٠٩٩١٨٢	٠٫٠٠٠٠٠٠٥٧٤٠	٥	١٩٫١٩٥٣	٠٫٠١٤١٦
٦	٤٤٫٤٢٣٣٤	٠٫٢٠٥٦٦٣٦	٠٫٠٠٠١١٩٠١٨	٠٫٠٠٠٠٠٠٦٨٨٨	٦	٢٣٫٠٣٤٣	٠٫٠٦٠٦٩٩
٧	٥١٫٨٢٧٢٣	٠٫٢٣٩٩٤٠٨	٠٫٠٠٠١٣٨٨٥٥	٠٫٠٠٠٠٠٠٨٠٣٦	٧	٢٦٫٨٧٣٤	٠٫٠٧١٩٨٢
٨	٥٩٫٢٣١١٢	٠٫٢٧٤٢١٨١	٠٫٠٠٠١٥٨٦٩١	٠٫٠٠٠٠٠٠٩١٨٤	٨	٣٠٫٧١٢٤	٠٫٠٨٢٢٦٥
٩	٦٦٫٦٣٥٠١	٠٫٣٠٨٤٩٥٣	٠٫٠٠٠١٧٨٥٢٨	٠٫٠٠٠٠٠٠١٠٣٣٢	٩	٣٤٫٥٥١٥	٠٫٠٩٢٥٤٩
١٠	٧٤٫٠٣٨٩٠	٠٫٣٤٢٧٧٢٦	٠٫٠٠٠١٩٨٣٦٤	٠٫٠٠٠٠٠٠١١٤٨٠	١٠	٣٨٫٣٩٠٥	١٫٠٢٨٣٢

عدد							
١	٦٤٦٠٥٣١٠	٩٦٨٧٣٩٥٢	٦٤٦٨٦٩٥٣	٩٦٨٦٦٣٥٠	٦٤٦٠٥٣١٠	٩٦٨٦٦٣٥٠	٩٦٨٦٦٣٥٠
٢	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨	٨٧٤٥٢٦٧٨
٣	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠	٢٥٤٠٨٧٦٠
٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤
٥	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢	٦٨٥٣٤٦٠٢
٦	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١	٥٧٠٣٨٦٠١
٧	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨	٢٤٣٥٠٩٦٨
٨	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢	٠٨٧٨٧٠٦٢
٩	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨	٨٧٠٥٢٦٧٨
١٠	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤	٦٤٣٥٠٢٦٤

عدد	بنقات باريس الى اللترات	موريشر اب باريس الى الكلولترات	ستيرات فم باريس الى الكلولترات	بواسو الى لترات	لترون الى لترات	عدد	اورال كيلوغرامات	اونسه اى اوقية افرنجية الى كيلوغرامات	فروس اى درهم افرنجى الى كيلوغرامات	حبات الى كيلوغرامات	قناطير الى ميريا غرامات
١	٠٫٩٣١٣	٢٫٦٨٢٢	١٫٥٦١٠	١٣٫٠٠٨	٠٫٨١٣٠	١	٠٫٤٨٩٥١	٠٫٠٣٠٥٩	٠٫٠٠٣٨٢٤	٠٫٠٠٠٠٥٣١	٤٫٨٩٥١
٢	١٫٨٦٢٦	٥٫٣٦٤٤	٣٫١٢٢٠	٢٦٫٠١٧	١٫٦٢٦٠	٢	٠٫٩٧٩٠١	٠٫٠٦١١٩	٠٫٠٠٧٦٤٨	٠٫٠٠٠١٠٦٢	٩٫٧٩٠١
٣	٢٫٧٩٤٠	٨٫٠٤٦٦	٤٫٦٨٣٠	٣٩٫٠٢٥	٢٫٤٣٩١	٣	١٫٤٦٨٥٢	٠٫٠٩١٧٨	٠٫٠١١٤٧٢	٠٫٠٠٠١٥٩٣	١٤٫٦٨٥٢
٤	٣٫٧٢٥٣	١٠٫٧٢٨٨	٦٫٢٤٤٠	٥٢٫٠٣٣	٣٫٢٥٢١	٤	١٫٩٥٨٠٢	٠٫١٢٢٣٨	٠٫٠١٥٢٩٦	٠٫٠٠٠٢١٢٤	١٩٫٥٨٠٢
٥	٤٫٦٥٦٦	١٣٫٤١١٠	٧٫٨٠٥٠	٦٥٫٠٤٢	٤٫٠٦٥١	٥	٢٫٤٤٧٥٣	٠٫١٥٢٩٧	٠٫٠١٩١٢٠	٠٫٠٠٠٢٦٥٥	٢٤٫٤٧٥٣
٦	٥٫٥٨٧٩	١٦٫٠٩٣٢	٩٫٣٦٦٠	٧٨٫٠٥٠	٤٫٨٧٨١	٦	٢٫٩٣٧٠٤	٠٫١٨٣٥٦	٠٫٠٢٢٩٤٤	٠٫٠٠٠٣١٨٦	٢٩٫٣٧٠٤
٧	٦٫٥١٩٢	١٨٫٧٧٥٤	١٠٫٩٢٧٠	٩١٫٠٥٨	٥٫٦٩١١	٧	٣٫٤٢٦٥٤	٠٫٢١٤١٦	٠٫٠٢٦٧٦٨	٠٫٠٠٠٣٧١٧	٣٤٫٢٦٥٤
٨	٧٫٤٥٠٦	٢١٫٤٥٧٦	١٢٫٤٨٨٠	١٠٤٫٠٦٦	٦٫٥٠٤٢	٨	٣٫٩١٦٠٥	٠٫٢٤٤٧٥	٠٫٠٣٠٥٩٢	٠٫٠٠٠٤٢٤٨	٣٩٫١٦٠٥
٩	٨٫٣٨١٩	٢٤٫١٣٩٨	١٤٫٠٤٩٠	١١٧٫٠٧٥	٧٫٣١٧٢	٩	٤٫٤٠٠٠٠	٠٫٢٧٥٣٥	٠٫٠٣٤٤١٦	٠٫٠٠٠٤٧٧٩	٤٤٫٠٠٠٠
١٠	٩٫٣١٣٢	٢٦٫٨٢٢٠	١٥٫٦١٠٠	١٣٠٫٠٨٣	٨٫١٣٠٢	١٠	٤٫٨٩٥٠٦	٠٫٣٠٥٩٤	٠٫٠٣٨٢٤٠	٠٫٠٠٠٥٣١٠	٤٨٫٩٥٠٦

عدد										
١	٨٧٣٨٠٤٦	٢٠٤٦٤٠	٦٤٠٦٤٦	٨٧٦٨٠٤٠	١٤٢٢٠٠٦	٦٤٠٦٤٦	٢٢٨٤٦٠	٢٤٦٤٦٠	٨٨٤٦٠٤	٤٦٤٠٤٦
٢	٨٥٤٦٠٤	٨٧٦٨٤٠	٨٧٦٨٤٠	٨٧٦٨٤٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٣	٤٦٤٦٠٤	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٤	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٥	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٦	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٧	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٨	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
٩	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠
١٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠	٢٢٨٤٦٠

عدد	الاوراق الى فرنكات			الملدات الى فرنكات			الفرنكات الى الفرنكات			الفرنكات الى اوراق		
١	٩٤٢	٦٥٠	٠ر٩٨٧	٥٤٧	٣٨٢	٠ر٠٤٩	٢١٢	١١٥	٠ر٠٠٤	٤٦٣	٥٠٣	١ر٠١٢
٢	٨٨٥	٣٠١	١ر٩٧٥	٠٩٠	٧٦٥	٠ر٠٩٨	٤٢٤	٢٣٠	٠ر٠٠٨	٩٢٦	٠٠٦	٢ر٠٢٥
٣	٨٢٧	٩٥٢	٢ر٩٦٢	٦٤١	١٤٧	٠ر١٤٨	٦٣٦	٣٤٥	٠ر٠١٢	٣٩٠	٥١٠	٣ر٠٣٧
٤	٧٧٠	٦٠٣	٣ر٩٥٠	١٨٨	٥٣٠	٠ر١٩٧	٨٤٩	٤٦٠	٠ر٠١٦	٨٥٣	٠١٣	٤ر٠٥٠
٥	٧١٣	٢٥٤	٤ر٩٣٨	٧٣٥	٩١٢	٠ر٢٤٦	٠٦١	٥٧٦	٠ر٠٢٠	٣١٦	٥١٧	٥ر٠٦٢
٦	٦٥٥	٩٠٥	٥ر٩٢٥	٢٨٢	٢٩٥	٠ر٢٩٦	٢٧٣	٦٩١	٠ر٠٢٤	٧٨٠	٠٢٠	٦ر٠٧٥
٧	٥٩٨	٥٥٦	٦ر٩١٣	٨٢٩	٦٧٧	٠ر٢٤٥	٤٨٥	٨٠٦	٠ر٠٢٨	٤٣٢	٥٢٤	٧ر٠٨٧
٨	٥٤١	٢٠٧	٧ر٩٠١	٣٧٧	٠٦٠	٠ر٣٩٥	٦٩٨	٩٢١	٠ر٠٣٢	٧٠٦	٠٢٧	٨ر١٠٠
٩	٤٨٣	٨٥٨	٨ر٨٨٨	٩٢٤	٤٤٢	٠ر٤٤٤	٩١٠	٠٣٦	٠ر٠٣٧	١٧٠	٥٣١	٩ر١١٢

وهـــــــــــــــــذه

جداول لوغارثمات الاعداد

من ١ الى ١٠٠٠٠

ذيلنا بها الكتاب

لتكمل فائدته

للطلاب

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
١	٠٠٠٠٠	٢٦	٤١٤٩٧	٥١	٧٠٧٥٧	٧٦	٨٨٠٨١	١٠١	٠٠٤٣٢
٢	٣٠١٠٣	٢٧	٤٣١٣٦	٥٢	٧١٦٠٠	٧٧	٨٨٦٤٩	١٠٢	٠٠٨٦٠
٣	٤٧٧١٢	٢٨	٤٤٧١٦	٥٣	٧٢٤٢٨	٧٨	٨٩٢٠٩	١٠٣	٠١٢٨٤
٤	٦٠٢٠٦	٢٩	٤٦٢٤٠	٥٤	٧٣٢٣٩	٧٩	٨٩٧٦٣	١٠٤	٠١٧٠٣
٥	٦٩٨٩٧	٣٠	٤٧٧١٢	٥٥	٧٤٠٣٦	٨٠	٩٠٣٠٩	١٠٥	٠٢١١٩
٦	٧٧٨١٥	٣١	٤٩١٣٦	٥٦	٧٤٨١٩	٨١	٩٠٨٤٩	١٠٦	٠٢٥٣١
٧	٨٤٥١٠	٣٢	٥٠٥١٥	٥٧	٧٥٥٨٧	٨٢	٩١٣٨١	١٠٧	٠٢٩٣٨
٨	٩٠٣٠٩	٣٣	٥١٨٥١	٥٨	٧٦٣٤٣	٨٣	٩١٩٠٨	١٠٨	٠٣٣٤٢
٩	٩٥٤٢٤	٣٤	٥٣١٤٨	٥٩	٧٧٠٨٥	٨٤	٩٢٤٢٨	١٠٩	٠٣٧٤٣
١٠	٠٠٠٠٠	٣٥	٥٤٠٧٥	٦٠	٧٧٨١٥	٨٥	٩٢٩٤٢	١١٠	٠٤١٣٩
١١	٠٤١٣٩	٣٦	٥٥٦٣٠	٦١	٧٨٥٣٣	٨٦	٩٣٤٥٠	١١١	٠٤٥٣٣
١٢	٠٧٩١٨	٣٧	٥٦٨٢٠	٦٢	٧٩٢٣٩	٨٧	٩٣٩٥٢	١١٢	٠٤٩٢٢
١٣	١١٣٩٤	٣٨	٥٧٩٧٨	٦٣	٧٩٩٣٤	٨٨	٩٤٤٨٣	١١٣	٠٥٣٠٨
١٤	١٤٦١٣	٣٩	٥٩١٠٦	٦٤	٨٠٦١٨	٨٩	٩٤٩٣٩	١١٤	٠٥٦٩٠
١٥	١٧٦٠٩	٤٠	٦٠٢٠١	٦٥	٨١٢٩١	٩٠	٩٥٤٣٤	١١٥	٠٦٠٧٠
١٦	٢٠٤١٢	٤١	٦١٢٧٨	٦٦	٨١٩٥٤	٩١	٩٥٩٠٤	١١٦	٠٦٤٤٦
١٧	٢٣٠٤٥	٤٢	٦٢٣٢٥	٦٧	٨٢٦٠٧	٩٢	٩٦٢٧٩	١١٧	٠٦٨١٩
١٨	٢٥٥٢٧	٤٣	٦٣٤٧	٦٨	٨٣٢٥١	٩٣	٩٦٨٤٩	١١٨	٠٧١٨٨
١٩	٢٧٨٧٥	٤٤	٦٤٣٦٤	٦٩	٨٣٨٥٥	٩٤	٩٧٣١٣	١١٩	٠٧٥٥٥
٢٠	٣٠١٠٣	٤٥	٦٥٢٢١	٧٠	٨٤٥١٠	٩٥	٩٧٧٧٢	١٢٠	٠٧٩١٨
٢١	٣٢٢٢٢	٤٦	٦٦٢٧٦	٧١	٨٥١٢٦	٩٦	٩٨٢٢٧	١٢١	٠٨٢٧٩
٢٢	٣٤٢٤٢	٤٧	٦٧٢١٠	٧٢	٨٥٧٢٣	٩٧	٩٨٦٧٧	١٢٢	٠٨٦٣٦
٢٣	٣٦١٧٣	٤٨	٦٨١٢٤	٧٣	٨٦٢٢٦	٩٨	٩٩١٢٣	١٢٣	٠٨٩٩١
٢٤	٣٨٠٢١	٤٩	٦٩٠٢٠	٧٤	٨٦٩٢٣	٩٩	٩٩٥٦٤	١٢٤	٠٩٢٤٢
٢٥	٣٩٧٩٤	٥٠	٦٩٨٩٧	٧٥	٨٧٥٠٦	١٠٠	٠٠٠٠٠	١٢٥	٠٩٦٩١

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
١٢٦	١٠٠٣٧	١٥١	١٧٨٩٨	١٧٦	٢٤٥٥١	٢٠١	٣٠٣٢٠	٢٢٦	٣٥٤١١
١٢٧	١٠٣٨٠	١٥٢	١٨١٨٤	١٧٧	٢٤٧٩٧	٢٠٢	٣٠٥٣٥	٢٢٧	٣٥٦٠٣
١٢٨	١٠٧٢١	١٥٣	١٨٤٦٩	١٧٨	٢٥٠٤٢	٢٠٣	٣٠٧٥٠	٢٢٨	٣٥٧٩٣
١٢٩	١١٠٥٩	١٥٤	١٨٧٥٢	١٧٩	٢٥٢٨٥	٢٠٤	٣٠٩٦٣	٢٢٩	٣٥٩٨٤
١٣٠	١١٣٩٤	١٥٥	١٩٠٣٣	١٨٠	٢٥٥٢٧	٢٠٥	٣١١٧٥	٢٣٠	٣٦١٧٣
١٣١	١١٧٢٧	١٥٦	١٩٣١٢	١٨١	٢٥٧٦٨	٢٠٦	٣١٣٨٧	٢٣١	٣٦٣٦١
١٣٢	١٢٠٥٧	١٥٧	١٩٥٩٠	١٨٢	٢٦٠٠٧	٢٠٧	٣١٥٩٧	٢٣٢	٣٦٥٤٩
١٣٣	١٢٣٨٥	١٥٨	١٩٨٦٦	١٨٣	٢٦٢٤٥	٢٠٨	٣١٨٠٦	٢٣٣	٣٦٧٣٦
١٣٤	١٢٧١٠	١٥٩	٢٠١٤٠	١٨٤	٢٦٤٨٢	٢٠٩	٣٢٠١٥	٢٣٤	٣٦٩٢٢
١٣٥	١٣٠٣٣	١٦٠	٢٠٤١٢	١٨٥	٢٦٧١٧	٢١٠	٣٢٢٢٢	٢٣٥	٣٧١٠٧
١٣٦	١٣٣٥٤	١٦١	٢٠٦٨٣	١٨٦	٢٦٩٥١	٢١١	٣٢٤٢٨	٢٣٦	٣٧٢٩١
١٣٧	١٣٦٧٢	١٦٢	٢٠٩٥٢	١٨٧	٢٧١٨٤	٢١٢	٣٢٦٣٤	٢٣٧	٣٧٤٧٥
١٣٨	١٣٩٨٨	١٦٣	٢١٢١٩	١٨٨	٢٧٤١٦	٢١٣	٣٢٨٣٨	٢٣٨	٣٧٦٥٨
١٣٩	١٤٣٠١	١٦٤	٢١٤٨٤	١٨٩	٢٧٦٤٦	٢١٤	٣٣٠٤١	٢٣٩	٣٧٨٤٠
١٤٠	١٤٦١٣	١٦٥	٢١٧٤٨	١٩٠	٢٧٨٧٥	٢١٥	٣٣٢٤٤	٢٤٠	٣٨٠٢١
١٤١	١٤٩٢٢	١٦٦	٢٢٠١١	١٩١	٢٨١٠٣	٢١٦	٣٣٤٥٥	٢٤١	٣٨٢٠٢
١٤٢	١٥٢٢٩	١٦٧	٢٢٢٧٢	١٩٢	٢٨٣٣٠	٢١٧	٣٣٦٤٦	٢٤٢	٣٨٣٨٢
١٤٣	١٥٥٣٤	١٦٨	٢٢٥٣١	١٩٣	٢٨٥٥٦	٢١٨	٣٣٨٤٦	٢٤٣	٣٨٥٦١
١٤٤	١٥٨٣٦	١٦٩	٢٢٧٨٩	١٩٤	٢٨٧٨٠	٢١٩	٣٤٠٤٤	٢٤٤	٣٨٧٣٩
١٤٥	١٦١٣٧	١٧٠	٢٣٠٤٥	١٩٥	٢٩٠٠٣	٢٢٠	٣٤٢٤٢	٢٤٥	٣٨٩١٧
١٤٦	١٦٤٣٥	١٧١	٢٣٣٠٠	١٩٦	٢٩٢٢٦	٢٢١	٣٤٤٣٩	٢٤٦	٣٩٠٩٤
١٤٧	١٦٧٣٢	١٧٢	٢٣٥٥٣	١٩٧	٢٩٤٤٧	٢٢٢	٣٤٦٢٥	٢٤٧	٣٩٢٧٠
١٤٨	١٧٠٢٦	١٧٣	٢٣٨٠٥	١٩٨	٢٩٦٦٧	٢٢٣	٣٤٨٣٠	٢٤٨	٣٩٤٤٥
١٤٩	١٧٣١٩	١٧٤	٢٤٠٥٥	١٩٩	٢٩٨٨٥	٢٢٤	٣٥٠٢٥	٢٤٩	٣٩٦٢٠
١٥٠	١٧٦٠٩	١٧٥	٢٤٣٠٤	٢٠٠	٣٠١٠٣	٢٢٥	٣٥٢١٨	٢٥٠	٣٩٧٩٤

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٢٥١	٣٩٩٦٧	٢٧٦	٤٤٠٩١	٣٠١	٤٧٨٥٧	٣٢٦	٥١٣٢٢
٢٥٢	٤٠١٤٠	٢٧٧	٤٤٢٤٨	٣٠٢	٤٨٠٠١	٣٢٧	٥١٤٥٥
٢٥٣	٤٠٣١٢	٢٧٨	٤٤٤٠٤	٣٠٣	٤٨١٤٤	٣٢٨	٥١٥٨٧
٢٥٤	٤٠٤٨٣	٢٧٩	٤٤٥٦٠	٣٠٤	٤٨٢٨٧	٣٢٩	٥١٧٢٠
٢٥٥	٤٠٦٥٤	٢٨٠	٤٤٧١٦	٣٠٥	٤٨٤٣٠	٣٣٠	٥١٨٥١
٢٥٦	٤٠٨٢٤	٢٨١	٤٤٨٧١	٣٠٦	٤٨٥٧٢	٣٣١	٥١٩٨٣
٢٥٧	٤٠٩٩٣	٢٨٢	٤٥٠٢٥	٣٠٧	٤٨٧١٤	٣٣٢	٥٢١١٤
٢٥٨	٤١١٦٢	٢٨٣	٤٥١٧٩	٣٠٨	٤٨٨٥٥	٣٣٣	٥٢٢٤٤
٢٥٩	٤١٣٣٠	٢٨٤	٤٥٣٣٤	٣٠٩	٤٨٩٩٢	٣٣٤	٥٢٣٧٥
٢٦٠	٤١٤٩٧	٢٨٥	٤٥٤٦٤	٣١٠	٤٩١٣٦	٣٣٥	٥٢٥٠٤
٢٦١	٤١٦٦٤	٢٨٦	٤٥٦٢٧	٣١١	٤٩٢٧٦	٣٣٦	٥٢٦٣٤
٢٦٢	٤١٨٣٠	٢٨٧	٤٥٧٨٣	٣١٢	٤٩٤١٥	٣٣٧	٥٢٧٦٣
٢٦٣	٤١٩٩٦	٢٨٨	٤٥٩٣٩	٣١٣	٤٩٥٥٤	٣٣٨	٥٢٨٩٢
٢٦٤	٤٢١٦٠	٢٨٩	٤٦٠٩٠	٣١٤	٤٩٦٩٣	٣٣٩	٥٣٠٢٠
٢٦٥	٤٢٣٢٥	٢٩٠	٤٦٢٤٠	٣١٥	٤٩٨٣١	٣٤٠	٥٣١٤٨
٢٦٦	٤٢٤٩٧	٢٩١	٤٦٣٨٩	٣١٦	٤٩٩٦٩	٣٤١	٥٣٢٧٥
٢٦٧	٤٢٦٥١	٢٩٢	٤٦٥٣٨	٣١٧	٥٠١٠٦	٣٤٢	٥٣٤٠٣
٢٦٨	٤٢٨١٣	٢٩٣	٤٦٧٨٧	٣١٨	٥٠٢٤٣	٣٤٣	٥٣٥٢٩
٢٦٩	٤٢٩٧٥	٢٩٤	٤٦٩٥٠	٣١٩	٥٠٣٧٩	٣٤٤	٥٣٦٥٦
٢٧٠	٤٣١٣٦	٢٩٥	٤٧٩٨٢	٣٢٠	٥٠٥١٥	٣٤٥	٥٣٧٨٢
٢٧١	٤٣٢٩٧	٢٩٦	٤٧١٢٩	٣٢١	٥٠٦٥١	٣٤٦	٥٣٩٠٨
٢٧٢	٤٣٤٥٧	٢٩٧	٤٧٢٧٦	٣٢٢	٥٠٧٨٦	٣٤٧	٥٤٠٣٣
٢٧٣	٤٣٦١٦	٢٩٨	٤٧٤٢٣	٣٢٣	٥٠٩٢٠	٣٤٨	٥٤١٥٨
٢٧٤	٤٣٧٧٥	٢٩٩	٤٧٥٧٦	٣٢٤	٥١٠٥٥	٣٤٩	٥٤٢٨٣
٢٧٥	٤٣٩٣٤	٣٠٠	٤٧٧١٢	٣٢٥	٥١١٨٧	٣٥٠	٥٤٤٠٧

عدد	لوغا
٣٥١	٥٤٥٣١
٣٥٢	٥٤٦٥٤
٣٥٣	٥٤٧٧٧
٣٥٤	٥٤٩٠٠
٣٥٥	٥٥٠٢٣
٣٥٦	٥٥١٤٥
٣٥٧	٥٥٢٦٧
٣٥٨	٥٥٣٨٨
٣٥٩	٥٥٥٠٩
٣٦٠	٥٥٦٣٠
٣٦١	٥٥٧٥١
٣٦٢	٥٥٨٧١
٣٦٣	٥٥٩٩١
٣٦٤	٥٦١١٠
٣٦٥	٥٦٢٢٩
٣٦٦	٥٦٣٤٨
٣٦٧	٥٦٤٦٧
٣٦٨	٥٦٥٨٥
٣٦٩	٥٦٧٠٣
٣٧٠	٥٦٨٢٠
٣٧١	٥٦٩٣٧
٣٧٢	٥٧٠٥٤
٣٧٣	٥٧١٧١
٣٧٤	٥٧٢٨٧
٣٧٥	٥٧٤٠٣

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٣٧٦	٥٧٥١٩	٤٠١	٦٠٣١٤	٤٢٦	٦٢٩١٤	٤٥١	٦٧٧٦١
٣٧٧	٥٧٦٣٤	٤٠٢	٦٠٤٢٣	٤٢٧	٦٣٠٤٣	٤٥٢	٦٧٨٥٣
٣٧٨	٥٧٧٤٩	٤٠٣	٦٠٥٣١	٤٢٨	٦٣١٤٣	٤٥٣	٦٧٩٤٣
٣٧٩	٥٧٨٦٤	٤٠٤	٦٠٦٣٨	٤٢٩	٦٣٢٤٦	٤٥٤	٦٨٠٣٤
٣٨٠	٥٧٩٧٨	٤٠٥	٦٠٧٤٦	٤٣٠	٦٣٣٤٧	٤٥٥	٦٨١٢٤
٣٨١	٥٨٠٩٢	٤٠٦	٦٠٨٥٣	٤٣١	٦٣٤٤٨	٤٥٦	٦٨٢١٥
٣٨٢	٥٨٢٠٦	٤٠٧	٦٠٩٥٩	٤٣٢	٦٣٥٤٨	٤٥٧	٦٨٣٠٥
٣٨٣	٥٨٣٢٠	٤٠٨	٦١٠٦٦	٤٣٣	٦٣٦٤٩	٤٥٨	٦٨٣٩٥
٣٨٤	٥٨٤٣٣	٤٠٩	٦١١٧٢	٤٣٤	٦٣٧٤٩	٤٥٩	٦٨٤٨٥
٣٨٥	٥٨٥٤٦	٤١٠	٦١٢٧٨	٤٣٥	٦٣٨٤٩	٤٦٠	٦٨٥٧٤
٣٨٦	٥٨٦٥٩	٤١١	٦١٣٨٤	٤٣٦	٦٣٩٤٩	٤٦١	٦٨٦٧٤
٣٨٧	٥٨٧٧١	٤١٢	٦١٤٩٠	٤٣٧	٦٤٠٤٩	٤٦٢	٦٨٧٦٣
٣٨٨	٥٨٨٨٣	٤١٣	٦١٥٩٥	٤٣٨	٦٤١٤٩	٤٦٣	٦٨٨٦٣
٣٨٩	٥٨٩٩٥	٤١٤	٦١٧٠٠	٤٣٩	٦٤٢٤٩	٤٦٤	٦٨٩٣١
٣٩٠	٥٩١٠٦	٤١٥	٦١٨٠٥	٤٤٠	٦٤٣٤٩	٤٦٥	٦٩٠٢٠
٣٩١	٥٩٢١٨	٤١٦	٦١٩٠٩	٤٤١	٦٤٤٤٩	٤٦٦	٦٩١٠٨
٣٩٢	٥٩٣٢٩	٤١٧	٦٢٠١٤	٤٤٢	٦٤٥٤٩	٤٦٧	٦٩١٩٧
٣٩٣	٥٩٤٣٩	٤١٨	٦٢١١٨	٤٤٣	٦٤٦٤٩	٤٦٨	٦٩٢٨٥
٣٩٤	٥٩٥٥٠	٤١٩	٦٢٢٢١	٤٤٤	٦٤٧٤٩	٤٦٩	٦٩٣٧٤
٣٩٥	٥٩٦٦٠	٤٢٠	٦٢٣٢٥	٤٤٥	٦٤٨٤٩	٤٧٠	٦٩٤٦١
٣٩٦	٥٩٧٧٠	٤٢١	٦٢٤٢٨	٤٤٦	٦٤٩٤٩	٤٧١	٦٩٥٣٠
٣٩٧	٥٩٨٧٩	٤٢٢	٦٢٥٣١	٤٤٧	٦٥٠٣١	٤٧٢	٦٩٦٣٤
٣٩٨	٥٩٩٨٥	٤٢٣	٦٢٦٣٤	٤٤٨	٦٥١٣٨	٤٧٣	٦٩٧٢٣
٣٩٩	٦٠٠٩٧	٤٢٤	٦٢٧٣٧	٤٤٩	٦٥٢٣٨	٤٧٤	٦٩٨١٠
٤٠٠	٦٠٢٠٦	٤٢٥	٦٢٨٣٩	٤٥٠	٦٥٣٣١	٤٧٥	٦٩٨٩٠

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٥٠١	٦٩٩٨٤	٥٢٦	٧٢٠٩٩	٥٥١	٧٤١١٥	٥٧٦	٧٦٠٤٢	٦٠١	٧٧٨٨٧
٥٠٢	٧٠٠٧٠	٥٢٧	٧٢١٨١	٥٥٢	٧٤١٩٤	٥٧٧	٧٦١١٨	٦٠٢	٧٧٩٦٠
٥٠٣	٧٠١٥٧	٥٢٨	٧٢٢٦٣	٥٥٣	٧٤٢٧٣	٥٧٨	٧٦١٩٣	٦٠٣	٧٨٠٣٢
٥٠٤	٧٠٢٤٣	٥٢٩	٧٢٣٤٦	٥٥٤	٧٤٣٥١	٥٧٩	٧٦٢٦٨	٦٠٤	٧٨١٠٤
٥٠٥	٧٠٣٢٩	٥٣٠	٧٢٤٢٨	٥٥٥	٧٤٤٢٩	٥٨٠	٧٦٣٤٣	٦٠٥	٧٨١٧٦
٥٠٦	٧٠٤١٥	٥٣١	٧٢٥٠٩	٥٥٦	٧٤٥٠٧	٥٨١	٧٦٤١٨	٦٠٦	٧٨٢٤٧
٥٠٧	٧٠٥٠١	٥٣٢	٧٢٥٩١	٥٥٧	٧٤٥٨٦	٥٨٢	٧٦٤٩٣	٦٠٧	٧٨٣١٩
٥٠٨	٧٠٥٨٦	٥٣٣	٧٢٦٧٣	٥٥٨	٧٤٦٦٣	٥٨٣	٧٦٥٦٧	٦٠٨	٧٨٣٩٠
٥٠٩	٧٠٦٧٢	٥٣٤	٧٢٧٥٤	٥٥٩	٧٤٧٤١	٥٨٤	٧٦٦٤١	٦٠٩	٧٨٤٦٢
٥١٠	٧٠٧٥٧	٥٣٥	٧٢٨٧٥	٥٦٠	٧٤٨١٩	٥٨٥	٧٦٧١٦	٦١٠	٧٨٥٣٣
٥١١	٧٠٨٤٢	٥٣٦	٧٢٩١٦	٥٦١	٧٤٨٩٦	٥٨٦	٧٦٧٩٠	٦١١	٧٨٦٠٤
٥١٢	٧٠٩٢٧	٥٣٧	٧٢٩٩٧	٥٦٢	٧٤٩٧٤	٥٨٧	٧٦٨٦٤	٦١٢	٧٨٦٧٥
٥١٣	٧١٠١٢	٥٣٨	٧٣٠٧٨	٥٦٣	٧٥٠٥١	٥٨٨	٧٦٩٣٨	٦١٣	٧٨٧٤٦
٥١٤	٧١٠٩٦	٥٣٩	٧٣١٥٩	٥٦٤	٧٥١٢٨	٥٨٩	٧٧٠١٢	٦١٤	٧٨٨١٧
٥١٥	٧١١٨١	٥٤٠	٧٣٢٣٩	٥٦٥	٧٥٢٠٥	٥٩٠	٧٧٠٨٥	٦١٥	٧٨٨٨٨
٥١٦	٧١٢٦٥	٥٤١	٧٣٣٢٠	٥٦٦	٧٥٢٨٢	٥٩١	٧٧١٥٩	٦١٦	٧٨٩٥٨
٥١٧	٧١٣٤٩	٥٤٢	٧٣٤٠٠	٥٦٧	٧٥٣٥٨	٥٩٢	٧٧٢٣٢	٦١٧	٧٩٠٢٩
٥١٨	٧١٤٣٣	٥٤٣	٧٣٤٨٠	٥٦٨	٧٥٤٣٥	٥٩٣	٧٧٣٠٥	٦١٨	٧٩٠٩٩
٥١٩	٧١٥١٧	٥٤٤	٧٣٥٦٠	٥٦٩	٧٥٥١١	٥٩٤	٧٧٣٧٩	٦١٩	٧٩١٦٩
٥٢٠	٧١٦٠٠	٥٤٥	٧٣٦٤٠	٥٧٠	٧٥٥٨٧	٥٩٥	٧٧٤٥٢	٦٢٠	٧٩٢٣٩
٥٢١	٧١٦٨٤	٥٤٦	٧٣٧١٩	٥٧١	٧٥٦٦٤	٥٩٦	٧٧٥٢٥	٦٢١	٧٩٣٠٩
٥٢٢	٧١٧٦٧	٥٤٧	٧٣٧٩٩	٥٧٢	٧٥٧٤٠	٥٩٧	٧٧٥٩٧	٦٢٢	٧٩٣٧٩
٥٢٣	٧١٨٥٠	٥٤٨	٧٣٨٧٨	٥٧٣	٧٥٨١٥	٥٩٨	٧٧٦٧٠	٦٢٣	٧٩٤٤٩
٥٢٤	٧١٩٣٣	٥٤٩	٧٣٩٥٧	٥٧٤	٧٥٨٩١	٥٩٩	٧٧٧٤٣	٦٢٤	٧٩٥١٨
٥٢٥	٧٢٠١٦	٥٥٠	٧٤٠٣٦	٥٧٥	٧٥٩٦٧	٦٠٠	٧٧٨١٥	٦٢٥	٧٩٥٨٧

عدد	لوغا
٦٢٦	٧٩٦٥٧
٦٢٧	٧٩٧٢٧
٦٢٨	٧٩٧٩٦
٦٢٩	٧٩٨٦٥
٦٣٠	٧٩٩٣٤
٦٣١	٨٠٠٠٣
٦٣٢	٨٠٠٧٢
٦٣٣	٨٠١٤٠
٦٣٤	٨٠٢٠٩
٦٣٥	٨٠٢٧٧
٦٣٦	٨٠٣٤٦
٦٣٧	٨٠٤١٤
٦٣٨	٨٠٤٨٢
٦٣٩	٨٠٥٥٠
٦٤٠	٨٠٦١٨
٦٤١	٨٠٦٨٦
٦٤٢	٨٠٧٥٤
٦٤٣	٨٠٨٢١
٦٤٤	٨٠٨٩٠
٦٤٥	٨٠٩٥٦
٦٤٦	٨١٠٢٣
٦٤٧	٨١٠٩٠
٦٤٨	٨١١٥٧
٦٤٩	٨١٢٢٤
٦٥٠	٨١٢٩١

عدد	لوغا
٦٥١	٨١٣٥٨
٦٥٢	٨١٤٢٥
٦٥٣	٨١٤٩١
٦٥٤	٨١٥٥٨
٦٥٥	٨١٦٢٤
٦٥٦	٨١٦٩٠
٦٥٧	٨١٧٥٧
٦٥٨	٨١٨٢٣
٦٥٩	٨١٨٩٠
٦٦٠	٨١٩٥٦
٦٦١	٨٢٠٢٠
٦٦٢	٨٢٠٨٦
٦٦٣	٨٢١٥١
٦٦٤	٨٢٢١٧
٦٦٥	٨٢٢٨٣
٦٦٦	٨٢٣٤٩
٦٦٧	٨٢٤١٥
٦٦٨	٨٢٤٨٢
٦٦٩	٨٢٥٤٨
٦٧٠	٨٢٦٠٧
٦٧١	٨٢٦٧٤
٦٧٢	٨٢٧٣٧
٦٧٣	٨٢٧٩٣
٦٧٤	٨٢٨٠٢
٦٧٥	٨٢٨٦٦
٦٧٦	٨٢٩٣٠

عدد	لوغا
٦٧٧	٨٢٩٩٥
٦٧٨	٨٣٠٥٩
٦٧٩	٨٣١٢٣
٦٨٠	٨٣١٨٧
٦٨١	٨٣٢٥١
٦٨٢	٨٣٣١٥
٦٨٣	٨٣٣٧٨
٦٨٤	٨٣٤٤٢
٦٨٥	٨٣٥٠٦
٦٨٦	٨٣٥٦٩
٦٨٧	٨٣٦٣٣
٦٨٨	٨٣٦٩٦
٦٨٩	٨٣٧٥٩
٦٩٠	٨٣٨٢٢
٦٩١	٨٣٨٨٥
٦٩٢	٨٣٩٤٨
٦٩٣	٨٤٠١١
٦٩٤	٨٤٠٧٣
٦٩٥	٨٤١٣٦
٦٩٦	٨٤١٩٨
٦٩٧	٨٤٢٦١
٦٩٨	٨٤٣٢٣
٦٩٩	٨٤٣٨٦
٧٠٠	٨٤٤٤٨

عدد	لوغا
٧٠١	٨٤٥٠٨
٧٠٢	٨٤٥٦٣
٧٠٣	٨٤٦٢٥
٧٠٤	٨٤٦٨٧
٧٠٥	٨٤٧٤٩
٧٠٦	٨٤٨٠٠
٧٠٧	٨٤٨٦٢
٧٠٨	٨٤٩٢٤
٧٠٩	٨٤٩٨٦
٧١٠	٨٥٠٤٨
٧١١	٨٥٠٩٠
٧١٢	٨٥١٥٢
٧١٣	٨٥٢١٤
٧١٤	٨٥٢٧٥
٧١٥	٨٥٣٣٧
٧١٦	٨٥٣٩٨
٧١٧	٨٥٤٥٩
٧١٨	٨٥٥٢١
٧١٩	٨٥٥٨٢
٧٢٠	٨٥٦٤٣
٧٢١	٨٥٧٠٤
٧٢٢	٨٥٧٦٥
٧٢٣	٨٥٨٢٥
٧٢٤	٨٥٨٨٦
٧٢٥	٨٥٩٤٦

عدد	لوغا
٧٢٦	٨٦٠٩٤
٧٢٧	٨٦١٥٣
٧٢٨	٨٦٢١٣
٧٢٩	٨٦٢٧٣
٧٣٠	٨٦٣٣٢
٧٣١	٨٦٣٩٢
٧٣٢	٨٦٤٥١
٧٣٣	٨٦٥١٠
٧٣٤	٨٦٥٧٠
٧٣٥	٨٦٦٢٩
٧٣٦	٨٦٦٨٨
٧٣٧	٨٦٧٤٧
٧٣٨	٨٦٨٠٦
٧٣٩	٨٦٨٦٤
٧٤٠	٨٦٩٢٣
٧٤١	٨٦٩٨٢
٧٤٢	٨٧٠٤٠
٧٤٣	٨٧٠٩٩
٧٤٤	٨٧١٥٧
٧٤٥	٨٧٢١٦
٧٤٦	٨٧٢٧٤
٧٤٧	٨٧٣٣٣
٧٤٨	٨٧٣٩٠
٧٤٩	٨٧٤٤٨
٧٥٠	٨٧٥٠٦

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٧٥١	٨٧٥٦٤	٧٧٦	٨٩٨٦٧	٨٠١	٩٠٣٦٣	٨٢٦	٩١٦٩٨
٧٥٢	٨٧٦٢٢	٧٧٧	٨٩٠٤٣	٨٠٢	٩٠٤١٧	٨٢٧	٩١٧٥١
٧٥٣	٨٧٦٧٩	٧٧٨	٨٩٠٩٨	٨٠٣	٩٠٤٧٢	٨٢٨	٩١٨٠٣
٧٥٤	٨٧٧٣٧	٧٧٩	٨٩١٥٤	٨٠٤	٩٠٥٢٦	٨٢٩	٩١٨٥٥
٧٥٥	٨٧٧٩٥	٧٨٠	٨٩٢٠٩	٨٠٥	٩٠٥٨٠	٨٣٠	٩١٩٠٨
٧٥٦	٨٧٨٥٢	٧٨١	٨٩٢٦٥	٨٠٦	٩٠٦٣٤	٨٣١	٩١٩٦٠
٧٥٧	٨٧٩١٠	٧٨٢	٨٩٣١٢	٨٠٧	٩٠٦٨٧	٨٣٢	٩٢٠١٢
٧٥٨	٨٧٩٦٧	٧٨٣	٨٩٣٦٧	٨٠٨	٩٠٧٤١	٨٣٣	٩٢٠٦٥
٧٥٩	٨٨٠٣٢	٧٨٤	٨٩٤٢٢	٨٠٩	٩٠٧٩٥	٨٣٤	٩٢١١٧
٧٦٠	٨٨٠٨١	٧٨٥	٨٩٤٨٧	٨١٠	٩٠٨٤٩	٨٣٥	٩٢١٦٩
٧٦١	٨٨١٣٨	٧٨٦	٨٩٥٤٢	٨١١	٩٠٩٠٢	٨٣٦	٩٢٢٢١
٧٦٢	٨٨١٩٥	٧٨٧	٨٩٥٩٧	٨١٢	٩٠٩٥٦	٨٣٧	٩٢٢٧٣
٧٦٣	٨٨٢٥٢	٧٨٨	٨٩٦٥٣	٨١٣	٩١٠٠٩	٨٣٨	٩٢٣٢٤
٧٦٤	٨٨٣٠٩	٧٨٩	٨٩٧٠٨	٨١٤	٩١٠٦٢	٨٣٩	٩٢٣٧٦
٧٦٥	٨٨٣٦٦	٧٩٠	٨٩٧٦٣	٨١٥	٩١١١٦	٨٤٠	٩٢٤٢٨
٧٦٦	٨٨٤٢٣	٧٩١	٨٩٨١٨	٨١٦	٩١١٦٩	١٤٠	٩٢٤٨٠
٧٦٧	٨٨٤٨٠	٧٩٢	٨٩٨٧٣	٨١٧	٩١٢٢٣	٢٤٠	٩٢٥٣١
٧٦٨	٨٨٥٣٦	٧٩٣	٨٩٩٢٧	٨١٨	٩١٢٧٥	٣٤٠	٩٢٥٨٣
٧٦٩	٨٨٥٩٢	٧٩٤	٨٩٩٨٢	٨١٩	٩١٣٢٨	٤٤٠	٩٢٦٣٤
٧٧٠	٨٨٦٤٩	٧٩٥	٩٠٠٣٧	٨٢٠	٩١٣٨١	٥٤٠	٩٢٦٨٦
٧٧١	٨٨٧٠٥	٧٩٦	٩٠٠٩١	٨٢١	٩١٤٣٤	٦٤٠	٩٢٧٣٧
٧٧٢	٨٨٧٦٢	٧٩٧	٩٠١٤٦	٨٢٢	٩١٤٨٧	٧٤٠	٩٢٧٨٩
٧٧٣	٨٨٨١٨	٧٩٨	٩٠٢٠٠	٨٢٣	٩١٥٤٠	٨٤٠	٩٢٨٤٢
٧٧٤	٨٨٨٧٤	٧٩٩	٩٠٢٥٥	٨٢٤	٩١٥٩٣	٩٤٠	٩٢٨٩٤
٧٧٥	٨٨٩٣٠	٨٠٠	٩٠٣٠٩	٨٢٥	٩١٦٤٥	١٥٠	٩٢٩٤٧

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٨٧٦	٩٤٢٥٠	٩٠١	٩٥٤٧٢	٩٢٦	٩٦٦٦١	٩٥١	٩٧٨١٨	٩٧٦	٩٨٩٤٥
٨٧٧	٩٤٣٠٠	٩٠٢	٩٥٥٢١	٩٢٧	٩٦٧٠٨	٩٥٢	٩٧٨٦٤	٩٧٠	٩٨٩٨٩
٨٧٨	٩٤٣٤٩	٩٠٣	٩٥٥٦٩	٩٢٨	٩٦٧٥٥	٩٥٣	٩٧٩٠٩	٩٧٨	٩٩٠٣٤
٨٧٩	٩٤٣٩٩	٩٠٤	٩٥٦١٧	٩٢٩	٩٦٨٠٢	٩٥٤	٩٧٩٥٥	٩٧٩	٩٩٠٧٨
٨٨٠	٩٤٤٤٩	٩٠٥	٩٥٦٦٥	٩٣٠	٩٦٨٤٨	٩٥٥	٩٨٠٠٠	٩٨٠	٩٩١٢٣
٨٨١	٩٤٤٩٨	٩٠٦	٩٥٧١٢	٩٣١	٩٦٨٩٥	٩٥٦	٩٨٠٤٦	٩٨١	٩٩١٦٧
٨٨٢	٩٤٥١٧	٩٠٧	٩٥٧٦١	٩٣٢	٩٦٩٤٢	٩٥٧	٩٨٠٩١	٩٨٢	٩٩٢١١
٨٨٣	٩٤٥٩٦	٩٠٨	٩٥٨٠٩	٩٣٣	٩٦٩٨٨	٩٥٨	٩٨١٣٧	٩٨٣	٩٩٢٥٥
٨٨٤	٩٤٦٢٥	٩٠٩	٩٥٨٥٦	٩٣٤	٩٧٠٣٥	٩٥٩	٩٨١٨٢	٩٨٤	٩٩٣٠٠
٨٨٥	٩٤٦٩٤	٩١٠	٩٥٩٠٤	٩٣٥	٩٧٠٨١	٩٦٠	٩٨٢٢٧	٩٨٥	٩٩٣٤٤
٨٨٦	٩٤٧٤٣	٩١١	٩٥٩٥٢	٩٣٦	٩٧١٢٨	٩٦١	٩٨٢٧٢	٩٨٦	٩٩٣٨٨
٨٨٧	٩٤٧٩٢	٩١٢	٩٥٩٩٩	٩٣٧	٩٧١٧٤	٩٦٢	٩٨٣١٨	٩٨٧	٩٩٤٣٢
٨٨٨	٩٤٨٤١	٩١٣	٩٦٠٤٧	٩٣٨	٩٧٢٢٠	٩٦٣	٩٨٣٦٣	٩٨٨	٩٩٤٧٦
٨٨٩	٩٤٨٩٠	٩١٤	٩٦٠٩٥	٩٣٩	٩٧٢٦٧	٩٦٤	٩٨٤٠٨	٩٨٩	٩٩٥٢٠
٨٩٠	٩٤٩٣٩	٩١٥	٩٦١٤٥	٩٤٠	٩٧٣١٣	٩٦٥	٩٨٤٥٣	٩٩٠	٩٩٥٦٤
٨٩١	٩٤٩٨٨	٩١٦	٩٦١٩٠	٩٤١	٩٧٣٥٩	٩٦٦	٩٨٤٩٨	٩٩١	٩٩٦٠٧
٨٩٢	٩٥٠٣٦	٩١٧	٩٦٢٣٧	٩٤٢	٩٧٤٠٥	٩٦٧	٩٨٥٤٣	٩٩٢	٩٩٦٥١
٨٩٣	٩٥٠٨٥	٩١٨	٩٦٢٨٤	٩٤٣	٩٧٤٥١	٩٦٨	٩٨٥٨٩	٩٩٣	٩٩٦٩٥
٨٩٤	٩٥١٣٤	٩١٩	٩٦٣٣٢	٩٤٤	٩٧٤٩٧	٩٦٩	٩٨٦٣٢	٩٩٤	٩٩٧٢٩
٨٩٥	٩٥١٨٢	٩٢٠	٩٦٣٧٩	٩٤٥	٩٧٥٤٣	٩٧٠	٩٨٦٧٧	٩٩٥	٩٩٧٨٢
٨٩٦	٩٥٢٣١	٩٢١	٩٦٤٢٦	٩٤٦	٩٧٥٨٩	٩٧١	٩٨٧٢٢	٩٩٦	٩٩٨٢٦
٨٩٧	٩٥٢٧٩	٩٢٢	٩٦٤٧٣	٩٤٧	٩٧٦٣٥	٩٧٢	٩٨٧٧٦	٩٩٧	٩٩٨٧٠
٨٩٨	٩٥٣٢٨	٩٢٣	٩٦٥٢٠	٩٤٨	٩٧٦٨١	٩٧٣	٩٨٨١١	٩٩٨	٩٩٩١٣
٨٩٩	٩٥٣٧٦	٩٢٤	٩٦٥٦٩	٩٤٩	٩٧٧٢٧	٩٧٤	٩٨٨٥٦	٩٩٩	٩٩٩٥٧
٩٠٠	٩٥٤٢٤	٩٢٥	٩٦٦١٤	٩٥٠	٩٧٧٧٢	٩٧٥	٩٨٩٠٠	١٠٠٠	٠٠٠٠٠

عدد	لوغا	ف
١٠٠١	٠٠٠٤٣	٤٤
١٠٠٢	٠٠٠٨٧	٤٣
١٠٠٣	٠٠١٣٠	٤٣
١٠٠٤	٠٠١٧٣	٤٤
١٠٠٥	٠٠٢١٧	٤٣
١٠٠٦	٠٠٢٦٠	٤٣
١٠٠٧	٠٠٣٠٣	٤٣
١٠٠٨	٠٠٣٤٦	٤٣
١٠٠٩	٠٠٣٨٩	٤٣
١٠١٠	٠٠٤٣٢	٤٣
١٠١١	٠٠٤٧٥	٤٣
١٠١٢	٠٠٥١٨	٤٣
١٠١٣	٠٠٥٦١	٤٣
١٠١٤	٠٠٦٠٤	٤٣
١٠١٥	٠٠٦٤٧	٤٢
١٠١٦	٠٠٦٨٩	٤٣
١٠١٧	٠٠٧٣٢	٤٣
١٠١٨	٠٠٧٧٥	٤٢
١٠١٩	٠٠٨١٧	٤٣
١٠٢٠	٠٠٨٦٠	٤٣
١٠٢١	٠٠٩٠٣	٤٢
١٠٢٢	٠٠٩٤٥	٤٣
١٠٢٣	٠٠٩٨٨	٤٢
١٠٢٤	٠١٠٣٠	٤٢
١٠٢٥	٠١٠٧٢	٤٢
١٠٢٦	٠١١١٥	٤٣
١٠٢٧	٠١١٥٧	٤٢
١٠٢٨	٠١١٩٩	٤٢
١٠٢٩	٠١٢٤٢	٤٢
١٠٣٠	٠١٢٨٤	٤٢
١٠٣١	٠١٣٢٦	٤٢
١٠٣٢	٠١٣٦٨	٤٢
١٠٣٣	٠١٤١٠	٤٢
١٠٣٤	٠١٤٥٢	٤٢
١٠٣٥	٠١٤٩٤	٤٢
١٠٣٦	٠١٥٣٦	٤٢
١٠٣٧	٠١٥٧٨	٤٢
١٠٣٨	٠١٦٢٠	٤٢
١٠٣٩	٠١٦٦٢	٤١
١٠٤٠	٠١٧٠٣	٤٢
١٠٤١	٠١٧٤٥	٤٢
١٠٤٢	٠١٧٨٧	٤١
١٠٤٣	٠١٨٢٨	٤١
١٠٤٤	٠١٨٧٠	٤٢
١٠٤٥	٠١٩١٢	٤٢
١٠٤٦	٠١٩٥٣	٤١
١٠٤٧	٠١٩٩٥	٤٢
١٠٤٨	٠٢٠٣٦	٤١
١٠٤٩	٠٢٠٧٨	٤٢
١٠٥٠	٠٢١١٩	٤١
١٠٥١	٠٢١٦٠	٤١
١٠٥٢	٠٢٢٠٢	٤٢
١٠٥٣	٠٢٢٤٣	٤١
١٠٥٤	٠٢٢٨٤	٤١
١٠٥٥	٠٢٣٢٥	٤١
١٠٥٦	٠٢٣٦٦	٤١
١٠٥٧	٠٢٤٠٧	٤١
١٠٥٨	٠٢٤٤٩	٤١
١٠٥٩	٠٢٤٩٠	٤١
١٠٦٠	٠٢٥٣١	٤١
١٠٦١	٠٢٥٧٢	٤٠
١٠٦٢	٠٢٦١٢	٤١
١٠٦٣	٠٢٦٥٣	٤١
١٠٦٤	٠٢٦٩٤	٤١
١٠٦٥	٠٢٧٣٥	٤١
١٠٦٦	٠٢٧٧٦	٤٠
١٠٦٧	٠٢٨١٦	٤١
١٠٦٨	٠٢٨٥٧	٤١
١٠٦٩	٠٢٨٩٨	٤١
١٠٧٠	٠٢٩٣٨	٤٠
١٠٧١	٠٢٩٧٩	٤١
١٠٧٢	٠٣٠١٩	٤٠
١٠٧٣	٠٣٠٦٠	٤١
١٠٧٤	٠٣١٠٠	٤٠
١٠٧٥	٠٣١٤١	٤١
١٠٧٦	٠٣١٨١	٤٠
١٠٧٧	٠٣٢٢٢	٤٠
١٠٧٨	٠٣٢٦٢	٤٠
١٠٧٩	٠٣٣٠٢	٤٠
١٠٨٠	٠٣٣٤٢	٤٠
١٠٨١	٠٣٣٨٣	٤٠
١٠٨٢	٠٣٤٢٣	٤٠
١٠٨٣	٠٣٤٦٣	٤٠
١٠٨٤	٠٣٥٠٣	٤٠
١٠٨٥	٠٣٥٤٣	٤٠
١٠٨٦	٠٣٥٨٣	٤٠
١٠٨٧	٠٣٦٢٣	٤٠
١٠٨٨	٠٣٦٦٣	٤٠
١٠٨٩	٠٣٧٠٣	٤٠
١٠٩٠	٠٣٧٤٣	٤٠
١٠٩١	٠٣٧٨٢	٣٩
١٠٩٢	٠٣٨٢٢	٤٠
١٠٩٣	٠٣٨٦٢	٤٠
١٠٩٤	٠٣٩٠٢	٤٠
١٠٩٥	٠٣٩٤١	٣٩
١٠٩٦	٠٣٩٨١	٤٠
١٠٩٧	٠٤٠٢١	٣٩
١٠٩٨	٠٤٠٦٠	٤٠
١٠٩٩	٠٤١٠٠	٤٠
١١٠٠	٠٤١٣٩	٣٩
١١٠١	٠٤١٧٩	٣٩
١١٠٢	٠٤٢١٨	٤٠
١١٠٣	٠٤٢٥٨	٣٩
١١٠٤	٠٤٢٩٧	٣٩
١١٠٥	٠٤٣٣٦	٤٠
١١٠٦	٠٤٣٧٦	٣٩
١١٠٧	٠٤٤١٥	٣٩
١١٠٨	٠٤٤٥٤	٣٩
١١٠٩	٠٤٤٩٣	٣٩
١١١٠	٠٤٥٣٢	٣٩
١١١١	٠٤٥٧١	٣٩
١١١٢	٠٤٦١٠	٤٠
١١١٣	٠٤٦٥٠	٣٩
١١١٤	٠٤٦٨٩	٣٨
١١١٥	٠٤٧٢٧	٣٩
١١١٦	٠٤٧٦٦	٣٩
١١١٧	٠٤٨٠٥	٣٩
١١١٨	٠٤٨٤٤	٣٩
١١١٩	٠٤٨٨٣	٣٩
١١٢٠	٠٤٩٢٢	٣٩
١١٢١	٠٤٩٦١	٣٨
١١٢٢	٠٤٩٩٩	٣٩
١١٢٣	٠٥٠٣٨	٣٩
١١٢٤	٠٥٠٧٧	٣٨
١١٢٥	٠٥١١٥	٣٨

عدد	لوغا	ف
١١٢٦	٠٥١٥٤	٣٩
١١٢٧	٠٥١٩٢	٣٨
١١٢٨	٠٥٢٣١	٣٩
١١٢٩	٠٥٢٦٩	٣٨
١١٣٠	٠٥٣٠٨	٣٩
١١٣١	٠٥٣٤٦	٣٨
١١٣٢	٠٥٣٨٥	٣٩
١١٣٣	٠٥٤٢٣	٣٨
١١٣٤	٠٥٤٦١	٣٨
١١٣٥	٠٥٥٠٠	٣٩
١١٣٦	٠٥٥٣٨	٣٨
١١٣٧	٠٥٥٧٦	٣٨
١١٣٨	٠٥٦١٤	٣٨
١١٣٩	٠٥٦٥٢	٣٨
١١٤٠	٠٥٦٩٠	٣٨
١١٤١	٠٥٧٢٩	٣٩
١١٤٢	٠٥٧٦٧	٣٨
١١٤٣	٠٥٨٠٥	٣٨
١١٤٤	٠٥٨٤٣	٣٨
١١٤٥	٠٥٨٨١	٣٨
١١٤٦	٠٥٩١٨	٣٨
١١٤٧	٠٥٩٥٦	٣٨
١١٤٨	٠٥٩٩٤	٣٨
١١٤٩	٠٦٠٣٢	٣٨
١١٥٠	٠٦٠٧٠	٣٨

عدد	لوغا	ف
١١٥١	٠٦١٠٨	٣٨
١١٥٢	٠٦١٤٥	٣٧
١١٥٣	٠٦١٨٣	٣٨
١١٥٤	٠٦٢٢١	٣٧
١١٥٥	٠٦٢٥٨	٣٧
١١٥٦	٠٦٢٩٦	٣٨
١١٥٧	٠٦٣٣٤	٣٧
١١٥٨	٠٦٣٧١	٣٨
١١٥٩	٠٦٤٠٨	٣٧
١١٦٠	٠٦٤٤٦	٣٨
١١٦١	٠٦٤٨٣	٣٧
١١٦٢	٠٦٥٢١	٣٨
١١٦٣	٠٦٥٥٨	٣٧
١١٦٤	٠٦٥٩٥	٣٧
١١٦٥	٠٦٦٣٣	٣٨
١١٦٦	٠٦٦٧٠	٣٧
١١٦٧	٠٦٧٠٧	٣٧
١١٦٨	٠٦٧٤٤	٣٧
١١٦٩	٠٦٧٨١	٣٧
١١٧٠	٠٦٨١٩	٣٧
١١٧١	٠٦٨٥٦	٣٧
١١٧٢	٠٦٨٩٣	٣٧
١١٧٣	٠٦٩٣٠	٣٧
١١٧٤	٠٦٩٦٧	٣٧
١١٧٥	٠٧٠٠٤	٣٧

عدد	لوغا	ف
١١٧٦	٠٧٠٤١	٣٧
١١٧٧	٠٧٠٧٨	٣٧
١١٧٨	٠٧١١٥	٣٧
١١٧٩	٠٧١٥١	٣٦
١١٨٠	٠٧١٨٨	٣٧
١١٨١	٠٧٢٢٥	٣٧
١١٨٢	٠٧٢٦٢	٣٧
١١٨٣	٠٧٢٩٨	٣٦
١١٨٤	٠٧٣٣٥	٣٧
١١٨٥	٠٧٣٧٢	٣٧
١١٨٦	٠٧٤٠٨	٣٦
١١٨٧	٠٧٤٤٥	٣٧
١١٨٨	٠٧٤٨٢	٣٧
١١٨٩	٠٧٥١٨	٣٧
١١٩٠	٠٧٥٥٥	٣٧
١١٩١	٠٧٥٩١	٣٧
١١٩٢	٠٧٦٢٨	٣٧
١١٩٣	٠٧٦٦٤	٣٧
١١٩٤	٠٧٧٠٠	٣٧
١١٩٥	٠٧٧٣٧	٣٦
١١٩٦	٠٧٧٧٣	٣٦
١١٩٧	٠٧٨٠٩	٣٦
١١٩٨	٠٧٨٤٦	٣٦
١١٩٩	٠٧٨٨٢	٣٦
١٢٠٠	٠٧٩١٨	٣٦

عدد	لوغا	ف
١٢٠١	٠٧٩٥٤	٣٦
١٢٠٢	٠٧٩٩٠	٣٦
١٢٠٣	٠٨٠٢٧	٣٦
١٢٠٤	٠٨٠٦٣	٣٦
١٢٠٥	٠٨٠٩٩	٣٦
١٢٠٦	٠٨١٣٥	٣٦
١٢٠٧	٠٨١٧١	٣٦
١٢٠٨	٠٨٢٠٧	٣٦
١٢٠٩	٠٨٢٤٣	٣٦
١٢١٠	٠٨٢٧٩	٣٦
١٢١١	٠٨٣١٤	٣٥
١٢١٢	٠٨٣٥٠	٣٦
١٢١٣	٠٨٣٨٦	٣٦
١٢١٤	٠٨٤٢٢	٣٦
١٢١٥	٠٨٤٥٨	٣٦
١٢١٦	٠٨٤٩٣	٣٥
١٢١٧	٠٨٥٢٩	٣٦
١٢١٨	٠٨٥٦٥	٣٦
١٢١٩	٠٨٦٠٠	٣٥
١٢٢٠	٠٨٦٣٦	٣٦
١٢٢١	٠٨٧٢	٣٥
١٢٢٢	٠٨٧٠٧	٣٥
١٢٢٣	٠٨٧٤٣	٣٥
١٢٢٤	٠٨٧٧٨	٣٥
١٢٢٥	٠٨٨١٤	٣٦

عدد	لوغا	ف
١٢٢٦	٠٨٨٤٩	٣٥
١٢٢٧	٠٨٨٨٤	٣٥
١٢٢٨	٠٨٩٢٠	٣٦
١٢٢٩	٠٨٩٥٥	٣٥
١٢٣٠	٠٨٩٩١	٣٦
١٢٣١	٠٩٠٢٦	٣٥
١٢٣٢	٠٩٠٦١	٣٥
١٢٣٣	٠٩٠٩٦	٣٦
١٢٣٤	٠٩١٣٢	٣٥
١٢٣٥	٠٩١٦٧	٣٥
١٢٣٦	٠٩٢٠٢	٣٥
١٢٣٧	٠٩٢٣٧	٣٥
١٢٣٨	٠٩٢٧٢	٣٥
١٢٣٩	٠٩٣٠٧	٣٥
١٢٤٠	٠٩٣٤٢	٣٥
١٢٤١	٠٩٣٧٧	-
١٢٤٢	٠٩٤١٢	٣٥
١٢٤٣	٠٩٤٤٧	٣٥
١٢٤٤	٠٩٤٨٢	٣٥
١٢٤٥	٠٩٥١٧	٣٥
١٢٤٦	٠٩٥٥٢	٣٥
١٢٤٧	٠٩٥٨٧	٣٤
١٢٤٨	٠٩٦٢١	٣٥
١٢٤٩	٠٩٦٥٦	٣٥
١٢٥٠	٠٩٦٩١	٣٥

عدد	لوغا	ف
١٢٥١	٠٩٧٢٦	٣٥
١٢٥٢	٠٩٧٦٠	٣٤
١٢٥٣	٠٩٧٩٥	٣٥
١٢٥٤	٠٩٨٣٠	٣٥
١٢٥٥	٠٩٨٦٤	٣٤
١٢٥٦	٠٩٨٩٩	٣٥
١٢٥٧	٠٩٩٣٤	٣٥
١٢٥٨	٠٩٩٦٨	٣٤
١٢٥٩	١٠٠٠٣	٣٥
١٢٦٠	١٠٠٣٧	٣٤
١٢٦١	١٠٠٧٢	٣٥
١٢٦٢	١٠١٠٦	٣٤
١٢٦٣	١٠١٤٠	٣٤
١٢٦٤	١٠١٧٥	٣٥
١٢٦٥	١٠٢٠٩	٣٤
١٢٦٦	١٠٢٤٣	٣٥
١٢٦٧	١٠٢٧٨	٣٤
١٢٦٨	١٠٣١٢	٣٤
١٢٦٩	١٠٣٤٦	٣٤
١٢٧٠	١٠٣٨٠	٣٥
١٢٧١	١٠٤١٥	٣٤
١٢٧٢	١٠٤٤٩	٣٤
١٢٧٣	١٠٤٨٣	٣٤
١٢٧٤	١٠٥١٧	٣٤
١٢٧٥	١٠٥٥١	٣٤

عدد	لوغا	ف
١٢٧٦	١٠٥٨٥	٣٤
١٢٧٧	١٠٦١٩	٣٤
١٢٧٨	١٠٦٥٣	٣٤
١٢٧٩	١٠٦٨٧	٣٤
١٢٨٠	١٠٧٢١	٣٤
١٢٨١	١٠٧٥٥	٣٤
١٢٨٢	١٠٧٨٩	٣٤
١٢٨٣	١٠٨٢٣	٣٤
١٢٨٤	١٠٨٥٧	٣٤
١٢٨٥	١٠٨٩٠	٣٣
١٢٨٦	١٠٩٢٤	٣٤
١٢٨٧	١٠٩٥٨	٣٤
١٢٨٨	١٠٩٩٢	٣٤
١٢٨٩	١١٠٢٥	٣٣
١٢٩٠	١١٠٥٩	٣٤
١٢٩١	١١٠٩٣	٣٤
١٢٩٢	١١١٢٦	٣٣
١٢٩٣	١١١٦٠	٣٤
١٢٩٤	١١١٩٣	٣٤
١٢٩٥	١١٢٢٧	٣٤
١٢٩٦	١١٢٦١	٣٤
١٢٩٧	١١٢٩٤	٣٤
١٢٩٨	١١٣٢٧	٣٤
١٢٩٩	١١٣٦١	٣٤
١٣٠٠	١١٣٩٤	٣٣

عدد	لوغا	ف
١٣٠١	١١٤٢٨	٣٤
١٣٠٢	١١٤٦١	٣٣
١٣٠٣	١١٤٩٤	٣٣
١٣٠٤	١١٥٢٨	٣٤
١٣٠٥	١١٥٦١	٣٣
١٣٠٦	١١٥٩٤	٣٣
١٣٠٧	١١٦٢٨	٣٤
١٣٠٨	١١٦٦١	٣٤
١٣٠٩	١١٦٩٤	٣٣
١٣١٠	١١٧٢٧	٣٣
١٣١١	١١٧٦٠	٣٣
١٣١٢	١١٧٩٣	٣٣
١٣١٣	١١٨٢٦	٣٣
١٣١٤	١١٨٦٠	٣٣
١٣١٥	١١٨٩٣	٣٣
١٣١٦	١١٩٢٦	٣٣
١٣١٧	١١٩٥٩	٣٣
١٣١٨	١١٩٩٢	٣٣
١٣١٩	١٢٠٢٤	٣٣
١٣٢٠	١٢٠٥٧	٣٣
١٣٢١	١٢٠٩٠	٣٣
١٣٢٢	١٢١٢٣	٣٣
١٣٢٣	١٢١٥٦	٣٣
١٣٢٤	١٢١٨٩	٣٣
١٣٢٥	١٢٢٢٢	٣٣

عدد	لوغا	ف
١٣٢٦	١٢٢٥٤	٣٣
١٣٢٧	١٢٢٨٧	٣٣
١٣٢٨	١٢٣٢٠	٣٣
١٣٢٩	١٢٣٥٢	٣٣
١٣٣٠	١٢٣٨٥	٣٣
١٣٣١	١٢٤١٨	٣٢
١٣٣٢	١٢٤٥٠	٣٣
١٣٣٣	١٢٤٨٣	٣٣
١٣٣٤	١٢٥١٦	٣٢
١٣٣٥	١٢٥٤٨	٣٢
١٣٣٦	١٢٥٨١	٣٢
١٣٣٧	١٢٦١٣	٣٢
١٣٣٨	١٢٦٤٦	٣٢
١٣٣٩	١٢٦٧٨	٣٢
١٣٤٠	١٢٧١٠	٣٢
١٣٤١	١٢٧٤٣	٣٢
١٣٤٢	١٢٧٧٥	٣٢
١٣٤٣	١٢٨٠٨	٣٢
١٣٤٤	١٢٨٤٠	٣٢
١٣٤٥	١٢٨٧٢	٣٢
١٣٤٦	١٢٩٠٥	٣٢
١٣٤٧	١٢٩٣٧	٣٢
١٣٤٨	١٢٩٦٩	٣٢
١٣٤٩	١٣٠٠١	٣٢
١٣٥٠	١٣٠٣٣	٣٢

عدد	لوغا	ف
١٣٥١	١٣٠٦٦	٣٣
١٣٥٢	١٣٠٩٨	٣٢
١٣٥٣	١٣١٣٠	٣٢
١٣٥٤	١٣١٦٢	٣٢
١٣٥٥	١٣١٩٤	٣٢
١٣٥٦	١٣٢٢٦	٣٢
١٣٥٧	١٣٢٥٨	٣٢
١٣٥٨	١٣٢٩٠	٣٢
١٣٥٩	١٣٣٢٢	٣٢
١٣٦٠	١٣٣٥٤	٣٢
١٣٦١	١٣٣٨٦	٣٢
١٣٦٢	١٣٤١٨	٣٢
١٣٦٣	١٣٤٥٠	٣١
١٣٦٤	١٣٤٨١	٣٢
١٣٦٥	١٣٥١٣	٣٢
١٣٦٦	١٣٥٤٥	٣٢
١٣٦٧	١٣٥٧٧	٣٢
١٣٦٨	١٣٦٠٩	٣١
١٣٦٩	١٣٦٤٠	٣٢
١٣٧٠	١٣٦٧٢	٣٢
١٣٧١	١٣٧٠٤	٣١
١٣٧٢	١٣٧٣٥	٣٢
١٣٧٣	١٣٧٦٧	٣٢
١٣٧٤	١٣٧٩٩	٣١
١٣٧٥	١٣٨٣٠	٣٢

ف	لوغا	عدد
٣٠	١٣٨٦٢	١٣٧٦
٢٩	١٣٨٩٣	١٣٧٧
٢٩	١٣٩٢٥	١٣٧٨
٣٠	١٣٩٥٦	١٣٧٩
٢٩	١٣٩٨٨	١٣٨٠
٣٠	١٤٠١٩	١٣٨١
٢٩	١٤٠٥١	١٣٨٢
٢٩	١٤٠٨٢	١٣٨٣
٢٩	١٤١١٤	١٣٨٤
٣٠	١٤١٤٥	١٣٨٥
٢٩	١٤١٧٦	١٣٨٦
٢٩	١٤٢٠٨	١٣٨٧
٢٩	١٤٢٣٩	١٣٨٨
٢٩	١٤٢٧٠	١٣٨٩
٣٠	١٤٣٠١	١٣٩٠
٢٩	١٤٣٣٢	١٣٩١
٢٩	١٤٣٦٤	١٣٩٢
٢٩	١٤٣٩٥	١٣٩٣
٢٩	١٤٤٢٦	١٣٩٤
٢٩	١٤٤٥٧	١٣٩٥
٢٩	١٤٤٨٩	١٣٩٦
٢٩	١٤٥٢٠	١٣٩٧
٢٩	١٤٥٥١	١٣٩٨
٢٩	١٤٥٨٢	١٣٩٩
٢٩	١٤٦١٣	١٤٠٠

ف	لوغا	عدد
٣٠	١٣٩٠٩	١٤٧٦
٣٠	١٣٩٣٨	١٤٧٧
٢٩	١٣٩٦٧	١٤٧٨
٢٩	١٣٩٩٧	١٤٧٩
٣٠	١٤٠٢٦	١٤٨٠
٣٠	١٤٠٥٦	١٤٨١
٢٩	١٤٠٨٥	١٤٨٢
٢٩	١٤١١٤	١٤٨٣
٢٩	١٤١٤٣	١٤٨٤
٢٩	١٤١٧٣	١٤٨٥
٢٩	١٤٢٠٢	١٤٨٦
٢٩	١٤٢٣١	١٤٨٧
٢٩	١٤٢٦٠	١٤٨٨
٢٩	١٤٢٨٩	١٤٨٩
٢٩	١٤٣١٩	١٤٩٠
٢٩	١٤٣٤٨	١٤٩١
٢٩	١٤٣٧٧	١٤٩٢
٢٩	١٤٤٠٦	١٤٩٣
٢٩	١٤٤٣٥	١٤٩٤
٢٩	١٤٤٦٤	١٤٩٥
٢٩	١٤٤٩٣	١٤٩٦
٢٩	١٤٥٢٢	١٤٩٧
٢٩	١٤٥٥١	١٤٩٨
٢٩	١٤٥٨٠	١٤٩٩
٢٩	١٤٦٠٩	١٥٠٠

ف	لوغا	عدد
٣٠	١٧١٨٧	١٤٥١
٣٠	١٧١٩٧	١٤٥٢
٣٠	١٧٢٢٧	١٤٥٣
٢٩	١٧٢٥٦	١٤٥٤
٣٠	١٧٢٨٦	١٤٥٥
٣٠	١٧٣١٦	١٤٥٦
٣٠	١٧٣٤٦	١٤٥٧
٣٠	١٧٣٧٦	١٤٥٨
٢٩	١٧٤٠٥	١٤٥٩
٢٩	١٧٤٣٥	١٤٦٠
٣٠	١٧٤٦٥	١٤٦١
٢٩	١٧٤٩٥	١٤٦٢
٢٩	١٧٥٢٤	١٤٦٣
٢٩	١٧٥٥٤	١٤٦٤
٢٩	١٧٥٨٤	١٤٦٥
٢٩	١٧٦١٣	١٤٦٦
٢٩	١٧٦٤٣	١٤٦٧
٢٩	١٧٦٧٣	١٤٦٨
٢٩	١٧٧٠٢	١٤٦٩
٢٩	١٧٧٣٢	١٤٧٠
٢٩	١٧٧٦٢	١٤٧١
٢٩	١٧٧٩١	١٤٧٢
٢٩	١٧٨٢٠	١٤٧٣
٢٩	١٧٨٥٠	١٤٧٤
٢٩	١٧٨٧٩	١٤٧٥

ف	لوغا	عدد
٣١	١٥٤١٢	١٤٢٦
٣٠	١٥٤٤٢	١٤٢٧
٣٠	١٥٤٧٢	١٤٢٨
٣٠	١٥٥٠٢	١٤٢٩
٣١	١٥٥٣٤	١٤٣٠
٣٠	١٥٥٦٤	١٤٣١
٣٠	١٥٥٩٤	١٤٣٢
٣١	١٥٦٢٥	١٤٣٣
٣٠	١٥٦٥٥	١٤٣٤
٣٠	١٥٦٨٥	١٤٣٥
٣٠	١٥٧١٥	١٤٣٦
٣١	١٥٧٤٦	١٤٣٧
٣٠	١٥٧٧٦	١٤٣٨
٣٠	١٥٨٠٦	١٤٣٩
٣٠	١٥٨٣٦	١٤٤٠
٣٠	١٥٨٦٦	١٤٤١
٣١	١٥٨٩٧	١٤٤٢
٣٠	١٥٩٢٧	١٤٤٣
٣٠	١٥٩٥٧	١٤٤٤
٣١	١٥٩٨٧	١٤٤٥
٣٠	١٦٠١٧	١٤٤٦
٣٠	١٦٠٤٧	١٤٤٧
٣٠	١٦٠٧٧	١٤٤٨
٣١	١٦١٠٧	١٤٤٩
٣٠	١٦١٣٧	١٤٥٠

ف	لوغا	عدد
٣١	١٤٦٤٤	١٤٠١
٣١	١٤٧٥	١٤٠٢
٣١	١٤٧٠٦	١٤٠٣
٣١	١٤٧٣٧	١٤٠٤
٣١	١٤٧٦٨	١٤٠٥
٣١	١٤٧٩٩	١٤٠٦
٣٢	١٤٨٢٩	١٤٠٧
٣١	١٤٨٦٠	١٤٠٨
٣٢	١٤٨٩١	١٤٠٩
٣١	١٤٩٢٢	١٤١٠
٣١	١٤٩٥٣	١٤١١
٣١	١٤٩٨٤	١٤١٢
٣١	١٥٠١٤	١٤١٣
٣١	١٥٠٤٥	١٤١٤
٣١	١٥٠٧٦	١٤١٥
٣٢	١٥١٠٧	١٤١٦
٣١	١٥١٣٧	١٤١٧
٣١	١٥١٦٨	١٤١٨
٣١	١٥١٩٨	١٤١٩
٣١	١٥٢٢٩	١٤٢٠
٣٢	١٥٢٥٩	١٤٢١
٣١	١٥٢٩٠	١٤٢٢
٣١	١٥٣٢٠	١٤٢٣
٣١	١٥٣٥١	١٤٢٤
٣٠	١٥٣٨١	١٤٢٥

عدد	لوغا	ف
١٠٠١	١٩٠٦١	٢٨
١٠٠٢	١٩٠٨٩	٢٨
١٠٠٣	١٩١١٧	٢٨
١٠٠٤	١٩١٤٥	٢٨
١٠٠٥	١٩١٧٣	٢٨
١٠٠٦	١٩٢٠١	٢٨
١٠٠٧	١٩٢٢٩	٢٨
١٠٠٨	١٩٢٥٧	٢٨
١٠٠٩	١٩٢٨٥	٢٨
١٠١٠	١٩٣١٢	٢٨
١٠١١	١٩٣٤٠	٢٨
١٠١٢	١٩٣٦٨	٢٨
١٠١٣	١٩٣٩٦	٢٨
١٠١٤	١٩٤٢٤	٢٨
١٠١٥	١٩٤٥١	٢٨
١٠١٦	١٩٤٧٩	٢٨
١٠١٧	١٩٥٠٧	٢٨
١٠١٨	١٩٥٣٥	٢٨
١٠١٩	١٩٥٦٢	٢٨
١٠٢٠	١٩٥٩٠	٢٨
١٠٢١	١٩٦١٨	٢٨
١٠٢٢	١٩٦٤٥	٢٨
١٠٢٣	١٩٦٧٣	٢٨
١٠٢٤	١٩٧٠٠	٢٨
١٠٢٥	١٩٧٢٨	٢٨

عدد	لوغا	ف
١٠٢٦	١٨٣٥٥	٢٩
١٠٢٧	١٨٣٨٤	٢٩
١٠٢٨	١٨٤١٢	٢٩
١٠٢٩	١٨٤٤١	٢٩
١٠٣٠	١٨٤٦٩	٢٩
١٠٣١	١٨٤٩٨	٢٩
١٠٣٢	١٨٥٢٦	٢٩
١٠٣٣	١٨٥٥٤	٢٩
١٠٣٤	١٨٥٨٣	٢٩
١٠٣٥	١٨٦١١	٢٩
١٠٣٦	١٨٦٣٩	٢٩
١٠٣٧	١٨٦٦٧	٢٩
١٠٣٨	١٨٦٩٦	٢٩
١٠٣٩	١٨٧٢٤	٢٩
١٠٤٠	١٨٧٥٢	٢٩
١٠٤١	١٨٧٨٠	٢٩
١٠٤٢	١٨٨٠٨	٢٩
١٠٤٣	١٨٨٣٧	٢٩
١٠٤٤	١٨٨٦٥	٢٩
١٠٤٥	١٨٨٩٣	٢٩
١٠٤٦	١٨٩٢١	٢٩
١٠٤٧	١٨٩٤٩	٢٩
١٠٤٨	١٨٩٧٧	٢٩
١٠٤٩	١٩٠٠٥	٢٩
١٠٥٠	١٩٠٣٣	٢٩

عدد	لوغا	ف
١٠٥١	١٩٠٦١	٢٨
١٠٥٢	١٩٠٨٩	٢٨
١٠٥٣	١٩١١٧	٢٨
١٠٥٤	١٩١٤٥	٢٨
١٠٥٥	١٩١٧٣	٢٨
١٠٥٦	١٩٢٠١	٢٨
١٠٥٧	١٩٢٢٩	٢٨
١٠٥٨	١٩٢٥٧	٢٨
١٠٥٩	١٩٢٨٥	٢٨
١٠٦٠	١٩٣١٢	٢٨
١٠٦١	١٩٣٤٠	٢٨
١٠٦٢	١٩٣٦٨	٢٨
١٠٦٣	١٩٣٩٦	٢٨
١٠٦٤	١٩٤٢٤	٢٨
١٠٦٥	١٩٤٥١	٢٨
١٠٦٦	١٩٤٧٩	٢٨
١٠٦٧	١٩٥٠٧	٢٨
١٠٦٨	١٩٥٣٥	٢٨
١٠٦٩	١٩٥٦٢	٢٨
١٠٧٠	١٩٥٩٠	٢٨
١٠٧١	١٩٦١٨	٢٨
١٠٧٢	١٩٦٤٥	٢٨
١٠٧٣	١٩٦٧٣	٢٨
١٠٧٤	١٩٧٠٠	٢٨
١٠٧٥	١٩٧٢٨	٢٨

عدد	لوغا	ف
١٠٧٦	١٩٧٥٦	٢٨
١٠٧٧	١٩٧٨٣	٢٨
١٠٧٨	١٩٨١١	٢٨
١٠٧٩	١٩٨٣٨	٢٨
١٠٨٠	١٩٨٦٦	٢٨
١٠٨١	١٩٨٩٣	٢٨
١٠٨٢	١٩٩٢١	٢٨
١٠٨٣	١٩٩٤٨	٢٨
١٠٨٤	١٩٩٧٦	٢٨
١٠٨٥	٢٠٠٠٣	٢٨
١٠٨٦	٢٠٠٣٠	٢٨
١٠٨٧	٢٠٠٥٨	٢٨
١٠٨٨	٢٠٠٨٥	٢٨
١٠٨٩	٢٠١١٢	٢٨
١٠٩٠	٢٠١٤٠	٢٨
١٠٩١	٢٠١٦٧	٢٨
١٠٩٢	٢٠١٩٤	٢٨
١٠٩٣	٢٠٢٢٢	٢٨
١٠٩٤	٢٠٢٤٩	٢٨
١٠٩٥	٢٠٢٧٦	٢٨
١٠٩٦	٢٠٣٠٣	٢٨
١٠٩٧	٢٠٣٣٠	٢٨
١٠٩٨	٢٠٣٥٨	٢٨
١٠٩٩	٢٠٣٨٥	٢٨
١١٠٠	٢٠٤١٢	٢٨

عدد	لوغا	ف
١١٠١	٢٠٤٣٩	٢٧
١١٠٢	٢٠٤٦٦	٢٧
١١٠٣	٢٠٤٩٣	٢٧
١١٠٤	٢٠٥٢٠	٢٧
١١٠٥	٢٠٥٤٨	٢٧
١١٠٦	٢٠٥٧٥	٢٧
١١٠٧	٢٠٦٠٢	٢٧
١١٠٨	٢٠٦٢٩	٢٧
١١٠٩	٢٠٦٥٦	٢٧
١١١٠	٢٠٦٨٣	٢٧
١١١١	٢٠٧١٠	٢٧
١١١٢	٢٠٧٣٧	٢٧
١١١٣	٢٠٧٦٣	٢٧
١١١٤	٢٠٧٩٠	٢٧
١١١٥	٢٠٨١٧	٢٧
١١١٦	٢٠٨٤٤	٢٧
١١١٧	٢٠٨٧١	٢٧
١١١٨	٢٠٨٩٨	٢٧
١١١٩	٢٠٩٢٥	٢٧
١١٢٠	٢٠٩٥٢	٢٧
١١٢١	٢٠٩٧٨	٢٧
١١٢٢	٢١٠٠٥	٢٧
١١٢٣	٢١٠٣٢	٢٧
١١٢٤	٢١٠٥٩	٢٧
١١٢٥	٢١٠٨٥	٢٦

عدد	لوغا	ف
١٦٢٦	٢١١١٢	٢٧
١٦٢٧	٢١١٣٩	٢٧
١٦٢٨	٢١١٦٥	٢٧
١٦٢٩	٢١١٩٢	٢٧
١٦٣٠	٢١٢١٩	٢٧
١٦٣١	٢١٢٤٥	٢٧
١٦٣٢	٢١٢٧٢	٢٧
١٦٣٣	٢١٢٩٩	٢٧
١٦٣٤	٢١٣٢٥	٢٧
١٦٣٥	٢١٣٥٢	٢٧
١٦٣٦	٢١٣٧٨	٢٧
١٦٣٧	٢١٤٠٥	٢٧
١٦٣٨	٢١٤٣١	٢٧
١٦٣٩	٢١٤٥٨	٢٧
١٦٤٠	٢١٤٨٤	٢٧
١٦٤١	٢١٥١١	٢٧
١٦٤٢	٢١٥٣٧	٢٧
١٦٤٣	٢١٥٦٤	٢٧
١٦٤٤	٢١٥٩٠	٢٧
١٦٤٥	٢١٦١٧	٢٧
١٦٤٦	٢١٦٤٣	٢٧
١٦٤٧	٢١٦٦٩	٢٧
١٦٤٨	٢١٦٩٦	٢٧
١٦٤٩	٢١٧٢٢	٢٧
١٦٥٠	٢١٧٤٨	٢٧

عدد	لوغا	ف
١٦٥١	٢١٧٧٥	٢٧
١٦٥٢	٢١٨٠١	٢٦
١٦٥٣	٢١٨٢٧	٢٦
١٦٥٤	٢١٨٥٤	٢٦
١٦٥٥	٢١٨٨٠	٢٦
١٦٥٦	٢١٩٠٦	٢٦
١٦٥٧	٢١٩٣٢	٢٦
١٦٥٨	٢١٩٥٨	٢٦
١٦٥٩	٢١٩٨٥	٢٦
١٦٦٠	٢٢٠١١	٢٦
١٦٦١	٢٢٠٣٧	٢٦
١٦٦٢	٢٢٠٦٣	٢٦
١٦٦٣	٢٢٠٨٩	٢٦
١٦٦٤	٢٢١١٥	٢٦
١٦٦٥	٢٢١٤١	٢٦
١٦٦٦	٢٢١٦٧	٢٦
١٦٦٧	٢٢١٩٤	٢٦
١٦٦٨	٢٢٢٢٠	٢٦
١٦٦٩	٢٢٢٤٦	٢٦
١٦٧٠	٢٢٢٧٢	٢٦
١٦٧١	٢٢٢٩٨	٢٦
١٦٧٢	٢٢٣٢٤	٢٦
١٦٧٣	٢٢٣٥٠	٢٦
١٦٧٤	٢٢٣٧٦	٢٦
١٦٧٥	٢٢٤٠١	٢٥

عدد	لوغا	ف
١٦٧٦	٢٢٤٢٧	٢٦
١٦٧٧	٢٢٤٥٣	٢٦
١٦٧٨	٢٢٤٧٩	٢٦
١٦٧٩	٢٢٥٠٥	٢٦
١٦٨٠	٢٢٥٣١	٢٦
١٦٨١	٢٢٥٥٧	٢٦
١٦٨٢	٢٢٥٨٣	٢٦
١٦٨٣	٢٢٦٠٨	٢٦
١٦٨٤	٢٢٦٣٤	٢٦
١٦٨٥	٢٢٦٦٠	٢٦
١٦٨٦	٢٢٦٨٦	٢٦
١٦٨٧	٢٢٧١٢	٢٦
١٦٨٨	٢٢٧٣٧	٢٦
١٦٨٩	٢٢٧٦٣	٢٦
١٦٩٠	٢٢٧٨٩	٢٦
١٦٩١	٢٢٨١٤	٢٥
١٦٩٢	٢٢٨٤٠	٢٦
١٦٩٣	٢٢٨٦٦	٢٦
١٦٩٤	٢٢٨٩١	٢٦
١٦٩٥	٢٢٩١٧	٢٦
١٦٩٦	٢٢٩٤٣	٢٥
١٦٩٧	٢٢٩٦٨	٢٦
١٦٩٨	٢٢٩٩٤	٢٥
١٦٩٩	٢٣٠١٩	٢٦
١٧٠٠	٢٣٠٤٥	٢٦

عدد	لوغا	ف
١٧٠١	٢٣٠٧٠	٢٦
١٧٠٢	٢٣٠٩٦	٢٦
١٧٠٣	٢٣١٢١	٢٦
١٧٠٤	٢٣١٤٧	٢٦
١٧٠٥	٢٣١٧٢	٢٦
١٧٠٦	٢٣١٩٨	٢٦
١٧٠٧	٢٣٢٢٣	٢٦
١٧٠٨	٢٣٢٤٩	٢٦
١٧٠٩	٢٣٢٧٤	٢٦
١٧١٠	٢٣٣٠٠	٢٦
١٧١١	٢٣٣٢٥	٢٥
١٧١٢	٢٣٣٥٠	٢٦
١٧١٣	٢٣٣٧٦	٢٦
١٧١٤	٢٣٤٠١	٢٦
١٧١٥	٢٣٤٢٦	٢٦
١٧١٦	٢٣٤٥٢	٢٥
١٧١٧	٢٣٤٧٧	٢٦
١٧١٨	٢٣٥٠٢	٢٦
١٧١٩	٢٣٥٢٨	٢٦
١٧٢٠	٢٣٥٥٣	٢٦
١٧٢١	٢٣٥٧٨	٢٥
١٧٢٢	٢٣٦٠٣	٢٦
١٧٢٣	٢٣٦٢٩	٢٦
١٧٢٤	٢٣٦٥٤	٢٦
١٧٢٥	٢٣٦٧٩	٢٥

عدد	لوغا	ف
١٧٢٦	٢٣٧٠٤	٢٥
١٧٢٧	٢٣٧٢٩	٢٥
١٧٢٨	٢٣٧٥٤	٢٥
١٧٢٩	٢٣٧٧٩	٢٥
١٧٣٠	٢٣٨٠٤	٢٦
١٧٣١	٢٣٨٣٠	٢٥
١٧٣٢	٢٣٨٥٥	٢٥
١٧٣٣	٢٣٨٨٠	٢٥
١٧٣٤	٢٣٩٠٥	٢٥
١٧٣٥	٢٣٩٣٠	٢٥
١٧٣٦	٢٣٩٥٥	٢٥
١٧٣٧	٢٣٩٨٠	٢٥
١٧٣٨	٢٤٠٠٥	٢٥
١٧٣٩	٢٤٠٣٠	٢٥
١٧٤٠	٢٤٠٥٥	٢٥
١٧٤١	٢٤٠٨٠	٢٥
١٧٤٢	٢٤١٠٥	٢٥
١٧٤٣	٢٤١٣٠	٢٥
١٧٤٤	٢٤١٥٥	٢٥
١٧٤٥	٢٤١٨٠	٢٥
١٧٤٦	٢٤٢٠٤	٢٤
١٧٤٧	٢٤٢٢٩	٢٥
١٧٤٨	٢٤٢٥٤	٢٥
١٧٤٩	٢٤٢٧٩	٢٥
١٧٥٠	٢٤٣٠٤	٢٥

عدد	لوغا	ف
١٧٥١	٢٤٣٢٩	٢٥
١٧٥٢	٢٤٣٥٣	٢٤
١٧٥٣	٢٤٣٧٨	٢٥
١٧٥٤	٢٤٠٣	٢٥
١٧٥٥	٢٤٢٧٨	٢٥
١٧٥٦	٢٤٥٢٠	٢٤
١٧٥٧	٢٤٧٧	٢٥
١٧٥٨	٢٤٠٢	٢٥
١٧٥٩	٢٤٥٢٧	٢٥
١٧٦٠	٢٤٥٥٤	٢٤
١٧٦١	٢٤٥٨٢	٢٥
١٧٦٢	٢٤٠٦٤	٢٥
١٧٦٣	٢٤٥٢٥	٢٤
١٧٦٤	٢٤٥٥٠	٢٥
١٧٦٥	٢٤٧٤٢	٢٤
١٧٦٦	٢٤٩٩٢	٢٥
١٧٦٧	٢٤٢٧٤	٢٥
١٧٦٨	٢٤٧٤٢	٢٤
١٧٦٩	٢٤٧٧٣	٢٥
١٧٧٠	٢٤٧٩٧	٢٤
١٧٧١	٢٤٨٢٢	٢٥
١٧٧٢	٢٤٨٤٦	٢٤
١٧٧٣	٢٤٨٧١	٢٥
١٧٧٤	٢٤٨٩٥	٢٤
١٧٧٥	٢٤٩٢٠	٢٥

عدد	لوغا	ف
١٧٧٦	٢٤٩٤٤	٢٥
١٧٧٧	٢٤٩٦٩	٢٥
١٧٧٨	٢٤٩٩٣	٢٥
١٧٧٩	٢٥٠١٨	٢٥
١٧٨٠	٢٥٠٤٢	٢٤
١٧٨١	٢٥٠٦٧	٢٥
١٧٨٢	٢٥٠٩١	٢٥
١٧٨٣	٢٥١١٥	٢٤
١٧٨٤	٢٥١٣٩	٢٤
١٧٨٥	٢٥١٦٤	٢٥
١٧٨٦	٢٥١٨٨	٢٤
١٧٨٧	٢٥٢١٢	٢٤
١٧٨٨	٢٥٢٣٧	٢٥
١٧٨٩	٢٥٢٦١	٢٤
١٧٩٠	٢٥٢٨٥	٢٤
١٧٩١	٢٥٣١٠	٢٥
١٧٩٢	٢٥٣٣٤	٢٤
١٧٩٣	٢٥٣٥٨	٢٤
١٧٩٤	٢٥٣٨٢	٢٤
١٧٩٥	٢٥٤٠٦	٢٤
١٧٩٦	٢٥٤٣١	٢٥
١٧٩٧	٢٥٤٥٥	٢٤
١٧٩٨	٢٥٤٧٩	٢٤
١٧٩٩	٢٥٥٠٣	٢٤
١٨٠٠	٢٥٥٢٧	٢٤

عدد	لوغا	ف
١٨٠١	٢٥٥٥١	٢٤
١٨٠٢	٢٥٥٧٥	٢٤
١٨٠٣	٢٥٦٠٠	٢٥
١٨٠٤	٢٥٦٢٤	٢٤
١٨٠٥	٢٥٦٤٨	٢٤
١٨٠٦	٢٥٦٧٢	٢٤
١٨٠٧	٢٥٦٩٦	٢٤
١٨٠٨	٢٥٧٢٠	٢٤
١٨٠٩	٢٥٧٤٤	٢٤
١٨١٠	٢٥٧٦٨	٢٤
١٨١١	٢٥٧٩٢	٢٤
١٨١٢	٢٥٨١٦	٢٤
١٨١٣	٢٥٨٤٠	٢٤
١٨١٤	٢٥٨٦٤	٢٤
١٨١٥	٢٥٨٨٨	٢٤
١٨١٦	٢٥٩١٢	٢٤
١٨١٧	٢٥٩٣٥	٢٤
١٨١٨	٢٥٩٥٩	٢٤
١٨١٩	٢٥٩٨٣	٢٤
١٨٢٠	٢٦٠٠٧	٢٤
١٨٢١	٢٦٠٣١	٢٤
١٨٢٢	٢٦٠٥٥	٢٤
١٨٢٣	٢٦٠٧٩	٢٤
١٨٢٤	٢٦١٠٢	٢٤
١٨٢٥	٢٦١٢٦	٢٤

عدد	لوغا	ف
١٨٢٦	٢٦١٥٠	٢٤
١٨٢٧	٢٦١٧٤	٢٤
١٨٢٨	٢٦١٩٨	٢٤
١٨٢٩	٢٦٢٢١	٢٤
١٨٣٠	٢٦٢٤٥	٢٤
١٨٣١	٢٦٢٦٩	٢٤
١٨٣٢	٢٦٢٩٣	٢٤
١٨٣٣	٢٦٣١٦	٢٤
١٨٣٤	٢٦٣٤٠	٢٤
١٨٣٥	٢٦٣٦٤	٢٤
١٨٣٦	٢٦٣٨٧	٢٤
١٨٣٧	٢٦٤١١	٢٤
١٨٣٨	٢٦٤٣٥	٢٤
١٨٣٩	٢٦٤٥٨	٢٤
١٨٤٠	٢٦٤٨٢	٢٤
١٨٤١	٢٦٥٠٥	٢٤
١٨٤٢	٢٦٥٢٩	٢٤
١٨٤٣	٢٦٥٥٣	٢٤
١٨٤٤	٢٦٥٧٦	٢٤
١٨٤٥	٢٦٦٠٠	٢٤
١٨٤٦	٢٦٦٢٣	٢٤
١٨٤٧	٢٦٦٤٧	٢٤
١٨٤٨	٢٦٦٧٠	٢٤
١٨٤٩	٢٦٦٩٤	٢٤
١٨٥٠	٢٦٧١٧	٢٤

عدد	لوغا	ف
١٨٥١	٢٦٧٤١	٢٤
١٨٥٢	٢٦٧٦٤	٢٤
١٨٥٣	٢٦٧٨٨	٢٤
١٨٥٤	٢٦٨١١	٢٤
١٨٥٥	٢٦٨٣٤	٢٤
١٨٥٦	٢٦٨٥٨	٢٤
١٨٥٧	٢٦٨٨١	٢٤
١٨٥٨	٢٦٩٠٥	٢٤
١٨٥٩	٢٦٩٢٨	٢٤
١٨٦٠	٢٦٩٥١	٢٤
١٨٦١	٢٦٩٧٥	٢٤
١٨٦٢	٢٦٩٩٨	٢٤
١٨٦٣	٢٧٠٢١	٢٤
١٨٦٤	٢٧٠٤٥	٢٤
١٨٦٥	٢٧٠٦٨	٢٤
١٨٦٦	٢٧٠٩١	٣
١٨٦٧	٢٧١١٤	٢٤
١٨٦٨	٢٧١٣٨	٢٤
١٨٦٩	٢٧١٦١	٢٤
١٨٧٠	٢٧١٨٤	٢٤
١٨٧١	٢٧٢٠٧	٢٣
١٨٧٢	٢٧٢٣١	٢٤
١٨٧٣	٢٧٢٥٤	٢٣
١٨٧٤	٢٧٢٧٧	٢٣
١٨٧٥	٢٧٣٠٠	٢٣

عدد	لوغا	ف
١٨٥١	٢٧٣٢٤	٢٣
١٨٥٢	٢٧٣٤٧	٢٣
١٨٥٣	٢٧٣٧٠	٢٣
١٨٥٤	٢٧٣٩٣	٢٣
١٨٥٥	٢٧٤٣٤	٢٣
١٨٥٦	٢٧٤٥٩	٢٣
١٨٥٧	٢٧٤٨٢	٢٣
١٨٥٨	٢٧٥٠٥	٢٣
١٨٥٩	٢٧٥٢٨	٢٣
١٨٦٠	٢٧٥٥١	٢٣
١٨٦١	٢٧٥٧٤	٢٣
١٨٦٢	٢٧٥٩٧	٢٣
١٨٦٣	٢٧٦٢٠	٢٣
١٨٦٤	٢٧٦٤٣	٢٣
١٨٦٥	٢٧٦٦٦	٢٣
١٨٦٦	٢٧٦٨٩	٢٣
١٨٦٧	٢٧٧١٢	٢٣
١٨٦٨	٢٧٧٣٥	٢٣
١٨٦٩	٢٧٧٥٨	٢٣
١٨٧٠	٢٧٧٨١	٢٣
١٨٧١	٢٧٨٠٤	٢٣
١٨٧٢	٢٧٨٢٧	٢٣
١٨٧٣	٢٧٨٥٠	٢٣
١٨٧٤	٢٧٨٧٣	٢٣
١٨٧٥	٢٧٩٠٠	٢٣

عدد	لوغا	ف
١٨٧٦	٢٧٣٢٣	٢٣
١٨٧٧	٢٧٣٤٦	٢٣
١٨٧٨	٢٧٣٧٠	٢٣
١٨٧٩	٢٧٣٩٣	٢٣
١٨٨٠	٢٧٤١٦	٢٣
١٨٨١	٢٧٤٣٩	٢٣
١٨٨٢	٢٧٤٦٢	٢٣
١٨٨٣	٢٧٤٨٥	٢٣
١٨٨٤	٢٧٥٠٨	٢٣
١٨٨٥	٢٧٥٣١	٢٣
١٨٨٦	٢٧٥٥٤	٢٣
١٨٨٧	٢٧٥٧٧	٢٣
١٨٨٨	٢٧٦٠٠	٢٣
١٨٨٩	٢٧٦٢٣	٢٣
١٨٩٠	٢٧٦٤٦	٢٣
١٨٩١	٢٧٦٦٩	٢٣
١٨٩٢	٢٧٦٩٢	٢٣
١٨٩٣	٢٧٧١٥	٢٣
١٨٩٤	٢٧٧٣٨	٢٣
١٨٩٥	٢٧٧٦١	٢٣
١٨٩٦	٢٧٧٨٤	٢٣
١٨٩٧	٢٧٨٠٧	٢٣
١٨٩٨	٢٧٨٣٠	٢٢
١٨٩٩	٢٧٨٥٢	٢٣
١٩٠٠	٢٧٨٧٥	٢٣

عدد	لوغا	ف
١٩٠١	٢٧٨٩٨	٣٣
١٩٠٢	٢٧٩٢١	٢٣
١٩٠٣	٢٧٩٤٤	٢٣
١٩٠٤	٢٧٩٦٧	٢٣
١٩٠٥	٢٧٩٨٩	٢٣
١٩٠٦	٢٨٠١٢	٢٣
١٩٠٧	٢٨٠٣٥	٢٣
١٩٠٨	٢٨٠٥٨	٢٣
١٩٠٩	٢٨٠٨١	٢٣
١٩١٠	٢٨١٠٣	٢٣
١٩١١	٢٨١٢٦	٢٣
١٩١٢	٢٨١٤٩	٢٣
١٩١٣	٢٨١٧١	٢٣
١٩١٤	٢٨١٩٤	٢٣
١٩١٥	٢٨٢١٧	٢٣
١٩١٦	٢٨٢٤٠	٢٣
١٩١٧	٢٨٢٦٣	٢٣
١٩١٨	٢٨٢٨٥	٢٣
١٩١٩	٢٨٣٠٧	٢٣
١٩٢٠	٢٨٣٣٠	٢٣
١٩٢١	٢٨٣٥٣	٢٣
١٩٢٢	٢٨٣٧٥	٢٣
١٩٢٣	٢٨٣٩٨	٢٣
١٩٢٤	٢٨٤٢١	٢٣
١٩٢٥	٢٨٤٤٣	٢٣

عدد	لوغا	ف
١٩٢٦	٢٨٤٦٦	٢٣
١٩٢٧	٢٨٤٨٨	٢٣
١٩٢٨	٢٨٥١١	٢٣
١٩٢٩	٢٨٥٣٣	٢٣
١٩٣٠	٢٨٥٥٦	٢٣
١٩٣١	٢٨٥٧٨	٢٣
١٩٣٢	٢٨٦٠١	٢٣
١٩٣٣	٢٨٦٢٣	٢٣
١٩٣٤	٢٨٦٤٦	٢٣
١٩٣٥	٢٨٦٧٨	٢٣
١٩٣٦	٢٨٦٩١	٢٣
١٩٣٧	٢٨٧١٣	٢٣
١٩٣٨	٢٨٧٣٥	٢٣
١٩٣٩	٢٨٧٥٨	٢٣
١٩٤٠	٢٨٧٨٠	٢٣
١٩٤١	٢٨٨٠٣	٢٣
١٩٤٢	٢٨٨٢٥	٢٣
١٩٤٣	٢٨٨٤٧	٢٣
١٩٤٤	٢٨٨٧٠	٢٣
١٩٤٥	٢٨٨٩٢	٢٣
١٩٤٦	٢٨٩١٤	٢٣
١٩٤٧	٢٨٩٣٧	٢٣
١٩٤٨	٢٨٩٥٩	٢٣
١٩٤٩	٢٨٩٨١	٢٣
١٩٥٠	٢٩٠٠٣	٢٣

عدد	لوغا	ف
١٩٥١	٢٩٠٢٦	٢٢
١٩٥٢	٢٩٠٤٨	٢٢
١٩٥٣	٢٩٠٧٠	٢٢
١٩٥٤	٢٩٠٩٢	٢٢
١٩٥٥	٢٩١١٥	٢٢
١٩٥٦	٢٩١٣٧	٢٢
١٩٥٧	٢٩١٥٩	٢٢
١٩٥٨	٢٩١٨١	٢٢
١٩٥٩	٢٩٢٠٣	٢٢
١٩٦٠	٢٩٢٢٦	٢٢
١٩٦١	٢٩٢٤٨	٢٢
١٩٦٢	٢٩٢٧٠	٢٢
١٩٦٣	٢٩٢٩٢	٢٢
١٩٦٤	٢٩٣١٤	٢٢
١٩٦٥	٢٩٣٣٦	٢٢
١٩٦٦	٢٩٣٥٨	٢٢
١٩٦٧	٢٩٣٨٠	٢٢
١٩٦٨	٢٩٤٠٢	٢٢
١٩٦٩	٢٩٤٢٥	٢٢
١٩٧٠	٢٩٤٤٧	٢٢
١٩٧١	٢٩٤٦٩	٢٢
١٩٧٢	٢٩٤٩١	٢٢
١٩٧٣	٢٩٥١٣	٢٢
١٩٧٤	٢٩٥٣٥	٢٢
١٩٧٥	٢٩٥٥٧	٢٢

عدد	لوغا	ف
١٩٧٦	٢٩٥٧٩	٢٢
١٩٧٧	٢٩٦٠١	٢٢
١٩٧٨	٢٩٦٢٣	٢٢
١٩٧٩	٢٩٦٤٥	٢٢
١٩٨٠	٢٩٦٦٧	٢٢
١٩٨١	٢٩٦٨٩	٢١
١٩٨٢	٢٩٧١٠	٢٢
١٩٨٣	٢٩٧٣٢	٢٢
١٩٨٤	٢٩٧٥٤	٢٢
١٩٨٥	٢٩٧٧٦	٢٢
١٩٨٦	٢٩٧٩٨	٢٢
١٩٨٧	٢٩٨٢٠	٢٢
١٩٨٨	٢٩٨٤٢	٢٢
١٩٨٩	٢٩٨٦٤	٢١
١٩٩٠	٢٩٨٨٥	٢٢
١٩٩١	٢٩٩٠٧	٢٢
١٩٩٢	٢٩٩٢٩	٢٢
١٩٩٣	٢٩٩٥١	٢٢
١٩٩٤	٢٩٩٧٣	٢١
١٩٩٥	٢٩٩٩٤	٢٢
١٩٩٦	٣٠٠١٦	٢٢
١٩٩٧	٣٠٠٣٨	٢٢
١٩٩٨	٣٠٠٦٠	٢١
١٩٩٩	٣٠٠٨١	٢٢
٢٠٠٠	٣٠١٠٣	٢٢

عدد	لوغا	ف
٢٠٠١	٣٠١٢٥	٢٢
٢٠٠٢	٣٠١٤٦	٢١
٢٠٠٣	٣٠١٦٨	٢٢
٢٠٠٤	٣٠١٩٠	٢٢
٢٠٠٥	٣٠٢١١	٢١
٢٠٠٦	٣٠٢٣٣	٢٢
٢٠٠٧	٣٠٢٥٥	٢٢
٢٠٠٨	٣٠٢٧٦	٢١
٢٠٠٩	٣٠٢٩٨	٢٢
٢٠١٠	٣٠٣٢٠	٢٢
٢٠١١	٣٠٣٤١	٢١
٢٠١٢	٣٠٣٦٣	٢٢
٢٠١٣	٣٠٣٨٤	٢١
٢٠١٤	٣٠٤٠٦	٢٢
٢٠١٥	٣٠٤٢٨	٢٢
٢٠١٦	٣٠٤٤٩	٢١
٢٠١٧	٣٠٤٧١	٢١
٢٠١٨	٣٠٤٩٢	٢١
٢٠١٩	٣٠٥١٤	٢٢
٢٠٢٠	٣٠٥٣٥	٢١
٢٠٢١	٣٠٥٥٧	٢١
٢٠٢٢	٣٠٥٧٨	٢١
٢٠٢٣	٣٠٦٠٠	٢١
٢٠٢٤	٣٠٦٢١	٢٢
٢٠٢٥	٣٠٦٤٣	٢٢

عدد	لوغا	ف
٢٠٢٦	٣٠٦٦٤	٢١
٢٠٢٧	٣٠٦٨٥	٢١
٢٠٢٨	٣٠٧٠٧	٢٢
٢٠٢٩	٣٠٧٢٨	٢١
٢٠٣٠	٣٠٧٥٠	٢٢
٢٠٣١	٣٠٧٧١	٢١
٢٠٣٢	٣٠٧٩٢	٢٢
٢٠٣٣	٣٠٨١٤	٢١
٢٠٣٤	٣٠٨٣٥	٢٢
٢٠٣٥	٣٠٨٥٦	٢٢
٢٠٣٦	٣٠٨٧٨	٢١
٢٠٣٧	٣٠٨٩٩	٢١
٢٠٣٨	٣٠٩٢٠	٢١
٢٠٣٩	٣٠٩٤٢	٢٢
٢٠٤٠	٣٠٩٦٣	٢١
٢٠٤١	٣٠٩٨٤	٢١
٢٠٤٢	٣١٠٠٦	٢١
٢٠٤٣	٣١٠٢٧	٢١
٢٠٤٤	٣١٠٤٨	٢١
٢٠٤٥	٣١٠٦٩	٢١
٢٠٤٦	٣١٠٩١	٢١
٢٠٤٧	٣١١١٢	٢١
٢٠٤٨	٣١١٣٣	٢١
٢٠٤٩	٣١١٥٤	٢١
٢٠٥٠	٣١١٧٥	٢١

عدد	لوغا	ف
٢٠٥١	٣١١٩٧	٢٢
٢٠٥٢	٣١٢١٨	٢١
٢٠٥٣	٣١٢٣٩	٢١
٢٠٥٤	٣١٢٦٠	٢١
٢٠٥٥	٣١٢٨١	٢١
٢٠٥٦	٣١٣٠٢	٢١
٢٠٥٧	٣١٣٢٣	٢١
٢٠٥٨	٣١٣٤٥	٢٢
٢٠٥٩	٣١٣٦٦	٢١
٢٠٦٠	٣١٣٨٧	٢١
٢٠٦١	٣١٤٠٨	٢١
٢٠٦٢	٣١٤٢٩	٢١
٢٠٦٣	٣١٤٥٠	٢١
٢٠٦٤	٣١٤٧١	٢٢
٢٠٦٥	٣١٤٩٢	٢١
٢٠٦٦	٣١٥١٣	٢١
٢٠٦٧	٣١٥٣٤	٢١
٢٠٦٨	٣١٥٥٥	٢١
٢٠٦٩	٣١٥٧٦	٢١
٢٠٧٠	٣١٥٩٧	٢١
٢٠٧١	٣١٦١٨	٢١
٢٠٧٢	٣١٦٣٩	٢١
٢٠٧٣	٣١٦٦٠	٢١
٢٠٧٤	٣١٦٨١	٢١
٢٠٧٥	٣١٧٠٢	٢١

عدد	لوغا	ف
٢٠٧٦	٣١٧٢٣	٢١
٢٠٧٧	٣١٧٤٤	٢١
٢٠٧٨	٣١٧٦٥	٢١
٢٠٧٩	٣١٧٨٥	٢٠
٢٠٨٠	٣١٨٠٦	٢١
٢٠٨١	٣١٨٢٧	٢١
٢٠٨٢	٣١٨٤٨	٢١
٢٠٨٣	٣١٨٦٩	٢١
٢٠٨٤	٣١٨٩٠	٢١
٢٠٨٥	٣١٩١١	٢١
٢٠٨٦	٣١٩٣١	٢٠
٢٠٨٧	٣١٩٥٢	٢١
٢٠٨٨	٣١٩٧٣	٢١
٢٠٨٩	٣١٩٩٤	٢١
٢٠٩٠	٣٢٠١٥	٢١
٢٠٩١	٣٢٠٣٥	٢٠
٢٠٩٢	٣٢٠٥٦	٢١
٢٠٩٣	٣٢٠٧٧	٢١
٢٠٩٤	٣٢٠٩٨	٢١
٢٠٩٥	٣٢١١٨	٢٠
٢٠٩٦	٣٢١٣٩	٢١
٢٠٩٧	٣٢١٦٠	٢١
٢٠٩٨	٣٢١٨١	٢٠
٢٠٩٩	٣٢٢٠١	٢١
٢١٠٠	٣٢٢٢٢	٢١

عدد	لوغا	ف
٢١٠١	٣٢٢٤٣	٢١
٢١٠٢	٣٢٢٦٣	٢٠
٢١٠٣	٣٢٢٨٤	٢١
٢١٠٤	٣٢٣٠٥	٢١
٢١٠٥	٣٢٣٢٥	٢٠
٢١٠٦	٣٢٣٤٦	٢١
٢١٠٧	٣٢٣٦٦	٢٠
٢١٠٨	٣٢٣٨٧	٢١
٢١٠٩	٣٢٤٠٨	٢١
٢١١٠	٣٢٤٢٨	٢٠
٢١١١	٣٢٤٤٩	٢١
٢١١٢	٣٢٤٦٩	٢٠
٢١١٣	٣٢٤٩٠	٢١
٢١١٤	٣٢٥١٠	٢٠
٢١١٥	٣٢٥٣١	٢١
٢١١٦	٣٢٥٥٢	٢٠
٢١١٧	٣٢٥٧٢	٢٠
٢١١٨	٣٢٥٩٣	٢١
٢١١٩	٣٢٦١٣	٢٠
٢١٢٠	٣٢٦٣٤	٢١
٢١٢١	٣٢٦٥٤	٢٠
٢١٢٢	٣٢٦٧٥	٢١
٢١٢٣	٣٢٦٩٥	٢٠
٢١٢٤	٣٢٧١٥	٢٠
٢١٢٥	٣٢٧٣٦	٢١

عدد	لوغا	ف
٢١٢٦	٣٢٧٥٦	٢٠
٢١٢٧	٣٢٧٧٧	٢١
٢١٢٨	٣٢٧٩٧	٢٠
٢١٢٩	٣٢٨١٨	٢١
٢١٣٠	٣٢٨٣٨	٢٠
٢١٣١	٣٢٨٥٨	٢٠
٢١٣٢	٣٢٨٧٩	٢١
٢١٣٣	٣٢٨٩٩	٢٠
٢١٣٤	٣٢٩١٩	٢٠
٢١٣٥	٣٢٩٤٠	٢١
٢١٣٦	٣٢٩٦٠	٢٠
٢١٣٧	٣٢٩٨٠	٢٠
٢١٣٨	٣٣٠٠١	٢١
٢١٣٩	٣٣٠٢١	٢٠
٢١٤٠	٣٣٠٤١	٢٠
٢١٤١	٣٣٠٦٢	٢١
٢١٤٢	٣٣٠٨٢	٢٠
٢١٤٣	٣٣١٠٢	٢٠
٢١٤٤	٣٣١٢٢	٢٠
٢١٤٥	٣٣١٤٣	٢١
٢١٤٦	٣٣١٦٣	٢٠
٢١٤٧	٣٣١٨٣	٢٠
٢١٤٨	٣٣٢٠٣	٢٠
٢١٤٩	٣٣٢٢٤	٢١
٢١٥٠	٣٣٢٤٤	٢٠

عدد	لوغا	ف
٢١٥١	٣٣٢٦٤	٢٠
٢١٥٢	٣٣٢٨٤	٢١
٢١٥٣	٣٣٣٠٤	٢٠
٢١٥٤	٣٣٣٢٥	٢١
٢١٥٥	٣٣٣٤٥	٢٠
٢١٥٦	٣٣٣٦٥	٢٠
٢١٥٧	٣٣٣٨٥	٢١
٢١٥٨	٣٣٤٠٥	٢٠
٢١٥٩	٣٣٤٢٥	٢٠
٢١٦٠	٣٣٤٤٥	٢١
٢١٦١	٣٣٤٦٥	٢٠
٢١٦٢	٣٣٤٨٦	٢١
٢١٦٣	٣٣٥٠٦	٢٠
٢١٦٤	٣٣٥٢٦	٢٠
٢١٦٥	٣٣٥٤٦	٢٠
٢١٦٦	٣٣٥٦٦	٢١
٢١٦٧	٣٣٥٨٦	٢٠
٢١٦٨	٣٣٦٠٦	٢٠
٢١٦٩	٣٣٦٢٦	٢٠
٢١٧٠	٣٣٦٤٦	٢١
٢١٧١	٣٣٦٦٦	٢٠
٢١٧٢	٣٣٦٨٦	٢٠
٢١٧٣	٣٣٧٠٦	٢٠
٢١٧٤	٣٣٧٢٦	٢١
٢١٧٥	٣٣٧٤٦	٢٠

عدد	لوغا	ف
٢١٧٦	٣٣٧٦٦	٢٠
٢١٧٧	٣٣٧٨٦	٢٠
٢١٧٨	٣٣٨٠٦	٢٠
٢١٧٩	٣٣٨٢٦	٢١
٢١٨٠	٣٣٨٤٦	٢٠
٢١٨١	٣٣٨٦٦	٢٠
٢١٨٢	٣٣٨٨٥	١٩
٢١٨٣	٣٣٩٠٥	٢٠
٢١٨٤	٣٣٩٢٥	٢٠
٢١٨٥	٣٣٩٤٥	٢٠
٢١٨٦	٣٣٩٦٥	٢٠
٢١٨٧	٣٣٩٨٥	٢١
٢١٨٨	٣٤٠٠٥	٢٠
٢١٨٩	٣٤٠٢٥	٢٠
٢١٩٠	٣٤٠٤٤	١٩
٢١٩١	٣٤٠٦٤	٢٠
٢١٩٢	٣٤٠٨٤	٢٠
٢١٩٣	٣٤١٠٤	٢٠
٢١٩٤	٣٤١٢٤	١٩
٢١٩٥	٣٤١٤٣	٢٠
٢١٩٦	٣٤١٦٣	٢٠
٢١٩٧	٣٤١٨٣	٢٠
٢١٩٨	٣٤٢٠٣	٢٠
٢١٩٩	٣٤٢٢٣	١٩
٢٢٠٠	٣٤٢٤٢	٢٠

عدد	لوغا	ف
٢٢٠١	٣٤٢٦٢	٢٠
٢٢٠٢	٣٤٢٨٢	٢٠
٢٢٠٣	٣٤٣٠١	١٩
٢٢٠٤	٣٤٣٢١	٢٠
٢٢٠٥	٣٤٣٤١	٢٠
٢٢٠٦	٣٤٣٦١	٢٠
٢٢٠٧	٣٤٣٨٠	١٩
٢٢٠٨	٣٤٤٠٠	٢٠
٢٢٠٩	٣٤٤٢٠	٢٠
٢٢١٠	٣٤٤٤٠	١٩
٢٢١١	٣٤٤٥٩	٢٠
٢٢١٢	٣٤٤٧٩	٢٠
٢٢١٣	٣٤٤٩٨	١٩
٢٢١٤	٣٤٥١٨	٢٠
٢٢١٥	٣٤٥٣٧	١٩
٢٢١٦	٣٤٥٥٧	٢٠
٢٢١٧	٣٤٥٧٧	٢٠
٢٢١٨	٣٤٥٩٦	١٩
٢٢١٩	٣٤٦١٦	٢٠
٢٢٢٠	٣٤٦٣٥	١٩
٢٢٢١	٣٤٦٥٥	٢٠
٢٢٢٢	٣٤٦٧٤	١٩
٢٢٢٣	٣٤٦٩٤	٢٠
٢٢٢٤	٣٤٧١٣	١٩
٢٢٢٥	٣٤٧٣٣	٢٠

عدد	لوغا	ف
٢٢٢٦	٣٤٧٥٣	٢٠
٢٢٢٧	٣٤٧٧٢	١٩
٢٢٢٨	٣٤٧٩٢	٢٠
٢٢٢٩	٣٤٨١١	١٩
٢٢٣٠	٣٤٨٣٠	١٩
٢٢٣١	٣٤٨٥٠	٢٠
٢٢٣٢	٣٤٨٦٩	١٩
٢٢٣٣	٣٤٨٨٩	٢٠
٢٢٣٤	٣٤٩٠٨	١٩
٢٢٣٥	٣٤٩٢٨	٢٠
٢٢٣٦	٣٤٩٤٧	١٩
٢٢٣٧	٣٤٩٦٧	٢٠
٢٢٣٨	٣٤٩٨٦	١٩
٢٢٣٩	٣٥٠٠٥	١٩
٢٢٤٠	٣٥٠٢٥	٢٠
٢٢٤١	٣٥٠٤٤	٢٠
٢٢٤٢	٣٥٠٦٤	٢٠
٢٢٤٣	٣٥٠٨٣	١٩
٢٢٤٤	٣٥١٠٣	١٩
٢٢٤٥	٣٥١٢٢	٢٠
٢٢٤٦	٣٥١٤١	١٩
٢٢٤٧	٣٥١٦٠	٢٠
٢٢٤٨	٣٥١٨٠	٢٠
٢٢٤٩	٣٥١٩٩	١٩
٢٢٥٠	٣٥٢١٨	١٩

عدد	لوغا	ف
٢٢٥١	٣٥٢٣٨	٢٠
٢٢٥٢	٣٥٢٥٧	١٩
٢٢٥٣	٣٥٢٧٦	١٩
٢٢٥٤	٣٥٢٩٥	١٩
٢٢٥٥	٣٥٣١٥	٢٠
٢٢٥٦	٣٥٣٣٤	١٩
٢٢٥٧	٣٥٣٥٣	١٩
٢٢٥٨	٣٥٣٧٢	١٩
٢٢٥٩	٣٥٣٩٢	٢٠
٢٢٦٠	٣٥٤١١	١٩
٢٢٦١	٣٥٤٣٠	١٩
٢٢٦٢	٣٥٤٤٩	١٩
٢٢٦٣	٣٥٤٦٨	١٩
٢٢٦٤	٣٥٤٨٧	٢٠
٢٢٦٥	٣٥٥٠٧	١٩
٢٢٦٦	٣٥٥٢٦	١٩
٢٢٦٧	٣٥٥٤٥	١٩
٢٢٦٨	٣٥٥٦٤	١٩
٢٢٦٩	٣٥٥٨٣	٢٠
٢٢٧٠	٣٥٦٠٣	١٩
٢٢٧١	٣٥٦٢٢	١٩
٢٢٧٢	٣٥٦٤١	١٩
٢٢٧٣	٣٥٦٦٠	١٩
٢٢٧٤	٣٥٦٧٩	١٩
٢٢٧٥	٣٥٦٩٨	١٩

عدد	لوغا	ف
٢٢٧٦	٣٥٧١٧	١٩
٢٢٧٧	٣٥٧٣٦	١٩
٢٢٧٨	٣٥٧٥٥	١٩
٢٢٧٩	٣٥٧٧٤	١٩
٢٢٨٠	٣٥٧٩٣	١٩
٢٢٨١	٣٥٨١٢	٢٠
٢٢٨٢	٣٥٨٣٢	١٩
٢٢٨٣	٣٥٨٥١	١٩
٢٢٨٤	٣٥٨٧٠	١٩
٢٢٨٥	٣٥٨٨٩	١٩
٢٢٨٦	٣٥٩٠٨	١٩
٢٢٨٧	٣٥٩٢٧	١٩
٢٢٨٨	٣٥٩٤٦	١٩
٢٢٨٩	٣٥٩٦٥	١٩
٢٢٩٠	٣٥٩٨٤	١٩
٢٢٩١	٣٦٠٠٣	١٩
٢٢٩٢	٣٦٠٢١	١٨
٢٢٩٣	٣٦٠٤٠	١٩
٢٢٩٤	٣٦٠٥٩	١٩
٢٢٩٥	٣٦٠٧٨	١٩
٢٢٩٦	٣٦٠٩٧	١٩
٢٢٩٧	٣٦١١٦	١٩
٢٢٩٨	٣٦١٣٥	١٩
٢٢٩٩	٣٦١٥٤	١٩
٢٣٠٠	٣٦١٧٣	١٩

عدد	لوغا	ف
٢٣٠١	٣٦١٩٢	١٩
٢٣٠٢	٣٦٢١١	١٩
٢٣٠٣	٣٦٢٢٩	١٨
٢٣٠٤	٣٦٢٤٧	١٩
٢٣٠٥	٣٦٢٦٧	١٩
٢٣٠٦	٣٦٢٨٦	٢٠
٢٣٠٧	٣٦٣٠٥	١٩
٢٣٠٨	٣٦٣٢٤	١٩
٢٣٠٩	٣٦٣٤٣	١٨
٢٣١٠	٣٦٣٦١	١٩
٢٣١١	٣٦٣٨٠	١٩
٢٣١٢	٣٦٣٩٩	١٩
٢٣١٣	٣٦٤١٨	١٩
٢٣١٤	٣٦٤٣٧	١٨
٢٣١٥	٣٦٤٥٥	١٩
٢٣١٦	٣٦٤٧٤	١٩
٢٣١٧	٣٦٤٩٣	١٨
٢٣١٨	٣٦٥١١	١٩
٢٣١٩	٣٦٥٣٠	١٩
٢٣٢٠	٣٦٥٤٩	١٩
٢٣٢١	٣٦٥٦٨	١٨
٢٣٢٢	٣٦٥٨٧	١٩
٢٣٢٣	٣٦٦٠٥	١٩
٢٣٢٤	٣٦٦٢٤	١٨
٢٣٢٥	٣٦٦٤٣	١٩

عدد	لوغا	ف
٢٣٢٦	٣٦٦٦١	١٩
٢٣٢٧	٣٦٦٨٠	١٩
٢٣٢٨	٣٦٦٩٨	١٨
٢٣٢٩	٣٦٧١٧	١٨
٢٣٣٠	٣٦٧٣٦	١٩
٢٣٣١	٣٦٧٥٤	١٨
٢٣٣٢	٣٦٧٧٣	١٩
٢٣٣٣	٣٦٧٩١	١٨
٢٣٣٤	٣٦٨١٠	١٩
٢٣٣٥	٣٦٨٢٩	١٩
٢٣٣٦	٣٦٨٤٧	١٨
٢٣٣٧	٣٦٨٦٦	١٩
٢٣٣٨	٣٦٨٨٤	١٨
٢٣٣٩	٣٦٩٠٣	١٩
٢٣٤٠	٣٦٩٢٢	١٨
٢٣٤١	٣٦٩٤٠	١٩
٢٣٤٢	٣٦٩٥٩	١٨
٢٣٤٣	٣٦٩٧٧	١٨
٢٣٤٤	٣٦٩٩٦	١٩
٢٣٤٥	٣٧٠١٤	١٨
٢٣٤٦	٣٧٠٣٣	١٨
٢٣٤٧	٣٧٠٥١	١٩
٢٣٤٨	٣٧٠٧٠	١٨
٢٣٤٩	٣٧٠٨٨	١٩
٢٣٥٠	٣٧١٠٧	١٩

عدد	لوغا	ف
٢٣٥١	٣٧١٢٥	١٨
٢٣٥٢	٣٧١٤٤	١٩
٢٣٥٣	٣٧١٦٢	١٨
٢٣٥٤	٣٧١٨١	١٩
٢٣٥٥	٣٧١٩٩	١٨
٢٣٥٦	٣٧٢١٨	١٩
٢٣٥٧	٣٧٢٣٦	١٨
٢٣٥٨	٣٧٢٥٤	١٨
٢٣٥٩	٣٧٢٧٣	١٩
٢٣٦٠	٣٧٢٩١	١٨
٢٣٦١	٣٧٣١٠	١٨
٢٣٦٢	٣٧٣٢٨	١٨
٢٣٦٣	٣٧٣٤٦	١٨
٢٣٦٤	٣٧٣٦٥	١٩
٢٣٦٥	٣٧٣٨٣	١٨
٢٣٦٦	٣٧٤٠١	١٨
٢٣٦٧	٣٧٤٢٠	١٨
٢٣٦٨	٣٧٤٣٨	١٩
٢٣٦٩	٣٧٤٥٧	١٨
٢٣٧٠	٣٧٤٧٥	١٨
٢٣٧١	٣٧٤٩٣	١٨
٢٣٧٢	٣٧٥١١	١٩
٢٣٧٣	٣٧٥٣٠	١٨
٢٣٧٤	٣٧٥٤٨	١٨
٢٣٧٥	٣٧٥٦٦	١٨

عدد	لوغا	ف
٢٣٧٦	٣٧٥٨٥	١٩
٢٣٧٧	٣٧٦٠٣	١٨
٢٣٧٨	٣٧٦٢١	١٨
٢٣٧٩	٣٧٦٣٩	١٨
٢٣٨٠	٣٧٦٥٨	١٩
٢٣٨١	٣٧٦٧٦	١٨
٢٣٨٢	٣٧٦٩٤	١٨
٢٣٨٣	٣٧٧١٢	١٨
٢٣٨٤	٣٧٧٣١	١٩
٢٣٨٥	٣٧٧٤٩	١٨
٢٣٨٦	٣٧٧٦٧	١٨
٢٣٨٧	٣٧٧٨٥	١٨
٢٣٨٨	٣٧٨٠٣	١٨
٢٣٨٩	٣٧٨٢٢	١٩
٢٣٩٠	٣٧٨٤٠	١٨
٢٣٩١	٣٧٨٥٨	١٨
٢٣٩٢	٣٧٨٧٦	١٨
٢٣٩٣	٣٧٨٩٤	١٨
٢٣٩٤	٣٧٩١٢	١٨
٢٣٩٥	٣٧٩٣١	١٩
٢٣٩٦	٣٧٩٤٩	١٨
٢٣٩٧	٣٧٩٦٧	١٨
٢٣٩٨	٣٧٩٨٥	١٨
٢٣٩٩	٣٨٠٠٣	١٨
٢٤٠٠	٣٨٠٢١	١٨

عدد	لوغا	ف
٢٤٠١	٣٨٠٣٩	١٨
٢٤٠٢	٣٨٠٥٧	١٨
٢٤٠٣	٣٨٠٧٥	١٨
٢٤٠٤	٣٨٠٩٣	١٨
٢٤٠٥	٣٨١١٢	١٩
٢٤٠٦	٣٨١٣٠	١٨
٢٤٠٧	٣٨١٤٨	١٨
٢٤٠٨	٣٨١٦٦	١٨
٢٤٠٩	٣٨١٨٤	١٨
٢٤١٠	٣٨٢٠٢	١٨
٢٤١١	٣٨٢٢٠	١٨
٢٤١٢	٣٨٢٣٨	١٨
٢٤١٣	٣٨٢٥٦	١٨
٢٤١٤	٣٨٢٧٤	١٨
٢٤١٥	٣٨٢٩٢	١٨
٢٤١٦	٣٨٣١٠	١٨
٢٤١٧	٣٨٣٢٨	١٨
٢٤١٨	٣٨٣٤٦	١٨
٢٤١٩	٣٨٣٦٤	١٨
٢٤٢٠	٣٨٣٨٢	١٨
٢٤٢١	٣٨٣٩٩	١٨
٢٤٢٢	٣٨٤١٧	١٨
٢٤٢٣	٣٨٤٣٥	١٨
٢٤٢٤	٣٨٤٥٣	١٨
٢٤٢٥	٣٨٤٧١	١٨

عدد	لوغا	ف
٢٤٢٦	٣٨٤٨٩	١٨
٢٤٢٧	٣٨٥٠٧	١٨
٢٤٢٨	٣٨٥٢٥	١٨
٢٤٢٩	٣٨٥٤٣	١٨
٢٤٣٠	٣٨٥٦١	١٨
٢٤٣١	٣٨٥٧٨	١٨
٢٤٣٢	٣٨٥٩٦	١٨
٢٤٣٣	٣٨٦١٤	١٨
٢٤٣٤	٣٨٦٣٢	١٨
٢٤٣٥	٣٨٦٥٠	١٨
٢٤٣٦	٣٨٦٦٨	١٨
٢٤٣٧	٣٨٦٨٦	١٨
٢٤٣٨	٣٨٧٠٣	١٨
٢٤٣٩	٣٨٧٢١	١٨
٢٤٤٠	٣٨٧٣٩	١٨
٢٤٤١	٣٨٧٥٧	١٨
٢٤٤٢	٣٨٧٧٥	١٨
٢٤٤٣	٣٨٧٩٢	١٧
٢٤٤٤	٣٨٨١٠	١٨
٢٤٤٥	٣٨٨٢٨	١٨
٢٤٤٦	٣٨٨٤٦	١٨
٢٤٤٧	٣٨٨٦٣	١٨
٢٤٤٨	٣٨٨٨١	١٨
٢٤٤٩	٣٨٨٩٩	١٨
٢٤٥٠	٣٨٩١٧	١٨

عدد	لوغا	ف
٢٤٥١	٣٨٩٣٤	١٧
٢٤٥٢	٣٨٩٥٢	١٨
٢٤٥٣	٣٨٩٧٠	١٨
٢٤٥٤	٣٨٩٨٧	١٧
٢٤٥٥	٣٩٠٠٥	١٨
٢٤٥٦	٣٩٠٢٣	١٨
٢٤٥٧	٣٩٠٤١	١٨
٢٤٥٨	٣٩٠٥٨	١٧
٢٤٥٩	٣٩٠٧٦	١٨
٢٤٦٠	٣٩٠٩٤	١٨
٢٤٦١	٣٩١١١	١٧
٢٤٦٢	٣٩١٢٩	١٨
٢٤٦٣	٣٩١٤٧	١٧
٢٤٦٤	٣٩١٦٤	١٨
٢٤٦٥	٣٩١٨٢	١٨
٢٤٦٦	٣٩١٩٩	١٧
٢٤٦٧	٣٩٢١٧	١٨
٢٤٦٨	٣٩٢٣٥	١٧
٢٤٦٩	٣٩٢٥٢	١٨
٢٤٧٠	٣٩٢٧٠	١٨
٢٤٧١	٣٩٢٨٧	١٧
٢٤٧٢	٣٩٣٠٥	١٨
٢٤٧٣	٣٩٣٢٢	١٧
٢٤٧٤	٣٩٣٤٠	١٨
٢٤٧٥	٣٩٣٥٨	١٨

عدد	لوغا	ف
٢٤٧٦	٣٩٣٧٥	١٧
٢٤٧٧	٣٩٣٩٣	١٨
٢٤٧٨	٣٩٤١٠	١٧
٢٤٧٩	٣٩٤٢٨	١٨
٢٤٨٠	٣٩٤٤٥	١٧
٢٤٨١	٣٩٤٦٣	١٨
٢٤٨٢	٣٩٤٨٠	١٧
٢٤٨٣	٣٩٤٩٨	١٨
٢٤٨٤	٣٩٥١٥	١٧
٢٤٨٥	٣٩٥٣٣	١٨
٢٤٨٦	٣٩٥٥٠	١٧
٢٤٨٧	٣٩٥٦٨	١٨
٢٤٨٨	٣٩٥٨٥	١٧
٢٤٨٩	٣٩٦٠٢	١٨
٢٤٩٠	٣٩٦٢٠	١٨
٢٤٩١	٣٩٦٣٧	١٧
٢٤٩٢	٣٩٦٥٥	١٨
٢٤٩٣	٣٩٦٧٢	١٧
٢٤٩٤	٣٩٦٩٠	١٨
٢٤٩٥	٣٩٧٠٧	١٧
٢٤٩٦	٣٩٧٢٤	١٨
٢٤٩٧	٣٩٧٤٢	١٧
٢٤٩٨	٣٩٧٥٩	١٧
٢٤٩٩	٣٩٧٧٧	١٨
٢٥٠٠	٣٩٧٩٤	١٧

عدد	لوغا	ف
٢٥٠١	٣٩٨١١	١٧
٢٥٠٢	٣٩٨٢٩	١٨
٢٥٠٣	٣٩٨٤٦	١٧
٢٥٠٤	٣٩٨٦٣	١٧
٢٥٠٥	٣٩٨٨١	١٨
٢٥٠٦	٣٩٨٩٨	١٧
٢٥٠٧	٣٩٩١٥	١٧
٢٥٠٨	٣٩٩٣٣	١٨
٢٥٠٩	٣٩٩٥٠	١٧
٢٥١٠	٣٩٩٦٧	١٧
٢٥١١	٣٩٩٨٥	١٨
٢٥١٢	٤٠٠٠٢	١٧
٢٥١٣	٤٠٠١٩	١٧
٢٥١٤	٤٠٠٣٧	١٨
٢٥١٥	٤٠٠٥٤	١٧
٢٥١٦	٤٠٠٧١	١٧
٢٥١٧	٤٠٠٨٨	١٧
٢٥١٨	٤٠١٠٦	١٨
٢٥١٩	٤٠١٢٣	١٧
٢٥٢٠	٤٠١٤٠	١٧
٢٥٢١	٤٠١٥٧	١٧
٢٥٢٢	٤٠١٧٥	١٨
٢٥٢٣	٤٠١٩٢	١٧
٢٥٢٤	٤٠٢٠٩	١٧
٢٥٢٥	٤٠٢٢٦	١٧

عدد	لوغا	ف
٢٥٢٦	٤٠٢٤٣	١٧
٢٥٢٧	٤٠٢٦١	١٨
٢٥٢٨	٤٠٢٧٨	١٧
٢٥٢٩	٤٠٢٩٥	١٧
٢٥٣٠	٤٠٣١٢	١٨
٢٥٣١	٤٠٣٢٩	١٧
٢٥٣٢	٤٠٣٤٦	١٧
٢٥٣٣	٤٠٣٦٤	١٨
٢٥٣٤	٤٠٣٨١	١٧
٢٥٣٥	٤٠٣٩٨	١٧
٢٥٣٦	٤٠٤١٥	١٨
٢٥٣٧	٤٠٤٣٢	١٧
٢٥٣٨	٤٠٤٤٩	١٧
٢٥٣٩	٤٠٤٦٩	١٨
٢٥٤٠	٤٠٤٨٣	١٧
٢٥٤١	٤٠٥٠٠	١٧
٢٥٤٢	٤٠٥١٨	١٨
٢٥٤٣	٤٠٥٣٥	١٧
٢٥٤٤	٤٠٥٥٢	١٧
٢٥٤٥	٤٠٥٦٩	١٧
٢٥٤٦	٤٠٥٨٦	١٧
٢٥٤٧	٤٠٦٠٣	١٧
٢٥٤٨	٤٠٦٢٠	١٧
٢٥٤٩	٤٠٦٣٧	١٧
٢٥٥٠	٤٠٦٥٤	١٧

عدد	لوغا	ف
٢٥٥١	٤٠٦٧١	١٧
٢٥٥٢	٤٠٦٨٨	١٧
٢٥٥٣	٤٠٧٠٥	١٧
٢٥٥٤	٤٠٧٢٢	١٧
٢٥٥٥	٤٠٧٣٩	١٧
٢٥٥٦	٤٠٧٥٦	١٧
٢٥٥٧	٤٠٧١٣	١٧
٢٥٥٨	٤٠٧٩٠	١٧
٢٥٥٩	٤٠٨٠٧	١٧
٢٥٦٠	٤٠٨٢٤	١٧
٢٥٦١	٤٠٨٤١	١٧
٢٥٦٢	٤٠٨٥٨	١٧
٢٥٦٣	٤٠٨٧٥	١٧
٢٥٦٤	٤٠٨٩٢	١٧
٢٥٦٥	٤٠٩٠٩	١٧
٢٥٦٦	٤٠٩٢٦	١٧
٢٥٦٧	٤٠٩٤٣	١٧
٢٥٦٨	٤٠٩٦٠	١٧
٢٥٦٩	٤٠٩٧٧	١٧
٢٥٧٠	٤٠٩٩٣	١٧
٢٥٧١	٤١٠١٠	١٧
٢٥٧٢	٤١٠٢٧	١٧
٢٥٧٣	٤١٠٤٤	١٧
٢٥٧٤	٤١٠٦١	١٧
٢٥٧٥	٤١٠٧٨	١٧

عدد	لوغا	ف
٢٥٧٦	٤١٠٩٥	١٧
٢٥٧٧	٤١١١١	١٦
٢٥٧٨	٤١١٢٨	١٧
٢٥٧٩	٤١١٤٥	١٧
٢٥٨٠	٤١١٦٢	١٧
٢٥٨١	٤١١٧٩	١٧
٢٥٨٢	٤١١٩٦	١٧
٢٥٨٣	٤١٢١٢	١٦
٢٥٨٤	٤١٢٢٩	١٧
٢٥٨٥	٤١٢٤٦	١٧
٢٥٨٦	٤١٢٦٣	١٧
٢٥٨٧	٤١٢٨٠	١٧
٢٥٨٨	٤١٢٩٦	١٦
٢٥٨٩	٤١٣١٣	١٧
٢٥٩٠	٤١٣٣٠	١٧
٢٥٩١	٤١٣٤٧	١٧
٢٥٩٢	٤١٣٦٣	١٦
٢٥٩٣	٤١٣٨٠	١٧
٢٥٩٤	٤١٣٩٧	١٧
٢٥٩٥	٤١٤١٤	١٧
٢٥٩٦	٤١٤٣٠	١٦
٢٥٩٧	٤١٤٤٧	١٧
٢٥٩٨	٤١٤٦٤	١٧
٢٥٩٩	٤١٤٨١	١٧
٢٦٠٠	٤١٤٩٧	١٦

عدد	لوغا	ف
٢٦٠١	٤١٥١٤	١٧
٢٦٠٢	٤١٥٣١	١٧
٢٦٠٣	٤١٥٤٧	١٦
٢٦٠٤	٤١٥٦٤	١٧
٢٦٠٥	٤١٥٨١	١٧
٢٦٠٦	٤١٥٩٧	١٦
٢٦٠٧	٤١٦١٤	١٧
٢٦٠٨	٤١٦٣١	١٧
٢٦٠٩	٤١٦٤٧	١٦
٢٦١٠	٤١٦٦٤	١٧
٢٦١١	٤١٦٨١	١٧
٢٦١٢	٤١٦٩٧	١٦
٢٦١٣	٤١٧١٤	١٧
٢٦١٤	٤١٧٣١	١٧
٢٦١٥	٤١٧٤٧	١٦
٢٦١٦	٤١٧٦٤	١٧
٢٦١٧	٤١٧٨٠	١٦
٢٦١٨	٤١٧٩٧	١٧
٢٦١٩	٤١٨١٤	١٧
٢٦٢٠	٤١٨٣٠	١٦
٢٦٢١	٤١٨٤٧	١٧
٢٦٢٢	٤١٨٦٣	١٦
٢٦٢٣	٤١٨٨٠	١٧
٢٦٢٤	٤١٨٩٦	١٦
٢٦٢٥	٤١٩١٣	١٧

ف	لوغا	عدد
١٦	٤٣٥٥٣	٢٧٢٦
١٦	٤٣٥٢٩	٢٧٢٧
١٥	٤٣٥٠٤	٢٧٢٨
١٦	٤٣٦٠٠	٢٧٢٩
١٦	٤٣٦١٧	٢٧٣٠
١٦	٤٣٦٣٣	٢٧٣١
١٦	٤٣٦٤٨	٢٧٣٢
١٦	٤٣٦٦٣	٢٧٣٣
١٦	٤٣٦٨٠	٢٧٣٤
١٦	٤٣٦٩٦	٢٧٣٥
١٦	٤٣٧١٢	٢٧٣٦
١٥	٤٣٧٢٧	٢٧٣٧
١٦	٤٣٧٤٣	٢٧٣٨
١٦	٤٣٧٥٩	٢٧٣٩
١٦	٤٣٧٧٥	٢٧٤٠
١٦	٤٣٧٩١	٢٧٤١
١٦	٤٣٨٠٧	٢٧٤٢
١٦	٤٣٨٢٣	٢٧٤٣
١٥	٤٣٨٣٨	٢٧٤٤
١٦	٤٣٨٥٤	٢٧٤٥
١٦	٤٣٨٧٠	٢٧٤٦
١٦	٤٣٨٨٦	٢٧٤٧
١٦	٤٣٩٠٢	٢٧٤٨
١٥	٤٣٩١٧	٢٧٤٩
١٦	٤٣٩٣٣	٢٧٥٠

ف	لوغا	عدد
١٦	٤٣١٥٢	٢٧٠١
١٦	٤٣١٦٩	٢٧٠٢
١٦	٤٣١٨٥	٢٧٠٣
١٦	٤٣٢٠١	٢٧٠٤
١٦	٤٣٢١٧	٢٧٠٥
١٦	٤٣٢٣٣	٢٧٠٦
١٦	٤٣٢٤٩	٢٧٠٧
١٦	٤٣٢٦٥	٢٧٠٨
١٦	٤٣٢٨٢	٢٧٠٩
١٦	٤٣٢٩٧	٢٧١٠
١٦	٤٣٣١٣	٢٧١١
١٦	٤٣٣٢٩	٢٧١٢
١٦	٤٣٣٤٥	٢٧١٣
١٦	٤٣٣٦١	٢٧١٤
١٦	٤٣٣٧٧	٢٧١٥
١٦	٤٣٣٩٣	٢٧١٦
١٦	٤٣٤٠٩	٢٧١٧
١٦	٤٣٤٢٥	٢٧١٨
١٦	٤٣٤٤١	٢٧١٩
١٦	٤٣٤٥٧	٢٧٢٠
١٦	٤٣٤٧٣	٢٧٢١
١٦	٤٣٤٨٩	٢٧٢٢
١٦	٤٣٥٠٥	٢٧٢٣
١٦	٤٣٥٢١	٢٧٢٤
١٦	٤٣٥٣٧	٢٧٢٥

ف	لوغا	عدد
١٧	٤٣١٣٧	٢٧٠٠
١٦	٤٣١٥٣	٢٧٠١
١٦	٤٣١٧٠	٢٧٠٢
١٦	٤٣١٨٦	٢٧٠٣
١٦	٤٣٢٠٢	٢٧٠٤
١٦	٤٣٢١٨	٢٧٠٥
١٦	٤٣٢٣٤	٢٧٠٦
١٦	٤٣٢٥٠	٢٧٠٧
١٦	٤٣٢٦٦	٢٧٠٨
١٦	٤٣٢٨٢	٢٧٠٩
١٦	٤٣٢٩٨	٢٧١٠
١٦	٤٣٣١٤	٢٧١١
١٦	٤٣٣٣٠	٢٧١٢
١٦	٤٣٣٤٦	٢٧١٣
١٦	٤٣٣٦٢	٢٧١٤
١٦	٤٣٣٧٨	٢٧١٥
١٦	٤٣٣٩٤	٢٧١٦
١٦	٤٣٤١٠	٢٧١٧
١٦	٤٣٤٢٦	٢٧١٨
١٦	٤٣٤٤٢	٢٧١٩
١٦	٤٣٤٥٨	٢٧٢٠
١٦	٤٣٤٧٤	٢٧٢١
١٦	٤٣٤٩٠	٢٧٢٢
١٦	٤٣٥٠٦	٢٧٢٣
١٦	٤٣٥٢٢	٢٧٢٤
١٦	٤٣٥٣٨	٢٧٢٥

ف	لوغا	عدد
١٦	٤٣١٢٣	٢٦٩٩
١٦	٤٣١٤٠	٢٧٠٠
١٦	٤٣١٥٦	٢٧٠١
١٦	٤٣١٧٢	٢٧٠٢
١٦	٤٣١٨٨	٢٧٠٣
١٦	٤٣٢٠٤	٢٧٠٤
١٦	٤٣٢٢٠	٢٧٠٥
١٦	٤٣٢٣٦	٢٧٠٦
١٦	٤٣٢٥٢	٢٧٠٧
١٦	٤٣٢٦٨	٢٧٠٨
١٦	٤٣٢٨٤	٢٧٠٩
١٦	٤٣٣٠٠	٢٧١٠
١٦	٤٣٣١٦	٢٧١١
١٦	٤٣٣٣٢	٢٧١٢
١٦	٤٣٣٤٨	٢٧١٣
١٦	٤٣٣٦٤	٢٧١٤
١٦	٤٣٣٨٠	٢٧١٥
١٦	٤٣٣٩٦	٢٧١٦
١٦	٤٣٤١٢	٢٧١٧
١٦	٤٣٤٢٨	٢٧١٨
١٦	٤٣٤٤٤	٢٧١٩
١٦	٤٣٤٦٠	٢٧٢٠
١٦	٤٣٤٧٦	٢٧٢١
١٦	٤٣٤٩٢	٢٧٢٢
١٦	٤٣٥٠٨	٢٧٢٣
١٦	٤٣٥٢٤	٢٧٢٤
١٦	٤٣٥٤٠	٢٧٢٥

ف	لوغا	عدد
١٦	٤٣١٤١	٢٦٩٨
١٦	٤٣٢٥٧	٢٦٩٩
١٦	٤٣٢٧٤	٢٧٠٠
١٦	٤٣٣٩٠	٢٧٠١
١٦	٤٣٢٠٦	٢٧٠٢
١٦	٤٣٢٢٣	٢٧٠٣
١٦	٤٣٢٤٠	٢٧٠٤
١٦	٤٣٢٥٦	٢٧٠٥
١٦	٤٣٢٧٣	٢٧٠٦
١٦	٤٣٢٨٩	٢٧٠٧
١٦	٤٣٣٠٦	٢٧٠٨
١٦	٤٣٣٢٢	٢٧٠٩
١٦	٤٣٣٣٩	٢٧١٠
١٦	٤٣٣٥٥	٢٧١١
١٦	٤٣٣٧٢	٢٧١٢
١٦	٤٣٣٨٨	٢٧١٣
١٦	٤٣٤٠٥	٢٧١٤
١٦	٤٣٤٢١	٢٧١٥
١٦	٤٣٤٣٨	٢٧١٦
١٦	٤٣٤٥٤	٢٧١٧
١٦	٤٣٤٧١	٢٧١٨
١٦	٤٣٤٨٧	٢٧١٩
١٦	٤٣٥٠٤	٢٧٢٠
١٦	٤٣٥٢٠	٢٧٢١
١٦	٤٣٥٣٧	٢٧٢٢
١٦	٤٣٥٥٣	٢٧٢٣
١٦	٤٣٥٧٠	٢٧٢٤
١٦	٤٣٥٨٦	٢٧٢٥

ف	لوغا	عدد
١٦	٤٣١٤١	٢٦٩٨
١٦	٤٣٢٥٧	٢٦٩٩
١٦	٤٣٢٧٤	٢٧٠٠
١٦	٤٣٣٩٠	٢٧٠١
١٦	٤٣٢٠٦	٢٧٠٢
١٦	٤٣٢٢٣	٢٧٠٣
١٦	٤٣٢٤٠	٢٧٠٤
١٦	٤٣٢٥٦	٢٧٠٥
١٦	٤٣٢٧٣	٢٧٠٦
١٦	٤٣٢٨٩	٢٧٠٧
١٦	٤٣٣٠٦	٢٧٠٨
١٦	٤٣٣٢٢	٢٧٠٩
١٦	٤٣٣٣٩	٢٧١٠
١٦	٤٣٣٥٥	٢٧١١
١٦	٤٣٣٧٢	٢٧١٢
١٦	٤٣٣٨٨	٢٧١٣
١٦	٤٣٤٠٥	٢٧١٤
١٦	٤٣٤٢١	٢٧١٥
١٦	٤٣٤٣٨	٢٧١٦
١٦	٤٣٤٥٤	٢٧١٧
١٦	٤٣٤٧١	٢٧١٨
١٦	٤٣٤٨٧	٢٧١٩
١٦	٤٣٥٠٤	٢٧٢٠
١٦	٤٣٥٢٠	٢٧٢١
١٦	٤٣٥٣٧	٢٧٢٢
١٦	٤٣٥٥٣	٢٧٢٣
١٦	٤٣٥٧٠	٢٧٢٤
١٦	٤٣٥٨٦	٢٧٢٥

عدد	لوغا	ف
٢٧٥١	٤٣٩٤٩	١٦
٢٧٥٢	٤٣٩٥٥	١٦
٢٧٥٣	٤٣٩٨١	١٦
٢٧٥٤	٤٣٩٩٦	١٥
٢٧٥٥	٤٤٠١١	١٦
٢٧٥٦	٤٤٠٢٨	١٦
٢٧٥٧	٤٤٠٤٣	١٦
٢٧٥٨	٤٤٠٥٩	١٥
٢٧٥٩	٤٤٠٧٥	١٦
٢٧٦٠	٤٤٠٩١	١٦
٢٧٦١	٤٤١٠٧	١٥
٢٧٦٢	٤٤١٢٢	١٥
٢٧٦٣	٤٤١٣٨	١٦
٢٧٦٤	٤٤١٥٤	١٦
٢٧٦٥	٤٤١٧٠	١٦
٢٧٦٦	٤٤١٨٥	١٥
٢٧٦٧	٤٤٢٠١	١٦
٢٧٦٨	٤٤٢١٧	١٦
٢٧٦٩	٤٤٢٣٢	١٥
٢٧٧٠	٤٤٢٤٨	١٦
٢٧٧١	٤٤٢٦٤	١٦
٢٧٧٢	٤٤٢٧٩	١٥
٢٧٧٣	٤٤٢٩٥	١٦
٢٧٧٤	٤٤٣١١	١٦
٢٧٧٥	٤٤٣٢٦	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٧٧٦	٤٤٣٤٢	١٦
٢٧٧٧	٤٤٣٥٨	١٦
٢٧٧٨	٤٤٣٧٣	١٥
٢٧٧٩	٤٤٣٨٩	١٦
٢٧٨٠	٤٤٤٠٤	١٥
٢٧٨١	٤٤٤٢٠	١٦
٢٧٨٢	٤٤٤٣٥	١٦
٢٧٨٣	٤٤٤٥١	١٥
٢٧٨٤	٤٤٤٦٦	١٥
٢٧٨٥	٤٤٤٨٢	١٦
٢٧٨٦	٤٤٤٩٨	١٥
٢٧٨٧	٤٤٥١٣	١٦
٢٧٨٨	٤٤٥٢٩	١٥
٢٧٨٩	٤٤٥٤٤	١٦
٢٧٩٠	٤٤٥٦٠	١٥
٢٧٩١	٤٤٥٧٥	١٦
٢٧٩٢	٤٤٥٩١	١٥
٢٧٩٣	٤٤٦٠٧	١٥
٢٧٩٤	٤٤٦٢٢	١٥
٢٧٩٥	٤٤٦٣٨	١٥
٢٧٩٦	٤٤٦٥٣	١٥
٢٧٩٧	٤٤٦٦٩	١٥
٢٧٩٨	٤٤٦٨٤	١٥
٢٧٩٩	٤٤٧٠٠	١٥
٢٨٠٠	٤٤٧١٦	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٨٠١	٤٤٧٣١	١٥
٢٨٠٢	٤٤٧٤٧	١٥
٢٨٠٣	٤٤٧٦٢	١٥
٢٨٠٤	٤٤٧٧٨	١٥
٢٨٠٥	٤٤٧٩٣	١٥
٢٨٠٦	٤٤٨٠٩	١٥
٢٨٠٧	٤٤٨٢٤	١٥
٢٨٠٨	٤٤٨٤٠	١٥
٢٨٠٩	٤٤٨٥٥	١٥
٢٨١٠	٤٤٨٧١	١٥
٢٨١١	٤٤٨٨٦	١٥
٢٨١٢	٤٤٩٠٢	١٥
٢٨١٣	٤٤٩١٧	١٥
٢٨١٤	٤٤٩٣٣	١٥
٢٨١٥	٤٤٩٤٨	١٥
٢٨١٦	٤٤٩٦٤	١٥
٢٨١٧	٤٤٩٧٩	١٥
٢٨١٨	٤٤٩٩٥	١٥
٢٨١٩	٤٥٠١٠	١٥
٢٨٢٠	٤٥٠٢٥	١٥
٢٨٢١	٤٥٠٤٠	١٥
٢٨٢٢	٤٥٠٥٦	١٥
٢٨٢٣	٤٥٠٧١	١٥
٢٨٢٤	٤٥٠٨٧	١٥
٢٨٢٥	٤٥١٠٢	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٨٢٦	٤٥١١٧	١٥
٢٨٢٧	٤٥١٣٣	١٥
٢٨٢٨	٤٥١٤٨	١٥
٢٨٢٩	٤٥١٦٤	١٥
٢٨٣٠	٤٥١٧٩	١٥
٢٨٣١	٤٥١٩٤	١٥
٢٨٣٢	٤٥٢٠٩	١٥
٢٨٣٣	٤٥٢٢٥	١٥
٢٨٣٤	٤٥٢٤٠	١٥
٢٨٣٥	٤٥٢٥٥	١٥
٢٨٣٦	٤٥٢٧١	١٥
٢٨٣٧	٤٥٢٨٦	١٥
٢٨٣٨	٤٥٣٠١	١٥
٢٨٣٩	٤٥٣١٧	١٥
٢٨٤٠	٤٥٣٣٢	١٥
٢٨٤١	٤٥٣٤٧	١٥
٢٨٤٢	٤٥٣٦٣	١٥
٢٨٤٣	٤٥٣٧٨	١٥
٢٨٤٤	٤٥٣٩٣	١٥
٢٨٤٥	٤٥٤٠٨	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٨٤٦	٤٥٤٢٤	١٥
٢٨٤٧	٤٥٤٣٩	١٥
٢٨٤٨	٤٥٤٥٤	١٥
٢٨٤٩	٤٥٤٦٩	١٥
٢٨٥٠	٤٥٤٨٥	١٥
٢٨٥١	٤٥٥٠٠	١٥
٢٨٥٢	٤٥٥١٥	١٥
٢٨٥٣	٤٥٥٣٠	١٥
٢٨٥٤	٤٥٥٤٥	١٥
٢٨٥٥	٤٥٥٦١	١٥
٢٨٥٦	٤٥٥٧٦	١٥
٢٨٥٧	٤٥٥٩١	١٥
٢٨٥٨	٤٥٦٠٦	١٥
٢٨٥٩	٤٥٦٢١	١٥
٢٨٦٠	٤٥٦٣٧	١٥
٢٨٦١	٤٥٦٥٢	١٥
٢٨٦٢	٤٥٦٦٧	١٥
٢٨٦٣	٤٥٦٨٢	١٥
٢٨٦٤	٤٥٦٩٧	١٥
٢٨٦٥	٤٥٧١٢	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٨٦٦	٤٥٧٢٨	١٥
٢٨٦٧	٤٥٧٤٣	١٥
٢٨٦٨	٤٥٧٥٨	١٥
٢٨٦٩	٤٥٧٧٣	١٥
٢٨٧٠	٤٥٧٨٨	١٥
٢٨٧١	٤٥٨٠٣	١٥
٢٨٧٢	٤٥٨١٨	١٥
٢٨٧٣	٤٥٨٣٣	١٥
٢٨٧٤	٤٥٨٤٨	١٥
٢٨٧٥	٤٥٨٦٣	١٥
٢٨٧٦	٤٥٨٧٨	١٥
٢٨٧٧	٤٥٨٩٣	١٥
٢٨٧٨	٤٥٩٠٨	١٥
٢٨٧٩	٤٥٩٢٣	١٥
٢٨٨٠	٤٥٩٣٨	١٥
٢٨٨١	٤٥٩٥٣	١٥
٢٨٨٢	٤٥٩٦٨	١٥
٢٨٨٣	٤٥٩٨٣	١٥
٢٨٨٤	٤٥٩٩٨	١٥
٢٨٨٥	٤٦٠١٣	١٥

عدد	لوغا	ف
٢٩٠٠	٤٣٢٠٠	١٥
٢٩٠١	٤٣٢٠٥	
٢٩٠٢	٤٣٢١٠	
٢٩٠٣	٤٣٢١٥	
٢٩٠٤	٤٣٢٢٠	
٢٩٠٥	٤٣٢٢٥	
٢٩٠٦	٤٣٢٣٠	
٢٩٠٧	٤٣٢٣٥	
٢٩٠٨	٤٣٢٤٠	
٢٩٠٩	٤٣٢٤٥	
٢٩١٠	٤٣٢٥٠	
٢٩١١	٤٣٢٥٥	
٢٩١٢	٤٣٢٦٠	
٢٩١٣	٤٣٢٦٥	
٢٩١٤	٤٣٢٧٠	
٢٩١٥	٤٣٢٧٥	
٢٩١٦	٤٣٢٨٠	
٢٩١٧	٤٣٢٨٥	
٢٩١٨	٤٣٢٩٠	
٢٩١٩	٤٣٢٩٥	
٢٩٢٠	٤٣٣٠٠	
٢٩٢١	٤٣٣٠٥	
٢٩٢٢	٤٣٣١٠	
٢٩٢٣	٤٣٣١٥	
٢٩٢٤	٤٣٣٢٠	
٢٩٢٥	٤٣٣٢٥	
٢٩٢٦	٤٣٣٣٠	
٢٩٢٧	٤٣٣٣٥	
٢٩٢٨	٤٣٣٤٠	
٢٩٢٩	٤٣٣٤٥	
٢٩٣٠	٤٣٣٥٠	
٢٩٣١	٤٣٣٥٥	
٢٩٣٢	٤٣٣٦٠	
٢٩٣٣	٤٣٣٦٥	
٢٩٣٤	٤٣٣٧٠	
٢٩٣٥	٤٣٣٧٥	
٢٩٣٦	٤٣٣٨٠	
٢٩٣٧	٤٣٣٨٥	
٢٩٣٨	٤٣٣٩٠	
٢٩٣٩	٤٣٣٩٥	
٢٩٤٠	٤٣٤٠٠	
٢٩٤١	٤٣٤٠٥	
٢٩٤٢	٤٣٤١٠	
٢٩٤٣	٤٣٤١٥	
٢٩٤٤	٤٣٤٢٠	
٢٩٤٥	٤٣٤٢٥	
٢٩٤٦	٤٣٤٣٠	
٢٩٤٧	٤٣٤٣٥	
٢٩٤٨	٤٣٤٤٠	
٢٩٤٩	٤٣٤٤٥	
٢٩٥٠	٤٣٤٥٠	
٢٩٥١	٤٣٤٥٥	
٢٩٥٢	٤٣٤٦٠	
٢٩٥٣	٤٣٤٦٥	
٢٩٥٤	٤٣٤٧٠	
٢٩٥٥	٤٣٤٧٥	
٢٩٥٦	٤٣٤٨٠	
٢٩٥٧	٤٣٤٨٥	
٢٩٥٨	٤٣٤٩٠	
٢٩٥٩	٤٣٤٩٥	
٢٩٦٠	٤٣٥٠٠	
٢٩٦١	٤٣٥٠٥	
٢٩٦٢	٤٣٥١٠	
٢٩٦٣	٤٣٥١٥	
٢٩٦٤	٤٣٥٢٠	
٢٩٦٥	٤٣٥٢٥	
٢٩٦٦	٤٣٥٣٠	
٢٩٦٧	٤٣٥٣٥	
٢٩٦٨	٤٣٥٤٠	
٢٩٦٩	٤٣٥٤٥	
٢٩٧٠	٤٣٥٥٠	
٢٩٧١	٤٣٥٥٥	
٢٩٧٢	٤٣٥٦٠	
٢٩٧٣	٤٣٥٦٥	
٢٩٧٤	٤٣٥٧٠	
٢٩٧٥	٤٣٥٧٥	
٢٩٧٦	٤٣٥٨٠	
٢٩٧٧	٤٣٥٨٥	
٢٩٧٨	٤٣٥٩٠	
٢٩٧٩	٤٣٥٩٥	
٢٩٨٠	٤٣٦٠٠	
٢٩٨١	٤٣٦٠٥	
٢٩٨٢	٤٣٦١٠	
٢٩٨٣	٤٣٦١٥	
٢٩٨٤	٤٣٦٢٠	
٢٩٨٥	٤٣٦٢٥	
٢٩٨٦	٤٣٦٣٠	
٢٩٨٧	٤٣٦٣٥	
٢٩٨٨	٤٣٦٤٠	
٢٩٨٩	٤٣٦٤٥	
٢٩٩٠	٤٣٦٥٠	
٢٩٩١	٤٣٦٥٥	
٢٩٩٢	٤٣٦٦٠	
٢٩٩٣	٤٣٦٦٥	
٢٩٩٤	٤٣٦٧٠	
٢٩٩٥	٤٣٦٧٥	
٢٩٩٦	٤٣٦٨٠	
٢٩٩٧	٤٣٦٨٥	
٢٩٩٨	٤٣٦٩٠	
٢٩٩٩	٤٣٦٩٥	
٣٠٠٠	٤٣٧١٢	

عدد	لوغا	ف
٣٠٠١	٤٣٧٧٢٧	١٥
٣٠٠٢	٤٣٧٧٤١	١٤
٣٠٠٣	٤٣٧٧٥٤	١٥
٣٠٠٤	٤٣٧٧٧٠	١٤
٣٠٠٥	٤٣٧٧٨٤	١٤
٣٠٠٦	٤٣٧٧٩٩	١٥
٣٠٠٧	٤٣٧٨١٣	١٤
٣٠٠٨	٤٣٧٨٢٨	١٤
٣٠٠٩	٤٣٧٨٤٢	١٤
٣٠١٠	٤٣٧٨٥٧	١٤
٣٠١١	٤٣٧٨٧١	١٤
٣٠١٢	٤٣٧٨٨٥	١٤
٣٠١٣	٤٣٧٩٠٠	١٥
٣٠١٤	٤٣٧٩١٤	١٤
٣٠١٥	٤٣٧٩٢٩	١٥
٣٠١٦	٤٣٧٩٤٣	١٤
٣٠١٧	٤٣٧٩٥٨	١٥
٣٠١٨	٤٣٧٩٧٢	١٤
٣٠١٩	٤٣٧٩٨٧	١٥
٣٠٢٠	٤٣٨٠٠١	١٤
٣٠٢١	٤٣٨٠١٥	١٤
٣٠٢٢	٤٣٨٠٢٩	١٤
٣٠٢٣	٤٣٨٠٤٤	١٥
٣٠٢٤	٤٣٨٠٥٨	١٤
٣٠٢٥	٤٣٨٠٧٣	١٥

عدد	لوغا	ف
٣٠٢٦	٤٣٨٠٨٧	١٤
٣٠٢٧	٤٣٨١٠١	١٤
٣٠٢٨	٤٣٨١١٦	١٥
٣٠٢٩	٤٣٨١٣٠	١٤
٣٠٣٠	٤٣٨١٤٤	١٤
٣٠٣١	٤٣٨١٥٩	١٥
٣٠٣٢	٤٣٨١٧٣	١٤
٣٠٣٣	٤٣٨١٨٧	١٤
٣٠٣٤	٤٣٨٢٠٢	١٥
٣٠٣٥	٤٣٨٢١٦	١٤
٣٠٣٦	٤٣٨٢٣٠	١٤
٣٠٣٧	٤٣٨٢٤٤	١٤
٣٠٣٨	٤٣٨٢٥٩	١٥
٣٠٣٩	٤٣٨٢٧٣	١٤
٣٠٤٠	٤٣٨٢٨٧	١٤
٣٠٤١	٤٣٨٣٠٢	١٥
٣٠٤٢	٤٣٨٣١٦	١٤
٣٠٤٣	٤٣٨٣٣٠	١٤
٣٠٤٤	٤٣٨٣٤٤	١٤
٣٠٤٥	٤٣٨٣٥٩	١٥
٣٠٤٦	٤٣٨٣٧٣	١٤
٣٠٤٧	٤٣٨٣٨٧	١٤
٣٠٤٨	٤٣٨٤٠١	١٤
٣٠٤٩	٤٣٨٤١٦	١٥
٣٠٥٠	٤٣٨٤٣٠	١٤

عدد	لوغا	ف
٣٠٥١	٤٣٨٤٤٤	١٤
٣٠٥٢	٤٣٨٤٥٨	١٤
٣٠٥٣	٤٣٨٤٧٣	١٤
٣٠٥٤	٤٣٨٤٨٧	١٤
٣٠٥٥	٤٣٨٥٠١	١٤
٣٠٥٦	٤٣٨٥١٥	١٥
٣٠٥٧	٤٣٨٥٣٠	١٤
٣٠٥٨	٤٣٨٥٤٤	١٤
٣٠٥٩	٤٣٨٥٥٨	١٤
٣٠٦٠	٤٣٨٥٧٣	١٤
٣٠٦١	٤٣٨٥٨٧	١٤
٣٠٦٢	٤٣٨٦٠١	١٤
٣٠٦٣	٤٣٨٦١٥	١٤
٣٠٦٤	٤٣٨٦٢٩	١٤
٣٠٦٥	٤٣٨٦٤٣	١٤
٣٠٦٦	٤٣٨٦٥٧	١٤
٣٠٦٧	٤٣٨٧١٢	١٤
٣٠٦٨	٤٣٨٧٢٦	١٤
٣٠٦٩	٤٣٨٧٤٠	١٤
٣٠٧٠	٤٣٨٧٥٤	١٤
٣٠٧١	٤٣٨٧٦٨	١٤
٣٠٧٢	٤٣٨٧٨٢	١٤
٣٠٧٣	٤٣٨٧٩٦	١٤
٣٠٧٤	٤٣٨٨١٠	١٤
٣٠٧٥	٤٣٨٨٢٤	١٤

عدد	لوغا	ف
٣٠٧٦	٤٣٨٨٣٨	١٤
٣٠٧٧	٤٣٨٨٥٢	١٤
٣٠٧٨	٤٣٨٨٦٦	١٤
٣٠٧٩	٤٣٨٨٨٠	١٤
٣٠٨٠	٤٣٨٨٩٤	١٤
٣٠٨١	٤٣٨٩٠٨	١٤
٣٠٨٢	٤٣٨٩٢٢	١٤
٣٠٨٣	٤٣٨٩٣٦	١٤
٣٠٨٤	٤٣٨٩٥٠	١٤
٣٠٨٥	٤٣٨٩٦٤	١٤
٣٠٨٦	٤٣٨٩٧٨	١٤
٣٠٨٧	٤٣٨٩٩٢	١٤
٣٠٨٨	٤٣٩٠٠٦	١٤
٣٠٨٩	٤٣٩٠٢٠	١٤
٣٠٩٠	٤٣٩٠٣٤	١٤
٣٠٩١	٤٣٩٠٤٨	١٤
٣٠٩٢	٤٣٩٠٦٢	١٤
٣٠٩٣	٤٣٩٠٧٦	١٤
٣٠٩٤	٤٣٩٠٩٠	١٤
٣٠٩٥	٤٣٩١٠٤	١٤
٣٠٩٦	٤٣٩١١٨	١٤
٣٠٩٧	٤٣٩١٣٢	١٤
٣٠٩٨	٤٣٩١٤٦	١٤
٣٠٩٩	٤٣٩١٦٠	١٤
٣١٠٠	٤٣٩١٧٤	١٤

عدد	لوغا	ف
٣١٠١	٤٣٩١٥٠	١٤
٣١٠٢	٤٣٩١٦٤	١٤
٣١٠٣	٤٣٩١٧٨	١٤
٣١٠٤	٤٣٩١٩٢	١٤
٣١٠٥	٤٣٩٢٠٦	١٤
٣١٠٦	٤٣٩٢٢٠	١٤
٣١٠٧	٤٣٩٢٣٤	١٤
٣١٠٨	٤٣٩٢٤٨	١٤
٣١٠٩	٤٣٩٢٦٢	١٤
٣١١٠	٤٣٩٢٧٦	١٤
٣١١١	٤٣٩٢٩٠	١٤
٣١١٢	٤٣٩٣٠٤	١٤
٣١١٣	٤٣٩٣١٨	١٤
٣١١٤	٤٣٩٣٣٢	١٤
٣١١٥	٤٣٩٣٤٦	١٤
٣١١٦	٤٣٩٣٦٠	١٤
٣١١٧	٤٣٩٣٧٤	١٤
٣١١٨	٤٣٩٣٨٨	١٤
٣١١٩	٤٣٩٤٠٢	١٣
٣١٢٠	٤٣٩٤١٥	١٤
٣١٢١	٤٣٩٤٢٩	١٤
٣١٢٢	٤٣٩٤٤٣	١٤
٣١٢٣	٤٣٩٤٥٧	١٤
٣١٢٤	٤٣٩٤٧١	١٤
٣١٢٥	٤٣٩٤٨٥	١٤

ف	عدد	لوغا
١٤	٣١٢٦	٤٩٤٩٩
١٤	٣١٢٧	٤٩٥١٣
١٤	٣١٢٨	٤٩٥٢٧
١٤	٣١٢٩	٤٩٥٤١
١٤	٣١٣٠	٤٩٥٥٤
١٤	٣١٣١	٤٩٥٦٨
١٤	٣١٣٢	٤٩٥٨٢
١٤	٣١٣٣	٤٩٥٩٦
١٤	٣١٣٤	٤٩٦١٠
١٤	٣١٣٥	٤٩٦٢٤
١٤	٣١٣٦	٤٩٦٣٨
١٤	٣١٣٧	٤٩٦٥١
١٤	٣١٣٨	٤٩٦٦٥
١٤	٣١٣٩	٤٩٦٧٩
١٤	٣١٤٠	٤٩٦٩٣
١٤	٣١٤١	٤٩٧٠٧
١٤	٣١٤٢	٤٩٧٢١
١٤	٣١٤٣	٤٩٧٣٤
١٤	٣١٤٤	٤٩٧٤٨
١٤	٣١٤٥	٤٩٧٦٢
١٤	٣١٤٦	٤٩٧٧٦
١٤	٣١٤٧	٤٩٧٩٠
١٤	٣١٤٨	٤٩٨٠٣
١٤	٣١٤٩	٤٩٨١٧
١٤	٣١٥٠	٤٩٨٣١

ف	عدد	لوغا
١٤	٣١٥١	٤٩٨٤٥
١٤	٣١٥٢	٤٩٨٥٩
١٤	٣١٥٣	٤٩٨٧٢
١٤	٣١٥٤	٤٩٨٨٦
١٤	٣١٥٥	٤٩٩٠٠
١٤	٣١٥٦	٤٩٩١٤
١٤	٣١٥٧	٤٩٩٢٧
١٤	٣١٥٨	٤٩٩٤١
١٤	٣١٥٩	٤٩٩٥٥
١٤	٣١٦٠	٤٩٩٦٩
١٤	٣١٦١	٤٩٩٨٢
١٤	٣١٦٢	٤٩٩٩٦
١٤	٣١٦٣	٥٠٠١٠
١٤	٣١٦٤	٥٠٠٢٤
١٤	٣١٦٥	٥٠٠٣٧
١٤	٣١٦٦	٥٠٠٥١
١٤	٣١٦٧	٥٠٠٦٥
١٤	٣١٦٨	٥٠٠٧٩
١٤	٣١٦٩	٥٠٠٩٢
١٤	٣١٧٠	٥٠١٠٦
١٤	٣١٧١	٥٠١٢٠
١٤	٣١٧٢	٥٠١٣٣
١٤	٣١٧٣	٥٠١٤٧
١٤	٣١٧٤	٥٠١٦١
١٤	٣١٧٥	٥٠١٧٤

ف	عدد	لوغا
١٤	٣١٧٦	٥٠١٨٨
١٤	٣١٧٧	٥٠٢٠٢
١٤	٣١٧٨	٥٠٢١٥
١٤	٣١٧٩	٥٠٢٢٩
١٤	٣١٨٠	٥٠٢٤٢
١٤	٣١٨١	٥٠٢٥٦
١٤	٣١٨٢	٥٠٢٧٠
١٤	٣١٨٣	٥٠٢٨٤
١٤	٣١٨٤	٥٠٢٩٧
١٤	٣١٨٥	٥٠٣١١
١٤	٣١٨٦	٥٠٣٢٥
١٤	٣١٨٧	٥٠٣٣٨
١٤	٣١٨٨	٥٠٣٥٢
١٤	٣١٨٩	٥٠٣٦٥
١٤	٣١٩٠	٥٠٣٧٩
١٤	٣١٩١	٥٠٣٩٣
١٤	٣١٩٢	٥٠٤٠٦
١٤	٣١٩٣	٥٠٤٢٠
١٤	٣١٩٤	٥٠٤٣٣
١٤	٣١٩٥	٥٠٤٤٧
١٤	٣١٩٦	٥٠٤٦١
١٤	٣١٩٧	٥٠٤٧٤
١٤	٣١٩٨	٥٠٤٨٨
١٤	٣١٩٩	٥٠٥٠١
١٤	٣٢٠٠	٥٠٥١٥

ف	عدد	لوغا
١٤	٣٢٠١	٥٠٥٢٩
١٤	٣٢٠٢	٥٠٥٤٢
١٤	٣٢٠٣	٥٠٥٥٦
١٤	٣٢٠٤	٥٠٥٦٩
١٤	٣٢٠٥	٥٠٥٨٣
١٤	٣٢٠٦	٥٠٥٩٦
١٤	٣٢٠٧	٥٠٦١٠
١٤	٣٢٠٨	٥٠٦٢٣
١٤	٣٢٠٩	٥٠٦٣٧
١٤	٣٢١٠	٥٠٦٥١
١٤	٣٢١١	٥٠٦٦٤
١٤	٣٢١٢	٥٠٦٧٨
١٤	٣٢١٣	٥٠٦٩١
١٤	٣٢١٤	٥٠٧٠٥
١٤	٣٢١٥	٥٠٧١٨
١٤	٣٢١٦	٥٠٧٣٢
١٤	٣٢١٧	٥٠٧٤٥
١٤	٣٢١٨	٥٠٧٥٩
١٤	٣٢١٩	٥٠٧٧٢
١٤	٣٢٢٠	٥٠٧٨٦
١٤	٣٢٢١	٥٠٧٩٩
١٤	٣٢٢٢	٥٠٨١٣
١٤	٣٢٢٣	٥٠٨٢٦
١٤	٣٢٢٤	٥٠٨٤٠
١٤	٣٢٢٥	٥٠٨٥٣

ف	عدد	لوغا
١٤	٣٢٢٦	٥٠٨٦٧
١٤	٣٢٢٧	٥٠٨٨٠
١٤	٣٢٢٨	٥٠٨٩٣
١٤	٣٢٢٩	٥٠٩٠٧
١٤	٣٢٣٠	٥٠٩٢٠
١٤	٣٢٣١	٥٠٩٣٤
١٤	٣٢٣٢	٥٠٩٤٧
١٤	٣٢٣٣	٥٠٩٦١
١٤	٣٢٣٤	٥٠٩٧٤
١٤	٣٢٣٥	٥٠٩٨٧
١٤	٣٢٣٦	٥١٠٠١
١٤	٣٢٣٧	٥١٠١٤
١٤	٣٢٣٨	٥١٠٢٨
١٤	٣٢٣٩	٥١٠٤١
١٤	٣٢٤٠	٥١٠٥٥
١٤	٣٢٤١	٥١٠٦٨
١٤	٣٢٤٢	٥١٠٨١
١٤	٣٢٤٣	٥١٠٩٥
١٤	٣٢٤٤	٥١١٠٨
١٤	٣٢٤٥	٥١١٢١
١٤	٣٢٤٦	٥١١٣٥
١٤	٣٢٤٧	٥١١٤٨
١٤	٣٢٤٨	٥١١٦٢
١٤	٣٢٤٩	٥١١٧٥
١٤	٣٢٥٠	٥١١٨٨

عدد	لوغا	ف
٣٢٥١	٠١٥٠٢٠	١٤
٣٢٥٢	٠١٥١١٥	١٣
٣٢٥٣	٠١٥٢٢٨	١٣
٣٢٥٤	٠١٥٣٤٢	١٤
٣٢٥٥	٠١٥٤٥٥	١٣
٣٢٥٦	٠١٥٥٦٨	١٣
٣٢٥٧	٠١٥٦٨٢	١٤
٣٢٥٨	٠١٥٧٩٥	١٣
٣٢٥٩	٠١٥٩٠٨	١٣
٣٢٦٠	٠١٥٩٢٢	١٤
٣٢٦١	٠١٥٩٣٥	١٣
٣٢٦٢	٠١٥٩٤٨	١٣
٣٢٦٣	٠١٥٩٦٢	١٣
٣٢٦٤	٠١٥٩٧٥	١٣
٣٢٦٥	٠١٥٩٨٨	١٣
٣٢٦٦	٠١٥٩٩٢	١٣
٣٢٦٧	٠١٦٠٠٥	١٣
٣٢٦٨	٠١٦٠١٨	١٣
٣٢٦٩	٠١٦٠٣٢	١٣
٣٢٧٠	٠١٦٠٤٥	١٣
٣٢٧١	٠١٦٠٥٨	١٣
٣٢٧٢	٠١٦٠٧٢	١٣
٣٢٧٣	٠١٦٠٨٥	١٣
٣٢٧٤	٠١٦٠٩٨	١٣
٣٢٧٥	٠١٦١١٢	١٣

عدد	لوغا	ف
٣٢٧٦	٠١٦١٢٥	١٣
٣٢٧٧	٠١٦١٣٨	١٣
٣٢٧٨	٠١٦١٥٢	١٣
٣٢٧٩	٠١٦١٦٥	١٣
٣٢٨٠	٠١٦١٧٨	١٣
٣٢٨١	٠١٦١٩٢	١٣
٣٢٨٢	٠١٦٢٠٥	١٣
٣٢٨٣	٠١٦٢١٨	١٣
٣٢٨٤	٠١٦٢٣٢	١٣
٣٢٨٥	٠١٦٢٤٥	١٣
٣٢٨٦	٠١٦٢٥٨	١٣
٣٢٨٧	٠١٦٢٧٢	١٣
٣٢٨٨	٠١٦٢٨٥	١٣
٣٢٨٩	٠١٦٢٩٨	١٣
٣٢٩٠	٠١٦٣١٢	١٣
٣٢٩١	٠١٦٣٢٥	١٣
٣٢٩٢	٠١٦٣٣٨	١٣
٣٢٩٣	٠١٦٣٥٢	١٣
٣٢٩٤	٠١٦٣٦٥	١٣
٣٢٩٥	٠١٦٣٧٨	١٣

عدد	لوغا	ف
٣٢٩٦	٠١٦٣٩٢	١٣
٣٢٩٧	٠١٦٤٠٥	١٣
٣٢٩٨	٠١٦٤١٨	١٣
٣٢٩٩	٠١٦٤٣٢	١٣
٣٣٠٠	٠١٦٤٤٥	١٣
٣٣٠١	٠١٦٤٥٨	١٣
٣٣٠٢	٠١٦٤٧٢	١٣
٣٣٠٣	٠١٦٤٨٥	١٣
٣٣٠٤	٠١٦٤٩٨	١٣
٣٣٠٥	٠١٦٥١٢	١٣
٣٣٠٦	٠١٦٥٢٥	١٣
٣٣٠٧	٠١٦٥٣٨	١٣
٣٣٠٨	٠١٦٥٥٢	١٣
٣٣٠٩	٠١٦٥٦٥	١٣
٣٣١٠	٠١٦٥٧٨	١٣
٣٣١١	٠١٦٥٩٢	١٣
٣٣١٢	٠١٦٦٠٥	١٣
٣٣١٣	٠١٦٦١٨	١٣
٣٣١٤	٠١٦٦٣٢	١٣
٣٣١٥	٠١٦٦٤٥	١٣

عدد	لوغا	ف
٣٣١٦	٠١٦٦٥٨	١٣
٣٣١٧	٠١٦٦٧٢	١٣
٣٣١٨	٠١٦٦٨٥	١٣
٣٣١٩	٠١٦٦٩٨	١٣
٣٣٢٠	٠١٦٧١٢	١٣
٣٣٢١	٠١٦٧٢٥	١٣
٣٣٢٢	٠١٦٧٣٨	١٣
٣٣٢٣	٠١٦٧٥٢	١٣
٣٣٢٤	٠١٦٧٦٥	١٣
٣٣٢٥	٠١٦٧٧٨	١٣
٣٣٢٦	٠١٦٧٩٢	١٣
٣٣٢٧	٠١٦٨٠٥	١٣
٣٣٢٨	٠١٦٨١٨	١٣
٣٣٢٩	٠١٦٨٣٢	١٣
٣٣٣٠	٠١٦٨٤٥	١٣
٣٣٣١	٠١٦٨٥٨	١٣
٣٣٣٢	٠١٦٨٧٢	١٣
٣٣٣٣	٠١٦٨٨٥	١٣
٣٣٣٤	٠١٦٨٩٨	١٣
٣٣٣٥	٠١٦٩١٢	١٣

عدد	لوغا	ف
٣٣٣٦	٠١٦٩٢٥	١٣
٣٣٣٧	٠١٦٩٣٨	١٣
٣٣٣٨	٠١٦٩٥٢	١٣
٣٣٣٩	٠١٦٩٦٥	١٣
٣٣٤٠	٠١٦٩٧٨	١٣
٣٣٤١	٠١٦٩٩٢	١٣
٣٣٤٢	٠١٧٠٠٥	١٣
٣٣٤٣	٠١٧٠١٨	١٣
٣٣٤٤	٠١٧٠٣٢	١٣
٣٣٤٥	٠١٧٠٤٥	١٣
٣٣٤٦	٠١٧٠٥٨	١٣
٣٣٤٧	٠١٧٠٧٢	١٣
٣٣٤٨	٠١٧٠٨٥	١٣
٣٣٤٩	٠١٧٠٩٨	١٣
٣٣٥٠	٠١٧١١٢	١٣
٣٣٥١	٠١٧١٢٥	١٣
٣٣٥٢	٠١٧١٣٨	١٣
٣٣٥٣	٠١٧١٥٢	١٣
٣٣٥٤	٠١٧١٦٥	١٣
٣٣٥٥	٠١٧١٧٨	١٣

عدد	لوغا	ف
٢٢٧٦	٠٣٥٨٤٠	١٢
٢٢٧٧	٠٣٥٨٥٣	١٢
٢٢٧٨	٠٣٥٨٦٦	١٢
٢٢٧٩	٠٣٥٨٧٩	١٢
٢٢٨٠	٠٣٥٨٩٢	١٢
٢٢٨١	٠٣٥٩٠٥	١٢
٢٢٨٢	٠٣٥٩١٧	١٢
٢٢٨٣	٠٣٥٩٣٠	١٢
٢٢٨٤	٠٣٥٩٤٣	١٢
٢٢٨٥	٠٣٥٩٥٦	١٢
٢٢٨٦	٠٣٥٩٦٩	١٢
٢٢٨٧	٠٣٥٩٨٢	١٢
٢٢٨٨	٠٣٥٩٩٥	١٢
٢٢٨٩	٠٣٦٠٠٧	١٢
٢٢٩٠	٠٣٦٠٢٠	١٣
٢٢٩١	٠٣٦٠٣٣	١٢
٢٢٩٢	٠٣٦٠٤٦	١٢
٢٢٩٣	٠٣٦٠٥٨	١٢
٢٢٩٤	٠٣٦٠٧١	١٢
٢٢٩٥	٠٣٦٠٨٤	١٢
٢٢٩٦	٠٣٦٠٩٧	١٢
٢٢٩٧	٠٣٦١١٠	١٢
٢٢٩٨	٠٣٦١٢٣	١٢
٢٢٩٩	٠٣٦١٣٥	١٢
٢٣٠٠	٠٣٦١٤٨	١٢

عدد	لوغا	ف
٢٣٠١	٠٣٦١٦١	١٢
٢٣٠٢	٠٣٦١٧٤	١٢
٢٣٠٣	٠٣٦١٨٧	١٢
٢٣٠٤	٠٣٦١٩٩	١٢
٢٣٠٥	٠٣٦٢١٢	١٢
٢٣٠٦	٠٣٦٢٢٤	١٢
٢٣٠٧	٠٣٦٢٣٧	١٢
٢٣٠٨	٠٣٦٢٥٠	١٢
٢٣٠٩	٠٣٦٢٦٢	١٢
٢٣١٠	٠٣٦٢٧٥	١٢
٢٣١١	٠٣٦٢٨٨	١٢
٢٣١٢	٠٣٦٣٠١	١٢
٢٣١٣	٠٣٦٣١٤	١٢
٢٣١٤	٠٣٦٣٢٦	١٢
٢٣١٥	٠٣٦٣٣٩	١٣
٢٣١٦	٠٣٦٣٥٢	١٢
٢٣١٧	٠٣٦٣٦٤	١٢
٢٣١٨	٠٣٦٣٧٧	١٢
٢٣١٩	٠٣٦٣٩٠	١٣
٢٣٢٠	٠٣٦٤٠٣	١٢
٢٣٢١	٠٣٦٤١٥	١٢
٢٣٢٢	٠٣٦٤٢٨	١٢
٢٣٢٣	٠٣٦٤٤١	١٢
٢٣٢٤	٠٣٦٤٥٣	١٢
٢٣٢٥	٠٣٦٤٦٦	١٢

عدد	لوغا	ف
٢٣٢٦	٠٣٦٤٧٩	١٢
٢٣٢٧	٠٣٦٤٩١	١٢
٢٣٢٨	٠٣٦٥٠٤	١٢
٢٣٢٩	٠٣٦٥١٧	١٢
٢٣٣٠	٠٣٦٥٢٩	١٢
٢٣٣١	٠٣٦٥٤٢	١٢
٢٣٣٢	٠٣٦٥٥٥	١٢
٢٣٣٣	٠٣٦٥٦٧	١٢
٢٣٣٤	٠٣٦٥٨٠	١٢
٢٣٣٥	٠٣٦٥٩٢	١٢
٢٣٣٦	٠٣٦٦٠٥	١٢
٢٣٣٧	٠٣٦٦١٨	١٢
٢٣٣٨	٠٣٦٦٣١	١٢
٢٣٣٩	٠٣٦٦٤٣	١٢
٢٣٤٠	٠٣٦٦٥٦	١٢
٢٣٤١	٠٣٦٦٦٩	١٢
٢٣٤٢	٠٣٦٦٨١	١٢
٢٣٤٣	٠٣٦٦٩٤	١٢
٢٣٤٤	٠٣٦٧٠٧	١٢
٢٣٤٥	٠٣٦٧١٩	١٢
٢٣٤٦	٠٣٦٧٣٢	١٢
٢٣٤٧	٠٣٦٧٤٥	١٢
٢٣٤٨	٠٣٦٧٥٧	١٢
٢٣٤٩	٠٣٦٧٧٠	١٢
٢٣٥٠	٠٣٦٧٨٢	١٣

عدد	لوغا	ف
٢٣٥١	٠٣٦٧٩٥	١٢
٢٣٥٢	٠٣٦٨٠٧	١٣
٢٣٥٣	٠٣٦٨٢٠	١٢
٢٣٥٤	٠٣٦٨٣٣	١٣
٢٣٥٥	٠٣٦٨٤٥	١٢
٢٣٥٦	٠٣٦٨٥٧	١٢
٢٣٥٧	٠٣٦٨٧٠	١٣
٢٣٥٨	٠٣٦٨٨٢	١٢
٢٣٥٩	٠٣٦٨٩٥	١٣
٢٣٦٠	٠٣٦٩٠٨	١٢
٢٣٦١	٠٣٦٩٢٠	١٣
٢٣٦٢	٠٣٦٩٣٣	١٢
٢٣٦٣	٠٣٦٩٤٥	١٢
٢٣٦٤	٠٣٦٩٥٨	١٣
٢٣٦٥	٠٣٦٩٧٠	١٣
٢٣٦٦	٠٣٦٩٨٣	١٢
٢٣٦٧	٠٣٦٩٩٥	١٢
٢٣٦٨	٠٣٧٠٨	١٢
٢٣٦٩	٠٣٧٠٢٠	١٢
٢٣٧٠	٠٣٧٠٣٣	١٢
٢٣٧١	٠٣٧٠٤٥	١٢
٢٣٧٢	٠٣٧٠٥٨	١٢
٢٣٧٣	٠٣٧٠٧٠	١٢
٢٣٧٤	٠٣٧٠٨٣	١٢
٢٣٧٥	٠٣٧٠٩٥	١٢

عدد	لوغا	ف
٢٣٧٦	٠٣٧١٠٨	١٢
٢٣٧٧	٠٣٧١٢٠	١٢
٢٣٧٨	٠٣٧١٣٣	١٢
٢٣٧٩	٠٣٧١٤٥	١٢
٢٣٨٠	٠٣٧١٥٨	١٢
٢٣٨١	٠٣٧١٧٠	١٢
٢٣٨٢	٠٣٧١٨٢	١٢
٢٣٨٣	٠٣٧١٩٥	١٢
٢٣٨٤	٠٣٧٢٠٨	١٢
٢٣٨٥	٠٣٧٢٢٠	١٢
٢٣٨٦	٠٣٧٢٣٣	١٢
٢٣٨٧	٠٣٧٢٤٥	١٢
٢٣٨٨	٠٣٧٢٥٨	١٢
٢٣٨٩	٠٣٧٢٧٠	١٢
٢٣٩٠	٠٣٧٢٨٢	١٢
٢٣٩١	٠٣٧٢٩٥	١٢
٢٣٩٢	٠٣٧٣٠٧	١٢
٢٣٩٣	٠٣٧٣٢٠	١٢
٢٣٩٤	٠٣٧٣٣٢	١٢
٢٣٩٥	٠٣٧٣٤٥	١٢
٢٣٩٦	٠٣٧٣٥٧	١٢
٢٣٩٧	٠٣٧٣٧٠	١٢
٢٣٩٨	٠٣٧٣٨٢	١٢
٢٣٩٩	٠٣٧٣٩٥	١٢
٢٤٠٠	٠٣٧٤٠٧	١٢

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢٥٠١	٩٤١٣٥	١٢	٢٥٢٦	٨٢٨٣٥	١٢	٢٥٥١	٠٠٣٥	١٢	٢٥٧٦	٠٣٤٠	١٢
٢٥٠٢	٢٣٣٥	١٣	٢٥٢٧	١٤٨٣٥	١٣	٢٥٥٢	٠٤٠٠	١٣	٢٥٧٧	٣٥٢٠٠	١٢
٢٥٠٣	٣٣٣٥	١٢	٢٥٢٨	٢٨٣٥	١٢	٢٥٥٣	٠٦٠٠	١٣	٢٥٧٨	٣٤٢٠٠	١٢
٢٥٠٤	٥٤٣٥	١٢	٢٥٢٩	٥٤٨٣٥	١٣	٢٥٥٤	٠٧٢٠٠	١٢	٢٥٧٩	٤٨٢٠٠	١٢
٢٥٠٥	٦٤٣٥	١٣	٢٥٣٠	٧٧٨٣٥	١٢	٢٥٥٥	٠٨٠٠	١٢	٢٥٨٠	٩٨٣٠٠	١٣
٢٥٠٦	١٨٣٣٥	١٢	٢٥٣١	٩٠٨٣٥	١٢	٢٥٥٦	٠٩٢٠٠	١٢	٢٥٨١	٠٠٣٠٠	١٢
٢٥٠٧	٣٤٣٣٥	١٣	٢٥٣٢	٢٠٨٣٥	١٣	٢٥٥٧	٠١٠٨	١٣	٢٥٨٢	١٣٠٠٥	١٣
٢٥٠٨	٦٠٣٥	١٢	٢٥٣٣	٤١٨٠٥	١٢	٢٥٥٨	٠١٢١	١٢	٢٥٨٣	٢٥٠٠٥	١٢
٢٥٠٩	٨١٥٥	١٠	٢٥٣٤	٨٢٨٣٥	١٢	٢٥٥٩	٠١٣٣	١٢	٢٤٨٣	٣٤٠٠٥	١٢
٢٥١٠	٢٥٣١	١٣	٢٥٣٥	٢٩٨٠٥	١٣	٢٥٦٠	٠١٥٠	١٣	٢٥٨٥	٤٣٠٠٥	١٢
٢٥١١	٤٣٥٣٥	١٢	٢٥٣٦	١٥٨٣٥	١٢	٢٥٦١	٠١٥٧	١٢	٢٥٨٦	١٦٠٥٥	١٢
٢٥١٢	٥٥٥٣٥	١٢	٢٥٣٧	٢٨٣٥	١٢	٢٥٦٢	٠١٦٥	١٢	٢٥٨٧	٢٨٣٠٥	١٢
٢٥١٣	٧٥٦٣٥	١٣	٢٥٣٨	٨٨٣٥	١٣	٢٥٦٣	٠١٨٢	١٣	٢٥٨٨	٥٢٠٠٥	١٢
٢٥١٤	٠٨٥٣٥	١٢	٢٥٣٩	٩٨٣٥	١٢	٢٥٦٤	٠١٩٥	١٢	٢٥٨٩	٧٨٣٠٥	١٢
٢٥١٥	٣٤٥٣٥	١٣	٢٥٤٠	٠٩٠٣٥	١٢	٢٥٦٥	٠٢٠٠	١٣	٢٥٩٠	٠٠٠٥	١٣
٢٥١٦	٥٠٦٣٥	١٢	٢٥٤١	١٣١٩٣٥	١٢	٢٥٦٦	٠٢١٨	١٢	٢٥٩١	٢٢٠٠٥	١٢
٢٥١٧	٨١٦٣٥	١٢	٢٥٤٢	٢٥٩٣٥	١٣	٢٥٦٧	٠٢٣٠	١٣	٢٥٩٢	٣٤٠٠٥	١٢
٢٥١٨	٠٣٦٣٥	١٣	٢٥٤٣	٣٩٣٥	١٢	٢٥٦٨	٠٢٤٢	١٢	٢٥٩٣	٤٦٠٠٥	١٢
٢٥١٩	٢٤٦٣٥	١٢	٢٥٤٤	٤٩٣٥	١٢	٢٥٦٩	٠٢٥٥	١٢	٢٥٩٤	٥٩٠٠٥	١٢
٢٥٢٠	٣٥٦٣٥	١٢	٢٥٤٥	٦٩٣٥	١٢	٢٥٧٠	٠٢٧٠	١٢	٢٥٩٥	٧٥٠٠٥	١٢
٢٥٢١	٨٦٦٣٥	١٢	٢٥٤٦	٩٠٦٣٥	١٣	٢٥٧١	٠٢٨٩	١٣	٢٥٩٦	٩٨٣٠٥	١٢
٢٥٢٢	٩٨٦٣٥	١٢	٢٥٤٧	٨٩٠٣٥	١٢	٢٥٧٢	٠٣٠١	١٢	٢٥٩٧	٠٠٠٠٥	١٢
٢٥٢٣	١٩٦٣٥	١٢	٢٥٤٨	٩٩٨٣٥	١٣	٢٥٧٣	٠٣١٥	١٣	٢٥٩٨	١٦٠٠٥	١٢
٢٥٢٤	٣٠٦٣٥	١٢	٢٥٤٩	١١٠٠٥	١٢	٢٥٧٤	٠٣٢٨	١٢	٢٥٩٩	٣١٨٠٥	١٢
٢٥٢٥	٧١٦٣٥	١٢	٢٥٥٠	٢٣٠٠٥	١٢	٢٥٧٥	٠٣٤٢	١٢	٢٦٠٠	٤٦٠٠٥	١٢

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢٦٠١	٢٦٣٥٥	١٢	٢٦٢٦	٣٤٣٥٥	١٢	٢٦٥١	٠٤٥٥	١٢	٢٦٧٦	٠٤٦٥٥	١٢
٢٦٠٢	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٢٧	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٢	٠٤٧٠	١٢	٢٦٧٧	٠٤٧٥٥	١٢
٢٦٠٣	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٢٨	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٣	٠٤٨٥	١٢	٢٦٧٨	٠٤٨٥٥	١٢
٢٦٠٤	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٢٩	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٤	٠٤٩٠	١٢	٢٦٧٩	٠٤٩٥٥	١٢
٢٦٠٥	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٠	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٥	٠٤٩٥	١٢	٢٦٨٠	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٠٦	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣١	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٦	٠٥٠٠	١٢	٢٦٨١	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٠٧	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٢	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٧	٠٥٠٥	١٢	٢٦٨٢	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٠٨	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٣	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٨	٠٥١٠	١٢	٢٦٨٣	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٠٩	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٤	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٥٩	٠٥١٥	١٢	٢٦٨٤	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٠	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٥	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٠	٠٥٢٠	١٢	٢٦٨٥	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١١	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٦	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦١	٠٥٢٥	١٢	٢٦٨٦	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٢	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٧	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٢	٠٥٣٠	١٢	٢٦٨٧	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٣	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٨	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٣	٠٥٣٥	١٢	٢٦٨٨	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٤	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٣٩	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٤	٠٥٤٠	١٢	٢٦٨٩	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٥	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٠	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٥	٠٥٤٥	١٢	٢٦٩٠	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٦	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤١	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٦	٠٥٥٠	١٢	٢٦٩١	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٧	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٢	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٧	٠٥٥٥	١٢	٢٦٩٢	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٨	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٣	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٨	٠٥٦٠	١٢	٢٦٩٣	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦١٩	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٤	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٦٩	٠٥٦٥	١٢	٢٦٩٤	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢٠	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٥	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧٠	٠٥٧٠	١٢	٢٦٩٥	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢١	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٦	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧١	٠٥٧٥	١٢	٢٦٩٦	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢٢	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٧	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧٢	٠٥٨٠	١٢	٢٦٩٧	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢٣	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٨	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧٣	٠٥٨٥	١٢	٢٦٩٨	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢٤	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٤٩	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧٤	٠٥٩٠	١٢	٢٦٩٩	٠٥٠٥٥	١٢
٢٦٢٥	٣٦٠٥٥	١٢	٢٦٥٠	٣٥٠٥٥	١٢	٢٦٧٥	٠٥٩٥	١٢	٢٧٠٠	٠٠٠٠٠	١٢

ف	عدد	لوغا
١٢	٢٣٦٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٦٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٧٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٨٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٣٩٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٠٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤١٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٢٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٣٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٤٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٥٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٦٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٧٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٨٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٤٩٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٠٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥١٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٢٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٣٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٤٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٥٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٦٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٧٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٨٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٠	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩١	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٢	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٣	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٤	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٥	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٦	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٧	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٨	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٥٩٩	٠٥٢٤٩٩
١٢	٢٦٠٠	٠٥٢٤٩٩

عدد	لوغا	ف
٣٧٥١	٥٧٤١٥	١٢
٣٧٥٢	٥٧٤٢٦	١١
٣٧٥٣	٥٧٤٣٨	١٢
٣٧٥٤	٥٧٤٤٩	١١
٣٧٥٥	٥٧٤٦١	١٢
٣٧٥٦	٥٧٤٧٣	١٢
٣٧٥٧	٥٧٤٨٤	١١
٣٧٥٨	٥٧٤٩٦	١٢
٣٧٥٩	٥٧٥٠٧	١١
٣٧٦٠	٥٧٥١٩	١٢
٣٧٦١	٥٧٥٣٠	١١
٣٧٦٢	٥٧٥٤٢	١٢
٣٧٦٣	٥٧٥٥٣	١١
٣٧٦٤	٥٧٥٦٥	١٢
٣٧٦٥	٥٧٥٧٦	١١
٣٧٦٦	٥٧٥٨٨	١١
٣٧٦٧	٥٧٥٩٩	١١
٣٧٦٨	٥٧٦١١	١١
٣٧٦٩	٥٧٦٢٢	١٢
٣٧٧٠	٥٧٦٣٤	١٢
٣٧٧١	٥٧٦٤٦	١١
٣٧٧٢	٥٧٦٥٧	١٢
٣٧٧٣	٥٧٦٦٩	١١
٣٧٧٤	٥٧٦٨٠	١٢
٣٧٧٥	٥٧٦٩٢	١١

عدد	لوغا	ف
٣٧٧٦	٥٧٧٠٣	١١
٣٧٧٧	٥٧٧١٥	١٢
٣٧٧٨	٥٧٧٢٦	١١
٣٧٧٩	٥٧٧٣٨	١٢
٣٧٨٠	٥٧٧٤٩	١١
٣٧٨١	٥٧٧٦١	١٢
٣٧٨٢	٥٧٧٧٢	١١
٣٧٨٣	٥٧٧٨٤	١٢
٣٧٨٤	٥٧٧٩٥	١١
٣٧٨٥	٥٧٨٠٧	١٢
٣٧٨٦	٥٧٨١٨	١١
٣٧٨٧	٥٧٨٣٠	١٢
٣٧٨٨	٥٧٨٤١	١١
٣٧٨٩	٥٧٨٥٢	١١
٣٧٩٠	٥٧٨٦٤	١٢
٣٧٩١	٥٧٨٧٥	١٢
٣٧٩٢	٥٧٨٨٧	١١
٣٧٩٣	٥٧٨٩٨	١٢
٣٧٩٤	٥٧٩١٠	١١
٣٧٩٥	٥٧٩٢١	١٢
٣٧٩٦	٥٧٩٣٣	١١
٣٧٩٧	٥٧٩٤٤	١٢
٣٧٩٨	٥٧٩٥٥	١١
٣٧٩٩	٥٧٩٦٧	١١
٣٨٠٠	٥٧٩٧٨	١١

عدد	لوغا	ف
٣٨٠١	٥٧٩٩٠	١١
٣٨٠٢	٥٨٠٠١	١٢
٣٨٠٣	٥٨٠١٣	١١
٣٨٠٤	٥٨٠٢٤	١٢
٣٨٠٥	٥٨٠٣٥	١١
٣٨٠٦	٥٨٠٤٧	١٢
٣٨٠٧	٥٨٠٥٨	١١
٣٨٠٨	٥٨٠٧٠	١٢
٣٨٠٩	٥٨٠٨١	١١
٣٨١٠	٥٨٠٩٢	١١
٣٨١١	٥٨١٠٤	١١
٣٨١٢	٥٨١١٥	١٢
٣٨١٣	٥٨١٢٧	١١
٣٨١٤	٥٨١٣٨	١١
٣٨١٥	٥٨١٤٩	١٢
٣٨١٦	٥٨١٦١	١١
٣٨١٧	٥٨١٧٢	١٢
٣٨١٨	٥٨١٨٤	١١
٣٨١٩	٥٨١٩٥	١١
٣٨٢٠	٥٨٢٠٦	١٢
٣٨٢١	٥٨٢١٨	١١
٣٨٢٢	٥٨٢٢٩	١٢
٣٨٢٣	٥٨٢٤٠	١١
٣٨٢٤	٥٨٢٥٢	١٢
٣٨٢٥	٥٨٢٦٣	١١

عدد	لوغا	ف
٣٨٢٦	٥٨٢٧٤	١١
٣٨٢٧	٥٨٢٨٦	١٢
٣٨٢٨	٥٨٢٩٧	١١
٣٨٢٩	٥٨٣٠٩	١٢
٣٨٣٠	٥٨٣٢٠	١١
٣٨٣١	٥٨٣٣١	١١
٣٨٣٢	٥٨٣٤٣	١٢
٣٨٣٣	٥٨٣٥٤	١١
٣٨٣٤	٥٨٣٦٥	١٢
٣٨٣٥	٥٨٣٧٧	١٢
٣٨٣٦	٥٨٣٨٨	١١
٣٨٣٧	٥٨٣٩٩	١١
٣٨٣٨	٥٨٤١٠	١٢
٣٨٣٩	٥٨٤٢٢	١١
٣٨٤٠	٥٨٤٣٣	١٢
٣٨٤١	٥٨٤٤٤	١١
٣٨٤٢	٥٨٤٥٦	١٢
٣٨٤٣	٥٨٤٦٧	١١
٣٨٤٤	٥٨٤٧٨	١٢
٣٨٤٥	٥٨٤٩٠	١١
٣٨٤٦	٥٨٥٠١	١٢
٣٨٤٧	٥٨٥١٢	١١
٣٨٤٨	٥٨٥٢٤	١١
٣٨٤٩	٥٨٥٣٥	١١
٣٨٥٠	٥٨٥٤٦	١١

عدد	لوغا	ف
٣٨٥١	٥٨٥٥٧	١١
٣٨٥٢	٥٨٥٦٩	١٢
٣٨٥٣	٥٨٥٨٠	١١
٣٨٥٤	٥٨٥٩١	١١
٣٨٥٥	٥٨٦٠٢	١٢
٣٨٥٦	٥٨٦١٤	١١
٣٨٥٧	٥٨٦٢٥	١١
٣٨٥٨	٥٨٦٣٦	١١
٣٨٥٩	٥٨٦٤٧	١٢
٣٨٦٠	٥٨٦٥٩	١٢
٣٨٦١	٥٨٦٧٠	١١
٣٨٦٢	٥٨٦٨١	١١
٣٨٦٣	٥٨٦٩٢	١١
٣٨٦٤	٥٨٧٠٤	١٢
٣٨٦٥	٥٨٧١٥	١١
٣٨٦٦	٥٨٧٢٦	١١
٣٨٦٧	٥٨٧٣٧	١٢
٣٨٦٨	٥٨٧٤٨	١١
٣٨٦٩	٥٨٧٦٠	١١
٣٨٧٠	٥٨٧٧١	١١
٣٨٧١	٥٨٧٨٢	١٢
٣٨٧٢	٥٨٧٩٤	١١
٣٨٧٣	٥٨٨٠٥	١١
٣٨٧٤	٥٨٨١٦	١١
٣٨٧٥	٥٨٨٢٧	١١

عدد	لوغا	ف
٣٨٧٦	٥٨٨٣٨	١١
٣٨٧٧	٥٨٨٥٠	١١
٣٨٧٨	٥٨٨٦١	١١
٣٨٧٩	٥٨٨٧٢	١١
٣٨٨٠	٥٨٨٨٣	١١
٣٨٨١	٥٨٩٤٤	١١
٣٨٨٢	٥٨٩٠٦	١٢
٣٨٨٣	٥٨٩١٧	١١
٣٨٨٤	٥٨٩٢٨	١١
٣٨٨٥	٥٨٩٣٩	١١
٣٨٨٦	٥٨٩٥٠	١١
٣٨٨٧	٥٨٩٦١	١٢
٣٨٨٨	٥٨٩٧٢	١١
٣٨٨٩	٥٨٩٨٤	١١
٣٨٩٠	٥٨٩٩٥	١١
٣٨٩١	٥٩٠٠٦	١١
٣٨٩٢	٥٩٠١٧	١١
٣٨٩٣	٥٩٠٢٨	١٢
٣٨٩٤	٥٩٠٤٠	١١
٣٨٩٥	٥٩٠٥١	١١
٣٨٩٦	٥٩٠٦٢	١١
٣٨٩٧	٥٩٠٧٣	١١
٣٨٩٨	٥٩٠٨٤	١١
٣٨٩٩	٥٩٠٩٥	١١
٣٩٠٠	٥٩١٠٦	١١

عدد	لوغا	ف
٣٩٠١	٥٩١١٨	١٢
٣٩٠٢	٥٩١٢٩	١١
٣٩٠٣	٥٩١٤٠	١١
٣٩٠٤	٥٩١٥١	١١
٣٩٠٥	٥٩١٦٢	١١
٣٩٠٦	٥٩١٧٣	١١
٣٩٠٧	٥٩١٨٤	١٢
٣٩٠٨	٥٩١٩٥	١١
٣٩٠٩	٥٩٢٠٧	١٢
٣٩١٠	٥٩٢١٨	١١
٣٩١١	٥٩٢٢٩	١١
٣٩١٢	٥٩٢٤٠	١١
٣٩١٣	٥٩٢٥١	١١
٣٩١٤	٥٩٢٦٢	١١
٣٩١٥	٥٩٢٧٣	١١
٣٩١٦	٥٩٢٨٤	١١
٣٩١٧	٥٩٢٩٥	١١
٣٩١٨	٥٩٣٠٦	١١
٣٩١٩	٥٩٣١٨	١١
٣٩٢٠	٥٩٣٢٩	١١
٣٩٢١	٥٩٣٤٠	١١
٣٩٢٢	٥٩٣٥١	١١
٣٩٢٣	٥٩٣٦٢	١١
٣٩٢٤	٥٩٣٧٣	١١
٣٩٢٥	٥٩٣٨٤	١١

عدد	لوغا	ف
٣٩٢٦	٥٩٣٩٥	١١
٣٩٢٧	٥٩٤٠٦	١١
٣٩٢٨	٥٩٤١٧	١١
٣٩٢٩	٥٩٤٢٨	١١
٣٩٣٠	٥٩٤٣٩	١١
٣٩٣١	٥٩٤٥٠	١١
٣٩٣٢	٥٩٤٦١	١١
٣٩٣٣	٥٩٤٧٢	١١
٣٩٣٤	٥٩٤٨٣	١٢
٣٩٣٥	٥٩٤٩٤	١١
٣٩٣٦	٥٩٥٠٧	١٢
٣٩٣٧	٥٩٥١٧	١١
٣٩٣٨	٥٩٥٢٨	١١
٣٩٣٩	٥٩٥٣٩	١١
٣٩٤٠	٥٩٥٥٠	١١
٣٩٤١	٥٩٥٦١	١١
٣٩٤٢	٥٩٥٧٢	١١
٣٩٤٣	٥٩٥٨٣	١١
٣٩٤٤	٥٩٥٩٤	١١
٣٩٤٥	٥٩٦٠٥	١١
٣٩٤٦	٥٩٦١٧	١١
٣٩٤٧	٥٩٦٢٨	١١
٣٩٤٨	٥٩٦٣٩	١١
٣٩٤٩	٥٩٦٥٠	١١
٣٩٥٠	٥٩٦٦١	١١

عدد	لوغا	ف
٣٩٥١	٥٩٦٧١	١١
٣٩٥٢	٥٩٦٨٢	١١
٣٩٥٣	٥٩٦٩٣	١١
٣٩٥٤	٥٩٧٠٤	١١
٣٩٥٥	٥٩٧١٥	١١
٣٩٥٦	٥٩٧٢٦	١١
٣٩٥٧	٥٩٧٣٧	١١
٣٩٥٨	٥٩٧٤٨	١١
٣٩٥٩	٥٩٧٥٩	١٢
٣٩٦٠	٥٩٧٧٠	١٠
٣٩٦١	٥٩٧٨٠	١١
٣٩٦٢	٥٩٧٩١	١١
٣٩٦٣	٥٩٨٠٢	١١
٣٩٦٤	٥٩٨١٣	١١
٣٩٦٥	٥٩٨٢٤	١١
٣٩٦٦	٥٩٨٣٥	١١
٣٩٦٧	٥٩٨٤٦	١١
٣٩٦٨	٥٩٨٥٧	١١
٣٩٦٩	٥٩٨٦٨	١١
٣٩٧٠	٥٩٨٧٩	١١
٣٩٧١	٥٩٨٩٠	١١
٣٩٧٢	٥٩٩٠١	١١
٣٩٧٣	٥٩٩١٢	١١
٣٩٧٤	٥٩٩٢٣	١١
٣٩٧٥	٥٩٩٣٤	١١

عدد	لوغا	ف
٣٩٧٦	٥٩٩٤٥	١١
٣٩٧٧	٥٩٩٥٧	١٠
٣٩٧٨	٥٩٩٦٨	١١
٣٩٧٩	٥٩٩٧٩	١١
٣٩٨٠	٥٩٩٨٩	١١
٣٩٨١	٥٩٩٩٩	١١
٣٩٨٢	٦٠٠١٠	١١
٣٩٨٣	٦٠٠٢١	١١
٣٩٨٤	٦٠٠٣٢	١١
٣٩٨٥	٦٠٠٤٣	١١
٣٩٨٦	٦٠٠٥٤	١١
٣٩٨٧	٦٠٠٦٥	١١
٣٩٨٨	٦٠٠٧٦	١٠
٣٩٨٩	٦٠٠٨٧	١١
٣٩٩٠	٦٠٠٩٧	١١
٣٩٩١	٦٠١٠٨	١١
٣٩٩٢	٦٠١١٩	١١
٣٩٩٣	٦٠١٣٠	١١
٣٩٩٤	٦٠١٤١	١١
٣٩٩٥	٦٠١٥٢	١١
٣٩٩٦	٦٠١٦٣	١٠
٣٩٩٧	٦٠١٧٣	١١
٣٩٩٨	٦٠١٨٤	١١
٣٩٩٩	٦٠١٩٥	١١
٤٠٠٠	٦٠٢٠٦	١١

ف	عدد	لوغا
	٤٠٠١	٦٠٢١٧
	٤٠٠٢	٦٠٢٢٨
	٤٠٠٣	٦٠٢٣٩
	٤٠٠٤	٦٠٢٤٩
	٤٠٠٥	٦٠٢٦٠
	٤٠٠٦	٦٠٢٧١
	٤٠٠٧	٦٠٢٨٢
	٤٠٠٨	٦٠٢٩٣
	٤٠٠٩	٦٠٣٠٤
	٤٠١٠	٦٠٣١٤
	٤٠١١	٦٠٣٢٥
	٤٠١٢	٦٠٣٣٦
	٤٠١٣	٦٠٣٤٧
	٤٠١٤	٦٠٣٥٨
	٤٠١٥	٦٠٣٦٩
	٤٠١٦	٦٠٣٧٩
	٤٠١٧	٦٠٣٩٠
	٤٠١٨	٦٠٤٠١
	٤٠١٩	٦٠٤١٢
	٤٠٢٠	٦٠٤٢٣
	٤٠٢١	٦٠٤٣٣
	٤٠٢٢	٦٠٤٤٤
	٤٠٢٣	٦٠٤٥٥
	٤٠٢٤	٦٠٤٦٦
	٤٠٢٥	٦٠٤٧٧

ف	عدد	لوغا
	٤٠٢٦	٦٠٤٨٧
	٤٠٢٧	٦٠٤٩٨
	٤٠٢٨	٦٠٥٠٩
	٤٠٢٩	٦٠٥٢٠
	٤٠٣٠	٦٠٥٣١
	٤٠٣١	٦٠٥٤١
	٤٠٣٢	٦٠٥٥٢
	٤٠٣٣	٦٠٥٦٣
	٤٠٣٤	٦٠٥٧٤
	٤٠٣٥	٦٠٥٨٤
	٤٠٣٦	٦٠٥٩٥
	٤٠٣٧	٦٠٦٠٦
	٤٠٣٨	٦٠٦١٧
	٤٠٣٩	٦٠٦٢٧
	٤٠٤٠	٦٠٦٣٨
	٤٠٤١	٦٠٦٤٩
	٤٠٤٢	٦٠٦٦٠
	٤٠٤٣	٦٠٦٧٠
	٤٠٤٤	٦٠٦٨١
	٤٠٤٥	٦٠٦٩٢
	٤٠٤٦	٦٠٧٠٣
	٤٠٤٧	٦٠٧١٣
	٤٠٤٨	٦٠٧٢٤
	٤٠٤٩	٦٠٧٣٥
	٤٠٥٠	٦٠٧٤٦

ف	عدد	لوغا
	٤٠٥١	٦٠٧٥٦
	٤٠٥٢	٦٠٧٦٧
	٤٠٥٣	٦٠٧٧٨
	٤٠٥٤	٦٠٧٨٨
	٤٠٥٥	٦٠٧٩٩
	٤٠٥٦	٦٠٨١٠
	٤٠٥٧	٦٠٨٢١
	٤٠٥٨	٦٠٨٣١
	٤٠٥٩	٦٠٨٤٢
	٤٠٦٠	٦٠٨٥٣
	٤٠٦١	٦٠٨٦٣
	٤٠٦٢	٦٠٨٧٤
	٤٠٦٣	٦٠٨٨٥
	٤٠٦٤	٦٠٨٩٥
	٤٠٦٥	٦٠٩٠٦
	٤٠٦٦	٦٠٩١٧
	٤٠٦٧	٦٠٩٢٧
	٤٠٦٨	٦٠٩٣٨
	٤٠٦٩	٦٠٩٤٩
	٤٠٧٠	٦٠٩٥٩
	٤٠٧١	٦٠٩٧٠
	٤٠٧٢	٦٠٩٨١
	٤٠٧٣	٦٠٩٩١
	٤٠٧٤	٦١٠٠٢
	٤٠٧٥	٦١٠١٣

ف	عدد	لوغا
	٤٠٧٦	٦١٠٢٣
	٤٠٧٧	٦١٠٣٤
	٤٠٧٨	٦١٠٤٥
	٤٠٧٩	٦١٠٥٥
	٤٠٨٠	٦١٠٦٦
	٤٠٨١	٦١٠٧٧
	٤٠٨٢	٦١٠٨٧
	٤٠٨٣	٦١٠٩٨
	٤٠٨٤	٦١١٠٩
	٤٠٨٥	٦١١١٩
	٤٠٨٦	٦١١٣٠
	٤٠٨٧	٦١١٤٠
	٤٠٨٨	٦١١٥١
	٤٠٨٩	٦١١٦٢
	٤٠٩٠	٦١١٧٢
	٤٠٩١	٦١١٨٣
	٤٠٩٢	٦١١٩٤
	٤٠٩٣	٦١٢٠٤
	٤٠٩٤	٦١٢١٥
	٤٠٩٥	٦١٢٢٥
	٤٠٩٦	٦١٢٣٦
	٤٠٩٧	٦١٢٤٧
	٤٠٩٨	٦١٢٥٧
	٤٠٩٩	٦١٢٦٨
	٤١٠٠	٦١٢٧٨

ف	عدد	لوغا
	٤١٠١	٦١٢٨٩
	٤١٠٢	٦١٣٠٠
	٤١٠٣	٦١٣١٠
	٤١٠٤	٦١٣٢١
	٤١٠٥	٦١٣٣١
	٤١٠٦	٦١٣٤٢
	٤١٠٧	٦١٣٥٢
	٤١٠٨	٦١٣٦٣
	٤١٠٩	٦١٣٧٤
	٤١١٠	٦١٣٨٤
	٤١١١	٦١٣٩٥
	٤١١٢	٦١٤٠٥
	٤١١٣	٦١٤١٦
	٤١١٤	٦١٤٢٦
	٤١١٥	٦١٤٣٧
	٤١١٦	٦١٤٤٨
	٤١١٧	٦١٤٥٨
	٤١١٨	٦١٤٦٩
	٤١١٩	٦١٤٧٩
	٤١٢٠	٦١٤٩٠
	٤١٢١	٦١٥٠٠
	٤١٢٢	٦١٥١١
	٤١٢٣	٦١٥٢١
	٤١٢٤	٦١٥٣٢
	٤١٢٥	٦١٥٤٢

ف	عدد	لوغا
١٠	٤١٢٦	٦١٥٥٣
١١	٤١٢٧	٦١٥٦٣
١٠	٤١٢٨	٦١٥٧٤
١١	٤١٢٩	٦١٥٨٤
١٠	٤١٣٠	٦١٥٩٥
١١	٤١٣١	٦١٦٠٦
١٠	٤١٣٢	٦١٦١٦
١١	٤١٣٣	٦١٦٢٧
١٠	٤١٣٤	٦١٦٣٧
١١	٤١٣٥	٦١٦٤٨
١٠	٤١٣٦	٦١٦٥٨
١١	٤١٣٧	٦١٦٦٩
١٠	٤١٣٨	٦١٦٧٩
١١	٤١٣٩	٦١٦٩٠
١٠	٤١٤٠	٦١٧٠٠
١١	٤١٤١	٦١٧١١
١٠	٤١٤٢	٦١٧٢١
١١	٤١٤٣	٦١٧٣١
١٠	٤١٤٤	٦١٧٤٢
١١	٤١٤٥	٦١٧٥٢
١٠	٤١٤٦	٦١٧٦٣
١١	٤١٤٧	٦١٧٧٣
١٠	٤١٤٨	٦١٧٨٤
١١	٤١٤٩	٦١٧٩٤
١٠	٤١٥٠	٦١٨٠٥
١١	٤١٥١	٦١٨١٥
١٠	٤١٥٢	٦١٨٢٦
١١	٤١٥٣	٦١٨٣٦
١٠	٤١٥٤	٦١٨٤٧
١١	٤١٥٥	٦١٨٥٧
١٠	٤١٥٦	٦١٨٦٨
١١	٤١٥٧	٦١٨٧٨
١٠	٤١٥٨	٦١٨٨٨
١١	٤١٥٩	٦١٨٩٩
١٠	٤١٦٠	٦١٩٠٩
١١	٤١٦١	٦١٩٢٠
١٠	٤١٦٢	٦١٩٣٠
١١	٤١٦٣	٦١٩٤١
١٠	٤١٦٤	٦١٩٥١
١١	٤١٦٥	٦١٩٦٢
١٠	٤١٦٦	٦١٩٧٢
١١	٤١٦٧	٦١٩٨٣
١٠	٤١٦٨	٦١٩٩٣
١١	٤١٦٩	٦٢٠٠٣
١٠	٤١٧٠	٦٢٠١٤
١١	٤١٧١	٦٢٠٢٤
١٠	٤١٧٢	٦٢٠٣٤
١١	٤١٧٣	٦٢٠٤٥
١٠	٤١٧٤	٦٢٠٥٥
١١	٤١٧٥	٦٢٠٦٦
١٠	٤١٧٦	٦٢٠٧٦
١١	٤١٧٧	٦٢٠٨٦
١٠	٤١٧٨	٦٢٠٩٧
١١	٤١٧٩	٦٢١٠٧
١٠	٤١٨٠	٦٢١١٨
١١	٤١٨١	٦٢١٢٨
١٠	٤١٨٢	٦٢١٣٨
١١	٤١٨٣	٦٢١٤٩
١٠	٤١٨٤	٦٢١٥٩
١١	٤١٨٥	٦٢١٧٠
١٠	٤١٨٦	٦٢١٨٠
١١	٤١٨٧	٦٢١٩٠
١٠	٤١٨٨	٦٢٢٠١
١١	٤١٨٩	٦٢٢١١
١٠	٤١٩٠	٦٢٢٢١
١١	٤١٩١	٦٢٢٣٢
١٠	٤١٩٢	٦٢٢٤٢
١١	٤١٩٣	٦٢٢٥٢
١٠	٤١٩٤	٦٢٢٦٣
١١	٤١٩٥	٦٢٢٧٣
١٠	٤١٩٦	٦٢٢٨٤
١١	٤١٩٧	٦٢٢٩٤
١٠	٤١٩٨	٦٢٣١٠
١١	٤١٩٩	٦٢٣٢٥
١٠	٤٢٠٠	٦٢٣٣٥
١١	٤٢٠١	٦٢٣٤٦
١٠	٤٢٠٢	٦٢٣٥٦
١١	٤٢٠٣	٦٢٣٦٦
١٠	٤٢٠٤	٦٢٣٧٧
١١	٤٢٠٥	٦٢٣٨٧
١٠	٤٢٠٦	٦٢٣٩٧
١١	٤٢٠٧	٦٢٤٠٨
١٠	٤٢٠٨	٦٢٤١٨
١١	٤٢٠٩	٦٢٤٢٨
١٠	٤٢١٠	٦٢٤٣٩
١١	٤٢١١	٦٢٤٤٩
١٠	٤٢١٢	٦٢٤٥٩
١١	٤٢١٣	٦٢٤٧٠
١٠	٤٢١٤	٦٢٤٨٠
١١	٤٢١٥	٦٢٤٩٠
١٠	٤٢١٦	٦٢٥٠٠
١١	٤٢١٧	٦٢٥١١
١٠	٤٢١٨	٦٢٥٢١
١١	٤٢١٩	٦٢٥٣١
١٠	٤٢٢٠	٦٢٥٤٢
١١	٤٢٢١	٦٢٥٥٢
١٠	٤٢٢٢	٦٢٥٦٢
١١	٤٢٢٣	٦٢٥٧٣
١٠	٤٢٢٤	٦٢٥٨٣
١١	٤٢٢٥	٦٢٥٩٣
١٠	٤٢٢٦	٦٢٦٠٣
١١	٤٢٢٧	٦٢٦١٣
١٠	٤٢٢٨	٦٢٦٢٤
١١	٤٢٢٩	٦٢٦٣٤
١٠	٤٢٣٠	٦٢٦٤٤
١١	٤٢٣١	٦٢٦٥٥
١٠	٤٢٣٢	٦٢٦٦٥
١١	٤٢٣٣	٦٢٦٧٥
١٠	٤٢٣٤	٦٢٦٨٦
١١	٤٢٣٥	٦٢٦٩٦
١٠	٤٢٣٦	٦٢٧٠٦
١١	٤٢٣٧	٦٢٧١٧
١٠	٤٢٣٨	٦٢٧٢٧
١١	٤٢٣٩	٦٢٧٣٧
١٠	٤٢٤٠	٦٢٧٤٨
١١	٤٢٤١	٦٢٧٥٨
١٠	٤٢٤٢	٦٢٧٦٨
١١	٤٢٤٣	٦٢٧٧٩
١٠	٤٢٤٤	٦٢٧٨٩
١١	٤٢٤٥	٦٢٧٩٩
١٠	٤٢٤٦	٦٢٨٠٩
١١	٤٢٤٧	٦٢٨١٩
١٠	٤٢٤٨	٦٢٨٢٩
١١	٤٢٤٩	٦٢٨٣٩
١٠	٤٢٥٠	٦٢٨٤٩

عدد	لوغا	ف
٤٢٥١	٣٦٨٤٩	١٠
٤٢٥٢	٣٦٨٥٩	١٠
٤٢٥٣	٣٦٨٧٠	١٠
٤٢٥٤	٣٦٨٨٠	١٠
٤٢٥٥	٣٦٨٩٠	١٠
٤٢٥٦	٣٦٩٠٠	١٠
٤٢٥٧	٣٦٩١٠	١٠
٤٢٥٨	٣٦٩٢١	١٠
٤٢٥٩	٣٦٩٣١	١٠
٤٢٦٠	٣٦٩٤١	١٠
٤٢٦١	٣٦٩٥١	١٠
٤٢٦٢	٣٦٩٦١	١٠
٤٢٦٣	٣٦٩٧٢	١٠
٤٢٦٤	٣٦٩٨٢	١٠
٤٢٦٥	٣٦٩٩٢	١٠
٤٢٦٦	٣٧٠٠٢	١٠
٤٢٦٧	٣٧٠١٢	١٠
٤٢٦٨	٣٧٠٢٢	١٠
٤٢٦٩	٣٧٠٣٢	١٠
٤٢٧٠	٣٧٠٤٣	١٠
٤٢٧١	٣٧٠٥٣	١٠
٤٢٧٢	٣٧٠٦٣	١٠
٤٢٧٣	٣٧٠٧٣	١٠
٤٢٧٤	٣٧٠٨٣	١٠
٤٢٧٥	٣٧٠٩٤	١٠
٤٢٧٦	٣٧١٠٤	١٠
٤٢٧٧	٣٧١١٤	١٠
٤٢٧٨	٣٧١٢٤	١٠
٤٢٧٩	٣٧١٣٤	١٠
٤٢٨٠	٣٧١٤٤	١٠
٤٢٨١	٣٧١٥٥	١٠
٤٢٨٢	٣٧١٦٥	١٠
٤٢٨٣	٣٧١٧٥	١٠
٤٢٨٤	٣٧١٨٥	١٠
٤٢٨٥	٣٧١٩٥	١٠
٤٢٨٦	٣٧٢٠٥	١٠
٤٢٨٧	٣٧٢١٥	١٠
٤٢٨٨	٣٧٢٢٥	١٠
٤٢٨٩	٣٧٢٣٥	١٠
٤٢٩٠	٣٧٢٤٦	١٠
٤٢٩١	٣٧٢٥٦	١٠
٤٢٩٢	٣٧٢٦٦	١٠
٤٢٩٣	٣٧٢٧٦	١٠
٤٢٩٤	٣٧٢٨٦	١٠
٤٢٩٥	٣٧٢٩٦	١٠
٤٢٩٦	٣٧٣٠٦	١٠
٤٢٩٧	٣٧٣١٦	١٠
٤٢٩٨	٣٧٣٢٦	١٠
٤٢٩٩	٣٧٣٣٧	١٠
٤٣٠٠	٣٧٣٤٧	١٠
٤٣٠١	٣٧٣٥٧	١٠
٤٣٠٢	٣٧٣٦٧	١٠
٤٣٠٣	٣٧٣٧٧	١٠
٤٣٠٤	٣٧٣٨٧	١٠
٤٣٠٥	٣٧٣٩٧	١٠
٤٣٠٦	٣٧٤٠٧	١٠
٤٣٠٧	٣٧٤١٧	١٠
٤٣٠٨	٣٧٤٢٨	١٠
٤٣٠٩	٣٧٤٣٨	١٠
٤٣١٠	٣٧٤٤٨	١٠
٤٣١١	٣٧٤٥٨	١٠
٤٣١٢	٣٧٤٦٨	١٠
٤٣١٣	٣٧٤٧٨	١٠
٤٣١٤	٣٧٤٨٨	١٠
٤٣١٥	٣٧٤٩٨	١٠
٤٣١٦	٣٧٥٠٨	١٠
٤٣١٧	٣٧٥١٨	١٠
٤٣١٨	٣٧٥٢٨	١٠
٤٣١٩	٣٧٥٣٨	١٠
٤٣٢٠	٣٧٥٤٨	١٠
٤٣٢١	٣٧٥٥٨	١٠
٤٣٢٢	٣٧٥٦٨	١٠
٤٣٢٣	٣٧٥٧٨	١٠
٤٣٢٤	٣٧٥٨٨	١٠
٤٣٢٥	٣٧٥٩٨	١٠
٤٣٢٦	٣٧٦٠٩	١٠
٤٣٢٧	٣٧٦١٩	١٠
٤٣٢٨	٣٧٦٢٩	١٠
٤٣٢٩	٣٧٦٣٩	١٠
٤٣٣٠	٣٧٦٤٩	١٠
٤٣٣١	٣٧٦٥٩	١٠
٤٣٣٢	٣٧٦٦٩	١٠
٤٣٣٣	٣٧٦٧٩	١٠
٤٣٣٤	٣٧٦٨٩	١٠
٤٣٣٥	٣٧٦٩٩	١٠
٤٣٣٦	٣٧٧٠٩	١٠
٤٣٣٧	٣٧٧١٩	١٠
٤٣٣٨	٣٧٧٢٩	١٠
٤٣٣٩	٣٧٧٣٩	١٠
٤٣٤٠	٣٧٧٤٩	١٠
٤٣٤١	٣٧٧٥٩	١٠
٤٣٤٢	٣٧٧٦٩	١٠
٤٣٤٣	٣٧٧٧٩	١٠
٤٣٤٤	٣٧٧٨٩	١٠
٤٣٤٥	٣٧٧٩٩	١٠
٤٣٤٦	٣٧٨٠٩	١٠
٤٣٤٧	٣٧٨١٩	١٠
٤٣٤٨	٣٧٨٢٩	١٠
٤٣٤٩	٣٧٨٣٩	١٠
٤٣٥٠	٣٧٨٤٩	١٠
٤٣٥١	٣٧٨٥٩	١٠
٤٣٥٢	٣٧٨٦٩	١٠
٤٣٥٣	٣٧٨٧٩	١٠
٤٣٥٤	٣٧٨٨٩	١٠
٤٣٥٥	٣٧٨٩٩	١٠
٤٣٥٦	٣٧٩٠٩	١٠
٤٣٥٧	٣٧٩١٩	١٠
٤٣٥٨	٣٧٩٢٩	١٠
٤٣٥٩	٣٧٩٣٩	١٠
٤٣٦٠	٣٧٩٤٩	١٠
٤٣٦١	٣٧٩٥٩	١٠
٤٣٦٢	٣٧٩٦٩	١٠
٤٣٦٣	٣٧٩٧٩	١٠
٤٣٦٤	٣٧٩٨٩	١٠
٤٣٦٥	٣٧٩٩٨	١٠
٤٣٦٦	٣٨٠٠٨	١٠
٤٣٦٧	٣٨٠١٨	١٠
٤٣٦٨	٣٨٠٢٨	١٠
٤٣٦٩	٣٨٠٣٨	١٠
٤٣٧٠	٣٨٠٤٨	١٠
٤٣٧١	٣٨٠٥٨	١٠
٤٣٧٢	٣٨٠٦٨	١٠
٤٣٧٣	٣٨٠٧٨	١٠
٤٣٧٤	٣٨٠٨٨	١٠
٤٣٧٥	٣٨٠٩٨	١٠

عدد	لوغا	ف
٤٣٧٧	٦٣٩٠٨	١٠
٤٣٧٨	٦٣٩١١	١٠
٤٣٧٩	٦٣٩١٣	٩
٤٣٨٠	٦٣٩١٦	١٠
٤٣٨١	٦٣٩١٨	١٠
٤٣٨٢	٦٣٩٢١	١٠
٤٣٨٣	٦٣٩٢٣	١٠
٤٣٨٤	٦٣٩٢٦	١٠
٤٣٨٥	٦٣٩٢٨	١٠
٤٣٨٦	٦٣٩٣١	١٠
٤٣٨٧	٦٣٩٣٣	١٠
٤٣٨٨	٦٣٩٣٦	١٠
٤٣٨٩	٦٣٩٣٨	١٠
٤٣٩٠	٦٣٩٤١	٩
٤٣٩١	٦٣٩٤٣	١٠
٤٣٩٢	٦٣٩٤٦	١٠
٤٣٩٣	٦٣٩٤٨	١٠
٤٣٩٤	٦٣٩٥١	١٠
٤٣٩٥	٦٣٩٥٣	١٠
٤٣٩٦	٦٣٩٥٦	١٠
٤٣٩٧	٦٣٩٥٨	١٠
٤٣٩٨	٦٣٩٦١	١٠
٤٣٩٩	٦٣٩٦٣	٩
٤٤٠٠	٦٣٩٦٦	١٠

عدد	لوغا	ف
٤٤٠١	٦٣٩٦٨	١٠
٤٤٠٢	٦٣٩٧١	١٠
٤٤٠٣	٦٣٩٧٣	١٠
٤٤٠٤	٦٣٩٧٦	٩
٤٤٠٥	٦٣٩٧٨	١٠
٤٤٠٦	٦٣٩٨١	٩
٤٤٠٧	٦٣٩٨٣	١٠
٤٤٠٨	٦٣٩٨٦	١٠
٤٤٠٩	٦٣٩٨٨	١٠
٤٤١٠	٦٣٩٩١	١٠
٤٤١١	٦٣٩٩٣	١٠
٤٤١٢	٦٣٩٩٦	١٠
٤٤١٣	٦٣٩٩٨	٩
٤٤١٤	٦٤٠٠١	١٠
٤٤١٥	٦٤٠٠٣	١٠
٤٤١٦	٦٤٠٠٦	١٠
٤٤١٧	٦٤٠٠٨	١٠
٤٤١٨	٦٤٠١١	١٠
٤٤١٩	٦٤٠١٣	١٠
٤٤٢٠	٦٤٠١٦	١٠
٤٤٢١	٦٤٠١٨	١٠
٤٤٢٢	٦٤٠٢١	١٠
٤٤٢٣	٦٤٠٢٣	١٠
٤٤٢٤	٦٤٠٢٦	١٠
٤٤٢٥	٦٤٠٢٨	١٠
٤٤٢٦	٦٤٠٣١	١٠
٤٤٢٧	٦٤٠٣٣	١٠
٤٤٢٨	٦٤٠٣٦	١٠
٤٤٢٩	٦٤٠٣٨	١٠
٤٤٣٠	٦٤٠٤١	٩
٤٤٣١	٦٤٠٤٣	١٠
٤٤٣٢	٦٤٠٤٦	١٠
٤٤٣٣	٦٤٠٤٨	١٠
٤٤٣٤	٦٤٠٥١	٩
٤٤٣٥	٦٤٠٥٣	١٠
٤٤٣٦	٦٤٠٥٦	١٠
٤٤٣٧	٦٤٠٥٨	١٠
٤٤٣٨	٦٤٠٦١	١٠
٤٤٣٩	٦٤٠٦٣	١٠
٤٤٤٠	٦٤٠٦٦	١٠
٤٤٤١	٦٤٠٦٨	١٠
٤٤٤٢	٦٤٠٧١	١٠
٤٤٤٣	٦٤٠٧٣	١٠
٤٤٤٤	٦٤٠٧٦	١٠
٤٤٤٥	٦٤٠٧٨	١٠
٤٤٤٦	٦٤٠٨١	١٠
٤٤٤٧	٦٤٠٨٣	١٠
٤٤٤٨	٦٤٠٨٦	١٠
٤٤٤٩	٦٤٠٨٨	١٠
٤٤٥٠	٦٤٠٩١	١٠
٤٤٥١	٦٤٠٩٣	١٠
٤٤٥٢	٦٤٠٩٦	١٠
٤٤٥٣	٦٤٠٩٨	١٠
٤٤٥٤	٦٤١٠١	١٠
٤٤٥٥	٦٤١٠٣	١٠
٤٤٥٦	٦٤١٠٦	١٠
٤٤٥٧	٦٤١٠٨	١٠
٤٤٥٨	٦٤١١١	١٠
٤٤٥٩	٦٤١١٣	١٠
٤٤٦٠	٦٤١١٦	١٠
٤٤٦١	٦٤١١٨	١٠
٤٤٦٢	٦٤١٢١	١٠
٤٤٦٣	٦٤١٢٣	١٠
٤٤٦٤	٦٤١٢٦	١٠
٤٤٦٥	٦٤١٢٨	١٠
٤٤٦٦	٦٤١٣١	١٠
٤٤٦٧	٦٤١٣٣	١٠
٤٤٦٨	٦٤١٣٦	١٠
٤٤٦٩	٦٤١٣٨	١٠
٤٤٧٠	٦٤١٤١	١٠
٤٤٧١	٦٤١٤٣	١٠
٤٤٧٢	٦٤١٤٦	١٠
٤٤٧٣	٦٤١٤٨	١٠
٤٤٧٤	٦٤١٥١	١٠
٤٤٧٥	٦٤١٥٣	١٠
٤٤٧٦	٦٤١٥٦	١٠
٤٤٧٧	٦٤١٥٨	١٠
٤٤٧٨	٦٤١٦١	١٠
٤٤٧٩	٦٤١٦٣	١٠
٤٤٨٠	٦٤١٦٦	١٠
٤٤٨١	٦٤١٦٨	١٠
٤٤٨٢	٦٤١٧١	١٠
٤٤٨٣	٦٤١٧٣	١٠
٤٤٨٤	٦٤١٧٦	١٠
٤٤٨٥	٦٤١٧٨	١٠
٤٤٨٦	٦٤١٨١	١٠
٤٤٨٧	٦٤١٨٣	١٠
٤٤٨٨	٦٤١٨٦	١٠
٤٤٨٩	٦٤١٨٨	١٠
٤٤٩٠	٦٤١٩١	١٠
٤٤٩١	٦٤١٩٣	١٠
٤٤٩٢	٦٤١٩٦	١٠
٤٤٩٣	٦٤١٩٨	١٠
٤٤٩٤	٦٤٢٠١	١٠
٤٤٩٥	٦٤٢٠٣	١٠
٤٤٩٦	٦٤٢٠٦	١٠
٤٤٩٧	٦٤٢٠٨	١٠
٤٤٩٨	٦٤٢١١	١٠
٤٤٩٩	٦٤٢١٣	١٠
٤٥٠٠	٦٤٢١٦	١٠

عدد	لوغا	ف
٥٢٥٣	٣٧٥٥٥	١٠
٥٢٥٤	٣٨٠٠٥	٩
٥٢٥٥	٣٨٤٥٥	١٠
٥٢٥٦	٣٨٩٠٥	٩
٥٢٥٧	٣٩٣٥٥	١٠
٥٢٥٨	٣٩٨٠٥	٩
٥٢٥٩	٣٩٨٥٥	١٠
٥٢٦٠	٣٩٩٠٥	٩
٥٢٦١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٦٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٦٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٦٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٦٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٦٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٦٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٦٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٦٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٧٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٧١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٧٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٧٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٧٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٧٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٧٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٧٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٧٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٧٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٨٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٨١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٨٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٨٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٨٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٨٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٨٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٨٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٨٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٨٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٩٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٩١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٩٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٩٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٩٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٩٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٩٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٩٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٢٩٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٢٩٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٠٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٠١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٠٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٠٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٠٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٠٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٠٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٠٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٠٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٠٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣١٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣١١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣١٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣١٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣١٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣١٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣١٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣١٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣١٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣١٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٢٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٢١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٢٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٢٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٢٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٢٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٢٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٢٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٢٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٢٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٣٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٣١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٣٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٣٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٣٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٣٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٣٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٣٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٣٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٣٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٤٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٤١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٤٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٤٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٤٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٤٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٤٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٤٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٤٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٤٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٥٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٥١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٥٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٥٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٥٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٥٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٥٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٥٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٥٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٥٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٦٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٦١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٦٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٦٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٦٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٦٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٦٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٦٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٦٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٦٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٧٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٧١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٧٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٧٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٧٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٧٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٧٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٧٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٧٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٧٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٨٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٨١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٨٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٨٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٨٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٨٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٨٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٨٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٨٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٨٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٩٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٩١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٩٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٩٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٩٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٩٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٩٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٩٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٣٩٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٣٩٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٠٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٠١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٠٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٠٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٠٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٠٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٠٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٠٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٠٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٠٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤١٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤١١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤١٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤١٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤١٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤١٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤١٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤١٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤١٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤١٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٢٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٢١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٢٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٢٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٢٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٢٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٢٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٢٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٢٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٢٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٣٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٣١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٣٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٣٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٣٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٣٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٣٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٣٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٣٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٣٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٤٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٤١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٤٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٤٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٤٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٤٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٤٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٤٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٤٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٤٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٥٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٥١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٥٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٥٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٥٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٥٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٥٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٥٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٥٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٥٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٦٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٦١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٦٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٦٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٦٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٦٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٦٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٦٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٦٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٦٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٧٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٧١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٧٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٧٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٧٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٧٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٧٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٧٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٧٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٧٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٨٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٨١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٨٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٨٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٨٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٨٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٨٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٨٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٨٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٨٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٩٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٩١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٩٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٩٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٩٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٩٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٩٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٩٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٤٩٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٤٩٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٠٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٠١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٠٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٠٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٠٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٠٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٠٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٠٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٠٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٠٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥١٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥١١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥١٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥١٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥١٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥١٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥١٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥١٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥١٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥١٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٢٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٢١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٢٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٢٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٢٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٢٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٢٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٢٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٢٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٢٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٣٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٣١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٣٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٣٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٣٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٣٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٣٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٣٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٣٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٣٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٤٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٤١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٤٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٤٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٤٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٤٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٤٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٤٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٤٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٤٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٥٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٥١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٥٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٥٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٥٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٥٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٥٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٥٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٥٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٥٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٦٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٦١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٦٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٦٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٦٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٦٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٦٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٦٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٦٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٦٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٧٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٧١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٧٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٧٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٧٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٧٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٧٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٧٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٧٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٧٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٨٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٨١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٨٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٨٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٨٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٨٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٨٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٨٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٨٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٨٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٩٠	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٩١	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٩٢	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٩٣	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٩٤	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٩٥	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٩٦	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٩٧	٣٩٩٥٥	١٠
٥٥٩٨	٣٩٩٥٥	٩
٥٥٩٩	٣٩٩٥٥	١٠
٥٦٠٠	٣٩٩٥٥	٩

عدد	لوغا	ف
٢٤٤٣	٣٨٥٢٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٥٣٠٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٥٣٩٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٥٤٨٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٥٥٧٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٥٦٦٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٥٧٥٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٥٨٤٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٥٩٣٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٠٢٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٦١١٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٢٠٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٢٩٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٦٣٨٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٤٧٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٥٦٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٦٦٥٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٧٤٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٦٨٣٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٦٩٢٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٠١٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧١٠٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٧١٩٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٢٨٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٣٧٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٧٤٦٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٥٥٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٦٤٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٧٧٣٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٨٢٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٧٩١٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٨٠٢٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨١١٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٢٠٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٨٢٩٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٣٨٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٤٧٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٨٥٦٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٦٥٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٧٤٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٨٨٣٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٨٩٢٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٠١٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٩١٠٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩١٩٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٢٨٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٩٣٧٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٤٦٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٥٥٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٩٦٤٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٧٣٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٨٩٨٢٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٨٩٩١٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٠٢٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠١٠٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٩٠١٩٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٢٨٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٣٧٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٩٠٤٦٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٥٥٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٦٤٢٢	١٠
٢٤٤٣	٣٩٠٧٣٢٢	٩
٢٤٤٣	٣٩٠٨٢٢٢	٩
٢٤٤٣

عدد	لوغا	ف
٧٥١٤٣	٦٨٧٩٩٩	١٠
٧٥٢٤٣	٦٨٧٨٨٣	٩
٧٥٣٤٣	٦٨٧٨٦٧	٩
٧٥٤٤٣	٦٨٧٨٥١	٩
٧٥٥٤٣	٦٨٧٨٣٥	٩
٧٥٦٤٣	٦٨٧٨١٩	٩
٧٥٧٤٣	٦٨٧٨٠٣	٩
٧٥٨٤٣	٦٨٧٧٨٧	١٠
٧٥٩٤٣	٦٨٧٧٧١	٩
٧٦٠٤٣	٦٨٧٧٥٥	٩
٧٦١٤٣	٦٨٧٧٣٩	٩
٧٦٢٤٣	٦٨٧٧٢٣	٩
٧٦٣٤٣	٦٨٧٧٠٧	٩
٧٦٤٤٣	٦٨٧٦٩١	١٠
٧٦٥٤٣	٦٨٧٦٧٥	٩
٧٦٦٤٣	٦٨٧٦٥٩	٩
٧٦٧٤٣	٦٨٧٦٤٣	٩
٧٦٨٤٣	٦٨٧٦٢٧	١٠
٧٦٩٤٣	٦٨٧٦١١	٩
٧٧٠٤٣	٦٨٧٥٩٥	٩
٧٧١٤٣	٦٨٧٥٧٩	١٠
٧٧٢٤٣	٦٨٧٥٦٣	٩
٧٧٣٤٣	٦٨٧٥٤٧	٩
٧٧٤٤٣	٦٨٧٥٣١	٩
٧٧٥٤٣	٦٨٧٥١٥	٩
٧٧٦٤٣	٦٨٧٤٩٩	٩
٧٧٧٤٣	٦٨٧٤٨٣	١٠
٧٧٨٤٣	٦٨٧٤٦٧	٩
٧٧٩٤٣	٦٨٧٤٥١	٩
٧٨٠٤٣	٦٨٧٤٣٤	٩
٧٨١٤٣	٦٨٧٤١٨	٩
٧٨٢٤٣	٦٨٧٤٠٢	٩
٧٨٣٤٣	٦٨٧٣٨٦	١٠
٧٨٤٤٣	٦٨٧٣٧٠	٩
٧٨٥٤٣	٦٨٧٣٥٤	٩
٧٨٦٤٣	٦٨٧٣٣٨	٩
٧٨٧٤٣	٦٨٧٣٢٢	٩
٧٨٨٤٣	٦٨٧٣٠٦	١٠
٧٨٩٤٣	٦٨٧٢٩٠	٩
٧٩٠٤٣	٦٨٧٢٧٤	٩
٧٩١٤٣	٦٨٧٢٥٨	٩
٧٩٢٤٣	٦٨٧٢٤٢	٩
٧٩٣٤٣	٦٨٧٢٢٦	١٠
٧٩٤٤٣	٦٨٧٢١٠	٩
٧٩٥٤٣	٦٨٧١٩٤	٩
٧٩٦٤٣	٦٨٧١٧٨	٩
٧٩٧٤٣	٦٨٧١٦٢	٩
٧٩٨٤٣	٦٨٧١٤٦	١٠
٧٩٩٤٣	٦٨٧١٣٠	٩
٨٠٠٤٣	٦٨٧١١٤	٩
٨٠١٤٣	٦٨٧٠٩٨	٩
٨٠٢٤٣	٦٨٧٠٨٢	٩
٨٠٣٤٣	٦٨٧٠٦٦	١٠
٨٠٤٤٣	٦٨٧٠٥٠	٩
٨٠٥٤٣	٦٨٧٠٣٤	٩
٨٠٦٤٣	٦٨٧٠١٨	٩
٨٠٧٤٣	٦٨٧٠٠٢	٩
٨٠٨٤٣	٦٨٦٩٨٦	١٠
٨٠٩٤٣	٦٨٦٩٧٠	٩
٨١٠٤٣	٦٨٦٩٥٤	٩
٨١١٤٣	٦٨٦٩٣٨	٩
٨١٢٤٣	٦٨٦٩٢٢	٩
٨١٣٤٣	٦٨٦٩٠٦	١٠
٨١٤٤٣	٦٨٦٨٩٠	٩
٨١٥٤٣	٦٨٦٨٧٤	٩
٨١٦٤٣	٦٨٦٨٥٨	٩
٨١٧٤٣	٦٨٦٨٤٢	٩
٨١٨٤٣	٦٨٦٨٢٦	١٠
٨١٩٤٣	٦٨٦٨١٠	٩
٨٢٠٤٣	٦٨٦٧٩٤	٩
٨٢١٤٣	٦٨٦٧٧٨	٩
٨٢٢٤٣	٦٨٦٧٦٢	٩
٨٢٣٤٣	٦٨٦٧٤٦	١٠
٨٢٤٤٣	٦٨٦٧٣٠	٩
٨٢٥٤٣	٦٨٦٧١٤	٩
٨٢٦٤٣	٦٨٦٦٩٨	٩
٨٢٧٤٣	٦٨٦٦٨٢	٩
٨٢٨٤٣	٦٨٦٦٦٦	١٠
٨٢٩٤٣	٦٨٦٦٥٠	٩
٨٣٠٤٣	٦٨٦٦٣٤	٩
٨٣١٤٣	٦٨٦٦١٨	٩
٨٣٢٤٣	٦٨٦٦٠٢	٩
٨٣٣٤٣	٦٨٦٥٨٦	١٠
٨٣٤٤٣	٦٨٦٥٧٠	٩
٨٣٥٤٣	٦٨٦٥٥٤	٩
٨٣٦٤٣	٦٨٦٥٣٨	٩
٨٣٧٤٣	٦٨٦٥٢٢	٩
٨٣٨٤٣	٦٨٦٥٠٦	١٠
٨٣٩٤٣	٦٨٦٤٩٠	٩
٨٤٠٤٣	٦٨٦٤٧٤	٩
٨٤١٤٣	٦٨٦٤٥٨	٩
٨٤٢٤٣	٦٨٦٤٤٢	٩
٨٤٣٤٣	٦٨٦٤٢٦	١٠
٨٤٤٤٣	٦٨٦٤١٠	٩
٨٤٥٤٣	٦٨٦٣٩٤	٩
٨٤٦٤٣	٦٨٦٣٧٨	٩
٨٤٧٤٣	٦٨٦٣٦٢	٩
٨٤٨٤٣	٦٨٦٣٤٦	١٠
٨٤٩٤٣	٦٨٦٣٣٠	٩
٨٥٠٤٣	٦٨٦٣١٤	٩
٨٥١٤٣	٦٨٦٢٩٨	٩
٨٥٢٤٣	٦٨٦٢٨٢	٩
٨٥٣٤٣	٦٨٦٢٦٦	١٠
٨٥٤٤٣	٦٨٦٢٥٠	٩
٨٥٥٤٣	٦٨٦٢٣٤	٩
٨٥٦٤٣	٦٨٦٢١٨	٩
٨٥٧٤٣	٦٨٦٢٠٢	٩
٨٥٨٤٣	٦٨٦١٨٦	١٠
٨٥٩٤٣	٦٨٦١٧٠	٩
٨٦٠٤٣	٦٨٦١٥٤	٩
٨٦١٤٣	٦٨٦١٣٨	٩
٨٦٢٤٣	٦٨٦١٢٢	٩
٨٦٣٤٣	٦٨٦١٠٦	١٠
٨٦٤٤٣	٦٨٦٠٩٠	٩
٨٦٥٤٣	٦٨٦٠٧٤	٩
٨٦٦٤٣	٦٨٦٠٥٨	٩
٨٦٧٤٣	٦٨٦٠٤٢	٩
٨٦٨٤٣	٦٨٦٠٢٦	١٠
٨٦٩٤٣	٦٨٦٠١٠	٩
٨٧٠٤٣	٦٨٥٩٩٤	٩
٨٧١٤٣	٦٨٥٩٧٨	٩
٨٧٢٤٣	٦٨٥٩٦٢	٩
٨٧٣٤٣	٦٨٥٩٤٦	١٠
٨٧٤٤٣	٦٨٥٩٣٠	٩
٨٧٥٤٣	٦٨٥٩١٤	٩
٨٧٦٤٣	٦٨٥٨٩٨	٩
٨٧٧٤٣	٦٨٥٨٨٢	٩
٨٧٨٤٣	٦٨٥٨٦٦	١٠
٨٧٩٤٣	٦٨٥٨٥٠	٩
٨٨٠٤٣	٦٨٥٨٣٤	٩
٨٨١٤٣	٦٨٥٨١٨	٩
٨٨٢٤٣	٦٨٥٨٠٢	٩
٨٨٣٤٣	٦٨٥٧٨٦	١٠
٨٨٤٤٣	٦٨٥٧٧٠	٩
٨٨٥٤٣	٦٨٥٧٥٤	٩
٨٨٦٤٣	٦٨٥٧٣٨	٩
٨٨٧٤٣	٦٨٥٧٢٢	٩
٨٨٨٤٣	٦٨٥٧٠٦	١٠
٨٨٩٤٣	٦٨٥٦٩٠	٩
٨٩٠٤٣	٦٨٥٦٧٤	٩
٨٩١٤٣	٦٨٥٦٥٨	٩
٨٩٢٤٣	٦٨٥٦٤٢	٩
٨٩٣٤٣	٦٨٥٦٢٦	١٠
٨٩٤٤٣	٦٨٥٦١٠	٩
٨٩٥٤٣	٦٨٥٥٩٤	٩
٨٩٦٤٣	٦٨٥٥٧٨	٩
٨٩٧٤٣	٦٨٥٥٦٢	٩
٨٩٨٤٣	٦٨٥٥٤٦	١٠
٨٩٩٤٣	٦٨٥٥٣٠	٩
٩٠٠٤٣	٦٨٥٥١٤	٩
٩٠١٤٣	٦٨٥٤٩٨	٩
٩٠٢٤٣	٦٨٥٤٨٢	٩
٩٠٣٤٣	٦٨٥٤٦٦	١٠
٩٠٤٤٣	٦٨٥٤٥٠	٩
٩٠٥٤٣	٦٨٥٤٣٤	٩
٩٠٦٤٣	٦٨٥٤١٨	٩
٩٠٧٤٣	٦٨٥٤٠٢	٩
٩٠٨٤٣	٦٨٥٣٨٦	١٠
٩٠٩٤٣	٦٨٥٣٧٠	٩
٩١٠٤٣	٦٨٥٣٥٤	٩
٩١١٤٣	٦٨٥٣٣٨	٩
٩١٢٤٣	٦٨٥٣٢٢	٩
٩١٣٤٣	٦٨٥٣٠٦	١٠
٩١٤٤٣	٦٨٥٢٩٠	٩
٩١٥٤٣	٦٨٥٢٧٤	٩
٩١٦٤٣	٦٨٥٢٥٨	٩
٩١٧٤٣	٦٨٥٢٤٢	٩
٩١٨٤٣	٦٨٥٢٢٦	١٠
٩١٩٤٣	٦٨٥٢١٠	٩
٩٢٠٤٣	٦٨٥١٩٤	٩
٩٢١٤٣	٦٨٥١٧٨	٩
٩٢٢٤٣	٦٨٥١٦٢	٩
٩٢٣٤٣	٦٨٥١٤٦	١٠
٩٢٤٤٣	٦٨٥١٣٠	٩
٩٢٥٤٣	٦٨٥١١٤	٩
٩٢٦٤٣	٦٨٥٠٩٨	٩
٩٢٧٤٣	٦٨٥٠٨٢	٩
٩٢٨٤٣	٦٨٥٠٦٦	١٠
٩٢٩٤٣	٦٨٥٠٥٠	٩
٩٣٠٤٣	٦٨٥٠٣٤	٩
٩٣١٤٣	٦٨٥٠١٨	٩
٩٣٢٤٣	٦٨٥٠٠٢	٩
٩٣٣٤٣	٦٨٤٩٨٦	١٠
٩٣٤٤٣	٦٨٤٩٧٠	٩
٩٣٥٤٣	٦٨٤٩٥٤	٩
٩٣٦٤٣	٦٨٤٩٣٨	٩
٩٣٧٤٣	٦٨٤٩٢٢	٩
٩٣٨٤٣	٦٨٤٩٠٦	١٠
٩٣٩٤٣	٦٨٤٨٩٠	٩
٩٤٠٤٣	٦٨٤٨٧٤	٩
٩٤١٤٣	٦٨٤٨٥٨	٩
٩٤٢٤٣	٦٨٤٨٤٢	٩
٩٤٣٤٣	٦٨٤٨٢٦	١٠
٩٤٤٤٣	٦٨٤٨١٠	٩
٩٤٥٤٣	٦٨٤٧٩٤	٩
٩٤٦٤٣	٦٨٤٧٧٨	٩
٩٤٧٤٣	٦٨٤٧٦٢	٩
٩٤٨٤٣	٦٨٤٧٤٦	١٠
٩٤٩٤٣	٦٨٤٧٣٠	٩
٩٥٠٤٣	٦٨٤٧١٤	٩
٩٥١٤٣	٦٨٤٦٩٨	٩
٩٥٢٤٣	٦٨٤٦٨٢	٩
٩٥٣٤٣	٦٨٤٦٦٦	١٠
٩٥٤٤٣	٦٨٤٦٥٠	٩
٩٥٥٤٣	٦٨٤٦٣٤	٩
٩٥٦٤٣	٦٨٤٦١٨	٩
٩٥٧٤٣	٦٨٤٦٠٢	٩
٩٥٨٤٣	٦٨٤٥٨٦	١٠
٩٥٩٤٣	٦٨٤٥٧٠	٩
٩٦٠٤٣	٦٨٤٥٥٤	٩
٩٦١٤٣	٦٨٤٥٣٨	٩
٩٦٢٤٣	٦٨٤٥٢٢	٩
٩٦٣٤٣	٦٨٤٥٠٦	١٠
٩٦٤٤٣	٦٨٤٤٩٠	٩
٩٦٥٤٣	٦٨٤٤٧٤	٩
٩٦٦٤٣	٦٨٤٤٥٨	٩
٩٦٧٤٣	٦٨٤٤٤٢	٩
٩٦٨٤٣	٦٨٤٤٢٦	١٠
٩٦٩٤٣	٦٨٤٤١٠	٩
٩٧٠٤٣	٦٨٤٣٩٤	٩
٩٧١٤٣	٦٨٤٣٧٨	٩
٩٧٢٤٣	٦٨٤٣٦٢	٩
٩٧٣٤٣	٦٨٤٣٤٦	١٠
٩٧٤٤٣	٦٨٤٣٣٠	٩
٩٧٥٤٣	٦٨٤٣١٤	٩
٩٧٦٤٣	٦٨٤٢٩٨	٩
٩٧٧٤٣	٦٨٤٢٨٢	٩
٩٧٨٤٣	٦٨٤٢٦٦	١٠
٩٧٩٤٣	٦٨٤٢٥٠	٩
٩٨٠٤٣	٦٨٤٢٣٤	٩
٩٨١٤٣	٦٨٤٢١٨	٩
٩٨٢٤٣	٦٨٤٢٠٢	٩
٩٨٣٤٣	٦٨٤١٨٦	١٠
٩٨٤٤٣	٦٨٤١٧٠	٩
٩٨٥٤٣	٦٨٤١٥٤	٩
٩٨٦٤٣	٦٨٤١٣٨	٩
٩٨٧٤٣	٦٨٤١٢٢	٩
٩٨٨٤٣	٦٨٤١٠٦	١٠
٩٨٩٤٣	٦٨٤٠٩٠	٩
٩٩٠٤٣	٦٨٤٠٧٤	٩
٩٩١٤٣	٦٨٤٠٥٨	٩
٩٩٢٤٣	٦٨٤٠٤٢	٩
٩٩٣٤٣	٦٨٤٠٢٦	١٠
٩٩٤٤٣	٦٨٤٠١٠	٩
٩٩٥٤٣	٦٨٣٩٩٤	٩
٩٩٦٤٣	٦٨٣٩٧٨	٩
٩٩٧٤٣	٦٨٣٩٦٢	٩
٩٩٨٤٣	٦٨٣٩٤٦	١٠
٩٩٩٤٣	٦٨٣٩٣٠	٩
١٠٠٠٤٣	٦٨٣٩١٤	٩
١٠٠١٤٣	٦٨٣٨٩٨	٩
١٠٠٢٤٣	٦٨٣٨٨٢	٩
١٠٠٣٤٣	٦٨٣٨٦٦	١٠
١٠٠٤٤٣	٦٨٣٨٥٠	٩
١٠٠٥٤٣	٦٨٣٨٣٤	٩
١٠٠٦٤٣	٦٨٣٨١٨	٩
١٠٠٧٤٣	٦٨٣٨٠٢	٩
١٠٠٨٤٣	٦٨٣٧٨٦	١٠
١٠٠٩٤٣	٦٨٣٧٧٠	٩
١٠١٠٤٣	٦٨٣٧٥٤	٩
١٠١١٤٣	٦٨٣٧٣٨	٩
١٠١٢٤٣	٦٨٣٧٢٢	٩
١٠١٣٤٣	٦٨٣٧٠٦	١٠
١٠١٤٤٣	٦٨٣٦٩٠	٩
١٠١٥٤٣	٦٨٣٦٧٤	٩
١٠١٦٤٣	٦٨٣٦٥٨	٩
١٠١٧٤٣	٦٨٣٦٤٢	٩
١٠١٨٤٣	٦٨٣٦٢٦	١٠
١٠١٩٤٣	٦٨٣٦١٠	٩
١٠٢٠٤٣	٦٨٣٥٩٤	٩
١٠٢١٤٣	٦٨٣٥٧٨	٩
١٠٢٢٤٣	٦٨٣٥٦٢	٩
١٠٢٣٤٣	٦٨٣٥٤٦	١٠
١٠٢٤٤٣	٦٨٣٥٣٠	٩
١٠٢٥٤٣	٦٨٣٥١٤	٩
١٠٢٦٤٣	٦٨٣٤٩٨	٩
١٠٢٧٤٣	٦٨٣٤٨٢	٩
١٠٢٨٤٣	٦٨٣٤٦٦	١٠
١٠٢٩٤٣	٦٨٣٤٥٠	٩
١٠٣٠٤٣	٦٨٣٤٣٤	٩
١٠٣١٤٣	٦٨٣٤١٨	٩
١٠٣٢٤٣	٦٨٣٤٠٢	٩
١٠٣٣٤٣	٦٨٣٣٨٦	١٠
١٠٣٤٤٣	٦٨٣٣٧٠	٩
١٠٣٥٤٣	٦٨٣٣٥٤	٩
١٠٣٦٤٣	٦٨٣٣٣٨	٩
١٠٣٧٤٣	٦٨٣٣٢٢	٩
١٠٣٨٤٣	٦٨٣٣٠٦	١٠
١٠٣٩٤٣	٦٨٣٢٩٠	٩
١٠٤٠٤٣	٦٨٣٢٧٤	٩
١٠٤١٤٣	٦٨٣٢٥٨	٩
١٠٤٢٤٣	٦٨٣٢٤٢	٩
١٠٤٣٤٣	٦٨٣٢٢٦	١٠
١٠٤٤٤٣	٦٨٣٢١٠	٩
١٠٤٥٤٣	٦٨٣١٩٤	٩
١٠٤٦٤٣	٦٨٣١٧٨	٩
١٠٤٧٤٣	٦٨٣١٦٢	٩
١٠٤٨٤٣	٦٨٣١٤٦	١٠
١٠٤٩٤٣	٦٨٣١٣٠	٩
١٠٥٠٤٣	٦٨٣١١٤	٩
١٠٥١٤٣	٦٨٣٠٩٨	٩
١٠٥٢٤٣	٦٨٣٠٨٢	٩
١٠٥٣٤٣	٦٨٣٠٦٦	١٠
١٠٥٤٤٣	٦٨٣٠٥٠	٩
١٠٥٥٤٣	٦٨٣٠٣٤	٩
١٠٥٦٤٣	٦٨٣٠١٨	٩
١٠٥٧٤٣	٦٨٣٠٠٢	٩
١٠٥٨٤٣	٦٨٢٩٨٦	١٠
١٠٥٩٤٣	٦٨٢٩٧٠	٩
١٠٦٠٤٣	٦٨٢٩٥٤	٩
١٠٦١٤٣	٦٨٢٩٣٨	٩
١٠٦٢٤٣	٦٨٢٩٢٢	٩
١٠٦٣٤٣	٦٨٢٩٠٦	١٠
١٠٦٤٤٣	٦٨٢٨٩٠	٩
١٠٦٥٤٣	٦٨٢٨٧٤	٩
١٠٦٦٤٣	٦٨٢٨٥٨	٩
١٠٦٧٤٣	٦٨٢٨٤٢	٩
١٠٦٨٤٣	٦٨٢٨٢٦	١٠
١٠٦٩٤٣	٦٨٢٨١٠	٩
١٠٧٠٤٣	٦٨٢٧٩٤	٩
١٠٧١٤٣	٦٨٢٧٧٨	٩
١٠٧٢٤٣	٦٨٢٧٦٢	٩
١٠٧٣٤٣	٦٨٢٧٤٦	١٠
١٠٧٤٤٣	٦٨٢٧٣٠	٩
١٠٧٥٤٣	٦٨٢٧١٤	٩
١٠٧٦٤٣	٦٨٢٦٩٨	٩
١٠٧٧٤٣	٦٨٢٦٨٢	٩
١٠٧٨٤٣	٦٨٢٦٦٦	١٠
١٠٧٩٤٣	٦٨٢٦٥٠	٩
١٠٨٠٤٣	٦٨٢٦٣٤	٩
١٠٨١٤٣	٦٨٢٦١٨	٩
١٠٨٢٤٣	٦٨٢٦٠٢	٩
١٠٨٣٤٣	٦٨٢٥٨٦	١٠
١٠٨٤٤٣	٦٨٢٥٧٠	٩
١٠٨٥٤٣	٦٨٢٥٥٤	٩
١٠٨٦٤٣	٦٨٢٥٣٨	٩
١٠٨٧٤٣	٦٨٢٥٢٢	٩
١٠٨٨٤٣	٦٨٢٥٠٦	١٠
١٠٨٩٤٣	٦٨٢٤٩٠	٩
١٠٩٠٤٣	٦٨٢٤٧٤	٩
١٠٩١٤٣	٦٨٢٤٥٨	٩
١٠٩٢٤٣	٦٨٢٤٤٢	٩
١٠٩٣٤٣	٦٨٢٤٢٦	١٠
١٠٩٤٤٣	٦٨٢٤١٠	٩
١٠٩٥٤٣	٦٨٢٣٩٤	٩
١٠٩٦٤٣	٦٨٢٣٧٨	٩
١٠٩٧٤٣	٦٨٢٣٦٢	٩
١٠٩٨٤٣	٦٨٢٣٤٦	١٠
١٠٩٩٤٣	٦٨٢٣٣٠	٩
١١٠٠٤٣	٦٨٢٣١٤	٩
١١٠١٤٣	٦٨٢٢٩٨	٩
١١٠٢٤٣	٦٨٢٢٨٢	٩
١١٠٣٤٣	٦٨٢٢٦٦	١٠
١١٠٤٤٣	٦٨٢٢٥٠	٩
١١٠٥٤٣	٦٨٢٢٣٤	٩
١١٠٦٤٣	٦٨٢٢١٨	٩
١١٠٧٤٣	٦٨٢٢٠٢	٩
١١٠٨٤٣	٦٨٢١٨٦	١٠
١١٠٩٤٣	٦٨٢١٧٠	٩
١١١٠٤٣	٦٨٢١٥٤	٩
١١١١٤٣	٦٨٢١٣٨	٩
١١١٢٤٣	٦٨٢١٢٢	٩
١١١٣٤٣	٦٨٢١٠٦	١٠
١١١٤٤٣	٦٨٢٠٩٠	٩
١١١٥٤٣	٦٨٢٠٧٤	٩
١١١٦٤٣	٦٨٢٠٥٨	٩
١١١٧٤٣	٦٨٢٠٤٢	٩
١١١٨٤٣	٦٨٢٠٢٦	١٠
١١١٩٤٣	٦٨٢٠١٠	٩
١١٢٠٤٣	٦٨١٩٩٤	٩
١١٢١٤٣	٦٨١٩٧٨	٩
١١٢٢٤٣	٦٨١٩٦٢	٩
١١٢٣٤٣	٦٨١٩٤٦	١٠
١١٢٤٤٣	٦٨١٩٣٠	٩
١١٢٥٤٣	٦٨١٩١٤	٩
١١٢٦٤٣	٦٨١٨٩٨	٩
١١٢٧٤٣	٦٨١٨٨٢	٩
١١٢٨٤٣	٦٨١٨٦٦	١٠
١١٢٩٤٣	٦٨١٨٥٠	٩
١١٣٠٤٣	٦٨١٨٣٤	٩
١١٣١٤٣	٦٨١٨١٨	٩
١١٣٢٤٣	٦٨١٨٠٢	٩
١١٣٣٤٣	٦٨١٧٨٦	١٠
١١٣٤٤٣	٦٨١٧٧٠	٩
١١٣٥٤٣	٦٨١٧٥٤	٩
١١٣٦٤٣	٦٨١٧٣٨	٩
١١٣٧٤٣	٦٨١٧٢٢	٩
١١٣٨٤٣	٦٨١٧٠٦	١٠
١١٣٩٤٣	٦٨١٦٩٠	٩
١١٤٠٤٣	٦٨١٦٧٤	٩
١١٤١٤٣	٦٨١٦٥٨	٩
١١٤٢٤٣	٦٨١٦٤٢	٩
١١٤٣٤٣	٦٨١٦٢٦	١٠
١١٤٤٤٣	٦٨١٦١٠	٩
١١٤٥٤٣	٦٨١٥٩٤	٩
١١٤٦٤٣	٦٨١٥٧٨	٩
١١٤٧٤٣	٦٨١٥٦٢	٩
١١٤٨٤٣	٦٨١٥٤٦	١٠
١١٤٩٤٣	٦٨١٥٣٠	٩
١١٥٠٤٣	٦٨١٥١٤	٩
١١٥١٤٣	٦٨١٤٩٨	٩
١١٥٢٤٣	٦٨١٤٨٢	٩
١١٥٣٤٣	٦٨١٤٦٦	١٠
١١٥٤٤٣	٦٨١٤٥٠	٩
١١٥٥٤٣	٦٨١٤٣٤	٩
١١٥٦٤٣	٦٨١٤١٨	٩
١١٥٧٤٣	٦٨١٤٠٢	٩
١١٥٨٤٣	٦٨١٣٨٦	١٠
١١٥٩٤٣	٦٨١٣٧٠	٩
١١٦٠٤٣	٦٨١٣٥٤	٩
١١٦١٤٣	٦٨١٣٣٨	٩
١١٦٢٤٣	٦٨١٣٢٢	٩
١١٦٣٤٣	٦٨١٣٠٦	١٠
١١٦٤٤٣	٦٨١٢٩٠	٩
١١٦٥٤٣	٦٨١٢٧٤	٩
١١٦٦٤٣	٦٨١٢٥٨	٩
١١٦٧٤٣	٦٨١٢٤٢	٩
١١٦٨٤٣	٦٨١٢٢٦	١٠
١١٦٩٤٣	٦٨١٢١٠	٩
١١٧٠٤٣	٦٨١١٩٤	٩
١١٧١٤٣	٦٨١١٧٨	٩
١١٧٢٤٣	٦٨١١٦٢	٩
١١٧٣٤٣	٦٨١١٤٦	١٠
١١٧٤٤٣	٦٨١١٣٠	٩
١١٧٥٤٣	٦٨١١١٤	٩
١١٧٦٤٣	٦٨١٠٩٨	٩
١١٧٧٤٣	٦٨١٠٨٢	٩
١١٧٨٤٣	٦٨١٠٦٦	١٠
١١٧٩٤٣	٦٨١٠٥٠	٩
١١٨٠٤٣	٦٨١٠٣٤	٩
١١٨١٤٣	٦٨١٠١٨	٩
١١٨٢٤٣	٦٨١٠٠٢	٩
١١٨٣٤٣	٦٨٠٩٨٦	١٠
١١٨٤٤٣	٦٨٠٩٧٠	٩
١١٨٥٤٣	٦٨٠٩٥٤	٩
١١٨٦٤٣	٦٨٠٩٣٨	٩
١١٨٧٤٣	٦٨٠٩٢٢	٩
١١٨٨٤٣	٦٨٠٩٠٦	١٠
١١٨٩٤٣	٦٨٠٨٩٠	٩
١١٩٠٤٣	٦٨٠٨٧٤	٩
١١٩١٤٣	٦٨٠٨٥٨	٩
١١٩٢٤٣	٦٨٠٨٤٢	٩
١١٩٣٤٣	٦٨٠٨٢٦	١٠
١١٩٤٤٣	٦٨٠٨١٠	٩
١١٩٥٤٣	٦٨٠٧٩٤	٩
١١٩٦٤٣	٦٨٠٧٧٨	٩
١١٩٧٤٣	٦٨٠٧٦٢	٩
١١٩٨٤٣	٦٨٠٧٤٦	١٠
١١٩٩٤٣	٦٨٠٧٣٠	٩
١٢٠٠٤٣	٦٨٠٧١٤	٩
١٢٠١٤٣	٦٨٠٦٩٨	٩
١٢٠٢٤٣	٦٨٠٦٨٢	٩
١٢٠٣٤٣	٦٨٠٦٦٦	١٠
١٢٠٤٤٣	٦٨٠٦٥٠	٩
١٢٠٥٤٣	٦٨٠٦٣٤	٩
١٢٠٦٤٣	٦٨٠٦١٨	٩
١٢٠٧٤٣	٦٨٠٦٠٢

عدد	لوغا	ف
٦٨٧٣	٦٠٧٨٤	٩
٨٨٧٣	٥١٧٨٤	٩
٧٨٧٣	٤٢٧٨٤	٩
٩٨٧٣	٣٣٧٨٤	٩
٠٧٨٣	٢٤٧٨٤	٩
١٧٨٣	١٥٧٨٤	٩
٢٧٨٣	٠٦٧٨٤	٩
٤٧٨٣	٩٦٧٨٤	٩
٥٧٨٣	٨٧٧٨٤	٩
٧٧٨٣	٧٨٧٨٤	٩
٨٧٨٣	٦٩٧٨٤	٩
٠٨٨٣	٥٩٧٨٤	٩
١٨٨٣	٤٩٧٨٤	٩
٣٨٨٣	٣٩٧٨٤	٩
٤٨٨٣	٢٩٧٨٤	٩
٦٨٨٣	١٩٧٨٤	٩
٧٨٨٣	٠٩٧٨٤	٩
٨٨٨٣	٩٨٧٨٤	٩
٠٨٩٣	٨٨٧٨٤	٩
١٨٩٣	٧٨٧٨٤	٩
٣٨٩٣	٦٨٧٨٤	٩
٤٨٩٣	٥٨٧٨٤	٩
٥٨٩٣	٤٨٧٨٤	٩
٧٨٩٣	٣٨٧٨٤	٩
٨٨٩٣	٢٨٧٨٤	٩
٩٨٩٣	١٨٧٨٤	٩
٠٩٠٣	٠٨٧٨٤	٩
٢٩٠٣	٩٧٧٨٤	٩
٣٩٠٣	٨٧٧٨٤	٩
٤٩٠٣	٧٧٧٨٤	٩
٥٩٠٣	٦٧٧٨٤	٩
٦٩٠٣	٥٧٧٨٤	٩
٨٩٠٣	٤٧٧٨٤	٩
٩٩٠٣	٣٧٧٨٤	٩
٠١٩٠٣	٢٧٧٨٤	٩
١١٩٠٣	١٧٧٨٤	٩
٢١٩٠٣	٠٧٧٨٤	٩
٣١٩٠٣	٩٦٧٨٤	٩
٤١٩٠٣	٨٦٧٨٤	٩
٥١٩٠٣	٧٦٧٨٤	٩
٦١٩٠٣	٦٦٧٨٤	٩
٧١٩٠٣	٥٦٧٨٤	٩
٨١٩٠٣	٤٦٧٨٤	٩
٩١٩٠٣	٣٦٧٨٤	٩
٠٢٩٠٣	٢٦٧٨٤	٩
١٢٩٠٣	١٦٧٨٤	٩
٢٢٩٠٣	٠٦٧٨٤	٩
٣٢٩٠٣	٩٥٧٨٤	٩
٤٢٩٠٣	٨٥٧٨٤	٩
٥٢٩٠٣	٧٥٧٨٤	٩
٦٢٩٠٣	٦٥٧٨٤	٩
٧٢٩٠٣	٥٥٧٨٤	٩
٨٢٩٠٣	٤٥٧٨٤	٩
٩٢٩٠٣	٣٥٧٨٤	٩
٠٣٩٠٣	٢٥٧٨٤	٩
١٣٩٠٣	١٥٧٨٤	٩
٢٣٩٠٣	٠٥٧٨٤	٩
٣٣٩٠٣	٩٤٧٨٤	٩
٤٣٩٠٣	٨٤٧٨٤	٩
٥٣٩٠٣	٧٤٧٨٤	٩
٦٣٩٠٣	٦٤٧٨٤	٩
٧٣٩٠٣	٥٤٧٨٤	٩
٨٣٩٠٣	٤٤٧٨٤	٩
٩٣٩٠٣	٣٤٧٨٤	٩
٠٤٩٠٣	٢٤٧٨٤	٩
١٤٩٠٣	١٤٧٨٤	٩
٢٤٩٠٣	٠٤٧٨٤	٩
٣٤٩٠٣	٩٣٧٨٤	٩
٤٤٩٠٣	٨٣٧٨٤	٩
٥٤٩٠٣	٧٣٧٨٤	٩
٦٤٩٠٣	٦٣٧٨٤	٩
٧٤٩٠٣	٥٣٧٨٤	٩
٨٤٩٠٣	٤٣٧٨٤	٩
٩٤٩٠٣	٣٣٧٨٤	٩
٠٥٩٠٣	٢٣٧٨٤	٩
١٥٩٠٣	١٣٧٨٤	٩
٢٥٩٠٣	٠٣٧٨٤	٩
٣٥٩٠٣	٩٢٧٨٤	٩
٤٥٩٠٣	٨٢٧٨٤	٩
٥٥٩٠٣	٧٢٧٨٤	٩
٦٥٩٠٣	٦٢٧٨٤	٩
٧٥٩٠٣	٥٢٧٨٤	٩
٨٥٩٠٣	٤٢٧٨٤	٩
٩٥٩٠٣	٣٢٧٨٤	٩
٠٦٩٠٣	٢٢٧٨٤	٩
١٦٩٠٣	١٢٧٨٤	٩
٢٦٩٠٣	٠٢٧٨٤	٩
٣٦٩٠٣	٩١٧٨٤	٩
٤٦٩٠٣	٨١٧٨٤	٩
٥٦٩٠٣	٧١٧٨٤	٩
٦٦٩٠٣	٦١٧٨٤	٩
٧٦٩٠٣	٥١٧٨٤	٩
٨٦٩٠٣	٤١٧٨٤	٩
٩٦٩٠٣	٣١٧٨٤	٩
٠٧٩٠٣	٢١٧٨٤	٩
١٧٩٠٣	١١٧٨٤	٩
٢٧٩٠٣	٠١٧٨٤	٩
٣٧٩٠٣	٩٠٧٨٤	٩
٤٧٩٠٣	٨٠٧٨٤	٩
٥٧٩٠٣	٧٠٧٨٤	٩
٦٧٩٠٣	٦٠٧٨٤	٩
٧٧٩٠٣	٥٠٧٨٤	٩
٨٧٩٠٣	٤٠٧٨٤	٩
٩٧٩٠٣	٣٠٧٨٤	٩
٠٨٩٠٣	٢٠٧٨٤	٩
١٨٩٠٣	١٠٧٨٤	٩
٢٨٩٠٣	٠٠٧٨٤	٩
٣٨٩٠٣	٩٩٧٨٤	٩
٤٨٩٠٣	٨٩٧٨٤	٩
٥٨٩٠٣	٧٩٧٨٤	٩
٦٨٩٠٣	٦٩٧٨٤	٩
٧٨٩٠٣	٥٩٧٨٤	٩
٨٨٩٠٣	٤٩٧٨٤	٩
٩٨٩٠٣	٣٩٧٨٤	٩
٠٩٩٠٣	٢٩٧٨٤	٩
١٩٩٠٣	١٩٧٨٤	٩
٢٩٩٠٣	٠٩٧٨٤	٩
٣٩٩٠٣	٩٨٧٨٤	٩
٤٩٩٠٣	٨٨٧٨٤	٩
٥٩٩٠٣	٧٨٧٨٤	٩
٦٩٩٠٣	٦٨٧٨٤	٩
٧٩٩٠٣	٥٨٧٨٤	٩
٨٩٩٠٣	٤٨٧٨٤	٩
٩٩٩٠٣	٣٨٧٨٤	٩

عدد	لوغا	ف
٠٠٠١	٦٩٩٠٦	٩
٠٠٠٢	٦٩٩١٤	٨
٠٠٠٣	٦٩٩٢٢	٩
٠٠٠٤	٦٩٩٣٢	٩
٠٠٠٥	٦٩٩٤٠	٨
٠٠٠٦	٦٩٩٤٩	٩
٠٠٠٧	٦٩٩٥٨	٩
٠٠٠٨	٦٩٩٦٦	٨
٠٠٠٩	٦٩٩٧٥	٩
٠٠١٠	٦٩٩٨٤	٩
٠٠١١	٦٩٩٩٢	٨
٠٠١٢	٧٠٠٠١	٩
٠٠١٣	٧٠٠١٠	٩
٠٠١٤	٧٠٠١٨	٨
٠٠١٥	٧٠٠٢٧	٩
٠٠١٦	٧٠٠٣٦	٩
٠٠١٧	٧٠٠٤٤	٨
٠٠١٨	٧٠٠٥٣	٩
٠٠١٩	٧٠٠٦٢	٩
٠٠٢٠	٧٠٠٧٠	٨
٠٠٢١	٧٠٠٧٩	٩
٠٠٢٢	٧٠٠٨٨	٩
٠٠٢٣	٧٠٠٩٦	٨
٠٠٢٤	٧٠١٠٥	٩
٠٠٢٥	٧٠١١٤	٩
٠٠٢٦	٧٠١٢٢	٨
٠٠٢٧	٧٠١٣١	٩
٠٠٢٨	٧٠١٤٠	٩
٠٠٢٩	٧٠١٤٨	٨
٠٠٣٠	٧٠١٥٧	٩
٠٠٣١	٧٠١٦٥	٨
٠٠٣٢	٧٠١٧٤	٩
٠٠٣٣	٧٠١٨٢	٩
٠٠٣٤	٧٠١٩١	٨
٠٠٣٥	٧٠٢٠٠	٩
٠٠٣٦	٧٠٢٠٩	٨
٠٠٣٧	٧٠٢١٧	٩
٠٠٣٨	٧٠٢٢٦	٩
٠٠٣٩	٧٠٢٣٤	٩
٠٠٤٠	٧٠٢٤٣	٩
٠٠٤١	٧٠٢٥٢	٩
٠٠٤٢	٧٠٢٦٠	٨
٠٠٤٣	٧٠٢٦٩	٩
٠٠٤٤	٧٠٢٧٨	٨
٠٠٤٥	٧٠٢٨٦	٨
٠٠٤٦	٧٠٢٩٥	٩
٠٠٤٧	٧٠٣٠٣	٨
٠٠٤٨	٧٠٣١٢	٩
٠٠٤٩	٧٠٣٢١	٨
٠٠٥٠	٧٠٣٢٩	٩
٠٠٥١	٧٠٣٣٨	٩
٠٠٥٢	٧٠٣٤٦	٨
٠٠٥٤	٧٠٣٥٥	٩
٠٠٥٤	٧٠٣٦٤	٨
٠٠٥٥	٧٠٣٧٢	٨
٠٠٥٦	٧٠٣٨١	٩
٠٠٥٧	٧٠٣٨٩	٨
٠٠٥٨	٧٠٣٩٨	٩
٠٠٥٩	٧٠٤٠٦	٨
٠٠٦٠	٧٠٤١٥	٩
٠٠٦١	٧٠٤٢٤	٩
٠٠٦٢	٧٠٤٣٢	٨
٠٠٦٣	٧٠٤٤١	٩
٠٠٦٤	٧٠٤٤٩	٨
٠٠٦٥	٧٠٤٥٨	٩
٠٠٦٦	٧٠٤٦٧	٩
٠٠٦٧	٧٠٤٧٥	٨
٠٠٦٨	٧٠٤٨٤	٩
٠٠٦٩	٧٠٤٩٢	٨
٠٠٧٠	٧٠٥٠١	٩
٠٠٧١	٧٠٥٠٩	٩
٠٠٧٢	٧٠٥١٨	٩
٠٠٧٤	٧٠٥٢٦	٨
٠٠٧٤	٧٠٥٣٥	٩
٠٠٧٥	٧٠٥٤٤	٩
٠٠٧٦	٧٠٥٥٢	٨
٠٠٧٧	٧٠٥٦١	٩
٠٠٧٨	٧٠٥٦٩	٨
٠٠٧٩	٧٠٥٧٨	٩
٠٠٨٠	٧٠٥٨٦	٨
٠٠٨١	٧٠٥٩٥	٩
٠٠٨٢	٧٠٦٠٣	٩
٠٠٨٣	٧٠٦١٢	٩
٠٠٨٤	٧٠٦٢١	٩
٠٠٨٥	٧٠٦٢٩	٨
٠٠٨٦	٧٠٦٣٨	٩
٠٠٨٧	٧٠٦٤٦	٨
٠٠٨٨	٧٠٦٥٥	٩
٠٠٨٩	٧٠٦٦٣	٨
٠٠٩٠	٧٠٦٧٢	٩
٠٠٩١	٧٠٦٨٠	٨
٠٠٩٢	٧٠٦٨٩	٩
٠٠٩٣	٧٠٦٩٧	٨
٠٠٩٤	٧٠٧٠٦	٩
٠٠٩٥	٧٠٧١٤	٨
٠٠٩٦	٧٠٧٢٣	٩
٠٠٩٧	٧٠٧٣١	٩
٠٠٩٨	٧٠٧٤٠	٩
٠٠٩٩	٧٠٧٤٩	٨
٠١٠٠	٧٠٧٥٧	٨
٠١٠١	٧٠٧٦٦	٩
٠١٠٢	٧٠٧٧٤	٨
٠١٠٣	٧٠٧٨٣	٩
٠١٠٤	٧٠٧٩١	٨
٠١٠٥	٧٠٨٠٠	٩
٠١٠٦	٧٠٨٠٨	٨
٠١٠٧	٧٠٨١٧	٩
٠١٠٨	٧٠٨٢٥	٨
٠١٠٩	٧٠٨٣٤	٩
٠١١٠	٧٠٨٤٢	٨
٠١١١	٧٠٨٥١	٩
٠١١٢	٧٠٨٥٩	٨
٠١١٣	٧٠٨٦٨	٩
٠١١٤	٧١٨٧٦	٨
٠١١٥	٧٠٨٨٥	٩
٠١١٦	٧٠٨٩٣	٨
٠١١٧	٧٠٩٠٢	٩
٠١١٨	٧٠٩١٠	٨
٠١١٩	٧٠٩١٩	٩
٠١٢٠	٧٠٩٢٧	٨
٠١٢١	٧٠٩٣٥	٩
٠١٢٢	٧٠٩٤٤	٩
٠١٢٣	٧٠٩٥٢	٨
٠١٢٤	٧٠٩٦١	٩
٠١٢٥	٧٠٩٦٩	٨

عدد	لوغا	ف
٥١٢٦	٧٠٩٧٨	٩
٥١٢٧	٧٠٩٨٦	٨
٥١٢٨	٧٠٩٩٥	٩
٥١٢٩	٧١٠٠٣	٨
٥١٣٠	٧١٠١٢	٩
٥١٣١	٧١٠٢٠	٨
٥١٣٢	٧١٠٢٩	٩
٥١٣٣	٧١٠٣٧	٨
٥١٣٤	٧١٠٤٦	٩
٥١٣٥	٧١٠٥٤	٨
٥١٣٦	٧١٠٦٣	٩
٥١٣٧	٧١٠٧١	٨
٥١٣٨	٧١٠٧٩	٨
٥١٣٩	٧١٠٨٨	٩
٥١٤٠	٧١٠٩٦	٨
٥١٤١	٧١١٠٥	٩
٥١٤٢	٧١١١٣	٨
٥١٤٣	٧١١٢٢	٩
٥١٤٤	٧١١٣٠	٨
٥١٤٥	٧١١٣٩	٩
٥١٤٦	٧١١٤٧	٨
٥١٤٧	٧١١٥٥	٩
٥١٤٨	٧١١٦٤	٨
٥١٤٩	٧١١٧٢	٩
٥١٥٠	٧١١٨١	٨

عدد	لوغا	ف
٥١٥١	٧١١٨٩	٨
٥١٥٢	٧١١٩٨	٩
٥١٥٣	٧١٢٠٦	٨
٥١٥٤	٧١٢١٤	٨
٥١٥٥	٧١٢٢٣	٩
٥١٥٦	٧١٢٣١	٨
٥١٥٧	٧١٢٤٠	٩
٥١٥٨	٧١٢٤٨	٨
٥١٥٩	٧١٢٥٧	٩
٥١٦٠	٧١٢٦٥	٨
٥١٦١	٧١٢٧٣	٨
٥١٦٢	٧١٢٨٢	٩
٥١٦٣	٧١٢٩٠	٨
٥١٦٤	٧١٢٩٩	٩
٥١٦٥	٧١٣٠٧	٨
٥١٦٦	٧١٣١٥	٨
٥١٦٧	٧١٣٢٤	٩
٥١٦٨	٧١٣٣٢	٨
٥١٦٩	٧١٣٤١	٩
٥١٧٠	٧١٣٤٩	٨
٥١٧١	٧١٣٥٧	٨
٥١٧٢	٧١٣٦٦	٩
٥١٧٣	٧١٣٧٤	٨
٥١٧٤	٧١٣٨٣	٩
٥١٧٥	٧١٣٩١	٨

عدد	لوغا	ف
٥١٧٦	٧١٣٩٩	٨
٥١٧٧	٧١٤٠٨	٩
٥١٧٨	٧١٤١٦	٨
٥١٧٩	٧١٤٢٥	٩
٥١٨٠	٧١٤٣٣	٨
٥١٨١	٧١٤٤١	٨
٥١٨٢	٧١٤٥٠	٩
٥١٨٣	٧١٤٥٨	٨
٥١٨٤	٧١٤٦٧	٩
٥١٨٥	٧١٤٧٥	٨
٥١٨٦	٧١٤٨٣	٨
٥١٨٧	٧١٤٩٢	٩
٥١٨٨	٧١٥٠٠	٨
٥١٨٩	٧١٥٠٨	٨
٥١٩٠	٧١٥١٧	٩
٥١٩١	٧١٥٢٥	٨
٥١٩٢	٧١٥٣٣	٩
٥١٩٣	٧١٥٤٢	٨
٥١٩٤	٧١٥٥٠	٩
٥١٩٥	٧١٥٥٨	٨
٥١٩٦	٧١٥٦٧	٨
٥١٩٧	٧١٥٧٥	٨
٥١٩٨	٧١٥٨٤	٩
٥١٩٩	٧١٥٩٢	٨
٥٢٠٠	٧١٦٠٠	٨

عدد	لوغا	ف
٥٢٠١	٧١٦٠٩	٩
٥٢٠٢	٧١٦١٧	٨
٥٢٠٣	٧١٦٢٥	٨
٥٢٠٤	٧١٦٣٤	٩
٥٢٠٥	٧١٦٤٢	٨
٥٢٠٦	٧١٦٥٠	٨
٥٢٠٧	٧١٦٥٩	٩
٥٢٠٨	٧١٦٦٧	٨
٥٢٠٩	٧١٦٧٥	٨
٥٢١٠	٧١٦٨٤	٩
٥٢١١	٧١٦٩٢	٨
٥٢١٢	٧١٧٠٠	٨
٥٢١٣	٧١٧٠٩	٩
٥٢١٤	٧١٧١٧	٨
٥٢١٥	٧١٧٢٥	٨
٥٢١٦	٧١٧٣٤	٩
٥٢١٧	٧١٧٤٢	٨
٥٢١٨	٧١٧٥٠	٩
٥٢١٩	٧١٧٥٩	٨
٥٢٢٠	٧١٧٦٧	٩
٥٢٢١	٧١٧٧٥	٨
٥٢٢٢	٧١٧٨٤	٩
٥٢٢٣	٧١٧٩٢	٨
٥٢٢٤	٧١٨٠٠	٩
٥٢٢٥	٧١٨٠٩	٩

عدد	لوغا	ف
٥٢٢٦	٧١٨١٧	٨
٥٢٢٧	٧١٨٢٥	٨
٥٢٢٨	٧١٨٣٤	٩
٥٢٢٩	٧١٨٤٢	٨
٥٢٣٠	٧١٨٥٠	٨
٥٢٣١	٧١٨٥٨	٨
٥٢٣٢	٧١٨٦٧	٩
٥٢٣٣	٧١٨٧٥	٨
٥٢٣٤	٧١٨٨٣	٨
٥٢٣٥	٧١٨٩٢	٩
٥٢٣٦	٧١٩٠٠	٨
٥٢٣٧	٧١٩٠٨	٨
٥٢٣٨	٧١٩١٧	٩
٥٢٣٩	٧١٩٢٥	٨
٥٢٤٠	٧١٩٣٣	٨
٥٢٤١	٧١٩٤١	٨
٥٢٤٢	٧١٩٥٠	٩
٥٢٤٣	٧١٩٥٨	٨
٥٢٤٤	٧١٩٦٧	٨
٥٢٤٥	٧١٩٧٥	٩
٥٢٤٦	٧١٩٨٣	٨
٥٢٤٧	٧١٩٩١	٨
٥٢٤٨	٧١٩٩٩	٨
٥٢٤٩	٧٢٠٠٨	٨
٥٢٥٠	٧٢٠١٦	٩

ف	عدد	لوغا
٨	٥٢٥١	٢٧٤٣٠٠
٩	٥٢٥٢	٢٧٤٣٣٠
٨	٥٢٥٣	٢٧٤٣٦٠
٨	٥٢٥٤	٢٧٤٣٩٠
٨	٥٢٥٥	٢٧٤٤٢٠
٩	٥٢٥٦	٢٧٤٤٥٠
٨	٥٢٥٧	٢٧٤٤٨٠
٨	٥٢٥٨	٢٧٤٥١٠
٨	٥٢٥٩	٢٧٤٥٤٠
٩	٥٢٦٠	٢٧٤٥٧٠
٨	٥٢٦١	٢٧٤٦٠٠
٨	٥٢٦٢	٢٧٤٦٣٠
٨	٥٢٦٣	٢٧٤٦٦٠
٨	٥٢٦٤	٢٧٤٦٩٠
٨	٥٢٦٥	٢٧٤٧٢٠
٨	٥٢٦٦	٢٧٤٧٥٠
٨	٥٢٦٧	٢٧٤٧٨٠
٨	٥٢٦٨	٢٧٤٨١٠
٨	٥٢٦٩	٢٧٤٨٤٠
٩	٥٢٧٠	٢٧٤٨٧٠
٨	٥٢٧١	٢٧٤٩٠٠
٨	٥٢٧٢	٢٧٤٩٣٠
٨	٥٢٧٣	٢٧٤٩٦٠
٨	٥٢٧٤	٢٧٤٩٩٠
٨	٥٢٧٥	٢٧٥٠٢٠
٨	٥٢٧٦	٢٧٥٠٥٠
٨	٥٢٧٧	٢٧٥٠٨٠
٨	٥٢٧٨	٢٧٥١١٠
٨	٥٢٧٩	٢٧٥١٤٠
٩	٥٢٨٠	٢٧٥١٧٠
٨	٥٢٨١	٢٧٥٢٠٠
٨	٥٢٨٢	٢٧٥٢٣٠
٨	٥٢٨٣	٢٧٥٢٦٠
٨	٥٢٨٤	٢٧٥٢٩٠
٨	٥٢٨٥	٢٧٥٣٢٠
٨	٥٢٨٦	٢٧٥٣٥٠
٨	٥٢٨٧	٢٧٥٣٨٠
٨	٥٢٨٨	٢٧٥٤١٠
٨	٥٢٨٩	٢٧٥٤٤٠
٩	٥٢٩٠	٢٧٥٤٧٠
٨	٥٢٩١	٢٧٥٥٠٠
٨	٥٢٩٢	٢٧٥٥٣٠
٨	٥٢٩٣	٢٧٥٥٦٠
٨	٥٢٩٤	٢٧٥٥٩٠
٨	٥٢٩٥	٢٧٥٦٢٠
٨	٥٢٩٦	٢٧٥٦٥٠
٨	٥٢٩٧	٢٧٥٦٨٠
٨	٥٢٩٨	٢٧٥٧١٠
٨	٥٢٩٩	٢٧٥٧٤٠
٩	٥٣٠٠	٢٧٥٧٧٠
٨	٥٣٠١	٢٧٥٨٠٠
٩	٥٣٠٢	٢٧٥٨٣٠
٨	٥٣٠٣	٢٧٥٨٦٠
٨	٥٣٠٤	٢٧٥٨٩٠
٩	٥٣٠٥	٢٧٥٩٢٠
٨	٥٣٠٦	٢٧٥٩٥٠
٨	٥٣٠٧	٢٧٥٩٨٠
٨	٥٣٠٨	٢٧٦٠١٠
٨	٥٣٠٩	٢٧٦٠٤٠
٨	٥٣١٠	٢٧٦٠٧٠
٩	٥٣١١	٢٧٦١٠٠
٨	٥٣١٢	٢٧٦١٣٠
٨	٥٣١٣	٢٧٦١٦٠
٨	٥٣١٤	٢٧٦١٩٠
٨	٥٣١٥	٢٧٦٢٢٠
٨	٥٣١٦	٢٧٦٢٥٠
٨	٥٣١٧	٢٧٦٢٨٠
٨	٥٣١٨	٢٧٦٣١٠
٨	٥٣١٩	٢٧٦٣٤٠
٩	٥٣٢٠	٢٧٦٣٧٠
٨	٥٣٢١	٢٧٦٤٠٠
٨	٥٣٢٢	٢٧٦٤٣٠
٨	٥٣٢٣	٢٧٦٤٦٠
٨	٥٣٢٤	٢٧٦٤٩٠
٨	٥٣٢٥	٢٧٦٥٢٠
٨	٥٣٢٦	٢٧٦٥٥٠
٨	٥٣٢٧	٢٧٦٥٨٠
٨	٥٣٢٨	٢٧٦٦١٠
٨	٥٣٢٩	٢٧٦٦٤٠
٩	٥٣٣٠	٢٧٦٦٧٠
٨	٥٣٣١	٢٧٦٧٠٠
٨	٥٣٣٢	٢٧٦٧٣٠
٨	٥٣٣٣	٢٧٦٧٦٠
٨	٥٣٣٤	٢٧٦٧٩٠
٨	٥٣٣٥	٢٧٦٨٢٠
٨	٥٣٣٦	٢٧٦٨٥٠
٨	٥٣٣٧	٢٧٦٨٨٠
٨	٥٣٣٨	٢٧٦٩١٠
٨	٥٣٣٩	٢٧٦٩٤٠
٩	٥٣٤٠	٢٧٦٩٧٠
٨	٥٣٤١	٢٧٧٠٠٠
٨	٥٣٤٢	٢٧٧٠٣٠
٨	٥٣٤٣	٢٧٧٠٦٠
٨	٥٣٤٤	٢٧٧٠٩٠
٨	٥٣٤٥	٢٧٧١٢٠
٨	٥٣٤٦	٢٧٧١٥٠
٨	٥٣٤٧	٢٧٧١٨٠
٨	٥٣٤٨	٢٧٧٢١٠
٨	٥٣٤٩	٢٧٧٢٤٠
٩	٥٣٥٠	٢٧٧٢٧٠
٨	٥٣٥١	٢٧٧٣٠٠
٨	٥٣٥٢	٢٧٧٣٣٠
٨	٥٣٥٣	٢٧٧٣٦٠
٨	٥٣٥٤	٢٧٧٣٩٠
٨	٥٣٥٥	٢٧٧٤٢٠
٨	٥٣٥٦	٢٧٧٤٥٠
٨	٥٣٥٧	٢٧٧٤٨٠
٨	٥٣٥٨	٢٧٧٥١٠
٨	٥٣٥٩	٢٧٧٥٤٠
٩	٥٣٦٠	٢٧٧٥٧٠
٨	٥٣٦١	٢٧٧٦٠٠
٨	٥٣٦٢	٢٧٧٦٣٠
٨	٥٣٦٣	٢٧٧٦٦٠
٨	٥٣٦٤	٢٧٧٦٩٠
٨	٥٣٦٥	٢٧٧٧٢٠
٨	٥٣٦٦	٢٧٧٧٥٠
٨	٥٣٦٧	٢٧٧٧٨٠
٨	٥٣٦٨	٢٧٧٨١٠
٨	٥٣٦٩	٢٧٧٨٤٠
٩	٥٣٧٠	٢٧٧٨٧٠
٨	٥٣٧١	٢٧٧٩٠٠
٨	٥٣٧٢	٢٧٧٩٣٠
٨	٥٣٧٣	٢٧٧٩٦٠
٨	٥٣٧٤	٢٧٧٩٩٠
٨	٥٣٧٥	٢٧٨٠٢٠
٨	٥٣٧٦	٢٧٨٠٥٠
٨	٥٣٧٧	٢٧٨٠٨٠
٨	٥٣٧٨	٢٧٨١١٠
٨	٥٣٧٩	٢٧٨١٤٠
٩	٥٣٨٠	٢٧٨١٧٠
٨	٥٣٨١	٢٧٨٢٠٠
٨	٥٣٨٢	٢٧٨٢٣٠
٨	٥٣٨٣	٢٧٨٢٦٠
٨	٥٣٨٤	٢٧٨٢٩٠
٨	٥٣٨٥	٢٧٨٣٢٠
٨	٥٣٨٦	٢٧٨٣٥٠
٨	٥٣٨٧	٢٧٨٣٨٠
٨	٥٣٨٨	٢٧٨٤١٠
٨	٥٣٨٩	٢٧٨٤٤٠
٩	٥٣٩٠	٢٧٨٤٧٠
٨	٥٣٩١	٢٧٨٥٠٠
٨	٥٣٩٢	٢٧٨٥٣٠
٨	٥٣٩٣	٢٧٨٥٦٠
٨	٥٣٩٤	٢٧٨٥٩٠
٨	٥٣٩٥	٢٧٨٦٢٠
٨	٥٣٩٦	٢٧٨٦٥٠
٨	٥٣٩٧	٢٧٨٦٨٠
٨	٥٣٩٨	٢٧٨٧١٠
٨	٥٣٩٩	٢٧٨٧٤٠
٩	٥٤٠٠	٢٧٨٧٧٠

عدد	لوغا	ف
٥٣٧٦	٧٣٠٤٦	٨
٥٣٧٧	٧٣٠٥٤	٨
٥٣٧٨	٧٣٠٦٢	٨
٥٣٧٩	٧٣٠٧٠	٨
٥٣٨٠	٧٣٠٧٨	٨
٥٣٨١	٧٣٠٨٦	٨
٥٣٨٢	٧٣٠٩٤	٨
٥٣٨٣	٧٣١٠٢	٩
٥٣٨٤	٧٣١١١	٨
٥٣٨٥	٧٣١١٩	٨
٥٣٨٦	٧٣١٢٧	٨
٥٣٨٧	٧٣١٣٥	٨
٥٣٨٨	٧٣١٤٣	٨
٥٣٨٩	٧٣١٥١	٨
٥٣٩٠	٧٣١٥٩	٨
٥٣٩١	٧٣١٦٧	٨
٥٣٩٢	٧٣١٧٥	٨
٥٣٩٣	٧٣١٨٣	٨
٥٣٩٤	٧٣١٩١	٨
٥٣٩٥	٧٣١٩٩	٨
٥٣٩٦	٧٣٢٠٧	٨
٥٣٩٧	٧٣٢١٥	٨
٥٣٩٨	٧٣٢٢٣	٨
٥٣٩٩	٧٣٢٣١	٨
٥٤٠٠	٧٣٢٣٩	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٠١	٧٣٢٤٧	٨
٥٤٠٢	٧٣٢٥٥	٨
٥٤٠٣	٧٣٢٦٣	٨
٥٤٠٤	٧٣٢٧٢	٩
٥٤٠٥	٧٣٢٨٠	٨
٥٤٠٦	٧٣٢٨٨	٨
٥٤٠٧	٧٣٢٩٦	٨
٥٤٠٨	٧٣٣٠٤	٨
٥٤٠٩	٧٣٣١٢	٨
٥٤١٠	٧٣٣٢٠	٨
٥٤١١	٧٣٣٢٨	٨
٥٤١٢	٧٣٣٣٦	٨
٥٤١٣	٧٣٣٤٤	٨
٥٤١٤	٧٣٣٥٢	٨
٥٤١٥	٧٣٣٦٠	٨
٥٤١٦	٧٣٣٦٨	٨
٥٤١٧	٧٣٣٧٦	٨
٥٤١٨	٧٣٣٨٤	٨
٥٤١٩	٧٣٣٩٢	٨
٥٤٢٠	٧٣٤٠٠	٨
٥٤٢١	٧٣٤٠٨	٨
٥٤٢٢	٧٣٤١٧	٨
٥٤٢٣	٧٣٤٢٥	٨
٥٤٢٤	٧٣٤٣٣	٨
٥٤٢٥	٧٣٤٤١	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٢٦	٧٣٤٤٩	٨
٥٤٢٧	٧٣٤٥٧	٨
٥٤٢٨	٧٣٤٦٥	٨
٥٤٢٩	٧٣٤٧٣	٨
٥٤٣٠	٧٣٤٨٠	٨
٥٤٣١	٧٣٤٨٨	٨
٥٤٣٢	٧٣٤٩٦	٨
٥٤٣٣	٧٣٥٠٤	٨
٥٤٣٤	٧٣٥١٢	٨
٥٤٣٥	٧٣٥٢٠	٨
٥٤٣٦	٧٣٥٢٨	٨
٥٤٣٧	٧٣٥٣٦	٨
٥٤٣٨	٧٣٥٤٤	٨
٥٤٣٩	٧٣٥٥٢	٨
٥٤٤٠	٧٣٥٦٠	٨
٥٤٤١	٧٣٥٦٨	٨
٥٤٤٢	٧٣٥٧٦	٨
٥٤٤٣	٧٣٥٨٤	٨
٥٤٤٤	٧٣٥٩٢	٨
٥٤٤٥	٧٣٦٠٠	٨
٥٤٤٦	٧٣٦٠٨	٨
٥٤٤٧	٧٣٦١٦	٨
٥٤٤٨	٧٣٦٢٤	٨
٥٤٤٩	٧٣٦٣٢	٨
٥٤٥٠	٧٣٦٤٠	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٥١	٧٣٦٤٨	٨
٥٤٥٢	٧٣٦٥٦	٨
٥٤٥٣	٧٣٦٦٤	٨
٥٤٥٤	٧٣٦٧٢	٨
٥٤٥٥	٧٣٦٨٠	٨
٥٤٥٦	٧٣٦٨٨	٨
٥٤٥٧	٧٣٦٩٦	٨
٥٤٥٨	٧٣٧٠٤	٨
٥٤٥٩	٧٣٧١٢	٨
٥٤٦٠	٧٣٧٢٠	٨
٥٤٦١	٧٣٧٢٨	٨
٥٤٦٢	٧٣٧٣٦	٨
٥٤٦٣	٧٣٧٤٤	٨
٥٤٦٤	٧٣٧٥٢	٨
٥٤٦٥	٧٣٧٦٠	٨
٥٤٦٦	٧٣٧٦٨	٨
٥٤٦٧	٧٣٧٧٦	٨
٥٤٦٨	٧٣٧٨٤	٨
٥٤٦٩	٧٣٧٩٢	٨
٥٤٧٠	٧٣٨٠٠	٨
٥٤٧١	٧٣٨٠٧	٨
٥٤٧٢	٧٣٨١٥	٨
٥٤٧٣	٧٣٨٢٣	٨
٥٤٧٤	٧٣٨٣٠	٨
٥٤٧٥	٧٣٨٣٨	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٧٦	٧٣٨٤٦	٨
٥٤٧٧	٧٣٨٥٤	٨
٥٤٧٨	٧٣٨٦٢	٨
٥٤٧٩	٧٣٨٧٠	٨
٥٤٨٠	٧٣٨٧٨	٨
٥٤٨١	٧٣٨٨٦	٨
٥٤٨٢	٧٣٨٩٤	٨
٥٤٨٣	٧٣٩٠٢	٨
٥٤٨٤	٧٣٩١٠	٨
٥٤٨٥	٧٣٩١٨	٨
٥٤٨٦	٧٣٩٢٦	٨
٥٤٨٧	٧٣٩٣٤	٨
٥٤٨٨	٧٣٩٤٢	٨
٥٤٨٩	٧٣٩٥٠	٨
٥٤٩٠	٧٣٩٥٨	٨
٥٤٩١	٧٣٩٦٦	٨
٥٤٩٢	٧٣٩٧٤	٨
٥٤٩٣	٧٣٩٨٢	٨
٥٤٩٤	٧٣٩٩٠	٨
٥٤٩٥	٧٣٩٩٨	٨
٥٤٩٦	٧٤٠٠٥	٨
٥٤٩٧	٧٤٠١٣	٨
٥٤٩٨	٧٤٠٢١	٨
٥٤٩٩	٧٤٠٢٩	٨
٥٥٠٠	٧٤٠٣٧	٨

عدد	لوغا	ف
١٠٠٠	٣٠٠٠٠٠	٨
١٠٠١	٣٠٠٤٣٣	
١٠٠٢	٣٠٠٨٦٥	٧
١٠٠٣	٣٠١٢٩٧	
١٠٠٤	٣٠١٧٢٨	٦
١٠٠٥	٣٠٢١٦٠	
١٠٠٦	٣٠٢٥٩٢	٥
١٠٠٧	٣٠٣٠٢٤	
١٠٠٨	٣٠٣٤٥٦	٤
١٠٠٩	٣٠٣٨٨٨	
١٠١٠	٣٠٤٣٢٠	٣
١٠١١	٣٠٤٧٥٢	
١٠١٢	٣٠٥١٨٤	٢
١٠١٣	٣٠٥٦١٦	
١٠١٤	٣٠٦٠٤٨	١
١٠١٥	٣٠٦٤٨٠	
١٠١٦	٣٠٦٩١٢	٨
١٠١٧	٣٠٧٣٤٤	
١٠١٨	٣٠٧٧٧٦	٧
١٠١٩	٣٠٨٢٠٨	
١٠٢٠	٣٠٨٦٤٠	٦
١٠٢١	٣٠٩٠٧٢	
١٠٢٢	٣٠٩٥٠٤	٥
١٠٢٣	٣٠٩٩٣٦	
١٠٢٤	٣١٠٣٦٨	٤
١٠٢٥	٣١٠٧٩٩	

عدد	لوغا	ف
١٠٢٦	٣١١٢٤١	٨
١٠٢٧	٣١١٦٤٩	
١٠٢٨	٣١٢٠٥٧	٧
١٠٢٩	٣١٢٤٦٥	
١٠٣٠	٣١٢٨٧٣	٦
١٠٣١	٣١٣٢٨٠	
١٠٣٢	٣١٣٦٨٨	٥
١٠٣٣	٣١٤٠٩٦	
١٠٣٤	٣١٤٥٠٤	٤
١٠٣٥	٣١٤٩١٢	
١٠٣٦	٣١٥٣٢٠	٣
١٠٣٧	٣١٥٧٢٧	
١٠٣٨	٣١٦١٣٥	٢
١٠٣٩	٣١٦٥٤٣	
١٠٤٠	٣١٦٩٥١	١
١٠٤١	٣١٧٣٥٩	
١٠٤٢	٣١٧٧٦٧	٨
١٠٤٣	٣١٨١٧٤	
١٠٤٤	٣١٨٥٨٢	٧
١٠٤٥	٣١٨٩٩٠	
١٠٤٦	٣١٩٣٩٨	٦
١٠٤٧	٣١٩٨٠٦	
١٠٤٨	٣١٩٢١٤	٥
١٠٤٩	٣١٩٦٢١	
١٠٥٠	٣٢٠٠٢٩	٤
١٠٥١	٣٢٠٤٣٧	

عدد	لوغا	ف
١٠٥٢	٣٢٠٨٤٥	٣
١٠٥٣	٣٢١٢٥٣	
١٠٥٤	٣٢١٦٦١	٢
١٠٥٥	٣٢٢٠٦٩	
١٠٥٦	٣٢٢٤٧٦	١
١٠٥٧	٣٢٢٨٨٤	
١٠٥٨	٣٢٣٢٩٢	٨
١٠٥٩	٣٢٣٧٠٠	
١٠٦٠	٣٢٤١٠٨	٧
١٠٦١	٣٢٤٥١٥	
١٠٦٢	٣٢٤٩٢٣	٦
١٠٦٣	٣٢٥٣٣١	
١٠٦٤	٣٢٥٧٣٩	٥
١٠٦٥	٣٢٦١٤٧	
١٠٦٦	٣٢٦٥٥٤	٤
١٠٦٧	٣٢٦٩٦٢	
١٠٦٨	٣٢٧٣٧٠	٣
١٠٦٩	٣٢٧٧٧٨	
١٠٧٠	٣٢٨١٨٥	٢
١٠٧١	٣٢٨٥٩٣	

عدد	لوغا	ف
١٠٧٢	٣٢٨٩٠١	١
١٠٧٣	٣٢٩٢٠٩	
١٠٧٤	٣٢٩٦١٧	٨
١٠٧٥	٣٣٠٠٢٥	
١٠٧٦	٣٣٠٤٣٣	٧
١٠٧٧	٣٣٠٨٤٠	
١٠٧٨	٣٣١٢٤٨	٦
١٠٧٩	٣٣١٦٥٦	
١٠٨٠	٣٣٢٠٦٣	٥
١٠٨١	٣٣٢٤٧١	
١٠٨٢	٣٣٢٨٧٩	٤
١٠٨٣	٣٣٣٢٨٦	
١٠٨٤	٣٣٣٦٩٤	٣
١٠٨٥	٣٣٤١٠٢	
١٠٨٦	٣٣٤٥١٠	٢
١٠٨٧	٣٣٤٩١٧	
١٠٨٨	٣٣٥٣٢٥	١
١٠٨٩	٣٣٥٧٣٣	
١٠٩٠	٣٣٦١٤١	٨
١٠٩١	٣٣٦٥٤٨	

عدد	لوغا	ف
١٠٩٢	٣٣٦٩٥٦	٧
١٠٩٣	٣٣٧٣٦٤	
١٠٩٤	٣٣٧٧٧٢	٦
١٠٩٥	٣٣٨١٧٩	
١٠٩٦	٣٣٨٥٨٧	٥
١٠٩٧	٣٣٨٩٩٤	
١٠٩٨	٣٣٩٤٠٢	٤
١٠٩٩	٣٣٩٨١٠	
١١٠٠	٣٤٠٢١٧	٣
١١٠١	٣٤٠٦٢٤	
١١٠٢	٣٤١٠٣٢	٢
١١٠٣	٣٤١٤٣٩	
١١٠٤	٣٤١٨٤٦	١
١١٠٥	٣٤٢٢٥٤	
١١٠٦	٣٤٢٦٦١	٨
١١٠٧	٣٤٣٠٦٨	
١١٠٨	٣٤٣٤٧٥	٧
١١٠٩	٣٤٣٨٨٢	
١١١٠	٣٤٤٢٨٩	٦
١١١١	٣٤٤٦٩٦	

عدد	لوغا	ف
١١١٢	٣٤٥١٠٣	٥
١١١٣	٣٤٥٥١٠	
١١١٤	٣٤٥٩١٧	٤
١١١٥	٣٤٦٣٢٤	
١١١٦	٣٤٦٧٣١	٣
١١١٧	٣٤٧١٣٨	
١١١٨	٣٤٧٥٤٥	٢
١١١٩	٣٤٧٩٥٢	
١١٢٠	٣٤٨٣٥٩	١
١١٢١	٣٤٨٧٦٦	
١١٢٢	٣٤٩١٧٣	٨
١١٢٣	٣٤٩٥٨٠	
١١٢٤	٣٤٩٩٨٧	٧
١١٢٥	٣٥٠٣٩٤	
١١٢٦	٣٥٠٨٠١	٦
١١٢٧	٣٥١٢٠٨	
١١٢٨	٣٥١٦١٥	٥
١١٢٩	٣٥٢٠٢٢	
١١٣٠	٣٥٢٤٢٩	٤
١١٣١	٣٥٢٨٣٦	

عدد	لوغا	ف
١١٣٢	٣٥٣٢٤٣	٣
١١٣٣	٣٥٣٦٥٠	
١١٣٤	٣٥٤٠٥٧	٢
١١٣٥	٣٥٤٤٦٤	
١١٣٦	٣٥٤٨٧١	١
١١٣٧	٣٥٥٢٧٨	
١١٣٨	٣٥٥٦٨٥	٨
١١٣٩	٣٥٦٠٩٢	
١١٤٠	٣٥٦٤٩٩	٧
١١٤١	٣٥٦٩٠٦	
١١٤٢	٣٥٧٣١٣	٦
١١٤٣	٣٥٧٧٢٠	
١١٤٤	٣٥٨١٢٧	٥
١١٤٥	٣٥٨٥٣٤	
١١٤٦	٣٥٨٩٤١	٤
١١٤٧	٣٥٩٣٤٨	
١١٤٨	٣٥٩٧٥٥	٣
١١٤٩	٣٦٠١٦٢	
١١٥٠	٣٦٠٥٦٩	٢
١١٥١	٣٦٠٩٧٦	

عدد	لوغا	ف
٥٦٢٦	٧٥٠٢٠٠	٨
٥٦٢٧	٧٥٠٢٨٣	١
٥٦٢٨	٧٥٠٣٦٥	٢
٥٦٢٩	٧٥٠٤٣٠	٣
٥٦٣٠	٧٥٠٥١٠	٤
٥٦٣١	٧٥٠٥٩٠	٥
٥٦٣٢	٧٥٠٦٧٠	٦
٥٦٣٣	٧٥٠٧٤٠	٧
٥٦٣٤	٧٥٠٨٢٠	٨
٥٦٣٥	٧٥٠٨٩٠	٩
٥٦٣٦	٧٥٠٩٧٠	١٠
٥٦٣٧	٧٥١٠٥٠	١١
٥٦٣٨	٧٥١١٣٠	١٢
٥٦٣٩	٧٥١٢٠٠	١٣
٥٦٤٠	٧٥١٢٨٠	١٤
٥٦٤١	٧٥١٣٦٠	١٥
٥٦٤٢	٧٥١٤٣٠	١٦
٥٦٤٣	٧٥١٥١٠	١٧
٥٦٤٤	٧٥١٥٩٠	١٨
٥٦٤٥	٧٥١٦٧٠	١٩
٥٦٤٦	٧٥١٧٤٠	٢٠
٥٦٤٧	٧٥١٨٢٠	٢١
٥٦٤٨	٧٥١٨٩٠	٢٢
٥٦٤٩	٧٥١٩٧٠	٢٣
٥٦٥٠	٧٥٢٠٥٠	٢٤

عدد	لوغا	ف
٥٦٥١	٧٥٢١٣٠	٢٥
٥٦٥٢	٧٥٢٢٠٠	٢٦
٥٦٥٣	٧٥٢٢٨٠	٢٧
٥٦٥٤	٧٥٢٣٦٠	٢٨
٥٦٥٥	٧٥٢٤٣٠	٢٩
٥٦٥٦	٧٥٢٥١٠	٣٠
٥٦٥٧	٧٥٢٥٩٠	٣١
٥٦٥٨	٧٥٢٦٧٠	٣٢
٥٦٥٩	٧٥٢٧٤٠	٣٣
٥٦٦٠	٧٥٢٨٢٠	٣٤
٥٦٦١	٧٥٢٨٩٠	٣٥
٥٦٦٢	٧٥٢٩٧٠	٣٦
٥٦٦٣	٧٥٣٠٥٠	٣٧
٥٦٦٤	٧٥٣١٣٠	٣٨
٥٦٦٥	٧٥٣٢٠٠	٣٩
٥٦٦٦	٧٥٣٢٨٠	٤٠
٥٦٦٧	٧٥٣٣٦٠	٤١
٥٦٦٨	٧٥٣٤٣٠	٤٢
٥٦٦٩	٧٥٣٥١٠	٤٣
٥٦٧٠	٧٥٣٥٩٠	٤٤

عدد	لوغا	ف
٥٦٧١	٧٥٣٦٧٠	٤٥
٥٦٧٢	٧٥٣٧٤٠	٤٦
٥٦٧٣	٧٥٣٨٢٠	٤٧
٥٦٧٤	٧٥٣٨٩٠	٤٨
٥٦٧٥	٧٥٣٩٧٠	٤٩
٥٦٧٦	٧٥٤٠٥٠	٥٠
٥٦٧٧	٧٥٤١٣٠	٥١
٥٦٧٨	٧٥٤٢٠٠	٥٢
٥٦٧٩	٧٥٤٢٨٠	٥٣
٥٦٨٠	٧٥٤٣٦٠	٥٤
٥٦٨١	٧٥٤٤٣٠	٥٥
٥٦٨٢	٧٥٤٥١٠	٥٦
٥٦٨٣	٧٥٤٥٩٠	٥٧
٥٦٨٤	٧٥٤٦٧٠	٥٨
٥٦٨٥	٧٥٤٧٤٠	٥٩
٥٦٨٦	٧٥٤٨٢٠	٦٠

عدد	لوغا	ف
٥٦٨٧	٧٥٤٨٩٠	٦١
٥٦٨٨	٧٥٤٩٧٠	٦٢
٥٦٨٩	٧٥٥٠٥٠	٦٣
٥٦٩٠	٧٥٥١٣٠	٦٤
٥٦٩١	٧٥٥٢٠٠	٦٥
٥٦٩٢	٧٥٥٢٨٠	٦٦
٥٦٩٣	٧٥٥٣٦٠	٦٧
٥٦٩٤	٧٥٥٤٣٠	٦٨
٥٦٩٥	٧٥٥٥١٠	٦٩
٥٦٩٦	٧٥٥٥٩٠	٧٠
٥٦٩٧	٧٥٥٦٧٠	٧١
٥٦٩٨	٧٥٥٧٤٠	٧٢
٥٦٩٩	٧٥٥٨٢٠	٧٣
٥٧٠٠	٧٥٥٨٩٠	٧٤

عدد	لوغا	ف
٥٧٠١	٧٥٥٩٥٠	٧٥
٥٧٠٢	٧٥٦٠٣٠	٧٦
٥٧٠٣	٧٥٦١٠٠	٧٧
٥٧٠٤	٧٥٦١٨٠	٧٨
٥٧٠٥	٧٥٦٢٦٠	٧٩
٥٧٠٦	٧٥٦٣٣٠	٨٠
٥٧٠٧	٧٥٦٤١٠	٨١
٥٧٠٨	٧٥٦٤٨٠	٨٢
٥٧٠٩	٧٥٦٥٦٠	٨٣
٥٧١٠	٧٥٦٦٣٠	٨٤
٥٧١١	٧٥٦٧١٠	٨٥
٥٧١٢	٧٥٦٧٩٠	٨٦
٥٧١٣	٧٥٦٨٧٠	٨٧
٥٧١٤	٧٥٦٩٤٠	٨٨
٥٧١٥	٧٥٧٠٢٠	٨٩

عدد	لوغا	ف
٥٧١٦	٧٥٧٠٩٠	٩٠
٥٧١٧	٧٥٧١٧٠	٩١
٥٧١٨	٧٥٧٢٤٠	٩٢
٥٧١٩	٧٥٧٣٢٠	٩٣
٥٧٢٠	٧٥٧٤٠٠	٩٤
٥٧٢١	٧٥٧٤٧٠	٩٥
٥٧٢٢	٧٥٧٥٥٠	٩٦
٥٧٢٣	٧٥٧٦٣٠	٩٧
٥٧٢٤	٧٥٧٧٠٠	٩٨
٥٧٢٥	٧٥٧٧٨٠	٩٩

عدد	لوغا	ف
٥٧٢٦	٧٥٧٨٥٠	١
٥٧٢٧	٧٥٧٩٣٠	٢
٥٧٢٨	٧٥٨٠٠٠	٣
٥٧٢٩	٧٥٨٠٨٠	٤
٥٧٣٠	٧٥٨١٥٠	٥
٥٧٣١	٧٥٨٢٣٠	٦
٥٧٣٢	٧٥٨٣١٠	٧
٥٧٣٣	٧٥٨٣٨٠	٨
٥٧٣٤	٧٥٨٤٦٠	٩
٥٧٣٥	٧٥٨٥٣٠	١٠
٥٧٣٦	٧٥٨٦١٠	١١
٥٧٣٧	٧٥٨٦٨٠	١٢
٥٧٣٨	٧٥٨٧٦٠	١٣
٥٧٣٩	٧٥٨٨٤٠	١٤
٥٧٤٠	٧٥٨٩٢٠	١٥

عدد	لوغا	ف
٥٧٥١	٧٦٧٩٤	٨
٥٧٥٢	٧٦٧٩٨	٧
٥٧٥٣	٧٦٨٠٢	٧
٥٧٥٤	٧٦٨٠٦	٧
٥٧٥٥	٧٦٨١٠	٧
٥٧٥٦	٧٦٨١٤	٧
٥٧٥٧	٧٦٨١٨	٧
٥٧٥٨	٧٦٨٢٢	٧
٥٧٥٩	٧٦٨٢٦	٧
٥٧٦٠	٧٦٨٣٠	٧
٥٧٦١	٧٦٨٣٤	٧
٥٧٦٢	٧٦٨٣٨	٧
٥٧٦٣	٧٦٨٤٢	٧
٥٧٦٤	٧٦٨٤٦	٧
٥٧٦٥	٧٦٨٥٠	٧
٥٧٦٦	٧٦٨٥٤	٧
٥٧٦٧	٧٦٨٥٨	٧
٥٧٦٨	٧٦٨٦٢	٧
٥٧٦٩	٧٦٨٦٦	٧
٥٧٧٠	٧٦٨٧٠	٧
٥٧٧١	٧٦٨٧٤	٧
٥٧٧٢	٧٦٨٧٨	٧
٥٧٧٣	٧٦٨٨٢	٧
٥٧٧٤	٧٦٨٨٦	٧
٥٧٧٥	٧٦٨٩٠	٧
٥٧٧٦	٧٦٨٩٤	٧
٥٧٧٧	٧٦٨٩٨	٧
٥٧٧٨	٧٦٩٠٢	٧
٥٧٧٩	٧٦٩٠٦	٧
٥٧٨٠	٧٦٩١٠	٧
٥٧٨١	٧٦٩١٤	٧
٥٧٨٢	٧٦٩١٨	٧
٥٧٨٣	٧٦٩٢٢	٧
٥٧٨٤	٧٦٩٢٦	٧
٥٧٨٥	٧٦٩٣٠	٧
٥٧٨٦	٧٦٩٣٤	٧
٥٧٨٧	٧٦٩٣٨	٧
٥٧٨٨	٧٦٩٤٢	٧
٥٧٨٩	٧٦٩٤٦	٧
٥٧٩٠	٧٦٩٥٠	٧
٥٧٩١	٧٦٩٥٤	٧
٥٧٩٢	٧٦٩٥٨	٧
٥٧٩٣	٧٦٩٦٢	٧
٥٧٩٤	٧٦٩٦٦	٧
٥٧٩٥	٧٦٩٧٠	٧
٥٧٩٦	٧٦٩٧٤	٧
٥٧٩٧	٧٦٩٧٨	٧
٥٧٩٨	٧٦٩٨٢	٧
٥٧٩٩	٧٦٩٨٦	٧
٥٨٠٠	٧٦٩٩٠	٧

عدد	لوغا	ف
٥٨٠١	٧٦٩٩٤	٧
٥٨٠٢	٧٦٩٩٨	٧
٥٨٠٣	٧٧٠٠٢	٧
٥٨٠٤	٧٧٠٠٦	٧
٥٨٠٥	٧٧٠١٠	٧
٥٨٠٦	٧٧٠١٤	٧
٥٨٠٧	٧٧٠١٨	٧
٥٨٠٨	٧٧٠٢٢	٧
٥٨٠٩	٧٧٠٢٦	٧
٥٨١٠	٧٧٠٣٠	٧
٥٨١١	٧٧٠٣٤	٧
٥٨١٢	٧٧٠٣٨	٧
٥٨١٣	٧٧٠٤٢	٧
٥٨١٤	٧٧٠٤٦	٧
٥٨١٥	٧٧٠٥٠	٧
٥٨١٦	٧٧٠٥٤	٧
٥٨١٧	٧٧٠٥٨	٧
٥٨١٨	٧٧٠٦٢	٧
٥٨١٩	٧٧٠٦٦	٧
٥٨٢٠	٧٧٠٧٠	٧
٥٨٢١	٧٧٠٧٤	٧
٥٨٢٢	٧٧٠٧٨	٧
٥٨٢٣	٧٧٠٨٢	٧
٥٨٢٤	٧٧٠٨٦	٧
٥٨٢٥	٧٧٠٩٠	٧
٥٨٢٦	٧٧٠٩٤	٧
٥٨٢٧	٧٧٠٩٨	٧
٥٨٢٨	٧٧١٠٢	٧
٥٨٢٩	٧٧١٠٦	٧
٥٨٣٠	٧٧١١٠	٧
٥٨٣١	٧٧١١٤	٧
٥٨٣٢	٧٧١١٨	٧
٥٨٣٣	٧٧١٢٢	٧
٥٨٣٤	٧٧١٢٦	٧
٥٨٣٥	٧٧١٣٠	٧
٥٨٣٦	٧٧١٣٤	٧
٥٨٣٧	٧٧١٣٨	٧
٥٨٣٨	٧٧١٤٢	٧
٥٨٣٩	٧٧١٤٦	٧
٥٨٤٠	٧٧١٥٠	٧
٥٨٤١	٧٧١٥٤	٧
٥٨٤٢	٧٧١٥٨	٧
٥٨٤٣	٧٧١٦٢	٧
٥٨٤٤	٧٧١٦٦	٧
٥٨٤٥	٧٧١٧٠	٧
٥٨٤٦	٧٧١٧٤	٧
٥٨٤٧	٧٧١٧٨	٧
٥٨٤٨	٧٧١٨٢	٧
٥٨٤٩	٧٧١٨٦	٧
٥٨٥٠	٧٧١٩٠	٧

عدد	لوغا	ف
٥٨٥١	٧٧١٩٤	٧
٥٨٥٢	٧٧١٩٨	٧
٥٨٥٣	٧٧٢٠٢	٧
٥٨٥٤	٧٧٢٠٦	٧
٥٨٥٥	٧٧٢١٠	٧
٥٨٥٦	٧٧٢١٤	٧
٥٨٥٧	٧٧٢١٨	٧
٥٨٥٨	٧٧٢٢٢	٧
٥٨٥٩	٧٧٢٢٦	٧
٥٨٦٠	٧٧٢٣٠	٧
٥٨٦١	٧٧٢٣٤	٧
٥٨٦٢	٧٧٢٣٨	٧
٥٨٦٣	٧٧٢٤٢	٧
٥٨٦٤	٧٧٢٤٦	٧
٥٨٦٥	٧٧٢٥٠	٧
٥٨٦٦	٧٧٢٥٤	٧
٥٨٦٧	٧٧٢٥٨	٧
٥٨٦٨	٧٧٢٦٢	٧
٥٨٦٩	٧٧٢٦٦	٧
٥٨٧٠	٧٧٢٧٠	٧
٥٨٧١	٧٧٢٧٤	٧
٥٨٧٢	٧٧٢٧٨	٧
٥٨٧٣	٧٧٢٨٢	٧
٥٨٧٤	٧٧٢٨٦	٧
٥٨٧٥	٧٧٢٩٠	٧
٥٨٧٦	٧٧٢٩٤	٧
٥٨٧٧	٧٧٢٩٨	٧
٥٨٧٨	٧٧٣٠٢	٧
٥٨٧٩	٧٧٣٠٦	٧
٥٨٨٠	٧٧٣١٠	٧
٥٨٨١	٧٧٣١٤	٧
٥٨٨٢	٧٧٣١٨	٧
٥٨٨٣	٧٧٣٢٢	٧
٥٨٨٤	٧٧٣٢٦	٧
٥٨٨٥	٧٧٣٣٠	٧
٥٨٨٦	٧٧٣٣٤	٧
٥٨٨٧	٧٧٣٣٨	٧
٥٨٨٨	٧٧٣٤٢	٧
٥٨٨٩	٧٧٣٤٦	٧
٥٨٩٠	٧٧٣٥٠	٧
٥٨٩١	٧٧٣٥٤	٧
٥٨٩٢	٧٧٣٥٨	٧
٥٨٩٣	٧٧٣٦٢	٧
٥٨٩٤	٧٧٣٦٦	٧
٥٨٩٥	٧٧٣٧٠	٧
٥٨٩٦	٧٧٣٧٤	٧
٥٨٩٧	٧٧٣٧٨	٧
٥٨٩٨	٧٧٣٨٢	٧
٥٨٩٩	٧٧٣٨٦	٧
٥٩٠٠	٧٧٣٩٠	٧

عدد	لوغا	ف
٥٩٠٠	٧٧٠٨٥٠	٨
٥٩٠١	٧٧٠٩٣٠	٨
٥٩٠٢	٧٧١٠٠٠	٨
٥٩٠٣	٧٧١٠٧٠	٨
٥٩٠٤	٧٧١١٥٠	٨
٥٩٠٥	٧٧١٢٢٠	٨
٥٩٠٦	٧٧١٢٩٠	٨
٥٩٠٧	٧٧١٣٧٠	٨
٥٩٠٨	٧٧١٤٤٠	٨
٥٩٠٩	٧٧١٥١٠	٨
٥٩١٠	٧٧١٥٩٠	٨
٥٩١١	٧٧١٦٦٠	٨
٥٩١٢	٧٧١٧٣٠	٨
٥٩١٣	٧٧١٨١٠	٨
٥٩١٤	٧٧١٨٨٠	٨
٥٩١٥	٧٧١٩٥٠	٨
٥٩١٦	٧٧٢٠٣٠	٨
٥٩١٧	٧٧٢١٠٠	٨
٥٩١٨	٧٧٢١٧٠	٨
٥٩١٩	٧٧٢٢٥٠	٨
٥٩٢٠	٧٧٢٣٢٠	٨
٥٩٢١	٧٧٢٤٠٠	٨
٥٩٢٢	٧٧٢٤٧٠	٨
٥٩٢٣	٧٧٢٥٤٠	٨
٥٩٢٤	٧٧٢٦١٠	٨
٥٩٢٥	٧٧٢٦٩٠	٨
٥٩٢٦	٧٧٢٧٦٠	٨
٥٩٢٧	٧٧٢٨٣٠	٨
٥٩٢٨	٧٧٢٩١٠	٨
٥٩٢٩	٧٧٢٩٨٠	٨
٥٩٣٠	٧٧٣٠٥٠	٨
٥٩٣١	٧٧٣١٣٠	٨
٥٩٣٢	٧٧٣٢٠٠	٨
٥٩٣٣	٧٧٣٢٧٠	٨
٥٩٣٤	٧٧٣٣٥٠	٨
٥٩٣٥	٧٧٣٤٢٠	٨
٥٩٣٦	٧٧٣٤٩٠	٨
٥٩٣٧	٧٧٣٥٧٠	٨
٥٩٣٨	٧٧٣٦٤٠	٨
٥٩٣٩	٧٧٣٧١٠	٨
٥٩٤٠	٧٧٣٧٩٠	٨
٥٩٤١	٧٧٣٨٦٠	٨
٥٩٤٢	٧٧٣٩٣٠	٨
٥٩٤٣	٧٧٤٠١٠	٨
٥٩٤٤	٧٧٤٠٨٠	٨
٥٩٤٥	٧٧٤١٥٠	٨
٥٩٤٦	٧٧٤٢٢٠	٨
٥٩٤٧	٧٧٤٣٠٠	٨
٥٩٤٨	٧٧٤٣٧٠	٨
٥٩٤٩	٧٧٤٤٤٠	٨
٥٩٥٠	٧٧٤٥٢٠	٨
٥٩٥١	٧٧٤٥٩٠	٨
٥٩٥٢	٧٧٤٦٦٠	٨
٥٩٥٣	٧٧٤٧٤٠	٨
٥٩٥٤	٧٧٤٨١٠	٨
٥٩٥٥	٧٧٤٨٨٠	٨
٥٩٥٦	٧٧٤٩٥٠	٨
٥٩٥٧	٧٧٥٠٣٠	٨
٥٩٥٨	٧٧٥٠٩٠	٨
٥٩٥٩	٧٧٥١٦٠	٨
٥٩٦٠	٧٧٥٢٣٠	٨
٥٩٦١	٧٧٥٣٠٠	٨
٥٩٦٢	٧٧٥٣٧٠	٨
٥٩٦٣	٧٧٥٤٤٠	٨
٥٩٦٤	٧٧٥٥١٠	٨
٥٩٦٥	٧٧٥٥٨٠	٨
٥٩٦٦	٧٧٥٦٥٠	٨
٥٩٦٧	٧٧٥٧٢٠	٨
٥٩٦٨	٧٧٥٧٩٠	٨
٥٩٦٩	٧٧٥٨٦٠	٨
٥٩٧٠	٧٧٥٩٣٠	٨
٥٩٧١	٧٧٦٠٠٠	٨
٥٩٧٢	٧٧٦٠٧٠	٨
٥٩٧٣	٧٧٦١٤٠	٨
٥٩٧٤	٧٧٦٢١٠	٨
٥٩٧٥	٧٧٦٢٨٠	٨
٥٩٧٦	٧٧٦٣٥٠	٨
٥٩٧٧	٧٧٦٤٢٠	٨
٥٩٧٨	٧٧٦٤٩٠	٨
٥٩٧٩	٧٧٦٥٦٠	٨
٥٩٨٠	٧٧٦٦٣٠	٨
٥٩٨١	٧٧٦٧٠٠	٨
٥٩٨٢	٧٧٦٧٧٠	٨
٥٩٨٣	٧٧٦٨٤٠	٨
٥٩٨٤	٧٧٦٩١٠	٨
٥٩٨٥	٧٧٦٩٨٠	٨
٥٩٨٦	٧٧٧٠٤٠	٨
٥٩٨٧	٧٧٧١١٠	٨
٥٩٨٨	٧٧٧١٧٠	٨
٥٩٨٩	٧٧٧٢٤٠	٨
٥٩٩٠	٧٧٧٣١٠	٨
٥٩٩١	٧٧٧٣٨٠	٨
٥٩٩٢	٧٧٧٤٥٠	٨
٥٩٩٣	٧٧٧٥٢٠	٨
٥٩٩٤	٧٧٧٥٩٠	٨
٥٩٩٥	٧٧٧٦٦٠	٨
٥٩٩٦	٧٧٧٧٣٠	٨
٥٩٩٧	٧٧٧٨٠٠	٨
٥٩٩٨	٧٧٧٨٧٠	٨
٥٩٩٩	٧٧٧٩٤٠	٨
١٠٠٠	٧٧٨٠١٠	٨

عدد	لوغا	ف
٦٠٠١	٧٧٨٢٢	٨
٦٠٠٢	٧٧٨٣٠	٨
٦٠٠٣	٧٧٨٣٧	٨
٦٠٠٤	٧٧٨٤٤	٨
٦٠٠٥	٧٧٨٥١	٨
٦٠٠٦	٧٧٨٥٩	٨
٦٠٠٧	٧٧٨٦٦	٨
٦٠٠٨	٧٧٨٧٣	٨
٦٠٠٩	٧٧٨٨٠	٨
٦٠١٠	٧٧٨٨٧	٨
٦٠١١	٧٧٨٩٥	٨
٦٠١٢	٧٧٩٠٢	٨
٦٠١٣	٧٧٩٠٩	٨
٦٠١٤	٧٧٩١٦	٨
٦٠١٥	٧٧٩٢٤	٨
٦٠١٦	٧٧٩٣١	٨
٦٠١٧	٧٧٩٣٨	٨
٦٠١٨	٧٧٩٤٥	٨
٦٠١٩	٧٧٩٥٢	٨
٦٠٢٠	٧٧٩٦٠	٨
٦٠٢١	٧٧٩٦٧	٨
٦٠٢٢	٧٧٩٧٤	٨
٦٠٢٣	٧٧٩٨١	٨
٦٠٢٤	٧٧٩٨٨	٨
٦٠٢٥	٧٧٩٩٦	٨

عدد	لوغا	ف
٦٠٢٦	٧٨٠٠٣	٧
٦٠٢٧	٧٨٠١٠	٧
٦٠٢٨	٧٨٠١٧	٧
٦٠٢٩	٧٨٠٢٥	٨
٦٠٣٠	٧٨٠٣٢	٧
٦٠٣١	٧٨٠٣٩	٨
٦٠٣٢	٧٨٠٤٦	٧
٦٠٣٣	٧٨٠٥٣	٧
٦٠٣٤	٧٨٠٦١	٨
٦٠٣٥	٧٨٠٦٨	٧
٦٠٣٦	٧٨٠٧٥	٧
٦٠٣٧	٧٨٠٨٢	٧
٦٠٣٨	٧٨٠٨٩	٧
٦٠٣٩	٧٨٠٩٧	٨
٦٠٤٠	٧٨١٠٤	٧
٦٠٤١	٧٨١١١	٧
٦٠٤٢	٧٨١١٨	٧
٦٠٤٣	٧٨١٢٥	٧
٦٠٤٤	٧٨١٣٢	٧
٦٠٤٥	٧٨١٤٠	٨
٦٠٤٦	٧٨١٤٧	٧
٦٠٤٧	٧٨١٥٤	٧
٦٠٤٨	٧٨١٦١	٧
٦٠٤٩	٧٨١٦٨	٨
٦٠٥٠	٧٨١٧٦	٧

عدد	لوغا	ف
٦٠٥١	٧٨١٨٣	٧
٦٠٥٢	٧٨١٩٠	٧
٦٠٥٣	٧٨١٩٧	٧
٦٠٥٤	٧٨٢٠٤	٧
٦٠٥٥	٧٨٢١١	٧
٦٠٥٦	٧٨٢١٩	٨
٦٠٥٧	٧٨٢٢٦	٧
٦٠٥٨	٧٨٢٣٣	٧
٦٠٥٩	٧٨٢٤٠	٧
٦٠٦٠	٧٨٢٤٧	٧
٦٠٦١	٧٨٢٥٤	٧
٦٠٦٢	٧٨٢٦٢	٧
٦٠٦٣	٧٨٢٦٩	٧
٦٠٦٤	٧٨٢٧٦	٧
٦٠٦٥	٧٨٢٨٣	٧
٦٠٦٦	٧٨٢٩٠	٧
٦٠٦٧	٧٨٢٩٧	٧
٦٠٦٨	٧٨٣٠٥	٨
٦٠٦٩	٧٨٣١٢	٧
٦٠٧٠	٧٨٣١٩	٧
٦٠٧١	٧٨٣٢٦	٧
٦٠٧٢	٧٨٣٣٣	٧
٦٠٧٣	٧٨٣٤٠	٧
٦٠٧٤	٧٨٣٤٧	٧
٦٠٧٥	٧٨٣٥٥	٧

عدد	لوغا	ف
٦٠٧٦	٧٨٣٦٢	٧
٦٠٧٧	٧٨٣٦٩	٧
٦٠٧٨	٧٨٣٧٦	٧
٦٠٧٩	٧٨٣٨٣	٧
٦٠٨٠	٧٨٣٩٠	٧
٦٠٨١	٧٨٣٩٨	٧
٦٠٨٢	٧٨٤٠٥	٧
٦٠٨٣	٧٨٤١٢	٧
٦٠٨٤	٧٨٤١٩	٧
٦٠٨٥	٧٨٤٢٦	٧
٦٠٨٦	٧٨٤٣٣	٧
٦٠٨٧	٧٨٤٤٠	٧
٦٠٨٨	٧٨٤٤٧	٧
٦٠٨٩	٧٨٤٥٤	٧
٦٠٩٠	٧٨٤٦٢	٧
٦٠٩١	٧٨٤٦٩	٧
٦٠٩٢	٧٨٤٧٦	٧
٦٠٩٣	٧٨٤٨٣	٧
٦٠٩٤	٧٨٤٩٠	٧
٦٠٩٥	٧٨٤٩٧	٧
٦٠٩٦	٧٨٥٠٤	٧
٦٠٩٧	٧٨٥١٢	٧
٦٠٩٨	٧٨٥١٩	٧
٦٠٩٩	٧٨٥٢٦	٧
٦١٠٠	٧٨٥٣٣	٧

عدد	لوغا	ف
٦١٠١	٧٨٥٤٠	٧
٦١٠٢	٧٨٥٤٧	٧
٦١٠٣	٧٨٥٥٤	٧
٦١٠٤	٧٨٥٦١	٧
٦١٠٥	٧٨٥٦٩	٨
٦١٠٦	٧٨٥٧٦	٧
٦١٠٧	٧٨٥٨٣	٧
٦١٠٨	٧٨٥٩٠	٧
٦١٠٩	٧٨٥٩٧	٧
٦١١٠	٧٨٦٠٤	٧
٦١١١	٧٨٦١١	٧
٦١١٢	٧٨٦١٨	٧
٦١١٣	٧٨٦٢٥	٧
٦١١٤	٧٨٦٣٣	٨
٦١١٥	٧٨٦٤٠	٧
٦١١٦	٧٨٦٤٧	٧
٦١١٧	٧٨٦٥٤	٧
٦١١٨	٧٨٦٦١	٧
٦١١٩	٧٨٦٦٨	٧
٦١٢٠	٧٨٦٧٥	٧
٦١٢١	٧٨٦٨٢	٧
٦١٢٢	٧٨٦٨٩	٧
٦١٢٣	٧٨٦٩٦	٧
٦١٢٤	٧٨٧٠٤	٨
٦١٢٥	٧٨٧١١	٧

عدد	لوغا	ف
٦٢١٢	٧٨٧١٨	٧
٦٢١٣	٧٨٧٢٥	٧
٦٢١٤	٧٨٧٣٢	٧
٦٢١٥	٧٨٧٣٩	٧
٦٢١٦	٧٨٧٤٦	٧
٦٢١٧	٧٨٧٥٣	٧
٦٢١٨	٧٨٧٦٠	٧
٦٢١٩	٧٨٧٦٧	٧
٦٢٢٠	٧٨٧٧٤	٧
٦٢٢١	٧٨٧٨١	٧
٦٢٢٢	٧٨٧٨٨	٧
٦٢٢٣	٧٨٧٩٥	٧
٦٢٢٤	٧٨٨٠٢	٧
٦٢٢٥	٧٨٨٠٩	٧
٦٢٢٦	٧٨٨١٦	٧
٦٢٢٧	٧٨٨٢٣	٧
٦٢٢٨	٧٨٨٣٠	٧
٦٢٢٩	٧٨٨٣٧	٧
٦٢٣٠	٧٨٨٤٤	٧
٦٢٣١	٧٨٨٥١	٧
٦٢٣٢	٧٨٨٥٨	٧
٦٢٣٣	٧٨٨٦٥	٧
٦٢٣٤	٧٨٨٧٢	٧
٦٢٣٥	٧٨٨٧٩	٧
٦٢٣٦	٧٨٨٨٦	٧
٦٢٣٧	٧٨٨٩٣	٧
٦٢٣٨	٧٨٩٠٠	٧
٦٢٣٩	٧٨٩٠٧	٧
٦٢٤٠	٧٨٩١٤	٧
٦٢٤١	٧٨٩٢١	٧
٦٢٤٢	٧٨٩٢٨	٧
٦٢٤٣	٧٨٩٣٥	٧
٦٢٤٤	٧٨٩٤٢	٧
٦٢٤٥	٧٨٩٤٩	٧
٦٢٤٦	٧٨٩٥٦	٧
٦٢٤٧	٧٨٩٦٣	٧
٦٢٤٨	٧٨٩٧٠	٧
٦٢٤٩	٧٨٩٧٧	٧
٦٢٥٠	٧٨٩٨٤	٧
٦٢٥١	٧٨٩٩١	٧
٦٢٥٢	٧٨٩٩٨	٧
٦٢٥٣	٧٩٠٠٥	٧
٦٢٥٤	٧٩٠١٢	٧
٦٢٥٥	٧٩٠١٩	٧
٦٢٥٦	٧٩٠٢٦	٧
٦٢٥٧	٧٩٠٣٣	٧
٦٢٥٨	٧٩٠٤٠	٧
٦٢٥٩	٧٩٠٤٧	٧
٦٢٦٠	٧٩٠٥٤	٧
٦٢٦١	٧٩٠٦١	٧
٦٢٦٢	٧٩٠٦٨	٧
٦٢٦٣	٧٩٠٧٥	٧
٦٢٦٤	٧٩٠٨٢	٧
٦٢٦٥	٧٩٠٨٩	٧
٦٢٦٦	٧٩٠٩٦	٧
٦٢٦٧	٧٩١٠٣	٧
٦٢٦٨	٧٩١١٠	٧
٦٢٦٩	٧٩١١٧	٧
٦٢٧٠	٧٩١٢٤	٧
٦٢٧١	٧٩١٣١	٧
٦٢٧٢	٧٩١٣٨	٧
٦٢٧٣	٧٩١٤٥	٧
٦٢٧٤	٧٩١٥٢	٧
٦٢٧٥	٧٩١٥٩	٧
٦٢٧٦	٧٩١٦٦	٧
٦٢٧٧	٧٩١٧٣	٧
٦٢٧٨	٧٩١٨٠	٧
٦٢٧٩	٧٩١٨٧	٧
٦٢٨٠	٧٩١٩٤	٧
٦٢٨١	٧٩٢٠١	٧
٦٢٨٢	٧٩٢٠٨	٧
٦٢٨٣	٧٩٢١٥	٧
٦٢٨٤	٧٩٢٢٢	٧
٦٢٨٥	٧٩٢٢٩	٧
٦٢٨٦	٧٩٢٣٦	٧
٦٢٨٧	٧٩٢٤٣	٧
٦٢٨٨	٧٩٢٥٠	٧
٦٢٨٩	٧٩٢٥٧	٧
٦٢٩٠	٧٩٢٦٤	٧
٦٢٩١	٧٩٢٧١	٧
٦٢٩٢	٧٩٢٧٨	٧
٦٢٩٣	٧٩٢٨٥	٧
٦٢٩٤	٧٩٢٩٢	٧
٦٢٩٥	٧٩٢٩٩	٧
٦٢٩٦	٧٩٣٠٦	٧
٦٢٩٧	٧٩٣١٣	٧
٦٢٩٨	٧٩٣٢٠	٧
٦٢٩٩	٧٩٣٢٧	٧
٦٣٠٠	٧٩٣٣٤	٧
٦٣٠١	٧٩٣٤١	٧
٦٣٠٢	٧٩٣٤٨	٧
٦٣٠٣	٧٩٣٥٥	٧
٦٣٠٤	٧٩٣٦٢	٧
٦٣٠٥	٧٩٣٦٩	٧
٦٣٠٦	٧٩٣٧٦	٧
٦٣٠٧	٧٩٣٨٣	٧
٦٣٠٨	٧٩٣٩٠	٧
٦٣٠٩	٧٩٣٩٧	٧
٦٣١٠	٧٩٤٠٤	٧
٦٣١١	٧٩٤١١	٧
٦٣١٢	٧٩٤١٨	٧
٦٣١٣	٧٩٤٢٥	٧
٦٣١٤	٧٩٤٣٢	٧
٦٣١٥	٧٩٤٣٩	٧
٦٣١٦	٧٩٤٤٦	٧
٦٣١٧	٧٩٤٥٣	٧
٦٣١٨	٧٩٤٦٠	٧
٦٣١٩	٧٩٤٦٧	٧
٦٣٢٠	٧٩٤٧٤	٧
٦٣٢١	٧٩٤٨١	٧
٦٣٢٢	٧٩٤٨٨	٧
٦٣٢٣	٧٩٤٩٥	٧
٦٣٢٤	٧٩٥٠٢	٧
٦٣٢٥	٧٩٥٠٩	٧
٦٣٢٦	٧٩٥١٦	٧
٦٣٢٧	٧٩٥٢٣	٧
٦٣٢٨	٧٩٥٣٠	٧
٦٣٢٩	٧٩٥٣٧	٧
٦٣٣٠	٧٩٥٤٤	٧
٦٣٣١	٧٩٥٥١	٧
٦٣٣٢	٧٩٥٥٨	٧
٦٣٣٣	٧٩٥٦٥	٧
٦٣٣٤	٧٩٥٧٢	٧
٦٣٣٥	٧٩٥٧٩	٧
٦٣٣٦	٧٩٥٨٦	٧
٦٣٣٧	٧٩٥٩٣	٧
٦٣٣٨	٧٩٦٠٠	٧
٦٣٣٩	٧٩٦٠٧	٧
٦٣٤٠	٧٩٦١٤	٧
٦٣٤١	٧٩٦٢١	٧
٦٣٤٢	٧٩٦٢٨	٧
٦٣٤٣	٧٩٦٣٥	٧
٦٣٤٤	٧٩٦٤٢	٧
٦٣٤٥	٧٩٦٤٩	٧
٦٣٤٦	٧٩٦٥٦	٧
٦٣٤٧	٧٩٦٦٣	٧
٦٣٤٨	٧٩٦٧٠	٧
٦٣٤٩	٧٩٦٧٧	٧
٦٣٥٠	٧٩٦٨٤	٧

عدد	لوغا	ف
٦٢٥١	٧٩٥٩٥	٨
٦٢٥٢	٧٩٦٠٢	٨
٦٢٥٣	٧٩٦٠٩	٨
٦٢٥٤	٧٩٦١٦	٨
٦٢٥٥	٧٩٦٢٣	٨
٦٢٥٦	٧٩٦٣٠	٨
٦٢٥٧	٧٩٦٣٧	٨
٦٢٥٨	٧٩٦٤٤	٨
٦٢٥٩	٧٩٦٥٠	٨
٦٢٦٠	٧٩٦٥٧	٨
٦٢٦١	٧٩٦٦٤	٨
٦٢٦٢	٧٩٦٧١	٨
٦٢٦٣	٧٩٦٧٨	٨
٦٢٦٤	٧٩٦٨٥	٨
٦٢٦٥	٧٩٦٩٢	٨
٦٢٦٦	٧٩٦٩٩	٨
٦٢٦٧	٧٩٧٠٦	٨
٦٢٦٨	٧٩٧١٣	٨
٦٢٦٩	٧٩٧٢٠	٨
٦٢٧٠	٧٩٧٢٧	٨
٦٢٧١	٧٩٧٣٤	٨
٦٢٧٢	٧٩٧٤١	٨
٦٢٧٣	٧٩٧٤٨	٨
٦٢٧٤	٧٩٧٥٥	٨
٦٢٧٥	٧٩٧٦٢	٨

عدد	لوغا	ف
٦٢٧٦	٧٩٧٦٩	٨
٦٢٧٧	٧٩٧٧٦	٨
٦٢٧٨	٧٩٧٨٣	٨
٦٢٧٩	٧٩٧٨٩	٨
٦٢٨٠	٧٩٧٩٦	٨
٦٢٨١	٧٩٨٠٣	٨
٦٢٨٢	٧٩٨١٠	٨
٦٢٨٣	٧٩٨١٧	٨
٦٢٨٤	٧٩٨٢٤	٨
٦٢٨٥	٧٩٨٣١	٨
٦٢٨٦	٧٩٨٣٧	٨
٦٢٨٧	٧٩٨٤٤	٨
٦٢٨٨	٧٩٨٥١	٨
٦٢٨٩	٧٩٨٥٨	٨
٦٢٩٠	٧٩٨٦٥	٨
٦٢٩١	٧٩٨٧٢	٨
٦٢٩٢	٧٩٨٧٩	٨
٦٢٩٣	٧٩٨٨٦	٨
٦٢٩٤	٧٩٨٩٣	٨
٦٢٩٥	٧٩٩٠٠	٨
٦٢٩٦	٧٩٩٠٧	٨
٦٢٩٧	٧٩٩١٣	٨
٦٢٩٨	٧٩٩٢٠	٨
٦٢٩٩	٧٩٩٢٧	٨
٦٣٠٠	٧٩٩٣٤	٨

عدد	لوغا	ف
٦٣٠١	٧٩٩٤١	٨
٦٣٠٢	٧٩٩٤٨	٨
٦٣٠٣	٧٩٩٥٥	٨
٦٣٠٤	٧٩٩٦٢	٨
٦٣٠٥	٧٩٩٦٩	٨
٦٣٠٦	٧٩٩٧٥	٨
٦٣٠٧	٧٩٩٨٢	٨
٦٣٠٨	٧٩٩٨٩	٨
٦٣٠٩	٧٩٩٩٦	٨
٦٣١٠	٨٠٠٠٣	٨
٦٣١١	٨٠٠١٠	٨
٦٣١٢	٨٠٠١٧	٨
٦٣١٣	٨٠٠٢٤	٨
٦٣١٤	٨٠٠٣٠	٨
٦٣١٥	٨٠٠٣٧	٨
٦٣١٦	٨٠٠٤٤	٨
٦٣١٧	٨٠٠٥١	٨
٦٣١٨	٨٠٠٥٨	٨
٦٣١٩	٨٠٠٦٥	٨
٦٣٢٠	٨٠٠٧٢	٨
٦٣٢١	٨٠٠٧٩	٨
٦٣٢٢	٨٠٠٨٥	٨
٦٣٢٣	٨٠٠٩٢	٨
٦٣٢٤	٨٠٠٩٩	٨
٦٣٢٥	٨٠١٠٦	٨

عدد	لوغا	ف
٦٣٢٦	٨٠١١٣	٨
٦٣٢٧	٨٠١٢٠	٨
٦٣٢٨	٨٠١٢٧	٨
٦٣٢٩	٨٠١٣٤	٦
٦٣٣٠	٨٠١٤٠	٨
٦٣٣١	٨٠١٤٧	٨
٦٣٣٢	٨٠١٥٤	٨
٦٣٣٣	٨٠١٦١	٨
٦٣٣٤	٨٠١٦٨	٨
٦٣٣٥	٨٠١٧٥	٨
٦٣٣٦	٨٠١٨٢	٨
٦٣٣٧	٨٠١٨٨	٨
٦٣٣٨	٨٠١٩٥	٨
٦٣٣٩	٨٠٢٠٢	٨
٦٣٤٠	٨٠٢٠٩	٨
٦٣٤١	٨٠٢١٦	٨
٦٣٤٢	٨٠٢٢٣	٨
٦٣٤٣	٨٠٢٢٩	٨
٦٣٤٤	٨٠٢٣٦	٨
٦٣٤٥	٨٠٢٤٣	٨
٦٣٤٦	٨٠٢٥٠	٨
٦٣٤٧	٨٠٢٥٧	٨
٦٣٤٨	٨٠٢٦٣	٨
٦٣٤٩	٨٠٢٧١	٨
٦٣٥٠	٨٠٢٧٧	٨

عدد	لوغا	ف
٦٣٥١	٨٠٢٨٤	٨
٦٣٥٢	٨٠٢٩١	٨
٦٣٥٣	٨٠٢٩٨	٨
٦٣٥٤	٨٠٣٠٥	٨
٦٣٥٥	٨٠٣١٢	٨
٦٣٥٦	٨٠٣١٨	٨
٦٣٥٧	٨٠٣٢٥	٨
٦٣٥٨	٨٠٣٣٢	٨
٦٣٥٩	٨٠٣٣٩	٨
٦٣٦٠	٨٠٣٤٦	٨
٦٣٦١	٨٠٣٥٢	٨
٦٣٦٢	٨٠٣٥٩	٨
٦٣٦٣	٨٠٣٦٦	٨
٦٣٦٤	٨٠٣٧٣	٨
٦٣٦٥	٨٠٣٨٠	٨
٦٣٦٦	٨٠٣٨٧	٨
٦٣٦٧	٨٠٣٩٣	٨
٦٣٦٨	٨٠٤٠٠	٨
٦٣٦٩	٨٠٤٠٧	٨
٦٣٧٠	٨٠٤١٤	٨
٦٣٧١	٨٠٤٢١	٨
٦٣٧٢	٨٠٤٢٨	٨
٦٣٧٣	٨٠٤٣٤	٨
٦٣٧٤	٨٠٤٤١	٨
٦٣٧٥	٨٠٤٤٨	٨

عدد	لوغا	ف
٦٣٧٦	٠٨٠٥٥٣	٧
٦٣٧٧	٠٨٠٥٤٦	٦
٦٣٧٨	٠٨٠٥٤٨	٥
٦٣٧٩	٠٨٠٥٧٠	٤
٦٣٨٠	٠٨٠٥٩٣	٣
٦٣٨١	٠٨٠٥٩٤	٢
٦٣٨٢	٠٨٠٦٠٢	١
٦٣٨٣	٠٨٠٦٠٩	٧
٦٣٨٤	٠٨٠٦٢٣	٦
٦٣٨٥	٠٨٠٦٣٠	٥
٦٣٨٦	٠٨٠٦٤٣	٤
٦٣٨٧	٠٨٠٦٤٩	٣
٦٣٨٨	٠٨٠٦٦٣	٢
٦٣٨٩	٠٨٠٦٦٩	١
٦٣٩٠	٠٨٠٦٨٣	٧
٦٣٩١	٠٨٠٦٨٩	٦
٦٣٩٢	٠٨٠٦٩٣	٥
٦٣٩٣	٠٨٠٧٠٣	٤
٦٣٩٤	٠٨٠٧٠٩	٣
٦٣٩٥	٠٨٠٧١٣	٢
٦٣٩٦	٠٨٠٧١٩	١
٦٣٩٧	٠٨٠٧٢٣	٧
٦٣٩٨	٠٨٠٧٢٩	٦
٦٣٩٩	٠٨٠٧٣٣	٥
٦٤٠٠	٠٨٠٧٣٩	٤

عدد	لوغا	ف
٦٤٠١	٠٨٠٧٤٣	٣
٦٤٠٢	٠٨٠٧٤٩	٢
٦٤٠٣	٠٨٠٧٥٣	١
٦٤٠٤	٠٨٠٧٥٩	٧
٦٤٠٥	٠٨٠٧٦٣	٦
٦٤٠٦	٠٨٠٧٦٩	٥
٦٤٠٧	٠٨٠٧٧٣	٤
٦٤٠٨	٠٨٠٧٧٩	٣
٦٤٠٩	٠٨٠٧٨٣	٢
٦٤١٠	٠٨٠٧٨٩	١
٦٤١١	٠٨٠٧٩٣	٧
٦٤١٢	٠٨٠٧٩٩	٦
٦٤١٣	٠٨٠٨٠٣	٥
٦٤١٤	٠٨٠٨٠٩	٤
٦٤١٥	٠٨٠٨١٣	٣
٦٤١٦	٠٨٠٨١٩	٢
٦٤١٧	٠٨٠٨٢٣	١
٦٤١٨	٠٨٠٨٢٩	٧
٦٤١٩	٠٨٠٨٣٣	٦
٦٤٢٠	٠٨٠٨٣٩	٥
٦٤٢١	٠٨٠٨٤٣	٤
٦٤٢٢	٠٨٠٨٤٩	٣
٦٤٢٣	٠٨٠٨٥٣	٢
٦٤٢٤	٠٨٠٨٥٩	١
٦٤٢٥	٠٨٠٨٦٣	٧
٦٤٢٦	٠٨٠٨٦٩	٦
٦٤٢٧	٠٨٠٨٧٣	٥
٦٤٢٨	٠٨٠٨٧٩	٤
٦٤٢٩	٠٨٠٨٨٣	٣
٦٤٣٠	٠٨٠٨٨٩	٢
٦٤٣١	٠٨٠٨٩٣	١
٦٤٣٢	٠٨٠٨٩٩	٧
٦٤٣٣	٠٨٠٩٠٣	٦
٦٤٣٤	٠٨٠٩٠٩	٥
٦٤٣٥	٠٨٠٩١٣	٤

عدد	لوغا	ف
٦٤٣٦	٠٨٠٩١٩	٣
٦٤٣٧	٠٨٠٩٢٣	٢
٦٤٣٨	٠٨٠٩٢٩	١
٦٤٣٩	٠٨٠٩٣٣	٧
٦٤٤٠	٠٨٠٩٣٩	٦
٦٤٤١	٠٨٠٩٤٣	٥
٦٤٤٢	٠٨٠٩٤٩	٤
٦٤٤٣	٠٨٠٩٥٣	٣
٦٤٤٤	٠٨٠٩٥٩	٢
٦٤٤٥	٠٨٠٩٦٣	١
٦٤٤٦	٠٨٠٩٦٩	٧
٦٤٤٧	٠٨٠٩٧٣	٦
٦٤٤٨	٠٨٠٩٧٩	٥
٦٤٤٩	٠٨٠٩٨٣	٤
٦٤٥٠	٠٨٠٩٨٩	٣
٦٤٥١	٠٨٠٩٩٣	٢
٦٤٥٢	٠٨٠٩٩٩	١
٦٤٥٣	٠٨١٠٠٣	٧
٦٤٥٤	٠٨١٠٠٩	٦
٦٤٥٥	٠٨١٠١٣	٥
٦٤٥٦	٠٨١٠١٩	٤
٦٤٥٧	٠٨١٠٢٣	٣
٦٤٥٨	٠٨١٠٢٩	٢
٦٤٥٩	٠٨١٠٣٣	١
٦٤٦٠	٠٨١٠٣٩	٧
٦٤٦١	٠٨١٠٤٣	٦
٦٤٦٢	٠٨١٠٤٩	٥
٦٤٦٣	٠٨١٠٥٣	٤
٦٤٦٤	٠٨١٠٥٩	٣
٦٤٦٥	٠٨١٠٦٣	٢
٦٤٦٦	٠٨١٠٦٩	١
٦٤٦٧	٠٨١٠٧٣	٧
٦٤٦٨	٠٨١٠٧٩	٦
٦٤٦٩	٠٨١٠٨٣	٥
٦٤٧٠	٠٨١٠٨٩	٤

عدد	لوغا	ف
٦٤٧١	٠٨١٠٩٣	٣
٦٤٧٢	٠٨١٠٩٩	٢
٦٤٧٣	٠٨١١٠٣	١
٦٤٧٤	٠٨١١٠٩	٧
٦٤٧٥	٠٨١١١٣	٦
٦٤٧٦	٠٨١١١٩	٥
٦٤٧٧	٠٨١١٢٣	٤
٦٤٧٨	٠٨١١٢٩	٣
٦٤٧٩	٠٨١١٣٣	٢
٦٤٨٠	٠٨١١٣٩	١
٦٤٨١	٠٨١١٤٣	٧
٦٤٨٢	٠٨١١٤٩	٦
٦٤٨٣	٠٨١١٥٣	٥
٦٤٨٤	٠٨١١٥٩	٤
٦٤٨٥	٠٨١١٦٣	٣
٦٤٨٦	٠٨١١٦٩	٢
٦٤٨٧	٠٨١١٧٣	١
٦٤٨٨	٠٨١١٧٩	٧
٦٤٨٩	٠٨١١٨٣	٦
٦٤٩٠	٠٨١١٨٩	٥
٦٤٩١	٠٨١١٩٣	٤
٦٤٩٢	٠٨١١٩٩	٣
٦٤٩٣	٠٨١٢٠٣	٢
٦٤٩٤	٠٨١٢٠٩	١
٦٤٩٥	٠٨١٢١٣	٧
٦٤٩٦	٠٨١٢١٩	٦
٦٤٩٧	٠٨١٢٢٣	٥
٦٤٩٨	٠٨١٢٢٩	٤
٦٤٩٩	٠٨١٢٣٣	٣
٦٥٠٠	٠٨١٢٣٩	٢

عدد	لوغا	ف
١٠١٥	٨١٢٩٨	٨
٢٠١٥	٨١٣٠٥	٨
٣٠١٥	٨١٣١١	٨
٤٠١٥	٨١٣١٨	٨
٥٠١٥	٨١٣٢٥	٨
٦٠١٥	٨١٣٣١	٨
٧٠١٥	٨١٣٣٨	٨
٨٠١٥	٨١٣٤٥	٨
٩٠١٥	٨١٣٥١	٨
١٠١٥	٨١٣٥٨	٨
١١٠١٥	٨١٣٦٥	٨
١٢٠١٥	٨١٣٧١	٨
١٣٠١٥	٨١٣٧٨	٨
١٤٠١٥	٨١٣٨٥	٨
١٥٠١٥	٨١٣٩١	٨
١٦٠١٥	٨١٣٩٨	٨
١٧٠١٥	٨١٤٠٥	٨
١٨٠١٥	٨١٤١١	٨
١٩٠١٥	٨١٤١٨	٨
٢٠٠١٥	٨١٤٢٥	٨
٢١٠١٥	٨١٤٣١	٨
٢٢٠١٥	٨١٤٣٨	٨
٢٣٠١٥	٨١٤٤٥	٨
٢٤٠١٥	٨١٤٥١	٨
٢٥٠١٥	٨١٤٥٨	٨

عدد	لوغا	ف
٢٦٠١٥	٨١٤٦٥	٨
٢٧٠١٥	٨١٤٧١	٨
٢٨٠١٥	٨١٤٧٨	٨
٢٩٠١٥	٨١٤٨٥	٨
٣٠٠١٥	٨١٤٩١	٨
٣١٠١٥	٨١٤٩٨	٨
٣٢٠١٥	٨١٥٠٥	٨
٣٣٠١٥	٨١٥١١	٨
٣٤٠١٥	٨١٥١٨	٨
٣٥٠١٥	٨١٥٢٥	٨
٣٦٠١٥	٨١٥٣١	٨
٣٧٠١٥	٨١٥٣٨	٨
٣٨٠١٥	٨١٥٤٥	٨
٣٩٠١٥	٨١٥٥١	٨
٤٠٠١٥	٨١٥٥٨	٨
٤١٠١٥	٨١٥٦٥	٨
٤٢٠١٥	٨١٥٧١	٨
٤٣٠١٥	٨١٥٧٨	٨
٤٤٠١٥	٨١٥٨٥	٨
٤٥٠١٥	٨١٥٩١	٨
٤٦٠١٥	٨١٥٩٨	٨
٤٧٠١٥	٨١٦٠٥	٨
٤٨٠١٥	٨١٦١١	٨
٤٩٠١٥	٨١٦١٨	٨
٥٠٠١٥	٨١٦٢٥	٨

عدد	لوغا	ف
٥١٠١٥	٨١٦٣١	٨
٥٢٠١٥	٨١٦٣٨	٨
٥٣٠١٥	٨١٦٤٥	٨
٥٤٠١٥	٨١٦٥١	٨
٥٥٠١٥	٨١٦٥٨	٨
٥٦٠١٥	٨١٦٦٥	٨
٥٧٠١٥	٨١٦٧١	٨
٥٨٠١٥	٨١٦٧٨	٨
٥٩٠١٥	٨١٦٨٥	٨
٦٠٠١٥	٨١٦٩١	٨
٦١٠١٥	٨١٦٩٨	٨
٦٢٠١٥	٨١٧٠٥	٨
٦٣٠١٥	٨١٧١١	٨
٦٤٠١٥	٨١٧١٨	٨
٦٥٠١٥	٨١٧٢٥	٨
٦٦٠١٥	٨١٧٣١	٨
٦٧٠١٥	٨١٧٣٨	٨
٦٨٠١٥	٨١٧٤٥	٨
٦٩٠١٥	٨١٧٥١	٨
٧٠٠١٥	٨١٧٥٨	٨

عدد	لوغا	ف
٧١٠١٥	٨١٧٦٥	٨
٧٢٠١٥	٨١٧٧١	٨
٧٣٠١٥	٨١٧٧٨	٨
٧٤٠١٥	٨١٧٨٥	٨
٧٥٠١٥	٨١٧٩١	٨
٧٦٠١٥	٨١٧٩٨	٨
٧٧٠١٥	٨١٨٠٥	٨
٧٨٠١٥	٨١٨١١	٨
٧٩٠١٥	٨١٨١٨	٨
٨٠٠١٥	٨١٨٢٥	٨
٨١٠١٥	٨١٨٣١	٨
٨٢٠١٥	٨١٨٣٨	٨
٨٣٠١٥	٨١٨٤٥	٨
٨٤٠١٥	٨١٨٥١	٨
٨٥٠١٥	٨١٨٥٨	٨
٨٦٠١٥	٨١٨٦٥	٨
٨٧٠١٥	٨١٨٧١	٨
٨٨٠١٥	٨١٨٧٨	٨
٨٩٠١٥	٨١٨٨٥	٨
٩٠٠١٥	٨١٨٩١	٨

عدد	لوغا	ف
٩١٠١٥	٨١٨٩٨	٨
٩٢٠١٥	٨١٩٠٥	٨
٩٣٠١٥	٨١٩١١	٨
٩٤٠١٥	٨١٩١٨	٨
٩٥٠١٥	٨١٩٢٥	٨
٩٦٠١٥	٨١٩٣١	٨
٩٧٠١٥	٨١٩٣٨	٨
٩٨٠١٥	٨١٩٤٥	٨
٩٩٠١٥	٨١٩٥١	٨
١٠٠٠١٥	٨١٩٥٨	٨
١٠١٠١٥	٨١٩٦٥	٨
١٠٢٠١٥	٨١٩٧١	٨
١٠٣٠١٥	٨١٩٧٨	٨
١٠٤٠١٥	٨١٩٨٥	٨
١٠٥٠١٥	٨١٩٩١	٨
١٠٦٠١٥	٨١٩٩٨	٨
١٠٧٠١٥	٨٢٠٠٥	٨
١٠٨٠١٥	٨٢٠١١	٨
١٠٩٠١٥	٨٢٠١٨	٨
١١٠٠١٥	٨٢٠٢٥	٨

عدد	لوغا	ف
٦٦٦٦	٨٢٣١٢٥	٦
٦٦٦٧	٨٢٣١٣٣	٨
٦٦٦٨	٨٢٣١٣٨	٨
٦٦٦٩	٨٢٣١٤٥	٦
٦٦٧٠	٨٢٣١٥١	٨
٦٦٧١	٨٢٣١٥٨	٦
٦٦٧٢	٨٢٣١٦٤	٨
٦٦٧٣	٨٢٣١٧١	٨
٦٦٧٤	٨٢٣١٧٨	٨
٦٦٧٥	٨٢٣١٨٤	٦
٦٦٧٦	٨٢٣١٩١	٦
٦٦٧٧	٨٢٣١٩٧	٨
٦٦٧٨	٨٢٣٢٠٤	٨
٦٦٧٩	٨٢٣٢١٠	٨
٦٦٨٠	٨٢٣٢١٧	٨
٦٦٨١	٨٢٣٢٢٣	٦
٦٦٨٢	٨٢٣٢٣٠	٦
٦٦٨٣	٨٢٣٢٣٦	٨
٦٦٨٤	٨٢٣٢٤٣	٨
٦٦٨٥	٨٢٣٢٤٩	٦
٦٦٨٦	٨٢٣٢٥٦	٦
٦٦٨٧	٨٢٣٢٦٢	٨
٦٦٨٨	٨٢٣٢٦٩	٨
٦٦٨٩	٨٢٣٢٧٥	٦
٦٦٩٠	٨٢٣٢٨٢	٦
٦٦٩١	٨٢٣٢٨٨	٨
٦٦٩٢	٨٢٣٢٩٥	٨
٦٦٩٣	٨٢٣٣٠١	٦
٦٦٩٤	٨٢٣٣٠٨	٦
٦٦٩٥	٨٢٣٣١٤	٨
٦٦٩٦	٨٢٣٣٢١	٨
٦٦٩٧	٨٢٣٣٢٧	٦
٦٦٩٨	٨٢٣٣٣٤	٦
٦٦٩٩	٨٢٣٣٤٠	٨
٦٧٠٠	٨٢٣٣٤٧	٨
٦٧٠١	٨٢٣٣٥٣	٦
٦٧٠٢	٨٢٣٣٦٠	٦
٦٧٠٣	٨٢٣٣٦٦	٨
٦٧٠٤	٨٢٣٣٧٣	٨
٦٧٠٥	٨٢٣٣٧٩	٦
٦٧٠٦	٨٢٣٣٨٦	٦
٦٧٠٧	٨٢٣٣٩٢	٨
٦٧٠٨	٨٢٣٣٩٩	٨
٦٧٠٩	٨٢٣٤٠٥	٦
٦٧١٠	٨٢٣٤١٢	٦
٦٧١١	٨٢٣٤١٨	٨
٦٧١٢	٨٢٣٤٢٥	٨
٦٧١٣	٨٢٣٤٣١	٦
٦٧١٤	٨٢٣٤٣٨	٦
٦٧١٥	٨٢٣٤٤٤	٨
٦٧١٦	٨٢٣٤٥١	٨
٦٧١٧	٨٢٣٤٥٧	٦
٦٧١٨	٨٢٣٤٦٤	٦
٦٧١٩	٨٢٣٤٧٠	٨
٦٧٢٠	٨٢٣٤٧٧	٨
٦٧٢١	٨٢٣٤٨٣	٦
٦٧٢٢	٨٢٣٤٩٠	٦
٦٧٢٣	٨٢٣٤٩٦	٨
٦٧٢٤	٨٢٣٥٠٣	٨
٦٧٢٥	٨٢٣٥٠٩	٦
٦٧٢٦	٨٢٣٥١٦	٦
٦٧٢٧	٨٢٣٥٢٢	٨
٦٧٢٨	٨٢٣٥٢٩	٨
٦٧٢٩	٨٢٣٥٣٥	٦
٦٧٣٠	٨٢٣٥٤٢	٦
٦٧٣١	٨٢٣٥٤٨	٨
٦٧٣٢	٨٢٣٥٥٥	٨
٦٧٣٣	٨٢٣٥٦١	٦
٦٧٣٤	٨٢٣٥٦٨	٦
٦٧٣٥	٨٢٣٥٧٤	٨
٦٧٣٦	٨٢٣٥٨١	٨
٦٧٣٧	٨٢٣٥٨٧	٦
٦٧٣٨	٨٢٣٥٩٤	٦
٦٧٣٩	٨٢٣٦٠٠	٨
٦٧٤٠	٨٢٣٦٠٧	٨
٦٧٤١	٨٢٣٦١٣	٦
٦٧٤٢	٨٢٣٦٢٠	٦
٦٧٤٣	٨٢٣٦٢٦	٨
٦٧٤٤	٨٢٣٦٣٣	٨
٦٧٤٥	٨٢٣٦٣٩	٦
٦٧٤٦	٨٢٣٦٤٦	٦
٦٧٤٧	٨٢٣٦٥٢	٨
٦٧٤٨	٨٢٣٦٥٩	٨
٦٧٤٩	٨٢٣٦٦٥	٦
٦٧٥٠	٨٢٣٦٧٢	٦
٦٧٥١	٨٢٣٦٧٨	٨
٦٧٥٢	٨٢٣٦٨٥	٨
٦٧٥٣	٨٢٣٦٩١	٦
٦٧٥٤	٨٢٣٦٩٨	٦
٦٧٥٥	٨٢٣٧٠٤	٨
٦٧٥٦	٨٢٣٧١١	٨
٦٧٥٧	٨٢٣٧١٧	٦
٦٧٥٨	٨٢٣٧٢٤	٦
٦٧٥٩	٨٢٣٧٣٠	٨
٦٧٦٠	٨٢٣٧٣٧	٨
٦٧٦١	٨٢٣٧٤٣	٦
٦٧٦٢	٨٢٣٧٥٠	٦
٦٧٦٣	٨٢٣٧٥٦	٨
٦٧٦٤	٨٢٣٧٦٣	٨
٦٧٦٥	٨٢٣٧٦٩	٦
٦٧٦٦	٨٢٣٧٧٦	٦
٦٧٦٧	٨٢٣٧٨٢	٨
٦٧٦٨	٨٢٣٧٨٩	٨
٦٧٦٩	٨٢٣٧٩٥	٦
٦٧٧٠	٨٢٣٨٠٢	٦
٦٧٧١	٨٢٣٨٠٨	٨
٦٧٧٢	٨٢٣٨١٥	٨
٦٧٧٣	٨٢٣٨٢١	٦
٦٧٧٤	٨٢٣٨٢٨	٦
٦٧٧٥	٨٢٣٨٣٤	٨
٦٧٧٦	٨٢٣٨٤١	٨
٦٧٧٧	٨٢٣٨٤٧	٦
٦٧٧٨	٨٢٣٨٥٤	٦
٦٧٧٩	٨٢٣٨٦٠	٨
٦٧٨٠	٨٢٣٨٦٧	٨
٦٧٨١	٨٢٣٨٧٣	٦
٦٧٨٢	٨٢٣٨٨٠	٦
٦٧٨٣	٨٢٣٨٨٦	٨
٦٧٨٤	٨٢٣٨٩٣	٨
٦٧٨٥	٨٢٣٨٩٩	٦
٦٧٨٦	٨٢٣٩٠٦	٦
٦٧٨٧	٨٢٣٩١٢	٨
٦٧٨٨	٨٢٣٩١٩	٨
٦٧٨٩	٨٢٣٩٢٥	٦
٦٧٩٠	٨٢٣٩٣٢	٦
٦٧٩١	٨٢٣٩٣٨	٨
٦٧٩٢	٨٢٣٩٤٥	٨
٦٧٩٣	٨٢٣٩٥١	٦
٦٧٩٤	٨٢٣٩٥٨	٦
٦٧٩٥	٨٢٣٩٦٤	٨
٦٧٩٦	٨٢٣٩٧١	٨
٦٧٩٧	٨٢٣٩٧٧	٦
٦٧٩٨	٨٢٣٩٨٤	٦
٦٧٩٩	٨٢٣٩٩٠	٨
٦٨٠٠	٨٢٣٩٩٧	٨
٦٨٠١	٨٢٤٠٠٣	٦
٦٨٠٢	٨٢٤٠١٠	٦
٦٨٠٣	٨٢٤٠١٦	٨
٦٨٠٤	٨٢٤٠٢٣	٨
٦٨٠٥	٨٢٤٠٢٩	٦
٦٨٠٦	٨٢٤٠٣٦	٦
٦٨٠٧	٨٢٤٠٤٢	٨
٦٨٠٨	٨٢٤٠٤٩	٨
٦٨٠٩	٨٢٤٠٥٥	٦
٦٨١٠	٨٢٤٠٦٢	٦
٦٨١١	٨٢٤٠٦٨	٨
٦٨١٢	٨٢٤٠٧٥	٨
٦٨١٣	٨٢٤٠٨١	٦
٦٨١٤	٨٢٤٠٨٨	٦
٦٨١٥	٨٢٤٠٩٤	٨
٦٨١٦	٨٢٤١٠١	٨
٦٨١٧	٨٢٤١٠٧	٦
٦٨١٨	٨٢٤١١٤	٦
٦٨١٩	٨٢٤١٢٠	٨
٦٨٢٠	٨٢٤١٢٧	٨
٦٨٢١	٨٢٤١٣٣	٦
٦٨٢٢	٨٢٤١٤٠	٦
٦٨٢٣	٨٢٤١٤٦	٨
٦٨٢٤	٨٢٤١٥٣	٨
٦٨٢٥	٨٢٤١٥٩	٦
٦٨٢٦	٨٢٤١٦٦	٦
٦٨٢٧	٨٢٤١٧٢	٨
٦٨٢٨	٨٢٤١٧٩	٨
٦٨٢٩	٨٢٤١٨٥	٦
٦٨٣٠	٨٢٤١٩٢	٦
٦٨٣١	٨٢٤١٩٨	٨
٦٨٣٢	٨٢٤٢٠٥	٨
٦٨٣٣	٨٢٤٢١١	٦
٦٨٣٤	٨٢٤٢١٨	٦
٦٨٣٥	٨٢٤٢٢٤	٨
٦٨٣٦	٨٢٤٢٣١	٨
٦٨٣٧	٨٢٤٢٣٧	٦
٦٨٣٨	٨٢٤٢٤٤	٦
٦٨٣٩	٨٢٤٢٥٠	٨
٦٨٤٠	٨٢٤٢٥٧	٨
٦٨٤١	٨٢٤٢٦٣	٦
٦٨٤٢	٨٢٤٢٧٠	٦
٦٨٤٣	٨٢٤٢٧٦	٨
٦٨٤٤	٨٢٤٢٨٣	٨
٦٨٤٥	٨٢٤٢٨٩	٦
٦٨٤٦	٨٢٤٢٩٦	٦
٦٨٤٧	٨٢٤٣٠٢	٨
٦٨٤٨	٨٢٤٣٠٩	٨
٦٨٤٩	٨٢٤٣١٥	٦
٦٨٥٠	٨٢٤٣٢٢	٦

عدد	لوغا	ف
٦٧٥١	٨٢٩٣٧	٧
٦٧٥٢	٨٢٩٤٣	٦
٦٧٥٣	٨٢٩٥٠	٦
٦٧٥٤	٨٢٩٥٦	٦
٦٧٥٥	٨٢٩٦٢	٦
٦٧٥٦	٨٢٩٦٩	٦
٦٧٥٧	٨٢٩٧٥	٦
٦٧٥٨	٨٢٩٨٢	٦
٦٧٥٩	٨٢٩٨٨	٦
٦٧٦٠	٨٢٩٩٥	٦
٦٧٦١	٨٣٠٠١	٦
٦٧٦٢	٨٣٠٠٨	٦
٦٧٦٣	٨٣٠١٤	٦
٦٧٦٤	٨٣٠٢٠	٦
٦٧٦٥	٨٣٠٢٧	٦
٦٧٦٦	٨٣٠٣٣	٦
٦٧٦٧	٨٣٠٤٠	٦
٦٧٦٨	٨٣٠٤٦	٦
٦٧٦٩	٨٣٠٥٢	٦
٦٧٧٠	٨٣٠٥٩	٦
٦٧٧١	٨٣٠٦٥	٦
٦٧٧٢	٨٣٠٧٢	٦
٦٧٧٣	٨٣٠٧٨	٦
٦٧٧٤	٨٣٠٨٥	٦
٦٧٧٥	٨٣٠٩١	٦

عدد	لوغا	ف
٦٧٧٦	٨٣٠٩٧	٦
٦٧٧٧	٨٣١٠٤	٦
٦٧٧٨	٨٣١١٠	٦
٦٧٧٩	٨٣١١٧	٦
٦٧٨٠	٨٣١٢٣	٦
٦٧٨١	٨٣١٢٩	٦
٦٧٨٢	٨٣١٣٦	٦
٦٧٨٣	٨٣١٤٢	٦
٦٧٨٤	٨٣١٤٩	٦
٦٧٨٥	٨٣١٥٥	٦
٦٧٨٦	٨٣١٦١	٦
٦٧٨٧	٨٣١٦٨	٦
٦٧٨٨	٨٣١٧٤	٦
٦٧٨٩	٨٣١٨١	٦
٦٧٩٠	٨٣١٨٧	٦
٦٧٩١	٨٣١٩٣	٦
٦٧٩٢	٨٣٢٠٠	٦
٦٧٩٣	٨٣٢٠٦	٦
٦٧٩٤	٨٣٢١٣	٦
٦٧٩٥	٨٣٢١٩	٦
٦٧٩٦	٨٣٢٢٥	٦
٦٧٩٧	٨٣٢٣٢	٦
٦٧٩٨	٨٣٢٣٨	٦
٦٧٩٩	٨٣٢٤٥	٦
٦٨٠٠	٨٣٢٥١	٦

عدد	لوغا	ف
٦٨٠١	٨٣٢٥٧	٦
٦٨٠٢	٨٣٢٦٤	٦
٦٨٠٣	٨٣٢٧٠	٦
٦٨٠٤	٨٣٢٧٦	٦
٦٨٠٥	٨٣٢٨٣	٦
٦٨٠٦	٨٣٢٨٩	٦
٦٨٠٧	٨٣٢٩٦	٦
٦٨٠٨	٨٣٣٠٢	٦
٦٨٠٩	٨٣٣٠٨	٦
٦٨١٠	٨٣٣١٥	٦
٦٨١١	٨٣٣٢١	٦
٦٨١٢	٨٣٣٢٧	٦
٦٨١٣	٨٣٣٣٤	٦
٦٨١٤	٨٣٣٤٠	٦
٦٨١٥	٨٣٣٤٧	٦
٦٨١٦	٨٣٣٥٣	٦
٦٨١٧	٨٣٣٥٩	٦
٦٨١٨	٨٣٣٦٦	٦
٦٨١٩	٨٣٣٧٢	٦
٦٨٢٠	٨٣٣٧٨	٦
٦٨٢١	٨٣٣٨٥	٦
٦٨٢٢	٨٣٣٩١	٦
٦٨٢٣	٨٣٣٩٨	٦
٦٨٢٤	٨٣٤٠٤	٦
٦٨٢٥	٨٣٤١٠	٦

عدد	لوغا	ف
٦٨٢٦	٨٣٤١٧	٦
٦٨٢٧	٨٣٤٢٣	٦
٦٨٢٨	٨٣٤٢٩	٦
٦٨٢٩	٨٣٤٣٦	٦
٦٨٣٠	٨٣٤٤٢	٦
٦٨٣١	٨٣٤٤٨	٦
٦٨٣٢	٨٣٤٥٥	٦
٦٨٣٣	٨٣٤٦١	٦
٦٨٣٤	٨٣٤٦٧	٦
٦٨٣٥	٨٣٤٧٤	٦
٦٨٣٦	٨٣٤٨٠	٦
٦٨٣٧	٨٣٤٨٦	٦
٦٨٣٨	٨٣٤٩٣	٦
٦٨٣٩	٨٣٤٩٩	٦
٦٨٤٠	٨٣٥٠٦	٦
٦٨٤١	٨٣٥١٢	٦
٦٨٤٢	٨٣٥١٨	٦
٦٨٤٣	٨٣٥٢٥	٦
٦٨٤٤	٨٣٥٣١	٦
٦٨٤٥	٨٣٥٣٧	٦
٦٨٤٦	٨٣٥٤٤	٦
٦٨٤٧	٨٣٥٥٠	٦
٦٨٤٨	٨٣٥٥٦	٦
٦٨٤٩	٨٣٥٦٣	٦
٦٨٥٠	٨٣٥٦٩	٦

عدد	لوغا	ف
٦٨٥١	٨٣٥٧٥	٦
٦٨٥٢	٨٣٥٨٢	٦
٦٨٥٣	٨٣٥٨٨	٦
٦٨٥٤	٨٣٥٩٤	٦
٦٨٥٥	٨٣٦٠١	٦
٦٨٥٦	٨٣٦٠٧	٦
٦٨٥٧	٨٣٦١٣	٦
٦٨٥٨	٨٣٦٢٠	٦
٦٨٥٩	٨٣٦٢٦	٦
٦٨٦٠	٨٣٦٣٢	٦
٦٨٦١	٨٣٦٣٩	٦
٦٨٦٢	٨٣٦٤٥	٦
٦٨٦٣	٨٣٦٥١	٦
٦٨٦٤	٨٣٦٥٨	٦
٦٨٦٥	٨٣٦٦٤	٦
٦٨٦٦	٨٣٦٧٠	٦
٦٨٦٧	٨٣٦٧٧	٦
٦٨٦٨	٨٣٦٨٣	٦
٦٨٦٩	٨٣٦٨٩	٦
٦٨٧٠	٨٣٦٩٥	٦

عدد	لوغا	ف
٦٩٠٠	٣٨٨٠	٨
٦٩٠١	٣٨٩١	٦
٦٩٠٢	٣٨٩٢	٦
٦٩٠٣	٣٨٩٣	٦
٦٩٠٤	٣٨٩٤	٦
٦٩٠٥	٣٨٩٥	٦
٦٩٠٦	٣٨٩٦	٦
٦٩٠٧	٣٨٩٧	٦
٦٩٠٨	٣٨٩٨	٦
٦٩٠٩	٣٨٩٩	٦
٦٩١٠	٣٩٠٠	٦
٦٩١١	٣٩٠١	٦
٦٩١٢	٣٩٠٢	٦
٦٩١٣	٣٩٠٣	٦
٦٩١٤	٣٩٠٤	٦
٦٩١٥	٣٩٠٥	٦
٦٩١٦	٣٩٠٦	٦
٦٩١٧	٣٩٠٧	٦
٦٩١٨	٣٩٠٨	٦
٦٩١٩	٣٩٠٩	٦
٦٩٢٠	٣٩١٠	٦
٦٩٢١	٣٩١١	٦
٦٩٢٢	٣٩١٢	٦
٦٩٢٣	٣٩١٣	٦
٦٩٢٤	٣٩١٤	٦
٦٩٢٥	٣٩١٥	٦
٦٩٢٦	٣٩١٦	٦
٦٩٢٧	٣٩١٧	٦
٦٩٢٨	٣٩١٨	٦
٦٩٢٩	٣٩١٩	٦
٦٩٣٠	٣٩٢٠	٦
٦٩٣١	٣٩٢١	٦
٦٩٣٢	٣٩٢٢	٦
٦٩٣٣	٣٩٢٣	٦
٦٩٣٤	٣٩٢٤	٦
٦٩٣٥	٣٩٢٥	٦
٦٩٣٦	٣٩٢٦	٦
٦٩٣٧	٣٩٢٧	٦
٦٩٣٨	٣٩٢٨	٦
٦٩٣٩	٣٩٢٩	٦
٦٩٤٠	٣٩٣٠	٦
٦٩٤١	٣٩٣١	٦
٦٩٤٢	٣٩٣٢	٦
٦٩٤٣	٣٩٣٣	٦
٦٩٤٤	٣٩٣٤	٦
٦٩٤٥	٣٩٣٥	٦
٦٩٤٦	٣٩٣٦	٦
٦٩٤٧	٣٩٣٧	٦
٦٩٤٨	٣٩٣٨	٦
٦٩٤٩	٣٩٣٩	٦
٦٩٥٠	٣٩٤٠	٦
٦٩٥١	٣٩٤١	٦
٦٩٥٢	٣٩٤٢	٦
٦٩٥٣	٣٩٤٣	٦
٦٩٥٤	٣٩٤٤	٦
٦٩٥٥	٣٩٤٥	٦
٦٩٥٦	٣٩٤٦	٦
٦٩٥٧	٣٩٤٧	٦
٦٩٥٨	٣٩٤٨	٦
٦٩٥٩	٣٩٤٩	٦
٦٩٦٠	٣٩٥٠	٦
٦٩٦١	٣٩٥١	٦
٦٩٦٢	٣٩٥٢	٦
٦٩٦٣	٣٩٥٣	٦
٦٩٦٤	٣٩٥٤	٦
٦٩٦٥	٣٩٥٥	٦
٦٩٦٦	٣٩٥٦	٦
٦٩٦٧	٣٩٥٧	٦
٦٩٦٨	٣٩٥٨	٦
٦٩٦٩	٣٩٥٩	٦
٦٩٧٠	٣٩٦٠	٦
٦٩٧١	٣٩٦١	٦
٦٩٧٢	٣٩٦٢	٦
٦٩٧٣	٣٩٦٣	٦
٦٩٧٤	٣٩٦٤	٦
٦٩٧٥	٣٩٦٥	٦
٦٩٧٦	٣٩٦٦	٦
٦٩٧٧	٣٩٦٧	٦
٦٩٧٨	٣٩٦٨	٦
٦٩٧٩	٣٩٦٩	٦
٦٩٨٠	٣٩٧٠	٦
٦٩٨١	٣٩٧١	٦
٦٩٨٢	٣٩٧٢	٦
٦٩٨٣	٣٩٧٣	٦
٦٩٨٤	٣٩٧٤	٦
٦٩٨٥	٣٩٧٥	٦
٦٩٨٦	٣٩٧٦	٦
٦٩٨٧	٣٩٧٧	٦
٦٩٨٨	٣٩٧٨	٦
٦٩٨٩	٣٩٧٩	٦
٦٩٩٠	٣٩٨٠	٦
٦٩٩١	٣٩٨١	٦
٦٩٩٢	٣٩٨٢	٦
٦٩٩٣	٣٩٨٣	٦
٦٩٩٤	٣٩٨٤	٦
٦٩٩٥	٣٩٨٥	٦
٦٩٩٦	٣٩٨٦	٦
٦٩٩٧	٣٩٨٧	٦
٦٩٩٨	٣٩٨٨	٦
٦٩٩٩	٣٩٨٩	٦
٧٠٠٠	٣٩٩٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧٠٠١	٨٤٥١٦	٦
٧٠٠٢	٨٤٥٢٢	٦
٧٠٠٣	٨٤٥٢٨	٦
٧٠٠٤	٨٤٥٣٥	٧
٧٠٠٥	٨٤٥٤١	٦
٧٠٠٦	٨٤٥٤٧	٦
٧٠٠٧	٨٤٥٥٣	٦
٧٠٠٨	٨٤٥٥٩	٦
٧٠٠٩	٨٤٥٦٦	٧
٧٠١٠	٨٤٥٧٢	٦
٧٠١١	٨٤٥٧٨	٦
٧٠١٢	٨٤٥٨٤	٦
٧٠١٣	٨٤٥٩٠	٦
٧٠١٤	٨٤٥٩٧	٧
٧٠١٥	٨٤٦٠٣	٦
٧٠١٦	٨٤٦٠٩	٦
٧٠١٧	٨٤٦١٥	٦
٧٠١٨	٨٤٦٢١	٦
٧٠١٩	٨٤٦٢٨	٧
٧٠٢٠	٨٤٦٣٤	٦
٧٠٢١	٨٤٦٤٠	٦
٧٠٢٢	٨٤٦٤٦	٦
٧٠٢٣	٨٤٦٥٢	٦
٧٠٢٤	٨٤٦٥٨	٧
٧٠٢٥	٨٤٦٦٥	٦

عدد	لوغا	ف
٧٠٢٦	٨٤٦٧١	٦
٧٠٢٧	٨٤٦٧٧	٦
٧٠٢٨	٨٤٦٨٣	٦
٧٠٢٩	٨٤٦٨٩	٦
٧٠٣٠	٨٤٦٩٦	٧
٧٠٣١	٨٤٧٠٢	٦
٧٠٣٢	٨٤٧٠٨	٦
٧٠٣٣	٨٤٧١٤	٦
٧٠٣٤	٨٤٧٢٠	٦
٧٠٣٥	٨٤٧٢٦	٦
٧٠٣٦	٨٤٧٣٣	٧
٧٠٣٧	٨٤٧٣٩	٦
٧٠٣٨	٨٤٧٤٥	٦
٧٠٣٩	٨٤٧٥١	٦
٧٠٤٠	٨٤٧٥٧	٦
٧٠٤١	٨٤٧٦٤	٧
٧٠٤٢	٨٤٧٧٠	٦
٧٠٤٣	٨٤٧٧٦	٦
٧٠٤٤	٨٤٧٨٢	٦
٧٠٤٥	٨٤٧٨٨	٦
٧٠٤٦	٨٤٧٩٤	٧
٧٠٤٧	٨٤٨٠٠	٦
٧٠٤٨	٨٤٨٠٧	٦
٧٠٤٩	٨٤٨١٣	٦
٧٠٥٠	٨٤٨١٩	٦

عدد	لوغا	ف
٧٠٥١	٨٤٨٢٥	٦
٧٠٥٢	٨٤٨٣١	٦
٧٠٥٣	٨٤٨٣٧	٦
٧٠٥٤	٨٤٨٤٣	٧
٧٠٥٥	٨٤٨٥٠	٦
٧٠٥٦	٨٤٨٥٦	٦
٧٠٥٧	٨٤٨٦٢	٦
٧٠٥٨	٨٤٨٦٨	٦
٧٠٥٩	٨٤٨٧٤	٦
٧٠٦٠	٨٤٨٨٠	٦
٧٠٦١	٨٤٨٨٧	٧
٧٠٦٢	٨٤٨٩٣	٦
٧٠٦٣	٨٤٨٩٩	٦
٧٠٦٤	٨٤٩٠٥	٦
٧٠٦٥	٨٤٩١١	٦
٧٠٦٦	٨٤٩١٧	٧
٧٠٦٧	٨٤٩٢٤	٦
٧٠٦٨	٨٤٩٣٠	٦
٧٠٦٩	٨٤٩٣٦	٦
٧٠٧٠	٨٤٩٤٢	٦
٧٠٧١	٨٤٩٤٨	٧
٧٠٧٢	٨٤٩٥٤	٦
٧٠٧٣	٨٤٩٦٠	٦
٧٠٧٤	٨٤٩٦٧	٦
٧٠٧٥	٨٤٩٧٣	٦

عدد	لوغا	ف
٧٠٧٦	٨٤٩٧٩	٦
٧٠٧٧	٨٤٩٨٥	٦
٧٠٧٨	٨٤٩٩١	٦
٧٠٧٩	٨٤٩٩٧	٦
٧٠٨٠	٨٥٠٠٣	٦
٧٠٨١	٨٥٠٠٩	٦
٧٠٨٢	٨٥٠١٦	٧
٧٠٨٣	٨٥٠٢٢	٦
٧٠٨٤	٨٥٠٢٨	٦
٧٠٨٥	٨٥٠٣٤	٦
٧٠٨٦	٨٥٠٤٠	٦
٧٠٨٧	٨٥٠٤٦	٦
٧٠٨٨	٨٥٠٥٢	٦
٧٠٨٩	٨٥٠٥٨	٧
٧٠٩٠	٨٥٠٦٥	٦
٧٠٩١	٨٥٠٧١	٦
٧٠٩٢	٨٥٠٧٧	٦
٧٠٩٣	٨٥٠٨٣	٦
٧٠٩٤	٨٥٠٨٩	٦
٧٠٩٥	٨٥٠٩٥	٦
٧٠٩٦	٨٥١٠١	٦
٧٠٩٨	٨٥١٠٧	٧
٧٠٩٨	٨٥١١٤	٦
٧٠٩٩	٨٥١٢٠	٦
٧١٠٠	٨٥١٢٦	٦

عدد	لوغا	ف
٧١٠١	٨٥١٣٢	٦
٧١٠٢	٨٥١٣٨	٦
٧١٠٣	٨٥١٤٤	٦
٧١٠٤	٨٥١٥٠	٦
٧١٠٥	٨٥١٥٦	٦
٧١٠٦	٨٥١٦٣	٧
٧١٠٧	٨٥١٦٩	٦
٧١٠٨	٨٥١٧٥	٦
٧١٠٩	٨٥١٨١	٦
٧١١٠	٨٥١٨٧	٦
٧١١١	٨٥١٩٣	٦
٧١١٢	٨٥١٩٩	٦
٧١١٣	٨٥٢٠٥	٦
٧١١٤	٨٥٢١١	٦
٧١١٥	٨٥٢١٧	٧
٧١١٦	٨٥٢٢٤	٦
٧١١٧	٨٥٢٣٠	٦
٧١١٨	٨٥٢٣٦	٦
٧١١٩	٨٥٢٤٢	٦
٧١٢٠	٨٥٢٤٨	٦
٧١٢١	٨٥٢٥٤	٦
٧١٢٢	٨٥٢٦٠	٦
٧١٢٣	٨٥٢٦٦	٦
٧١٢٤	٨٥٢٧٢	٦
٧١٢٥	٨٥٢٧٨	٦

عدد	لوغا	ف
٧١٢٦	٨٥٢٨٥٠	٦
٧١٢٧	٨٥٢٩١٠	٦
٧١٢٨	٨٥٢٩٧٠	٦
٧١٢٩	٨٥٣٠٣٠	٦
٧١٣٠	٨٥٣٠٩٠	٦
٧١٣١	٨٥٣١٥٠	٦
٧١٣٢	٨٥٣٢٢٠	٦
٧١٣٣	٨٥٣٢٧٠	٦
٧١٣٤	٨٥٣٣٣٠	٦
٧١٣٥	٨٥٣٣٩٠	٦
٧١٣٦	٨٥٣٤٥٠	٦
٧١٣٧	٨٥٣٥٢٠	٦
٧١٣٨	٨٥٣٥٨٠	٦
٧١٣٩	٨٥٣٦٤٠	٦
٧١٤٠	٨٥٣٧٠٠	٦
٧١٤١	٨٥٣٧٦٠	٦
٧١٤٢	٨٥٣٨٢٠	٦
٧١٤٣	٨٥٣٨٨٠	٦
٧١٤٤	٨٥٣٩٤٠	٦
٧١٤٥	٨٥٤٠٠٠	٦
٧١٤٦	٨٥٤٠٦٠	٦
٧١٤٧	٨٥٤١٢٠	٦
٧١٤٨	٨٥٤١٨٠	٦
٧١٤٩	٨٥٤٢٤٠	٦
٧١٥٠	٨٥٤٣١٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧١٥١	٨٥٤٣٧٠	٦
٧١٥٢	٨٥٤٤٣٠	٦
٧١٥٣	٨٥٤٤٩٠	٦
٧١٥٤	٨٥٤٥٥٠	٦
٧١٥٥	٨٥٤٦١٠	٦
٧١٥٦	٨٥٤٦٧٠	٦
٧١٥٧	٨٥٤٧٢٠	٦
٧١٥٨	٨٥٤٧٨٠	٦
٧١٥٩	٨٥٤٨٤٠	٦
٧١٦٠	٨٥٤٩٠٠	٦
٧١٦١	٨٥٤٩٦٠	٦
٧١٦٢	٨٥٥٠٣٠	٦
٧١٦٣	٨٥٥٠٩٠	٦
٧١٦٤	٨٥٥١٥٠	٦
٧١٦٥	٨٥٥٢٢٠	٦
٧١٦٦	٨٥٥٢٨٠	٦
٧١٦٧	٨٥٥٣٤٠	٦
٧١٦٨	٨٥٥٤٠٠	٦
٧١٦٩	٨٥٥٤٦٠	٦
٧١٧٠	٨٥٥٥٢٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧١٧١	٨٥٥٥٨٠	٦
٧١٧٢	٨٥٥٦٤٠	٦
٧١٧٣	٨٥٥٧٠٠	٦
٧١٧٤	٨٥٥٧٦٠	٦
٧١٧٥	٨٥٥٨٢٠	٦
٧١٧٦	٨٥٥٨٨٠	٦
٧١٧٧	٨٥٥٩٤٠	٦
٧١٧٨	٨٥٦٠٠٠	٦
٧١٧٩	٨٥٦٠٦٠	٦
٧١٨٠	٨٥٦١٢٠	٦
٧١٨١	٨٥٦١٨٠	٦
٧١٨٢	٨٥٦٢٥٠	٨
٧١٨٣	٨٥٦٣١٠	٦
٧١٨٤	٨٥٦٣٧٠	٦
٧١٨٥	٨٥٦٤٣٠	٦
٧١٨٦	٨٥٦٤٩٠	٦
٧١٨٧	٨٥٦٥٥٠	٦
٧١٨٨	٨٥٦٦١٠	٦
٧١٨٩	٨٥٦٦٧٠	٦
٧١٩٠	٨٥٦٧٢٠	٦
٧١٩١	٨٥٦٧٨٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧١٩٢	٨٥٦٨٤٠	٦
٧١٩٣	٨٥٦٩١٠	٦
٧١٩٤	٨٥٦٩٧٠	٦
٧١٩٥	٨٥٧٠٣٠	٦
٧١٩٦	٨٥٧٠٩٠	٦
٧١٩٧	٨٥٧١٥٠	٦
٧١٩٨	٨٥٧٢١٠	٦
٧١٩٩	٨٥٧٢٧٠	٦
٧٢٠٠	٨٥٧٣٣٠	٦
٧٢٠١	٨٥٧٣٩٠	٦
٧٢٠٢	٨٥٧٤٥٠	٦
٧٢٠٣	٨٥٧٥١٠	٦
٧٢٠٤	٨٥٧٥٧٠	٦
٧٢٠٥	٨٥٧٦٣٠	٦
٧٢٠٦	٨٥٧٦٩٠	٦
٧٢٠٧	٨٥٧٧٥٠	٦
٧٢٠٨	٨٥٧٨١٠	٦
٧٢٠٩	٨٥٧٨٧٠	٦
٧٢١٠	٨٥٧٩٤٠	٦
٧٢١١	٨٥٨٠٠٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧٢١٢	٨٥٨٠٦٠	٦
٧٢١٣	٨٥٨١٢٠	٦
٧٢١٤	٨٥٨١٨٠	٦
٧٢١٥	٨٥٨٢٤٠	٦
٧٢١٦	٨٥٨٣٠٠	٦
٧٢١٧	٨٥٨٣٦٠	٦
٧٢١٨	٨٥٨٤٢٠	٦
٧٢١٩	٨٥٨٤٨٠	٦
٧٢٢٠	٨٥٨٥٤٠	٦
٧٢٢١	٨٥٨٦٠٠	٦
٧٢٢٢	٨٥٨٦٦٠	٦
٧٢٢٣	٨٥٨٧٢٠	٦
٧٢٢٤	٨٥٨٧٨٠	٦
٧٢٢٥	٨٥٨٨٤٠	٦
٧٢٢٦	٨٥٨٩٠٠	٦
٧٢٢٧	٨٥٨٩٦٠	٦
٧٢٢٨	٨٥٩٠٢٠	٦
٧٢٢٩	٨٥٩٠٨٠	٦
٧٢٣٠	٨٥٩١٤٠	٦
٧٢٣١	٨٥٩٢٠٠	٦
٧٢٣٢	٨٥٩٢٦٠	٦
٧٢٣٣	٨٥٩٣٢٠	٦
٧٢٣٤	٨٥٩٣٨٠	٦
٧٢٣٥	٨٥٩٤٤٠	٦
٧٢٣٦	٨٥٩٥٠٠	٦
٧٢٣٧	٨٥٩٥٦٠	٦
٧٢٣٨	٨٥٩٦٢٠	٦
٧٢٣٩	٨٥٩٦٨٠	٦
٧٢٤٠	٨٥٩٧٤٠	٦
٧٢٤١	٨٥٩٨٠٠	٦
٧٢٤٢	٨٥٩٨٦٠	٦
٧٢٤٣	٨٥٩٩٢٠	٦
٧٢٤٤	٨٥٩٩٨٠	٦
٧٢٤٥	٨٦٠٠٤٠	٦
٧٢٤٦	٨٦٠١٠٠	٦
٧٢٤٧	٨٦٠١٦٠	٦
٧٢٤٨	٨٦٠٢٢٠	٦
٧٢٤٩	٨٦٠٢٨٠	٦
٧٢٥٠	٨٦٠٣٤٠	٦

ف	عدد	لوغا
٦	٢٥٢١	٧٤٠٤٠
٦	٢٥٢٢	٧٤٠٤٣
٦	٢٥٢٣	٧٤٠٥٠
٦	٢٥٢٤	٧٤٠٥٨
٦	٢٥٢٥	٧٤٠٦٥
٦	٢٥٢٦	٧٤٠٧٠
٦	٢٥٢٧	٧٤٠٧٨
٦	٢٥٢٨	٧٤٠٨٥
٦	٢٥٢٩	٧٤٠٩٣
٦	٢٥٣٠	٧٤١٠٠
٦	٢٥٣١	٧٤١٠٨
٦

عدد	لوغا	ف
٧٣٧٦	٨٧٣٧٨٢	٦
٧٣٧٧	٨٧٣٧٨٧	٦
٧٣٧٨	٨٧٣٧٩٤	٦
٧٣٧٩	٨٧٣٨٠٠	٥
٧٣٨٠	٨٧٣٨٠٦	٦
٧٣٨١	٨٧٣٨١٢	٦
٧٣٨٢	٨٧٣٨١٧	٥
٧٣٨٣	٨٧٣٨٢٣	٦
٧٣٨٤	٨٧٣٨٢٩	٦
٧٣٨٥	٨٧٣٨٣٥	٦
٧٣٨٦	٨٧٣٨٤١	٦
٧٣٨٧	٨٧٣٨٤٧	٦
٧٣٨٨	٨٧٣٨٥٣	٥
٧٣٨٩	٨٧٣٨٥٩	٦
٧٣٩٠	٨٧٣٨٦٤	٦
٧٣٩١	٨٧٣٨٧٠	٦
٧٣٩٢	٨٧٣٨٧٦	٦
٧٣٩٣	٨٧٣٨٨٢	٥
٧٣٩٤	٨٧٣٨٨٨	٦
٧٣٩٥	٨٧٣٨٩٤	٦
٧٣٩٦	٨٧٣٩٠٠	٥
٧٣٩٧	٨٧٣٩٠٦	٦
٧٣٩٨	٨٧٣٩١١	٦
٧٣٩٩	٨٧٣٩١٧	٦
٧٤٠٠	٨٧٣٩٢٣	٦

عدد	لوغا	ف
٧٤٠١	٨٧٣٩٢٩	٦
٧٤٠٢	٨٧٣٩٣٥	٦
٧٤٠٣	٨٧٣٩٤١	٦
٧٤٠٤	٨٧٣٩٤٧	٥
٧٤٠٥	٨٧٣٩٥٣	٦
٧٤٠٦	٨٧٣٩٥٨	٦
٧٤٠٧	٨٧٣٩٦٤	٦
٧٤٠٨	٨٧٣٩٧٠	٦
٧٤٠٩	٨٧٣٩٧٦	٦
٧٤١٠	٨٧٣٩٨٢	٦
٧٤١١	٨٧٣٩٨٨	٦
٧٤١٢	٨٧٣٩٩٤	٦
٧٤١٣	٨٧٣٩٩٩	٥
٧٤١٤	٨٧٤٠٠٥	٦
٧٤١٥	٨٧٤٠١١	٦
٧٤١٦	٨٧٤٠١٧	٦
٧٤١٧	٨٧٤٠٢٣	٦
٧٤١٨	٨٧٤٠٢٩	٦
٧٤١٩	٨٧٤٠٣٥	٦
٧٤٢٠	٨٧٤٠٤٠	٥
٧٤٢١	٨٧٤٠٤٦	٦
٧٤٢٢	٨٧٤٠٥٢	٦
٧٤٢٣	٨٧٤٠٥٨	٦
٧٤٢٤	٨٧٤٠٦٤	٦
٧٤٢٥	٨٧٤٠٧٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧٤٢٦	٨٧٤٠٧٥	٥
٧٤٢٧	٨٧٤٠٨١	٦
٧٤٢٨	٨٧٤٠٨٧	٦
٧٤٢٩	٨٧٤٠٩٣	٦
٧٤٣٠	٨٧٤٠٩٩	٦
٧٤٣١	٨٧٤١٠٥	٦
٧٤٣٢	٨٧٤١١١	٥
٧٤٣٣	٨٧٤١١٦	٦
٧٤٣٤	٨٧٤١٢٢	٦
٧٤٣٥	٨٧٤١٢٨	٦
٧٤٣٦	٨٧٤١٣٤	٦
٧٤٣٧	٨٧٤١٤٠	٦
٧٤٣٨	٨٧٤١٤٦	٥
٧٤٣٩	٨٧٤١٥١	٦
٧٤٤٠	٨٧٤١٥٧	٦
٧٤٤١	٨٧٤١٦٣	٦
٧٤٤٢	٨٧٤١٦٩	٦
٧٤٤٣	٨٧٤١٧٥	٦
٧٤٤٤	٨٧٤١٨١	٥
٧٤٤٥	٨٧٤١٨٧	٦
٧٤٤٦	٨٧٤١٩٢	٦
٧٤٤٧	٨٧٤١٩٨	٦
٧٤٤٨	٨٧٤٢٠٤	٦
٧٤٤٩	٨٧٤٢١٠	٦
٧٤٥٠	٨٧٤٢١٦	٥

عدد	لوغا	ف
٧٤٥١	٨٧٤٢٢١	٥
٧٤٥٢	٨٧٤٢٢٧	٦
٧٤٥٣	٨٧٤٢٣٣	٦
٧٤٥٤	٨٧٤٢٣٩	٦
٧٤٥٥	٨٧٤٢٤٥	٦
٧٤٥٦	٨٧٤٢٥١	٦
٧٤٥٧	٨٧٤٢٥٦	٥
٧٤٥٨	٨٧٤٢٦٢	٦
٧٤٥٩	٨٧٤٢٦٨	٦
٧٤٦٠	٨٧٤٢٧٤	٦
٧٤٦١	٨٧٤٢٨٠	٦
٧٤٦٢	٨٧٤٢٨٦	٦
٧٤٦٣	٨٧٤٢٩٢	٥
٧٤٦٤	٨٧٤٢٩٧	٦
٧٤٦٥	٨٧٤٣٠٣	٦
٧٤٦٦	٨٧٤٣٠٩	٦
٧٤٦٧	٨٧٤٣١٥	٦
٧٤٦٨	٨٧٤٣٢١	٦
٧٤٦٩	٨٧٤٣٢٧	٥
٧٤٧٠	٨٧٤٣٣٣	٦
٧٤٧١	٨٧٤٣٣٨	٦
٧٤٧٢	٨٧٤٣٤٤	٦
٧٤٧٣	٨٧٤٣٥٠	٦
٧٤٧٤	٨٧٤٣٥٦	٥
٧٤٧٥	٨٧٤٣٦١	٦

عدد	لوغا	ف
٧٤٧٦	٨٧٤٣٦٧	٦
٧٤٧٧	٨٧٤٣٧٣	٦
٧٤٧٨	٨٧٤٣٧٩	٥
٧٤٧٩	٨٧٤٣٨٤	٦
٧٤٨٠	٨٧٤٣٩٠	٦
٧٤٨١	٨٧٤٣٩٦	٦
٧٤٨٢	٨٧٤٤٠٢	٦
٧٤٨٣	٨٧٤٤٠٨	٥
٧٤٨٤	٨٧٤٤١٣	٦
٧٤٨٥	٨٧٤٤١٩	٦
٧٤٨٦	٨٧٤٤٢٥	٦
٧٤٨٧	٨٧٤٤٣١	٦
٧٤٨٨	٨٧٤٤٣٧	٥
٧٤٨٩	٨٧٤٤٤٢	٦
٧٤٩٠	٨٧٤٤٤٨	٦
٧٤٩١	٨٧٤٤٥٤	٦
٧٤٩٢	٨٧٤٤٦٠	٦
٧٤٩٣	٨٧٤٤٦٦	٦
٧٤٩٤	٨٧٤٤٧٢	٥
٧٤٩٥	٨٧٤٤٧٧	٦
٧٤٩٦	٨٧٤٤٨٣	٦
٧٤٩٧	٨٧٤٤٨٩	٦
٧٤٩٨	٨٧٤٤٩٥	٦
٧٤٩٩	٨٧٤٥٠١	٦
٧٥٠٠	٨٧٤٥٠٦	٥

عدد	لوغا	ف
٧٥٠١	٨٧٥١٢	٦
٧٥٠٢	٨٧٥١٨	٦
٧٥٠٣	٨٧٥٢٣	٥
٧٥٠٤	٨٧٥٢٩	٦
٧٥٠٥	٨٧٥٣٥	٦
٧٥٠٦	٨٧٥٤١	٦
٧٥٠٧	٨٧٥٤٧	٥
٧٥٠٨	٨٧٥٥٣	٦
٧٥٠٩	٨٧٥٥٩	٦
٧٥١٠	٨٧٥٦٥	٦
٧٥١١	٨٧٥٧٠	٦
٧٥١٢	٨٧٥٧٦	٥
٧٥١٣	٨٧٥٨١	٦
٧٥١٤	٨٧٥٨٧	٦
٧٥١٥	٨٧٥٩٣	٦
٧٥١٦	٨٧٥٩٩	٥
٧٥١٧	٨٧٦٠٤	٦
٧٥١٨	٨٧٦٠١٠	٦
٧٥١٩	٨٧٦١٦	٦
٧٥٢٠	٨٧٦٢٢	٦
٧٥٢١	٨٧٦٢٨	٥
٧٥٢٢	٨٧٦٣٤	٦
٧٥٢٣	٨٧٦٤٠	٦
٧٥٢٤	٨٧٦٤٥	٦
٧٥٢٥	٨٧٦٥١	٦

عدد	لوغا	ف
٧٥٢٦	٨٧٦٥٧	٥
٧٥٢٧	٨٧٦٦٣	٦
٧٥٢٨	٨٧٦٦٩	٦
٧٥٢٩	٨٧٦٧٤	٦
٧٥٣٠	٨٧٦٨٠	٥
٧٥٣١	٨٧٦٨٥	٦
٧٥٣٢	٨٧٦٩١	٦
٧٥٣٣	٨٧٦٩٧	٦
٧٥٣٤	٨٧٧٠٣	٥
٧٥٣٥	٨٧٧٠٨	٦
٧٥٣٦	٨٧٧١٤	٦
٧٥٣٧	٨٧٧٢٠	٦
٧٥٣٨	٨٧٧٢٥	٥
٧٥٣٩	٨٧٧٣١	٦
٧٥٤٠	٨٧٧٣٧	٦
٧٥٤١	٨٧٧٤٢	٦
٧٥٤٢	٨٧٧٤٨	٥
٧٥٤٣	٨٧٧٥٤	٦
٧٥٤٤	٨٧٧٥٩	٦
٧٥٤٥	٨٧٧٦٥	٦

عدد	لوغا	ف
٧٥٤٦	٨٧٧٧١	٥
٧٥٤٧	٨٧٧٧٦	٦
٧٥٤٨	٨٧٧٨٢	٦
٧٥٤٩	٨٧٧٨٨	٦
٧٥٥٠	٨٧٧٩٣	٥
٧٥٥١	٨٧٧٩٩	٦
٧٥٥٢	٨٧٨٠٥	٦
٧٥٥٣	٨٧٨١٠	٦
٧٥٥٤	٨٧٨١٦	٥
٧٥٥٥	٨٧٨٢٢	٦
٧٥٥٦	٨٧٨٢٧	٦
٧٥٥٧	٨٧٨٣٣	٦
٧٥٥٨	٨٧٨٣٩	٥
٧٥٥٩	٨٧٨٤٤	٦
٧٥٦٠	٨٧٨٥٠	٦
٧٥٦١	٨٧٨٥٦	٦
٧٥٦٢	٨٧٨٦١	٥
٧٥٦٣	٨٧٨٦٧	٦
٧٥٦٤	٨٧٨٧٣	٦
٧٥٦٥	٨٧٨٧٨	٦

عدد	لوغا	ف
٧٥٦٦	٨٧٨٨٤	٥
٧٥٦٧	٨٧٨٩٠	٦
٧٥٦٨	٨٧٨٩٥	٦
٧٥٦٩	٨٧٩٠١	٦
٧٥٧٠	٨٧٩٠٧	٥
٧٥٧١	٨٧٩١٢	٦
٧٥٧٢	٨٧٩١٨	٦
٧٥٧٣	٨٧٩٢٤	٦
٧٥٧٤	٨٧٩٢٩	٥
٧٥٧٥	٨٧٩٣٥	٦
٧٥٧٦	٨٧٩٤١	٦
٧٥٧٧	٨٧٩٤٦	٦
٧٥٧٨	٨٧٩٥٢	٥
٧٥٧٩	٨٧٩٥٨	٦
٧٥٨٠	٨٧٩٦٣	٦
٧٥٨١	٨٧٩٦٩	٦
٧٥٨٢	٨٧٩٧٥	٥
٧٥٨٣	٨٧٩٨٠	٦
٧٥٨٤	٨٧٩٨٦	٦
٧٥٨٥	٨٧٩٩٢	٦

عدد	لوغا	ف
٧٥٨٦	٨٧٩٩٧	٥
٧٥٨٧	٨٨٠٠٣	٦
٧٥٨٨	٨٨٠٠٩	٦
٧٥٨٩	٨٨٠١٤	٦
٧٥٩٠	٨٨٠٢٠	٥
٧٥٩١	٨٨٠٢٥	٦
٧٥٩٢	٨٨٠٣١	٦
٧٥٩٣	٨٨٠٣٧	٦
٧٥٩٤	٨٨٠٤٢	٥
٧٥٩٥	٨٨٠٤٨	٦
٧٥٩٦	٨٨٠٥٣	٦
٧٥٩٧	٨٨٠٥٩	٦
٧٥٩٨	٨٨٠٦٥	٥
٧٥٩٩	٨٨٠٧٠	٦
٧٦٠٠	٨٨٠٧٦	٦
٧٦٠١	٨٨٠٨٢	٦
٧٦٠٢	٨٨٠٨٧	٥
٧٦٠٣	٨٨٠٩٣	٦
٧٦٠٤	٨٨٠٩٨	٦
٧٦٠٥	٨٨١٠٤	٦

عدد	لوغا	ف
٢٦٢٨	٧٧٤٣٠	٦
٢٦٢٩	٧٧٤٣٥	٥
٢٦٣٠	٧٧٤٤٠	٦
٢٦٣١	٧٧٤٤٥	٦
٢٦٣٢	٧٧٤٥٠	٦
٢٦٣٣	٧٧٤٥٥	٥
٢٦٣٤	٧٧٤٦٠	٦
٢٦٣٥	٧٧٤٦٥	٦
٢٦٣٦	٧٧٤٧٠	٦
٢٦٣٧	٧٧٤٧٥	٥
٢٦٣٨	٧٧٤٨٠	٦
٢٦٣٩	٧٧٤٨٥	٦
٢٦٤٠	٧٧٤٩٠	٦
٢٦٤١	٧٧٤٩٥	٥
٢٦٤٢	٧٧٤٩٩	٦
٢٦٤٣	٧٧٥٠٤	٦
٢٦٤٤	٧٧٥٠٩	٥
٢٦٤٥	٧٧٥١٤	٦
٢٦٤٦	٧٧٥١٩	٦
٢٦٤٧	٧٧٥٢٤	٦
٢٦٤٨	٧٧٥٢٩	٥
٢٦٤٩	٧٧٥٣٤	٦
٢٦٥٠	٧٧٥٣٩	٦
٢٦٥١	٧٧٥٤٤	٦
٢٦٥٢	٧٧٥٤٩	٥
٢٦٥٣	٧٧٥٥٤	٦
٢٦٥٤	٧٧٥٥٩	٦
٢٦٥٥	٧٧٥٦٤	٦
٢٦٥٦	٧٧٥٦٩	٥
٢٦٥٧	٧٧٥٧٤	٦
٢٦٥٨	٧٧٥٧٩	٦
٢٦٥٩	٧٧٥٨٤	٦
٢٦٦٠	٧٧٥٨٩	٥
٢٦٦١	٧٧٥٩٤	٦
٢٦٦٢	٧٧٥٩٩	٦
٢٦٦٣	٧٧٦٠٤	٦
٢٦٦٤	٧٧٦٠٩	٥
٢٦٦٥	٧٧٦١٤	٦
٢٦٦٦	٧٧٦١٩	٦
٢٦٦٧	٧٧٦٢٤	٦
٢٦٦٨	٧٧٦٢٩	٥
٢٦٦٩	٧٧٦٣٤	٦
٢٦٧٠	٧٧٦٣٩	٦
٢٦٧١	٧٧٦٤٤	٦
٢٦٧٢	٧٧٦٤٩	٥
٢٦٧٣	٧٧٦٥٤	٦
٢٦٧٤	٧٧٦٥٩	٦
٢٦٧٥	٧٧٦٦٤	٦
٢٦٧٦	٧٧٦٦٩	٥
٢٦٧٧	٧٧٦٧٤	٦
٢٦٧٨	٧٧٦٧٩	٦
٢٦٧٩	٧٧٦٨٤	٦
٢٦٨٠	٧٧٦٨٩	٥
٢٦٨١	٧٧٦٩٤	٦
٢٦٨٢	٧٧٦٩٩	٦
٢٦٨٣	٧٧٧٠٤	٦
٢٦٨٤	٧٧٧٠٩	٥
٢٦٨٥	٧٧٧١٤	٦
٢٦٨٦	٧٧٧١٩	٦
٢٦٨٧	٧٧٧٢٤	٦
٢٦٨٨	٧٧٧٢٩	٥
٢٦٨٩	٧٧٧٣٤	٦
٢٦٩٠	٧٧٧٣٩	٦
٢٦٩١	٧٧٧٤٤	٦
٢٦٩٢	٧٧٧٤٩	٥
٢٦٩٣	٧٧٧٥٤	٦
٢٦٩٤	٧٧٧٥٩	٦
٢٦٩٥	٧٧٧٦٤	٦
٢٦٩٦	٧٧٧٦٩	٥
٢٦٩٧	٧٧٧٧٤	٦
٢٦٩٨	٧٧٧٧٩	٦
٢٦٩٩	٧٧٧٨٤	٦
٢٧٠٠	٧٧٧٨٩	٥
٢٧٠١	٧٧٧٩٤	٦
٢٧٠٢	٧٧٧٩٩	٦
٢٧٠٣	٧٧٨٠٤	٦
٢٧٠٤	٧٧٨٠٩	٥
٢٧٠٥	٧٧٨١٤	٦
٢٧٠٦	٧٧٨١٩	٦
٢٧٠٧	٧٧٨٢٤	٦
٢٧٠٨	٧٧٨٢٩	٥
٢٧٠٩	٧٧٨٣٤	٦
٢٧١٠	٧٧٨٣٩	٦
٢٧١١	٧٧٨٤٤	٦
٢٧١٢	٧٧٨٤٩	٥
٢٧١٣	٧٧٨٥٤	٦
٢٧١٤	٧٧٨٥٩	٦
٢٧١٥	٧٧٨٦٤	٦
٢٧١٦	٧٧٨٦٩	٥
٢٧١٧	٧٧٨٧٤	٦
٢٧١٨	٧٧٨٧٩	٦
٢٧١٩	٧٧٨٨٤	٦
٢٧٢٠	٧٧٨٨٩	٥
٢٧٢١	٧٧٨٩٤	٦
٢٧٢٢	٧٧٨٩٩	٦
٢٧٢٣	٧٧٩٠٤	٦
٢٧٢٤	٧٧٩٠٩	٥
٢٧٢٥	٧٧٩١٤	٦
٢٧٢٦	٧٧٩١٩	٦
٢٧٢٧	٧٧٩٢٤	٦
٢٧٢٨	٧٧٩٢٩	٥
٢٧٢٩	٧٧٩٣٤	٦
٢٧٣٠	٧٧٩٣٩	٦
٢٧٣١	٧٧٩٤٤	٦
٢٧٣٢	٧٧٩٤٩	٥
٢٧٣٣	٧٧٩٥٤	٦
٢٧٣٤	٧٧٩٥٩	٦
٢٧٣٥	٧٧٩٦٤	٦
٢٧٣٦	٧٧٩٦٩	٥
٢٧٣٧	٧٧٩٧٤	٦
٢٧٣٨	٧٧٩٧٩	٦
٢٧٣٩	٧٧٩٨٤	٦
٢٧٤٠	٧٧٩٨٩	٥
٢٧٤١	٧٧٩٩٤	٦
٢٧٤٢	٧٧٩٩٩	٦
٢٧٤٣	٧٨٠٠٤	٦
٢٧٤٤	٧٨٠٠٩	٥
٢٧٤٥	٧٨٠١٤	٦
٢٧٤٦	٧٨٠١٩	٦
٢٧٤٧	٧٨٠٢٤	٦
٢٧٤٨	٧٨٠٢٩	٥
٢٧٤٩	٧٨٠٣٤	٦
٢٧٥٠	٧٨٠٣٩	٦
٢٧٥١	٧٨٠٤٤	٦
٢٧٥٢	٧٨٠٤٩	٥
٢٧٥٣	٧٨٠٥٤	٦
٢٧٥٤	٧٨٠٥٩	٦
٢٧٥٥	٧٨٠٦٤	٦
٢٧٥٦	٧٨٠٦٩	٥
٢٧٥٧	٧٨٠٧٤	٦
٢٧٥٨	٧٨٠٧٩	٦
٢٧٥٩	٧٨٠٨٤	٦
٢٧٦٠	٧٨٠٨٩	٥
٢٧٦١	٧٨٠٩٤	٦
٢٧٦٢	٧٨٠٩٩	٦
٢٧٦٣	٧٨١٠٤	٦
٢٧٦٤	٧٨١٠٩	٥
٢٧٦٥	٧٨١١٤	٦
٢٧٦٦	٧٨١١٩	٦
٢٧٦٧	٧٨١٢٤	٦
٢٧٦٨	٧٨١٢٩	٥
٢٧٦٩	٧٨١٣٤	٦
٢٧٧٠	٧٨١٣٩	٦
٢٧٧١	٧٨١٤٤	٦
٢٧٧٢	٧٨١٤٩	٥
٢٧٧٣	٧٨١٥٤	٦
٢٧٧٤	٧٨١٥٩	٦
٢٧٧٥	٧٨١٦٤	٦
٢٧٧٦	٧٨١٦٩	٥
٢٧٧٧	٧٨١٧٤	٦
٢٧٧٨	٧٨١٧٩	٦
٢٧٧٩	٧٨١٨٤	٦
٢٧٨٠	٧٨١٨٩	٥
٢٧٨١	٧٨١٩٤	٦
٢٧٨٢	٧٨١٩٩	٦
٢٧٨٣	٧٨٢٠٤	٦
٢٧٨٤	٧٨٢٠٩	٥
٢٧٨٥	٧٨٢١٤	٦
٢٧٨٦	٧٨٢١٩	٦
٢٧٨٧	٧٨٢٢٤	٦
٢٧٨٨	٧٨٢٢٩	٥
٢٧٨٩	٧٨٢٣٤	٦
٢٧٩٠	٧٨٢٣٩	٦
٢٧٩١	٧٨٢٤٤	٦
٢٧٩٢	٧٨٢٤٩	٥
٢٧٩٣	٧٨٢٥٤	٦
٢٧٩٤	٧٨٢٥٩	٦
٢٧٩٥	٧٨٢٦٤	٦
٢٧٩٦	٧٨٢٦٩	٥
٢٧٩٧	٧٨٢٧٤	٦
٢٧٩٨	٧٨٢٧٩	٦
٢٧٩٩	٧٨٢٨٤	٦
٢٨٠٠	٧٨٢٨٩	٥
٢٨٠١	٧٨٢٩٤	٦
٢٨٠٢	٧٨٢٩٩	٦
٢٨٠٣	٧٨٣٠٤	٦
٢٨٠٤	٧٨٣٠٩	٥
٢٨٠٥	٧٨٣١٤	٦
٢٨٠٦	٧٨٣١٩	٦
٢٨٠٧	٧٨٣٢٤	٦
٢٨٠٨	٧٨٣٢٩	٥
٢٨٠٩	٧٨٣٣٤	٦
٢٨١٠	٧٨٣٣٩	٦
٢٨١١	٧٨٣٤٤	٦
٢٨١٢	٧٨٣٤٩	٥
٢٨١٣	٧٨٣٥٤	٦
٢٨١٤	٧٨٣٥٩	٦
٢٨١٥	٧٨٣٦٤	٦
٢٨١٦	٧٨٣٦٩	٥
٢٨١٧	٧٨٣٧٤	٦
٢٨١٨	٧٨٣٧٩	٦
٢٨١٩	٧٨٣٨٤	٦
٢٨٢٠	٧٨٣٨٩	٥
٢٨٢١	٧٨٣٩٤	٦
٢٨٢٢	٧٨٣٩٩	٦
٢٨٢٣	٧٨٤٠٤	٦
٢٨٢٤	٧٨٤٠٩	٥
٢٨٢٥	٧٨٤١٤	٦
٢٨٢٦	٧٨٤١٩	٦
٢٨٢٧	٧٨٤٢٤	٦
٢٨٢٨	٧٨٤٢٩	٥
٢٨٢٩	٧٨٤٣٤	٦
٢٨٣٠	٧٨٤٣٩	٦
٢٨٣١	٧٨٤٤٤	٦
٢٨٣٢	٧٨٤٤٩	٥
٢٨٣٣	٧٨٤٥٤	٦
٢٨٣٤	٧٨٤٥٩	٦
٢٨٣٥	٧٨٤٦٤	٦
٢٨٣٦	٧٨٤٦٩	٥
٢٨٣٧	٧٨٤٧٤	٦
٢٨٣٨	٧٨٤٧٩	٦
٢٨٣٩	٧٨٤٨٤	٦
٢٨٤٠	٧٨٤٨٩	٥
٢٨٤١	٧٨٤٩٤	٦
٢٨٤٢	٧٨٤٩٩	٦
٢٨٤٣	٧٨٥٠٤	٦
٢٨٤٤	٧٨٥٠٩	٥
٢٨٤٥	٧٨٥١٤	٦
٢٨٤٦	٧٨٥١٩	٦
٢٨٤٧	٧٨٥٢٤	٦
٢٨٤٨	٧٨٥٢٩	٥
٢٨٤٩	٧٨٥٣٤	٦
٢٨٥٠	٧٨٥٣٩	٦

عدد	لوغا	ف
٥٧٧٠	٠٧٠٩٥٧	٠
٥٧٧١	٠٧٠٩٥٧	١
٥٧٧٢	٠٧٠٩٥٧	٢
٥٧٧٣	٠٧٠٩٥٧	٣
٥٧٧٤	٠٧٠٩٥٧	٤
٥٧٧٥	٠٧٠٩٥٧	٥
٥٧٧٦	٠٧٠٩٥٧	٦
٥٧٧٧	٠٧٠٩٥٧	٧
٥٧٧٨	٠٧٠٩٥٧	٨
٥٧٧٩	٠٧٠٩٥٧	٩
٥٧٨٠	٠٧٠٩٥٧	١٠
٥٧٨١	٠٧٠٩٥٧	١١
٥٧٨٢	٠٧٠٩٥٧	١٢
٥٧٨٣	٠٧٠٩٥٧	١٣
٥٧٨٤	٠٧٠٩٥٧	١٤
٥٧٨٥	٠٧٠٩٥٧	١٥
٥٧٨٦	٠٧٠٩٥٧	١٦
٥٧٨٧	٠٧٠٩٥٧	١٧
٥٧٨٨	٠٧٠٩٥٧	١٨
٥٧٨٩	٠٧٠٩٥٧	١٩
٥٧٩٠	٠٧٠٩٥٧	٢٠
٥٧٩١	٠٧٠٩٥٧	٢١
٥٧٩٢	٠٧٠٩٥٧	٢٢
٥٧٩٣	٠٧٠٩٥٧	٢٣
٥٧٩٤	٠٧٠٩٥٧	٢٤
٥٧٩٥	٠٧٠٩٥٧	٢٥
٥٧٩٦	٠٧٠٩٥٧	٢٦
٥٧٩٧	٠٧٠٩٥٧	٢٧
٥٧٩٨	٠٧٠٩٥٧	٢٨
٥٧٩٩	٠٧٠٩٥٧	٢٩
٥٨٠٠	٠٧٠٩٥٨	٣٠
٥٨٠١	٠٧٠٩٥٨	٣١
٥٨٠٢	٠٧٠٩٥٨	٣٢
٥٨٠٣	٠٧٠٩٥٨	٣٣
٥٨٠٤	٠٧٠٩٥٨	٣٤
٥٨٠٥	٠٧٠٩٥٨	٣٥
٥٨٠٦	٠٧٠٩٥٨	٣٦
٥٨٠٧	٠٧٠٩٥٨	٣٧
٥٨٠٨	٠٧٠٩٥٨	٣٨
٥٨٠٩	٠٧٠٩٥٨	٣٩
٥٨١٠	٠٧٠٩٥٨	٤٠
٥٨١١	٠٧٠٩٥٨	٤١
٥٨١٢	٠٧٠٩٥٨	٤٢
٥٨١٣	٠٧٠٩٥٨	٤٣
٥٨١٤	٠٧٠٩٥٨	٤٤
٥٨١٥	٠٧٠٩٥٨	٤٥
٥٨١٦	٠٧٠٩٥٨	٤٦
٥٨١٧	٠٧٠٩٥٨	٤٧
٥٨١٨	٠٧٠٩٥٨	٤٨
٥٨١٩	٠٧٠٩٥٨	٤٩
٥٨٢٠	٠٧٠٩٥٨	٥٠
٥٨٢١	٠٧٠٩٥٨	٥١
٥٨٢٢	٠٧٠٩٥٨	٥٢
٥٨٢٣	٠٧٠٩٥٨	٥٣
٥٨٢٤	٠٧٠٩٥٨	٥٤
٥٨٢٥	٠٧٠٩٥٨	٥٥
٥٨٢٦	٠٧٠٩٥٨	٥٦
٥٨٢٧	٠٧٠٩٥٨	٥٧
٥٨٢٨	٠٧٠٩٥٨	٥٨
٥٨٢٩	٠٧٠٩٥٨	٥٩
٥٨٣٠	٠٧٠٩٥٨	٦٠
٥٨٣١	٠٧٠٩٥٨	٦١
٥٨٣٢	٠٧٠٩٥٨	٦٢
٥٨٣٣	٠٧٠٩٥٨	٦٣
٥٨٣٤	٠٧٠٩٥٨	٦٤
٥٨٣٥	٠٧٠٩٥٨	٦٥
٥٨٣٦	٠٧٠٩٥٨	٦٦
٥٨٣٧	٠٧٠٩٥٨	٦٧
٥٨٣٨	٠٧٠٩٥٨	٦٨
٥٨٣٩	٠٧٠٩٥٨	٦٩
٥٨٤٠	٠٧٠٩٥٨	٧٠
٥٨٤١	٠٧٠٩٥٨	٧١
٥٨٤٢	٠٧٠٩٥٨	٧٢
٥٨٤٣	٠٧٠٩٥٨	٧٣
٥٨٤٤	٠٧٠٩٥٨	٧٤
٥٨٤٥	٠٧٠٩٥٨	٧٥
٥٨٤٦	٠٧٠٩٥٨	٧٦
٥٨٤٧	٠٧٠٩٥٨	٧٧
٥٨٤٨	٠٧٠٩٥٨	٧٨
٥٨٤٩	٠٧٠٩٥٨	٧٩
٥٨٥٠	٠٧٠٩٥٨	٨٠
٥٨٥١	٠٧٠٩٥٨	٨١
٥٨٥٢	٠٧٠٩٥٨	٨٢
٥٨٥٣	٠٧٠٩٥٨	٨٣
٥٨٥٤	٠٧٠٩٥٨	٨٤
٥٨٥٥	٠٧٠٩٥٨	٨٥
٥٨٥٦	٠٧٠٩٥٨	٨٦
٥٨٥٧	٠٧٠٩٥٨	٨٧
٥٨٥٨	٠٧٠٩٥٨	٨٨
٥٨٥٩	٠٧٠٩٥٨	٨٩
٥٨٦٠	٠٧٠٩٥٨	٩٠
٥٨٦١	٠٧٠٩٥٨	٩١
٥٨٦٢	٠٧٠٩٥٨	٩٢
٥٨٦٣	٠٧٠٩٥٨	٩٣
٥٨٦٤	٠٧٠٩٥٨	٩٤
٥٨٦٥	٠٧٠٩٥٨	٩٥
٥٨٦٦	٠٧٠٩٥٨	٩٦
٥٨٦٧	٠٧٠٩٥٨	٩٧
٥٨٦٨	٠٧٠٩٥٨	٩٨
٥٨٦٩	٠٧٠٩٥٨	٩٩
٥٨٧٠	٠٧٠٩٥٨	١٠٠
٥٨٧١	٠٧٠٩٥٨	١٠١
٥٨٧٢	٠٧٠٩٥٨	١٠٢
٥٨٧٣	٠٧٠٩٥٨	١٠٣
٥٨٧٤	٠٧٠٩٥٨	١٠٤
٥٨٧٥	٠٧٠٩٥٨	١٠٥
٥٨٧٦	٠٧٠٩٥٨	١٠٦
٥٨٧٧	٠٧٠٩٥٨	١٠٧
٥٨٧٨	٠٧٠٩٥٨	١٠٨
٥٨٧٩	٠٧٠٩٥٨	١٠٩
٥٨٨٠	٠٧٠٩٥٨	١١٠
٥٨٨١	٠٧٠٩٥٨	١١١
٥٨٨٢	٠٧٠٩٥٨	١١٢
٥٨٨٣	٠٧٠٩٥٨	١١٣
٥٨٨٤	٠٧٠٩٥٨	١١٤
٥٨٨٥	٠٧٠٩٥٨	١١٥
٥٨٨٦	٠٧٠٩٥٨	١١٦
٥٨٨٧	٠٧٠٩٥٨	١١٧
٥٨٨٨	٠٧٠٩٥٨	١١٨
٥٨٨٩	٠٧٠٩٥٨	١١٩
٥٨٩٠	٠٧٠٩٥٨	١٢٠
٥٨٩١	٠٧٠٩٥٨	١٢١
٥٨٩٢	٠٧٠٩٥٨	١٢٢
٥٨٩٣	٠٧٠٩٥٨	١٢٣
٥٨٩٤	٠٧٠٩٥٨	١٢٤
٥٨٩٥	٠٧٠٩٥٨	١٢٥
٥٨٩٦	٠٧٠٩٥٨	١٢٦
٥٨٩٧	٠٧٠٩٥٨	١٢٧
٥٨٩٨	٠٧٠٩٥٨	١٢٨
٥٨٩٩	٠٧٠٩٥٨	١٢٩
٥٩٠٠	٠٧٠٩٥٩	١٣٠
٥٩٠١	٠٧٠٩٥٩	١٣١
٥٩٠٢	٠٧٠٩٥٩	١٣٢
٥٩٠٣	٠٧٠٩٥٩	١٣٣
٥٩٠٤	٠٧٠٩٥٩	١٣٤
٥٩٠٥	٠٧٠٩٥٩	١٣٥
٥٩٠٦	٠٧٠٩٥٩	١٣٦
٥٩٠٧	٠٧٠٩٥٩	١٣٧
٥٩٠٨	٠٧٠٩٥٩	١٣٨
٥٩٠٩	٠٧٠٩٥٩	١٣٩
٥٩١٠	٠٧٠٩٥٩	١٤٠
٥٩١١	٠٧٠٩٥٩	١٤١
٥٩١٢	٠٧٠٩٥٩	١٤٢
٥٩١٣	٠٧٠٩٥٩	١٤٣
٥٩١٤	٠٧٠٩٥٩	١٤٤
٥٩١٥	٠٧٠٩٥٩	١٤٥
٥٩١٦	٠٧٠٩٥٩	١٤٦
٥٩١٧	٠٧٠٩٥٩	١٤٧
٥٩١٨	٠٧٠٩٥٩	١٤٨
٥٩١٩	٠٧٠٩٥٩	١٤٩
٥٩٢٠	٠٧٠٩٥٩	١٥٠
٥٩٢١	٠٧٠٩٥٩	١٥١
٥٩٢٢	٠٧٠٩٥٩	١٥٢
٥٩٢٣	٠٧٠٩٥٩	١٥٣
٥٩٢٤	٠٧٠٩٥٩	١٥٤
٥٩٢٥	٠٧٠٩٥٩	١٥٥
٥٩٢٦	٠٧٠٩٥٩	١٥٦
٥٩٢٧	٠٧٠٩٥٩	١٥٧
٥٩٢٨	٠٧٠٩٥٩	١٥٨
٥٩٢٩	٠٧٠٩٥٩	١٥٩
٥٩٣٠	٠٧٠٩٥٩	١٦٠
٥٩٣١	٠٧٠٩٥٩	١٦١
٥٩٣٢	٠٧٠٩٥٩	١٦٢
٥٩٣٣	٠٧٠٩٥٩	١٦٣
٥٩٣٤	٠٧٠٩٥٩	١٦٤
٥٩٣٥	٠٧٠٩٥٩	١٦٥
٥٩٣٦	٠٧٠٩٥٩	١٦٦
٥٩٣٧	٠٧٠٩٥٩	١٦٧
٥٩٣٨	٠٧٠٩٥٩	١٦٨
٥٩٣٩	٠٧٠٩٥٩	١٦٩
٥٩٤٠	٠٧٠٩٥٩	١٧٠
٥٩٤١	٠٧٠٩٥٩	١٧١
٥٩٤٢	٠٧٠٩٥٩	١٧٢
٥٩٤٣	٠٧٠٩٥٩	١٧٣
٥٩٤٤	٠٧٠٩٥٩	١٧٤
٥٩٤٥	٠٧٠٩٥٩	١٧٥
٥٩٤٦	٠٧٠٩٥٩	١٧٦
٥٩٤٧	٠٧٠٩٥٩	١٧٧
٥٩٤٨	٠٧٠٩٥٩	١٧٨
٥٩٤٩	٠٧٠٩٥٩	١٧٩
٥٩٥٠	٠٧٠٩٥٩	١٨٠
٥٩٥١	٠٧٠٩٥٩	١٨١
٥٩٥٢	٠٧٠٩٥٩	١٨٢
٥٩٥٣	٠٧٠٩٥٩	١٨٣
٥٩٥٤	٠٧٠٩٥٩	١٨٤
٥٩٥٥	٠٧٠٩٥٩	١٨٥
٥٩٥٦	٠٧٠٩٥٩	١٨٦
٥٩٥٧	٠٧٠٩٥٩	١٨٧
٥٩٥٨	٠٧٠٩٥٩	١٨٨
٥٩٥٩	٠٧٠٩٥٩	١٨٩
٥٩٦٠	٠٧٠٩٥٩	١٩٠
٥٩٦١	٠٧٠٩٥٩	١٩١
٥٩٦٢	٠٧٠٩٥٩	١٩٢
٥٩٦٣	٠٧٠٩٥٩	١٩٣
٥٩٦٤	٠٧٠٩٥٩	١٩٤
٥٩٦٥	٠٧٠٩٥٩	١٩٥
٥٩٦٦	٠٧٠٩٥٩	١٩٦
٥٩٦٧	٠٧٠٩٥٩	١٩٧
٥٩٦٨	٠٧٠٩٥٩	١٩٨
٥٩٦٩	٠٧٠٩٥٩	١٩٩
٥٩٧٠	٠٧٠٩٥٩	٢٠٠
٥٩٧١	٠٧٠٩٥٩	٢٠١
٥٩٧٢	٠٧٠٩٥٩	٢٠٢
٥٩٧٣	٠٧٠٩٥٩	٢٠٣
٥٩٧٤	٠٧٠٩٥٩	٢٠٤
٥٩٧٥	٠٧٠٩٥٩	٢٠٥
٥٩٧٦	٠٧٠٩٥٩	٢٠٦
٥٩٧٧	٠٧٠٩٥٩	٢٠٧
٥٩٧٨	٠٧٠٩٥٩	٢٠٨
٥٩٧٩	٠٧٠٩٥٩	٢٠٩
٥٩٨٠	٠٧٠٩٥٩	٢١٠
٥٩٨١	٠٧٠٩٥٩	٢١١
٥٩٨٢	٠٧٠٩٥٩	٢١٢
٥٩٨٣	٠٧٠٩٥٩	٢١٣
٥٩٨٤	٠٧٠٩٥٩	٢١٤
٥٩٨٥	٠٧٠٩٥٩	٢١٥
٥٩٨٦	٠٧٠٩٥٩	٢١٦
٥٩٨٧	٠٧٠٩٥٩	٢١٧
٥٩٨٨	٠٧٠٩٥٩	٢١٨
٥٩٨٩	٠٧٠٩٥٩	٢١٩
٥٩٩٠	٠٧٠٩٥٩	٢٢٠
٥٩٩١	٠٧٠٩٥٩	٢٢١
٥٩٩٢	٠٧٠٩٥٩	٢٢٢
٥٩٩٣	٠٧٠٩٥٩	٢٢٣
٥٩٩٤	٠٧٠٩٥٩	٢٢٤
٥٩٩٥	٠٧٠٩٥٩	٢٢٥
٥٩٩٦	٠٧٠٩٥٩	٢٢٦
٥٩٩٧	٠٧٠٩٥٩	٢٢٧
٥٩٩٨	٠٧٠٩٥٩	٢٢٨
٥٩٩٩	٠٧٠٩٥٩	٢٢٩
٦٠٠٠	٠٧٠٩٦٠	٢٣٠

عدد	لوغا	ف
٧٨٧٦	٨٩٦٣١	٦
٧٨٧٧	٨٩٦٣٨	٥
٧٨٧٨	٨٩٦٤٦	٥
٧٨٧٩	٨٩٦٥٣	٥
٧٨٨٠	٨٩٦٦١	٥
٧٨٨١	٨٩٦٦٨	٦
٧٨٨٢	٨٩٦٧٦	٥
٧٨٨٣	٨٩٦٨٣	٥
٧٨٨٤	٨٩٦٩١	٥
٧٨٨٥	٨٩٦٩٨	٥
٧٨٨٦	٨٩٧٠٦	٦
٧٨٨٧	٨٩٧١٣	٥
٧٨٨٨	٨٩٧٢١	٥
٧٨٨٩	٨٩٧٢٨	٥
٧٨٩٠	٨٩٧٣٦	٥
٧٨٩١	٨٩٧٤٣	٦
٧٨٩٢	٨٩٧٥١	٥
٧٨٩٣	٨٩٧٥٨	٥
٧٨٩٤	٨٩٧٦٦	٥
٧٨٩٥	٨٩٧٧٣	٥
٧٨٩٦	٨٩٧٨١	٦
٧٨٩٧	٨٩٧٨٨	٥
٧٨٩٨	٨٩٧٩٦	٥
٧٨٩٩	٨٩٨٠٣	٥
٧٩٠٠	٨٩٨١١	٥
٧٩٠١	٨٩٨١٨	٦
٧٩٠٢	٨٩٨٢٦	٥
٧٩٠٣	٨٩٨٣٣	٥
٧٩٠٤	٨٩٨٤١	٥
٧٩٠٥	٨٩٨٤٨	٥
٧٩٠٦	٨٩٨٥٦	٦
٧٩٠٧	٨٩٨٦٣	٥
٧٩٠٨	٨٩٨٧١	٥
٧٩٠٩	٨٩٨٧٨	٥
٧٩١٠	٨٩٨٨٦	٥
٧٩١١	٨٩٨٩٣	٦
٧٩١٢	٨٩٨٩١	٥
٧٩١٣	٨٩٨٩٨	٥
٧٩١٤	٨٩٩٠٦	٥
٧٩١٥	٨٩٩١٣	٥
٧٩١٦	٨٩٩٢١	٦
٧٩١٧	٨٩٩٢٨	٥
٧٩١٨	٨٩٩٣٦	٥
٧٩١٩	٨٩٩٤٣	٥
٧٩٢٠	٨٩٩٥١	٥
٧٩٢١	٨٩٩٥٨	٦
٧٩٢٢	٨٩٩٦٦	٥
٧٩٢٣	٨٩٩٧٣	٥
٧٩٢٤	٨٩٩٨١	٥
٧٩٢٥	٨٩٩٨٨	٥
٧٩٢٦	٨٩٩٩٥	٦
٧٩٢٧	٨٩٩١١	٥
٧٩٢٨	٨٩٩١٦	٥
٧٩٢٩	٨٩٩٢٢	٥
٧٩٣٠	٨٩٩٢٧	٥
٧٩٣١	٨٩٩٣٣	٦
٧٩٣٢	٨٩٩٣٨	٥
٧٩٣٣	٨٩٩٤٤	٥
٧٩٣٤	٨٩٩٤٩	٥
٧٩٣٥	٨٩٩٥٥	٥
٧٩٣٦	٨٩٩٦٠	٦
٧٩٣٧	٨٩٩٦٦	٥
٧٩٣٨	٨٩٩٧١	٥
٧٩٣٩	٨٩٩٧٧	٥
٧٩٤٠	٨٩٩٨٢	٥
٧٩٤١	٨٩٩٨٨	٦
٧٩٤٢	٨٩٩٩٣	٥
٧٩٤٣	٨٩٩٩٨	٥
٧٩٤٤	٩٠٠٠٤	٥
٧٩٤٥	٩٠٠٠٩	٥
٧٩٤٦	٩٠٠١٥	٦
٧٩٤٧	٩٠٠٢٠	٥
٧٩٤٨	٩٠٠٢٦	٥
٧٩٤٩	٩٠٠٣١	٥
٧٩٥٠	٩٠٠٣٧	٥
٧٩٥١	٩٠٠٤٢	٦
٧٩٥٢	٩٠٠٤٨	٥
٧٩٥٣	٩٠٠٥٣	٥
٧٩٥٤	٩٠٠٥٩	٥
٧٩٥٥	٩٠٠٦٤	٥
٧٩٥٦	٩٠٠٦٩	٦
٧٩٥٧	٩٠٠٧٥	٥
٧٩٥٨	٩٠٠٨٠	٥
٧٩٥٩	٩٠٠٨٦	٥
٧٩٦٠	٩٠٠٩١	٥
٧٩٦١	٩٠٠٩٧	٦
٧٩٦٢	٩٠١٠٢	٥
٧٩٦٣	٩٠١٠٨	٥
٧٩٦٤	٩٠١١٣	٥
٧٩٦٥	٩٠١١٩	٥
٧٩٦٦	٩٠١٢٤	٦
٧٩٦٧	٩٠١٢٩	٥
٧٩٦٨	٩٠١٣٥	٥
٧٩٦٩	٩٠١٤٠	٥
٧٩٧٠	٩٠١٤٦	٥
٧٩٧١	٩٠١٥١	٦
٧٩٧٢	٩٠١٥٧	٥
٧٩٧٣	٩٠١٦٢	٥
٧٩٧٤	٩٠١٦٨	٥
٧٩٧٥	٩٠١٧٣	٥
٧٩٧٦	٩٠١٧٩	٦
٧٩٧٧	٩٠١٨٤	٥
٧٩٧٨	٩٠١٨٩	٥
٧٩٧٩	٩٠١٩٥	٥
٧٩٨٠	٩٠٢٠٠	٥
٧٩٨١	٩٠٢٠٦	٦
٧٩٨٢	٩٠٢١١	٥
٧٩٨٣	٩٠٢١٧	٥
٧٩٨٤	٩٠٢٢٢	٥
٧٩٨٥	٩٠٢٢٧	٥
٧٩٨٦	٩٠٢٣٣	٦
٧٩٨٧	٩٠٢٣٨	٥
٧٩٨٨	٩٠٢٤٤	٥
٧٩٨٩	٩٠٢٤٩	٥
٧٩٩٠	٩٠٢٥٥	٥
٧٩٩١	٩٠٢٦٠	٦
٧٩٩٢	٩٠٢٦٦	٥
٧٩٩٣	٩٠٢٧١	٥
٧٩٩٤	٩٠٢٧٧	٥
٧٩٩٥	٩٠٢٨٢	٥
٧٩٩٦	٩٠٢٨٧	٦
٧٩٩٧	٩٠٢٩٣	٥
٧٩٩٨	٩٠٢٩٨	٥
٧٩٩٩	٩٠٣٠٤	٥
٨٠٠٠	٩٠٣٠٩	٥

عدد	لوغا	ف
٨٠٠١	٩٠٣١٤	٥
٨٠٠٢	٩٠٣٢٠	٦
٨٠٠٣	٩٠٣٢٥	٥
٨٠٠٤	٩٠٣٣١	٦
٨٠٠٥	٩٠٣٣٦	٥
٨٠٠٦	٩٠٣٤٢	٦
٨٠٠٧	٩٠٣٤٧	٥
٨٠٠٨	٩٠٣٥٢	٦
٨٠٠٩	٩٠٣٥٨	٥
٨٠١٠	٩٠٣٦٣	٥
٨٠١١	٩٠٣٦٩	٦
٨٠١٢	٩٠٣٧٤	٥
٨٠١٣	٩٠٣٨٠	٦
٨٠١٤	٩٠٣٨٥	٥
٨٠١٥	٩٠٣٩٠	٥
٨٠١٦	٩٠٣٩٦	٦
٨٠١٧	٩٠٤٠١	٥
٨٠١٨	٩٠٤٠٧	٦
٨٠١٩	٩٠٤١٢	٥
٨٠٢٠	٩٠٤١٧	٥
٨٠٢١	٩٠٤٢٣	٦
٨٠٢٢	٩٠٤٢٨	٥
٨٠٢٣	٩٠٤٣٤	٦
٨٠٢٤	٩٠٤٣٩	٥
٨٠٢٥	٩٠٤٤٥	٦

عدد	لوغا	ف
٨٠٢٦	٩٠٤٥٠	٥
٨٠٢٧	٩٠٤٥٥	٦
٨٠٢٨	٩٠٤٦١	٥
٨٠٢٩	٩٠٤٦٦	٦
٨٠٣٠	٩٠٤٧٢	٥
٨٠٣١	٩٠٤٧٧	٥
٨٠٣٢	٩٠٤٨٢	٦
٨٠٣٣	٩٠٤٨٨	٥
٨٠٣٤	٩٠٤٩٣	٦
٨٠٣٥	٩٠٤٩٩	٥
٨٠٣٦	٩٠٥٠٤	٥
٨٠٣٧	٩٠٥٠٩	٦
٨٠٣٨	٩٠٥١٥	٥
٨٠٣٩	٩٠٥٢٠	٦
٨٠٤٠	٩٠٥٢٦	٥
٨٠٤١	٩٠٥٣١	٥
٨٠٤٢	٩٠٥٣٦	٦
٨٠٤٣	٩٠٥٤٢	٥
٨٠٤٤	٩٠٥٤٧	٦
٨٠٤٥	٩٠٥٥٣	٥
٨٠٤٦	٩٠٥٥٨	٥
٨٠٤٧	٩٠٥٦٣	٦
٨٠٤٨	٩٠٥٦٩	٥
٨٠٤٩	٩٠٥٧٤	٦
٨٠٥٠	٩٠٥٨٠	٥

عدد	لوغا	ف
٨٠٥١	٩٠٥٨٥	٥
٨٠٥٢	٩٠٥٩٠	٦
٨٠٥٣	٩٠٥٩٦	٥
٨٠٥٤	٩٠٦٠١	٦
٨٠٥٥	٩٠٦٠٧	٥
٨٠٥٦	٩٠٦١٢	٥
٨٠٥٧	٩٠٦١٧	٦
٨٠٥٨	٩٠٦٢٣	٥
٨٠٥٩	٩٠٦٢٨	٦
٨٠٦٠	٩٠٦٣٤	٥
٨٠٦١	٩٠٦٣٩	٥
٨٠٦٢	٩٠٦٤٤	٦
٨٠٦٣	٩٠٦٥٠	٥
٨٠٦٤	٩٠٦٥٥	٦
٨٠٦٥	٩٠٦٦٠	٥
٨٠٦٦	٩٠٦٦٦	٦
٨٠٦٧	٩٠٦٧١	٥
٨٠٦٨	٩٠٦٧٧	٦
٨٠٦٩	٩٠٦٨٢	٥
٨٠٧٠	٩٠٦٨٧	٦
٨٠٧١	٩٠٦٩٣	٥
٨٠٧٢	٩٠٦٩٨	٥
٨٠٧٣	٩٠٧٠٣	٦
٨٠٧٤	٩٠٧٠٩	٥
٨٠٧٥	٩٠٧١٤	٦

عدد	لوغا	ف
٨٠٧٦	٩٠٧٢٠	٦
٨٠٧٧	٩٠٧٢٥	٥
٨٠٧٨	٩٠٧٣٠	٦
٨٠٧٩	٩٠٧٣٦	٥
٨٠٨٠	٩٠٧٤١	٦
٨٠٨١	٩٠٧٤٧	٥
٨٠٨٢	٩٠٧٥٢	٥
٨٠٨٣	٩٠٧٥٧	٦
٨٠٨٤	٩٠٧٦٣	٥
٨٠٨٥	٩٠٧٦٨	٦
٨٠٨٦	٩٠٧٧٣	٥
٨٠٨٧	٩٠٧٧٩	٦
٨٠٨٨	٩٠٧٨٤	٥
٨٠٨٩	٩٠٧٨٩	٦
٨٠٩٠	٩٠٧٩٥	٥
٨٠٩١	٩٠٨٠٠	٥
٨٠٩٢	٩٠٨٠٦	٦
٨٠٩٣	٩٠٨١١	٥
٨٠٩٤	٩٠٨١٧	٦
٨٠٩٥	٩٠٨٢٢	٥
٨٠٩٦	٩٠٨٢٧	٥
٨٠٩٧	٩٠٨٣٢	٦
٨٠٩٨	٩٠٨٣٨	٥
٨٠٩٩	٩٠٨٤٣	٦
٨١٠٠	٩٠٨٤٩	٥

عدد	لوغا	ف
٨١٠١	٩٠٨٥٤	٥
٨١٠٢	٩٠٨٥٩	٥
٨١٠٣	٩٠٨٦٥	٦
٨١٠٤	٩٠٨٧٠	٥
٨١٠٥	٩٠٨٧٥	٥
٨١٠٦	٩٠٨٨١	٦
٨١٠٧	٩٠٨٨٦	٥
٨١٠٨	٩٠٨٩١	٦
٨١٠٩	٩٠٨٩٧	٥
٨١١٠	٩٠٩٠٢	٥
٨١١١	٩٠٩٠٧	٦
٨١١٢	٩٠٩١٣	٥
٨١١٣	٩٠٩١٨	٦
٨١١٤	٩٠٩٢٤	٥
٨١١٥	٩٠٩٢٩	٥
٨١١٦	٩٠٩٣٤	٦
٨١١٧	٩٠٩٤٠	٥
٨١١٨	٩٠٩٤٥	٦
٨١١٩	٩٠٩٥٠	٥
٨١٢٠	٩٠٩٥٦	٥
٨١٢١	٩٠٩٦١	٦
٨١٢٢	٩٠٩٦٦	٥
٨١٢٣	٩٠٩٧٢	٦
٨١٢٤	٩٠٩٧٧	٥
٨١٢٥	٩٠٩٨٢	٥

ف	عدد	لوغا
٦	٨١٢٦	٩٠٩٨٨
٥	٨١٢٧	٩٠٩٩٣
٥	٨١٢٨	٩٠٩٩٨
٦	٨١٢٩	٩١٠٠٤
٥	٨١٣٠	٩١٠٠٩
٥	٨١٣١	٩١٠١٤
٦	٨١٣٢	٩١٠٢٠
٥	٨١٣٣	٩١٠٢٥
٦	٨١٣٤	٩١٠٣٠
٥	٨١٣٥	٩١٠٣٦
٥	٨١٣٦	٩١٠٤١
٦	٨١٣٧	٩١٠٤٦
٥	٨١٣٨	٩١٠٥٢
٥	٨١٣٩	٩١٠٥٧
٦	٨١٤٠	٩١٠٦٢
٥	٨١٤١	٩١٠٦٨
٥	٨١٤٢	٩١٠٧٣
٦	٨١٤٣	٩١٠٧٨
٥	٨١٤٤	٩١٠٨٤
٥	٨١٤٥	٩١٠٨٩
٥	٨١٤٦	٩١٠٩٤
٦	٨١٤٧	٩١١٠٠
٥	٨١٤٨	٩١١٠٥
٥	٨١٤٩	٩١١١٠
٦	٨١٥٠	٩١١١٦

ف	عدد	لوغا
٥	٨١٥١	٩١١٢١
٦	٨١٥٢	٩١١٢٦
٥	٨١٥٣	٩١١٣٢
٥	٨١٥٤	٩١١٣٧
٥	٨١٥٥	٩١١٤٢
٦	٨١٥٦	٩١١٤٨
٥	٨١٥٧	٩١١٥٣
٥	٨١٥٨	٩١١٥٨
٦	٨١٥٩	٩١١٦٤
٥	٨١٦٠	٩١١٦٩
٥	٨١٦١	٩١١٧٤
٦	٨١٦٢	٩١١٨٠
٥	٨١٦٣	٩١١٨٥
٥	٨١٦٤	٩١١٩٠
٦	٨١٦٥	٩١١٩٦
٥	٨١٦٦	٩١٢٠١
٥	٨١٦٧	٩١٢٠٦
٦	٨١٦٨	٩١٢١٢
٥	٨١٦٩	٩١٢١٧
٥	٨١٧٠	٩١٢٢٢
٦	٨١٧١	٩١٢٢٨
٥	٨١٧٢	٩١٢٣٣
٥	٨١٧٣	٩١٢٣٨
٦	٨١٧٤	٩١٢٤٣
٥	٨١٧٥	٩١٢٤٩

ف	عدد	لوغا
٥	٨١٧٦	٩١٢٥٤
٥	٨١٧٧	٩١٢٥٩
٦	٨١٧٨	٩١٢٦٥
٥	٨١٧٩	٩١٢٧٠
٥	٨١٨٠	٩١٢٧٥
٦	٨١٨١	٩١٢٨١
٥	٨١٨٢	٩١٢٨٦
٥	٨١٨٣	٩١٢٩١
٦	٨١٨٤	٩١٢٩٧
٥	٨١٨٥	٩١٣٠٢
٥	٨١٨٦	٩١٣٠٧
٦	٨١٨٧	٩١٣١٢
٥	٨١٨٨	٩١٣١٨
٥	٨١٨٩	٩١٣٢٣
٦	٨١٩٠	٩١٣٢٨
٥	٨١٩١	٩١٣٣٤
٥	٨١٩٢	٩١٣٣٩
٦	٨١٩٣	٩١٣٤٤
٥	٨١٩٤	٩١٣٥٠
٥	٨١٩٥	٩١٣٥٥
٦	٨١٩٦	٩١٣٦٠
٥	٨١٩٧	٩١٣٦٥
٥	٨١٩٨	٩١٣٧١
٦	٨١٩٩	٩١٣٧٦
٥	٨٢٠٠	٩١٣٨١

ف	عدد	لوغا
٦	٨٢٠١	٩١٣٨٧
٥	٨٢٠٢	٩١٣٩٢
٥	٨٢٠٣	٩١٣٩٧
٦	٨٢٠٤	٩١٤٠٣
٥	٨٢٠٥	٩١٤٠٨
٥	٨٢٠٦	٩١٤١٣
٥	٨٢٠٧	٩١٤١٨
٦	٨٢٠٨	٩١٤٢٤
٥	٨٢٠٩	٩١٤٢٩
٥	٨٢١٠	٩١٤٣٤
٦	٨٢١١	٩١٤٤٠
٥	٨٢١٢	٩١٤٤٥
٥	٨٢١٣	٩١٤٥٠
٦	٨٢١٤	٩١٤٥٥
٥	٨٢١٥	٩١٤٦١
٥	٨٢١٦	٩١٤٦٦
٦	٨٢١٧	٩١٤٧١
٥	٨٢١٨	٩١٤٧٧
٥	٨٢١٩	٩١٤٨٢
٦	٨٢٢٠	٩١٤٨٧
٥	٨٢٢١	٩١٤٩٢
٥	٨٢٢٢	٩١٤٩٨
٦	٨٢٢٣	٩١٥٠٣
٥	٨٢٢٤	٩١٥٠٨
٥	٨٢٢٥	٩١٥١٤

ف	عدد	لوغا
٥	٨٢٢٦	٩١٥١٩
٥	٨٢٢٧	٩١٥٢٤
٥	٨٢٢٨	٩١٥٢٩
٦	٨٢٢٩	٩١٥٣٥
٥	٨٢٣٠	٩١٥٤٠
٥	٨٢٣١	٩١٥٤٥
٦	٨٢٣٢	٩١٥٥١
٥	٨٢٣٣	٩١٥٥٦
٥	٨٢٣٤	٩١٥٦١
٦	٨٢٣٥	٩١٥٦٧
٥	٨٢٣٦	٩١٥٧٢
٥	٨٢٣٧	٩١٥٧٧
٥	٨٢٣٨	٩١٥٨٢
٦	٨٢٣٩	٩١٥٨٧
٥	٨٢٤٠	٩١٥٩٣
٥	٨٢٤١	٩١٥٩٨
٦	٨٢٤٢	٩١٦٠٣
٥	٨٢٤٣	٩١٦٠٩
٥	٨٢٤٤	٩١٦١٤
٦	٨٢٤٧	٩١٦٢٤
٥	٨٢٤٨	٩١٦٣٠
٥	٨٢٤٩	٩١٦٣٥
٦	٨٢٥٠	٩١٦٤٠

عدد	لوغا	ف
٨٢٥١	٩٢١٧٤	٥
٨٢٥٢	٩٢١٧٩	٥
٨٢٥٣	٩٢١٨٤	٥
٨٢٥٤	٩٢١٨٩	٥
٨٢٥٥	٩٢١٩٥	٥
٨٢٥٦	٩٢٢٠٠	٥
٨٢٥٧	٩٢٢٠٥	٥
٨٢٥٨	٩٢٢١٠	٥
٨٢٥٩	٩٢٢١٥	٥
٨٢٦٠	٩٢٢٢١	٥
٨٢٦١	٩٢٢٢٦	٥
٨٢٦٢	٩٢٢٣١	٥
٨٢٦٣	٩٢٢٣٦	٥
٨٢٦٤	٩٢٢٤١	٥
٨٢٦٥	٩٢٢٤٦	٥
٨٢٦٦	٩٢٢٥٢	٥
٨٢٦٧	٩٢٢٥٧	٥
٨٢٦٨	٩٢٢٦٢	٥
٨٢٦٩	٩٢٢٦٧	٥
٨٢٧٠	٩٢٢٧٣	٥
٨٢٧١	٩٢٢٧٨	٥
٨٢٧٢	٩٢٢٨٣	٥
٨٢٧٣	٩٢٢٨٨	٥
٨٢٧٤	٩٢٢٩٣	٥
٨٢٧٥	٩٢٢٩٨	٥

عدد	لوغا	ف
٨٢٧٦	٩١٧٨٢	٥
٨٢٧٧	٩١٧٨٧	٥
٨٢٧٨	٩١٧٩٢	٥
٨٢٧٩	٩١٧٩٨	٥
٨٢٨٠	٩١٨٠٣	٥
٨٢٨١	٩١٨٠٨	٥
٨٢٨٢	٩١٨١٤	٥
٨٢٨٣	٩١٨١٩	٥
٨٢٨٤	٩١٨٢٤	٥
٨٢٨٥	٩١٨٢٩	٥
٨٢٨٦	٩١٨٣٤	٥
٨٢٨٧	٩١٨٤٠	٥
٨٢٨٨	٩١٨٤٥	٥
٨٢٨٩	٩١٨٥٠	٥
٨٢٩٠	٩١٨٥٥	٥
٨٢٩١	٩١٨٦١	٥
٨٢٩٢	٩١٨٦٦	٥
٨٢٩٣	٩١٨٧١	٥
٨٢٩٤	٩١٨٧٦	٥
٨٢٩٥	٩١٨٨٢	٥
٨٢٩٦	٩١٨٨٧	٥
٨٢٩٧	٩١٨٩٢	٥
٨٢٩٨	٩١٨٩٨	٥
٨٢٩٩	٩١٩٠٣	٥
٨٣٠٠	٩١٩٠٨	٥

عدد	لوغا	ف
٨٣٠١	٩١٩١٣	٥
٨٣٠٢	٩١٩١٨	٥
٨٣٠٣	٩١٩٢٤	٥
٨٣٠٤	٩١٩٢٩	٥
٨٣٠٥	٩١٩٣٤	٥
٨٣٠٦	٩١٩٣٩	٥
٨٣٠٧	٩١٩٤٤	٥
٨٣٠٨	٩١٩٥٠	٥
٨٣٠٩	٩١٩٥٥	٥
٨٣١٠	٩١٩٦٠	٥
٨٣١١	٩١٩٦٥	٥
٨٣١٢	٩١٩٧١	٥
٨٣١٣	٩١٩٧٦	٥
٨٣١٤	٩١٩٨١	٥
٨٣١٥	٩١٩٨٦	٥
٨٣١٦	٩١٩٩١	٥
٨٣١٧	٩١٩٩٦	٥
٨٣١٨	٩٢٠٠٢	٥
٨٣١٩	٩٢٠٠٧	٥
٨٣٢٠	٩٢٠١٢	٥
٨٣٢١	٩٢٠١٨	٥
٨٣٢٢	٩٢٠٢٣	٥
٨٣٢٣	٩٢٠٢٨	٥
٨٣٢٤	٩٢٠٣٣	٥
٨٣٢٥	٩٢٠٣٨	٥

عدد	لوغا	ف
٨٣٢٦	٩٢٠٤٤	٦
٨٣٢٧	٩٢٠٤٩	٦
٨٣٢٨	٩٢٠٥٤	٦
٨٣٢٩	٩٢٠٥٩	٦
٨٣٣٠	٩٢٠٦٥	٦
٨٣٣١	٩٢٠٧٠	٦
٨٣٣٢	٩٢٠٧٥	٦
٨٣٣٣	٩٢٠٨٠	٦
٨٣٣٤	٩٢٠٨٥	٦
٨٣٣٥	٩٢٠٩١	٦
٨٣٣٦	٩٢٠٩٦	٦
٨٣٣٧	٩٢١٠١	٦
٨٣٣٨	٩٢١٠٦	٦
٨٣٣٩	٩٢١١١	٦
٨٣٤٠	٩٢١١٧	٦
٨٣٤١	٩٢١٢٢	٦
٨٣٤٢	٩٢١٢٧	٦
٨٣٤٣	٩٢١٣٢	٦
٨٣٤٤	٩٢١٣٧	٦
٨٣٤٥	٩٢١٤٣	٦
٨٣٤٦	٩٢١٤٨	٦
٨٣٤٧	٩٢١٥٣	٦
٨٣٤٨	٩٢١٥٨	٦
٨٣٤٩	٩٢١٦٣	٦
٨٣٥٠	٩٢١٦٩	٦

عدد	لوغا	ف
٢٨٢٦	٩٢٣٠٤٣	٦
٢٨٢٧	٩٢٣٠٩٠	٥
٢٨٢٨	٩٢٣١٤٠	٥
٢٨٢٩	٩٢٣١٩٠	٥
٢٨٣٠	٩٢٣٢٣٧	٥
٢٨٣١	٩٢٣٢٨٠	٦
٢٨٣٢	٩٢٣٣٣٥	٥
٢٨٣٣	٩٢٣٣٨٠	٥
٢٨٣٤	٩٢٣٤٣٠	٥
٢٨٣٥	٩٢٣٤٨٠	٥
٢٨٣٦	٩٢٣٥٣٠	٥
٢٨٣٧	٩٢٣٥٨٠	٥
٢٨٣٨	٩٢٣٦٣٠	٥
٢٨٣٩	٩٢٣٦٨٠	٥
٢٨٤٠	٩٢٣٧٣٠	٥
٢٨٤١	٩٢٣٧٨٠	٥
٢٨٤٢	٩٢٣٨٣٠	٥
٢٨٤٣	٩٢٣٨٨٠	٥
٢٨٤٤	٩٢٣٩٣٠	٥
٢٨٤٥	٩٢٣٩٨٠	٥
٢٨٤٦	٩٢٤٠٣٠	٥
٢٨٤٧	٩٢٤٠٨٠	٥
٢٨٤٨	٩٢٤١٣٠	٥
٢٨٤٩	٩٢٤١٨٠	٥
٢٨٥٠	٩٢٤٢٣٠	٥
٢٨٥١	٩٢٤٢٨٠	٥
٢٨٥٢	٩٢٤٣٣٠	٥
٢٨٥٣	٩٢٤٣٨٠	٥
٢٨٥٤	٩٢٤٤٣٠	٥
٢٨٥٥	٩٢٤٤٨٠	٥
٢٨٥٦	٩٢٤٥٣٠	٥
٢٨٥٧	٩٢٤٥٨٠	٥
٢٨٥٨	٩٢٤٦٣٠	٥
٢٨٥٩	٩٢٤٦٨٠	٥
٢٨٦٠	٩٢٤٧٣٠	٥
٢٨٦١	٩٢٤٧٨٠	٥
٢٨٦٢	٩٢٤٨٣٠	٥
٢٨٦٣	٩٢٤٨٨٠	٥
٢٨٦٤	٩٢٤٩٣٠	٥
٢٨٦٥	٩٢٤٩٨٠	٥
٢٨٦٦	٩٢٥٠٣٠	٥
٢٨٦٧	٩٢٥٠٨٠	٥
٢٨٦٨	٩٢٥١٣٠	٥
٢٨٦٩	٩٢٥١٨٠	٥
٢٨٧٠	٩٢٥٢٣٠	٥
٢٨٧١	٩٢٥٢٨٠	٥
٢٨٧٢	٩٢٥٣٣٠	٥
٢٨٧٣	٩٢٥٣٨٠	٥
٢٨٧٤	٩٢٥٤٣٠	٥
٢٨٧٥	٩٢٥٤٨٠	٥
٢٨٧٦	٩٢٥٥٣٠	٥
٢٨٧٧	٩٢٥٥٨٠	٥
٢٨٧٨	٩٢٥٦٣٠	٥
٢٨٧٩	٩٢٥٦٨٠	٥
٢٨٨٠	٩٢٥٧٣٠	٥
٢٨٨١	٩٢٥٧٨٠	٥
٢٨٨٢	٩٢٥٨٣٠	٥
٢٨٨٣	٩٢٥٨٨٠	٥
٢٨٨٤	٩٢٥٩٣٠	٥
٢٨٨٥	٩٢٥٩٨٠	٥
٢٨٨٦	٩٢٦٠٣٠	٥
٢٨٨٧	٩٢٦٠٨٠	٥
٢٨٨٨	٩٢٦١٣٠	٥
٢٨٨٩	٩٢٦١٨٠	٥
٢٨٩٠	٩٢٦٢٣٠	٥
٢٨٩١	٩٢٦٢٨٠	٥
٢٨٩٢	٩٢٦٣٣٠	٥
٢٨٩٣	٩٢٦٣٨٠	٥
٢٨٩٤	٩٢٦٤٣٠	٥
٢٨٩٥	٩٢٦٤٨٠	٥
٢٨٩٦	٩٢٦٥٣٠	٥
٢٨٩٧	٩٢٦٥٨٠	٥
٢٨٩٨	٩٢٦٦٣٠	٥
٢٨٩٩	٩٢٦٦٨٠	٥
٢٩٠٠	٩٢٦٧٣٠	٥
٢٩٠١	٩٢٦٧٨٠	٥
٢٩٠٢	٩٢٦٨٣٠	٥
٢٩٠٣	٩٢٦٨٨٠	٥
٢٩٠٤	٩٢٦٩٣٠	٥
٢٩٠٥	٩٢٦٩٨٠	٥
٢٩٠٦	٩٢٧٠٣٠	٥
٢٩٠٧	٩٢٧٠٨٠	٥
٢٩٠٨	٩٢٧١٣٠	٥
٢٩٠٩	٩٢٧١٨٠	٥
٢٩١٠	٩٢٧٢٣٠	٥
٢٩١١	٩٢٧٢٨٠	٥
٢٩١٢	٩٢٧٣٣٠	٥
٢٩١٣	٩٢٧٣٨٠	٥
٢٩١٤	٩٢٧٤٣٠	٥
٢٩١٥	٩٢٧٤٨٠	٥
٢٩١٦	٩٢٧٥٣٠	٥
٢٩١٧	٩٢٧٥٨٠	٥
٢٩١٨	٩٢٧٦٣٠	٥
٢٩١٩	٩٢٧٦٨٠	٥
٢٩٢٠	٩٢٧٧٣٠	٥
٢٩٢١	٩٢٧٧٨٠	٥
٢٩٢٢	٩٢٧٨٣٠	٥
٢٩٢٣	٩٢٧٨٨٠	٥
٢٩٢٤	٩٢٧٩٣٠	٥
٢٩٢٥	٩٢٧٩٨٠	٥
٢٩٢٦	٩٢٨٠٣٠	٥
٢٩٢٧	٩٢٨٠٨٠	٥
٢٩٢٨	٩٢٨١٣٠	٥
٢٩٢٩	٩٢٨١٨٠	٥
٢٩٣٠	٩٢٨٢٣٠	٥
٢٩٣١	٩٢٨٢٨٠	٥
٢٩٣٢	٩٢٨٣٣٠	٥
٢٩٣٣	٩٢٨٣٨٠	٥
٢٩٣٤	٩٢٨٤٣٠	٥
٢٩٣٥	٩٢٨٤٨٠	٥
٢٩٣٦	٩٢٨٥٣٠	٥
٢٩٣٧	٩٢٨٥٨٠	٥
٢٩٣٨	٩٢٨٦٣٠	٥
٢٩٣٩	٩٢٨٦٨٠	٥
٢٩٤٠	٩٢٨٧٣٠	٥
٢٩٤١	٩٢٨٧٨٠	٥
٢٩٤٢	٩٢٨٨٣٠	٥
٢٩٤٣	٩٢٨٨٨٠	٥
٢٩٤٤	٩٢٨٩٣٠	٥
٢٩٤٥	٩٢٨٩٨٠	٥
٢٩٤٦	٩٢٩٠٣٠	٥
٢٩٤٧	٩٢٩٠٨٠	٥
٢٩٤٨	٩٢٩١٣٠	٥
٢٩٤٩	٩٢٩١٨٠	٥
٢٩٥٠	٩٢٩٢٣٠	٥
٢٩٥١	٩٢٩٢٨٠	٥
٢٩٥٢	٩٢٩٣٣٠	٥
٢٩٥٣	٩٢٩٣٨٠	٥
٢٩٥٤	٩٢٩٤٣٠	٥
٢٩٥٥	٩٢٩٤٨٠	٥
٢٩٥٦	٩٢٩٥٣٠	٥
٢٩٥٧	٩٢٩٥٨٠	٥
٢٩٥٨	٩٢٩٦٣٠	٥
٢٩٥٩	٩٢٩٦٨٠	٥
٢٩٦٠	٩٢٩٧٣٠	٥
٢٩٦١	٩٢٩٧٨٠	٥
٢٩٦٢	٩٢٩٨٣٠	٥
٢٩٦٣	٩٢٩٨٨٠	٥
٢٩٦٤	٩٢٩٩٣٠	٥
٢٩٦٥	٩٢٩٩٨٠	٥
٢٩٦٦	٩٣٠٠٣٠	٥
٢٩٦٧	٩٣٠٠٨٠	٥
٢٩٦٨	٩٣٠١٣٠	٥
٢٩٦٩	٩٣٠١٨٠	٥
٢٩٧٠	٩٣٠٢٣٠	٥
٢٩٧١	٩٣٠٢٨٠	٥
٢٩٧٢	٩٣٠٣٣٠	٥
٢٩٧٣	٩٣٠٣٨٠	٥
٢٩٧٤	٩٣٠٤٣٠	٥
٢٩٧٥	٩٣٠٤٨٠	٥
٢٩٧٦	٩٣٠٥٣٠	٥
٢٩٧٧	٩٣٠٥٨٠	٥
٢٩٧٨	٩٣٠٦٣٠	٥
٢٩٧٩	٩٣٠٦٨٠	٥
٢٩٨٠	٩٣٠٧٣٠	٥
٢٩٨١	٩٣٠٧٨٠	٥
٢٩٨٢	٩٣٠٨٣٠	٥
٢٩٨٣	٩٣٠٨٨٠	٥
٢٩٨٤	٩٣٠٩٣٠	٥
٢٩٨٥	٩٣٠٩٨٠	٥
٢٩٨٦	٩٣١٠٣٠	٥
٢٩٨٧	٩٣١٠٨٠	٥
٢٩٨٨	٩٣١١٣٠	٥
٢٩٨٩	٩٣١١٨٠	٥
٢٩٩٠	٩٣١٢٣٠	٥
٢٩٩١	٩٣١٢٨٠	٥
٢٩٩٢	٩٣١٣٣٠	٥
٢٩٩٣	٩٣١٣٨٠	٥
٢٩٩٤	٩٣١٤٣٠	٥
٢٩٩٥	٩٣١٤٨٠	٥
٢٩٩٦	٩٣١٥٣٠	٥
٢٩٩٧	٩٣١٥٨٠	٥
٢٩٩٨	٩٣١٦٣٠	٥
٢٩٩٩	٩٣١٦٨٠	٥
٣٠٠٠	٩٣١٧٣٠	٥

عدد	لوغا	ف
١٠٥٠١	٩٢٩٤٧	٥
٢٠٥٠١	٩٢٩٥٢	٥
٣٠٥٠١	٩٢٩٥٧	٥
٤٠٥٠١	٩٢٩٦٢	٥
٥٠٥٠١	٩٢٩٦٧	٥
٦٠٥٠١	٩٢٩٧٢	٦
٧٠٥٠١	٩٢٩٧٨	٥
٨٠٥٠١	٩٢٩٨٣	٥
٩٠٥٠١	٩٢٩٨٨	٥
١٠٥٠١	٩٢٩٩٣	٥
١١٥٠١	٩٢٩٩٨	٥
١٢٥٠١	٩٣٠٠٣	٥
١٣٥٠١	٩٣٠٠٨	٥
١٤٥٠١	٩٣٠١٣	٥
١٥٥٠١	٩٣٠١٨	٥
١٦٥٠١	٩٣٠٢٣	٦
١٧٥٠١	٩٣٠٢٩	٥
١٨٥٠١	٩٣٠٣٤	٥
١٩٥٠١	٩٣٠٣٩	٥
٢٠٥٠١	٩٣٠٤٤	٥
٢١٥٠١	٩٣٠٤٩	٥
٢٢٥٠١	٩٣٠٥٤	٥
٢٣٥٠١	٩٣٠٥٩	٥
٢٤٥٠١	٩٣٠٦٤	٥
٢٥٥٠١	٩٣٠٦٩	٥

عدد	لوغا	ف
٢٦٥٠١	٩٣٠٧٥	٦
٢٧٥٠١	٩٣٠٨٠	٥
٢٨٥٠١	٩٣٠٨٥	٥
٢٩٥٠١	٩٣٠٩٠	٥
٣٠٥٠١	٩٣٠٩٥	٥
٣١٥٠١	٩٣١٠٠	٥
٣٢٥٠١	٩٣١٠٥	٥
٣٣٥٠١	٩٣١١٠	٥
٣٤٥٠١	٩٣١١٥	٥
٣٥٥٠١	٩٣١٢٠	٥
٣٦٥٠١	٩٣١٢٥	٦
٣٧٥٠١	٩٣١٣١	٥
٣٨٥٠١	٩٣١٣٦	٥
٣٩٥٠١	٩٣١٤١	٥
٤٠٥٠١	٩٣١٤٦	٥
٤١٥٠١	٩٣١٥١	٥
٤٢٥٠١	٩٣١٥٦	٥
٤٣٥٠١	٩٣١٦١	٥
٤٤٥٠١	٩٣١٦٦	٥
٤٥٥٠١	٩٣١٧١	٥
٤٦٥٠١	٩٣١٧٦	٥
٤٧٥٠١	٩٣١٨١	٥
٤٨٥٠١	٩٣١٨٧	٥
٤٩٥٠١	٩٣١٩٢	٥
٥٠٥٠١	٩٣١٩٧	٥

عدد	لوغا	ف
٥١٥٠١	٩٣٢٠٢	٥
٥٢٥٠١	٩٣٢٠٧	٥
٥٣٥٠١	٩٣٢١٢	٥
٥٤٥٠١	٩٣٢١٧	٥
٥٥٥٠١	٩٣٢٢٢	٥
٥٦٥٠١	٩٣٢٢٧	٥
٥٧٥٠١	٩٣٢٣٢	٥
٥٨٥٠١	٩٣٢٣٧	٥
٥٩٥٠١	٩٣٢٤٢	٥
٦٠٥٠١	٩٣٢٤٧	٥
٦١٥٠١	٩٣٢٥٢	٦
٦٢٥٠١	٩٣٢٥٨	٥
٦٣٥٠١	٩٣٢٦٣	٥
٦٤٥٠١	٩٣٢٦٨	٥
٦٥٥٠١	٩٣٢٧٣	٥
٦٦٥٠١	٩٣٢٧٨	٥
٦٧٥٠١	٩٣٢٨٣	٥
٦٨٥٠١	٩٣٢٨٨	٥
٦٩٥٠١	٩٣٢٩٣	٥
٧٠٥٠١	٩٣٢٩٨	٥
٧١٥٠١	٩٣٣٠٣	٥
٧٢٥٠١	٩٣٣٠٨	٥
٧٣٥٠١	٩٣٣١٣	٥
٧٤٥٠١	٩٣٣١٨	٥
٧٥٥٠١	٩٣٣٢٣	٥

عدد	لوغا	ف
٧٦٥٠١	٩٣٣٢٨	٥
٧٧٥٠١	٩٣٣٣٤	٥
٧٨٥٠١	٩٣٣٣٩	٥
٧٩٥٠١	٩٣٣٤٤	٥
٨٠٥٠١	٩٣٣٤٩	٥
٨١٥٠١	٩٣٣٥٤	٥
٨٢٥٠١	٩٣٣٥٩	٥
٨٣٥٠١	٩٣٣٦٤	٥
٨٤٥٠١	٩٣٣٦٩	٥
٨٥٥٠١	٩٣٣٧٤	٥
٨٦٥٠١	٩٣٣٧٩	٥
٨٧٥٠١	٩٣٣٨٤	٥
٨٨٥٠١	٩٣٣٨٩	٥
٨٩٥٠١	٩٣٣٩٤	٥
٩٠٥٠١	٩٣٣٩٩	٥
٩١٥٠١	٩٣٤٠٤	٥
٩٢٥٠١	٩٣٤٠٩	٥
٩٣٥٠١	٩٣٤١٤	٥
٩٤٥٠١	٩٣٤١٩	٥
٩٥٥٠١	٩٣٤٢٥	٥
٩٦٥٠١	٩٣٤٣٠	٥
٩٧٥٠١	٩٣٤٣٥	٥
٩٨٥٠١	٩٣٤٤٠	٥
٩٩٥٠١	٩٣٤٤٥	٥
١٠٠٥٠١	٩٣٤٥٠	٥

عدد	لوغا	ف
٨٦٢٦	٩٣٥٨١	٥
٨٦٢٧	٩٣٥٨٦	٥
٨٦٢٨	٩٣٥٩١	٥
٨٦٢٩	٩٣٥٩٦	٥
٨٦٣٠	٩٣٦٠١	٥
٨٦٣١	٩٣٦٠٦	٥
٨٦٣٢	٩٣٦١١	٥
٨٦٣٣	٩٣٦١٦	٥
٨٦٣٤	٩٣٦٢١	٥
٨٦٣٥	٩٣٦٢٦	٥
٨٦٣٦	٩٣٦٣١	٥
٨٦٣٧	٩٣٦٣٦	٥
٨٦٣٨	٩٣٦٤١	٥
٨٦٣٩	٩٣٦٤٦	٥
٨٦٤٠	٩٣٦٥١	٥
٨٦٤١	٩٣٦٥٦	٥
٨٦٤٢	٩٣٦٦١	٥
٨٦٤٣	٩٣٦٦٦	٥
٨٦٤٤	٩٣٦٧١	٥
٨٦٤٥	٩٣٦٧٦	٥
٨٦٤٦	٩٣٦٨١	٥
٨٦٤٧	٩٣٦٨٦	٥
٨٦٤٨	٩٣٦٩١	٥
٨٦٤٩	٩٣٦٩٦	٥
٨٦٥٠	٩٣٧٠٢	٥

عدد	لوغا	ف
٨٦٥١	٩٣٧٠٧	٥
٨٦٥٢	٩٣٧١٢	٥
٨٦٥٣	٩٣٧١٧	٥
٨٦٥٤	٩٣٧٢٢	٥
٨٦٥٥	٩٣٧٢٧	٥
٨٦٥٦	٩٣٧٣٢	٥
٨٦٥٧	٩٣٧٣٧	٥
٨٦٥٨	٩٣٧٤٢	٥
٨٦٥٩	٩٣٧٤٧	٥
٨٦٦٠	٩٣٧٥٢	٥
٨٦٦١	٩٣٧٥٧	٥
٨٦٦٢	٩٣٧٦٢	٥
٨٦٦٣	٩٣٧٦٧	٥
٨٦٦٤	٩٣٧٧٢	٥
٨٦٦٥	٩٣٧٧٧	٥
٨٦٦٦	٩٣٧٨٢	٥
٨٦٦٧	٩٣٧٨٧	٥
٨٦٦٨	٩٣٧٩٢	٥
٨٦٦٩	٩٣٧٩٧	٥
٨٦٧٠	٩٣٨٠٢	٥

عدد	لوغا	ف
٨٦٧١	٩٣٨٠٧	٥
٨٦٧٢	٩٣٨١٢	٥
٨٦٧٣	٩٣٨١٧	٥
٨٦٧٤	٩٣٨٢٢	٥
٨٦٧٥	٩٣٨٢٧	٥
٨٦٧٦	٩٣٨٣٢	٥
٨٦٧٧	٩٣٨٣٧	٥
٨٦٧٨	٩٣٨٤٢	٥
٨٦٧٩	٩٣٨٤٧	٥
٨٦٨٠	٩٣٨٥٢	٥
٨٦٨١	٩٣٨٥٧	٥
٨٦٨٢	٩٣٨٦٢	٥
٨٦٨٣	٩٣٨٦٧	٥
٨٦٨٤	٩٣٨٧٢	٥
٨٦٨٥	٩٣٨٧٧	٥
٨٦٨٦	٩٣٨٨٢	٥
٨٦٨٧	٩٣٨٨٧	٥
٨٦٨٨	٩٣٨٩٢	٥
٨٦٨٩	٩٣٨٩٧	٥
٨٦٩٠	٩٣٩٠٢	٥

عدد	لوغا	ف
٨٦٩١	٩٣٩٠٧	٥
٨٦٩٢	٩٣٩١٢	٥
٨٦٩٣	٩٣٩١٧	٥
٨٦٩٤	٩٣٩٢٢	٥
٨٦٩٥	٩٣٩٢٧	٥
٨٦٩٦	٩٣٩٣٢	٥
٨٦٩٧	٩٣٩٣٧	٥
٨٦٩٨	٩٣٩٤٢	٥
٨٦٩٩	٩٣٩٤٧	٥
٨٧٠٠	٩٣٩٥٢	٥
٨٧٠١	٩٣٩٥٧	٥
٨٧٠٢	٩٣٩٦٢	٥
٨٧٠٣	٩٣٩٦٧	٥
٨٧٠٤	٩٣٩٧٢	٥
٨٧٠٥	٩٣٩٧٧	٥
٨٧٠٦	٩٣٩٨٢	٥
٨٧٠٧	٩٣٩٨٧	٥
٨٧٠٨	٩٣٩٩٢	٥
٨٧٠٩	٩٣٩٩٧	٥
٨٧١٠	٩٤٠٠٢	٥

عدد	لوغا	ف
٨٧١١	٩٤٠٠٧	٥
٨٧١٢	٩٤٠١٢	٥
٨٧١٣	٩٤٠١٧	٥
٨٧١٤	٩٤٠٢٢	٥
٨٧١٥	٩٤٠٢٧	٥
٨٧١٦	٩٤٠٣٢	٥
٨٧١٧	٩٤٠٣٧	٥
٨٧١٨	٩٤٠٤٢	٥
٨٧١٩	٩٤٠٤٧	٥
٨٧٢٠	٩٤٠٥٢	٥
٨٧٢١	٩٤٠٥٧	٥
٨٧٢٢	٩٤٠٦٢	٥
٨٧٢٣	٩٤٠٦٧	٥
٨٧٢٤	٩٤٠٧٢	٥
٨٧٢٥	٩٤٠٧٧	٥

عدد	لوغا	ف
٨٧٢٦	٩٤٠٨٢	٤
٨٧٢٧	٩٤٠٨٧	٥
٨٧٢٨	٩٤٠٩١	٥
٨٧٢٩	٩٤٠٩٦	٥
٨٧٣٠	٩٤١٠١	٥
٨٧٣١	٩٤١٠٦	٥
٨٧٣٢	٩٤١١١	٥
٨٧٣٣	٩٤١١٦	٥
٨٧٣٤	٩٤١٢١	٥
٨٧٣٥	٩٤١٢٦	٥
٨٧٣٦	٩٤١٣١	٥
٨٧٣٧	٩٤١٣٦	٥
٨٧٣٨	٩٤١٤١	٥
٨٧٣٩	٩٤١٤٦	٥
٨٧٤٠	٩٤١٥١	٥
٨٧٤١	٩٤١٥٦	٥
٨٧٤٢	٩٤١٦١	٥
٨٧٤٣	٩٤١٦٦	٥
٨٧٤٤	٩٤١٧١	٥
٨٧٤٥	٩٤١٧٦	٥
٨٧٤٦	٩٤١٨١	٥
٨٧٤٧	٩٤١٨٦	٥
٨٧٤٨	٩٤١٩١	٥
٨٧٤٩	٩٤١٩٦	٥
٨٧٥٠	٩٤٢٠١	٥

عدد	لوغا	ف
٨٧٥١	٩٤٣٠٦	٥
٨٧٥٢	٩٤٣١١	٥
٨٧٥٣	٩٤٣١٦	٥
٨٧٥٤	٩٤٣٢١	٥
٨٧٥٥	٩٤٣٢٦	٤
٨٧٥٦	٩٤٣٣١	٥
٨٧٥٧	٩٤٣٣٦	٥
٨٧٥٨	٩٤٣٤١	٤
٨٧٥٩	٩٤٣٤٦	٥
٨٧٦٠	٩٤٣٥٠	٥
٨٧٦١	٩٤٣٥٥	٥
٨٧٦٢	٩٤٣٦٠	٥
٨٧٦٣	٩٤٣٦٥	٥
٨٧٦٤	٩٤٣٧٠	٥
٨٧٦٥	٩٤٣٧٥	٥
٨٧٦٦	٩٤٣٨٠	٥
٨٧٦٧	٩٤٣٨٥	٥
٨٧٦٨	٩٤٣٩٠	٥
٨٧٦٩	٩٤٣٩٥	٥
٨٧٧٠	٩٤٤٠٠	٥
٨٧٧١	٩٤٤٠٥	٤
٨٧٧٢	٩٤٤١٠	٥
٨٧٧٣	٩٤٤١٥	٥
٨٧٧٤	٩٤٤٢٠	٥
٨٧٧٥	٩٤٤٢٥	٥
٨٧٧٦	٩٤٤٣٠	٥
٨٧٧٧	٩٤٤٣٥	٥
٨٧٧٨	٩٤٤٤٠	٥
٨٧٧٩	٩٤٤٤٥	٥
٨٧٨٠	٩٤٤٥٠	٥
٨٧٨١	٩٤٤٥٥	٥
٨٧٨٢	٩٤٤٦٠	٥
٨٧٨٣	٩٤٤٦٥	٥
٨٧٨٤	٩٤٤٧٠	٥
٨٧٨٥	٩٤٤٧٥	٥
٨٧٨٦	٩٤٤٨٠	٥
٨٧٨٧	٩٤٤٨٥	٥
٨٧٨٨	٩٤٤٩٠	٥
٨٧٨٩	٩٤٤٩٥	٥
٨٧٩٠	٩٤٥٠٠	٥
٨٧٩١	٩٤٥٠٤	٥
٨٧٩٢	٩٤٥٠٩	٥
٨٧٩٣	٩٤٥١٤	٥
٨٧٩٤	٩٤٥١٩	٥
٨٧٩٥	٩٤٥٢٤	٥
٨٧٩٦	٩٤٥٢٩	٤
٨٧٩٧	٩٤٥٣٣	٥
٨٧٩٨	٩٤٥٣٨	٥
٨٧٩٩	٩٤٥٤٣	٥
٨٨٠٠	٩٤٥٤٨	٥
٨٨٠١	٩٤٥٥٣	٥
٨٨٠٢	٩٤٥٥٨	٥
٨٨٠٣	٩٤٥٦٣	٥
٨٨٠٤	٩٤٥٦٨	٥
٨٨٠٥	٩٤٥٧٣	٤
٨٨٠٦	٩٤٥٧٨	٥
٨٨٠٧	٩٤٥٨٢	٥
٨٨٠٨	٩٤٥٨٧	٥
٨٨٠٩	٩٤٥٩٢	٤
٨٨١٠	٩٤٥٩٧	٥
٨٨١١	٩٤٦٠٢	٥
٨٨١٢	٩٤٦٠٧	٤
٨٨١٣	٩٤٦١٢	٥
٨٨١٤	٩٤٦١٧	٥
٨٨١٥	٩٤٦٢٢	٥
٨٨١٦	٩٤٦٢٧	٥
٨٨١٧	٩٤٦٣٢	٥
٨٨١٨	٩٤٦٣٧	٥
٨٨١٩	٩٤٦٤٢	٥
٨٨٢٠	٩٤٦٤٧	٥
٨٨٢١	٩٤٦٥٢	٥
٨٨٢٢	٩٤٦٥٧	٥
٨٨٢٣	٩٤٦٦٢	٥
٨٨٢٤	٩٤٦٦٧	٥
٨٨٢٥	٩٤٦٧٢	٥
٨٨٢٦	٩٤٦٧٦	٥
٨٨٢٧	٩٤٦٨١	٥
٨٨٢٨	٩٤٦٨٦	٥
٨٨٢٩	٩٤٦٩١	٥
٨٨٣٠	٩٤٦٩٦	٥
٨٨٣١	٩٤٧٠١	٥
٨٨٣٢	٩٤٧٠٦	٥
٨٨٣٣	٩٤٧١١	٥
٨٨٣٤	٩٤٧١٦	٥
٨٨٣٥	٩٤٧٢١	٥
٨٨٣٦	٩٤٧٢٦	٥
٨٨٣٧	٩٤٧٣١	٥
٨٨٣٨	٩٤٧٣٦	٥
٨٨٣٩	٩٤٧٤١	٤
٨٨٤٠	٩٤٧٤٦	٥
٨٨٤١	٩٤٧٥١	٥
٨٨٤٢	٩٤٧٥٦	٥
٨٨٤٣	٩٤٧٦١	٥
٨٨٤٤	٩٤٧٦٦	٥
٨٨٤٥	٩٤٧٧١	٥
٨٨٤٦	٩٤٧٧٦	٥
٨٨٤٧	٩٤٧٨١	٥
٨٨٤٨	٩٤٧٨٦	٥
٨٨٤٩	٩٤٧٩١	٥
٨٨٥٠	٩٤٧٩٦	٥
٨٨٥١	٩٤٨٠١	٥
٨٨٥٢	٩٤٨٠٦	٥
٨٨٥٣	٩٤٨١١	٥
٨٨٥٤	٩٤٨١٦	٥
٨٨٥٥	٩٤٨٢١	٥
٨٨٥٦	٩٤٨٢٦	٥
٨٨٥٧	٩٤٨٣١	٥
٨٨٥٨	٩٤٨٣٦	٥
٨٨٥٩	٩٤٨٤١	٥
٨٨٦٠	٩٤٨٤٦	٥
٨٨٦١	٩٤٨٥١	٥
٨٨٦٢	٩٤٨٥٦	٥
٨٨٦٣	٩٤٨٦١	٥
٨٨٦٤	٩٤٨٦٦	٥
٨٨٦٥	٩٤٨٧١	٥
٨٨٦٦	٩٤٨٧٦	٥
٨٨٦٧	٩٤٨٨١	٥
٨٨٦٨	٩٤٨٨٦	٥
٨٨٦٩	٩٤٨٩١	٥
٨٨٧٠	٩٤٨٩٦	٥
٨٨٧١	٩٤٩٠١	٥
٨٨٧٢	٩٤٩٠٦	٥
٨٨٧٣	٩٤٩١١	٥
٨٨٧٤	٩٤٩١٦	٥
٨٨٧٥	٩٤٩٢١	٥
٨٨٧٦	٩٤٩٢٦	٥
٨٨٧٧	٩٤٩٣١	٥
٨٨٧٨	٩٤٩٣٦	٥
٨٨٧٩	٩٤٩٤١	٥
٨٨٨٠	٩٤٩٤٦	٥
٨٨٨١	٩٤٩٥١	٥
٨٨٨٢	٩٤٩٥٦	٥
٨٨٨٣	٩٤٩٦١	٥
٨٨٨٤	٩٤٩٦٦	٥
٨٨٨٥	٩٤٩٧١	٥
٨٨٨٦	٩٤٩٧٦	٥
٨٨٨٧	٩٤٩٨١	٥
٨٨٨٨	٩٤٩٨٦	٥
٨٨٨٩	٩٤٩٩١	٥
٨٨٩٠	٩٤٩٩٦	٥
٨٨٩١	٩٥٠٠١	٥
٨٨٩٢	٩٥٠٠٦	٥
٨٨٩٣	٩٥٠١١	٥
٨٨٩٤	٩٥٠١٦	٥
٨٨٩٥	٩٥٠٢١	٥
٨٨٩٦	٩٥٠٢٦	٥
٨٨٩٧	٩٥٠٣١	٥
٨٨٩٨	٩٥٠٣٦	٥
٨٨٩٩	٩٥٠٤١	٥
٨٩٠٠	٩٥٠٤٦	٥

عدد	لوغا	ف
٧٨٧٦	٩٣٨٧٢٦	٥
٧٨٧٧	٩٣٨٧٤٧	٥
٧٨٧٨	٩٣٨٧٦٨	٥
٧٨٧٩	٩٣٨٧٨٩	٤
٧٨٨٠	٩٣٨٨١٠	٥
٧٨٨١	٩٣٨٨٣٠	٥
٧٨٨٢	٩٣٨٨٥١	٥
٧٨٨٣	٩٣٨٨٧٢	٥
٧٨٨٤	٩٣٨٨٩٣	٥
٧٨٨٥	٩٣٨٩١٤	٥
٧٨٨٦	٩٣٨٩٣٤	٥
٧٨٨٧	٩٣٨٩٥٥	٥
٧٨٨٨	٩٣٨٩٧٦	٥
٧٨٨٩	٩٣٨٩٩٧	٥
٧٨٩٠	٩٣٩٠١٨	٥
٧٨٩١	٩٣٩٠٣٨	٥
٧٨٩٢	٩٣٩٠٥٩	٥
٧٨٩٣	٩٣٩٠٧٩	٥
٧٨٩٤	٩٣٩٠٩٩	٥
٧٨٩٥	٩٣٩١١٩	٥
٧٨٩٦	٩٣٩١٣٩	٥
٧٨٩٧	٩٣٩١٥٩	٥
٧٨٩٨	٩٣٩١٧٩	٥
٧٨٩٩	٩٣٩١٩٩	٥
٧٩٠٠	٩٣٩٢١٩	٥
٧٩٠١	٩٣٩٢٣٩	٥
٧٩٠٢	٩٣٩٢٥٩	٥
٧٩٠٣	٩٣٩٢٧٩	٥
٧٩٠٤	٩٣٩٢٩٩	٥
٧٩٠٥	٩٣٩٣١٩	٥
٧٩٠٦	٩٣٩٣٣٩	٥
٧٩٠٧	٩٣٩٣٥٩	٥
٧٩٠٨	٩٣٩٣٧٩	٥
٧٩٠٩	٩٣٩٣٩٩	٥
٧٩١٠	٩٣٩٤١٩	٥
٧٩١١	٩٣٩٤٣٩	٥
٧٩١٢	٩٣٩٤٥٩	٥
٧٩١٣	٩٣٩٤٧٩	٥
٧٩١٤	٩٣٩٤٩٩	٥
٧٩١٥	٩٣٩٥١٩	٥
٧٩١٦	٩٣٩٥٣٩	٥
٧٩١٧	٩٣٩٥٥٩	٥
٧٩١٨	٩٣٩٥٧٩	٥
٧٩١٩	٩٣٩٥٩٩	٥
٧٩٢٠	٩٣٩٦١٩	٥
٧٩٢١	٩٣٩٦٣٩	٥
٧٩٢٢	٩٣٩٦٥٩	٥
٧٩٢٣	٩٣٩٦٧٩	٥
٧٩٢٤	٩٣٩٦٩٩	٥
٧٩٢٥	٩٣٩٧١٩	٥
٧٩٢٦	٩٣٩٧٣٩	٥
٧٩٢٧	٩٣٩٧٥٩	٥
٧٩٢٨	٩٣٩٧٧٩	٥
٧٩٢٩	٩٣٩٧٩٩	٥
٧٩٣٠	٩٣٩٨١٩	٥
٧٩٣١	٩٣٩٨٣٩	٥
٧٩٣٢	٩٣٩٨٥٩	٥
٧٩٣٣	٩٣٩٨٧٩	٥
٧٩٣٤	٩٣٩٨٩٩	٥
٧٩٣٥	٩٣٩٩١٩	٥
٧٩٣٦	٩٣٩٩٣٩	٥
٧٩٣٧	٩٣٩٩٥٩	٥
٧٩٣٨	٩٣٩٩٧٩	٥
٧٩٣٩	٩٣٩٩٩٩	٥
٧٩٤٠	٩٤٠١١٩	٥
٧٩٤١	٩٤٠٣٣٩	٥
٧٩٤٢	٩٤٠٥٥٩	٥
٧٩٤٣	٩٤٠٧٧٩	٥
٧٩٤٤	٩٤٠٩٩٩	٥
٧٩٤٥	٩٤١٢١٩	٥
٧٩٤٦	٩٤١٤٣٩	٥
٧٩٤٧	٩٤١٦٥٩	٥
٧٩٤٨	٩٤١٨٧٩	٥
٧٩٤٩	٩٤٢٠٩٩	٥
٧٩٥٠	٩٤٢٣١٩	٥
٧٩٥١	٩٤٢٥٣٩	٥
٧٩٥٢	٩٤٢٧٥٩	٥
٧٩٥٣	٩٤٢٩٧٩	٥
٧٩٥٤	٩٤٣٢٠٠	٥
٧٩٥٥	٩٤٣٤٢٠	٥
٧٩٥٦	٩٤٣٦٤٠	٥
٧٩٥٧	٩٤٣٨٦٠	٥
٧٩٥٨	٩٤٤٠٨٠	٥
٧٩٥٩	٩٤٤٣٠٠	٥
٧٩٦٠	٩٤٤٥٢٠	٥
٧٩٦١	٩٤٤٧٤٠	٥
٧٩٦٢	٩٤٤٩٦٠	٥
٧٩٦٣	٩٤٥١٨٠	٥
٧٩٦٤	٩٤٥٤٠٠	٥
٧٩٦٥	٩٤٥٦٢٠	٥
٧٩٦٦	٩٤٥٨٤٠	٥
٧٩٦٧	٩٤٦٠٦٠	٥
٧٩٦٨	٩٤٦٢٨٠	٥
٧٩٦٩	٩٤٦٥٠٠	٥
٧٩٧٠	٩٤٦٧٢٠	٥
٧٩٧١	٩٤٦٩٤٠	٥
٧٩٧٢	٩٤٧١٦٠	٥
٧٩٧٣	٩٤٧٣٨٠	٥
٧٩٧٤	٩٤٧٦٠٠	٥
٧٩٧٥	٩٤٧٨٢٠	٥
٧٩٧٦	٩٤٨٠٤٠	٥
٧٩٧٧	٩٤٨٢٦٠	٥
٧٩٧٨	٩٤٨٤٨٠	٥
٧٩٧٩	٩٤٨٧٠٠	٥
٧٩٨٠	٩٤٨٩٢٠	٥
٧٩٨١	٩٤٩١٤٠	٥
٧٩٨٢	٩٤٩٣٦٠	٥
٧٩٨٣	٩٤٩٥٨٠	٥
٧٩٨٤	٩٤٩٨٠٠	٥
٧٩٨٥	٩٥٠٠٢٠	٥
٧٩٨٦	٩٥٠٢٤٠	٥
٧٩٨٧	٩٥٠٤٦٠	٥
٧٩٨٨	٩٥٠٦٨٠	٥
٧٩٨٩	٩٥٠٩٠٠	٥
٧٩٩٠	٩٥١١٢٠	٥
٧٩٩١	٩٥١٣٤٠	٥
٧٩٩٢	٩٥١٥٦٠	٥
٧٩٩٣	٩٥١٧٨٠	٥
٧٩٩٤	٩٥٢٠٠٠	٥
٧٩٩٥	٩٥٢٢٢٠	٥
٧٩٩٦	٩٥٢٤٤٠	٥
٧٩٩٧	٩٥٢٦٦٠	٥
٧٩٩٨	٩٥٢٨٨٠	٥
٧٩٩٩	٩٥٣١٠٠	٥
٨٠٠٠	٩٥٣٣٢٠	٥

عدد	لوغا	ف
٩٠٠١	٩٥٤٢٩	٥
٩٠٠٢	٩٥٤٣٤	٥
٩٠٠٣	٩٥٤٣٩	٥
٩٠٠٤	٩٥٤٤٤	٤
٩٠٠٥	٩٥٤٤٨	٥
٩٠٠٦	٩٥٤٥٣	٥
٩٠٠٧	٩٥٤٥٨	٥
٩٠٠٨	٩٥٤٦٣	٥
٩٠٠٩	٩٥٤٦٨	٥
٩٠١٠	٩٥٤٧٢	٤
٩٠١١	٩٥٤٧٧	٥
٩٠١٢	٩٥٤٨٢	٥
٩٠١٣	٩٥٤٨٧	٥
٩٠١٤	٩٥٤٩٢	٥
٩٠١٥	٩٥٤٩٦	٤
٩٠١٦	٩٥٥٠١	٥
٩٠١٧	٩٥٥٠٦	٥
٩٠١٨	٩٥٥١١	٥
٩٠١٩	٩٥٥١٦	٥
٩٠٢٠	٩٥٥٢١	٤
٩٠٢١	٩٥٥٢٥	٥
٩٠٢٢	٩٥٥٣٠	٥
٩٠٢٣	٩٥٥٣٥	٥
٩٠٢٤	٩٥٥٤٠	٥
٩٠٢٥	٩٥٥٤٥	٥

عدد	لوغا	ف
٩٠٢٦	٩٥٥٥٠	٥
٩٠٢٧	٩٥٥٥٥	٤
٩٠٢٨	٩٥٥٥٩	٥
٩٠٢٩	٩٥٥٦٤	٥
٩٠٣٠	٩٥٥٦٩	٥
٩٠٣١	٩٥٥٧٤	٥
٩٠٣٢	٩٥٥٧٨	٤
٩٠٣٣	٩٥٥٨٣	٥
٩٠٣٤	٩٥٥٨٨	٥
٩٠٣٥	٩٥٥٩٣	٥
٩٠٣٦	٩٥٥٩٨	٤
٩٠٣٧	٩٥٦٠٢	٥
٩٠٣٨	٩٥٦٠٧	٥
٩٠٣٩	٩٥٦١٢	٥
٩٠٤٠	٩٥٦١٧	٥
٩٠٤١	٩٥٦٢٢	٤
٩٠٤٢	٩٥٦٢٦	٥
٩٠٤٣	٩٥٦٣١	٥
٩٠٤٤	٩٥٦٣٦	٥
٩٠٤٥	٩٥٦٤١	٥
٩٠٤٦	٩٥٦٤٦	٤
٩٠٤٧	٩٥٦٥٠	٥
٩٠٤٨	٩٥٦٥٥	٥
٩٠٤٩	٩٥٦٦٠	٥
٩٠٥٠	٩٥٦٦٥	٥

عدد	لوغا	ف
٩٠٥١	٩٥٦٧٠	٥
٩٠٥٢	٩٥٦٧٤	٤
٩٠٥٣	٩٥٦٧٩	٥
٩٠٥٤	٩٥٦٨٤	٥
٩٠٥٥	٩٥٦٨٩	٥
٩٠٥٦	٩٥٦٩٤	٥
٩٠٥٧	٩٥٦٩٨	٤
٩٠٥٨	٩٥٧٠٣	٥
٩٠٥٩	٩٥٧٠٨	٥
٩٠٦٠	٩٥٧١٣	٥
٩٠٦١	٩٥٧١٨	٤
٩٠٦٢	٩٥٧٢٢	٥
٩٠٦٣	٩٥٧٢٧	٥
٩٠٦٤	٩٥٧٣٢	٥
٩٠٦٥	٩٥٧٣٧	٥
٩٠٦٦	٩٥٧٤٢	٤
٩٠٦٧	٩٥٧٤٦	٥
٩٠٦٨	٩٥٧٥١	٥
٩٠٦٩	٩٥٧٥٦	٥
٩٠٧٠	٩٥٧٦١	٥
٩٠٧١	٩٥٧٦٦	٤
٩٠٧٢	٩٥٧٧٠	٥
٩٠٧٣	٩٥٧٧٥	٥
٩٠٧٤	٩٥٧٨٠	٥
٩٠٧٥	٩٥٧٨٥	٥

عدد	لوغا	ف
٩٠٧٦	٩٥٧٨٩	٤
٩٠٧٧	٩٥٧٩٤	٥
٩٠٧٨	٩٥٧٩٩	٥
٩٠٧٩	٩٥٨٠٤	٥
٩٠٨٠	٩٥٨٠٩	٥
٩٠٨١	٩٥٨١٣	٤
٩٠٨٢	٩٥٨١٨	٥
٩٠٨٣	٩٥٨٢٣	٥
٩٠٨٤	٩٥٨٢٨	٥
٩٠٨٥	٩٥٨٣٣	٥
٩٠٨٦	٩٥٨٣٧	٤
٩٠٨٧	٩٥٨٤٢	٥
٩٠٨٨	٩٥٨٤٧	٥
٩٠٨٩	٩٥٨٥٢	٥
٩٠٩٠	٩٥٨٥٧	٤
٩٠٩١	٩٥٨٦١	٥
٩٠٩٢	٩٥٨٦٦	٥
٩٠٩٣	٩٥٨٧١	٥
٩٠٩٤	٩٥٨٧٦	٥
٩٠٩٥	٩٥٨٨٠	٤
٩٠٩٦	٩٥٨٨٥	٥
٩٠٩٧	٩٥٨٩٠	٥
٩٠٩٨	٩٥٨٩٥	٥
٩٠٩٩	٩٥٨٩٩	٥
٩١٠٠	٩٥٩٠٤	٤

عدد	لوغا	ف
٩١٠١	٩٥٩٠٩	٥
٩١٠٢	٩٥٩١٤	٥
٩١٠٣	٩٥٩١٨	٤
٩١٠٤	٩٥٩٢٣	٥
٩١٠٥	٩٥٩٢٨	٥
٩١٠٦	٩٥٩٣٣	٥
٩١٠٧	٩٥٩٣٨	٥
٩١٠٨	٩٥٩٤٣	٤
٩١٠٩	٩٥٩٤٧	٥
٩١١٠	٩٥٩٥٢	٥
٩١١١	٩٥٩٥٧	٥
٩١١٢	٩٥٩٦١	٤
٩١١٣	٩٥٩٦٦	٥
٩١١٤	٩٥٩٧١	٥
٩١١٥	٩٥٩٧٦	٥
٩١١٦	٩٥٩٨٠	٤
٩١١٧	٩٥٩٨٥	٥
٩١١٨	٩٥٩٩٠	٥
٩١١٩	٩٥٩٩٥	٥
٩١٢٠	٩٥٩٩٩	٤
٩١٢١	٩٦٠٠٤	٥
٩١٢٢	٩٦٠٠٩	٥
٩١٢٣	٩٦٠١٤	٥
٩١٢٤	٩٦٠١٩	٤
٩١٢٥	٩٦٠٢٣	٥

عدد	لوغا	ف
٩١٢٦	٩٦٠٢٨	٣
٩١٢٧	٩٦٠٣٣	٥
٩١٢٨	٩٦٠٣٨	٥
٩١٢٩	٩٦٠٤٣	٣
٩١٣٠	٩٦٠٤٧	٥
٩١٣١	٩٦٠٥٢	٣
٩١٣٢	٩٦٠٥٧	٣
٩١٣٣	٩٦٠٦١	٣
٩١٣٤	٩٦٠٦٦	٥
٩١٣٥	٩٦٠٧١	٥
٩١٣٦	٩٦٠٧٦	٣
٩١٣٧	٩٦٠٨٠	٣
٩١٣٨	٩٦٠٨٥	٥
٩١٣٩	٩٦٠٩٠	٥
٩١٤٠	٩٦٠٩٥	٣
٩١٤١	٩٦٠٩٩	٥
٩١٤٢	٩٦١٠٤	٣
٩١٤٣	٩٦١٠٩	٣
٩١٤٤	٩٦١١٣	٥
٩١٤٥	٩٦١١٨	٣
٩١٤٦	٩٦١٢٣	٣
٩١٤٧	٩٦١٢٨	٣
٩١٤٨	٩٦١٣٢	٥
٩١٤٩	٩٦١٣٧	٣
٩١٥٠	٩٦١٤٢	٣
٩١٥١	٩٦١٤٧	٣
٩١٥٢	٩٦١٥١	٥
٩١٥٣	٩٦١٥٦	٣
٩١٥٤	٩٦١٦١	٣
٩١٥٥	٩٦١٦٦	٣
٩١٥٦	٩٦١٧٠	٥
٩١٥٧	٩٦١٧٥	٣
٩١٥٨	٩٦١٨٠	٣
٩١٥٩	٩٦١٨٥	٣
٩١٦٠	٩٦١٩٠	٥
٩١٦١	٩٦١٩٤	٣
٩١٦٢	٩٦١٩٩	٣
٩١٦٣	٩٦٢٠٤	٣
٩١٦٤	٩٦٢٠٩	٣
٩١٦٥	٩٦٢١٤	٣
٩١٦٦	٩٦٢١٨	٣
٩١٦٧	٩٦٢٢٣	٣
٩١٦٨	٩٦٢٢٨	٣
٩١٦٩	٩٦٢٣٣	٣
٩١٧٠	٩٦٢٣٨	٣
٩١٧١	٩٦٢٤٣	٣
٩١٧٢	٩٦٢٤٨	٣
٩١٧٣	٩٦٢٥٢	٣
٩١٧٤	٩٦٢٥٧	٣
٩١٧٥	٩٦٢٦٢	٣
٩١٧٦	٩٦٢٦٧	٣
٩١٧٧	٩٦٢٧٢	٣
٩١٧٨	٩٦٢٧٧	٣
٩١٧٩	٩٦٢٨٢	٣
٩١٨٠	٩٦٢٨٧	٣
٩١٨١	٩٦٢٩٢	٣
٩١٨٢	٩٦٢٩٧	٣
٩١٨٣	٩٦٣٠٢	٣
٩١٨٤	٩٦٣٠٧	٣
٩١٨٥	٩٦٣١٢	٣
٩١٨٦	٩٦٣١٧	٣
٩١٨٧	٩٦٣٢٢	٣
٩١٨٨	٩٦٣٢٧	٣
٩١٨٩	٩٦٣٣٢	٣
٩١٩٠	٩٦٣٣٧	٣
٩١٩١	٩٦٣٤٢	٣
٩١٩٢	٩٦٣٤٧	٣
٩١٩٣	٩٦٣٥٢	٣
٩١٩٤	٩٦٣٥٧	٣
٩١٩٥	٩٦٣٦٢	٣
٩١٩٦	٩٦٣٦٧	٣
٩١٩٧	٩٦٣٧٢	٣
٩١٩٨	٩٦٣٧٧	٣
٩١٩٩	٩٦٣٨٢	٣
٩٢٠٠	٩٦٣٨٧	٣
٩٢٠١	٩٦٣٩٢	٣
٩٢٠٢	٩٦٣٩٧	٣
٩٢٠٣	٩٦٤٠٢	٣
٩٢٠٤	٩٦٤٠٧	٣
٩٢٠٥	٩٦٤١٢	٣
٩٢٠٦	٩٦٤١٧	٣
٩٢٠٧	٩٦٤٢١	٣
٩٢٠٨	٩٦٤٢٦	٣
٩٢٠٩	٩٦٤٣١	٣
٩٢١٠	٩٦٤٣٦	٣
٩٢١١	٩٦٤٤١	٣
٩٢١٢	٩٦٤٤٦	٣
٩٢١٣	٩٦٤٥١	٣
٩٢١٤	٩٦٤٥٦	٣
٩٢١٥	٩٦٤٦١	٣
٩٢١٦	٩٦٤٦٦	٣
٩٢١٧	٩٦٤٧١	٣
٩٢١٨	٩٦٤٧٦	٣
٩٢١٩	٩٦٤٨١	٣
٩٢٢٠	٩٦٤٨٦	٣
٩٢٢١	٩٦٤٩١	٣
٩٢٢٢	٩٦٤٩٦	٣
٩٢٢٣	٩٦٥٠١	٣
٩٢٢٤	٩٦٥٠٦	٣
٩٢٢٥	٩٦٥١٠	٣
٩٢٢٦	٩٦٥١٥	٣
٩٢٢٧	٩٦٥٢٠	٣
٩٢٢٨	٩٦٥٢٥	٣
٩٢٢٩	٩٦٥٣٠	٣
٩٢٣٠	٩٦٥٣٥	٣
٩٢٣١	٩٦٥٤٠	٣
٩٢٣٢	٩٦٥٤٥	٣
٩٢٣٣	٩٦٥٥٠	٣
٩٢٣٤	٩٦٥٥٥	٣
٩٢٣٥	٩٦٥٦٠	٣
٩٢٣٦	٩٦٥٦٥	٣
٩٢٣٧	٩٦٥٧٠	٣
٩٢٣٨	٩٦٥٧٥	٣
٩٢٣٩	٩٦٥٨٠	٣
٩٢٤٠	٩٦٥٨٥	٣
٩٢٤١	٩٦٥٩٠	٣
٩٢٤٢	٩٦٥٩٥	٣
٩٢٤٣	٩٦٦٠٠	٣
٩٢٤٤	٩٦٦٠٥	٣
٩٢٤٥	٩٦٦١٠	٣
٩٢٤٦	٩٦٦١٥	٣
٩٢٤٧	٩٦٦٢٠	٣
٩٢٤٨	٩٦٦٢٥	٣
٩٢٤٩	٩٦٦٣٠	٣
٩٢٥٠	٩٦٦٣٥	٣
٩٢٥١	٩٦٦٤٠	٣
٩٢٥٢	٩٦٦٤٥	٣
٩٢٥٣	٩٦٦٥٠	٣
٩٢٥٤	٩٦٦٥٥	٣
٩٢٥٥	٩٦٦٦٠	٣
٩٢٥٦	٩٦٦٦٥	٣
٩٢٥٧	٩٦٦٧٠	٣
٩٢٥٨	٩٦٦٧٥	٣
٩٢٥٩	٩٦٦٨٠	٣
٩٢٦٠	٩٦٦٨٥	٣
٩٢٦١	٩٦٦٩٠	٣
٩٢٦٢	٩٦٦٩٥	٣
٩٢٦٣	٩٦٧٠٠	٣
٩٢٦٤	٩٦٧٠٥	٣
٩٢٦٥	٩٦٧١٠	٣
٩٢٦٦	٩٦٧١٥	٣
٩٢٦٧	٩٦٧٢٠	٣
٩٢٦٨	٩٦٧٢٥	٣
٩٢٦٩	٩٦٧٣٠	٣
٩٢٧٠	٩٦٧٣٥	٣
٩٢٧١	٩٦٧٤٠	٣
٩٢٧٢	٩٦٧٤٥	٣
٩٢٧٣	٩٦٧٥٠	٣
٩٢٧٤	٩٦٧٥٥	٣
٩٢٧٥	٩٦٧٦٠	٣
٩٢٧٦	٩٦٧٦٥	٣
٩٢٧٧	٩٦٧٧٠	٣
٩٢٧٨	٩٦٧٧٥	٣
٩٢٧٩	٩٦٧٨٠	٣
٩٢٨٠	٩٦٧٨٥	٣
٩٢٨١	٩٦٧٩٠	٣
٩٢٨٢	٩٦٧٩٥	٣
٩٢٨٣	٩٦٨٠٠	٣
٩٢٨٤	٩٦٨٠٥	٣
٩٢٨٥	٩٦٨١٠	٣
٩٢٨٦	٩٦٨١٥	٣
٩٢٨٧	٩٦٨٢٠	٣
٩٢٨٨	٩٦٨٢٥	٣
٩٢٨٩	٩٦٨٣٠	٣
٩٢٩٠	٩٦٨٣٥	٣
٩٢٩١	٩٦٨٤٠	٣
٩٢٩٢	٩٦٨٤٥	٣
٩٢٩٣	٩٦٨٥٠	٣
٩٢٩٤	٩٦٨٥٥	٣
٩٢٩٥	٩٦٨٦٠	٣
٩٢٩٦	٩٦٨٦٥	٣
٩٢٩٧	٩٦٨٧٠	٣
٩٢٩٨	٩٦٨٧٥	٣
٩٢٩٩	٩٦٨٨٠	٣
٩٣٠٠	٩٦٨٨٥	٣

ف	عدد	لوغا
٥	٩٣٥١	٩٧٠٨٧
٤	٩٣٥٢	٩٧٠٩٠
٥	٩٣٥٣	٩٧٠٩٥
٥	٩٣٥٤	٩٧١٠٠
٤	٩٣٥٥	٩٧١٠٤
٥	٩٣٥٦	٩٧١٠٩
٥	٩٣٥٧	٩٧١١٤
٥	٩٣٥٨	٩٧١١٨
٥	٩٣٥٩	٩٧١٢٣
٤	٩٣٦٠	٩٧١٢٨
٤	٩٣٦١	٩٧١٣٢
٥	٩٣٦٢	٩٧١٣٧
٥	٩٣٦٣	٩٧١٤٢
٥	٩٣٦٤	٩٧١٤٦
٤	٩٣٦٥	٩٧١٥١
٤	٩٣٦٦	٩٧١٥٦
٥	٩٣٦٧	٩٧١٦٠
٥	٩٣٦٨	٩٧١٦٥
٥	٩٣٦٩	٩٧١٦٩
٤	٩٣٧٠	٩٧١٧٤
٤	٩٣٧١	٩٧١٧٩
٥	٩٣٧٢	٩٧١٨٣
٥	٩٣٧٣	٩٧١٨٨
٥	٩٣٧٤	٩٧١٩٢
٤	٩٣٧٥	٩٧١٩٧

ف	عدد	لوغا
٥	٩٣٧٦	٩٧٢٠١
٤	٩٣٧٧	٩٧٢٠٦
٥	٩٣٧٨	٩٧٢١٠
٥	٩٣٧٩	٩٧٢١٥
٥	٩٣٨٠	٩٧٢١٩
٤	٩٣٨١	٩٧٢٢٤
٥	٩٣٨٢	٩٧٢٢٨
٥	٩٣٨٣	٩٧٢٣٣
٥	٩٣٨٤	٩٧٢٣٨
٤	٩٣٨٥	٩٧٢٤٢
٤	٩٣٨٦	٩٧٢٤٧
٥	٩٣٨٧	٩٧٢٥١
٥	٩٣٨٨	٩٧٢٥٦
٥	٩٣٨٩	٩٧٢٦٠
٤	٩٣٩٠	٩٧٢٦٥
٤	٩٣٩١	٩٧٢٦٩
٥	٩٣٩٢	٩٧٢٧٤
٥	٩٣٩٣	٩٧٢٧٨
٥	٩٣٩٤	٩٧٢٨٣
٤	٩٣٩٥	٩٧٢٨٨
٤	٩٣٩٦	٩٧٢٩٢
٥	٩٣٩٧	٩٧٢٩٧
٥	٩٣٩٨	٩٧٣٠١
٥	٩٣٩٩	٩٧٣٠٦
٤	٩٤٠٠	٩٧٣١٠

ف	عدد	لوغا
٥	٩٤٠١	٩٧٣١٥
٤	٩٤٠٢	٩٧٣١٩
٥	٩٤٠٣	٩٧٣٢٤
٥	٩٤٠٤	٩٧٣٢٨
٥	٩٤٠٥	٩٧٣٣٣
٤	٩٤٠٦	٩٧٣٣٨
٥	٩٤٠٧	٩٧٣٤٢
٥	٩٤٠٨	٩٧٣٤٧
٥	٩٤٠٩	٩٧٣٥١
٤	٩٤١٠	٩٧٣٥٦
٤	٩٤١١	٩٧٣٦٠
٥	٩٤١٢	٩٧٣٦٥
٥	٩٤١٣	٩٧٣٦٩
٥	٩٤١٤	٩٧٣٧٤
٤	٩٤١٥	٩٧٣٧٨
٤	٩٤١٦	٩٧٣٨٣
٥	٩٤١٧	٩٧٣٨٨
٥	٩٤١٨	٩٧٣٩٢
٥	٩٤١٩	٩٧٣٩٧
٤	٩٤٢٠	٩٧٤٠١

ف	عدد	لوغا
٥	٩٤٢١	٩٧٤٠٦
٤	٩٤٢٢	٩٧٤١٠
٥	٩٤٢٣	٩٧٤١٥
٥	٩٤٢٤	٩٧٤١٩
٥	٩٤٢٥	٩٧٤٢٤
٤	٩٤٢٦	٩٧٤٢٨
٥	٩٤٢٧	٩٧٤٣٣
٥	٩٤٢٨	٩٧٤٣٨
٥	٩٤٢٩	٩٧٤٤٢
٤	٩٤٣٠	٩٧٤٤٧
٤	٩٤٣١	٩٧٤٥١
٥	٩٤٣٢	٩٧٤٥٦
٥	٩٤٣٣	٩٧٤٦٠
٥	٩٤٣٤	٩٧٤٦٥
٤	٩٤٣٥	٩٧٤٦٩
٤	٩٤٣٦	٩٧٤٧٤
٥	٩٤٣٧	٩٧٤٧٨
٥	٩٤٣٨	٩٧٤٨٣
٥	٩٤٣٩	٩٧٤٨٨
٤	٩٤٤٠	٩٧٤٩٢

ف	عدد	لوغا
٥	٩٤٤١	٩٧٤٩٧
٤	٩٤٤٢	٩٧٥٠١
٥	٩٤٤٣	٩٧٥٠٦
٥	٩٤٤٤	٩٧٥١٠
٥	٩٤٤٥	٩٧٥١٥
٤	٩٤٤٦	٩٧٥١٩
٥	٩٤٤٧	٩٧٥٢٤
٥	٩٤٤٨	٩٧٥٢٨
٥	٩٤٤٩	٩٧٥٣٣
٤	٩٤٥٠	٩٧٥٣٨
٤	٩٤٥١	٩٧٥٤٢
٥	٩٤٥٢	٩٧٥٤٧
٥	٩٤٥٣	٩٧٥٥١
٥	٩٤٥٤	٩٧٥٥٦
٤	٩٤٥٥	٩٧٥٦٠
٤	٩٤٥٦	٩٧٥٦٥
٥	٩٤٥٧	٩٧٥٦٩
٥	٩٤٥٨	٩٧٥٧٤
٥	٩٤٥٩	٩٧٥٧٨
٤	٩٤٦٠	٩٧٥٨٣

عدد	لوغا	ف
٩٣٧٦	٩٧٢٠٢	٥
٩٣٧٧	٩٧٢٠٦	٣
٩٣٧٨	٩٧١١٧	٣
٩٣٧٩	٩٧١٢٦	٣
٩٣٨٠	٩٧٢٢٠	٣
٩٣٨١	٩٧٢٢٥	٥
٩٣٨٢	٩٧٢٣٠	٣
٩٣٨٣	٩٧٢٣٤	٣
٩٣٨٤	٩٧٢٣٩	٣
٩٣٨٥	٩٧٢٤٣	٣
٩٣٨٦	٩٧٢٤٨	٥
٩٣٨٧	٩٧٢٥٢	٣
٩٣٨٨	٩٧٢٥٧	٣
٩٣٨٩	٩٧٢٦٢	٣
٩٣٩٠	٩٧٢٦٧	٣
٩٣٩١	٩٧٢٧١	٥
٩٣٩٢	٩٧٢٧٦	٣
٩٣٩٣	٩٧٢٨٠	٣
٩٣٩٤	٩٧٢٨٥	٣
٩٣٩٥	٩٧٢٩٠	٣
٩٣٩٦	٩٧٢٩٤	٥
٩٣٩٧	٩٧٢٩٩	٣
٩٣٩٨	٩٧٣٠٣	٣
٩٣٩٩	٩٧٣٠٨	٣
٩٤٠٠	٩٧٣١٣	٥

عدد	لوغا	ف
٩٤٠١	٩٧٣١٧	٣
٩٤٠٢	٩٧٣٢٢	٣
٩٤٠٣	٩٧٣٢٧	٣
٩٤٠٤	٩٧٣٣١	٣
٩٤٠٥	٩٧٣٣٦	٣
٩٤٠٦	٩٧٣٤٠	٥
٩٤٠٧	٩٧٣٤٥	٣
٩٤٠٨	٩٧٣٤٩	٣
٩٤٠٩	٩٧٣٥٤	٣
٩٤١٠	٩٧٣٥٩	٣
٩٤١١	٩٧٣٦٣	٥
٩٤١٢	٩٧٣٦٨	٣
٩٤١٣	٩٧٣٧٢	٣
٩٤١٤	٩٧٣٧٧	٣
٩٤١٥	٩٧٣٨٢	٣
٩٤١٦	٩٧٣٨٦	٥
٩٤١٧	٩٧٣٩١	٣
٩٤١٨	٩٧٣٩٥	٣
٩٤١٩	٩٧٤٠٠	٣
٩٤٢٠	٩٧٤٠٥	٣
٩٤٢١	٩٧٤٠٩	٥
٩٤٢٢	٩٧٤١٤	٣
٩٤٢٣	٩٧٤١٨	٣
٩٤٢٤	٩٧٤٢٣	٣
٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٣

عدد	لوغا	ف
٩٤٢٦	٩٧٤٣٢	٥
٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٣
٩٤٢٨	٩٧٤٤١	٣
٩٤٢٩	٩٧٤٤٦	٣
٩٤٣٠	٩٧٤٥٠	٣
٩٤٣١	٩٧٤٥٥	٥
٩٤٣٢	٩٧٤٥٩	٣
٩٤٣٣	٩٧٤٦٤	٣
٩٤٣٤	٩٧٤٦٨	٣
٩٤٣٥	٩٧٤٧٣	٣
٩٤٣٦	٩٧٤٧٧	٥
٩٤٣٧	٩٧٤٨٢	٣
٩٤٣٨	٩٧٤٨٦	٣
٩٤٣٩	٩٧٤٩١	٣
٩٤٤٠	٩٧٤٩٥	٣
٩٤٤١	٩٧٥٠٠	٥
٩٤٤٢	٩٧٥٠٤	٣
٩٤٤٣	٩٧٥٠٩	٣
٩٤٤٤	٩٧٥١٣	٣
٩٤٤٥	٩٧٥١٨	٣
٩٤٤٦	٩٧٥٢٢	٥
٩٤٤٧	٩٧٥٢٧	٣
٩٤٤٨	٩٧٥٣١	٣
٩٤٤٩	٩٧٥٣٦	٣
٩٤٥٠	٩٧٥٤٠	٣

عدد	لوغا	ف
٩٤٥١	٩٧٥٤٥	٥
٩٤٥٢	٩٧٥٤٩	٣
٩٤٥٣	٩٧٥٥٤	٣
٩٤٥٤	٩٧٥٥٨	٣
٩٤٥٥	٩٧٥٦٣	٣
٩٤٥٦	٩٧٥٦٧	٥
٩٤٥٧	٩٧٥٧٢	٣
٩٤٥٨	٩٧٥٧٦	٣
٩٤٥٩	٩٧٥٨١	٣
٩٤٦٠	٩٧٥٨٥	٣
٩٤٦١	٩٧٥٩٠	٥
٩٤٦٢	٩٧٥٩٤	٣
٩٤٦٣	٩٧٥٩٩	٣
٩٤٦٤	٩٧٦٠٣	٣
٩٤٦٥	٩٧٦٠٨	٣
٩٤٦٦	٩٧٦١٢	٥
٩٤٦٧	٩٧٦١٧	٣
٩٤٦٨	٩٧٦٢١	٣
٩٤٦٩	٩٧٦٢٦	٣
٩٤٧٠	٩٧٦٣٠	٣
٩٤٧١	٩٧٦٣٥	٥
٩٤٧٢	٩٧٦٣٩	٣
٩٤٧٣	٩٧٦٤٤	٣
٩٤٧٤	٩٧٦٤٨	٣
٩٤٧٥	٩٧٦٥٣	٣

عدد	لوغا	ف
٩٤٧٦	٩٧٦٥٧	٥
٩٤٧٧	٩٧٦٦٢	٣
٩٤٧٨	٩٧٦٦٦	٣
٩٤٧٩	٩٧٦٧١	٣
٩٤٨٠	٩٧٦٧٥	٣
٩٤٨١	٩٧٦٨٠	٥
٩٤٨٢	٩٧٦٨٤	٣
٩٤٨٣	٩٧٦٨٩	٣
٩٤٨٤	٩٧٦٩٣	٣
٩٤٨٥	٩٧٦٩٨	٣
٩٤٨٦	٩٧٧٠٢	٥
٩٤٨٧	٩٧٧٠٧	٣
٩٤٨٨	٩٧٧١١	٣
٩٤٨٩	٩٧٧١٦	٣
٩٤٩٠	٩٧٧٢٠	٣
٩٤٩١	٩٧٧٢٥	٥
٩٤٩٢	٩٧٧٢٩	٣
٩٤٩٣	٩٧٧٣٤	٣
٩٤٩٤	٩٧٧٣٨	٣
٩٤٩٥	٩٧٧٤٣	٣
٩٤٩٦	٩٧٧٤٧	٥
٩٤٩٧	٩٧٧٥٢	٣
٩٤٩٨	٩٧٧٥٦	٣
٩٤٩٩	٩٧٧٦١	٣
٩٥٠٠	٩٧٧٦٥	٣

عدد	لوغا	ف
٩٢٥١	٩٧٠٨٦	٥
٩٢٥٢	٩٧٠٩٠	٤
٩٢٥٣	٩٧٠٩٥	٠
٩٢٥٤	٩٧١٠٠	٠
٩٢٥٥	٩٧١٠٤	٤
٩٢٥٦	٩٧١٠٩	٠
٩٢٥٧	٩٧١١٤	٠
٩٢٥٨	٩٧١١٨	٤
٩٢٥٩	٩٧١٢٣	٠
٩٢٦٠	٩٧١٢٨	٤
٩٢٦١	٩٧١٣٢	٠
٩٢٦٢	٩٧١٣٧	٠
٩٢٦٣	٩٧١٤٢	٤
٩٢٦٤	٩٧١٤٦	٠
٩٢٦٥	٩٧١٥١	٠
٩٢٦٦	٩٧١٥٥	٤
٩٢٦٧	٩٧١٦٠	٠
٩٢٦٨	٩٧١٦٤	٠
٩٢٦٩	٩٧١٦٩	٤
٩٢٧٠	٩٧١٧٣	٠
٩٢٧١	٩٧١٧٨	٠
٩٢٧٢	٩٧١٨٣	٤
٩٢٧٣	٩٧١٨٧	٠
٩٢٧٤	٩٧١٩٢	٠
٩٢٧٥	٩٧١٩٦	٤

عدد	لوغا	ف
٩٢٧٦	٩٧٢٠١	٠
٩٢٧٧	٩٧٢٠٥	٤
٩٢٧٨	٩٧٢١٠	٠
٩٢٧٩	٩٧٢١٤	٠
٩٢٨٠	٩٧٢١٩	٤
٩٢٨١	٩٧٢٢٣	٠
٩٢٨٢	٩٧٢٢٨	٠
٩٢٨٣	٩٧٢٣٢	٤
٩٢٨٤	٩٧٢٣٧	٠
٩٢٨٥	٩٧٢٤١	٠
٩٢٨٦	٩٧٢٤٦	٤
٩٢٨٧	٩٧٢٥٠	٠
٩٢٨٨	٩٧٢٥٥	٠
٩٢٨٩	٩٧٢٥٩	٤
٩٢٩٠	٩٧٢٦٤	٠
٩٢٩١	٩٧٢٦٨	٠
٩٢٩٢	٩٧٢٧٣	٤
٩٢٩٣	٩٧٢٧٧	٠
٩٢٩٤	٩٧٢٨٢	٠
٩٢٩٥	٩٧٢٨٦	٤

عدد	لوغا	ف
٩٢٩٦	٩٧٢٩١	٠
٩٢٩٧	٩٧٢٩٥	٤
٩٢٩٨	٩٧٣٠٠	٠
٩٢٩٩	٩٧٣٠٤	٠
٩٣٠٠	٩٧٣٠٩	٤
٩٣٠١	٩٧٣١٣	٠
٩٣٠٢	٩٧٣١٨	٠
٩٣٠٣	٩٧٣٢٢	٤
٩٣٠٤	٩٧٣٢٧	٠
٩٣٠٥	٩٧٣٣١	٠
٩٣٠٦	٩٧٣٣٦	٤
٩٣٠٧	٩٧٣٤٠	٠
٩٣٠٨	٩٧٣٤٥	٠
٩٣٠٩	٩٧٣٤٩	٤
٩٣١٠	٩٧٣٥٤	٠
٩٣١١	٩٧٣٥٨	٠
٩٣١٢	٩٧٣٦٣	٤
٩٣١٣	٩٧٣٦٧	٠
٩٣١٤	٩٧٣٧٢	٠
٩٣١٥	٩٧٣٧٦	٤

عدد	لوغا	ف
٩٣١٦	٩٧٣٨١	٠
٩٣١٧	٩٧٣٨٥	٤
٩٣١٨	٩٧٣٩٠	٠
٩٣١٩	٩٧٣٩٤	٠
٩٣٢٠	٩٧٣٩٩	٤
٩٣٢١	٩٧٤٠٣	٠
٩٣٢٢	٩٧٤٠٨	٠
٩٣٢٣	٩٧٤١٢	٤
٩٣٢٤	٩٧٤١٧	٠
٩٣٢٥	٩٧٤٢١	٠
٩٣٢٦	٩٧٤٢٦	٤
٩٣٢٧	٩٧٤٣٠	٠
٩٣٢٨	٩٧٤٣٥	٠
٩٣٢٩	٩٧٤٣٩	٤
٩٣٣٠	٩٧٤٤٤	٠
٩٣٣١	٩٧٤٤٨	٠
٩٣٣٢	٩٧٤٥٣	٤
٩٣٣٣	٩٧٤٥٧	٠
٩٣٣٤	٩٧٤٦٢	٠
٩٣٣٥	٩٧٤٦٦	٤

عدد	لوغا	ف
٩٣٧٦	٩٧٢٠٢	٠
٩٣٧٧	٩٧٢٠٦	٣
٩٣٧٨	٩٧٢١١	٠
٩٣٧٩	٩٧٢١٦	٣
٩٣٨٠	٩٧٢٢٠	٠
٩٣٨١	٩٧٢٢٥	٣
٩٣٨٢	٩٧٢٣٠	٠
٩٣٨٣	٩٧٢٣٤	٣
٩٣٨٤	٩٧٢٣٩	٠
٩٣٨٥	٩٧٢٤٣	٣
٩٣٨٦	٩٧٢٤٨	٠
٩٣٨٧	٩٧٢٥٢	٣
٩٣٨٨	٩٧٢٥٧	٠
٩٣٨٩	٩٧٢٦٢	٣
٩٣٩٠	٩٧٢٦٧	٠
٩٣٩١	٩٧٢٧١	٣
٩٣٩٢	٩٧٢٧٦	٠
٩٣٩٣	٩٧٢٨٠	٣
٩٣٩٤	٩٧٢٨٥	٠
٩٣٩٥	٩٧٢٩٠	٣
٩٣٩٦	٩٧٢٩٤	٠
٩٣٩٧	٩٧٢٩٩	٣
٩٣٩٨	٩٧٣٠٣	٠
٩٣٩٩	٩٧٣٠٨	٣
٩٤٠٠	٩٧٣١٢	٠

عدد	لوغا	ف
٩٤٠١	٩٧٣١٧	٣
٩٤٠٢	٩٧٣٢٢	٠
٩٤٠٣	٩٧٣٢٧	٣
٩٤٠٤	٩٧٣٣١	٠
٩٤٠٥	٩٧٣٣٦	٣
٩٤٠٦	٩٧٣٤٠	٠
٩٤٠٧	٩٧٣٤٥	٣
٩٤٠٨	٩٧٣٥٠	٠
٩٤٠٩	٩٧٣٥٤	٣
٩٤١٠	٩٧٣٥٩	٠
٩٤١١	٩٧٣٦٤	٣
٩٤١٢	٩٧٣٦٨	٠
٩٤١٣	٩٧٣٧٣	٣
٩٤١٤	٩٧٣٧٧	٠
٩٤١٥	٩٧٣٨٢	٣
٩٤١٦	٩٧٣٨٧	٠
٩٤١٧	٩٧٣٩١	٣
٩٤١٨	٩٧٣٩٦	٠
٩٤١٩	٩٧٤٠٠	٣
٩٤٢٠	٩٧٤٠٥	٠
٩٤٢١	٩٧٤١٠	٣
٩٤٢٢	٩٧٤١٤	٠
٩٤٢٣	٩٧٤١٩	٣
٩٤٢٤	٩٧٤٢٣	٠
٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٣
٩٤٢٦	٩٧٤٣٢	٠
٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٣
٩٤٢٨	٩٧٤٤١	٠
٩٤٢٩	٩٧٤٤٦	٣
٩٤٣٠	٩٧٤٥١	٠

عدد	لوغا	ف
٩٤٣١	٩٧٤٥٥	٣
٩٤٣٢	٩٧٤٦٠	٠
٩٤٣٣	٩٧٤٦٤	٣
٩٤٣٤	٩٧٤٦٩	٠
٩٤٣٥	٩٧٤٧٣	٣
٩٤٣٦	٩٧٤٧٨	٠
٩٤٣٧	٩٧٤٨٢	٣
٩٤٣٨	٩٧٤٨٧	٠
٩٤٣٩	٩٧٤٩١	٣
٩٤٤٠	٩٧٤٩٦	٠
٩٤٤١	٩٧٥٠٠	٣
٩٤٤٢	٩٧٥٠٥	٠
٩٤٤٣	٩٧٥٠٩	٣
٩٤٤٤	٩٧٥١٤	٠
٩٤٤٥	٩٧٥١٨	٣
٩٤٤٦	٩٧٥٢٣	٠
٩٤٤٧	٩٧٥٢٨	٣
٩٤٤٨	٩٧٥٣٢	٠
٩٤٤٩	٩٧٥٣٧	٣
٩٤٥٠	٩٧٥٤١	٠
٩٤٥١	٩٧٥٤٦	٣
٩٤٥٢	٩٧٥٥٠	٠
٩٤٥٣	٩٧٥٥٥	٣
٩٤٥٤	٩٧٥٥٩	٠
٩٤٥٥	٩٧٥٦٤	٣
٩٤٥٦	٩٧٥٦٨	٠
٩٤٥٧	٩٧٥٧٣	٣
٩٤٥٨	٩٧٥٧٧	٠
٩٤٥٩	٩٧٥٨٢	٣
٩٤٦٠	٩٧٥٨٧	٠

عدد	لوغا	ف
٩٤٦١	٩٧٥٩١	٣
٩٤٦٢	٩٧٥٩٦	٠
٩٤٦٣	٩٧٦٠٠	٣
٩٤٦٤	٩٧٦٠٥	٠
٩٤٦٥	٩٧٦٠٩	٣
٩٤٦٦	٩٧٦١٤	٠
٩٤٦٧	٩٧٦١٨	٣
٩٤٦٨	٩٧٦٢٣	٠
٩٤٦٩	٩٧٦٢٧	٣
٩٤٧٠	٩٧٦٣٢	٠
٩٤٧١	٩٧٦٣٦	٣
٩٤٧٢	٩٧٦٤١	٠
٩٤٧٣	٩٧٦٤٥	٣
٩٤٧٤	٩٧٦٥٠	٠
٩٤٧٥	٩٧٦٥٤	٣
٩٤٧٦	٩٧٦٥٩	٠
٩٤٧٧	٩٧٦٦٣	٣
٩٤٧٨	٩٧٦٦٨	٠
٩٤٧٩	٩٧٦٧٢	٣
٩٤٨٠	٩٧٦٧٧	٠
٩٤٨١	٩٧٦٨١	٣
٩٤٨٢	٩٧٦٨٦	٠
٩٤٨٣	٩٧٦٩٠	٣
٩٤٨٤	٩٧٦٩٥	٠
٩٤٨٥	٩٧٦٩٩	٣
٩٤٨٦	٩٧٧٠٤	٠
٩٤٨٧	٩٧٧٠٨	٣
٩٤٨٨	٩٧٧١٣	٠

عدد	لوغا	ف
٩٥٠١	٩٧٧٧٩	٥
٩٥٠٢	٩٧٧٨٢	٤
٩٥٠٣	٩٧٧٨٦	٤
٩٥٠٤	٩٧٧٩١	٤
٩٥٠٥	٩٧٧٩٥	٤
٩٥٠٦	٩٧٨٠٠	٥
٩٥٠٧	٩٧٨٠٤	٤
٩٥٠٨	٩٧٨٠٩	٤
٩٥٠٩	٩٧٨١٣	٤
٩٥١٠	٩٧٨١٨	٥
٩٥١١	٩٧٨٢٣	٤
٩٥١٢	٩٧٨٢٧	٤
٩٥١٣	٩٧٨٣٢	٤
٩٥١٤	٩٧٨٣٦	٤
٩٥١٥	٩٧٨٤١	٥
٩٥١٦	٩٧٨٤٥	٤
٩٥١٧	٩٧٨٥٠	٥
٩٥١٨	٩٧٨٥٥	٤
٩٥١٩	٩٧٨٥٩	٥
٩٥٢٠	٩٧٨٦٤	٤
٩٥٢١	٩٧٨٦٨	٤
٩٥٢٢	٩٧٨٧٣	٤
٩٥٢٣	٩٧٨٧٧	٤
٩٥٢٤	٩٧٨٨٢	٤
٩٥٢٥	٩٧٨٨٦	٤

عدد	لوغا	ف
٩٥٢٦	٩٧٨٩١	٥
٩٥٢٧	٩٧٨٩٦	٤
٩٥٢٨	٩٧٩٠٠	٤
٩٥٢٩	٩٧٩٠٥	٤
٩٥٣٠	٩٧٩٠٩	٤
٩٥٣١	٩٧٩١٤	٥
٩٥٣٢	٩٧٩١٨	٤
٩٥٣٣	٩٧٩٢٣	٤
٩٥٣٤	٩٧٩٢٨	٤
٩٥٣٥	٩٧٩٣٢	٤
٩٥٣٦	٩٧٩٣٧	٥
٩٥٣٧	٩٧٩٤١	٤
٩٥٣٨	٩٧٩٤٦	٤
٩٥٣٩	٩٧٩٥٠	٤
٩٥٤٠	٩٧٩٥٥	٥
٩٥٤١	٩٧٩٥٩	٤
٩٥٤٢	٩٧٩٦٤	٤
٩٥٤٣	٩٧٩٦٨	٤
٩٥٤٤	٩٧٩٧٣	٤
٩٥٤٥	٩٧٩٧٨	٤
٩٥٤٦	٩٧٩٨٢	٤
٩٥٤٧	٩٧٩٨٧	٤
٩٥٤٨	٩٧٩٩١	٤
٩٥٤٩	٩٧٩٩٦	٤
٩٥٥٠	٩٨٠٠٠	٤

عدد	لوغا	ف
٩٥٥١	٩٨٠٠٥	٥
٩٥٥٢	٩٨٠٠٩	٤
٩٥٥٣	٩٨٠١٤	٤
٩٥٥٤	٩٨٠١٩	٤
٩٥٥٥	٩٨٠٢٣	٤
٩٥٥٦	٩٨٠٢٨	٥
٩٥٥٧	٩٨٠٣٢	٤
٩٥٥٨	٩٨٠٣٧	٤
٩٥٥٩	٩٨٠٤١	٤
٩٥٦٠	٩٨٠٤٦	٤
٩٥٦١	٩٨٠٥٠	٥
٩٥٦٢	٩٨٠٥٥	٤
٩٥٦٣	٩٨٠٥٩	٤
٩٥٦٤	٩٨٠٦٤	٤
٩٥٦٥	٩٨٠٦٨	٤
٩٥٦٦	٩٨٠٧٣	٥
٩٥٦٧	٩٨٠٧٨	٤
٩٥٦٨	٩٨٠٨٢	٤
٩٥٦٩	٩٨٠٨٧	٤
٩٥٧٠	٩٨٠٩١	٤
٩٥٧١	٩٨٠٩٦	٥
٩٥٧٢	٩٨١٠٠	٤
٩٥٧٣	٩٨١٠٥	٤
٩٥٧٤	٩٨١٠٩	٤
٩٥٧٥	٩٨١١٤	٤

عدد	لوغا	ف
٩٥٧٦	٩٨١١٨	٤
٩٥٧٧	٩٨١٢٣	٥
٩٥٧٨	٩٨١٢٧	٤
٩٥٧٩	٩٨١٣٢	٤
٩٥٨٠	٩٨١٣٧	٤
٩٥٨١	٩٨١٤١	٥
٩٥٨٢	٩٨١٤٦	٤
٩٥٨٣	٩٨١٥٠	٤
٩٥٨٤	٩٨١٥٥	٤
٩٥٨٥	٩٨١٥٩	٤
٩٥٨٦	٩٨١٦٤	٥
٩٥٨٧	٩٨١٦٨	٤
٩٥٨٨	٩٨١٧٣	٤
٩٥٨٩	٩٨١٧٧	٤
٩٥٩٠	٩٨١٨٢	٤
٩٥٩١	٩٨١٨٦	٥
٩٥٩٢	٩٨١٩١	٤
٩٥٩٣	٩٨١٩٥	٤
٩٥٩٤	٩٨٢٠٠	٤
٩٥٩٥	٩٨٢٠٤	٤
٩٥٩٦	٩٨٢٠٩	٥
٩٥٩٧	٩٨٢١٤	٤
٩٥٩٨	٩٨٢١٨	٤
٩٥٩٩	٩٨٢٢٣	٤
٩٦٠٠	٩٨٢٢٧	٤

عدد	لوغا	ف
٩٦٠١	٩٨٢٣٢	٥
٩٦٠٢	٩٨٢٣٦	٤
٩٦٠٣	٩٨٢٤١	٤
٩٦٠٤	٩٨٢٤٥	٤
٩٦٠٥	٩٨٢٥٠	٤
٩٦٠٦	٩٨٢٥٤	٥
٩٦٠٧	٩٨٢٥٩	٤
٩٦٠٨	٩٨٢٦٣	٤
٩٦٠٩	٩٨٢٦٨	٤
٩٦١٠	٩٨٢٧٢	٤
٩٦١١	٩٨٢٧٧	٥
٩٦١٢	٩٨٢٨١	٤
٩٦١٣	٩٨٢٨٦	٤
٩٦١٤	٩٨٢٩٠	٤
٩٦١٥	٩٨٢٩٥	٥
٩٦١٦	٩٨٢٩٩	٤
٩٦١٧	٩٨٣٠٤	٤
٩٦١٨	٩٨٣٠٨	٤
٩٦١٩	٩٨٣١٣	٤
٩٦٢٠	٩٨٣١٨	٤
٩٦٢١	٩٨٣٢٢	٥
٩٦٢٢	٩٨٣٢٧	٤
٩٦٢٣	٩٨٣٣١	٤
٩٦٢٤	٩٨٣٣٦	٤
٩٦٢٥	٩٨٣٤٠	٤

عدد	لوغا	ف
٦٢٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٢٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٢٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٢٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٣٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٣١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٣٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٣٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٣٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٣٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٣٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٣٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٣٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٣٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٤٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٤١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٤٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٤٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٤٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٤٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٤٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٤٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٤٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٤٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٥٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٥١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٥٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٥٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٥٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٥٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٥٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٥٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٥٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٥٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٦٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٦١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٦٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٦٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٦٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٦٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٦٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٦٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٦٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٦٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٧٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٧١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٧٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٧٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٧٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٧٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٧٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٧٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٧٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٧٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٨٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٨١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٨٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٨٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٨٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٨٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٨٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٨٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٨٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٨٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٩٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٩١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٩٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٩٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٩٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٩٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٩٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٩٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٦٩٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٦٩٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٠٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٠١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٠٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٠٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٠٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٠٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٠٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٠٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٠٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٠٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧١٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧١١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧١٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧١٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧١٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧١٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧١٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧١٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧١٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧١٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٢٠٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٢١٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٢٢٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٢٣٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٢٤٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٢٥٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٢٦٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٢٧٩	٩٧٩٣٤٥	٣
٧٢٨٩	٩٧٩٣٤٥	٠
٧٢٩٩	٩٧٩٣٤٥	٣

عدد	لوغا	ف
٩٧٥١	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٥٢	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٥٣	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٥٤	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٥٥	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٥٦	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٥٧	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٥٨	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٥٩	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٦٠	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٦١	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٦٢	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٦٣	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٦٤	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٦٥	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٦٦	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٦٧	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٦٨	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٦٩	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٧٠	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٧١	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٧٢	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٧٣	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٧٤	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٧٥	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٧٦	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٧٧	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٧٨	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٧٩	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٨٠	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٨١	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٨٢	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٨٣	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٨٤	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٨٥	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٨٦	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٨٧	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٨٨	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٨٩	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٩٠	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٩١	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٩٢	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٩٣	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٩٤	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٩٥	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٩٦	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٧٩٧	٩٩٠٥٩٨٩	٠
٩٧٩٨	٩٩٠٥٩٨٩	٤
٩٧٩٩	٩٩٠٥٩٨٩	٣
٩٨٠٠	٩٩٠٥٩٨٩	٠

عدد	لوغا	ف
٩٨٠١	٩٩١٢٧٨٩	٤
٩٨٠٢	٩٩١٣١٨٩	٣
٩٨٠٣	٩٩١٣٦٨٩	٠
٩٨٠٤	٩٩١٤٠٨٩	٤
٩٨٠٥	٩٩١٤٥٨٩	٣
٩٨٠٦	٩٩١٤٩٨٩	٠
٩٨٠٧	٩٩١٥٤٨٩	٤
٩٨٠٨	٩٩١٥٨٨٩	٣
٩٨٠٩	٩٩١٦٢٨٩	٠
٩٨١٠	٩٩١٦٧٨٩	٤
٩٨١١	٩٩١٧١٨٩	٣
٩٨١٢	٩٩١٧٦٨٩	٠
٩٨١٣	٩٩١٨٠٨٩	٤
٩٨١٤	٩٩١٨٥٨٩	٣
٩٨١٥	٩٩١٨٩٨٩	٠
٩٨١٦	٩٩١٩٣٨٩	٤
٩٨١٧	٩٩١٩٨٨٩	٣
٩٨١٨	٩٩٢٠٢٨٩	٠
٩٨١٩	٩٩٢٠٧٨٩	٤
٩٨٢٠	٩٩٢١١٨٩	٣
٩٨٢١	٩٩٢١٦٨٩	٠
٩٨٢٢	٩٩٢٢٠٨٩	٤
٩٨٢٣	٩٩٢٢٥٨٩	٣
٩٨٢٤	٩٩٢٢٩٨٩	٠
٩٨٢٥	٩٩٢٣٤٨٩	٤

عدد	لوغا	ف
٩٨٢٦	٩٩٢٣٨٨٩	٣
٩٨٢٧	٩٩٢٤٣٨٩	٠
٩٨٢٨	٩٩٢٤٧٨٩	٤
٩٨٢٩	٩٩٢٥١٨٩	٣
٩٨٣٠	٩٩٢٥٦٨٩	٠
٩٨٣١	٩٩٢٦٠٨٩	٤
٩٨٣٢	٩٩٢٦٤٨٩	٣
٩٨٣٣	٩٩٢٦٩٨٩	٠
٩٨٣٤	٩٩٢٧٣٨٩	٤
٩٨٣٥	٩٩٢٧٨٨٩	٣
٩٨٣٦	٩٩٢٨٢٨٩	٠
٩٨٣٧	٩٩٢٨٧٨٩	٤
٩٨٣٨	٩٩٢٩١٨٩	٣
٩٨٣٩	٩٩٢٩٦٨٩	٠
٩٨٤٠	٩٩٣٠٠٨٩	٤
٩٨٤١	٩٩٣٠٤٨٩	٣
٩٨٤٢	٩٩٣٠٨٨٩	٠
٩٨٤٣	٩٩٣١٣٨٩	٤
٩٨٤٤	٩٩٣١٧٨٩	٣
٩٨٤٥	٩٩٣٢٢٨٩	٠
٩٨٤٦	٩٩٣٢٧٨٩	٤
٩٨٤٧	٩٩٣٣١٨٩	٣
٩٨٤٨	٩٩٣٣٦٨٩	٠
٩٨٤٩	٩٩٣٤٠٨٩	٤
٩٨٥٠	٩٩٣٤٥٨٩	٣

عدد	لوغا	ف
٩٨٥١	٩٩٣٤٩٨٩	٠
٩٨٥٢	٩٩٣٥٣٨٩	٤
٩٨٥٣	٩٩٣٥٨٨٩	٣
٩٨٥٤	٩٩٣٦٢٨٩	٠
٩٨٥٥	٩٩٣٦٧٨٩	٤
٩٨٥٦	٩٩٣٧١٨٩	٣
٩٨٥٧	٩٩٣٧٦٨٩	٠
٩٨٥٨	٩٩٣٨٠٨٩	٤
٩٨٥٩	٩٩٣٨٥٨٩	٣
٩٨٦٠	٩٩٣٨٩٨٩	٠
٩٨٦١	٩٩٣٩٣٨٩	٤
٩٨٦٢	٩٩٣٩٨٨٩	٣
٩٨٦٣	٩٩٤٠٢٨٩	٠
٩٨٦٤	٩٩٤٠٧٨٩	٤
٩٨٦٥	٩٩٤١١٨٩	٣
٩٨٦٦	٩٩٤١٦٨٩	٠
٩٨٦٧	٩٩٤٢٠٨٩	٤
٩٨٦٨	٩٩٤٢٥٨٩	٣
٩٨٦٩	٩٩٤٢٩٨٩	٠
٩٨٧٠	٩٩٤٣٤٨٩	٤
٩٨٧١	٩٩٤٣٨٨٩	٣
٩٨٧٢	٩٩٤٤٢٨٩	٠
٩٨٧٣	٩٩٤٤٧٨٩	٤
٩٨٧٤	٩٩٤٥١٨٩	٣
٩٨٧٥	٩٩٤٥٦٨٩	٠

عدد	لوغا	ف
٩٩٠٠	٣٩٥٦٤	٥
٩٩٠١	٣٩٥٦٩	٣
٩٩٠٢	٣٩٥٧٤	٣
٩٩٠٣	٣٩٥٧٩	٣
٩٩٠٤	٣٩٥٨٤	٣
٩٩٠٥	٣٩٥٨٩	٣
٩٩٠٦	٣٩٥٩٤	٣
٩٩٠٧	٣٩٥٩٩	٣
٩٩٠٨	٣٩٦٠٤	٣
٩٩٠٩	٣٩٦٠٩	٣
٩٩١٠	٣٩٦١٤	٣
٩٩١١	٣٩٦١٩	٣
٩٩١٢	٣٩٦٢٤	٣
٩٩١٣	٣٩٦٢٩	٣
٩٩١٤	٣٩٦٣٤	٣
٩٩١٥	٣٩٦٣٩	٣
٩٩١٦	٣٩٦٤٤	٣
٩٩١٧	٣٩٦٤٩	٣
٩٩١٨	٣٩٦٥٤	٣
٩٩١٩	٣٩٦٥٩	٣
٩٩٢٠	٣٩٦٦٤	٣
٩٩٢١	٣٩٦٦٩	٣
٩٩٢٢	٣٩٦٧٤	٣
٩٩٢٣	٣٩٦٧٩	٣
٩٩٢٤	٣٩٦٨٤	٣
٩٩٢٥	٣٩٦٨٩	٣
٩٩٢٦	٣٩٦٩٤	٣
٩٩٢٧	٣٩٦٩٩	٣
٩٩٢٨	٣٩٧٠٤	٣
٩٩٢٩	٣٩٧٠٩	٣
٩٩٣٠	٣٩٧١٤	٣
٩٩٣١	٣٩٧١٩	٣
٩٩٣٢	٣٩٧٢٤	٣
٩٩٣٣	٣٩٧٢٩	٣
٩٩٣٤	٣٩٧٣٤	٣
٩٩٣٥	٣٩٧٣٩	٣
٩٩٣٦	٣٩٧٤٤	٣
٩٩٣٧	٣٩٧٤٩	٣
٩٩٣٨	٣٩٧٥٤	٣
٩٩٣٩	٣٩٧٥٩	٣
٩٩٤٠	٣٩٧٦٤	٣
٩٩٤١	٣٩٧٦٩	٣
٩٩٤٢	٣٩٧٧٤	٣
٩٩٤٣	٣٩٧٧٩	٣
٩٩٤٤	٣٩٧٨٤	٣
٩٩٤٥	٣٩٧٨٩	٣
٩٩٤٦	٣٩٧٩٤	٣
٩٩٤٧	٣٩٧٩٩	٣
٩٩٤٨	٣٩٨٠٤	٣
٩٩٤٩	٣٩٨٠٩	٣
٩٩٥٠	٣٩٨١٤	٣
٩٩٥١	٣٩٨١٩	٣
٩٩٥٢	٣٩٨٢٤	٣
٩٩٥٣	٣٩٨٢٩	٣
٩٩٥٤	٣٩٨٣٤	٣
٩٩٥٥	٣٩٨٣٩	٣
٩٩٥٦	٣٩٨٤٤	٣
٩٩٥٧	٣٩٨٤٩	٣
٩٩٥٨	٣٩٨٥٤	٣
٩٩٥٩	٣٩٨٥٩	٣
٩٩٦٠	٣٩٨٦٤	٣
٩٩٦١	٣٩٨٦٩	٣
٩٩٦٢	٣٩٨٧٤	٣
٩٩٦٣	٣٩٨٧٩	٣
٩٩٦٤	٣٩٨٨٤	٣
٩٩٦٥	٣٩٨٨٩	٣
٩٩٦٦	٣٩٨٩٤	٣
٩٩٦٧	٣٩٨٩٩	٣
٩٩٦٨	٣٩٩٠٤	٣
٩٩٦٩	٣٩٩٠٩	٣
٩٩٧٠	٣٩٩١٤	٣
٩٩٧١	٣٩٩١٩	٣
٩٩٧٢	٣٩٩٢٤	٣
٩٩٧٣	٣٩٩٢٩	٣
٩٩٧٤	٣٩٩٣٤	٣
٩٩٧٥	٣٩٩٣٩	٣
٩٩٧٦	٣٩٩٤٤	٣
٩٩٧٧	٣٩٩٤٩	٣
٩٩٧٨	٣٩٩٥٤	٣
٩٩٧٩	٣٩٩٥٩	٣
٩٩٨٠	٣٩٩٦٤	٣
٩٩٨١	٣٩٩٦٩	٣
٩٩٨٢	٣٩٩٧٤	٣
٩٩٨٣	٣٩٩٧٩	٣
٩٩٨٤	٣٩٩٨٤	٣
٩٩٨٥	٣٩٩٨٩	٣
٩٩٨٦	٣٩٩٩٤	٣
٩٩٨٧	٣٩٩٩٩	٣
٩٩٨٨	٤٠٠٠٤	٣
٩٩٨٩	٤٠٠٠٩	٣
٩٩٩٠	٤٠٠١٤	٣
٩٩٩١	٤٠٠١٩	٣
٩٩٩٢	٤٠٠٢٤	٣
٩٩٩٣	٤٠٠٢٩	٣
٩٩٩٤	٤٠٠٣٤	٣
٩٩٩٥	٤٠٠٣٩	٣
٩٩٩٦	٤٠٠٤٤	٣
٩٩٩٧	٤٠٠٤٩	٣
٩٩٩٨	٤٠٠٥٤	٣
٩٩٩٩	٤٠٠٥٩	٣
١٠٠٠٠	٤٠٠٦٤	٣

والى هنا تم تعريب كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب * وكان افراغه
فى هذا القالب المستعذب * وترتيبه على هذا الاسلوب المحرر المهذب *
بمعرفة أفقر عباد الله * واحوجهم الى عفو مولاه * المتنصر بربه القوى *
محمد قطة العدوى * مع الشاب النجيب * والبارع الاريب * من حصل
فى تجارة هذا الفن أربح تجارة * جناب السيد أفندى عمارة * فهو الذى
قابله معى على أصله * واستفرغ الوسع فى تحرير صعبه وسهله * فجاء بحمد الله
كتابا عظيما فى بابه * نافعا لطلابه * حريا بالانتظام فى سلك الكتب النافعة *
جديرا بالظهور فى دولة الخديوى الساطعة * لازالت وارفة الظلال * وافرة
السعود والاقبال * ناشرة على الرعية ألوية العدل والامان * بجاه سيد ولد
عدنان * عليه من ربه أفضل الصلاة والسلام * وعلى آله وأصحابه الكرام *
ونسأله بجاههم حسن الختام * ودخول دار السلام بسلام

بعد حمد الله على آلائه والصلاة والسلام على خاتم أنبيائه يقول المتوسل الى
الله بالنبى المختار ابراهيم الدسوقى الملقب بعبد الغفار مصحح دار الطباعة
اعانه الله على مشاق هذه الصناعة

تم بعون الملك الوهاب طبع كشف النقاب طبعة ثالثة مستدركة ما فرط فيه
من حادثه بالمطبعة العامرة الزاهية الزاهرة المتوفرة دواعى مجدها
المشرقة كواكب سعدها فى ظل من تعطرت بثنائه الافواه وبلغ من كل
وصف جميل منتهاه سيد ولاة الانام بهجة الليالى والايام من سلك برعاياه
أحسن مسالك واعترف له بجميل السيرة كل ملك بدر الصدارة قطب
دائرة الامارة حامى حمى الاقطار النيلية بعظيم صولته وماحى ظلم الظلم
الديجورية بعدله وسطوته المحبب الى رعاياه المسبل عليهم غيوث انعامه
وعطاياه الراقى بهممه الى كل مقام معتلى عزيز مصر الخديو اسمعيل بن
ابراهيم بن محمد على ادام الله ايام عدله العمرية ولا برحت ظلمات الظلم ممحوة
بسناء صورته القمرية ولا افتئت مصر مؤيدة العزائم مشيدة الدعائم برعاية
انجاله الكرام وأشباله الفخام خصوصا الوزير الشهير النبيل الاصيل

ذا المجد الاثيل والشرف الجليل رب المعارف الكثيرة والعوارف الغزيرة
من هو باحسن الثناء حقيق سعادة محمد باشا توفيق اكبر انجال الحضرة
الخديوية وولى عهد الحكومة المصرية لازالت الايام مضيئة بشمس علاه
والليالى منيرة ببدر حلاه وكان تمام طبعه وتمثيله وكمال تصويره وتشكيله
مشمولا بادارة منيع المكانة رب العفة والصيانة مدير المطبعة والكاغدخانة
من خاطبته المعالى بايالك اعنى سعادة حسين بك حسنى ونظارة وكيله السالك
جادة سبيله من لم تزل عليه أحاسن أخلاقه تثنى حضرة محمد افندى حسنى
وملاحظة من هو فى ملاحظته مفرد حضرة ابى العينين افندى احمد
فى أوائل أول الربيعين المشرف بولادة سيد الكونين من
سنة تسع وثمانين ومائتين وألف من هجرة من خلقه
الله على أكمل وصف صلى الله وسلم عليه وعلى آله
وكل منتسب اليه مالاح فى الخافقين
بدر تمام وطلعت الشمس على
الروابى والآكام
آمين