UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224548

UNIVERSAL
LIBRARY

رسالہ علم مساحت

مصنفہ

ٹوڈہنٹر صاحب ایم اے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنی کیولر سائنس اینڈ لٹریچر میور

سنٹرل کالج الہ آباد نے

ترجمہ کیا

دسوین دفعہ

سنہ ۱۸۸۴ع

مطبع مرتضوی دہلی مین باہتمام حافظ محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

اشتہار

کتب مفصلہ ذیل اکثر ہمارے پاس موجود ہین بعض انمین سے حسب انطباع مین ہر کمیشن بتفصیل ذیل خریدارونکو دیا جائیگا۔ مگر محصول اونکے ذمہ ہوگا جسمیں روپیہ نقد لیا جائیگا اور واقف کار خریدارونسے قرض کا بھی حساب کتاب کیا جائیگا اور مہینہ دو مہینہ مین اونسے یہ روپیہ لیا جائیگا۔ اور جنسے ہمیشہ حساب کتاب رہتا ہی اونکو بیس روپیہ سیکڑہ کمیشن دیا جائیگا خواہ کتنے ہی روپیہ کی کتابین ایک دفعہ مین خریدین۔ شہار جو لوگ طلب کرین وہ آدہ آنہ محصول کا بھیجین نہین پیرنگ اون پاس بھیجا جائیگا کورٹ فیس فقیت کتب مین نہ لئے جائینگے۔ ڈاک کے ٹکٹ ڈاک ہی مین کم ہوجاتے ہین بہت کم میرے پاس پہونچتے ہین۔ منی آرڈر پوسٹل نوٹ کے ذریعہ سے روپیہ بھیجنا چاہئے۔

مقدار خریداری	کمیشن
۵ روپیہ	۱ر فی روپیہ
۶ روپیہ سے ۱۰ روپیہ تک	۱۰ر فی روپیہ
۱۱ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک	۲ر فی روپیہ
۲۰ روپیہ اور اس سے زیادہ کے لئے	۲۰ روپیہ سیکڑہ کمیشن

محمد ذکاء المدرس و فیسر میور کالج الہ آباد

فہرست کتب موجودہ

علم حساب

نمبر	مضمون	قیمت	محصول
۱	بزبان دستہ کا علم حساب کا رسالہ یہ کتاب مع شرح کے علم حساب مین ایسی کتاب ہوگئی ہی کہ جسمین پانچ چار ہزار سوال مع حل موجود ہین اور تمام قواعد مع اثبات جو طالبعلم اس کتاب کو غور سے پڑہ لے پھر اوسکو کسی اور کتاب کی ضرورت نہین ہوتی۔	۱۲ر	۱۰ر
۲	شرح سوالات متفرقہ ایضاً	۵ر	۱ر
۳	حصہ دوم شرح کل باقی سوالات مولفہ منشی فاضل محمد حسن صاحب مدرس ٹرننگ کالج لاہور	۸ر	۱ر
۴	رسالہ علم حساب اعمال صحاح	۲ر	۰ر
۵	ایضاً اعمال مرکب	۳ر	۰ر
۶	ایضاً اعمال کسور	۲ر	۰ر
۷	ایضاً اعمال تناسب	۳ر	۰ر
۸	رسالہ علم حساب ذہنی و مساحت	۱۰ر	۰ر
۹	بزبان دستہ ڈاکٹر سائر یعنی بقی سوالات کا ترجمہ بعہ حل	۵ر	۰ر

بسم اللہ الرحمن الرحیم

روڑکی کالج کا حال سب کو معلوم ہی کہ وہان کے امتحان کے واسطے علم مساحت کیسا ضروری علم ہی بغیر مساحت جاننے کے وہان کوئی کسی طالب علم کو نہین پوچھتا اوسکی بدولت ہمارے اہل وطن کیسی دولت کماتے ہین ہر سال کتنے طالب علم قصباتی دیہاتی تحصیلی حلقہ بندی مدرسونکے روزگار پاتے ہین اونکے واسطے ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا چاہیے کہ جناب ٹوڈہنٹر صاحب کی کتاب ہے ضرور تھا اسلئے مینے اوسکا ترجمہ کیا وہ مبتدی کیواسطے ایک کتاب ہے ساری کتاب مین کوئی بات ایسی نہین کہ اوسمین مبتدی اوجہین فقط علم حساب کا جانتا اس کتاب کے پڑہنے کے لئے ضروری ہی مضامین چھوٹے چھوٹے بابونمین منقسم ہین ہر باب کے آخر مین اوسی باب کی مثالین لکھی ہوئی ہین یا واسطے متفرقہ مین دس دس مثالین ایک قسم کی آئی ہین اکثر اونمین سے جناب ممدوح ہی نے تصنیف کی ہین اور بعض کاغذات امتحان سے منتخب ہوئی ہین علم مساحت کے سب قاعدے اور بارہ سو مثالین اوسمین موجود ہین غرض کتاب ایسی ہی کہ اگر اوسکو علم حساب پڑہ کر کوئی طالب علم پڑہے تو کہین نہ رہی اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑہنے سے آتا ہی مثال حساب کو طالب علم دیکھتا ہی کہ وہ مساحت مین کسی اور پیرایہ مین حل ہوتے ہین حساب کے مکعب اور مجذور کے معنی یہین آنکر کہلتے ہین علم ہندسہ کے ساتھہ جب اوسکا اختلاط ہوتا ہی تو علم ہندسہ کی کچھہ اور ہی شان نظر آنے لگتی ہے اگر اوس کتاب کو پڑہ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم ہندسہ کی مطالعہ کرے تو عجب لطف اوسکو حاصل ہوتا ہی علم مساحت کی جسقدر کتابین اردو مین بالفعل موجود ہین اونکو کچھہ نسبت اس کتاب سے نہین ہی یہ ایک ایسے فاضل کی کتاب کا ترجمہ ہے کہ اوسکا نظیر انگلستان مین بھی نظر نہین آتا۔ روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ ہوتی جاتی ہی اسلئے اب یہ تیسرین دفعہ از سر نو صحیح ہوکر مطبع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی شرح بھی چھاپی گئی فقط۔

فہرست مضامین

	دیباچہ	
	پہلا باب علم ہندسہ	
پہلی فصل	حدود یعنی تعریفات اور اصطلاحات	۱
دوسری فصل	مسائل ہندسیہ	۵
تیسری فصل	عملیات ہندسیہ	۱۱
	دوسرا باب طولونکے باب مین	
چوتھی فصل	پیمانہائے طولانی	۱۷
پانچوین فصل	مثلث قائم الزاویہ	۱۸
چھٹی فصل	اشکال متشابہ	۲۴
ساتوین فصل	دائرے کے وتر	۲۹
آٹھوین فصل	محیط دائرہ	۳۶
نوین فصل	قوس دائرہ	۴۰
	تیسرا باب رقبون کے بیان مین	
دسوین فصل	مربع پیمانون کی جدول	۴۵
گیارہوین فصل	قائم الزاویہ	۴۶
بارہوین فصل	متوازی الاضلاع	۵۹
تیرہوین فصل	مثلث	۶۱
چودہوین فصل	ذوار بعۃ الاضلاع	۶۸
پندرہوین فصل	مستقیمۃ الاضلاع	۷۴

سولھویں فصل	دائرہ	۷۷
سترویں فصل	قطاع و قطعہ دائرہ	۸۶
اٹھارھویں فصل	سمپسن صاحب کا قاعدہ	۹۳
اونیسویں فصل	اشکال متشابہ	۹۹

باب چہارم مجسمات

بیسویں فصل	حدود	۱۰۵
اکیسویں فصل	پیمانہائے مجسمات	۱۱۲
بائیسویں فصل	مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ	۱۱۳
تیئیسویں فصل	مجسم متوازی السطوح منشور اسطوانہ	۱۲۲
چوبیسویں فصل	اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ	۱۳۰
پچیسویں فصل	مخروط مصلع اور مخروط مستدیر	۱۳۲
چھبیسویں فصل	مخروط مصلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص	۱۳۸
ستائیسویں فصل	فانہ	۱۴۲
اٹھائیسویں فصل	مجسم ذو زلقہ	۱۴۷
اونتیسویں فصل	کرہ	۱۵۱
تیسویں فصل	قطعہ و منطقہ کرہ	۱۵۷
اکتیسویں فصل	مجسم غیر منتظم	۱۶۰
بتیسویں فصل	مجسمات متشابہ	۱۶۲

پانچوان باب مجسمات کی سطوح کے رقبے

تینتیسویں فصل	سطوح مستوی	۱۶۷
چونتیسویں فصل	اسطوانہ مستدیر قائم	۱۷۱

فصل	مضمون	صفحہ
پینتیسویں فصل	قطعہ مطوانہ مستدیر قائم وحلقہ	۱۷۹
چھتیسویں فصل	مخروط مستدیر قائم	۱۸۲
سینتیسویں فصل	مخروط مستدیر ناقص	۱۸۸
اڑتیسویں فصل	کرہ	۱۹۳
اونتالیسویں فصل	کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ	۱۹۶
	باب ششم علم مساحت کا عمل	
چالیسویں فصل	تمہید	۲۰۱
اکتالیسویں فصل	کاریگروں کے کام	۲۰۴
بیالیسویں فصل	لکڑی کی پیمائش	۲۰۹
تینتالیسویں فصل	ظروف کا ناپنا	۲۱۲
	باب ہفتم زمین کی پیمایش	
چوالیسویں فصل	جریب	۲۱۷
پینتالیسویں فصل	عمود	۲۲۰
چھیالیسویں فصل	فیلڈ بک	۲۲۳
سینتالیسویں فصل	سوالات	۲۳۴
اڑتالیسویں فصل	ضرب چلیپا اور اثنا عشری	۲۳۶
اونچاسویں فصل	میٹر	۲۴۳
	سوالات متفرقہ	۲۴۶
	جوابات	۲۶۵

علم مساحت

دیباچہ

جس علم مین طولون اور رقبون اور جسامتون کے اندازہ کرنے اور جانچنے کی قاعدے بیان ہوتے ہین اوسے علم مساحت کہتے ہین۔

ضرور ہی کہ علم مساحت جو طالب علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب سے خوب واقف ہو اور اعداد کا ہندسہ نکالنا جانتا ہو اور اوسکو ان علامتون سے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور - سے نفی یعنے تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور √ جذر مراد ہی

کچھہ علم ہندسہ سے بھی واقف ہونا ضرور ہی اسلئے ہمنے اس کتاب مین اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی مین لکھی ہین ابتدی پر فرض ہی کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے مطالعہ کرے تاکہ اوسکو صطلاحات علمی جنسے آگے کام پڑیگا خوب سمجھہ مین آجائین اور اونکے معنی پر عبور ہوجائے اور الفاظ مصطلحات کے حقیقی اور مجازی معنی مین تمیز ہوجائے اس باب کو ختم کرکے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرے اور تیسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہان اونمین بھی دیکھہ لے۔

باب اول علم ہندسہ

۱ پہلی فصل حدود یعنی صطلاحات کی تعریف

(۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہین کہ اونکے معنی بیان کرنے کی ضرورت نہین مگر جو اونکی تعریفین علم ہندسہ مین کیجاتی ہین اونکے سمجھنے مین ذہانت کو خرچ کرنا پڑتا ہی۔

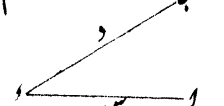
کتابت مین اور کتابون مین نقطہ ایک سیاہ گنڈلی سی ہوتی ہی اور یہ خواہ کیسی ہی چھوٹی سی چھوٹی ہو پھر بھی اوسکی کچھہ نہ کچھہ مقدار ہوتی ہی۔ لیکن علم ہندسہ مین نقطہ اوسے کہتے ہین جسکی مقدار معدوم ہو۔ خطوط مستقیم اور منحنی دونو طرح کے ہوتے ہین وہ کتابت مین ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہی خواہ وہ کیسی ہی باریک

سے باریک ہو پر ہی کچھہ نکچھہ اوسکا عرض ہوتا ہی مگر علم ہندسہ مین خط اوسے کہتے ہین جسکا عرض بالکل نہو۔

(۲) سطح کا لفظ کثیر الاستعمال ہی اور سطح ہموار اور منحنی دو طرح کی ہوتی ہی سطح ہموار کو سطح مستوی یا بسیط بھی کہتے ہین علم ہندسہ مین سطح کا دل نہین ہوتا۔

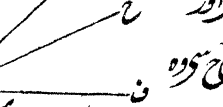
(۳) پس نقطہ وہ ہی جسکا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو۔ اور خط وہ ہی جسکا نرا طول ہو اور سطح وہ ہی جسکا فقط طول اور عرض ہو مجسم یا جسم وہ ہی جسکا طول عرض سمک تینون چیزین ہون اس کتاب مین ہم مجسمات کا ذکر جب تک نہ کرینگے کہ اول تین بابون مین فقط خطوط اور شکلون کا جو ایک سطح مین ہون بیان نہ کرینگے۔

(۴) دو خطوط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بنجائین تو اونمین سے ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھہ ہوتا ہی اوسی زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کہتے ہین جیسے دو خطوط مستقیم اے اور ب ے کے ملنے سے نقطہ ے پر زاویہ پیدا ہوتا ہی

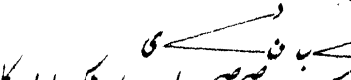


جن خطوط مستقیم سے زاویہ پیدا ہوتا ہی اونکی طولون کے بدلنے سے زاویہ مین کچھہ تغیر نہین واقع ہوتا س ے اور د ے سے وہی زاویہ پیدا ہوتا ہی جو اے اور ب ے سے پیدا ہوتا ہی۔

(۵) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سے تعبیر ہوتا ہی جو اوس نقطہ پر لکھا ہوا ہی اور جسکو زاویہ کا راس کہتی ہین جیسا کہ اوپر کی دفعہ مین اونے کو زاویہ ے کہتے ہین جب کئی زاویے کسی ایک نقطہ پر واقع ہون تو اونمین سے ہر ایک زاویہ تین حرفونسے بیان کیا جاتا ہی ان حرفونکے لکھنے کی ترکیب یہ ہی کہ زاویے کے راس پر جو حرف لکھا ہوا ہو اوسکو بیچمین لکھتے ہین اور اوسکے ادہر ادہر اون دو حرفونکو لکھتے ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر لکھا ہوتا ہی اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ ف ی ح کہ وہ زاویہ سمجھا جاتا ہی جو خطوط مستقیم ی ف اور ی ح سے پیدا ہوتا ہی اور ح ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ہ سے بنتا ہی اور ف ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ف ی اور ی ہ سے پیدا ہوتا ہی



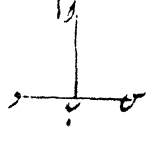
(۶) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویئے پر اسطرح رکھا جاسکے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہی وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اون خطون مستقیم پر جنسے کہ دوسرا زاویہ پیدا ہوتا ہی منطبق ہوجائین تو ہم کہا کرتے ہین کہ یہ زاویئے آپسمین برابر ہین مثلاً اگر ب س کوی ف پر اسطرح رکھین کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اسطرح رکھنے سے ب ا منطبق دی پر ہوجاتو زاویہ ا ب س کو زاویہ دی ف کے برابر کہینگے۔



یہ امر ضروری ہی کہ زاویون کی برابر ہونیکا مفہوم مبتدی کے ذہن مین صحیح صحیح ہو اور وہ زاویون کی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان اسطرح کرسکتا ہی کہ دو زاوئے مقرر کرکے کاغذ کے بنائے اور ایک پر دوسرے کو رکھکر دیکھے کہ وہ منطبق ہوجاتے ہین۔ مگر نظریات ہندسیہ مین یہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہی خارج مین مساوات زاویون کی اسطرح عمل کرکے نہین دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسرے پر رکھین۔

(۷) دفعہ ہ کی شکل مین فرض کرو کہ زاویہ ی ف ح برابر ہی زاویہ ح ی ہ کے اسلئے کل زاویہ ف ی ہ زاویہ ف ی ح سے دوچند ہوا اور اسیطرح سے یہ امر ذہن مین آسانی سے آسکتا ہی کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے دوچند ہو تو اوسکے کیا معنی ہوتے ہین اور علی ہذا القیاس سہ چند وغیرہ۔

(۸) ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم قائم ہو اور زاویہ متصلہ جو اوسنے اپنی پہلوؤن مین پیدا کئے ہین آپسمین برابر ہون تو اون زاویون مین سے ہر ایک زاوئے کو قائمہ کہتے ہین اور خط مستقیم جو کھڑا ہوا ہی دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہین مثلاً شکل مین زاویہ ا ب س برابر ہو زاویہ ا ب د کے تو ہر ایک دونمین سے زاویہ قائمہ ہی اور ا ب عمود س د پر ہے۔



زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین۔

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اوسے زاویہ حادہ کہتے ہین

(۹) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح مین ہوتے ہین کہ اونکو کیسا ہی جہانتک چاہین دونو طرف کو بڑھین تو وہ آپسمین ایک دوسرے سے نہ ملین۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گہیرا ہو اور اونکی حدود کا نام اضلاع ہی
مثلث وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو تین ضلعون نے گہیرا ہو۔
شکل ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو چار ضلعون نے احاطہ کیا ہو جس شکل
مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہون اوسکو کثیر الاضلاع کہتے ہین اگر اوسکے پانچ ضلعے
ہون تو اوسکو مخمس اور اگر چہ ضلعے ہون تو مسدس اور علی ہذا القیاس
کثیر الاضلاع منتظم وہ شکل ہی جسکے سب ضلعے اور زاوئے آپسمین برابر ہون۔
(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہین اونکے نام یہ ہین۔



مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون



مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی
جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون۔



مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو
مثلث قائم الزاویہ مین آسانی کے لئے اضلاع کا لفظ فقط اون خطوط مستقیم کے واسطے استعمال مین لاتے ہین
جو زاویہ قائمہ کے محیط ہین اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہی اوسے وتر کہتے ہین۔
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو۔



مثلث حادۃ الزاویہ وہ مثلث ہی
جسکے تینون زاوئے حادہ ہون۔



(۱۲) ذوات اربعۃ الاضلاع مختلف قسم کی ہوتے ہین اور اونکے نام یہ ہین۔
متوازی الاضلاع وہ ہی جسکے مقابل کے ضلعے برابر اور متوازی ہون۔



مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع
ہے جسکے زاوئے قائمے ہون۔



مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہے جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون۔



معین وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے سب ضلعے آپسمین
برابر ہون مگر اوسکے زاوئے قائمے نہون



ذوزنقہ وہ ہی جسکے دو ضلعے متوازی ہون۔



(۱۳) مثلث کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہین اور اس قاعدہ پر عمود مقابل کے زاوئے سے نکالین اوسے
ارتفاع مثلث کہہ سکتے ہین متوازی الاضلاع کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہہ سکتے ہین اور اس قاعدہ پر جو عمود
مقابل کے ضلعے کے کسی نقطہ سے نکالا جائے اوسے ارتفاع متوازی الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۴) ذوالرابعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہی کہ وہ مقابل کے زاویونمین ملائین جو خط مستقیم کہ
کثیر الاضلاع کے دو زاویون مین کہ متصل نہون ملایا جائے اوسے وتر کثیر الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتے ہین جسکو ایک خط جسکا نام محیط ہی گھیرہوا ہو اور اوسکے بیچمین ایک خاص نقطہ ایسا ہو
کہ جتنے خطوط مستقیم اوسکے محیط تک کھینچین وہ سب باہم مساوی ہون۔ اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہے



دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے محیط تک کھینچا جائے۔

دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے گذرے اور محیط پر دونون طرف ختم ہو۔

محیط کے کسی حصہ کو قوس کہتے ہین۔



دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہی جو قوس کے اطراف مین ملائین۔



قطعہ دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو وتر اور قوس نے احاطہ کیا ہو کہ وتر سے قطع ہوتی ہی۔

قطاع دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو دو نصف قطرون اور ایک قوس درمیانی نے گھیرا ہو۔



دو نصف قطر جو زاویہ بناتے ہین اوسی قطاع کا زاویہ کہتے ہین۔

منطقہ دائرہ وہ شکل ہی جو دو متوازی وتر اور اوسکے درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو۔

دوسری فصل مسائل ہندسہ

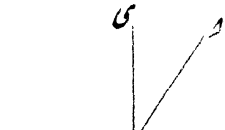
(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہین طالبعلم اونکو یاد کرلین اگر اونکے اثبات کی دلیل کو
چاہین تو اقلیدس کی پہلی بارہ فصل یہ رسالہ اونہین طالبعلمونکے واسطے لکھا گیا ہی جو اقلیدس کو نہین جانتے

اسلئے فقط اصل مطلب بغیر اثبات کے ہم بیان کرتے ہین اور سکو طالبعلم سمجھ لین اور حفظ کرلین جب کسی شکل کا اثبات نہایت سیدھا سادا ہی تو ہم نے اوسکی اصل کو بیان کردیا ہی اگر اوسکو تمام وکمال اول دفعہ مین نہ سمجھی یگا تو بھی اوسکو اوس سے فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی تھا وہ بالکل ہمنے چھوڑ دیا ہے طالبعلم اوسکو خود سمجھ جائیگا اور بعض باتین ایسی لکھی ہین کہ وہ آلات پیمائش سے بخوبی سمجھ مین آجاتی ہین غرض جو کچھ لکھا ہی اس طرح لکھا ہی کہ طالب علم کو اوسکا اعتبار بمنزلہ الیقین بلکہ عین الیقین ہوگا۔

(۱۷) ہمنے جو علم ہندسہ کے مسائل لکھے ہین وہ چند منتخب کئے کے طور پر نمونے کے لکھے ہین اور مہندسین کی تحقیقات سے جو مسائل قائم ہوئے ہین اون سبکو نہین بیان کیا فقط ان نمونونسے طالب علم کو دلیل اصول ہندسہ کے تصورات جم جائینگے اور معلوم ہوجائیگا کہ اونمین کس طرح نتائج مختلف پیدا ہوتے ہین اونکی بسیاری کیا ہے اس جاننے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

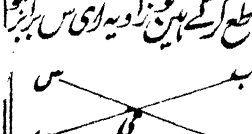
ہماری آیندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سے ۲۱ تک زاویونکا بیان ہی ۲۲ سے ۲۷ تک شلثونکا ذکر ہے ۲۸ سے ۳۰ تک رقبونکی مساوات کا حال ہی دفعات ۳۱ سے ۳۳ تک دائرہ کے خواص کا بیان ہے اور دفعات ۳۴ سے ۳۸ تک تشابہ شلثونکا ذکر ہے۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط مستقیم ب د خط مستقیم س د پر ایک جانب مین زاویہ ب س د اور ا ب د پیدا کرتا ہی تو یہ زاوئے ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے دلیل اسکی یہ ہی کہ ب ی کو عمود س د پر فرضکرو تو زاویہ ا ب د دو زوایا ا ب ی اور ی ب د کی مجموعہ کے برابر ہی



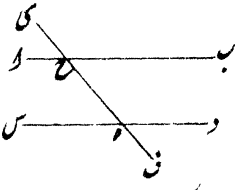
اسلئے دو زاویون ا ب س اور ا ب د کا مجموعہ برابر ہوا تین زاویون ا ب س اور ا ب ی اور ی ب د کی مجموعہ کے لیکن زاویہ ی ب د قائمہ ہی اور ا ب س اور ا ب ی کا مجموعہ ی ب س ہی اور ی ب س بھی قائمہ ہی اسواسطے زاوی ا ب س اور ا ب د ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۱۹) فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا ب اور س د ایکدوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین یعنی زاویہ ا ی س برابر ہو



زاویہ ب ی د کے اور زاویہ ا ی د برابر ہوگا ب ی س کی دلیل اسکی یہ ہی کہ ہر موجب دفعہ ۱۸ کی زاوئے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر دو قائمونکے ہین

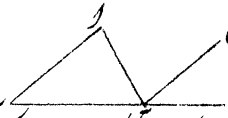
اور ایسے ہی زاویے س ی ب اور ب ی د ملکر برابر دو قائمونکے ہین
اسواسطے زاویئے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر ہین زاویون س ی ب اور ب ی د کے
اسیواسطے زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویہ ب ی د کے
اور اسیطرح ثابت ہوسکتا ہی کہ زاوے ا ی د برابر ہی زاویہ ب ی س کے
زاویون ا ی س اور ب ی د کو اس کے مقابل کے زاویئے کہتے ہین اور زاویون ا ی د اور ب ی س
کا بھی یہی نام ہے۔



(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم ف ی خطوط مستقیم متوازی
ا ب اور د س کو قطع کرتا ہی تو زاویہ ی ح ب برابر ہوگا زاویہ
ح ہ د کے اور دونون زاویے ب ح ہ اور د ہ ح ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے

(۲۱) چونکہ بموجب دفعہ (۱۹) کے زاویہ ی ح ب برابر ہی زاویہ ا ح ہ کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ا ح ہ برابر ہی زاویہ
ح ہ د کے ان زاویونکو زوایا متبادلہ کہتے ہین ایسیہی زاویہ ح ہ س کا زاویہ متبادلہ ب ح ہ ہی

(۲۲) فرض کرو کہ ب س مثلث ا ب س کا ضلع دتک خارج کیا گیا ہی تو زاویہ خارجہ ا س د برابر دو
مقابل کے داخلی زاویون کے ہوگا۔



دلیل یہ ہی کہ ا ب کا متوازی س ی
فرض کرو تو بموجب دفعہ (۲۰) کے زاویہ ی س د برابر ہی زاویہ ا ب س کے اور بموجب دفعہ (۲۱) کے زاویہ
ا س ی برابر ہی زاویہ ب ا س کے پس کل زاویہ ا س د برابر ہوا زاویون ا ب س اور ب ا س
کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینون زاویئے ملکر برابر دو قائمونکے ہوتے ہین۔
دلیل اسکی یہ ہی کہ بموجب دفعہ (۲۲) کے زاویون ا ب س اور ب ا س کا مجموعہ برابر ہی زاویہ ا س د کے
پس تینون زاویون ا ب س اور ب ا س اور ا س ب کا مجموعہ برابر ہی زاویہ ا س د اور ا س ب
کے مجموعہ کے یعنی بموجب دفعہ (۱۸) کے برابر دو قایمون کے

(۲۴) اگر مثلث کے دو ضلعے اسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے زاویے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۵) اگر مثلث کے دو زاوئے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۶) اگر مثلثون مین ایک مثلث کے دو ضلعے برابر ہون دوسری مثلث کے دو ضلعونکی ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاویے درمیانی ان ضلعون کے بھی آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سے آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۷) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاوئے برابر ہون دوسری مثلث کے دو زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسری مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ ضلع متصل یا مقابل متساوی زاویون کے ہون تو سب طرح سے مثلث آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۸) متوازی الاضلاع اوس قائم الزاویہ کے برابر ہوتا ہی جو اوسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو۔



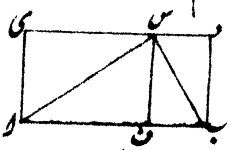
فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب سن قائم الزاویہ اب ی ف ایک ہی قاعدہ اب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ اب اور ف س کے واقع ہون تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونو شکلین ایک ہی جگہہ گھیرینگی۔

یہ بات مان لینی کچھہ مشکل نہین کہ مثلث ب ی س برابر ہی مثلث ا ف د کے

اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ اب سن برابر ہی اب ی ف کے

متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان کہنے کی جگہہ ہم یہ موجب قضیہ (۳۳) کے کہہ سکتے ہین کہ اونکا ارتفاع ایک ہی ہو۔

(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔



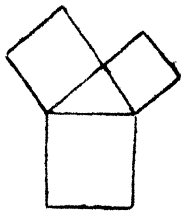
فرض کرو کہ مثلث اب س اور قائم الزاویہ اب ی د کا ایک ہی قاعدہ اب اور ایک ہی ارتفاع ہی تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔

فرض کرو کہ س ف عمود اب کے اوپر نقطہ س سے نکلا ہو تو اس بات کے ماننے مین کچھہ مشکل نہین ہی

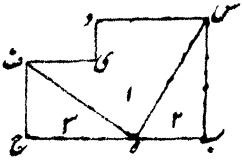
کہ مثلث ب ف س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث ا ف س برابر ہی مثلث ا ی س کے اور اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہی کہ اب ی د سے اب س نصف ہی۔

اس سے معلوم ہوا کہ جن د مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور اونکا ارتفاع برابر ہو وہ آپمین برابر ہوتے ہین

(۳۰) مثلث قایم الزاویہ مین وتر پر جو مربع بنایا جائے برابر ہوتا ہی اون مربعون کے جو اضلاع پر بنائے جائین۔



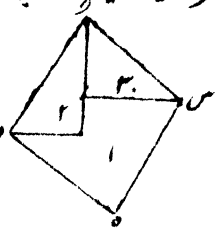
اس شکل مین مثلث قایم الزاویہ بنایا ہی اور وتر پر مربع اور اوسکے ضلعون پر مربعے بنائے ہین تو بڑا مربع برابر دونو مربعون کے مجموعہ کے ہوگا۔



یہ شکل علم ہندسہ کی جان ہی اوس سے بڑے بڑے کام نکلتے ہین اب ہم اوسکی صداقت کو دکھاتے ہین۔

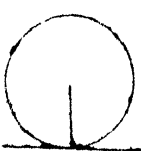
فرض کرو کہ شکل ب س د ی ف ح مرکب ہی دو مربعون سے جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہین۔

ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س ہ اور ف ہ کھینچو کاغذ کی یا دھلی کی کل شکل کترو اور اوسکے تین حصے ۱ و ۲ و ۳ کی صورت کے بنالو اور پھر ان حصون کو اسطرح ملاؤ کہ شکل و ف ہ س کی بنتی پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اسطرح ایسا بنگیا جسکا ایک ضلع برابر ف ہ کے ہے۔

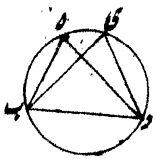


اس سے معلوم ہوا کہ ف ہ پر مربع جو بنایا جائے برابر اون مربعون کے ہوتا ہی جو ف ح اور ح ہ پر بنائے جائین

(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو نصف قطر جو نقطہ تماس سے کھینچا جائیگا اوس خط مستقیم پر عمود ہوگا۔



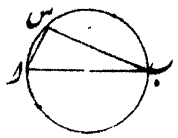
(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور ب ی د ایک ہی قطعہ دائرہ



ب ا ی د مین واقع ہین تو زاوئے اُسمین برابر ہونگے۔

(۳۳) فرض کرو کہ ا ب دائرہ کا قطر ہو اور محیط مین

کوئی نقطہ س کا لیکر خطوط مستقیم ا س اور ب س کھینچو

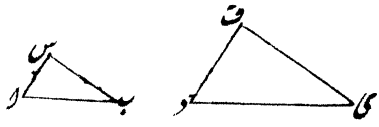


تو زاویہ ا س ب ایک قائمہ ہوگا

(۳۴) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو ایسے مثلث

ہون کہ زاویہ ا برابر ہو زاویہ د کے اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ ی کے اور زاویہ س برابر ہو زاویہ

ف کے تو برابر زاویون کے اضلاع متناسب ہونگے۔

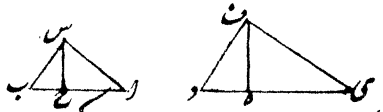


یعنی اگر ی ف دو چند ب س سے ہو تو د ف بھی دو چند س ا سے اور د ی دو چند ا ب سے ہوگا

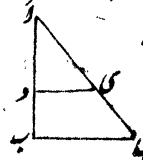
اور اگر ی ف سہ چند ب س سے ہو تو د ف سہ چند س ا سے اور د ی سہ چند ا ب سے ہوگا

اور علی ہذا القیاس ایسے دو مثلثون کو متشابہ مثلث کہتے ہین

(۳۵) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف مثلث متشابہ ہین اور زاوئے س ا و ف نظیر ہین اور



س ح کو ا ب پر اور ف ہ کو د ی پر نقاط س اور ف سے مقابل ضلعون پر عمود فرض کرو تو



س ح کو ا ب سے وہ نسبت ہوگی جو ف ہ کو نسبت ہے د ی سے

(۳۶) فرض کرو کہ مثلث ا ب س ہے اور خط مستقیم د ی ضلع ب س کا

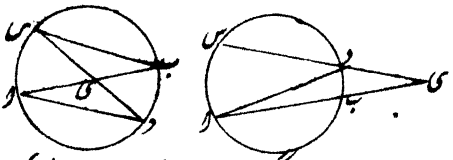
متوازی ہے اور اضلاع ا ب اور ا س سے ملتا ہے تو مثلث

اب س اور ای د مشابہ ہونگے (دفعہ ۲۰ دیکھو)

(۳۷) فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالا جائے تو مثلث د ب ا اور د ا س متشابہ ہونگے



(۳۸) فرض کرو کہ ا ب اور س ی دو وتر ایک دائرہ کی ہیں (اور ضرور کی صورتمیں خارج ہوکر نقطہ پر ملتی ہیں)



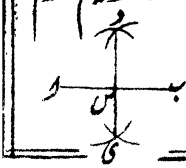
ملاؤ ب س اور ا د تو مثلث ای د اور ب ی س آپسمیں متشابہ ہونگے اور زاویہ ی ا د اور ی س ب آپسمیں برابر ہونگے اور زاویہ ی د ا اور ی ب س بھی آپسمیں برابر ہونگے (دفعہ ۳۲ دیکھو)

تیسری فصل ہندسۂ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کارآمد ہیں اور انسے شکلیں صحیح بنتی ہیں آلات میں سے فقط پرکار اور رولر یعنی مسطر مطلب آری کے واسطے کافی ہیں اونسے ہمارا سارا کام چل جاتا ہے اگرچہ اور آلات بھی مثل مربع یا متوازی رولر کے کام کے ہوتے ہیں مگر اونکی ضرورت کچھ ضروری نہیں فصل دوم میں جو کچھ ہمنے ذکر کیا ہے اونمیں پر ان اشکال عملی کا حل موقوف ہے اور عملاً نتایج کی صحت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہیں وہ سب آسانی سے ثابت ہوجاتے ہیں اور عملاً جو تحریر اقلیدس کو جانتے ہیں وہ بخوبی اونکی صحت کو سمجھ سکتے ہیں غرض عملاً و علماً دونوطرح سے اونکی متانت اور صداقت ثابت ہے۔

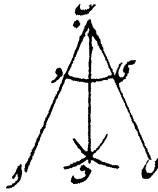
(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصونمیں تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور ب کو مرکز مقرر کرکے ایسے نصف قطر پر جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دائری کھینچو اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور ی پر تقاطع کرتے ہیں ملاؤ د ی جو اب کو نقطہ س پر قطع کرے تو اس برابر ہوگا ب س کے



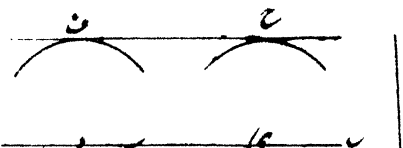
اور خط مستقیم دی نزاویہ قائمہ اب پر بناتا ہی اور اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہم اسطرح ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم پر اوسکو دو برابر حصونمین تقسیم کرتا ہوا کھینچ سکتے ہین۔

(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصونمین تقسیم کرو



فرضکرو کہ اب س زاویہ معلوم ہے مرکز ب اور کسی نصف قطر پر دائرہ کھینچو کہ ب ا کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د اور ی کو مرکز مانکر کسی نصف قطر پر قوسین دایرہ کی کھینچو جو نقطہ ف پر تقاطع کرین ملاؤ ب ف تو زاویہ اب ف برابر ہوگا زاویہ س ب ف کے

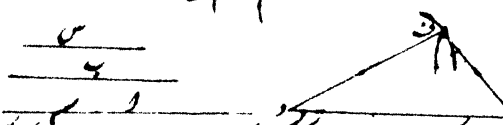
(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بعد معلوم کھینچو۔



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہے اب مین کسی دو نقطون ا اور ی کو مرکز مقرر کرکے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کرکے قوسین کھینچو اور خط مستقیم ف ح ان قوسون کو مس کرتا ہوا کھینچو تو اب کا متوازی ف ح معلوم فاصلہ س پر ہوگا

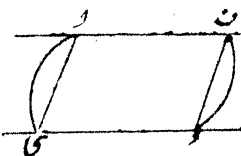
(۴۳) ایک مثلث بناؤ جسکے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہون۔

فرض کرو کہ آ اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہین۔



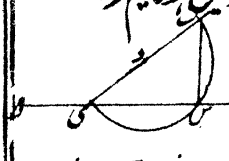
ایک خط مستقیم دی برابر ایک خط مستقیم معلوم آ کے کھینچو مرکز د اور نصف قطر برابر ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی پر اور نصف قطر برابر س کے بناکر دوسری قوس کھینچو اور فرض کرو کہ یہ قوسین نقطہ ف پر ایک دوسرے کو قطع کرتی ہین ملاؤ د ف اور ف ی تو د ف ی مثلث مطلوب ہوگا۔

(۴۴) نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو



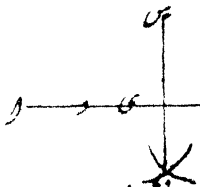
فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو کوئی نقطہ
خط ب س میں لو اور مرکز ا اور نصف قطر ا ی پر ایک دائرہ س
کھینچو جو ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور پھر ی کھینچو اور مرکز ا پر اور نصف قطر ا ی پر ایک دائرہ کھینچو اور وتر
و ف برابر و تر ای کے کھینچو اور ملاؤ ا ف تو ب س کا متوازی ا ف ہوگا۔

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم سے جو اوس میں ہو قایم کرو



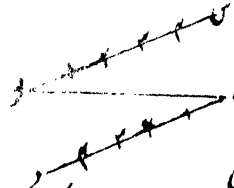
فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب ہے اور نقطہ معلوم س ہے
کسی نقطہ د کو یا خط مستقیم سے مرکز بقرر کرکے نصف قطر د س پر
دائرہ کھینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطہ س پر قطع کرے ی د کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ ف پر ملے۔
ملاؤ س ف تو س ف زاویے قائمے ا ب پر بنائیگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ سے جو اوس سے باہر ہے عمود نکالو



فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب اور نقطہ معلوم س ہے
خط مستقیم معلوم ا ب میں کوئی سے دو نقطے د اور ی مقرر کرو اور
مرکز د اور نصف قطر د س پر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی اور نصف قطر ی س پر دوسری قوس کھینچو
فرض کرو کہ یہ قوسیں نقطہ ف پر تقاطع کرتی ہیں ملاؤ س ف تو س ف عمود ا ب پر ہوگا۔

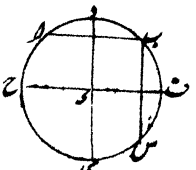
(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصوں میں تقسیم کرو



فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے اور اوسکو پانچ
برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔
نقطہ ا سے کوئی خط مستقیم ا س کھینچو اور نقطہ ب سے ا س کا متوازی
خط مستقیم ب ج کھینچو اور اس پر برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ کے نشان کرو اور
ب د پر چار طول برابر پہلے طولوں کے قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو

اور ۱ و ۴ مین اور ۲ اور ۳ مین اور ۳ اور ۲ مین اور ۴ اور ۱ مین خطوط مستقیم کھینچو تو یہ خطوط مستقیم ارب کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرینگے۔

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو



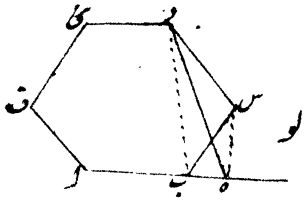
وتر اب کھینچو اور اوسکو دی سی جو اوپر زاویۂ قائمہ بنائے دو برابر حصون مین تقسیم کرو۔

تو دائرہ کا مرکز دی مین ہوگا۔

ایک اور وتر س کھینچو اور اوسکو دو برابر حصون مین ایک خط مستقیم فح سی جو اوسپر زاویۂ قائمہ بنائے تقسیم کرو تو مرکز دائرہ کا فح مین ہوگا۔

پس دائرہ کا مرکز دی اور فح کا نقطہ تقاطع رہوگا اس عمل سے یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ تین نقاط معلوم ر اور ب اور س پر گذرتا ہوا دائرہ اسطرح کھینچا ہے۔

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہے اوسکے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعون کی تعداد ایک کم ہو۔



فرض کرو کہ ارب س دی ف کثیر الاضلاع معلوم ہو ملاؤ ب نقطہ س سی ب د کا متوازی ایک خط مستقیم کالو جو ارب ممدودہ سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاؤ دہ تو

بموجب وضع (۲۹) کے مثلث ب س برابر ہے مثلث ب ہ د کے اور اسیواسطے کثیر الاضلاع ارب س دی ف برابر ہے کثیر الاضلاع اہ دی ف کے یعنی ایسی کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہے اسی عمل کو بار بار کثیر الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہین۔

(۵۰) اسکیل جسکا قطر عشری ہو بناؤ اور اوسکا طریقہ استعمال بتاؤ۔

ایک خط مستقیم ارب اتنے طول کا لو جسمین عمل کے اندر آسانی ہو اور اوسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط اب سے دس گنا ہو جائے اور ارب کے برابر ب س اور س د بناؤ اور پھر اسی خط کا کوئی خط

متوازی نکالو اور اوسپر بھی دس بعد اب اور ب س اور س د ... برابر اب کی بناؤ اور ا ا اور ب ب اور س س اور د د ... ملاؤ اور ا ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی اب کی کھینچو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ کے نشان کرو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور ب ا اور ب ا کے نقاط تقسیم مین قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے ملاؤ جو متصل ا کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطہ کے ہو اور ۲ کو اوس نقطے سے ملاؤ جو دوسرے نقطے کے متصل ہو اور علی ہذا القیاس۔

پس اب اسکیل بنگیا۔

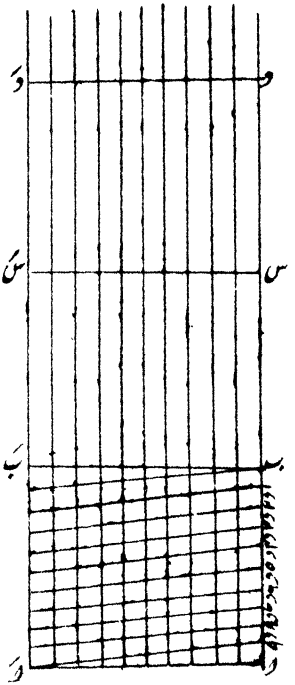
اس بات کو سمجھ لو کہ شکل مذکور اسکیل کی بنا اسلئے نہین گئی ہے کہ صفحہ مین گنجایش نہین تھی ایک حصہ کی شکل بنائی ہے اور اوسسے آگے کا حصہ شکل مین نہین بنایا۔ گو اکثر ا ا کو عمود اب پر بناتے ہین مگر یہ عمودی ہونا ضروری نہین جب طول معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکی موافق خطوط مستقیم کھینچتے ہین۔ اور جب خطوط مستقیم معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے طول معلوم کرتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک کو تعبیر کرتا ہے ۲٫۵ انچ طول کا حظ کھینچنا منظور ہے اب پرکار لو اور اوسکی ایک ساق کے سر کو د پر رکھو اور پرکار کو کھولو جب تک کہ دوسری ساق کا سرا ۵ پر آجائے پس طول د ۵ انچ کا حاصل ہوگیا جو قریب قریب مطلوب طول کے ہے اب پرکار کی ایک ساق کو د پر سر کاؤ اور دوسری ساق کو اوس قطری خط پر جو پانچ سے کھینچا گیا ہے سرکاؤ کو بقدر ضرورت کشادہ بھی کرتے جاؤ جب د و نو ساقون کے دونو سرے اوس ایک خط پر کہ ساتوان متوازی اد کا ہے آجائین تو فاصلہ مابین پرکار کے دونو سرونکے ۲٫۵ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر اب بجای ایک انچ کے دس انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ جو ابھی دریافت ہوا ہے ۲٫۵ کو تعبیر کریگا اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کریگا تو فاصلہ مذکور ۲۵ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریافت کیا چاہو تو پرکار کو کھولکر اوسکی دو نو ساقونکے سرونکو خط کے

انجامو پر رکھو اور پرکار کی ایک ساق کے سر کو خط مستقیم ب ب و س س و د د ... پر اور دوسرے سر کو قطری خطوط مستقیم پر رکھو اور پرکار کو ہلاتے جلاتے رہو جبتک کہ اون خطوط مستقیم مین سے کہ متوازی اور دگی ہین کسی ایک خط مستقیم پر دونو ساقین آجائین تو اوس سے طول معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ پرکار کی ایک ساق س س پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہے جو ۹ سے شروع ہوتا ہی اور دونو سے اوخط پر ہین جو پانچوان متوازی اب کا ہے تو طول مطلوب ۹۵ اگنا طول اب کا ہو گا۔



(۵۱) اسیطرح ایسا اسکیل ہی بنا سکتے ہین جسکا قطر اثنا عشری ہو صورت مین فقط دس کے عدد کو ۱۲ سے بدلین اور پر موافق سابق کے عمل کرین جس طرح کیب سے ہمنے ۵، ۲ ۱ انچ طول کا خط مستقیم دریافت کیا تھا اوس کیب سے ہم خط مستقیم ۲ + ۵/۱۲ + ۵/۱۴۴ طول کا دریافت کرسکتے پس اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کرے گا تو

تو خط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جسکا طول ۲ فیٹ ۵/۱۲ انچ ہی
اور ایسے ہی دفعہ (۵۰) مین جس بعد کا طول دریافت کیا گیا ہی وہ اس اسکیل کے موافق اب سے وہ نسبت رکھیگا
جو ۱ + ۹/۱۲ + ۵/۱۴۴ اسکے نسبت کہتا ہی اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کرے تو بعد ۹ فٹ ۵/۱۲ انچ سے تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولون کے بیان مین
چوتھی فصل پیمانہاے طولانی

(۵۲) غالبًا طالب علم طولانی پیمانونسے واقف ہوگا مگر احتیاطًا اونکو ہم یہان لکھی دیتے ہین

۱۲ انچ کا ایک فٹ
۳ فیٹ کا ایک گز
۶ فیٹ کا ایک فیدم
۱۶½ فیٹ کا یعنی ۵½ گز کا ایک پول یا ایک وڈ
۴۰ پول کا ایک فرلنگ
۸ فرلنگ کا ایک میل

اس سے یہ نتایج حاصل ہوتے ہین

انچ	فیٹ	گز	پول	فرلنگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶½	۵½	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے ناپنے کیواسطے گنٹر صاحب کی جریب بڑا رواج ہی اور یہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہی اور
سو برابر کڑیان اوسمین ہوتی ہین اسواسطے اونمین سے ہر ایک کا طول ۲۲ گز ہوتا ہی یعنی ۷۹۲۰ انچ کا
یس ۲۵ کڑیونکا ایک پول ہوتا ہی اور ۱۰۰ جریبونکا ۱۰۰۰ کڑیونکا ایک فرلنگ اور ۸۰ جریب یا ۸۰۰۰
کڑیونکا ایک میل ہوتا ہی ہندوستانی جریب مین ۲۰ گٹھے ہوتے ہین اور ہر گٹھہ مین ۳ گز ہوتے ہین

(۵۴) پانچوین فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط مستقیم سے بنتا ہی اونمین سے اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہو سکتا ہی اس طول کے دریافت کرنیکے واسطے ہم جو قاعدے بیان کرینگے وہ دفعہ (۳۰) کی شکل نظری پر موقوف ہین اور اس مطلب کو پہلے اور زیادہ صفائی سے بیان کرینگے

(۵۵) مثلث قایم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہین وتر دریافت کرو

قاعدہ ضلعون کے مربعونکو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ -

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ اور ۶۴ اور ۳۶ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہی اور جذر ۱۰ کا ۱۰ ہی

پس وتر ۱۰ فیٹ ہی-

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہی اور دوسرا ۱۰ انچ ہی-

۲ فیٹ یا ۲۴ انچ کے ہین اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہی اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہی اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہی اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہی پس وتر ۲۶ انچ ہی-

(۵۷) مثال ۲ مین ایک ضلع فیٹونمین بیان کیا گیا تہا اور دوسرا ضلع انچونمین وتر کے دریافت کرنیکے قاعدے کو پہچیے عمل مین لانے پہلے فیٹون کے انچ بنائے کہ دونون ضلعے ہمجنس ہو جائین اسی طرح تمام مساحت مین یہ ضرور ہی کہ جتنے طول معلوم ہون اون سب کو ہمجنس بنالین یعنی تجنیس اون مین کرنی ضرور ہی یہ تمکو اختیار ہی کہ ہم تمام طولون کو انچون مین تعبیر کرین یا فیٹون مین تعبیر کرین یا گزون یا میلونمین غرض جسمین چاہین مگر یہ نہین کرنا چاہیے کہ ایک طول ایک پیمانے مین اور دوسرا طول دوسرے پیمانے مین تعبیر ہو سب کا ہمجنس کرنا ضرور ہے-

(۵۸) دفعہ (۵۶) مین جو دو مثالین عمل ہوئی ہین اونمین پورا پورا جذر نکلا ہی اسلیے وتر کا طول بہی

ٹھیک ٹھیک دریافت ہوگیا مگر یہ بھی ہوتا ہے کہ جذر پورا نہین نکلتا ایسی حالت مین مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہین۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۲ فیٹ ۸ انچ ہے۔
۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

۳۲	۴۰
۳۲	۴۰
۶۴	۱۶۰۰
۹۶	۱۰۲۴
۱۰۲۴	۲۶۲۴

(۵۱٫۲۲) ۲۶۲۴٫۰۰ : ۲۵
۲۵
۱۰۱) ۱۲۴
۱۰۱
۱۰۲۲) ۲۳۰۰
۲۰۴۴
۱۰۲۴۲) ۲۵۶۰۰
۲۰۴۸۴
۵۱۱۶

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کرین تو وتر تقریبًا ۵۱٫۲۲ انچ ہوگا

(۳) ایک ضلع ۲٫۴ فیٹ اور دوسرا ضلع ۲٫۱ گز ہے۔
۲٫۱ گز = ۳٫۶ فیٹ

۲٫۴	۳٫۶	(۴٫۳۲) ۱۸٫۷۲۰۰
۲٫۴	۳٫۶	۱۶
۹۶	۲۱۶	۸۳) ۲۷۲
۴۸	۱۰۸	۲۴۹
۵۷۶	۱۲۹۶	۸۶۲) ۲۳۰۰
	۵۷۶	۱۷۲۴
	۱۸۷۲	۵۷۶

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کرین تو وتر تقریبًا ۴٫۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ وتر قریب نکالنا منظور ہو تو ۴٫۳۳۳ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) مثلث قایم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع مین سے ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو۔

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہی۔

مربع ۱۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہی ۶۴ کو ۱۰۰ مین سے تفریق کرو تو ۳۶ حاصل ہونگے ۳۶ کا جذر ۶ ہی اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہی۔

یا اس طرح سے کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہی اور اونکا تفاوت ۲ ہی اور ۱۸ اور ۲ کا حاصلضرب ۳۶ ہی اور ۳۶ کا جذر ۶ ہی۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہی۔

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہی ۱۰۰ کو ۶۷۶ مین سے تفریق کرو تو حاصل تفریق ۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہی پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہی۔

یا اسطرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہی اور اونکا فرق ۱۶ ہی اور ۳۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب ۵۷۶ ہی اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہی۔

(۶۲) دفعہ (۶۰) کے قاعدہ کی دو صورتین بیان کین اول صورت کا تعلق دفعہ (۵۹) سے ظاہر معلوم ہوتا ہی اور دوسری صورت اوسکی ایسی ہی کہ اوس سے عمل مین آسانی اور تسہیل ہوتی ہی اور کچھ تھوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہی۔

(۶۳) دفعہ (۶۱) کی دونو مثالون مین پورا پورا جذر دریافت ہو گیا اور اسی سبب سے ضلع کا طول ٹھیک ٹھیک معلوم ہو گیا لیکن یہ بہی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہین نکلتا تو اوس صورت مین جذر کا عمل جتنے مرتبے کی اعشاریہ تک چاہین جاری رکہین اوس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہو جائے گی۔

(۶۴) مثالین

(۱) وتر افٹ ۹ انچ ہی اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہی۔

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۲۱ + ۱۴ = ۳۵

۲۱ − ۱۴ = ۷

۳۵ × ۷ = ۲۴۵

۱۵٫۶۵) ۲۴۵٫۰۰ : : ۲

۲۵ | ۴۵
۱۲۵
۳۰۶ | ۲۰۰
۱۸۳۶
۳۱۲۵ | ۱۶۴۰۰
۱۵۶۲۵

اب اگر دو ہی مرتبے تک اعشاریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵٫۶۵ معلوم ہوگا

(۲) وتر ۲٫۷ گز اور ایک ضلع ۳٫۴ فیٹ ہے

۲٫۷ گز = ۱۱٫۸ فیٹ

۱۱٫۸ + ۳٫۴ = ۱۵٫۲

۱۱٫۸ − ۳٫۴ = ۸٫۴

۱۱٫۵
۸٫۴
۴۶۰
۹۲۰
۹۶٫۶

۷٫۳۵) ۵۰۵٫۰۰ : : ۵

۴۹
۱۴۳ | ۱۰۵۰
۴۲۹
۱۴۶۵ | ۶۲۱۰۰
۷۳۲۵
۲۷۵

پس اگر عمل دو ہی مرتبے کی اعشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۷٫۳۵ فیٹ معلوم ہوگا۔

(۶۵) اب ہم چند مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدوں پر موقوف ہے

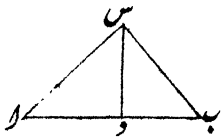
(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۴۰۸ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۸۰ فیٹ ہے وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو

بموجب فقرہ (۶۰) وتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۴۰۸ کا مربع ہے اسواسطے اگر ۴۰۸ کے مربع کو ۵۸۰ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ہوگا اسطرح سے ہمکو وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔

پس وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۸۰ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے اونکو جمع کرکے ۲ پر تقسیم کرو تو ۴۳۳ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا ۵۸۰ مین سے ۴۳۳ کو تفریق کرو تو ۱۴۷ حاصل ہونگے یہ دوسرا ضلع ہوگا۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

فرض کرو کہ اب س مثلث اور س د اوسکا ارتفاع ہی تو س د



اب کو دو برابر حصونمین تقسیم کریگا اور ا د = ½

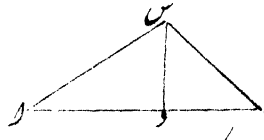
تو دفعہ (۶۰) کے دوسرے قاعدے بموجب س د کو دریافت کرتے ہین

۱ + ¼ = ۳/۴ اور ۱ - ¼ = ¾ ۳/۴ × ½ = ۳/۴

اب ۳/۴ کا جذر برابر ہی ½ جذر ۳ کی اور ۳ کا جذر پورا پورا نہین دریافت ہوسکتا اگر تین مرتبہ کی اعشاریہ تک جذر نکالین تو ۰،۸۶۶ حاصل ہونگے اور نصف اوسکا ۰،۴۳۳ ہی

پس ارتفاع کا طول تقریبًا ۰،۸۶۶ فیٹ ہی

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب = ۵۶ اور س د = ۱۵ اور ب س = ۲۵

بموجب فقرہ (۶۰) کے ہم ب د کو دریافت کرتے ہین کہ

۲۵ + ۱۵ = ۴۰ اور ۲۵ - ۱۵ = ۱۰ اور ۴۰ × ۱۰ = ۴۰۰ اور ۴۰۰ کا جذر ۲۰ ہی۔

پس ب د = ۲۰ اسی واسطے ا د = ۵۶ - ۲۰ = ۳۶

بموجب فقرہ (۵۵) کے اس کو دریافت کرتے ہین کہ ۳۶ کا مربع ۱۲۹۶ ہی اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہی

اور ۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہی اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہی پس س د = ۳۹

پانچوین فصل کی مشالین

ان قائم الزاویہ مثلثون مین اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۳۲۵ فیٹ ۱۶۵ فیٹ (۲) ۵۸۴۷ فیٹ ۳۹۳۷ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) نصف میل اور ۳۴۵ گز فٹ

ان مثلثات قایم الزاویہ مین وتر فوٹمین دو مرتبہ کی اعشاریہ تک اضلاع معلوم مفصلہ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۴۳۷ فیٹ ۳۴۲ فیٹ (۶) ۴۳۹۵ فیٹ ۳۸۷۴ فیٹ

(۷) ۳۱۴ فیٹ ۳ انچ ۲۲۸ فیٹ ۹ انچ (۸) چوتھائی میل ۴۲۷ گز ۲ فیٹ

ان قایم الزاویہ مثلثونمین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۹) ۵۲۷ فیٹ ۴۴۶ فیٹ (۱۰) ۱۶۴۱۷ فیٹ ۱۴۲۰۸ فیٹ

(۱۱) ۲۶۹ فیٹ ۵ انچ ۲۵۰ فیٹ ۸ انچ (۱۲) ۳۴۰ گز ۱ فٹ اور ایک فرلنگ

ان قایم الزاویہ مثلثونمین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع کو فوٹمین دو مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۶۴۷ فیٹ ۴۳۱ فیٹ (۱۴) ۴۹۸۰۷ فیٹ ۳۷۶۵ فیٹ

(۱۵) ۴۲۴ فیٹ ۳ انچ ۲۷۶ فیٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرلنگ اور ۹۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۲۶۲۰ فیٹ ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۴۸۴ فیٹ ہین قاعدے کے حصونکو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قایم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فیٹ ہی وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لمبا سیدہا ایک دیوار کے برابر کھڑا ہی تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور سرکائین کہ زینہ کا سرا دیوار سے ایک فٹ نیچے اوتر آئے۔

(۲۰) ایک زینہ ۴۰ فیٹ لمبا ۲۴ فیٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف مکانات پر پہنچتا ہی اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکانات پر لگائین تو وہ ۳۲ فیٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہی تو بازار کا عرض دریافت کرو۔

(۲۱) ایک مکان سے ۱۴ فیٹ کے فاصلہ پر ایک زینہ کے پیر ہین اور سرا وسکا مکان کی ۴۸ فیٹ بلندی پر زمین سے اونچا لگا ہوا ہی جب اس زینہ کو اوسکے پیر و نیز اولٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سرا وسکا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ہی اوسکے قطر کی مقدار دس مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہی اوسکا قطر دریافت کرو

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۶۶، ۸۲ فیٹ ہی اور مرکز سے جو عمود وتر پر نکالا جائیگا ۱۱ فیٹ ہی وتر کو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے دو متصل ضلعوں پر ایک بیڑا بنی ہوئی ہی مستطیل کا ایک ضلع ۱۹۶ گز اور دوسرا ۱۴۲ گز ہی تو بتاؤ اوسکے قطر میں ہمائیں تو ضلاع میں چلنے کی نسبت کتنے فاصلہ طی کرنے سے بچینگے۔

(۲۶) ایک چہت ۲۸ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ہر ایک طرف کی سلامی ۷ فیٹ ہی تو بتاؤ چہت کی سلامی کا کنارہ کتنا اونچا اولتی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اوسکے گرد جو دائرہ بنایا جائے اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ہی اوسمیں جو مربع بنایا جائے اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی تو بتاؤ ۹ فیٹ کی وتر پر مرکز سے جو عمود نکالیں اوسکا طول کیا ہوگا

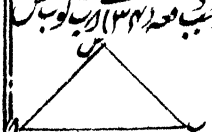
(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی تو جس وتر پر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۳ انچ کا ہو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہی اور پانچ نقاط تقسیم سے خطوط تقسیم زاویے قائمے بناتے ہوئے محیط تک کھینچے گئے ہیں طول ان خطوط کا انچوں میں تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی۔

(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہی اوس سے دائرہ کا مماس نکالا گیا ہی تو اس خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔

چھٹی فصل اشکال متشابہ

(۳۳) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو متشابہ مثلث ہیں تو موجب قضیہ (۳۴) کے ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہوگی جو د ی کو ی ف سے



پس اگر دو ضلعے ایک مثلث کے معلوم ہوں اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اوسکا دوسرا

ضلع بھی دریافت ہوسکتا ہی اس ضلع کے دریافت کرنیکا عمل مثل تناسب یا اربعہ متناسبہ کے ہوگا

(۶۷) مثالین

(۱) فرض کرو کہ ا ب = ۵ اور ب س = ۶ اور د ی = ۷

۵ : ۶ :: ۷ : ی ف

تو ی ف = $\frac{۶ \times ۷}{۵} = \frac{۴۲}{۵} = ۸\frac{۲}{۵}$

(۲) فرض کرو کہ ا ب = ۵ اور ا س = ۴ اور د ی = ۷

۵ : ۴ :: ۷ : د ف

د ف = $\frac{۴ \times ۷}{۵} = \frac{۲۸}{۵} = ۵\frac{۳}{۵}$

(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات مین متشابہ شکلون سے اکثر کام پڑتا ہی مثلاً دفعہ (۶۵) مین ہمنے بیان کیا ہی کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہی اوسکا ارتفاع ۸۶۶ء فٹ ہی۔ اب یہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع مین ہوگا پس اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہو تو ارتفاع ۸۶۶ء × ۱۰ فیٹ ہوگا دفعہ (۳۹) کی شکل مین ہمنے بیان کیا ہے کہ مثلث ی د ا اور ب ی س متشابہ ہین اور ی د کو ی د سے وہ نسبت ہی جو ی س کو ہے ی ب سے اس سے معلوم ہوتا ہی کہ مسئلہ تناسب کے موافق حاصل ضرب ی د اور ی ب کا برابر ہے حاصل ضرب ی س اور ی د کے یہ دائرہ کا ایک خاصہ ہی اور قابل یاد رکھنے کے ہی اور بہت بکار آمد ہی۔

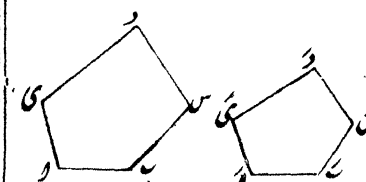
(۶۹) متشابہ شکلون کی اعانت سے ہم ارتفاع کسی شی کا اوسکے سایہ کو پیمایش کرکے دریافت کرسکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے ۳ فیٹ اونچی کھڑی ہوئی ہی اور اوسکا سایہ ۴ فیٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فیٹ اوسوقت پڑ رہا تھا تو ہم تناسب سے یون درخت کا ارتفاع دریافت کرسکتے ہین کہ

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع

پس ارتفاع = $\frac{۳ \times ۵۲}{۴}$ فیٹ یعنی ۳۹ فیٹ

(۷۰) متشابہ شکلون سے خود بخود خیال متشابہ مستقیمۃ الاضلاع کیطرف جاتا ہی متشابہ مستقیمۃ الاضلاع وہ ہین جنکے زاوے متناظرہ آپسمین برابر ہون اور اونکے گردے اضلاع متناسب ہون

(۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعے کی شکلون ا ب س د ی اور ا ب س د ی مین زاوے ا اور ب اور س اور د اور ی برابر ہون زاویون ا اور ب اور س اور د اور ی کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گرد ان زاویون کے متناسب ہون یعنی ا ب کو

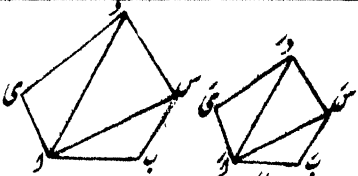


ب س سے وہ نسبت ہی جو ا ب کو ب س کی اور ب س کو س د سے وہ نسبت ہی جو ب س کو س د سے اور علی ہذا القیاس تو یہ دونو شکلین متشابہ ہونگی۔

(۷۲) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے متشابہ ہونیکے واسطے دو خاصیتونکا بیان ہوا ہی یعنی مساوات زاویون کی اور متناسب ہونا اضلاع کا

نظریات ہندسیہ سے ثابت ہی کہ اگر شکلون مین ان خاصیتونمین سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہی کہ اونمین دوسری خاصیت بھی پائی جاے اور عملیات مین بھی اسبات کا ثابت کرنا کچھ مشکل نہین اور وہ اسطرح ہوتا ہی کہ دو کاغذ کی اسطرح کترو کہ ایک شکلث کی اضلاع دو چند یا سہ چند دوسرے شکلث کی اضلاع کے ہون تو اونمین امر ظاہر معلوم ہوگا کہ زاوے متناظرہ آپسمین برابر ہین یعنی نظیر کے جن زاویونکو منطبق ایک دوسرے پر کرو وہ بالکل منطبق ہو جائینگے مگر اون اشکال مستقیمۃ الاضلاع مین جنکے ضلعے تین سے زیادہ ہین ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جاسکتی ہی مثلاً مربع اور مستطیل کے زاوے آپسمین برابر ہوتے ہین مگر اونکے اضلاع متناسب نہین ہوتے اب مربع اور معین لو تو اونکے اضلاع متناسب درمیان زاوے ایک دوسرے کل کے برابر دوسری شکل کے زاویونکے نہین ہوتے

(۷۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ تساوی التعداد متشابہ شکلثون مین تقسیم ہو سکتے ہین مثلاً خطوط مستقیم س ا اور د ا اور س ی اور د ی کے



کھینچنے سے دفعہ (۱۱) کی پانچ ضلعے کی شکلونکو تین زوج متشابہ مثلثون مین تقسیم کرسکتے ہین

(۷۴) دفعہ (۶۶) مین جو متشابہ مثلثونکی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی نسبت بھی بیان ہوسکتا ہی یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل مین معلوم ہون اور اونکی نظیر کا ایک خط دوسری شکل مین معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدۂ تناسب کے موافق دریافت ہوسکتا ہی۔

(۷۵) متشابہ شکلین جیسی خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہین ایسی ہی خطوط منحنی سے محدود ہوسکتی ہین۔ مثلاً دو نقشے مختلف طول و عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کرین تو دونو نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشے مین پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے مین پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک نقشے مین ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے مین دو چند ہوگا۔

(۷۶) متشابہ ہونے کا مفہوم اس تعریف سے خوب ذہن مین بیٹھ جاتا ہی کہ متشابہ شکلین وہ ہین جنکی صفتین متماثل ہون یعنی ایک سی ہون مگر اونکا طول و عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابہ شکلین ہین۔

(۷۷) اب ہم چند مثالین لکھتے ہین جنکا حل اشکال متشابہ ہونے پر موقوف ہی۔

(۱) دفعہ (۳۱) کی شکل مین فرض کرو کہ ری = ۲ انچ اور رس = ۲½ انچ اور رَی = ۱¼ انچ رَس کو دریافت کرو

۲ : ۲½ :: ۱¼ : رَس

$$\therefore \text{رَس} = \frac{2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4}}{2} = \frac{45}{160} = 2\frac{13}{16}$$

∴ رَس = $2\frac{13}{16}$ انچ

(۲) مثال گذشتہ مین خطوط مستقیم رَد اور رَدَ کی نسبت دریافت کرو

چونکہ ری = ۲ اور رَی = ۱¼ اور کسی خط مستقیم مثلاً رَدَ کو اپنی نظیر کے خط مستقیم رد سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ۱¼ سے یعنی ۲ کو $\frac{5}{4}$ سے یعنی $\frac{5}{4}$ کو ۵ سے یعنی ۸ کو ۵ سے

(۳) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو

مثلث ا ب س اور د ب ا متشابہ ہین تو

ب س : ب ا :: ب ا : ب د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د

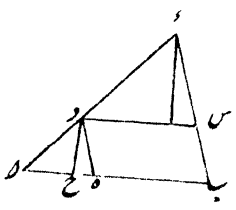
∴ ب د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹\frac{۳}{۵}$

(۴) ا ب س ایک ذو زنقہ ہی اضلاع متوازیہ ا ب اور د س مین فاصلہ ۴ فیٹ ہی۔

ا ب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ

فرض کرو کہ ا د اور ب س نقطہ ح تک بڑہائے گئے ہین اب مطلوب ہی کہ ح کا فاصلہ عمودی د س سے دریافت کرین۔

ح عمود ا ب پر نکالو اور ب س کا متوازی ہ ہ نکالو



تو ب ہ = د س پس ا ہ = ۱۰ - ۶ = ۴ اور ح ہ = ۳

مثلث ا ہ ہ اور د س متشابہ ہین

اسیواسطے بموجب دفعہ (۳۵) کے۔

ا ہ : ح ہ :: د س : فاصلہ مطلوب

پس فاصلہ مطلوب = $\frac{۶ \times ۳}{۴} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ (۳۶) کی شکل مین ا د = ۵ انچ ، ی = ۴ اور ا ب = ۷ تو ب س کو دریافت کرو۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ تہا جب وہ سیدہا کہڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۸ فیٹ ۶ انچ کا پڑا اور اوسیوقت ایک جہنڈی کا سایہ ۵۶ فیٹ ۸ انچ پڑرہا تہا تو اوس جہنڈی کا ارتفاع دریافت کرو

(۴) ۳ فیٹ لنبی لکڑی کو سیدہا زمین پر کہڑا کیا تو اوسکا سایہ ۲ فیٹ ۶ انچ تہا تو بتاؤ ۴۵

فیٹ بلندی کا سایہ کتنا پڑیگا۔

(۵) کسی نقشے مین ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھوان انچ ہی اور ملک کا طول ۵۰۰ میل ہی تو بتاؤ اوس نقشے کا طول کیا ہوگا۔

(۶) دو شہرون مین ۳۱ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ مین اونکے مقامات کے درمیان ۳/۴ انچ فاصلہ ہی تو بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا ہی۔

(۷) دو شہرون مین ۴۵ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ کے اندر اونکے مقامون کے درمیان مین ۶ ۳/۴ انچ اور دو اور شہرونکے مقامات کے درمیان ۸ ۱/۲ انچ کا تو بتاؤ ان شہرون کے درمیان کتنا فاصلہ ہی۔

(۸) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر س ب = ۲۰ انچ اور د ی = ۱۶ اور ب د = ۶ تو ب ا کو دریافت کرو۔

(۹) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر ا د = ۸ انچ اور د ی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو۔

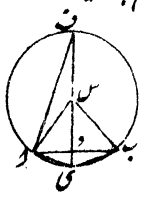
(۱۰) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر د ی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د ا کو دریافت کرو۔

(۱۱) ایک دائرہ نقطہ کے اضلاع متوازیہ ۱۲ اور ۲۰ فیٹ ہون اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۵ فیٹ ہو اور دو باقی ضلعے بڑہاکر ملا جائین تو ملانے کے نقطہ کا فاصلہ عمودی اضلاع متوازی مین سے بڑی ضلع سے دریافت کرو۔

(۱۲) ایک دائرہ نقطہ کے اضلاع متوازی ہین اور اونکا طول ۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہی اگر دو خطوط متوازی ان اضلاع متوازیہ کی شکل کے اندر کھینچے جائین اور یہ چارون خط باہم متساوی البعد ہون تو ان خطونکا طول دریافت کرو۔

ساتوین فصل ۱ وتر دائرہ

(۷۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر ا ب ہی اور س مرکز ہی اور س د عمود ا ب پر اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو وتر ا ب کا نقطہ وسط د ہی اور قوس ا ی ب کا نقطہ وسط ی ہی قوس کا وتر ا ب ہی اور نصف قوس کا وتر ا ی یا ی ب ہی اور قوس کا ارتفاع د ی ہی۔



(۷۹) ی س کو بڑہاکر محیط سے نقطہ ف پر ملاؤ تو بموجب فعہ (۳۳) کے زاویہ ی ا ف قائمہ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب فعہ (۳۴) کے مثلث ی ا ف اور ی د ا متشابہ ہین اسلیے د ی کو ی ا سے وہ نسبت ہی

جو ی ا کو ہی ی ف سے اسیواسطے

ی د . ی ف = ی ا × ی ا

اور نیز بموجب دفعہ (۶۸) کے

ی د × د ف = ا د × د ب

اس باب مین فقط انہین دو بڑے نتیجونکا ذکر ہی سارا باب انہین کے استعمال سے بھرا پڑا ہی ہم آسانی کے لئے ان دونو نتیجونکو قاعدہ بناکے لکھتے ہین مگر جو شخص ان نتائج کو سمجھہ گیا ہو اوسکو ان قاعدونکا حفظ کرنا ضرور نہین -

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ - وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا -

(۸۱) مثالین -

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ

$\frac{۱۲ \times ۱۲}{۴} = ۳۶$ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی

(۲) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی -

$\frac{۴ \times ۴}{\frac{۴}{۳}} = ۴ \times ۴ \times \frac{۳}{۴} = ۱۲$ پس قطر ۱۲ فیٹ ہی -

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو -

قاعدہ - وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا -

(۸۳) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہی

$\frac{۱۲ \times ۱۲}{۳۶} = ۴$ پس ارتفاع قوس ۴ انچ ہی

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی -

$\frac{۴ \times ۴}{۱۲} = \frac{۴}{۳} = ۱\frac{۱}{۳}$ پس ارتفاع قوس $۱\frac{۱}{۳}$ فیٹ ہی -

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو

قاعدہ۔ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دو حاصل ضرب کا جذر نصف قوس کا وتر ہوگا

(۸۵) مثالیں

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے۔

۴×۳۶=۱۴۴ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۱½ فیٹ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے۔

$\frac{3}{4}\times 12 = 16$ اور ۱۶ کا جذر ۴ ہے پس نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے۔

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہیں دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

قاعدہ۔ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

(۸۷) مثالیں

(۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے

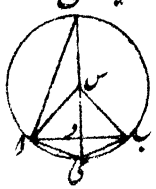
$\frac{4\times 4}{2} = 8$ پس قطر کا باقی حصہ ۸ فیٹ ہوا ہے اسیواسطے قطر ۱۰ فیٹ ہے۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ۔

$\frac{10.5\times 10.5}{4} = \frac{110.25}{4} = 27.5625$ پس قطر کا باقی حصہ ۲۷٫۵۶۲۵ فیٹ ہے۔

اسیواسطے قطر ۲۷٫۵۶۲۵ فیٹ ہے

(۸۸) اسباب و ارباب پنجم میں جو قاعدے بیان ہوئے ہیں اونکی استعانت سے مختلف سوالات دفعہ (۸۷) کی شکل سے متعلق ہم حل کرکے نمونہ کے طور پر دکھاتے ہیں۔



(۸۹) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہاں ی د اور ی ن معلوم ہونے سے د ن معلوم ہوگا۔

اسواسطے بموجب دفعہ (۹۰) کے ب د معلوم ہوجائیگا۔

(۹۰) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہے۔

یہاں ی د = ۹ اور د ف = ۱۶ اسواسطے و د کا مربع = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس و د = ۱۲ فیٹ اسواسطے و ب = ۲۴ فیٹ

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے۔

یہاں ی د = ۲ اور د ف = ۸ اسواسطے و د کا مربع = ۲ × ۸ = ۱۶

∴ و د = ۴ فیٹ اسیواسطے و ب = ۸ فیٹ

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع دریافت کرو۔

یہاں قطر معلوم کا نصف و س اور وتر معلوم کا نصف و د معلوم ہیں۔

اول موافق دفعہ (۶۰) کے س د دریافت کرو اور اوسکو س ی میں سے تفریق کرو تو د ی دریافت ہو جائیگا۔

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے۔

یہاں و س = ۱۲½ فیٹ اور و د = ۱۲ فیٹ

۱۲½ + ۱۲ = ۲۴½ اور ۱۲½ − ۱۲ = ½ اور ½ × ۲۴½ = ۴۹/۴ اور ۴۹/۴ کا جذر ۷/۲ ہے یعنی ۳½ اور

۱۲½ − ۳½ = ۹ ∴ د ی = ۹ فیٹ

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ

یہاں و س = ۵ فیٹ اور و د = ۴ فیٹ

۵ + ۴ = ۹ اور ۵ − ۴ = ۱ اور ۹ کا جذر ۳ ہے اور ۵ − ۳ = ۲

اسیواسطے د ی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہان اس اور اد معلوم ہین اول موافق دفعہ (۹۱) کے دی کو معلوم کرین اور پھر دفعہ (۵۵) یا دفعہ (۸۴) کے موافق اری کو دریافت کرین۔

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہین۔

یہان اس = ۲۵ اور اد = ۷ پس موافق دفعہ (۶۰) کے س د = ۲۴ حاصل ہوگا اسلئے اسیوا دی = ۱ اب بموجب دفعہ (۵۵) کے یا (۸۴) کے اری = ۵۰ کے جذر کے ہی اگرچہ چار مرتبہ کی اعشاریہ تک جذر نکالین تو اری = ۷۱۰۷ حاصل ہوگا پس

نصف قوس کا وتر = ۷۱۰۷ انچ ہی اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالین تو ۷۱۰۶۸۰۷ حاصل ہونگے

(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ

یہان اس = ۱۰۰ اور اد = ۲۹ پس دفعہ (۶۰) کے موافق ۹۱۵۹ کا جذر س د ہی پس اعشاریہ کے چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۹۵۷۰۲۷ تقریباً حاصل ہوگا۔

اسیوا سطے دی = ۲۹۷۳ اب اری کا حساب موافق دفعہ (۵۵) کے موافق دفعہ (۸۴) کے کرو اگر اس اور اد اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہون تو دونو قاعدون سے ایک ہی نتیجہ حاصل ہوگا لیکن اس صورت مین دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہین معلوم اسلئے دونو قاعدون سے جو دو نتیجے نکلتے ہین اونمین ذرا اختلاف ہوتا ہی دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہی اور اوسکے موافق اری ۸۵۹۴۶ کا جذر ہی اسلئے اری = ۲۹۷۳۲ تقریباً پس نصف قوس کا وتر تقریباً ۲۹۷۳۲ انچ ہے۔

(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہان اری اور ی ف معلوم ہین اول ہم دفعہ (۸۲) کے موافق ی د کو پھر بموجب دفعہ (۶۰) کے اد کو دریافت کرتے ہین۔

(۹۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی۔
بموجب دفعہ (۸۳) کے ی د = ۴ اور بموجب (۶۰) کے ا د = ۱۲۸ کا جذر ہی۔
اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ا د = ۱۱٫۳۱۴ تقریبًا اسیواسطے ا ب = ۲۲٫۶۲۸ تقریبًا پس قوس کا وتر ۲۲٫۶۲۸ انچ ہے تقریبًا

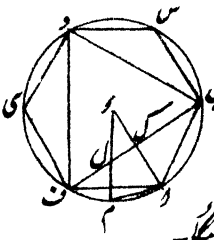
(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی
دفعہ (۸۳) کی طرح یہاں ی د = ۱۶/۹ اور دفعہ (۶۰) کے موافق ا د ۱۶ یعنی ۱۲۸/۹ کا جذر ہی
اسیواسطے ا د ۱۲۸ کے جذر کی ۱/۹ ہی اب اعشاریہ کے تین مرتبہ تک عمل کرنے سے ا د = ۱۱٫۳۱۳
اور اسیواسطے ا ب = ۲۲٫۶۲۶ پس وتر قوس تقریبًا ۲۲٫۶۲۶ فیٹ ہی۔

(۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہیں قطر دائرہ دریافت کرو
اب یہاں ا د اور ی د معلوم ہیں دفعہ (۶۰) کے موافق ی د کو معلوم کرکے ی ف کو موافق دفعہ (۸۰) کے دریافت کرو

(۹۸) مثالیں۔
(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہی پس
یہاں ا د = ۲۴ اور ی د = ۲۶ پس دفعہ (۶۰) کے موافق ی د = ۱۰ حاصل ہوتا ہی
اب موافق دفعہ (۸۰) کے ی ف = ۲۶×۲۶/۱۰ = ۶۷٫۶
پس دائرہ کا قطر ۶۷٫۶ ہی۔

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ انچ ہی۔
یہاں ا د = ۱۰ اور ی د = ۵٫۱۰ پس موافق دفعہ (۶۰) کے ی د ۲۵٫۱۰ کا جذر ہی اعشاریہ کے چار مرتبہ نکالو تو ی د = ۳٫۲۰۱۵ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ (۸۰) کے ی ف = ۱۰٫۵×۱۰٫۵/۳٫۲۰۱۵
اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ی ف = ۳۴٫۴۳۷ تقریبًا
پس قطر دائرہ ۳۴٫۴۳۷ انچ تقریبًا ہی۔
(۹۹) بطور مشق کے ہم مشابہ تسباعی لاضلاع اور بارہ ضلعی کی کنیر الاضلاع منتظم کو دائرہ میں بنا کر اور حساب کرکے

ایک دائرہ کھینچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر اب اور ب س اور س د ... وتر کھینچین تو ایسے جہ وتر برابر دائرہ کے کل محیط مین سمائینگے یا اوسکو یون بیان کرو کہ اگر دائرہ کے اندر مسدس منتظم بنائین تو اوسکا ضلع نصف قطر دائرہ کی برابر ہوگا



خطوط مستقیم ف ب اور ب د اور د ف کھینچین تو مثلث متساوی الاضلاع بنجائیگا۔

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہی اور ف ب کا معلوم کرنا منظور ہے۔ یہ دفعہ (۹۵) کی ایک مثال ہی۔

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ک ہی و اگر کھینچو کہ ب ف کو نقطہ ل پر قطع کرے

ہمکو معلوم ہی کہ ا ل = ½ پس ب ل کا جذر ہی یعنی جذر ۳ کا ½ اسیواسطے ب ف ۳ کا جذر ہی

اگر اعشاریہ کے سات مرتبہ تک عمل کرین تو ب ف = ۱٫۷۳۲۰۵۰۸ انچ حاصل ہوگا

اب پھر فرض کرو کہ ول عمود ا ف پر ہی اور اوس عمود کو بڑہاکر محیط سے نقطہ م پر ملاؤ اور ا م وصل کرو تو ا م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ مین بنائی جاسے ا م کا حساب دفعہ (۹۳) کے موافق کرسکتے ہین۔

ا ل = ½ اور ک ا = ۱ پس ک ل = ½ جذر ۳ کے = ۰٫۸۶۶۰۲۵۴

اسیواسطے ل م = ۱٫۳۶۶۰۲۵۴ پس ا م = ۰٫۵۱۷۶۴۰۹۲ کا جذر یعنی ۰٫۵۱۷۶۴ تقریبًا ہے پس جو بارہ ضلعے کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاسے اوسکا ضلع ۰٫۵۱۷۶۴ انچ تقریبًا ہی

ساتوین فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع ۱۵ انچ ہی اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۶ انچ ہے قطر دریافت کرو

(۲) ارتفاع قوس ۲٫۲۸ فیٹ ہی اور نصف قوس کا وتر ۱۵٫۰ فیٹ ہی قطر دریافت کرو

(۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی ارتفاع قوس دریافت کرو

(۴) ایک نصف قوس کا نصف وتر ۳٫۴۶ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۳٫۶۵ فیٹ ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو

(۵) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۳ انچ اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
(۶) ارتفاع قوس ۲۴ و ۳ فیٹ ہی اور قطر دائرہ ۶۷ و ۲۸ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
(۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔
(۸) قوس کا وتر ۸ و ۷ و ۵ فیٹ اور ارتفاع قوس ۸ و ۲ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
(۹) وتر قوس ۱۵ انچ ہی اور قطر دائرہ ۴۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو
(۱۰) قوس کا وتر ۸۰ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو
(۱۱) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اور قطر دائرہ ۴ فیٹ ۲ انچ ہی وتر قوس دریافت کرو
(۱۲) نصف قوس کا وتر ۲ و ۲ فیٹ اور قطر دائرہ ۶ و ۱ فیٹ وتر قوس دریافت کرو
(۱۳) قوس کا وتر ۱۲ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فیٹ ۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو
(۱۴) قوس کا وتر ۴۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو

آٹھوین فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولوں کی نسبت دریافت کرنیکی اکثر ضرورت پڑتی ہی گو یہ نسبت بالکل صحیح صحیح بیان نہ ہو سکے مگر پھر بھی وہ ایسی صحت کے ساتھ دریافت ہو سکتی ہی کہ مطالب عملی کی کارروائی مین کچھہ خلل نہین عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہی محیط دائرہ دریافت کرو

قاعدہ قطر کو ۳ یعنی $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو یا یون قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو تا حاصل محیط ہوگا۔

(۱۰۲) شالین

(۱) قطر دائرہ ۴ فیٹ ۸ انچ ہی۔

۴ فیٹ ۸ انچ = ۵۶ انچ $\quad \frac{22}{7} \times 56 = 22 \times 8 = 176$

پس محیط تقریبًا ۱۷۶ انچ ہے یعنی ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

(۲) دائرہ کا قطر ۲۵۶ء۴ فیٹ

۸ء۲۵۶
۲۲
۸۵۱۲
۸۵۱۲
۹۳ء۶۳۲
۱۳ء۴۷۶

پس محیط دائرہ ۱۳ء۴۷۶ فیٹ ہے

(۱۰۳) دفعہ ۱۰۱ مین جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے محیط جتنا نکلنا چاہئے اوس سے ذرا بڑا نکلتا ہے محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳۱/۷ گنے سے کم ہے لیکن ۳ ۱/۷ گنے سے بڑا ہے اکثر ۳ ۱/۷ مین ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہے۔

(۱۰۴) اگر ہم چاہین تو دفعہ ۱۰۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت مین اسطرح رکھہ سکتے ہین کہ ۷ کو ۲۲ سے وہ نسبت ہے جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہے۔

(۱۰۵) اوس سے بھی زیادہ صحیح تناسب یہ ہے کہ ۱۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہے جو قطر کو محیط دائرہ سے اس قاعدہ سے بھی محیط جتنا ہونا چاہئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہے مگر یہ غلطی ایسی کم ہوتی ہے کہ اس حساب سے ۱۹ سو میل کے اندر ایک فٹ سے بھی کم غلطی پڑتی ہے ایسے بڑے حساب مین ایسی چھوٹی غلطی کو کالعدم جانتے ہین۔

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت مین بدل لیتے ہین کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے وہ نسبت ہے جو ۱ کو نسبت ہے ۳ء۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ سے اس تناسب کا حساب ۴۰۰ مرتبہ کی اعشاریہ تک کیا گیا ہے لیکن ان ہندسون مین سے جتنے ہم چاہین استعمال مین لا سکتے ہین اکثر ۳ء۱۴۱۶ کے استعمال کو صحت عملی کے لئے کافی سمجھتے ہین اکثر کتب یا خصیر مین اس عدد ۳ء۱۴۱۵۹۲۶۵ کو حرف ک سے تعبیر کرتے ہین۔

(۱۰۷) اوپر کے بیان سے ظاہر ہے کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریافت کرنیکا قاعدہ اسطرح بیان ہو سکتا ہے کہ قطر کو ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جواب مین منظور نظر ہو تو قطر کو ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دو دوسرے قاعدہ سے بھی محیط جتنا ہونا چاہئے اوس سے کچھہ زیادہ نکلتا ہے مگر غلطی ۱۰۰۰ حصے محیط سے زیادہ تر نہوگی اس طرح سے غلطی ۵ میل مین ایک فٹ سے کم واقع ہوگی۔

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳۱۴۱۶ سے ضرب دو تو اوسکو سطح بھی کہہ سکتے ہین کہ ۳۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت اون سب قاعدون مین ہے جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲۷ انچ ہی

۳۱۴۱۶

۴۲۷

۲۱۹۹۱۲

۶۲۸۳۲

۱۲۵۶۶۴

۱۳۴۱۴۶۳۲

پس محیط تقریبًا ۱۳۴۱۴۶۳۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

۳۱۴۱۶

۸۰۰۰

۲۵۱۳۲۸۰۰۰

پس محیط تقریبًا ۲۵۱۳۲۸۰۰۰ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہئی کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پیمایش کرے مثلاً ایک پیمانہ لے اور اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پھر بھی اوسکو دل مین یقین ہو جائیگا کہ محیط ۳½ گنا قطر سے تقریبًا ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳½ پر تقسیم کرو یعنی ۲۲/۷ پر یا اوس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی

۵ :
۷
۲ | ۳ ۵ ۰
۱۱ | ۱ ۷ ۵
۱۵ ۱ ۹

پس قطر ۹ ۱۵ فیٹ تقریبًا ہی

(۲) محیط دائرہ ۳۶۰ فیٹ ہی

۳ ۱۴۱۶ / ۳۶۰۰۰۰۰۰ (۱۱۴۵۹
۳۱۴۱۶
۴۵۸۴۰
۳۱۴۱۶
۱۴۴۲۴۰
۱۲۵۶۶۴
۱۸۵۷۶۰
۱۵۷۰۸۰
۲۸۶۸۰۰
۲۸۲۷۴۴
۴۰۵۶

پس قطر ۱۱۴۵۹ فیٹ ہی

(۱۱۳) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہین حل کرینگے

(۱) اگر ایک پیہ ایک میل چلنے مین ۱۰۰۰ دفعہ چکر لگائے تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہے

یہان ۱۰۰۰ گنا پیہ کا برابر ۱۷۶۰ گز کے ہی پس محیط ۱۷۶۰ گز ہے

تو بموجب دفعہ (۱۱۱) کے قطر $\frac{۷}{۲۲} \times ۱۷۶۰$ گز یعنی ۵۶۰ گز یعنی ۵۶۰ گز ہے۔

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰۰۰ میل ہی اور آفتاب کے گرد ۳۶۵¼ دن مین ایک دائرہ مین زمین حرکت کرتی ہی تو بتاؤ ایک منٹ مین کتنے میل زمین مین چلتی ہی جو دائرہ زمین بناتی ہی اوسکا محیط $۲ \times ۹۵۰۰۰۰۰۰ \times ۳۱۴۱۶ / ۱۰۰۰۰$ میل یعنی قریب ۵۹۶۹۰۴۰۰۰ میل کے ہی اور ۳۶۵¼ دن مین ۵۲۵۹۲۰ منٹ ہین پس میلون کی تعداد کو منٹونکی تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵ میل تقریبًا حاصل ہونگے۔

آٹھوین فصل کی مثالین

(۱) محیط دائرہ کو ۳½ گنا قطر سے فرض کرکے ان قطرونسے دائرہ کے محیطونکو دریافت کرو

(۱) ۱۴ فینٹ (۲) ۸۶ گز افٹ

(۳) ۲۱۳ گز ۲ فینٹ ۸ انچ (۴) ۱ فرلنگ ۶۰ گز

محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم قطروں سے دائروں کے محیط دریافت کرو

(۵) ۲۷ فینٹ (۶) ۶۱ گز ۲ فینٹ

(۷) ۵۵۵ گز افٹ ۶ انچ (۸) ایک فرلنگ ۸ گز

محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کرکے ان محیطوں سے دائروں کے قطر دریافت کرو۔

(۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرلنگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۳۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم محیطوں کے دائروں کے قطر دریافت کرو۔

(۱۳) ۱ افٹ (۱۴) ۲۵ فینٹ (۱۵) ۱۰۸ گز افٹ (۱۶) ۱ فرلنگ

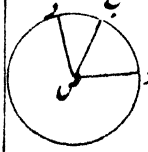
(۱۷) فرض کرو کہ ۸۸ دن میں آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں عطارد حرکت کرتا ہے جسکا نصف قطر ۳۰۰۰۰۰۰ میل ہے تو بتاؤ کتنے میل ایک سکنڈ میں عطارد جاتا ہے۔

(۱۸) ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۲۸ انچ ہے تو بتاؤ نصف میل چلنے میں کتنے دہ چکر کریگا۔

(۱۹) ایک گول روش کے گرد سڑک بنی ہوئی ہے اوسکا محیط بیرونی ۶۰۰ فینٹ ہے اور محیط اندرونی ۴۸۰ فینٹ ہے اوسکا عرض دریافت کرو۔

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط میں فرق ۱ فینٹ ہے قطر دائرہ دریافت کرو۔

نوین فصل قوس دائرہ



(۱۱۴) فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز س ہے اور دائرہ کی کوئی قوس ا ب ہے اور ا د بہ محیط ہے ا ب کے طول کو ا د کے طول سے وہ نسبت ہے جو کہ زاویہ ا س ب کو نسبت ہے زاویہ ا س د سے یعنی جو نسبت زاویہ ا س ب کو ہے زاویہ قائمہ سے اسواسطے ا ب کے طول کو کل محیط سے وہ نسبت ہے جو کہ زاویہ ا س ب کو ہے چار قائموں سے

(۱۱۵) زاویوں کو اکثر درجوں میں بیان کرتے ہیں ۹۰ درجوں سے ایک زاویہ قائمہ بنتا ہے

اسلئے ۳۶۰ درجون مین چار قائمے پیدا ہوتے ہین اور ایک درجہ دقیقون مین اور دقیقہ ۶۰ ثانیون مین تقسیم ہوتا ہی۔ دقیقہ اور منٹ کے ایک معنی ہین اور ثانیہ اور سکنڈ ایک ہی چیز ہین

(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً رموز ° ′ ″ مقرر کر لیتے ہین

مثلاً ۶ درجے ۲۳ دقیقے ۴۷ ثانیے لکھنے ہون تو اسطرح لکھینگے کہ ۶° ۲۳′ ۴۷″

(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو کسی قوس کی محاذی زاویہ واقع ہوا اسکے درجون کی تعداد معلوم ہو قوس کا طول دریافت کرو۔

قاعدہ ۳۶۰ کو درجون کی تعداد معلوم سے وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو نسبت ہے قوس کے طول سے

(۱۱۸) مثالین۔

(۱) دائرہ کا محیط ۴۸ انچ ہو اور مرکز پر محاذی قوس کے زاویہ ۵۴ درجہ کا ہو قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۵۴ :: ۴۸ : طول مطلوب

$$\frac{۴۸ \times ۵۴}{۳۶۰} = \frac{۴ \times ۵۴}{۳۰} = \frac{۲۱۶}{۳۰} = ۷٫۲$$

پس قوس کا طول ۷٫۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے اور مرکز پر قوس کے محاذی زاویہ ایک درجہ کا ہو قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : طول مطلوب

۳۶) ۲۵۰۰۰ (۶۹٫۴
۲۱۶
۳۴۰
۳۲۴
۱۶۰
۱۴۴
۱۶

قوس کا طول ۶۹٫۴ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہے جو زاویہ مرکز پر اسکے محاذی واقع ہوا اسکے درجون کی تعداد دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہے جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجون کی تعداد سے

(۱۲۰) مثالین۔

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{۳۶۰ \times ۸}{۵۰} = \frac{۲۸۸}{۵} = ۵۷\frac{۳}{۵}$$

پس $۵۷\frac{۳}{۵}$ درجون کا زاویہ ہے۔

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۷۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۷۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{۳۶۰ \times ۷۵۰}{۲۵۰۰۰} = \frac{۳۶ \times ۷۵}{۲۵۰} = \frac{۳۶ \times ۳}{۱۰} = ۱۰۸$$

پس ۱۰۸ درجہ کا زاویہ ہے۔

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ وتر نصف قوس کے آٹھ گنی سے کل قوس کا وتر تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرو یہ قاعدہ بالکل ٹھیک نہیں اوسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اوس سے کچھ کم دریافت ہوتا ہے اگر مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۴۵ درجہ کا ہو تو بقدر ۱۰۰۰ طول قوس کی غلطی واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہتا گھٹتا جائیگا غلطی بھی اوتنی بڑہتی گھٹتی جائیگی۔

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ (۹۴) کے نصف قوس کا وتر ۷۰۷۱۰۶۷۸ انچ ہے

۷۰۷۱۰۶۷۸

۸

۵۶۵۶۸۵۴۲۴

۱۴

۳ | ۴۲۵۶۸۵۴۲۴

۱۴۱۸۹۵۱۴۱

پس قوس کا طول ۱۴۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ انچ ہی اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ انچ ہی
بموجب دفعہ (۵۴) کے نصف قوس کا وتر ۲۹٫۳۲ انچ ہی

۲۹٫۳۲
۸
۲۳۴٫۵۶
۵۸
۱۷۶٫۵۶ | ۳
۵۸٫۸۵

پس قوس کا طول ۵۸٫۸۵ انچ ہے

(۱۲۳) دفعہ (۱۲۱) کے قاعدہ کے استعمال سے جس غلطی ہونیکا ہمنے بیان کیا ہے وہ جتنی قوس چھوٹی ہوگی اوتنی ہی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اسواسطے بعض صورتونمین اس امر کی ضرورت ہوگی کہ بجاے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدہ کے اسطرح کرین کہ ایک چوتھائی قوس کے وتر کو آٹھ گنا کرکے اوسمین سے نصف قوس کا وتر تفریق کرین اور حاصل تفریق کو دو مین ضرب دین اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرین۔

(۱۲۴) دفعہ (۱۲۱) مین جو قاعدہ قوس کے طول دریافت کرنیکا لکھا ہی اوس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہی مگر اوسکو وہان برتنا چاہئے جہان زیادہ تر صحت منظور ہو۔

قاعدہ چوتھائی قوس کے وتر کو ۲۵۶ گنا کرو اور ماحصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور نصف قوس کے وتر کو چالیس گنا کرکے تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدہ سے قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہی اگر دائرہ کے مرکز پر ۴ درجہ کا زاویہ ہو تو اوسکے سامنے کی قوس کے طول مین غلطی کم ..... حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہیگا اوتنی غلطی بڑہی ہوگی اور جتنا زاویہ گھٹیگا اوتنی ہی غلطی گھٹے گی۔

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو کل ۶۰ درجہ کی قطاع کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہی تو محیط دائرہ ۲ × ۳٫۱۴۱۶ یعنی ۶٫۲۸۳۲ ہی

۳۶۰ : ۶۰ :: ۶٫۲۸۳۲ : طول قوس

پس قوس کا طول ۳۶۰۴۷۲ ہی اور دو نصف قطر کا طول جو ۲۰ فیٹ ہی زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۳۶۰۴۷۲ فیٹ ہی۔

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

مثال گذشتہ کے نتیجہ کو استعمال مین لاؤ تو یہ تناسب حاصل ہوگا۔

۳۶۰۴۷۲ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب۔

اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳۶۰۴۷۲}$ فیٹ = ۵۶۳۴ء۹ فیٹ تقریباً

فصل نہم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہی اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۲۰° ہی تو قوس کا طول دریافت کرو

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ ۷ انچ ہی اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۱۰° ۴۰ ہی قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور قوس کا طول ۱۵ انچ ہی تو زاویہ جو اوسکے سامنے مرکز پر ہوا اوسے دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہی اور قوس کا طول برابر نصف قطر کے ہی تو قوس کے سامنے جو زاویہ مرکز پر ہوا اوسے دریافت کرو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۶ انچ ہی اور نصف قوس کی وتر ۱۹ انچ قوس کو دریافت کرو۔

(۶) قوس کی وتر ۵۶ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۱۹ انچ ہی قوس دریافت کرو۔

(۷) قوس کی وتر ۱۰ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے قوس کو دریافت کرو۔

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہی تو ۹۰° کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہی اوس قطع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۹۰° ہو۔

(۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہی نصف دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۳۲° ۱۳ ۴۸ ۱۲″ ہے اوسکے سامنے کی قوس کا طول دریافت کرو۔

تیسرا باب رقبون کے بیان مین

دسوین فصل مربع یا مسطح پیمانون کی جدول

(۱۲۶) رقبونکے پیمانونکی جدول جسکو اکثر مسطح یا مربع پیمانونکی جدول کہتے ہین یہ ان پیمانونکی مساحتی سطحون کے لئے مناسب ہے

۱۴۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہی
۹ مربع فیٹ سے ایک مربع گز بنتا ہی
۳۰ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے
۲۷۲¼ مربع فیٹ سے یعنے ۳۰¼ مربع گز سے ایک مربع پول یا روڈ بنتا ہی
۱۶۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرلانگ بنتا ہی
۶۴ مربع فرلانگ کا ایک مربع میل ہوتا ہی

اس سے یہ جدول مرتب ہوتی ہے

مربع انچ	مربع فیٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلانگ	مربع میل
۱۴۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱			
۳۹۲۰۴	۲۷۲¼	۳۰¼	۱		
۶۲۷۲۶۴۰۰	۴۳۵۶۰۰	۴۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۴۰۱۴۴۸۹۶۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۶۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات بھی رقبون کے تبلانے مین کام آتے ہین کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکر بسوہ بسوانسی کچوانسی وغیرہما

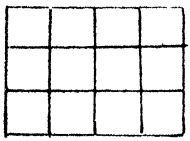
ایک مربع جریب مین ۲۲×۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہین ایک روڈ ۴۰ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز ہوتا ہے اور ایک ایکر ۴ روڈ کا ہوتا ہی یعنے ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکر ۱۰ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب مین ۱۰۰×۱۰۰ یعنے ..... ۱۰ کڑی ہوتے ہین اسلئے ایک ایکر مین ..... مربع کڑی ہوتی ہین - ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگہہ کہلاتا ہے -

ایک بیگہ مین ۲۰ بسوا اور بسوا مین ۲۰ بسوانسی اور بسوانسی مین ۲۰ کچوانسی ہوتے ہین۔

گیارہوین فصل سطح قائم الزاویہ یعنی مستطیل

(۱۲۸) فرض کرو کہ ایک قائم الزاویہ ۱۲ انچ اور ۳ انچ چوڑی ہی ایک ایک انچ کے فاصلہ سے خطوط مستقیم متوازی الاضلاع کے کھینچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلون مین منقسم ہوگی اور اونمین سے ہر ایک مربع ہی جو ایک انچ لنبا اور ایک انچ چوڑا ہی



تو قائم الزاویہ مین ۱۲ مربع انچ ہین اور اونکو سطح ہی بیان کیا کرتے ہین کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہی۔

۱۲ اعداد ۴ اور ۳ کا حاصلضرب ہے جسسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہی

(۱۲۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۸ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کیطرح دکھا سکتے ہین کہ اوسکا رقبہ ۸ گنا ۵ مربع انچ کا یعنے ۴۰ مربع انچ ہے اور سیطرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لنبا اور ۷ انچ چوڑا ہو تو اوسکا رقبہ ۹ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنے ۶۳ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس

(۱۳۰) اسیطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہو تو رقبہ اوسکا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلون مین منقسم ہوگی جنمین سے ہر ایک ایک فٹ لنبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لنبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا

اور علی ہذا القیاس

(۱۳۱) مبتدیونکو بڑی غور سے اس باتکو دیکھنا چاہئے کہ رقبے کسطرح ناپے جاتے ہین جتنی چیزین مساحت کی قابلیت رکھتی ہین اون سب مین ایک اصول مساحت بالعموم مستعمل ہوتا ہی۔ مثلاً جب ہم طول ناپتے ہین تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹھہراتے ہین خواہ وہ ایک انچ ہو خواہ ایک فٹ اور اس پیمانہ ہی سے اور طولون کو اندازہ بتلاتے ہین پس جب یہ کہتی ہین کہ ایک خط کا طول ۱۰ انچ ہی تو اوس سے یہ مراد ہوتی ہی کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۱۰ گنا ہی اسیطرح جب ہم رقبے ناپتے ہین تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہین اوسی پیمانہ سے مقابلہ کرکے

اور رقبوں کا اندازہ بتلاتے ہیں۔ رقبوں کے اندازہ بتلانیکے واسطے مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہیں اسمیں بڑی آسانی ہوتی ہی اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع کڑی وغیرہ

(۱۳۲) کسی قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرنیکے لئے ضرور ہی کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے پیمانہ مین بیان کرین پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرینگے اونکا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریگا۔

اگر طول اور عرض دو نو انچون مین تعبیر ہون تو رقبہ انچ مربعون مین بیان ہوگا اور اگر طول اور عرض دو نو فٹون مین تعبیر ہون تو رقبہ مربع فٹون مین تعبیر ہوگا اور علی ہذا القیاس

(۱۳۳) اب طالب علم کی سمجھ مین آگیا ہوگا کہ شکلونکے رقبونکا کسطح حساب کرتے ہین اور قاعدونکو کسطح صحت کے ساتھہ استعمال مین لاتے ہین۔ قواعد کو اختصار کے ساتھہ ہم بیان کرینگے اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھہ گیا ہوگا تو اوسکو آگے سمجھنے مین دقت نہین واقع ہوگی

(۱۳۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض مین ضرب دو حاصلضرب رقبہ ہوگا۔

بعض اوقات عرض کو طول کی جگہ قاعدہ اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہین کہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۱۳۵) مثالین۔

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہی۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$۴۰ \times ۳۰ = ۱۲۰۰$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہی

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۴ انچ = $۳\frac{۱}{۳}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = $۲\frac{۱}{۲}$ فیٹ

$۳\frac{۱}{۳} \times ۲\frac{۱}{۲} = \frac{۱۰}{۳} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۲۵}{۳} = ۸\frac{۱}{۳}$

پس رقبہ $۸\frac{۱}{۳}$ مربع فیٹ ہی

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہی اور عرض ۲۲۰ گز ہی

نصف میل = ۸۸۰ گز اور ۸۸۰ × ۲۲۰ = ۱۹۳۶۰۰

پس رقبہ ۱۹۳۶۰۰ مربع گز ہے

یا اسطرح ۲۲۰ گز = $\frac{1}{8}$ میل اور $\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

پس رقبہ $\frac{1}{16}$ مربع میل ہے۔

(۱۳۶) اگر ہمکو قائم الزاویہ کا رقبہ معلوم ہو اور اوسکا طول ہی ہم جانتے ہون تو عرض اس طرح دریافت کرسکتے ہین کہ رقبہ کو جو عدد تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر کہ طول کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرین اور اسیطرح اگر کسی قائم قایم الزاویہ کا رقبہ اور عرض معلوم ہو تو طول دریافت ہوسکتا ہی مگر اس تقسیم مین ہمکو رقبہ اور طول یا عرض کے پیمانونکی تجنیس کیلینے پر ضرور ہی دفعہ (۲۰) دیکھو۔

(۱۳۷) مثالین

(۱) قائم الزاویہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہی اور اوسکا طول ۱ فٹ ۴ انچ ہی

۱ فٹ ۴ انچ = ۱۶ انچ اور $\frac{96}{16} = 6$ پس ۶ انچ عرض ہی۔

(۲) قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی اور اوسکا عرض ۳ گز ہی

۳ گز = ۳ فیٹ اور $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

پس طول $3\frac{1}{3}$ فیٹ یعنی ۳ فیٹ ۴ انچ ہے

(۱۳۸) مربع بھی ایک قائم الزاویہ ہی جسکا طول عرض آپسمین برابر ہی اس سے معلوم ہوا کہ مربع کا رقبہ اس طرح دریافت ہوسکتا ہی کہ جو عدد مربع کے ضلع کے طول کو تعبیر کرتا ہو اوسکو فی نفسہ ضرب دین مثلاً ایک مربع کے ضلع کا طول ۹ انچ ہو تو رقبہ اوسکا ۹ گنا ۹ مربع انچ کا ہی یعنی ۸۱ مربع انچ اس سے معلوم ہوتا ہی کہ عدد فی نفسہ ضرب دیا گیا جو عدد کا مربع کہلاتا ہی اوسکی وجہ یہی ہے اسی سے ہم فصل پنجم کے قواعد اور دفعہ (۳۰) کے مسئلہ کا باہم ربط اور تعلق دیکھ سکتے ہین۔

(۱۳۹) فصل دہم مین جو جدول لکھی ہی وہ اس باب کے مضامین سے بآسانی سمجھ مین آسکتی ہی اور اوسکی وجہ معلوم ہوسکتی ہی اور بآسانی سے یاد رہ سکتی ہی مثلاً اول ہی جدول مین یہ لکھا ہے

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک فٹ ہوتا ہی مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جسکا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہی اور اسی واسطے بموجب دفعہ (۱۲۸) کے ایک مربع فٹ ۱۲×۱۲ مربع انچ ہے ۱۴۴ مربع انچ ہے۔

(۱۴۰) اگر ہمکو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول اسطرح دریافت کرسکتے ہین کہ جو عدد رقبہ کو تعبیر کرتا ہو اوسکا جذر نکالین مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہی پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہی اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہان جذر پورا نہین نکل سکتا ہے اسلئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہین دریافت ہوسکتا ہے اگر نین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۱۲٫۲۴۴ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فیٹ اور فٹ مربع مین تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فیٹ سے مراد اوس رقبہ سے ہی جو نین ایسے حصون مین منقسم ہوتا ہی کہ ہر ایک ۱ فیٹ ہو نین ایک مربع فیٹ ہے اور ۳ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع طول مین ۳ فیٹ ہو اور اوس شکل مین ۹ مربع فیٹ ہین اور اسیطرح ۴ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع ۴ فیٹ طول مین ہے پس اوس مربع مین ۱۶ مربع فیٹ ہین۔

(۱۴۲) اب چند مثالین مشق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین ۲۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۶ ر گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا۔

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہین کمرہ کا طول ۱۸½ فیٹ ہی

اور عرض ۱۱¼ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ $\frac{37}{2} \times \frac{45}{4}$ مربع فیٹ ہی یعنی $\frac{1665}{8}$ مربع فیٹ ہی

اور فرش کا عرض ۲½ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ فرش کا طول $\frac{1665}{8}$ کو $\frac{5}{2}$ پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا

یعنی $\frac{1665}{8} \times \frac{2}{5}$ فیٹ یعنی $\frac{333}{4}$ فیٹ اب آگے علم حساب کا گام ہی کہ ایک گز کی قیمت ۶ ر ہے

تو $\frac{333}{4}$ فیٹ کی قیمت کیا ہوگی ماحصل $\frac{1}{2} \times \frac{333}{4} \times 6$ ؛

یعنی ۳۳۳/۲ آنہ یعنی ۱۶۶ ۱/۲ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ ر ۶ پائی ہی

کچھ استبار کی بیان کرنیکی ضرورت نہین معلوم ہوئی کہ حساب سے جو فرش نکلا ہی اوسسے زیادہ فرش کمرہ مین لگیگا۔ اسلئے کہ فرش کی ٹکڑے جب جوڑے جائینگے تو کچھ فرش کاٹکڑا چھوڑنے مین یا سیون مین ضایع جائیگا

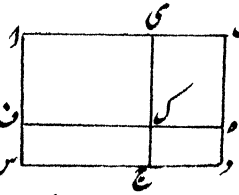
(۲) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لینا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہی اور ۱۰ فیٹ بلند ہی تو چارون دیوارون کا رقبہ دریافت کرو۔

اب دو دیوارون مین سے ہر ایک دیوار مین ۱۸ ۱/۲ × ۱۰ مربع فیٹ ہین اور دو دیوارین اور ہین اون مین سے ہر ایک کا رقبہ ۱۱ ۱/۴ × ۱۰ مربع فیٹ ہی اسلئے کل رقبہ اوس قائم الزاویہ کے رقبے کے برابر ہے یعنی ۵۹۵ مربع فیٹ۔

(۳) ایک قطعہ زمین قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسپر گھاس اُگی ہوئی ہی اور وہ ۱۶۰ فیٹ لنبا اور ۱۰۱ فیٹ چوڑا ہی ایک بجری کی سڑک ۴ فیٹ چوڑی گھاس کے گرد بنی ہوئی ہی تو اس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

اوس قائم الزاویہ کا طول ۱۶۸ فیٹ اور عرض ۱۰۸ فیٹ ہی جسمین سڑک بھی داخل ہے اسواسطے اس قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۶۸ × ۱۰۸ مربع فیٹ یعنی ۱۸۱۴۴ مربع فیٹ اور قطعہ گھاس کا رقبہ ۱۶۰ × ۱۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ ہی اور سڑک کا رقبہ ۱۸۱۴۴ − ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ یعنی ۲۱۴۴ مربع فیٹ ہی۔

(۴) ایک قائم الزاویہ دو خطوط متوازی سے چار حصون مین تقسیم ہوئی ہے اور یہ خطوط مستقیم اضلاع کے متوازی فاصلہ معلوم سے کھینچے گئے ہین تو ان چارون قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ا ب د س قائم الزاویہ ہی
اور ا ب ۱۶ انچ اور ا س ۹ انچ
اور ا ی ۱۰ انچ اور ی ف ۷ انچ ہے
نقطہ ی سے اوس کا متوازی ی ج اور نقطہ ف سے ا ب کا متوازی ف ک کھینچا گیا ہے

تو ی ب = ۶ انچ اور ف س = ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی۔

ای ک ف کا رقبہ = ۱۰×۷ یعنی ۷۰ مربع انچ اوسمین ۹ انچ لمبی اور ۴½ انچ چوڑی

ی ب ہ ک کا رقبہ = ۶×۷ یعنی ۴۲ مربع

ف ک ح س کا رقبہ = ۱۰×۲ یعنی ۲۰ مربع انچ چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ

ک ہ ح د کا رقبہ = ۶×۲ یعنی ۱۲ مربع انچ

ان چارون رقبونکا مجموعہ ۱۴۴ مربع انچ ہے اور وہ برابر ہی ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور

اگرچہ یہ مثال نہایت آسان ہی مگر اوس سے علم حساب کے ایک بڑے مسئلہ کا ثبوت

ہی کہ ۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب دیا گیا، اور ۲ کی مجموعہ مین برابر ہی ۱۰×۷ اور ۶×۷ اور ۱۰×۲ اور ۶×۲ کے جمو

(۵) ایک قائم الزاویہ ۵/۸ انچ لمبی اور ۳/۴ انچ چوڑی ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب قاعدہ دفعہ (۱۳۴) کے رقبہ ۵/۸ × ۳/۴ مربع انچ ہی یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ۔

لیکن دفعہ (۱۳۸) کے قاعدہ کا ثبوت اوس صورت مین لکھا ہی کہ اعداد کو صحیح مانا ہی اسلئے اس بات کا

ثابت کرنا ضرور ہوا کہ یہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہی کہ طول اور عرض کسر ہون۔

کسرونکا نسب نما متحد کیا تو ۳۵/۵۶ انچ اور ۲۴/۵۶ انچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک انچ کا ۱/۵۶ حصہ طول کا پیمانہ واحد

ہی تو قائم الزاویہ کا طول ۳۵ اور عرض ۲۴ ایسے پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا۔

اور اسیواسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵×۲۴ مربع اس مربع واحد کے ہونگے اور ایک انچ مربع مین ایسے پیمانہ

واحد کے ۵۶×۵۶ مربع ہین اسلئے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵×۲۴/۵۶×۵۶ مربع انچ

یعنی ۵×۳/۸×۷ مربع انچ یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ ہی۔

گیارہوین فصل کی مثالین

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گز دریافت کرو۔

(۱) ۱۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۷½ گز (۴) ۳۰¼ گز

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز نمین اور مربع فٹ نمین دریافت کرو۔

۱۲ گز ۱ فٹ

۲۰۱ گز ۱ فٹ

بمربع گزون مربع فٹون مربع انچونمین دریافت کرو۔

(۱۰) ۵ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

دم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ اور پول مربعونمین دریافت کرو

(۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعون کے قطر بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے دریافت کرو۔

(۱۷) ۲۵۵ فیٹ

(۱۸) ۸۸ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی

(۲۰) ۱۸ جریب ۳۶ کڑی

مربعونکے رقبے بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اضلاع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز

(۲۲) ۲۲۵ مربع گز

(۲۳) ۲۵۲۹ مربع گز

(۲۴) $\frac{1}{16}$ م میل

(۲۵) ۱۶۰ ایکر

(۲۶) ۲$\frac{1}{2}$ ایکر

(۲۷) ۶۴۰۱۶ مربع فیٹ

(۲۸) ۳ ایکر اروڈ ۱۳ پول ۵$\frac{3}{4}$ م گز

ان مربعونکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اضلاع کے طول کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ مربع فیٹ

(۳۰) ۲۸۷ مربع فیٹ

(۳۱) ۴۷۸ مربع گز ۱ مربع فٹ

(۳۲) ۵۲۲ مربع گز ۲ مربع فیٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکر

(۳۴) ۲$\frac{13}{40}$ ایکر

(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۷ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو

(۳۶) شطرنج کی بساط ۱۰۰ مربع انچ ہو اور اوسکے ہر طرف بی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی۔
بنے ہوئے ہین تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے اوسمین ۹ انچ لمبی اور ۴½ انچ چوڑی
قائم الزاویونکی طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے

(۳۷) ۱۴ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۸ اچاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ

(۳۹) ۱۵½ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸¼ سے ۲۰½

قائم الزاویونکے طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز اور فیٹون ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور

(۴۱) ۵ گز ۲ فیٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سے ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فیٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

قائم الزاویون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز فٹ انچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۷ گز ۱ فٹ ۹ انچ سے ۸ گز ۲ فیٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۱۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۳۶ کڑی

(۵۲) ۱۲ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۳ جریب ۴۰ کڑی

رقبے اور طول قائم الزاویونکی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے عرض دریافت کرو۔

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فیٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکر طول ۱۱۰ گز

۵ میل

ں

میل

بریب

ل ۴۵۳ گز ۲۰ فیٹ ۳ انچ

ہی اوسکا کیا طول کہین کہ وہ مساحت مین ایک مربع گز ہو۔

م مربع ۹ انچ سے ۱۸ انچ ہی تو بتاؤ اوسکا رقبہ کونسی اعشاریہ مربع گز کی ہے۔

(۶۲) قائم الزاویہ ۱۲۱ گز لنبی اور ۵۲ گز چوڑی ہی اوسکے رقبہ کو ایکر کی کسر مین بیان کرو۔

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازار ہی اگر بازار کے ایک طرف ۴½ فیٹ چوڑا فرش بنائین تو بتاؤ کتنے مربع گز ہوگا۔

(۶۴) ایک کھیت مستطیل کی شکل کا ہی اور اوسمین سے زمین کاٹ کر ایک مستطیل کی شکل کا باغ ایسا بنا ہی کہ اوسمین پون ایکر زمین آتی ہی اور اوسکا ایک ضلع تو کھیت ہی کا ضلع ہی اور اوسکا طول ۲½ جریب ہی دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۵۸ فیٹ ہی اور ایک ضلع ۴۲ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو۔

(۶۶) چار مربعونکے ضلعے جداجدا ایک اور ۲ اور ۳ اور ۴ فیٹ ہین ان چارون مربعونکے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۶۷) مربعونکے ضلاع جداجدا ۵ اور ۶ اور ۷ فیٹ ہین اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان تین مربعون کے برابر ہو۔

(۶۸) مکان مین شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ ۳ انچ کا لگا ہوا ہی اور اوسمین شیشہ کے پرکالے ۱۴ انچ سے ۹ انچ کے لگے ہوئے ہین تو اونکی تعداد بتاؤ کیا ہی۔

(۶۹) ایک مکان ۱۵۰ سے ۱۲۰ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکی فرش مین چوڑی ۳ فیٹ ۴ انچ لنبے ورافٹ ۱۲ انچ چوڑے کتنی لگینگے

(۷۰) ۴۴ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی چھت مین ۱۶ انچ لنبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی۔

(۷۱) ایک جگہ ۱۵ فیٹ لنبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہی اوسمین ۹ انچ لنبی اور ۴½ انچ چوڑی اینٹین کتنی بچینگی۔

(۷۲) کاٹھہ کا فرش ۲۴ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ لنبے اور ۱۱ انچ چوڑے تختے کتنے بچینگے۔

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا ہی اوسکے فرش مین ۱۲ فیٹ ۶ انچ لنبے اور ۹½ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے۔

(۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لنبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہی اگر ایک آدمی ۲۰ انچ لنبی ۱۸ انچ چوڑی جگہ گھیرے تو اوس مکان مین کتنے آدمی کھڑے ہونگے۔

(۷۵) ۴۵۰ صفین آدمیون کی کھڑی ہوئی ہین اور ہر ایک صف مین ۱۴ آدمی ہین اگر یہ آدمی ایک بڑے ہوئے مربع کی صورت مین کھڑے ہوتے تو بتاؤ ایک ضلع مین کتنے آدمی ہوتے۔

(۷۶) اگر ایک گیہون کا درخت نو مربع انچ جگہ گھیرے تو ایک ایکر مین کتنے گیہون کے درخت لگینگے۔

(۷۷) آدہ میل لنبا اور چوتھائی میل چوڑا ایک جنگل ہے اور ایک مربع جریب مین ۴ درخت ہین تو بتاؤ اوس جنگل مین کتنے درخت ہونگے۔

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہی اور ۴۰۰ میل لنبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اوسمین ..... ۲ باشندے بستے ہین تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایکر مین بستا ہی۔

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہی اور اوسکے وسط مین مخمل کا فرش ۲۱ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہی تو بتاؤ باقی جگہ کے فرش مین ۲۷ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا۔

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہی اور مربع کے باہر چاروں طرف ۱۰ گز چوڑا راستہ بنا ہوا ہی تو ۴ انچ لنبے اور ۱۱ انچ چوڑے پتھر کتنے اوس راستہ کے فرش مین لگینگے۔

(۸۱) ایک قائم الزاویہ کا صحن ۳۶ فیٹ لنبا ۲۰ فیٹ چوڑا ہی اس صحن کے گرد ایک رستہ ۴ فیٹ ۶ انچ

اوس سے باہر بنا ہو تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی اینٹین اوس رستہ کی فرش مین کتنی بچینگی۔

(۸۲) ایک خاص صحن مین ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی اینٹ ۱۲۹۶ مین بچھتی ہین تو بتاؤ کتنے کپڑے ۱۶ انچ مربع کے اوس رستہ کے نوین حصہ مین بچینگے۔

(۸۳) اگر ایک مستطیل کے اضلاع متصل ۹ اور ۱۶ ہون اور دوسرے مستطیل کے اضلاع متصل ۳۶ اور ۲۵ ہون اور اونمین سے ہر ایک کی برابر مربعے بنائین تو اونکی ضلعونکی نسبت آپسمین بتلاؤ کیا ہوگی

(۸۴) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہی اوسکی دیوارونپر ۲۲ انچ عرض کا کاغذ کتنا لنبا لگے گا۔

(۸۵) ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۶ انچ اونچا ایک کمرہ ہے تو بتاؤ کتنے مربع فیٹ کاغذ اوسکی دیوارون کے منڈہنے مین صرف ہوگا۔

(۸۶) ایک مستطیل ۴۸ فیٹ سے ۴۸ فیٹ ہی تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ اضلاع اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

(۸۷) ایک مستطیل مین ۱۳۲۳ مربع فیٹ ہین اور طول اوسکا بہ نسبت عرض کے سہ چند ہی تو اوسکی ضلعے دریافت کرو

(۸۸) سات کاغذ کے تختونکا وزن ۲½ تولہ ہی اور تختہ ۹ انچ سے ۸½ انچ ہی تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۸ انچ سے ۱۱ انچ ہو۔

(۸۹) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہون تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا۔

(۹۰) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل کا اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع برابر باہم ہو تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کے زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے اضلاع کے تفاوت کے ہو۔

(۹۱) ایک کھیت ۵ جریب ۱۰ گٹھی طول مین اور ۴ جریب ۷ گٹھے عرض مین ہے اوسکا لگان بشرح ایک روپیہ ۱۳ ارفی بیگہ کے دریافت کرو۔

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۴۲۳۹ گز لنبا اور ۲۰ گز چوڑا ہی اوسکا لگان بشرح ۴ پونڈ ۱ شلنگ فی ایکر کو دریافت کرو
(۹۳) ایک صحن مستطیل ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہی تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۴ مربع م فیٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی۔
(۹۴) اگر ۹ مربع فیٹ مین بجری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک مربع صحن مین جسکا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنے مین کیا لاگت لگے گی۔
(۹۵) ایک قبہ ۳۲ فیٹ ۳ انچ سے ۱۹ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکی فرش مین ۴۶ پائی مربع گز کے حساب سے کیا صرف ہوگا
(۹۶) ایک بازار کا طول ۱ فرلانگ ۹۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عرض ۲۲ گز ۱ انچ ہی تو ۹½ آنہ فی گز کے حساب سے اوسکے فرش مین کیا لاگت لگیگی۔

الزاویہ

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۹۶ فیٹ طول مین اور ۴۸ فیٹ عرض مین ہی اور اوسمین چار قائم قطعے گھاس کے بنے ہوئے ہین اور ہر ایک قطعہ ۲۲½ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہی تو بتاؤ باقی زمین کے فرش مین ۸½ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی۔

اطراف

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۵۸ گز طول مین اور ۵۶ گز عرض مین ہی اور اوسکے اندر چار یکسان عرض کی سڑک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہی تو ۲ر۲ پائی مربع گز کے حساب سے اوس سڑک کے درست کرنے مین کیا لاگت لگیگی۔
(۹۹) ایک صحن مربع پتھا جسکے فرش بنانے مین ۳ر۹ پائی فی مربع گز کے حساب سے ۴۸ روپیہ ۲ر۵ پائی صرف ہوئے تو بتاؤ اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے۔
(۱۰۰) ۳½ پائی گز کے حساب سے ایک مربع باغ کے گرد ینڈ بنوانے مین ۲۰ روپیہ ۳ ۲½ پائی صرف ہوئے تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو۔
(۱۰۱) ایک مربع کھیت کا لگان ۳۳ روپیہ ۱ر۹ اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۶ر۹ پائی فی ایکر ہے اگر اس کھیت کے گرد جھاڑی رکھین اور اوسمین ۹ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی۔
جن کمروں کے طول اور عرض تفصیل ذیل ہون تو بتاؤ اونکے فرش کیواسطے کتنے گز کپڑے کی ضرورت ہوگی۔

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا ۱ گز عرض کا

(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۱ گز عرض کا

(۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۱، ۲ انچ عرض کا

(۱۰۵) ۱، فیٹ ۲ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۱، ۲ انچ عرض کا

(۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۱، ۳۰ انچ عرض کا

(۱۰۷) ۲، فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۱، ۳۰ انچ عرض کا

کمروں کا طول اور عرض اور کپڑے کی قیمت معلوم ہے اونکے فرش کی قیمت نکالنے کی مثالوں میں دریافت کرو

(۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۶ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑے کی ۱ر ۶ پائی مربع فیٹ

(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ چھیٹ کی قیمت ۱۳ر ۶ پائی مربع گز

(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑے کی قیمت ۲ر ۹ پائی مربع گز

فرش کی قیمت ان کمروں میں دریافت کرو طول عرض کمروں کا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے

(۱۱۱) ۳۴ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ۶ انچ کپڑا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر ۶ پائی گز

(۱۱۲) ۱۰ فیٹ ۹ انچ سے ۱۰ فیٹ ۶ انچ کپڑا عرض ۱ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر ۹ پائی گز

(۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑا عرض اگز ۱ انچ اور کپڑے کی قیمت ۶ر گز

(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا عرض ۲۰ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر گز

(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۴ر گز

(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر ۴½ پائی گز

(۱۱۷) ۱۷ فیٹ ۶ انچ سے ۱۰ فیٹ ۶ انچ کپڑا عرض ۲ فیٹ ۴ انچ کپڑا کی قیمت ۳ر ۹ پائی گز

(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لمبے فرشمین ۵ مربع گز کا فرش ۷ روپیہ ۱۳ کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑا کا عرض کیا ہی

(۱۱۹) ایک کمرے کے وسط میں ۱۳ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۹ انچ لمبا فرش کیا ہوا ہی تو بتاؤ یہ کتنا فرش ہی اور ۲۷ انچ عرض کا کپڑا ۱ر ۶ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا اوسمین صرف ہوگا۔

اور اگر فرش کے کنارے اور دیوارونکے درمیان سب جگہ ۲½ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہے گی۔

(۱۲۰) ۲۳ فیٹ لنبا ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہے تو اوسکی دیوارون مین ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا۔

(۱۲۱) ۲۴ فیٹ لنبا ۱۹ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہی اور پون گز عرض کا کاغذ ہے تو بتاؤ اوسکی دیوارون مین کتنا کاغذ صرف ہوگا۔

(۱۲۲) ۲۴ فیٹ لنبا اور ۱۹½ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہی تو دیوارونپر کاغذ لگانیکا صرف ۱۲ پائی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۱ فٹ ۱۱ انچ لنبا اور ۴ گز ۴ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہی اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہی اور اوسکی قیمت ۹ پائی گز ہے تو بتاؤ اوس کمرہ کے کاغذ منڈھنے مین کیا صرف ہوگا۔

(۱۲۴) ۲۴ فیٹ لنبا ۱۰ فیٹ چوڑا ۱۱ فیٹ بلند ایک کمرہ ہی ایک مربع گز کی سفیدی پھرانے مین ۳ پائی صرف ہوتے ہین اور ایک آتشدان ۴ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۳ فیٹ عرض مین ہی اور ایک دروازہ ۹ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض مین ہی اور دو کھڑکیان ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۵ فیٹ ہین تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے مین کیا صرف ہوگا۔

بارہوین فصل متوازی الاضلاع

(۱۴۳) دفعہ (۲۸) مین ہمنے ثابت کیا ہی کہ متوازی الاضلاع اوس قائم الزاویہ کے برابر ہوتی ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع برابر متوازی الاضلاع کے ہو۔

(۱۴۴) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا۔

(۱۴۵) مثالین

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہی

۵ × ۳ = ۱۵ پس رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہی

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۴۵ انچ و ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵ × ۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ۳/۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲ ۱/۴ فیٹ

۳ ۳/۴ × ۲ ۱/۴ = ۱۵/۴ × ۹/۴ = ۱۳۵/۱۶ = ۸ ۷/۱۶ پس رقبہ ۸ ۷/۱۶ مربع فیٹ ہے

(۱۴۶) اگر کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو امتدادار تفاع اور قاعدہ میں سے ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ (۱۳۶) کے معلوم ہو سکتا ہے

(۱۴۷) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

۱۸۰/۱۵ = ۱۲ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے

(۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلعے ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور اوسکا رقبہ اوس مربع کے رقبہ سے دو تہائی ہے جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ کے ہے تو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۶ + ۳۲ = ۴۸ فیٹ یعنی ۴۸ فیٹ ہے اس سے معلوم ہوا کہ اوس مربع کا ضلع جسکا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہے ۱۲ فیٹ ہے پس اوسکا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ کی ۲/۳ یعنی ۹۶ مربع فیٹ کے برابر ہے اب اگر ہم اوس ضلع کو جو ۸ فیٹ طول میں ہے قاعدہ بنائیں تو ارتفاع ۹۶/۸ یعنی ۱۲ فیٹ ہوگا اور ۱۶ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنائیں تو ۹۶/۱۶ یعنی ۶ فیٹ ارتفاع ہوگا۔

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۸ فیٹ ہے اور اوسکا ایک قطر بھی ۸ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔ اس قطر کے کھینچنے سے معین دو مثلث متساوی الاضلاع میں تقسیم ہوگا اور بموجب دفعہ (۱۶۱) کے ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۸ × ۸۶۶ فیٹ ہے اور یہ ارتفاع برابر معین کے ارتفاع کے بھی ہے پس معین کا رقبہ مربع فیٹوں میں ۸ × ۸ × ۸۶۶ یعنی ۲۸۰۶۶ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

بارہوین فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعون کے رقبے دریافت کرو اونکے قاعدے اور ارتفاع یہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۱۵ گز ۲ فیٹ ارتفاع ۱۱ گز ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز ۲ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۱۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۶ کڑی ہی ارتفاع ۹ جریب ۴۸ کڑی

متوازی الاضلاعونکے مربعے اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فیٹ قاعدہ ۱۵ گز (۶) رقبہ ۳½ ایکر قاعدہ ۲۴۲ گز

(۷) رقبہ ۹۳ مربع فیٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۰۶۰ مربع گز ۳ مربع فیٹ ۳۳ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱ فٹ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کے متصل کا ضلع ۳ فیٹ ہے تو مقابل کے ضلع کے کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۱۰) متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلعون ۸ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس مربع سے نصف ہی جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے ہی تو مقابل کے اضلاع کی درمیان فاصلہ عمودی دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہی اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۳۲ فیٹ ہی اور ہر ایک زاویہ کلان دو چند ہر ایک زاویہ خردسی ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

تیرہوین فصل مثلث کے بیان مین

(۱۴۸) دفعہ (۲۰) مین ہمنے ثابت کیا ہی کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کی دلیل ہے۔

(۱۴۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا

یہ ظاہر ہی کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ مین ضرب دین یا قاعدہ اور ارتفاع کے حاصلضرب کا نصف لین سب صورتونمین نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا۔

(۱۵۰) مثالین

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہی۔

۳ گز = ۹ فیٹ ۴ فیٹ ۶ انچ = ۴½ فیٹ

۹ × ۴½ = ۹ × ۹/۲ = ۸۱/۲ اور ۸۱/۲ کا ½ = ۸۱/۴ = ۲۰¼

پس مثلث کا رقبہ ۲۰¼ مربع فیٹ ہی۔

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۶ فیٹ ہی

۳۶ کا نصف ۱۸ ہی ۴۵ × ۱۸ = ۸۱۰ پس ۸۱۰ مربع فیٹ رقبہ ہی۔

(۱۵۱) اگر ہمکو مثلث کا رقبہ اور اوسکی دو امتداد مین سے ایک امتداد یعنی قاعدہ اور ارتفاع مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہوسکتا ہی اسواسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دو چند کرین اور اوسکو ارتفاع کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دو چند رقبہ کے عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کے تین ضلعے معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ تینون ضلعون کے نصف مجموعہ مین سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور تینون باقیون اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپمین ضرب دو حاصلضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا۔

(۱۵۳) مثالین

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہین۔

۲ فیٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

۲۶ + ۲۸ + ۳۰ = ۸۴ اور ۸۴ کا ½ = ۴۲

۴۲ - ۲۶ = ۱۶ اور ۴۲ - ۲۸ = ۱۴ اور ۴۲ - ۳۰ = ۱۲

۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ = ۱۱۲۸۹۶ پس ۱۱۲۸۹۶ کا جذر ۳۳۶ ہی

پس ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہی

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ فیٹ ہین

۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۷۵ اور ۷۵ کا ½ = ۳۷٫۵

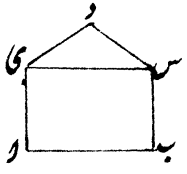
۳۷٫۵ - ۲۴ = ۱۳٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۵ = ۱۲٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۶ = ۱۱٫۵

۳۷٫۵ × ۱۳٫۵ × ۱۲٫۵ × ۱۱٫۵ = ۶۷۴۳٫۴۳۷۵ اور

۶۷۴۳٫۴۳۷۵ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۲۶۹٫۶۶۶ حاصل ہونگے پس رقبہ ۲۶۹٫۶۶۶ مربع فیٹ کے قریب قریب ہی۔

(۱۵۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک دمدمہ کی چھت سلامی کی بنی ہوئی ہی اوسکا عرض ۴۰ فیٹ ہی اور دیوارین اوسکی زمین سے ۳۰ فیٹ بلند ہین اور چھت کی گرگ کا فاصلہ اولتی سے ۱۰ فیٹ ہی تو اوس دمدمہ کا فاصلہ بتلاؤ



یہ شکل مستطیل اور مثلث سی مرکب ہے ر ب یا ی س عرض ہی اور دیوارونکی بلندی یعنی ر ی یا ب س ۳۰ فیٹ ہی اور اولتی سے چھت کا عمودی فاصلہ وہ عمود ہی جو نقطہ د سے ی س پر نکالا جاے چھت کے سب سے بلند حصے کو گرگ کہتے ہین اسلئے د گرگ پر ہے اور مثلث ی د س کو سلامی کی چھت کہتے ہین اور جہان چھت دیوار سے ملی ہے اوسے اولتی کہتے ہین۔

اب یہان مستطیل ر ب س ی کا رقبہ ۴۰ × ۳۰ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰۰ مربع فیٹ ہین اور مثلث کا رقبہ ۴۰ × ۱۰ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہی پس کل رقبہ ۱۳۲۰ مربع فیٹ ہی

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

نصف مجموعہ اضلاع = ۳/۲ اور ۳/۲ - ۱ = ½

$\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ اسواسطے رقبہ مین تعداد مربع فٹون کی $\frac{3}{16}$ کا جذر ہے یعنے ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو اسطرح بھی حاصل کرسکتے ہین کہ دفعہ (۶۵) مین ثابت ہوا ہی کہ مثلث کا ارتفاع جذر ۳ کا نصف ہی اسواسطے بموجب دفعہ (۱۴۹) کے رقبہ مثلث کا ۳ کے جذر کے ایک چوتھائی ہی پس تخمیناً ۴۳۳ مربع فیٹ رقبہ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک عمل کرو تو ۴۳۳۰۱۲۷ مربع فیٹ رقبہ نکلیگا۔

(۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہین زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود نکالین اوسکا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عمود سے ہون اونکا بھی طول دریافت کرو۔

بموجب دفعہ (۱۴۹) کے مثلث کا رقبہ ۶۰ مربع فیٹ ہی

بموجب دفعہ (۵۵) کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہی

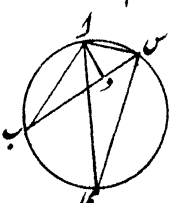
بموجب دفعہ (۱۵۱) کے عمود $\frac{120}{17}$ فیٹ یعنی $7\frac{1}{17}$ فیٹ ہی

بموجب دفعہ (۶۰) کے عمود سے جو دو حصے ہونگے اونمین سے چھوٹا حصہ

$8 \times 8 - \frac{120}{17} \times \frac{120}{17}$ کا جذر یعنے $4 - \frac{14400}{289}$ کا جذر یعنے

$\frac{4096}{289}$ کا جذر یعنی $\frac{64}{17}$ اسیواسطے دوسرا حصہ $17 - \frac{64}{17}$ یعنی $\frac{225}{17}$ ہی

(۴) مثلث کی اضلاع معلوم ہین جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جاے اوسکا قطر دریافت کرو جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہین اوس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہی اور یہ بھی معلوم ہوتا ہی کہ مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے



فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہی اور ا ی اوس دائرہ کا قطر ہی جو مثلث ا ب س پر بنایا جاے اور قاعدہ ب س پر ا د عمود ہے ملاؤ س ی

بموجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ ا س ی قائمہ ہی پس اسلئے وہ زاویہ ا د ب کی برابر ہے اور

بموجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ ای س برابر ہی زاویہ ا ب د کے اسیواسطے بموجب دفعہ (۲۳) کے ب د برابر ہوا زاویہ ی ا س کے

اسیواسطے بموجب دفعہ (۳۴) کے مثلث ا ب د اور ای س متشابہ ہین پس ا ب کو ا د سے وہ نسبت ہو جو ای کو ہی ا س سے اور اسیواسطے ا ب × ا س = ا د × ای

$$\text{پس ای} = \frac{\text{ا ب} \times \text{ا س}}{\text{ا د}} = \frac{\text{ا ب} \times \text{ا س} \times \text{ب س}}{\text{ا د} \times \text{ب س}}$$

پس اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہی کہ مثلث کے اوپر جو دائرہ بنایا جائے اوسکا قطر برابر ہی اوس خارج قسمت کے جو تینون اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کے دوچند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی۔ مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کی ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہین تو بموجب دفعہ (۱۵۳) کے ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہی پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچون مین۔

$$= \frac{۳۰ \times ۲۸ \times ۲۶}{۳۳۶ \times ۲} = \frac{۶۵}{۲} = ۳۲\frac{۱}{۲}$$

تیرہوین فصل کی مشالین

مثلثون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۸ فیٹ ہی ارتفاع ۸ فیٹ ہی

(۲) قاعدہ ۸ گز ۱ فٹ ہی ارتفاع ۵ گز ۲ فیٹ ہی

(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ فیٹ ۶ انچ ہے ارتفاع ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ ہی

(۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۵ کڑی ہی ارتفاع ۱۲ جریب ۲۴ کڑی ہی

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۴۲۱ اور ضلع ۲۹ ہی

(۶) وتر ۳۰ ہی اور ضلع ۱۵۲ ہی

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۰ ہے اور ضلع ۷ ہے۔

(۸) وتر ۱۳ ہی ضلع ۹ ہی

مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۵ و ۵ و ۶ (۱۰) ۶۵ و ۶۵ و ۱۱۲

(۱۱) ۸۵ اور ۸۵ و ۱۵۴ (۱۲) ۳۷۳ و ۳۷۳ و ۵۰۴

(۱۳) ۷۷ و ۷۵ و ۶۸ (۱۴) ۲۰ و ۴۹ و ۵۰۷

(۱۵) ۱۰۵ و ۱۱۶ و ۱۴۳ (۱۶) ۱۱۱ و ۱۷۵ و ۱۷۶

(۱۷) ۴۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۱۸) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۹) ۳۳۵ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۶۰۴ و ۳۶۰۵

(۲۱) شلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی قیمتین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ و ۳ و ۴ (۲۲) ۶ و ۷ و ۹

(۲۳) ۷ و ۸ و ۱۳ (۲۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰ (۲۶) ۱۷ و ۳۶ و ۷۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ و ۲۴ و ۳۱ ہین تو ثابت کرو کہ رقبہ اوس کا $\sqrt{۳}$ ۶۶ ہی

(۲۸) مثلث کے اضلاع ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ ہین تو ثابت کرو کہ رقبہ $\sqrt{۵}$ ۴۴۷ ہی

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۶۸ و ۷۵ و ۷۷ ہین بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعون کو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہی تو رقبہ مثلث کے دونو حصونکا جنمین وہ تقسیم ہوتا ہی دریافت کرو۔

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱۱ اور ۱۷۵ اور ۱۷۶ ہین بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے ہوئے کھینچے گئے ہین اور باقی ضلعونمین سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصونمین تقسیم کرتے ہین تو مثلث جو تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین مقابل کے زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود نکلے گا اوسکو دریافت کرو۔

(۳۲) مثلث کے اضلاع ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ فیٹ ہین تو ۵۲ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ سے جو عمود نکالا جاے اوسے دریافت کرو اور مثلث اس عمود سے جن دو حصونمین تقسیم ہوا اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دو نوانجا مونسے ۴۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کی فاصلہ پر مقرر کیا گیا ہی تو اون چارون مثلثونکا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کے کونون مین خطوط ملانے سے پیدا ہون

(۳۴) اب ب س ایک مثلث ہی اور ا نقطہ آ سے ب س پر عمود نکلا ہی اگر ا د = ۱۳ فیٹ اور عمود جو نقطہ د سے اب اور اس پر نکالین ۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہون تو مثلث کی ضلعے اور اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۵) ایک ترکون کھیت کا قاعدہ ۱۶۶ گڑی ہی اور ارتفاع ۳۸ گڑی اور وہ کھیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ کھیت فی ایکر کس بہاؤ سے فروخت ہوا۔

(۳۶) ایک مثلثی کھیت کی اضلاع ۳۵۰ اور ۴۴۰ اور ۵۰۷ گز ہین اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کھیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کھیت کی ہی۔

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اوسکا رقبہ اینچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو۔

(۳۸) ایک کھیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اوسکے زاویہ قائمہ کی محیط ضلعے ۱۲۰ گز اور ۲۰۰ گز ہیز اوسکا رقبہ دریافت کرو۔ اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصونمین تقسیم کرین تو ہر ایک حصہ کا رقبہ دریافت کرو

(۳۹) ایک مثلث کی اضلاع مین وہ نسبت ہی جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ مین اور مجموعہ اضلاع ۵۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(۴۰) اضلاع مثلث مین وہ نسبت ہی جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مین اور مجموعہ اضلاع ۱۲۰ گز ہی مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(۴۱) ۱۰ پائی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گھر کی چھت کی دریافت کرو اور یہ چھت سلامی کی

بنی ہوئی ہو اور سکا عرض ۲ فیٹ ہی اور زمین سے ۳۳ فیٹ بلند اولتی ہی اور چھت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فیٹ ہی۔

(۴۲) ۲۹۳ و ۲۸۵ و ۶۸ (۴۳) ۱۳۶ و ۱۲۵ و ۹۹

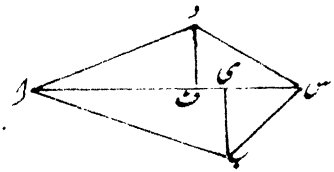
(۴۴) ۱۲۳ و ۱۲۴ و ۹ و ۴ (۴۵) ۲۶۷ و ۲۴۴ و ۱۶

چودھوین فصل ذوار بعۃ الاضلاع کے بیان مین

(۱۵۵) وتر کھینچنے سے ہر ذوار بعۃ الاضلاع دو مثلثون مین تقسیم ہو سکتی ہی اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہی اسلئے کہ ان دونو مثلثون کے رقبون کا مجموعہ ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ہو گا۔

(۱۵۶) مثالین

(۱) ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د کا وتر ا س ۱۲ فیٹ ہی اور عمود ب ی ۳ فیٹ اور عمود د ف ۴ فیٹ ہی



رقبہ مثلث ا س ب = ½ × ۱۲ × ۳ = ۱۸

رقبہ مثلث ا س د = ½ × ۱۲ × ۴ = ۲۴

۱۸ + ۲۴ = ۴۲

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہی

(۲) ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہی اور عمود مقابل کے ضلعون سے وتر پر نکالے گئے ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہین رقبہ دریافت کرو

½ × ۸۸ × ۳۰ = ۱۳۲۰ اور ½ × ۸۸ × ۲۵ = ۱۱۰۰

۱۳۲۰ + ۱۱۰۰ = ۲۴۲۰

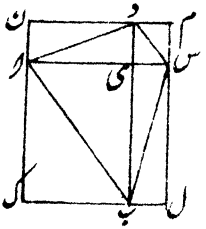
پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہی یعنی نصف ایکر

(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالونمین اور اوسی قبیل کے اور مثالون مین ظاہر ہی کہ بجاے اسکے کہ رقبہ کا جداجدا حساب لگائین ہم اس قاعدہ کو کام مین لاسکتے ہین کہ عمودونکے مجموعہ کو وتر مین ضرب دین اور حاصل ضرب کا نصف لے لین۔

دفعہ (۱۵۶) کی اول مثال مین عمودونکا مجموعہ ۱۲ فیٹ ہی اسلیے مربع فٹون مین رقبہ $= \frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۷ = ۴۲$ اور دوسری مثال مین عمودونکا مجموعہ ۵۵ ہی

اور اسلیے مربع گزون مین رقبہ $= \frac{1}{2} \times ۸۸ \times ۵۵ = ۲۴۲۰$

(۱۵۸) خاص صورتونمین جنمین وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ یہ ہی کہ وترونکے حاصلضرب کا نصف لے لو

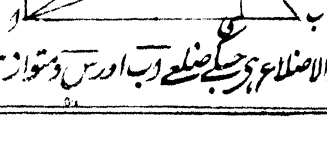


شکل کھینچنے سے یہ قاعدہ بدیہی معلوم ہوتا ہی۔ فرضکرو کہ ا ب س د ایسی ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے وتر اس اور د ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویہ پر قطع کرتے ہین اور ی نقطہ تقاطع ہی نقطہ ا اور س سے ب د کے متوازی خطوط تقسیم اور نقطہ ب اور د سے اس کے متوازی خطوط تقسیم نکالو۔

اب قائم الزاویہ ک ل م ن بنگئے۔ یہ بات آسانی سے سمجھ مین آتی ہی کہ مثلث ا ی ب برابر ہی مثلث ب ک ا کے اور مثلث س ی د برابر ہی مثلث د م س کے اور مثلث ب ی س برابر ہے مثلث س ب ل کے اور مثلث د ی ا برابر ہی مثلث ا ن د کے پس ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د قائم الزاویہ ک ل م ن کا نصف ہی اور اسلیے ذوار بعۃ الاضلاع ا س اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) سہمن کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا عین سے متعلق ہوسکتا ہے

(۱۶۰) اکثر دو نقطہ کے رقبہ دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کرتے ہین



فرضکرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے ضلعے ا ب اور س د متوازی ہین نقطہ س سے

س ی عمود ا ب پر اور آ سے ا ف عمود س د پر گالو تو

رقبہ مثلث ا ب س = ½ ا ب × س ی

رقبہ مثلث ا د س = ½ س د × ا ف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہین کہ ا ف = س ی اسواسطے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہی حاصلضرب س ی اور نصف مجموعہ ا ب اور س د کے اسواسطے قاعدہ ذیل اس سے مستنبط ہوتا ہی۔

(۱۶۱) ذوزنقہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ دونو متوازی ضلعون کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہو اوسکو دونو متوازی اضلاع کے مجموعہ مین ضرب دو سے تقسیم کرو حاصل ضرب ذوزنقہ کا رقبہ ہوگا۔

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزنقہ کے متوازی ضلعے ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ ہین اور انکے درمیان عمودی فاصلہ ۱ فٹ ۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۲½ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳⅓ فیٹ

۱ فٹ ۸ انچ = ۱⅔

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \times 2\frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{35}{6} \times \frac{5}{3} = \frac{175}{36} = 4\frac{31}{36}$$

پس ذوزنقہ کا رقبہ $4\frac{31}{36}$ مربع فیٹ ہی

(۲) ذوزنقہ کے متوازی ضلعے ۴٫۳۲ فیٹ اور ۵٫۴۸ فیٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۲٫۱۸ فیٹ ہی

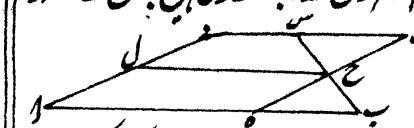
۴٫۳۲ + ۵٫۴۸ = ۹٫۸۰ اور ۹٫۸۰ کا ½ = ۴٫۹

۲٫۱۸ × ۴٫۹ = ۱۰٫۶۸۲

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۱۰٫۶۸۲ مربع فیٹ ہی

(۱۶۳) ہمنے قاعدہ ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کرنیکا نہایت سیدہا سادہ دفعہ (۱۶۰) مین قائم کیا ہی مگر ایک اور عمل دلچسپ اور عمدہ ہی اوسکا بھی ذکر کرتے ہین

فرض کرو کہ اب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے اضلاع دس اور اب متوازی ہین ب س کے نقطہ وسط ح سے خط مستقیم ح ک متوازی ا د کا نکالو

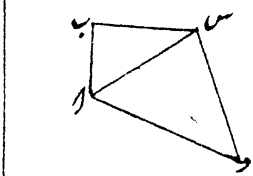


جو اضلاع متوازیہ یعنی نقاط ک اور ہ پر ملے

تو مثلث ب ح ہ اور س ح ک برابر ہین اسلئے ذو زنقہ اب س د متوازی الاضلاع ا ہ ک د کی برابر ہے اور چونکہ ہ ب برابر ہی س ک کے اس سے ثابت ہوتا ہی کہ اب اور س د کا نصف مجموعہ ا ہ ہی پس ذو زنقہ اوس متوازی الاضلاع کے برابر ہی جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کی ہی اور او سکا ارتفاع برابر اونکی درمیانی عمودی فاصلہ کی ہی اس سے قاعدہ دفعہ (۱۶۱) کا ثابت ہوتا ہی نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی اب کا اوسے نقطہ ل پر ملتا ہوا کھینچو تو او کا نقطہ وسط ل ہی اور ل ح = ۱/۲ ا ہ پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہی جو باقی اضلاع کے نقاط وسط مین ملائین۔

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) اب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی



اب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د ا = ۷ فیٹ

اور زاویہ اب س قائمہ ہی ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ (۵۵) کے اس برابر ہی ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے پس اس = ۵

مثلث اب س کا رقبہ = ۱/۲ × ۴ × ۳ = ۶

مثلث اس د کا رقبہ موافق دفعہ (۱۵۲) کے اسطرح حاصل ہوتا ہی کہ

۵ + ۶ + ۷ = ۱۸ اور ۱۸ کا ۱/۲ = ۹ اور ۹ − ۵ = ۴ اور ۹ − ۶ = ۳ اور ۹ − ۷ = ۲

۹ × ۴ × ۳ × ۲ = ۲۱۶

۲۱۶ کا جذر پورا انہین نکل سکتا اگر جذر مین تین مرتبہ اعشاریہ کی نکالین تو ہمکو ۱۴٫۶۹۷ حاصل ہونگے

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۷۶۹ مربع فیٹ ہی

(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ضلع کا طول ہی اور ارتفاع ہی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times ۸۰ \times ۶۰ = ۲۴۰۰$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہی

معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتے ہین پس ضلع کے طول دریافت کرنیکے واسطے اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جسکے ضلعے ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہین دریافت کرو بموجب دفعہ (۵۵) کے

وتر ۲۵۰۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہی پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

$\frac{۲۴۰۰}{۵۰} = ۴۸$ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودھوین فصل کی مثالین

ذوار بعۃ الاضلاعون کی ہستادہ بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۵۰٫۸ فیٹ عمود ۱۲٫۱۰ اور ۴٫۸ فیٹ

(۲) وتر ۵۴ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۱۰ جریب ۱۴ کڑی عمد ۶ جریب ۲۷ کڑی اور ۸ جریب ۶ کڑی

(۴) وتر ۳ جریب ۲۷ کڑی عمد ۲ جریب ۱۵ کڑی اور ۱ جریب ۵۰ کڑی

(۵) وتر ۱۸ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمود دنکا ۱۶ گز افٹ

(۶) ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۳۱ ایکر ۲ روڈ ۱۶ پول اور ایک وتر ۲۵ جریب اون عمودونکا مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویون سے وتر پر نکالین

اشکال ذو زنقہ کی ہستادہ بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۳ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہی

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ گز اور ۲۰ گز ہین عمودی فاصلہ ۱۲ گز

(۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ گڑی عمودی فاصلہ ۱۶ گڑی
(۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۱۲۲۵ گڑی عمودی فاصلہ ۲۴ گڑی
(۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰ گڑی اور ۱۲۲۵ گڑی عمودی فاصلہ ۵۴۰ گڑی
(۱۳) ایک ذو زنقہ کا رقبہ ۱۳½ ایکڑ ہی مجموعہ اضلاع متوازیہ ۴۲۰ گز ہی اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو
(۱۴) ایک ذو زنقہ کا رقبہ ۱ ایکڑ ۲ روڈ ۱۰ پول ہی اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۰ گز ہی فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو۔
(۱۵) مثال مین ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط مین کھینچا ہی تو ذو زنقہ جن دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو۔
(۱۶) مثال مین دو خطوط مستقیم متوازی لاضلاع متوازیہ کی اسطرح سے کھینچے گئے ہین کہ باقی اضلاع کو تین برابر حصون مین تقسیم کرتے ہین ان خطوط سے ذو زنقہ جن تین حصون مین تقسیم ہوتا ہی اونکا رقبہ دریافت کرو۔
(۱۷) ذو اربعۃ الاضلاع کے وتر ۲۶ فینٹ اور ۲۴ فینٹ ہین اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۱۸) ایک معین کے وتر ۸۰ گز اور ۱۱۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔
(۱۹) ایک معین کے قطر ۶۴ گز اور ۳۶ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ فی گز مربع کے حساب سے بتاؤ کہ اوسکے فرش بچھانے مین کیا صرف ہوگا۔
(۲۰) ایک معین کا رقبہ ۵۲۴۸ مربع فینٹ ہی اور ایک وتر ۴۸ فینٹ ہی دوسرا وتر دریافت کرو۔
(۲۱) اب سن ذو اربعۃ الاضلاع مین اب = ۲۸ فینٹ اور ب س = ۴۵ فینٹ اور س د = ۵۱ فینٹ اور د ا = ۴۰ فینٹ اور وتر ا س = ۵۳ فینٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۲۲) اب سن ذو اربعۃ الاضلاع ہی اب = ۳۸ جریب اور ب س = ۳۰ جریب اور قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۲۳) ذو اربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۲۰، ۲۶، ۳۰ و ۲۵ فینٹ ہین اور اول دو ضلعون کے

درمیان زاویہ قائمہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذوارلعۃ الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۵ و ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہین اور دو ضلاع کے درمیان زاویہ ۹۰° کا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چبوترہ کے دو مقابل کے ضلعے متوازی ہین اور دو ضلعے برابر ہین اور متواری الاضلاع ۸۰ اور ۵۲ فیٹ ہین اور مساوی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب س د ذوارلعۃ الاضلاع ہی اب = ۸۴۵ فیٹ اور ب س = ۱۲۳ فیٹ اور س د = ۱۸۰ فیٹ س د کا متوازی اب ہی اور زاویہ آپر قائمہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اب س د ذوارلعۃ الاضلاع اب اور د س متوازی ہین اب = ۱۶۵ فیٹ اور س د = ۱۲۳ فیٹ اور اب اور د س کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰۰ فیٹ ہی اب مین نقطہ ی ایسا ہی کہ ای برابر اب اور س د کے نصف فرق کے ہی مثلث ی ب س کا اور ذوارلعۃ الاضلاع ای س د کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۸) ایک معین کے قطر ۱۸۸ اور ۲۳۴ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ایک ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(۲۹) معین کا رقبہ ۳۵۴۱۴۴ مربع فیٹ ہی اور ایک قطر ۶۰۲ فیٹ ہی دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(۳۰) دو متصل کے ضلعے ایک ذوارلعۃ الاضلاع کے ۲۲۸ فیٹ اور ۱۰۴ فیٹ ہین اور زاویہ درمیانی اونکا ۹۰° ہی اور باقی دو اور ضلعے اوسکے آپسمین برابر ہین اور زاویہ اونکے درمیان ۹۰° کا ہی تو ثابت کرو کہ اس ذوارلعۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

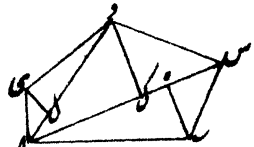
$$\frac{۳}{۱۳۶۹۰۰} + ۱۰۲۵۶ \text{ ہی}$$

پندرہوین فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصون کے رقبونکو جمع کرو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا۔

اکثر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے مثلثی ہوتے ہین لیکن بعض صورتون مین ذونقمین اور نقمین مربع یا متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ بھی ایک حصہ ہوتا ہے



(۱۶۶) مثالین

(۱) اب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ہ اور د ک عمود اس پر ہین اور ی ل عمود اد پر ہے اور فٹون مین یہ طول معلوم ہین

اس = ۱۰٫۴ اد = ۸٫۷

ب ہ = ۴٫۸ دک = ۶٫۵ ی ل = ۳٫۲

رقبہ مثلث اب س = ½ × ۱۰٫۴ × ۴٫۸ = ۲۴٫۹۶

رقبہ مثلث اس د = ½ × ۱۰٫۴ × ۶٫۵ = ۳۳٫۸

رقبہ مثلث اد ی = ½ × ۸٫۷ × ۳٫۲ = ۱۳٫۹۲

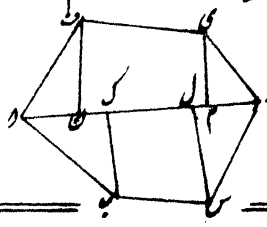
پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین = ۲۴٫۹۶ + ۳۳٫۸ + ۱۳٫۹۲ = ۷۲٫۶۸

(۲) اب س د ی ف چھ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود اد پر ہین اور طول بہ تفصیل ذیل فٹون مین معلوم ہین۔

ب ک = ۳ س ل = ۴ ی م = ۷٫۴ ف ن = ۵٫۱

ا ک = ۳٫۴ اور ک ل = ۳٫۲ اور ا ل = ۴٫۱ اور ا ن = ۳٫۳ اور ا م = ۵٫۳

ان طولون کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ اد = ۱۰٫۷ اور ا م = ۸٫۶



اس سے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰٫۷ − ۸٫۶ = ۲٫۱

رقبہ مثلث ا ک ب = ½ × ۳٫۴ × ۳ = ۵٫۱

رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س = ½ × ۷٫۲ × ۳٫۲ = ۱۱٫۵۲

رقبہ مثلث دل س = ½ × ۱ء۷ × ۴ء۲ = ۸ء۲

رقبہ مثلث ا ن ف = ½ × ۳ء۳ × ۳ء۱ × ۵ء۱ = ۸ء۴۱۵

رقبہ ذوزنقہ ف ن م ی = ½ × ۸ء۹ × ۳ء۵ = ۲۵ء۹۷

رقبہ مثلث ی م د = ½ × ۱ء۷ × ۲ء۷ = ۴ء۹۳۵

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۱ء۵ + ۱۱ء۲ + ۸ء۲ + ۸ء۴۱۵ + ۲۵ء۹۷ + ۴ء۹۳۵ = ۶۳ء۸۲

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) سدس منتظم کا ضلع ایک فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) کی شکل کی استعانت سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ سدس منتظم چھ مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہوسکتا ہی اور یہ اسطرح ہوسکتا ہی کہ نقطہ ی سے خطوط ا و ب و س و د و ی وقت تک کھینچین اب بموجب دفعہ (۱۵۴) کی ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین ۳ کی جذر کی ¼ ہے اسیواسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کی جذر کے ۶/۴ ہی یعنے ۳ کے جذر کے ۳/۲ فٹ

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلعے کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہی اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) مین ثابت ہوا ہی کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظم بنائی جاوے اوسکا ایک ضلع ا م ہی پس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث و ا م کے رقبہ سے بارہ گنا ہی اور

رقبہ مثلث و ا م = ½ × ا م × و ل اب ا م = ۱ فٹ اور و ل = ½ ا ف = ½ فٹ

پس رقبہ مثلث و ا م = ¼ مربع فٹ اسیواسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ = ¼ × ۱۲ مربع فیٹ = ۳ مربع فیٹ

پندرہوین فصل کی مثالین

(۱) اب س د ی پانچ ضلع کی شکل ہے اور یہ طول وسکے اندر معلوم ہین و س = ۱۶ اور د = ۱۲ ب اور د سے جو عمود و س پر کالین ۴ء۶ اور ۴ء۶ علیحدہ علیحدہ ہین اور

ی سے عمود جو اوپر کا لین ڈہ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو

(۲) اب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہی ب ک اور س ل اور ی م عمود اوپر ہین اور اونکے یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۱۵٫۳ اور ب ک = ۶٫۷ اور س ل = ۵٫۵ اور ی م = ۴٫۳ اور ا ک = ۲٫۷ اور د ل = ۳٫۹ رقبہ دریافت کرو

(۳) اب س دی ف چھہ ضلعے کی شکل ہی اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود اوپر ہین اور یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۱۸٫۴ اور ب ک = ۵ اور س ل = ۷ اور ی م = ۶ اور ف ن = ۴ اور ا ک = ۷٫۴ اور ا ن = ۱۴٫۱ اور د ل = ۵٫۳ اور د م = ۴٫۹ رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل اب س دی ف کے جہون ضلعے ایسمین برابر ہین اور اب = ۵٫۸ اور ب ف = ۴٫۶ فیٹ اور اوسکا حصہ ب س ی ف قائم الزاویہ ہی شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) اب س دی ف پانچ ضلعے کی شکل ہی اور زاویہ نقطہ ی پر قائمہ ہی اور یہ امتداد اوسکی معلوم ہین اب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور د ی = ۱۲ اور ی ا = ۵ اور س ا = ۱۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر ایک ضلع ۲۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۷) دائرہ کا قطر ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۸) ایک کیت مسدس منتظم کی شکل کا ہی اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوسکے اندر جو آٹھہ ضلع کی شکل منتظم بنائی جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۲۴ ضلعے کی ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہوین فصل دائرہ کے بیان مین

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو $\frac{22}{7}$ یا ۳۱۴۱۶ سے ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب میں منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳۱۴۱۶ سے ضرب دو۔

(۱۶۹) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

مربع ۵ کا ۲۵ ہے اور $25 \times \frac{22}{7} = \frac{550}{7} = 78\frac{4}{7}$

پس دائرہ کا رقبہ $78\frac{4}{7}$ مربع فیٹ ہے۔

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور $9 \times 3.14159 = 28.27431$ پس دائرہ کا رقبہ تقریباً ۲۸ مربع میل ہے۔

(۱۷۰) نفس الامر میں جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے اوس سے کچھ زیادہ رقبہ دونو قاعدوں سے دریافت ہوتا ہے مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی ٹھیک جواب میں منظور ہو تو عدد ۳۱۴۱۵۹۲۶ کے زیادہ مراتب اعشاریہ حسب ضرورت لے لو۔

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو۔

قاعدہ رقبہ کو $\frac{22}{7}$ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو رقبہ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو۔

(۱۷۲) مثالیں۔

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے

$100 \div \frac{22}{7} = 100 \times \frac{7}{22} = \frac{700}{22} = 31.81818$

اور اسکا جذر ۵۶۴۰۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۵۶۴۰۵ فیٹ ہے۔

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکر ہے

ایک ایکر ۴۸۴۰ مربع گز ہے ۴۸۴۰ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰۱۶۱ ہوا اسکا جذر ۳۹۲۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۳۹۲۵ گز ہے۔

(۱۷۳) دو متحد المرکز دائرونکے درمیان جو حلقہ مدور ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کے رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ تفریق کر دو یا نصف قطرونکے مجموعہ کو اونکے فرق مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دائرونکے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹون مین

$= ۱۰ \times ۱۰ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴$

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ $=$

$۱۲ \times ۱۲ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۴۵۲٫۳۹۰۴$

$۴۵۲٫۳۹۰۴ - ۳۱۴٫۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴$

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸٫۲۳۰۴ مربع فیٹ ہی

یا اسطرح کہ $۱۲ + ۱۰ = ۲۲$ اور $۱۲ - ۱۰ = ۲$

$۲۲ \times ۲ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۳۳۰۴$

(۲) دو دائرون کے نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہین

۳ گز $=$ ۹ فیٹ $\quad ۹ + ۵ = ۱۴ \quad ۹ - ۵ = ۴$

$۱۴ \times ۴ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۷۵٫۹۲۹۶$

پس حلقہ کا رقبہ ۱۷۵٫۹۲۹۶ مربع فیٹ

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ کے اندر دوسرا دائرہ بالکل واقع ہو تو دفعہ (۱۷۳) کے قاعدہ سے رقبہ اوس سطح کا معلوم ہو جائیگا جو دائرونکے محیطونکے درمیان واقع ہو خواہ دائرے متحد المرکز نہون۔

(۱۷۶) دفعہ (۱۶۸) کے قاعدہ پر مبتدی طالبعلمونکو توجہ گو سب وقت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہیے

علاوہ برین اور قاعدے بھی دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکے اس قاعدہ کے برابر ہین مگر وہ عملاً زیادہ کارآمد نہین اونمین سے تین لکھدیتے ہین۔

نصف قطر کو محیط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴ء مین ضرب دو

محیط کے مربع کو ۱۴۱۶ء ÷ ۳ × ۴ پر تقسیم کرو

یا محیط کے مربع کو ۰۷۹۵۸ء مین ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہمنے اس کتاب مین جوہات لکھنے کا اختیار کیا ہی اوسکے واسطے دفعہ گذشتہ مین جو قاعدے بیان ہوے ہین اونمین اول قاعدہ نہایت دلچسپ ہے۔ اس قاعدہ سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ دائرہ کا رقبہ اوس مثلث کے رقبہ کے برابر ہوتا ہی جسکا قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جسکا ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اگر ثبوت کامل اس دعوی کا لکھین تو وہ مبتدی کی استعداد سے پرے ہوگا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے ہین جس سے قاعدہ کا مفہوم ذہن مین آجائے۔

فرضکرو کہ ہم ایک دائرہ مین کثیر الاضلاع ایسی بنائین جسکے اضلاع کی تعداد بے حد زیادہ ہو تو یہ تین باتین بدیہی معلوم ہونگی۔

اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کے رقبون مین تفاوت نہایت کم ہوگا۔

دوم کثیر الاضلاع کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ مین بہت کم تفاوت ہوگا۔

سوم جو مرکز سے عمود کثیر الاضلاع کے کسی ضلع پر نکالین اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع کے کونونمین خطوط وصل کرنیسے کثیر الاضلاع برابر مثلثونمین تقسیم ہوجائینگے اور ان سب مثلثونکا رقبہ ملکر برابر ہوگا اوس مثلث کے رقبہ کے جسکا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کے ہو اور جسکا ارتفاع برابر اوس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اس سے ہمارے دعوی کا ثابت ہونا ظاہر ہوگیا۔

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سے ضلعونکی کھینچی جائین اونکی نسبت ہمنے تین باتین بیان کی ہین اونکی توضیح و بسطہ ماہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکھتے ہین دفعات (۹۹) اور (۱۶۷) دیکھو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اور عمود جو مرکز دائرہ سے کسی ایک ضلع پر نکالین اوس کا طول ۸۶۶ء فٹ ہو اور کثیر الاضلاع کا محیط جو اضلاع ۱۲ × ۱۷۳۲ء فٹ یعنی ۲۰۷۸ء فٹ کے قریب قریب ہے اور دائرہ کا محیط ۶ء۲۸۳۲ فٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ۳ مربع فٹ ہو اور دائرہ کا رقبہ ۱۶ء۱۴۱۳ مربع فٹ ہو

پندرہوین فصل کی ۱۰ مثال سے ظاہر ہوتا ہو کہ دائرہ کے اندر جسکا نصف قطر ایک فٹ ہو جو ۲۰ ضلعوں کی شکل جو بنی ہوئی ہو اوسکا رقبہ ۱۰۵۸ء۳ مربع فیٹ ہے ان نتیجوں کے دیکھنے سے ہمکو صاف معلوم ہوتا ہو کہ اگر ہم دائرہ کے اندر نسبت سے ضلعونکی کثیر الاضلاع منتظم بنائین تو جن چیزون کے مقابلہ کا تذکرہ ہمنے اوپر کیا ہو اونمین اسقدر کم تفاوت رہتا ہو کہ بالکل قابل لحاظ کے نہین ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مدور چمن کا قطر ۸۰ فیٹ ہو اور سکے اندر گرداگرد ایک بجری کی سڑک گزہر چوڑی بنی ہوئی ہو اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔ سڑک کا کنارہ بیرونی اوس دائرہ کا محیط ہو جسکا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہو اور اوسکا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہو جسکا قطر ۳۸ فیٹ ہو۔

پس بموجب فعہ ۱۷۳ کے بجری کی سڑک کا رقبہ

$= ۳۸ \times ۳ \times ۳ء۱۴۱۶ = ۳ء۱۴۱۶ \times ۱۱۴ = ۳۵۷ء۰۹۶$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہی تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کی تین چوتھائی ہی

دائرونکے رقبونکو دریافت کرنیکا جو قاعدہ بیان ہوا ہو اوس سے معلوم ہوتا ہو کہ دو دائرونکے رقبونمین وہ نسبت ہوتی ہو جو انکے نصف قطرونکے مربعونمین اس سبب سے یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : $\frac{۳}{۴}$ :: ۱۵ کے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$= \frac{۳}{۴} \times ۱۵ \times ۱۵ = ۱۶۸ء۷۵$

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہو جذر دو مرتبہ کی اعشاریہ تک نکالین تو ۱۲ء۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۱۳ انچ کے برابر تقریباً ہوگا۔

(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے تین دائرے متحد المرکز ایسے کھینچو کہ دائرہ چار برابر حصون مین تقسیم ہوجائے۔

یہ مثال درحقیقت ان تین مثالون کے حل کرنیکے برابر ہے جو ابھی اوپر بیان ہوئی ہین دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنیسے ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰ کا جذر حاصل ہوگا۔

اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان بھی سطح دائرہ معلوم کے چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگئے اسواسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہوا اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے دوسرے دائرہ کا نصف قطر برابر ۲۰ کے جذر کے ہوگا۔

اسیطرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰ کا جذر ہوگا۔

پس اس طرح سے تینون دائرون کے نصف قطر انچون مین ۱۰ اور ۱۴، ۱۴ اور ۳۲، ۱۷ اور ۳۰ کے اعشاریہ تک ہونگے۔

سولہوین فصل کی مثالین

دائرونکے نصف قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع فٹون مین محیط دائرہ کو ۳½ گنا قطر سے فرض کرکے دریافت کرو۔

(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۶ گز ۲ فیٹ (۳) ایک فرلانگ

ان دائرونکے رقبے دریافت کروجنکے نصف قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳½ گنا فرض کیا گیا ہے۔

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۹۲ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائرون کے قطر دریافت کروجنکے رقبے بتفصیل ذیل معلوم ہین اور محیط دائرہ قطر سے ۳½ گنا فرض کرو۔

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکر ۳ روڈ ۸ پول

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۱۴/۱۶، ۳ گنا فرض کیا گیا ہی۔

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۱ ایکر ۲ روڈ ۱۱ پول (۱۲) ایک مربع میل

سب آیندہ مثالون مین محیط قطر سے ۱۴/۱۶، ۳ گنا فرض کیا گیا ہی مگر جبکہ کہین کنایتاً یا صراحتاً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو۔

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہی اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ ہی اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۴ گز فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۸ گز ۲ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰، ۱ فیٹ ہی وہ بالکل دوسرے دائرہ کے اندر واقع ہی اور اوسکے دوسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۵، ۱۳ فیٹ ہی دائرون کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو قطر دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہی اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی بیرونی حد کا نصف

(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہی اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہی اندرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چوتھائی رقبہ ۱ مربع گز ہی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۹) دائرہ کا محیط ۱۰۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکر ہے اوسکا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس مستطیل کے رقبہ کے برابر ہے جو ۴۰۰ فیٹ سی ۲۵۶ فیٹ ہی دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہی دوسرے دائرہ اوس کے نصف رقبہ مین ہی اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچوان حصہ اس دائرہ کا ہو اوس کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہی اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور وہ دو متحد المرکز دائرون سے تین حصون مین تقسیم ہوتا ہی تو بتاؤ دائرون کے کیا نصف قطر کہین کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصون مین تقسیم ہو۔

(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۴ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہی اور اوسکے ایک ضلع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۲۱ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہی تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اگر ۱۴ پونڈ کا وائب ہوا ہر ایک مربع انچ پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا وائب ہوگا جسکا نصف قطر ۳ فیٹ ہے ہنڈرڈ ویٹ تک وزن دریافت کرو۔

(۲۸) ایک مزدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہی اوسکے درست کرانے مین ۲ ۳/۴ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا صرف ہوگا۔

(۲۹) ایک گول گہر کا اندرونی قطر ۶ فیٹ ۲ انچ ہی اور آثار دیوار کا ۲۲ انچ ہی تو بتاؤ دیوار کی بنیاد مین کتنی زمین گہیرتی ہین۔

(۳۰) ایک گول گہر ۱۰۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہی اور اوسکے باہر کنارے سے اندر کیطرف چارونطرف ۱۰ فیٹ چوڑا چبوترہ بنا ہوا ہی اگر ۴ پنی مربع فٹ اس چبوترہ کی بنوائی مین لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی۔

(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہی اوسکا قطر ۴۰ گز ہی اور اوسکے کنارہ سے ایک گز چوڑی بجری کی سڑک بنی ہوئی ہی تو ۴ پنی گز کے حساب سے اس سڑک کی بنوائی مین کیا صرف ہوگا۔

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اور اوسکا محیط بیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۲۰ فیٹ ہی سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا نصف قطر ۸ فیٹ ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۳۴) اس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کے ہو جسکا ضلع ۱۰ فیٹ ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۶ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک دائرہ بنایا گیا ہی جو مربع کے سب ضلعونکو چھوتا ہی تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اوسکا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۸ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر ایک دائرہ بنایا گیا ہی تو دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوا وسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی ضلعے ۲۰ اور ۴۲ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو مثلث کے وتر کو قطر بناکر کھینچین۔

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی تو اوسکا کل احاطہ کا طول دریافت کرو۔

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور اوسمین ایک متساوی الاضلاع بنا ہوا ہی تو مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہوا وسکا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی ضلعے ۲۰ فیٹ اور ۲۱ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا قطر برابر اوس مثلث کے وتر کے ہو۔

(۴۱) مستطیل ۹ فیٹ طول مین اور ۶ فیٹ عرض مین ہی تو بتاؤ اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو۔

(۴۲) مثلث کے ضلعے ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا محیط اس مثلث مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعوے کو ان مثالون مین ثابت کرو۔

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۰ فیٹ اور ۱۳ فیٹ

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالون سے اس دعوی کو ثابت کرو۔

(۴۵) اضلاع مثلث ۹ و ۱۰ و ۱۷ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۶ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مستطیل کے رقبے کے ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا ان مثالون مین اس دعوی کو ثابت کرو۔

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ اور ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہین

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۶ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

سترہوین فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ ۳۶۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ کے درجون سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کے رقبہ کو ہے قطاع دائرہ کے رقبہ سے



(۱۱) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۳٫۱۴۱۶ × ۲۵ × ۲۵ = ۱۹۶۳٫۵

۳۶۰ : ۸۰ :: ۱۹۶۳٫۵ : رقبہ مطلوب

$\frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۸۰}{۳۶۰} = \frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۸}{۳۶۰} = \frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۲}{۹} = ۴۳۶٫۳$ مربع فیٹ

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲

۳۶۰ : ۷۵ :: ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲ : رقبہ مطلوب

$$\frac{۷۵ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۳٫۱۴۱۶}{۳۶۰} = \frac{۷۵ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۳٫۱۴۱۶}{۳۶۰} = ۳٫۱۴۱۶ \times ۳۰ = ۹۴٫۲۴۸$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۴٫۲۴۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) یہ ایک اور قاعدہ قطاع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو۔

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ (۱۷۰) کے بیان سے ہوتی ہے۔

(۱۸۲) مثالیں۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

$\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ = ۸$ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطاع کی قوس ۱ فٹ ۵ انچ ہے

$\frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۱۷ = ۲۵۵$ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) ہکھاؤ دس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہے جو دو قطاع دائرہ کے درمیان واقع ہو اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ اب ایک قطاع ہو اور دوسرا قطاع ہو پس شکل اب دس کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہے ہر قطاع کے رقبہ کا حساب کرکے بڑے قطاع کے رقبہ میں سے چھوٹے قطاع کے رقبہ کو تفریق کرو



یا اسطرح حساب کرو جن دو دائروں کی قوسیں اب اور دس ہیں اونکے درمیان کے کل حصہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر تناسب کو بناؤ کہ ۳۶۰ درجہ زاویہ کے دائرہ جو نسبت ہے جو کل حلقہ کی رقبہ سے رقبہ مطلوب سے

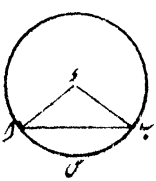
یا اسطرح قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کے مجموعہ کا نصف نصف قطر دنکے فرق میں ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

(۱۸۴) مثالین۔

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور قوسین ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین
بموجب فعہ (۱۸۱) کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعون مین = ۶ × ۱۵ × ½ = ۴۵
اور چھوٹے قطاع کا رقبہ فٹ مربعون مین = ۴ × ۱۰ × ½ = ۲۰
پس رقبہ مطلوب فٹ مربعون مین = ۴۵ − ۲۰ = ۲۵
یا فعہ گذشتہ کے قاعدہ کو استعمال مین لاؤ کہ قوسونکا مجموعہ = ۱۰ فیٹ
اور نصف قطرونکا فرق = ۵ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعون مین = ۵ × ۱۰ × ½ = ۲۵

(۲) نصف قطر ۷ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین اور زاویہ ۴۵ درجہ ہی فعہ گذشتہ کے دوسرے قاعدہ کو استعمال مین لاتے ہین۔
بموجب فعہ (۳۰۱) کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فیٹ مین ۱۲ × ۲۲ × ۱۴/۱۶ × ۳۱/۱۴ ہی یعنے ۳۹۸۴/۷۵
پس ۳۶۰ : ۴۵ :: ۳۹۸۴/۷۵ : رقبہ مطلوب
پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۳۹۸۴/۷۵ / ۸ = ۹/۴۲۴۸

(۱۸۵) دائرہ کا وتر اب ہی اور یہ وتر قطر نہین ہی اور دائرہ کو ایسے دو حصونمین تقسیم کرتا ہے کہ ایک نصف دائرہ سے بڑا ہی اور دوسرا نصف دائرہ سے چھوٹا ہی جب ہمکو چھوٹے قطعہ کا رقبہ معلوم ہوجائیگا تو اوسکو دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کرکے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کرسکتے ہین اسلئے دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کے رقبہ دریافت کرنے کے لئے قاعدہ بیان کرنا کافی ہوگا



فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز س ہی تو اب ظاہر ہی کہ قطعہ اب س برابر ہی قطاع اس ب اور مثلث اس ب کے تفاوت کے
پس اس سے قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوس قطاع کا رقبہ دریافت کرو کہ جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہی اور وتر اور نصف

قطر دینے جو مثلث بنتا ہی اوسکا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ مین سی دوسرے رقبہ کو تفریق کرو۔

(۱۸۷) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور قطاع کا زاویہ ۶۰ درجہ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶ بموجب دفعہ (۱۷۹) کے

قطاع کا رقبہ مربع انچ نمین = $\frac{۳۱۴٫۱۶}{۶}$ = ۵۲٫۳۶ اور مثلث اس صورت مین متساوی الاضلاع ہی۔

اور بموجب دفعہ (۱۹۲) کے اوسکا رقبہ مربع انچ مین ۵ × ۵ × ۵ × ۵ کا جذر ہے یعنے ۴۳٫۳۰

کے قریب قریب۔

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ مین

= ۵۲٫۳۶ − ۴۳٫۳۰ = ۹٫۰۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہی اور زاویہ قطاع قائمہ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ مین = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے قطاع کا رقبہ = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۲٫۵۶۶۴

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ مین = $\frac{۱}{۲}$ × ۴ × ۴ = ۸

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹون مین = ۴٫۵۶۶۴

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالون مین ہم مثلثون کا رقبہ دریافت کرسکتے تہے اور ہر اونسے استخراج قطعات کی رقبہ کا کرسکتے تہی لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جیب ہمکو معلوم ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہین دریافت کرسکتے مگر علم مثلث کی استعانت سے ہم رقبہ دریافت کرسکتے ہین۔

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ وتر کے مربع کی ایک چوتہائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچوین حصہ پر زیادہ کرو۔ اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی مین ضرب دو۔

یہ قاعدہ بالکل درست نہین ہی اوس سے قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا نفس الامر مین ہونا چاہیئے اوس سے زیادہ نکلتا ہی لیکن اسمین غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہی بشرطیکہ زاویہ قطاع جو مطابق اوس قطعہ کے بنایا جاے نہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۶۰ کا ہو تو غلطی $\frac{1}{2000}$ حصہ رقبہ سے کم واقع ہوتی ہی اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو $\frac{1}{4000}$ حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین

(۱) وتر ۱۲ انچ ہے ارتفاع ۱ انچ ہے

$\frac{1}{4} \times 12 \times 12 = 36$ اور $\frac{2}{5} \times 1 \times 1 = \frac{2}{5}$

$36 + \frac{2}{5} = 36.4$ اور اسکا جذر 6.032 ہی

$\frac{4}{3} \times 1 \times 6.032 = 8.043$

پس قطعہ کا رقبہ 8.043 مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ ہی اور ارتفاع ۱.۴ انچ ہے

$\frac{1}{4} \times 20 \times 20 = 100$ و $\frac{2}{5} \times 1.4 \times 1.4 = 1.568$

100.568 کا جذر $= 10.028$

$\frac{4}{3} \times 1.4 \times 10.028 = 18.704$

پس 18.704 مربع انچ رقبہ ہی۔

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق قطاع کا زاویہ ایسا بڑا ہو کہ وہان اس قاعدہ کا برتاؤ غلطی عظیم سے خالی نہو وہان قطعہ کو دو متشابہ قطعون اور ایک مثلث مین تقسیم کرلو اور یہ مثلث کا رقبہ ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ (۱۸۹) کے موافق چھوٹے چھوٹے قطعات کا رقبہ دریافت کرو دفعہ (۱۸۷) کی شکل دیکھو جسمین قطعہ ادب ی مثلث اب ی اور ان قطعات سے مرکب ہی جنکے وتر اد ی اور ی ب ہین۔

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔
اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہیں ہو سکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اوسکا حل ہو سکتا ہے بموجب دفعہ (۱۲۲) کے
قوس کا طول ۱۴۱۵۸۹۵۱۴۱ انچ کے قریب ہے اور رقبہ قطاع مربع انچ میں

$= \frac{1}{4} \times ۲۵ \times ۱۴۱۵۸۹۵۱۴۱ = ۱۷۷۳۶۸۹۲$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابھی ہمنے قطاع کا رقبہ ۱۷۷۳۶۸۹۲ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ (۱۵۲) کے مثلث
۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگے تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کے قریب ہوگا۔
پس تقریباً قطعہ کا رقبہ ۱۷۷۳۶۸۹۲ - ۱۶۸ = ۱۷۷۳۶۷۲۴ مربع انچ ہے دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ کے بموجب ہم قطعہ کے رقبہ کا
حساب اسطرح کرتے ہیں۔
اول ارتفاع دریافت کرتے ہیں دفعہ ۸۰ کی شکل میں اس = ۲۵ اور اب = ۱۴
پس اد = ۷ اور دفعہ ۶۰ کے بموجب ہم دریافت کرتے کہ سن = ۲۴ اسیواسطے دی = ۱

$\frac{1}{4} \times ۱۴ \times ۱۴ = ۹$ اور $\frac{2}{5} \times ۱۲ \times ۱ = \frac{2}{5}$

$۹ + \frac{2}{5} = ۹۴۰۴$ پس اسکا جذر ۹۷۰۲۸۵۱ ہے

$\frac{4}{3} \times ۱۲ \times ۹۷۰۲۸۵۱ = ۹۳۷۱۳۵$

بموجب اس قاعدہ کے ہم قطعہ کا رقبہ ۹۳۷۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہیں یہ پہلے نتیجہ سے
کچھ تھوڑا ہی فرق رکھتا ہے۔

سترہوین فصل کی مثالین

ان قطاع دوائر کا جنمیں استداد ذیل معلوم ہیں رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۲۴ فیٹ زاویہ ۲۵°

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ ۱۲۰°

(۳) نصف قطر ۴۸ فیٹ زاویہ ۲۸°

(۴) دو دائرے متحد المرکز ہین جنکی نصف قطر ۱ فیٹ ۵ انچ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو
نصف قطر جو ۴۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۵) دو متحد المرکز دائرون کے نصف قطر ۱ فیٹ اور ۸ انچ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور وہ دو
نصف قطر محیط ہون کہ ۵۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون تو اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۵۰° ہے نصف قطر دریافت کرو۔
(۷) قطاع کا رقبہ ۲۳۰ مربع فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۴۰° ہی کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔
(۸) قطاع کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر ۸ فیٹ زاویہ دریافت کرو۔
(۹) قطاع کا رقبہ ۹۴ مربع فیٹ ہی نصف قطر ۶ فیٹ ہی قوس دریافت کرو
(۱۰) قطاع کا رقبہ ۳۵۰ مربع فیٹ ہی اور قوس ۹۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو
(۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی زاویہ دریافت کرو
(۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی قوس دریافت کرو
(۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۸ انچ ہے اور نصف قطر ۱۱ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو
(۱۴) ایک قطاع کا وتر ۶ انچ ہی اور نصف قطر ۹ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو
(۱۵) نصف قطر ۱ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۳۰° ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
(۱۶) نصف قطر ۱ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰° ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
(۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱ فیٹ ہی اوسمین دو متوازی وتر جنمین سے ہر ایک برابر نصف قطر کے کھینچے ہین
تو وترونکی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو
(۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی اور مرکز کے ایک ہی جانب مین دو وتر متوازی کھینچے گئے ہین اور
اونمین سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰° ہی اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰° ہی تو جو منطقہ اون
دونو وترونکے درمیان ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی مرکز کی مقابل سمتون مین متوازی وتر کھینچے گئے ہین۔

اور اونمین سے ایک وتر کے محاذی زاویہ مرکزیہ ۹۰° ہی اور دوسرے کی محاذی زاویہ مرکزیہ ۹۰° ہی وترون کے درمیانی سطحہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دائرے کے دو حصے وہ وتر کرتا ہی جو نصف قطر کے برابر ہے اونکے رقبے دریافت کرو۔ دفعہ (۱۸۹) کی موافق اون قطعات کا رقبہ تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو جنکے اندر امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

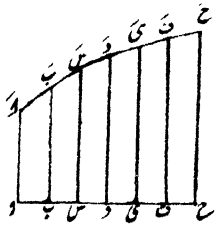
(۲۱) وتر ۳۴۰۵ء۷ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ (۲۲) وتر ۱۴۲۱ء۱۴ فیٹ ارتفاع ۲ء۹۲۸۹ فیٹ

(۲۳) وتر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۳۳۹۰ء۷ فیٹ (۲۴) وتر ۱۶۶۴ء۵ فیٹ ارتفاع ۳۴۰ء۷ فیٹ

(۲۵) وتر ۶۱۰۵ء۲ فیٹ ارتفاع ۸۵۵ء۵ فیٹ

اٹھارہوین فصل سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بیان مین

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلونکے تقریبًا رقبہ دریافت کرنیکا لکھتے ہین



فرض کرو کہ ایک رقبہ ہے جو خط مستقیم اح اور خطوط مستقیم اا، اور ح ح سے جو اح پر عمود ہین اور خط منحنی اا ح سے گھرا ہوا ہے۔

اح کو جہت برابر حصون مین اب اور ب س اور س ح پر تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے اح پر نہ اوی قائمے بنانے ہوئے خطوط تقسیم ب ب اور س س اور د د وغیرہ کھینچو ان خطوط مستقیم اا، اور ب ب اور س س ح ح کا نام مُحدِّد رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہی کہ اول مُحدِّد کو اور آخر محدد کو اور سب تی محددین کے دو چند مجموعہ کو اور جہت محددین کے چوچند مجموعہ کو ان سب کو جمع کرو اور ماحصل کو کسی دو متصل کے فاصلہ مشترک کی تہائی مین ضرب دو۔

(۱۹۴) شکل مین محددین ہین ب ب اور د د اور ف ف جہت محدد ہین اور سوا اول اور آخر محددین کے باقی طاق محددین س س اور ی ی ہین۔

(۱۹۵) دفعہ (۱۹۳) کے قاعدہ کو بعض اوقات مساوی الابعاد محددین کا قاعدہ کہتے ہین اس قاعدہ کو سمپسن صاحب کا قاعدہ کہتے ہین گو موجد اوسکے صاحب ممدوح نہ تھے۔

(۱۹۶) مثالین۔

(۱) فرض کرو کہ سات محددین ہین اور فاصلہ مشترک ۱ فٹ ہی اور یہ محدد ۴٫۱۲ اور ۴٫۲۴ اور ۴٫۳۶ اور ۴٫۴۷ اور ۴٫۵۸ اور ۴٫۶۹ اور ۴٫۸۰ فیٹ ہین

۴٫۱۲	۴٫۳۶	۴٫۲۴	۸٫۹۲
۴٫۸۰	۴٫۵۸	۴٫۴۷	۱۷٫۸۸
۴٫۹۲	۸٫۹۴	۴٫۶۹	۵۳٫۶۰
	۲	۱۳٫۴۰	۸۰٫۴۰ ۳
	۱۷٫۸۸	۴	۲۶٫۸۰
		۵۳٫۶۰	

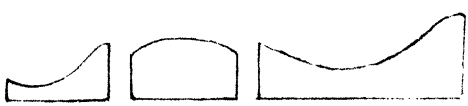
پس رقبہ ۲۶٫۸۰ مربع فیٹ ہی

(۲) فرضکرو کہ پانچ محددین ہین اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محددین ۱٫۲۶ و ۱٫۴۴ و ۱٫۵۹ و ۱٫۷۱ و ۱٫۸۲ فیٹ ہین

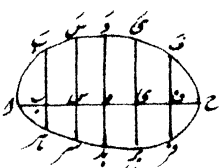
۱٫۲۶	۱٫۵۹	۱٫۴۴	۳٫۰۸
۱٫۸۲	۲	۱٫۷۱	۳٫۱۸
۳٫۰۸	۳٫۱۸	۳٫۱۵	۱۲٫۶۰
		۴	۱۸٫۸۶
		۱۲٫۶۰	۲
			۳۷٫۰۲ ۳
			۱۲٫۵۷

پس رقبہ ۱۲٫۵۷ مربع فیٹ ہی

(۱۹۷) دفعہ (۱۹۳) کی شکل مین خط مستقیم رح کی طرف خط منحنی مجوف تھا اور سوا ازین خط مستقیم کے ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف محدد مبتعد جاتی ہی مگر اسطرح کے خط منحنی ہونیکے قاعدہ سمپسن میز کچھ تخصیص نہین ہی بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اون سب مین قاعدہ سمپسن کام چل سکتا ہے مثلاً خط منحنی کی یہ شکلین ہون۔

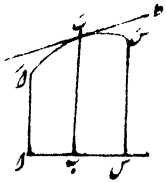


جتنی محدود زیادہ لوگے اتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کے ساتھ نکلیگا اگر خط منحنی نہایت غیر منظم ہو تو یہان اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہین چاہئے۔



(۱۹۸) اگر قبہ خط مستقیم اح اور خط منحنی اوح سے گھرا ہوا ہو تو قاعدہ مذکور ہی کو استعمال مین لاؤ یہان اتنا فرق ہی کہ محدود اول اور آخر کچھ نہین اسلئے اونکو حساب مین ہی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر قبہ خط منحنی اوح بدو سے احاطہ کیا گیا ہو اور چارون طرف سے محدود ہو تو بجاے محدودین کے ہم عرض ب ب اور س س وغیرہما کام مین لائین۔

(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمپسن صاحب کے قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہین کرسکتا مگر آسانی سے اس بات کو سمجھ سکتا ہی کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہی کہ اوسکی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہی جو دو متصل کی محدودین کے درمیان قبہ واقع ہوا اوسکا نام ہم پارچہ رکھتے ہین اور دفعہ ۱۹۳ کی شکل کی اول دو پارچون پر بحث کرتے ہین۔



فرض کرو کہ خط مستقیم اب کھینچا گیا ہو تو ایک شکل ذونقہ بنجائیگی اور شکل سے ظاہر ہی کہ اول پارچہ اس ذونقہ سے بڑا ہی پس اول پارچہ کا قبہ بڑا ہوا اب اور نصف مجموعہ اا اور اب ب کے حاصلضرب سے۔ اسواسطے اول پارچہ کا دوچند قبہ بڑا ہوا اب اور مجموعہ اا اور اب ب کے حاصلضرب سے۔ علی ہذا القیاس دوسرے پارچہ کا قبہ بڑا ہوا ب س اور مجموعہ ب ب اور س س کے حاصلضرب سے ہوا پس دوچند قبہ اول زوج کا بڑا حاصلضرب اب اور مجموعہ اا اور س س اور دوچند ب ب سے ہوا۔

اب یہ فرض کرو کہ خط ب ط مماس نقطہ ب پر خط منحنی کا لگا لگایا ہی اور اا اور ب ب خارج ہو کر اس خط مستقیم سے ملتے ہین تو دوسرا ذونقہ پیدا ہوگا اور بموجب دفعہ (۱۶۳) کے قبہ اس ذونقہ کا برابر حاصلضرب اس اور دوچند ب ب کے اور یہ شکل سے ظاہر ہی کہ مجموعہ اول دو پارچون کا اس ذونقہ سے کم ہے

پس رقبہ اول دو یا چونکا کم بہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو چند ب ب سے ہی اس سے معلوم ہوا کہ اگر ہم ان دونو نتیجونکو سمپسن شامل کرین تو یہ کم و بیشی کی غلطیان اسمین ملکر کسیقدر معادلت پیدا کرینگے اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریبًا برابر حاصل ضرب اب اور مجموعہ او اور س س اور چو چند ب ب کے ہوگا

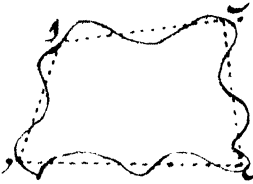
اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل مین پار چون کے دوسرے رخ پر یہی عمل کرینگے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہو جائیگا دفعہ (۱۹۶) کی شکلونپر گو عمل عینہ بھی نہو مگر مشابہ اوسکے عمل ہوگا بڑی بات اس عمل مین یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجونکو ملاتے ہین جنمین ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہی اور دوسرا نتیجہ چھوٹا اسواسطے یہ چھوٹے بڑے نتیجے ملکر غلطیونمین معادلت پیدا کرتے ہین۔

(۲۰۰) اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل مین ح ح بجای منحنی ہونیکے ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کے قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورتمین ایک ذی زنقہ پیدا ہوتا ہی جسکا رقبہ سانی اسطح معلوم ہو جاتا کہ ح کو ا ا و ح ح کے نصف مجموعہ مین ضرب دین اور اگر ح ح ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو بھی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوس کی صورت کو تبلا کر ان مبادی علم مساحت مین مین داخل کرتے۔

(۲۰۱) یہ بھی ہو سکتا ہی کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منتظم و معوج ہو اور اوسمین سمپسن صاحب کا نہ چل سکتا ہو تو ایسی حالت مین ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کرین کہ ایک مستقیمۃ الاضلاع کثیر الاضلاع بنائین جو بہت ہی قریب اصل شکل کی ہو اور پھر سمپسن صاحب کے قاعدہ کے موجب اون حصونکا رقبہ دریافت کرین جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کے واقع ہون اور ان حصونکے رقبونکو اگر کثیر الاضلاع شکل کے باہر ہون تو اوسکے رقبہ پر زیادہ کرین اور اگر کثیر الاضلاع کے اندر ہون تو اوسکے رقبے سے تفریق کرین پس آخر حاصل تقریبًا شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا۔

(۲۰۲) زمین کی پیمایش مین اکثر ایسی شکلونکا رقبہ دریافت کرنا ہوتا ہی کہ جنکی حدود بہت بیقاعدہ ہوتی ہین بیکن خطوط منحنی کمین کہین چھوٹے چھوٹے خطوط مستقیم ہی ہوتے ہین ایسے موقع پر

عمل مساحت مین ترکیب ذیل عجیب ہے کہ اوسی حدود سطح قائم ہوجاتی ہین کہ نہایت آسانی سے بصحت رقبہ دریافت ہوجاتا ہی۔



فرض کرو کہ ایک کمیت ہی جسکی شکل اب س د سے سطح مستوی پر تعمیر ہوتی ہی ایک خط مستقیم آسی تک کھینچو تو اسی خط کے اندر کچھ حصے داخل ہوجائینگے اور کچھ اوس سے خارج ہوجائینگے اور اس داخل خارج سے معادلت پیدا ہوگی اور سطح رقبہ یا تو جتنا تھا اوتنا ہی رہیگا یا کچھ متغیر ہوگا تو بہت کم اور سطح خطوط مستقیم اب سے س تک اور س سے د تک اور د سے ا تک کھینچو تو کمی اور بیشی برابر ہونگی اور ایک چار ضلعے کی شکل مستقیم الاضلاع اصل شکل کے برابر بنجائیگی جسکا رقبہ آسانی سے دریافت ہوجائیگا اب یہ سارا کی عقل اور فہم پر موقوف ہی کہ وہ خطوط مستقیم سطح کھینچی کہ حتی الامکان صحت کے ساتھ سطح حاصل ہو یہ خطوط مستقیم سطح خوب سطح آسانی سے کھینچتے ہین کہ کوئی ہینگ شدہ کاغذ کا ٹکڑا جسکے کنارے سیدھے ہین اور اوسمین آر پار نظر آتا ہو اوسکو دو غیر منتظم پر رکھدین۔

اور آنکھ سے خوب جانچ کرکے دیکھلین کہ کس طرح خطوط مستقیم کھینچین کہ کنارہ اور حد درمیان حصے دونو طرف برابر آئین۔

(۲۰۳) ایسے رقبونکے ناپنے کے لئے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہون ایک اور ترکیب ہے جو تجربہ پر موقوف ہی اور قابل لکھنے کے ہی وہ ہم لکھتے ہین۔

فرض کرو کہ ایک کمیت سطح مستوی پر دفعہ (۲۰۲) کی شکل اب س د رکھتا ہو موٹا کاغذ یا وصلی ایسی لو کہ اوسکی ضخامت سب جگہ یکسان ہو اوسکو کترکر کمیت شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کانٹے مین جنمین بال برابر بھی فرق نہو تولو اور جس چیز کی یہ شکل بنائی ہی اوسکا ایک مربع انچ کترو اور اوسے بھی اوسی کانٹے مین تولو اب وزنون کی مناسبت سے حکم یہ معلوم ہوجائیگا کہ شکل اب س د مین کتنی مربع انچ ہین اور پھر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہو گی اوسپر

حساب پہیلا نیسے یہ معلوم ہوجاتا ہے کہ کیت مین زمین کتنی ہی کرہ زمین پر جو خشکی اور تری کی سطح دریافت ہوئی ہے وہ اسی ترکیب سے دریافت کی گئی ہے اس ترکیب کی یہ ایک بڑی دلچسپ مثال ہے۔

اٹھارہوین فصل کی مثالین

سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب ان شکلونکے دریافت کرونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱) محدودین ۳ و ۸ و ۱۵ و ۲۴ و ۳۵ و ۴۸ و ۶۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۲) محدودین ۴ و ۱۴ و ۳۶ و ۷۶ و ۱۴۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۳) محدودین ۰ و ۲۰ و ۳۲ و ۳۶ و ۳۰ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۲ فیٹ

(۴) محدودین ۰ و ۲۵ ؍ ۱ و ۴ و ۵۷ ؍ ۶ و ۸ و ۲۵ ؍ ۶ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۵) محدودین ۰۸۲ ؍ ۶ و ۱۶۴ ؍ ۶ و ۲۴۵ ؍ ۶ و ۳۲۵ ؍ ۶ و ۴۰۳ ؍ ۶ و ۴۸۱ ؍ ۶ و ۵۷ ؍ ۶ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) محدودین ۱۴ ؍ ۲ و ۵۹ ؍ ۲ و ۸۰۲ ؍ ۲ و ۴۴ ؍ ۲ و ۸۸۴ ؍ ۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۹ انچ

(۷) محدودین ۲ ؍ ۱۴ و ۹ ؍ ۱۴ و ۳ ؍ ۱۵ و ۱ و ۱۵ و ۱۴ ؍ ۱ و ۱۴ ؍ ۷ ؍ ۱۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۳ فیٹ

(۸) محدودین ۰ و ۱۱ ؍ ۱ و ۴۸ ؍ ۲ و ۱۷ ؍ ۴ و ۲۴ ؍ ۶ و ۷۵ ؍ ۸ و ۷۷ ؍ ۱۱ و ۳۳ ؍ ۱۵ و ۵۲ ؍ ۱۹ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۹) محدودین ۲۰۴ ؍ ۱۰ و ۸۰۴ ؍ ۹ و ۴۳۴ ؍ ۹ و ۰۹۰ ؍ ۹ و ۱۷۷ ؍ ۸ و ۴۷۵ ؍ ۸ و ۱۹۷ ؍ ۹ و ۳۷ ؍ ۹ و ۶۹۲ ؍ ۹ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۰) محدودین ۴۹ ؍ ۴۸ ؍ ۲ و ۴۹ ؍ ۵۶ ؍ ۲ و ۱۳۹ ؍ ۲ و ۸۱ ؍ ۷۰ ؍ ۲ و ۲۶ ؍ ۷۷ ؍ ۲ و ۳۲ ؍ ۸۸ ؍ ۲ و ۴۹ ؍ ۲۸۹ ؍ ۲ و ۴۴ ؍ ۹۴ ؍ ۲ و ۷ ؍ ۹۹۵ ؍ ۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۱) محدودین ۰ و ۴۳۵ ؍ ۹ و ۶ ؍ ۹ و ۱۴۱ ؍ ۹ و ۸ ؍ ۹ و ۸۶۶۰ ؍ ۹ و ۹۱۶۵ ؍ ۹ و ۹۵۳۹ ؍ ۹ و ۹۷۹۸ ؍ ۹ و ۹۹۵۰ ؍ ۹ و ۱ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۲) محدودین $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{12}$ و $\frac{1}{13}$ و $\frac{1}{14}$ و $\frac{1}{15}$ و $\frac{1}{16}$ و $\frac{1}{17}$ و $\frac{1}{18}$ و $\frac{1}{19}$ و $\frac{1}{20}$ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

اونیسوین فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم مین ہمنے اشکال متشابہ کی خاصیتونکا ذکر کیا ہی اب ہم اونکے رقبون کے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہین اور ایک مقدمہ عظیم اس باب مین بیان کرتے ہین اور اوسی کو مختلف مثالون کے اندر استعمال مین لاتے ہین۔

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مربعون مین فرض کرو کہ دو مثلث ہین اور ایک مثلث کا ضلع سہ چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہی تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے ۹ گنا ہوگا عدد ۹ مربع ۳ کا ہی اور اس بات کا دیکھہ لینا بہی آسان ہی اسلئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹے مثلث کی قاعدہ سے ہوا تو مثلث کے متشابہ ہونے کے سبب سے بڑے مثلث کا ارتفاع بہی چھوٹے مثلث کے ارتفاع سے سہ چند ہوا۔

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہی اسواسطے بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا۔

اسیطرح اگر دو متشابہ مثلثون مین ایک مثلث کا ضلع پچگنا دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبہ سے ہوگا۔

(۲۰۶) دفعہ (۱۵۴) مین ہمنے لکہا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا رقبہ ۴۳۳۰۱۲۷ء مربع فیٹ ہی اب فرض کرو کہ ہمکو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جسکا ضلع ۷ فیٹ ہی۔

مربع ۱ کا ۱ ہی اور مربع ۷ کا ۴۹ ہی اسیواسطے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا۔

۱ : ۴۹ :: ۴۳۳۰۱۲۷ء : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۴۹ × ۴۳۳۰۱۲۷ء = ۲۱۶۲۱۶۲۳ء۲۱

اسیطرح سے عمل اور مثالون مین ہوسکتا ہی پس اس سے یہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنیکا معلوم ہوا کہ طول ضلع کے مربع کو ۴۳۳۰۲ سے ضرب دو

(۲۰۷) دائرے بھی اشکال متشابہ ہین اور دائرونکے رقبون مین بھی وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے نصف قطرونکے مربعون مین دفعہ (۱۸۱) کو دیکھو قطاع دائرہ جنکے زاوئے آپسمین برابر ہون اشکال متشابہ ہوتی ہین اور اونکے موافق جو قطعات دائرہ ہون وہ بھی اشکال متشابہ ہوتے ہین دو متشابہ قطاع کے رقبون مین وہی نسبت ہوتی ہی جو نصف قطرونکے مربعون مین اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہی کہ اونکے رقبونمین نسبت ایسی ہی ہوتی ہی جیسے کہ نصف قطرونکے مربعون مین -

(۲۰۸) فرض کرو کہ ہمکو ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنا ہی کہ اوسمین جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو-

دفعہ (۱۸۱) کے موافق ہمکو معلوم ہے کہ دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہو تو اوسمین ۶۰ درجہ کے قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹۶۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس ب یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۹۶۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع = $\frac{۱۰۰ \times ۲۰}{۹۶۰۶}$ = ۲۲۰۶۷۵

اس عدد کا جذر = ۱۴۸۵۷

پس نصف قطر مطلوب ۱۴۸۵۷ انچ ہوا

اب پھر فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہی جسمین ۹۰° کے قطعہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہو

بموجب دفعہ (۱۸۱) کے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

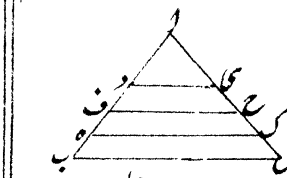
۴۵۶۶۴ : ۱۰ :: ۱۶ : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

پس نصف قطر مطلوب کا مربع = $\frac{۱۶ \times ۱۰}{۴۵۶۶۴}$ = ۳۵۰۳۸۵

اور اس عدد کا جذر = ۵۹۲

پس نصف قطر مطلوب ۵٫۹۲ فیٹ ہی

(۲۰۹) اب س مثلث ہی اور اب ۱۰ فیٹ ہی اور مطلوب یہ ہی کہ ب س کے متوازی خطوط مستقیم کھینچکر جو پر برابر حصون مین مثلث کو تقسیم کرین۔



دفعہ (۱۸۱) مین جو سوال حل ہوا ہی اوسکی متماثل یہ مثال ہی۔

فرضکرو کہ خط مستقیم دی سب سے زیادہ نزدیک آرکے ہی

تو مثلث اوی کا رقبہ ایک چوتھائی اب س کے رقبہ ہی ہوگا اسواسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ¼ :: اب کے مربع : او کے مربع

اسواسطے او کا مربع = ¼ او کے مربع کے

= ¼ × ۱۰۰ = ۲۵ اور ۲۵ کا جذر = ۵

پس او = ۵ فیٹ

اور اسیطرح اگر اف بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

۱ : ½ :: اب کے مربع : اف کے مربع

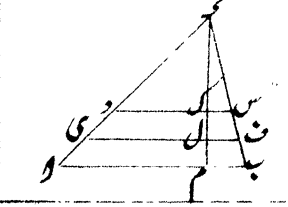
اسواسطے اف کا مربع = ½ مربع اب کے = ½ × ۱۰۰ = ۵۰

پس اف مین تعداد ٹون کی = ۵۰ کے جذر کے = ۷۰۷۱۰۶۷۸

اسیطرح اگر اک بعد اس خط مستقیم کے ہو تو اہ مین ٹون کی تعداد

= ۷۵ کے جذر کے = ۸٫۶۶۰۲۵۴۰

(۲۱۰) اب س دو نقطہ ہی اور ضلاع متوازیہ اب اور دس کے درمیان فاصلہ عمودی ۳ فیٹ ہی اب مطلوب یہ ہی کہ اب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچکر دو نقطہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرین۔



اب اور ب س کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ و پر ملین

اور فرض کرو کہ ی ف خط مستقیم مطلوب ہے۔

وم عمود اب پر نکالو جو ی ف سے نقطہ ل پر اور دی سے ک پر ملے
چونکہ ی ف ذوزلفہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہی تو مثلث وی ف مثلثون وا ب اور وس
کے نصف مجموعہ کی برابر ہوگا تین مثلث وس اور وی ف اور وا ب متشابہ ہین اور اونکے
رقبون مین ایسی نسبت ہی جیسی کہ وک اور وں اور وم کے طولون کے مربعون مین اس سے
معلوم ہوا کہ وں کا مربع برابر نصف مجموعہ مربعات وک اور وں کے ہوا۔
اب بموجب فقہ (۱۱۰) کے ہمکو معلوم ہی کہ وک = ۴٫۵ اسیواسطے وم = ۵٫۷
اور مربع ۴٫۵ = ۲۰٫۲۵ اور ۵٫۷ کا مربع = ۳۲٫۴۹ پس وں کا مربع = ۵۲٫۷۴ کے ½ = ۲۶٫۳۷
اسواسطے وں مین فٹون کی تعداد = ۲۶٫۳۷ کے جذر کے = ۶٫۱۸۴۶ اور کل مین فٹون کی
تعداد = ۶٫۱۸۴۶ − ۴٫۵ = ۱۶۸۴۶
پس ی ف کا مقام تحقیق ہوگیا۔
(۲۱۱) اب ہم مشق کے واسطے چند مثالین لکھتے ہین۔
(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمین ۲۰ فیٹ کیواسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جاگہیر لیگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۰ × ۱۲ انچ کے واسطے ہی
جگہ جسکا دریافت کرنا چاہئے ہی ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی مربع پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی۔

$$\frac{8000}{240\times240} = \frac{80}{24\times24} = \frac{10}{3\times24} = \frac{5}{36}$$

پس جاؤ مطلوب $\frac{5}{36}$ مربع گز ہوئی یعنی $\frac{5}{36}$ حصے ۹ مربع فیٹ کے یعنی ۱¼ مربع فیٹ کے
(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا۔
۴ مربع گز = ۴ × ۹ × ۴ × ۹ مربع انچ اور ۴ × ۹ × ۴ × ۹ کا جذر = ۷۲
پس اس سے معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہی
(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اوسکا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی
اوسکے اضلاع دریافت کرو۔

اگر قائم الزاویہ کے اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہون تو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا پس یہ تناسب حاصل ہوگا

۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سے جسکا دریافت کرنا منظور ہی

اسواسطے اس ضلع کا مربع = $\frac{۱۸۰ \times ۱۶}{۲۰} = ۹ \times ۱۶ = ۱۴۴$

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اسیواسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط آپس میں برابر ہین اونکے رقبونکی نسبت دریافت کرو

فرض کرو کہ مثلث کا ہر ایک ضلع ۱ فٹ ہی تو اوسکا رقبہ ۴۳۳۰۱ مربع فیٹ ہی اور مجموعہ اضلاع مثلث کا ۳ فیٹ ہی اور اگر دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ بموجب فصل (۱۴) کے ۷۱۶۲ مربع فیٹ ہوگا ۷۱۶۲ کو ۴۳۳۰۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۶۵ ۷ ۱ ہوگا پس دائرہ کا رقبہ مثلث کے رقبہ سے ۶۵ ۷ ۱ گنا ہوا۔

ہمکو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھ ہی فرض کرین مثلاً فرض کرین کہ ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی تو ہمکو مثلث اور دائرے کے رقبے پہلے رقبونسے ۴۹ گنی حاصل ہونگے مگر نسبت ان رقبون مین ایک ہی رہیگی اوسمین کچھ فرق نہین آئیگا

اونیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کھیت ۳۶۰ مربع گز زمین مین ہی ۱۰ فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کرکے اوسکا خاکہ نقشہ پر اوتارا ہی تو بتاؤ نقشہ پر کتنے مربع انچ جاگہ لیگی۔

(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کرین تو ۱۰ ایکر کا کھیت کتنی جگہ نقشہ کشتوار مین گھیریگا۔

(۳) ایک نقشہ مین ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہی تو اوس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو۔

(۴) ایک نقشہ مین ۱۰ ایکر کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہی تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق نقشہ بنایا گیا ہے۔

(۵) ایک کھیت کے نقشہ سے اصل کھیت دس ہزار گنا ہی تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کھیت کے ۲۰ فیٹ طول کو تعبیر کریگا۔

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سے دس کروڑ گنا ہی تو بتاؤ کہ اس نقشہ مین میل کے انچ سے تعبیر ہوا ہی

(۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع مین ۲ اور ۳ کی نسبت ہی اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہے اوسکے اضلاع دریافت کرو۔

(۸) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ کی ہی اور رقبہ ۸۴ مربع فیٹ ہی اضلاع کو فٹون مین دریافت کرو۔

(۹) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ اور ۶ کی ہی اور رقبہ ۲۲۶ مربع فیٹ ہی تو اضلاع کو فٹون مین بتلاؤ

(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی اونکے رقبون مین نسبت بتلاؤ۔

(۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ۔

(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ ایک ہی ہین اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا کہین کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو۔

(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی تو بتاؤ جو مسدس منتظم اسکے برابر ہوگا اوسکا ضلع کیا ہوگا۔

(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اوسکے اندر ۹۰ درجہ کے قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو۔

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اور اضلاع مین سے کسی ایک ضلع کے خطوط متوازی کھینچکر اوس مثلث کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرین تو بتاؤ اس مثلث مین نقاط تقسیم کے کیا فاصلے ہونگے۔

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہی اونکے مجموعہ اضلاع مین باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہی۔

(۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکے درمیان عمودی فاصلہ ۱۲ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ مین تقسیم کرین۔

تو اضلاع متوازیہ مین سے جھوٹے ضلع سے نصف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا

(۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کھینچکر اوسکے تین برابر حصے کئے ہین تو خطوط متوازیہ کے درمیان فاصلہ عمودی کو دریافت کرو۔

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی تو بموجب مفات ۱۹۹ اور ۱۶ کے ثابت کرو کہ دائرہ کا رقبہ $3\frac{14}{16}$ گنا کثیر الاضلاع کے رقبہ سے ہی

باب چہارم مجسمات

بیسوین فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف ہی اس باب کو شروع کرتے ہین اوسکا آیندہ بہت کام پڑیگا ہی اگرچہ یہ بات آسانی کے لئے ہی کہ سب حدود کو جمع کرکے ایک ہی فصل مین ہم لکھتی ہین لیکن یہ ضرور نہین کہ طالبعلم اون سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کری مبتدی کو اسطے یہی کافی ہوگا کہ اول اکیدیہ سب حدود کو توجہ کے ساتھ پڑہ جائے اور پھر جہان موقع اور ضرورت آن کر پڑے اوپر توجہ کرے۔

(۲۱۳) سطوح متوازیہ وہ ہین جو آپسمین کہین نہ ملین خواہ کہین تک خارج کیجائین مثلاً ایک مکان کی چھت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہین۔

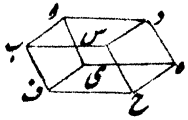
(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہی یا زاوئے قائمے بناتا ہی جب وہ ہر خط مستقیم پر جو اوس سطح مین اوسسے ملے زاوئے قائمے بناتا ہی۔

یہ علم ہندسہ کا حدود بعینہ ہی خواہ طالب علم اسپر غور کرے یا نہ کرے۔ مگر وہ سطح پر عمود ہونے کے مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجھ سکتا ہے کہ سیدہی لکڑی کو سیدہا زمین پر کھڑا کرکے دیکھ لے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہین۔

اور اسیطرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنے کے طالبعلم اس بات کو سمجھ سکتا ہی کہ ایک سطح پر ایک سطح کے عمود ہونے یا زاوے قائمے بنانے کے کیا معنی ہین وہ ایک مکان کی دیوارین دیکھ لے کہ وہ فرش اور چھت دونو پر عمود ہین اور کواڑ کو دیکھ لے کہ اپنی چوکھٹ

پہرنے سے دونو فرش اور چھت پر عمود رہتا ہے۔

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہے جسکو چھ متوازی الاضلاعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کی سطحین متوازی اور متساوی ہون نیچے شکل مین مجسم متوازی السطوح کی صورت بنی ہوئی ہے اوسمین اب س د اور ی ف ح ہ برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین اور اب ف ی اور د س ح ہ برابر



متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین

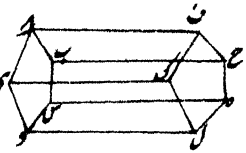
اور ا د ہ ی اور ب س ح ف برابر

متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین

جب مجسم متوازی السطوح کی چھون سطوح احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہوتے ہین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کہتے ہین اور اگر وہ قائم الزاویہ نہین ہوتین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہین اینٹ کو دیکھیو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجھہ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہی ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جنکی احاطہ کرنے والے چھیون قائم الزاویہ آپسمین برابر ہون اوسکو مکعب کہتے ہین اور اسی مضمون کو یون ہی بیان کرتے ہین کہ مکعب وہ مجسم ہے جس کو چھہ برابر مربعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کے مربعے سطوح متوازیہ مین ہون۔

(۲۱۶) جن سطوح مستویہ سے اجسام احاطہ ہوتی ہین اونکو اطراف مجسم کہتے ہین یا مجسم کی رخ اور ان سطوح مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتے ہین اونکو مجسم کے کنارے کہتی ہین پس مجسم متوازی السطوح کی چھہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہین۔

(۲۱۷) مستوی شکل مجسمہ ہی جسکو اون اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنمین سے دو سطحین جو مقابل ہون تشابہ اور تساوی اور متوازی ہون اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہون جو سطحین مقابل کی تساوی اور متوازی ہوتی ہین اونکو منشور کے سہ یا منشور کے قاعدے کہتے ہین

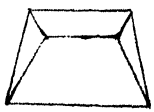


یہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہی اور
اب سن می اور فح ہ ل ک اوسکے سر مخمس متساویہ
ہین اور یہ دونو سطوح متوازیہ مین ہین اور مجسم کو احاطہ
کرنیوالی اور شکلین متوازی الاضلاعین اب ح ف
اور ب س وح ہین اور ایسی ہی اور بھی شکلین ہین ایسی منشور کو منشور خماسی کہتی ہین اور اگر منشور کے
سرون پر مسدس ہون تو اوسکو منشور سداسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور کو قائم الزاویہ اوس
حالت مین کہتی ہین کہ متوازی الاضلاعین اوسکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہون اور غیر قائم الزاویہ
کہتے ہین جیسا شکال محیط ایسی نہون منشور قائم مین رخنہ پر اوسکے سر زاوے قائمی بناتے ہین۔
پس اس طرح مجسم متوازی السطوح منشور مین داخل ہوگیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور
مکعب منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے۔

(۲۱۸) مخروطہ وہ مجسم ہی جسکو کسی ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ شلثون نے احاطہ کیا ہو اور
یہ شلث ایک نقطہ پر ملتے ہون اس نقطہ کو راس مخروط اور اوسکے مقابل کی مستقیمۃ الاضلاع کو قاعدہ
مخروط کہتے ہین جب تین شلث اس پر ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا شلث ہوتا ہی اور جب چار شلث
راس پر ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوالاربعۃ الاضلاع ہوتا ہی مصر کا مینار جو مخروطی شکل کا مشہور ہے
وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اونمین اوسکے قاعدے
مربع بنے ہوتے ہین۔ جب پانچ شلث راس پر ملتے ہین مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے
اور علی ہذا القیاس۔

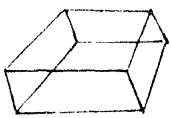
(۲۱۹) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اوس سطح
کے درمیان واقع ہوگا اوسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہ سطح مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہین
اگر ایک مخروط دو حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو منقسم ہو تو ایک حصہ مخروط
ناقص ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا۔

(۲۲۰) فانہ وہ جسم ہی جسکو پانچ سطحون نے احاطہ کیا ہو اور اوسکا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور دوسرے
مثلث ہون اور باقی دو طرفون مین اوسکے دو ذو زنقہ ہون
دونو ذو زنقونکا فصل مشترک فانہ کا کنارہ کہلاتا ہی اور قاعدہ
کا ضلع جو کنارہ کا متوازی ہو اوسکو طول قاعدہ کہتے ہین



اگر قاعدہ کا طول کنارہ کے برابر ہو تو ذو زنقہ متوازی الاضلاعین ہونگین اور فانہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائیگا
اور اگر یہ متوازی الاضلاعین قائم الزاویہ ہونگین تو فانہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہوگا۔

(۲۲۱) مجسم ذو زنقہ وہ مجسم ہی جسکے سر و پر دو مستقیمۃ الاضلاع متوازی ہون اور اونمین تعداد اضلاع
برابر ہو اور اوسکے تمام اطراف ذو زنقہ ہون
اگر سرے متشابہ شکلین اور ہم وضع ہون تو
مجسم ذو زنقہ مخروط ناقص ہوگا
اگر سرے قائم الزاویہ ہین تو مجسم ذو زنقہ



فانہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسم ذو زنقہ
اس آخر ہی مجسم کا نام ہی۔

(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہی جسکی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہووے
اس خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہین۔
کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کی سطح تک کھینچا جائے۔
قطر کرہ وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے کھینچا جاوے اور دو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو۔
کرہ کبھی سطح سے قطع ہو تو سطح متقاطع دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متقاطع دائرہ
عظیمہ پیدا کریگی کبھی کبھی کرہ کو گولا بھی کہتے ہین گیند اور انٹی کی گولیان دیکھو اوسکے کرہ کی
شکل خوب سمجھ مین آتی ہی اور ایسی کی گولیان اور بہت سی چیزین ایسی ہین کہ انکو دیکھکر
کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہین۔

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصون مین منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہین اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی جو اوسی سطح اور کرہ کی تقاطع سے پیدا ہوتا ہی۔

اگر قاعدہ قطعہ ایک قطر عمود ہو تو اوسکا جو حصہ قطعہ مین واقع ہوگا اوسکو ارتفاع قطعہ کہینگے۔

منطقہ کرہ وہ کرہ کا حصہ ہی جو دو متوازی سطحون کے درمیان واقع ہو اون سطوح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہین۔

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح بہی تعریف کرتے ہین۔ فرض کرو کہ اب س نصف دائرہ ہی اور اس قطر سے نصف دائرہ کاغذ یا وصلی کاکٹ لو اور اس کو قائم اور ساکن رکھہ کر نصف دائرہ کو اوسکے گرد متحرک کرو تو اب س کے متحرک



ہونے سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسی کو کرہ کہتے ہین

کچہہ ضرورت نہین کہ اس ترکیب سے کرہ کی تعریف کرین کیونکہ اوس سے اور اچہی طرح تعریف کرسکتے ہین اور اوسی کرہ کا نقش خوب ذہن مین بٹہا سکتے ہین مگر اور مجسمات ہین جنکی تعریف اسی ترکیب سے کی جاتی ہی اسلئے ہمنے یہ ترکیب اول کرہ مین اختیار کی تاکہ اوس سے اور مجسمات کی تعریف سمجہنے مین آسانی ہو۔

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل مجسمہ ہی کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو۔

مثلاً فرض کرو کہ اب س د قائم الزاویہ ہی اور اب قائم اور ساکن رکہا جاے اور قائم الزاویہ اوسکے گرد مکر لگائے۔



تو شکل اب س د کے چکر دینے سے ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو اسطوانہ مستدیر کہتے ہین اب کو محور یا اسہم اسطوانہ کہتے ہین

دائرے جو اد اور س ب کی حرکت سے پیدا ہوتے ہین اونکو اسطوانہ کے سرے کہتے ہین ہر ایک سرے کو قاعدہ اسطوانہ بہی کہہ سکتے ہین۔

ناتراشیدہ سرکی قلم خوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سے جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا مفصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کے جو دو حصے ہونگے اونمین سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا اور اس فصل مشترک کو شرح متفاصل بھی کہتے ہین۔

(۲۲۵) جسکو ہم اسطوانہ کہتے ہین اوسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی اس لفظ قائم سے یہ سمجھا جاتا ہے کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہی اور لفظ مستدیر سے یہ سمجھا جاتا ہی کہ اوسکا قاعدہ دائرہ ہی اور تدویر یعنی دور کرنے سے وہ پیدا ہوا ہی اور سوا اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ بھی تحقیقی یا ضنیہ مین واقع ہوتی ہین۔ اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی محروط سے ہی جسکے قاعدہ کے اضلاع بہت سے ہون اور ہر ایک ضلع نہایت چھوٹا ہو۔

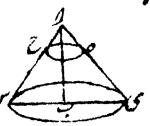
اسطوانہ مستدیر قائم اوس مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہی جسکے سر کثیر الاضلاع منتظم ہون مخروط مائل سے تقریبی اسطوانہ مائل کا سمجھ مین آسکتا ہی۔

آیندہ حیث فقط اسطوانہ کا لفظ کام مین آئے تو اوس سے مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہو سکتا ہی مگر مبتدیون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھین۔

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ مین سے کسی ایک ضلع کو ساکن رکھکر مثلث قائم الزاویہ کو اوسپر پورا چکر دینے سے پیدا ہوگا

مثلاً فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہی اور ب اوسمین زاویہ قائمہ ہی۔

اب کو ساکن رکھکر اوسپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے



ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہین

نقطہ ا کو مخروط مستدیر کا راس اور اب کو اوسکا محور اور سہم کہتے ہین۔

اور ب س کی حرکت سے جو دائرہ پیدا ہوتا ہی اوسکو قاعدہ مستدیر کہتے ہین راس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط کھینچا جائے تو اوس کو مخروط مستدیر کا ضلع مائل اور کبھی اوسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین۔

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کی ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل مین دائرہ ح ہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصونمین منقسم ہوتا ہی تو وہ حصہ کہ اس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہی لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہی اوسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہین دفعہ (۲۱۹) دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہی جو سطح متفاصل سے قطع ہو جاتا ہی اسکی مثال شکل مین خط ح س موجود ہے۔

(۲۲۷) مخروط کے ساتھ جو الفاظ ہمنے مستدیر اور قائم کے لگائے ہین اوسکی وجہ یہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سے کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہوتا ہی اور قائم اس سبب سے کہ محور اب زاوئے قائمے قاعدہ پر بناتا ہی سوا مخروط مستدیر قائم کی اور طرح کی بھی مخروطات تحقیقات ریاضیہ مین آتے ہین مخروط دو طرح کی ہوتی ہین ایک مین قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتا ہی دوسرے مین دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتے ہین اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونو مین اسمین بڑی مماثلت ہی جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منتظم ہے اور مثلثی اطراف سب آپسمین برابر ہین وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہی اور جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع منتظم نہین ہے اور نہ اوسکی مثلثی اطراف برابر ہین وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکھتا ہے۔

جب ہم نزالفظ مخروط کا لکھین تو اوس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہوتا ہے مگر مبتدی کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ نخروط سے مخروط قائم سمجھے۔

(۲۲۸) مجسم حلقہ سے مراد وہ مجسم ہی کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح مین ہو اور اوسکو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو۔

مثلاً فرض کرو کہ اب س دائرہ ہے اور دی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ مین ہے۔

اور وہ سطح دائرہ کو نہین کاٹتا ہے



دی کو ساکن رکھہ کر دائرہ اب س کو
دی کے گرد حرکت دین شکل اب س کی حرکت
سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسکو حلقہ کہتے ہین۔

(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ طرف مقابل سے جو عمود اس قاعدہ پر نکالین اوسکو ارتفاع مجسم کہتے ہین۔

مخروط مضلع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو راس سے قاعدہ پر نکالین

منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذو زلقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک کھینچا جائے ہر سر یکو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالین۔

اکیسوین فصل پیمانہ مجسمات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ (۱۲۶) مین جدول سطحات کے پیمانون کی بسط کے ساتھہ لکھی ہے اوسیطرح جدول مجسمات کے پیمانونکی توضیح کے ساتھہ لکھی جاسکتی ہے مگر فقط یہان اتنی بات معلوم کادیکھہ لینا کافی ہے کہ

۱،۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فٹ ہوتا ہے

۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) پیمانونکے نظام اور اوزان مین جو ربط اور تعلق ہوتا ہے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے حقیقت مین جو اوزان ہوتے ہین وہ بھی مجسمات کے پیمانونسے اندازہ ہوتے ہین مثلاً گرین کا وزن اسطرح معین کرتے ہین کہ صاف پانی کا ایک مکعب انچ لیتے ہین اور اوسکو تولتے ہین اور ۲۵۲،۴۵۸ گرین کا وزن اوسکا مقرر کرتے ہین۔

ایک پونڈ اوویرڈیوپوئس کے وزن کو ۷۰۰۰ گرین مقرر کرتے ہین۔ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن

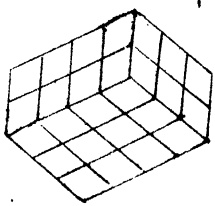
۱،۲۸ × ۲۵۲،۴۵۸ گرین یعنی $\frac{۱۶ \times ۱،۲۸ \times ۲۵۲،۴۵۸}{۷۰۰۰}$ اوویرڈیوپوئس

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹ کی ہی اسلئے عمل مین اکثریہ کافی ہوتا ہی کہ ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب مین لگائین۔

گیلن ایک پیمانہ ہوتا ہی جسمین ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہی یعنی ۱۰۰۰۰ گرین پس اس سے معلوم ہوا کہ گیلن مین ۷۰۰۰ مکعب انچ ہونگے اور یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہی ۲۷۰۴، ۲۷۰۵، ۲۷۰۶ کے لیکن اکثر عمل مین تین امر کافی ہوتا ہی کہ گیلن کو ۲۷۰ مکعب انچ ٹہراکر حساب لگالیتے ہین۔

باسیوین فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے بیان مین

(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ انچ طول مین ۳ انچ عرض مین اور ۲ انچ ارتفاع مین ہے اب یہ مجسم متوازی السطوح سے جو ایک طرف کی متوازی ہون ایک ایک انچ کے فاصلہ سے قطع ہو تو وہ مجسم ۲۴ برابر مجسمون مین منقسم ہوگا اور ان مجسمون مین سے ہر ایک ایسا مکعب ہوگا



کہ جسکا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ ایسی مکعب کو ایک مکعب انچ کہتے ہین پس مجسم متوازی السطوح مین ۲۴ مکعب انچ ہوئی اور اس مطلب کو یون ادا کیا کرتے ہین کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۴ مکعب انچ ہی۔

بجاے لفظ ضخامت کے لفظ جسامت اور حجم کا بہی استعمال کرتے ہین۔

۴ و ۳ و ۲ کا حاصل ضرب ۲۴ کا عدد ہے اور مجسم متوازی السطوح کا طول و عرض و ارتفاع ان اعداد سے تعبیر ہوتا ہی۔

(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۵ انچ و عرض ۴ انچ اور ارتفاع ۳ انچ ہو تو ہم اوپر کی طرح ثابت کرسکتے ہین کہ اوسکی جسامت ۵ مکعب انچ کی ست گنی کا آٹھ گنا ہی یعنی ۲۸۰ مکعب انچ ہی۔ ایسے ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۵ انچ طول مین اور ۱۲ انچ عرض مین

اور ۱۰ انچ ارتفاع مین ہو تو جسم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۱۵ گنا ہوگا یعنی ۱۸۰۰ مکعب انچ اور علی ہذا القیاس۔

(۲۳۴) اسی طرح اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ اونچا ہو تو ۲۴ مکعب فیٹ جسامت ہوگی یعنی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۴ برابر ایسی مجسمون مین تقسیم ہوگا کہ ہر ایک ان مین سے ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا ایک فٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ گز لنبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اوسکی جسامت ۲۴ مکعب گز ہوگی اور علی ہذا القیاس۔

(۲۳۵) دفعہ (۱۳۱) مین ہمنے ایک اصول عام بیان کیا ہے اوسکو طالب علم یاد کرکے یہ کہیگا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ بھی اوسی اصول کے موافق ہے یعنی ایک مجسم کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہین اور اوس سے اور مجسمات کی جسامتون کا اندازہ کرتے ہین اور حساب لگاتے ہین مکعب کو پیمانہ واحد ٹھہراتے ہین اوس سے جسامتون کے اندازہ کرنے مین نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب فٹ ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو۔

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اول طول عرض ارتفاع کو ایک نوع کے پیمانون مین تحویل کرنا چاہیئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کرین اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا اگر طول عرض ارتفاع سب انچون مین بیان کئے جائین تو جسامت مکعب انچون مین تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹون مین بیان کئے جائین تو جسامت اوسکی مکعب فٹون مین تعبیر ہوگی اور علی ہذا القیاس۔

(۲۳۷) دفعہ (۲۳۲) مین جس مثال کو بیان کیا ہے اوسمین جسامت برابر ۴×۳×۲ مکعب انچ کی ہے اب فرض کرو کہ مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو ہم بنائین جو ۴ انچ لنبا اور ۳ انچ چوڑا ہے تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس سے کہ مجسم کی

جسامت تعبیر ہوتی ہو اون اعداد کا حاصلضرب ہے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین اگر اوس سطح قائم الزاویہ کو قاعدہ بنائین جسکا طول ۵ عرض ۴ انچ ہین تو ارتفاع ۳ انچ ہوگا پس اب بھی موافق سابق کے جسامت اون اعداد کے حاصل ضرب کی برابر ہے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین ۔ ہم مجسم کا قاعدہ اوس قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۴ و ۳ انچ ہین تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کے اعداد کے حاصلضرب کی برابر جسامت ہوگی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین ۔

(۲۳۸) اب اس سے طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ مجسمات کی جسامتونکو کسطرح بیان کیا کرتے ہین ہم قاعدونکو اختصار کے ساتھہ بیان کرینگے مگر اونکے سمجھنے مین طالبعلمونکو کچھہ دقت نہین واقع ہوگی اگر وہ دفعات گذشتہ کے بیانات کو بخوبی سمجھہ گیا ہو

(۲۳۹) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپسمین ضرب دیلو تو حاصلضرب جسامت ہوگی ۔

یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو تو حاصلضرب جسامت ہوگی ۔

(۲۴۰) مثالین ۔

(۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۱ فٹ ۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہی

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۳۰ × ۲۰ × ۹ = ۵۴۰۰

پس جسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے ۔

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے قاعدہ کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہی

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳٫۷۵ فیٹ

۱۵ × ۳٫۷۵ = ۵۶٫۲۵ پس جسامت ۵۶٫۲۵ مکعب فیٹ ہی ۔

(۲۴۱) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر تقسیم کرین جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہی تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور اسیطرح سے اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ ہم دریافت کرسکتے ہین مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنے مین رہی کہ جسامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو متجانس پیمانون مین تحویل کرین دفعہ (۱۳۲) دیکھو۔

(۲۴۳) شالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کی جسامت ۵۷۶ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہی ارتفاع دریافت کرو۔

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{۵۷۶}{۷۲}$ = ۸

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۹ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

۱ فٹ ۴ انچ = $۱\frac{۱}{۳}$ فیٹ اور $\frac{۸}{۴}$ = $\frac{۸}{۱} \times \frac{۳}{۴}$ = ۶

پس قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہی

(۲۴۴) وہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ایک مکعب ہوتا ہی جسکا طول عرض ارتفاع سب برابر ہون آپسمین اور ہر ایک ایک اکائی ہو پس مکعب کی جسامت دریافت کرنیکے لئے اوس عدد کو طول کو تعبیر کرتا ہی فی نفسہ ضرب دین اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دین پس اس سے معلوم ہوتا ہی کہ عدد کے مکعب سے جو یہ مراد ہوتی ہی کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دو تو اوسکی وجہ یہی ہی۔

(۲۴۴) دفعہ (۲۳) مین جو نقشہ لکھا ہی اوسمین جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب گز کے درمیان ہی وہ اس بات کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہی مثلاً اول ہی ہم نے بیان کیا ہی کہ ۱۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہی ایک مکعب فٹ ۱۲ انچ لنبا

اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ (۲۳۲) کی ترکیب کے موافق ایک مکعب فٹ مین ۱۲×۱۲×۱۲ مکعب انچ ہونگے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب بطور مشق کے چند مثالین ہم حل کرتے ہین

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز لمبی ۱۵ فیٹ بلند اور ۱½ انچ آثار کی بنانی منظور ہے تو بتاؤ ۱۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی ۱۳ انچ موٹی اینٹین کتنی اوسمین لگینگی۔

مکعب انچون کی تعداد دیوار مین

$$\frac{25\times3\times12\times15\times12}{\frac{9}{2}}$$

اور اینٹ مین $\frac{9}{2}\times3\times$ پہلے عدد کو دوسرے پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۰۰ نکلے گا

پس یہی اینٹون کی تعداد ہے۔

(۲) ایک طرف ۱۵ فیٹ ۴ انچ طول مین ۸ فیٹ ۳ انچ عرض مین ہے اور اوسمین پانی بھرا ہوا ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ پانی اوسمین سے نکالین کہ ایک فٹ پانی اور رہ جائے۔

پانی کا حجم جو اوس طرف مین سے نکالا جائے برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے جو ۱۵½ فیٹ طول مین اور ۸¼ فیٹ عرض مین اور ایک فٹ عمق مین ہے اسواسطے اوسکے حجم مین مکعب فٹون کی تعداد $\frac{46}{4}\times\frac{33}{4}\times1$ یعنی $\frac{23\times11}{2}$ یعنی ۱۲۶½ ہے

(۳) ایک مکعب ظرف مین ۱۰۰ گیلن پانی ہے اوسکا طول دریافت کرو

ظرف مین ۴، ۲۷، ۲ مکعب انچ ہین پس تعداد انچونکی طول مین اس عدد کے جذر المکعب نکالنے سے دریافت ہوگی اور اوسکا جذر المکعب ۲۶، ۳۰ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے۔

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسپر ڈھکنا نہین ہے باہر سے طول ۴ فیٹ ہے اور عرض ۳ فیٹ اور گہراؤ ۲ فیٹ ہے اور جس شی کا وہ صندوق بنا ہوا ہے اوسکا وزن ایک نصف انچ ہے اس شی کے مکعب انچ دریافت کرو۔

امتداد بیرونی انچون مین ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ ہین اور ضخامت اسکی ۲ ۱۴۰۲ مکعب انچ ہے

اور امتداد اندرونی انچونمین ۷، ۴، ۵، ۳ و ۲۳½ ہین اسلئے جسامت ۳۸۶۵½ مکعب انچ
پس اونمین ۲۸۱۴½ مکعب انچ کا تفاوت ہی ہی ماحصل مطلوب ہی

بائیسوین فصل کی مثالین

جن مکعبونکے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اندر تعداد مکعب فوٹون اور انچونکی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم
(۳) اگز ۱ فٹ ۹ انچ (۴) ایک پول

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر مکعب فٹ اور انچون کی تعداد دریافت کرو۔

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ
(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ
(۷) ۶ اگز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ
(۸) ۱۰ اگز ۹ انچ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر مکعب فٹ اور انچون کی تعداد دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ
(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ارتفاع ۱ گز
(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ
(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۱ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہی

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ
(۱۴) جسامت ۳ مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین

(۱۵) حجم ۱۲۴ مکعب فیٹ ۱۶۶۸ مکعب انچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۹۸ مکعب فیٹ ۸۵۶ مکعب انچ قاعدہ ۳۴ مربع فیٹ ۴ مربع انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی قاعدون کے رقبے دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ انچ (۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۴۸ مکعب انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ انچ

(۱۹) حجم ۹۹ مکعب فیٹ ۴۲۸ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۰) حجم ۲۹۶ مکعب فیٹ ۱۴۴ مکعب انچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطحون کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ انچ ۷ فیٹ ۶ انچ ۶ فیٹ ۹ انچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ انچ ۸ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ مین سطحون کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر جو پانی بھرا جاسکے اوسکا وزن ہنڈریڈ ویٹ مین تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۷ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ انچ طول کل مکعب برابر ہین تین مکعبون کے مجموعہ کے جنکے طول ۳ انچ ۲ انچ ۱ انچ ہین

(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۹۴ جریب ۵۰ کڑی اجریب ۵ کڑی اور ۳۱½ کڑی ہین اوسکی جسامت مین مکعب جریب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان مین ۳۰ انچ موٹی ۱۰ انچ عرض کی کڑیان دو سو لگی ہین اور وہ سب ملکر ۱۰۰۰ مکعب فیٹ دو سو

تعین تو ہر ایک کڑیکا طول دریافت کرو۔

(۳۲) ایک دیوار ۹۰ فیٹ طول مین ۱۸ انچ آثار مین ۲۰ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اوسکے اندر ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگینگی۔

(۳۳) ایسی کتابین کہ جنمین سے ہر ایک کتاب ۱۰ انچ لمبی ۵½ انچ چوڑی ۲½ انچ موٹی ہو ۳ فیٹ ۶ انچ لمبی ۳ فیٹ چوڑے ۲ فیٹ اونچے صندوق مین کتنی سمائینگی۔

(۳۴) اگر ایک مکعب فیٹ سونے کے ورق ..... ۴۳۲ مربع انچ پر پھیل جائین تو بتاؤ اوسکا دل کیا ہوگا۔

(۳۵) ایک میٹر ۳۹۳۷ انچ کا ہوتا ہے تو اوس مکعب مین جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب فیٹون کی تعداد دریافت کرو۔

(۳۶) ایک چٹان ۴ فیٹ طول مین ۲½ فیٹ عرض مین ہی اور ۱½ فیٹ موٹا ہی اور اوسکا وزن ۲۷ ہنڈریڈ ویٹ ہی تو ۱۰۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو۔

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فٹ وزن مین ۱۶۷۲ گنا پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن سے ہوتا ہی تو اوس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۳ انچ عرض مین اور ۲ فیٹ دل مین ہی۔

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب ظرف کا طول ۱۴۰۴ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی کم آئیگا اور جس مکعب ظرف کا طول ۱۴۰۵ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئیگا۔

(۳۹) ایک ظرف ۲۴ فیٹ ۸ انچ طول مین ۱۲ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہی اور پانی سے بھرا ہوا ہے تو بتاؤ اوسمین سے کتنے فیٹ پانی نکالین کہ ایک فٹ پانی عمق مین کم ہو جائے۔

(۴۰) ایک ظرف مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ طول مین ۹ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہی تو بتاؤ اگر اوسمین سے ۲۶۰ گیلن پانی نکالین تو کتنا پانی عمق مین کم ہو جائیگا۔

(۴۱) اگر ایک ونس سونے کو کوٹ کاٹ کے ۲۰ مربع گز ورق بنائین تو بتاؤ کتنے ورق

اکٹھی کریں کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فیٹ سونے کا وزن ایک ہندرڈ ویٹ ۵ ۹ پونڈ ہوتا ہے

(۴۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے

(۴۳) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض عمق دیوڑھا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسرے مجسم کے سہ چند سے بڑا ہوگا

(۴۴) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوا یا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دو چند کی برابر قریب قریب ہوگا

(۴۵) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چھٹے حصہ کے اور عرض بقدر ایک ساتوین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک آٹھوین حصہ کے زیادہ ہو دوسرے مجسم کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم ڈیوڑھا دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق مکعب کی شکل کا ہے اور اوسکا ڈھکنا نہیں ہے باہر سے طول اوسکا ۴ فیٹ ہے اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہے اوسکی موٹائی ایک انچ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب انچ لکڑی اوسمیں لگی ہوئی ہے۔

(۴۷) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اوسکا اوپر کا سرا نہیں بنا ہوا ہے اگر طول بیرونی اوسکا ۶ فیٹ اور عرض ۵ فیٹ اور عمق ۳ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اوسکی موٹائی آدھا انچ ہو تو اوس چیز کے مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو۔

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول و عرض و عمق کا ارتفاع ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ اور ۶ انچ ہیں اور لکڑی کی موٹائی آدھا انچ ہے جب خالی صندوق کو تولتے ہیں تو اوسکا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہے اور جب ریت بھر کر اوسکو تولتے ہیں تو ۱۰۰ پونڈ وزن ہیں ہوتا ہے تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو۔

(۴۹) ایک انچ موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کے سرے کے بنا ہوا ہے اور اوسکا بیرونی طول و عرض اور ارتفاع ۳ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۱ فیٹ ۷ انچ ہے تو بتاؤ صندوق میں کس حجم کی ہوا ہوگی

(۵۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۳ فیٹ ۴ انچ اونچا ہے اوسکا حجم

۴۰ مکعب فیٹ ۰ ۴۴۰ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ ہین اور دونون طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہین اور دو طرفین ہین جنمین سے ہر ایک طرف مین ۱ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ تو ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۱ مکعب فیٹ ۱۲۱۶ مکعب انچ ہے۔

ان مثالون مین جذر المکعب نکالا جائیگا۔

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۳۰۰۰ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ۴۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ایک ٹن پانی آتا ہو۔

(۵۶) اگر ۱۰۰۰ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۱۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا وزن نصف ٹن ہو

تیئیسوین فصل مجسم متوازی السطوح و منشور و اسطوانہ کے بیان مین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا۔

(۲۴۷) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ اور ۵ × $\frac{3}{4}$ = $\frac{15}{4}$ = ۳ $\frac{3}{4}$

پس ۳ $\frac{3}{4}$ مکعب فیٹ حجم ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہی جس کے اضلاع ۱ فیٹ ۱ انچ اور ۱ فیٹ ۸ انچ اور ۱ فیٹ ۹ انچ ہین اور ارتفاع ۱ فیٹ ۱۰ انچ ہی

اب قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ (۱۵۲) کے دریافت کرتے ہین

۱ فٹ ۱ انچ = ۱۳ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۱۳ + ۲۰ + ۲۱ = ۷ و ۷ - ۲۱ = ۶

۷ - ۱۳ = ۱۴ و ۷ - ۲۰ = ۷ و ۷ - ۲۱ = ۶

۷ × ۱۴ × ۷ × ۶ = ۷۶۷۵ اور ۷۶۷۵ کا جذر ۱۲۶ ہے

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے۔

۱ فٹ ۱۰ انچ = ۲۲ انچ

۱۲۶ × ۲۲ = ۲۷۷۲ پس منشور کا حجم ۲۷۷۲ مکعب انچ ہے

(۲) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے

قاعدہ کا رقبہ مربع انچون مین = ۵ × ۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۷۸٫۵۴

۷۸٫۵۴ × ۱۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس ۱۲۵۶٫۶۴ مکعب انچ حجم ہے

(۲۴۸) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اونکی قاعدہ کا رقبہ بھی تو جو عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرنیسے ارتفاع معلوم ہوگا اور علی ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہوسکتا ہے۔

(۲۴۹) مثالین

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو۔

$\frac{۱۷۲۸}{۱۰۸}$ = ۱۶ پس ارتفاع ۱۶ انچ ہے

(۲) اسطوانہ کا حجم ۳۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

$\frac{۳۰۰۰}{۵۰}$ = ۶۰ پس قاعدہ کا رقبہ ۶۰ مربع انچ ہے

(۲۵۰) دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ وہی ہی جو دفعہ (۲۳۹) مین دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہے اس تعمیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی - ہمکو یہ خیال ہے کہ مبتدی کو دفعہ (۲۳۲) کے عمل سے بالکل یقین ہوگیا ہوگا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہی اب ہم اس بات کو ثابت کردین گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر بہی یہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ (۲۹) کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہین جنکا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث اب س ہی اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل اب دی ہی دفعہ (۲۹) کی ترکیب سے ہم ثابت کرسکتے ہین کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے اس سے معلوم ہوا کہ دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ منشور قائم پر جسکا قاعدہ مثلث ہو حاوی ہی اسواسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر بہی حاوی ہے جسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ مثلثون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور منشوران مثلثون کے مطابق ایسی منشورون مین تقسیم ہوگا کہ جنکے قاعدے مثلث ہین اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوسپر قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اس سے ہم یہ سمجھتے ہین کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدہ کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہی چہ اوسکی شکل پر منحصر نہین ہوتا اس سے ظاہر ہوتا ہی کہ قاعدہ اوس صورت پر بہی حاوی ہی کہ منشور کا قاعدہ دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اس سے ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہین کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر ہے پر حاوی نہین ہی بلکہ اور مجسمات پر بہی جنکو روزمرہ کی بول چال مین اسطوانہ مستدیر نہین کہتے ہین مثلاً ستون و کنوان وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلے مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کے واسطے ہے وہی منشور مائل کے لئے ہی - یہ شکل دفعہ (۲۹) کی شکل کے مماثل ہی اور اثبات کا طریقہ بہی اوسی کے اثبات کے متشابہ ہی فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور مین رقبہ کو زیادہ کرتی تہی اور اوسکی برابر کے رقبہ کو تفریق کرتے تہے یہان ایک جسامت کو زیادہ

کرین گے اور اوسکے برابر کی جسامت کو تفریق کرین گے۔

(۲۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے ہم حل کرتے ہین۔

(۱) ایک انچ مکعب دھات کا تار ۱/۴ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہے جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱/۸ انچ ہی پس قاعدہ کا رقبہ انچ مربعون مین = $\frac{۳/۱۴۱۶}{۶۴} = ۰۰۰۴۹۰۸$ اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہی

اسواسطے اگر ۰۰۰۴۹۰۸ پر تقسیم کرو تو تار کا طول ۱۲۷/۳ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہی کہ اوس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور بھی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو اکثر نلی یا نالی یا انابیب کہتے ہین۔

بموجب دفعہ (۲۴۳) قاعدہ کا رقبہ مربع انچ مین = $۳/۱۴۱۶ \times ۴ \times ۴ = ۳۰۱/۹۹۱۲$ اور ارتفاع ۶۰ انچ ہی

اسیواسطے جسامت مکعب انچون مین = $۶۰ \times ۳۰۱/۹۹۱۲ = ۱۸۱۱۹/۴۷۲$

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہو اور جسامت اوسکی ۵۰۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور قاعدہ کا نصف قطر آپسمین برابر ہین تو حاصل ضرب ۳/۱۴۱۶ اور نصف قطر کی تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰۰ کے ہوا اوس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچون کی تعداد

$= \frac{۵۰۰}{۳/۱۴۱۶} = ۱۵۹/۱۹۹$ اور جذر المکعب نکالنے سے ۵/۴۲ حاصل ہوتے ہین پس نصف قطر تقریباً ۵/۴۲ انچ ہے۔

تینتیسوین فصل کی مثالین

جن منشورون مین امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹ اور انچ مین دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے۔

(۲) قاعدہ ۱۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع انچ ہی ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے
(۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع انچ ہی ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے
(۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ہی ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ ہے
جن مشلثی منشورون مین ابتدا بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مین مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو
(۵) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین ارتفاع ۴۵ انچ
(۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۳۹ انچ ہین ارتفاع ۵۲ انچ
(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳ و ۴۰ و ۵۱ انچ ارتفاع ۵۸ انچ
(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ
جن اسطوانون مین ابتدا بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مکعب فیٹون اور اونکی اعشاریہ مین دریافت کرو۔
(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے
(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ
(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ ہے
(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴ ½ انچ
جن منشورون کی جسامتین اور قاعدے معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو
(۱۳) جسامت ۸ مکعب فیٹ ۸۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ
(۱۴) جسامت ۲۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ
(۱۵) جسامت ۳۶ مکعب فیٹ ۳۴۹ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ
(۱۶) جسامت ۶۵ مکعب فیٹ ۸۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ
جن اسطوانون کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے نصف قطر دریافت کرو۔
(۱۷) حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ½ انچ

(۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ½ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی امتداد و تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سمائیگا۔

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ۔

(۲۵) ایک منشور کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی قاعدہ ذو زنفہی اوسکے اضلاع متوازیہ ۱۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہین اور فاصلہ اونکے درمیان ۵ فیٹ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۲۶) چین کی دیوار ۱۵۰۰ میل لنبی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہی اور ۵۰ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہی

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ لنبی ۸ فیٹ گہری ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سی اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے کھدی ہے تو بتاؤ اوسکے کھودنے سے کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۱۰ فیٹ لنبی ۶ فیٹ گہری اور ۱۰ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اور پانی اوسمین بھرا ہوا ہی تو اوس مین کتنے گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سی ہی اور اوسکے کھودنے سے ۲۵۰۰۰۰ مکعب مٹی نکلی ہی تو بتاؤ اوسکا طول کتنا ہی

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اگر اوسمین ۱۰۰۰۰ گیلن پانی آتا ہے تو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک کنوان ۳ فیٹ قطر کا ۳۰ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کھودین

(۳۲) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۱۱۹ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کھودین
(۳۳) ایک محراب دار پل زمین کے اندر ۱۰۰ گز لنبا بنانا منظور ہو اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہی
اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب گز مٹی کھودی جاے
(۳۴) ایک سکہ کا ۱/۴ انچ قطر ہے اور ۱/۱۰ انچ موٹا ہی تو بتاؤ ایسے سکے کتنے گلائین کہ ایک ایسا مکعب
بنجاے جسکا کنارہ ۳ انچ لنبا ہو
(۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہی اور اوسکا عمق ۳۰ فیٹ ہی اور ۶/۷ پاؤنڈ فی مکعب گز کھدائی ہی تو بتاؤ
اوسکی کھدائی مین کیا صرف ہوگا۔
(۳۶) کنوے کا قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عمق ۴۰ فیٹ ہی اور ۶/۷ پاؤنڈ مکعب گز کھدائی ہی
تو اوسکی کھدائی مین کیا خرچ ہوگا
(۳۷) کنوے کا قطر ۳ فیٹ ۹ انچ اور اوسکا عمق ۴۵ فیٹ ہی اور ۳/۴ پاؤنڈ فی مکعب گز کھدائی ہی
تو بتاؤ اوسکی کھدائی مین کیا خرچ ہوگا۔
(۳۸) اگر ۳ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ انچ سوراخ کی بندوق کا کیا طول رکھین کہ
۱۰ پونڈ بارود اوسمین سماے۔
(۳۹) ایک مکعب فیٹ پیتل کا تار ۱/۴ انچ قطر کا کھینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا طول کیا ہی
(۴۰) ایک مکعب فیٹ پیتل کا تار ۰۲۵ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول دریافت کرو
(۴۱) ایک اسطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۱ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ ہے
اور ارتفاع اوسکا ۱۰ فیٹ ہی جسامت اوسکی دریافت کرو۔
(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱ انچ ہی اور موٹائی اوسکی ۱ انچ ہی اور ارتفاع
۹ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔
(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۳ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۳ انچ اور
ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴۴) ایک لوہے کے نل کا سوراخ ۳ انچ ہی اور وہ ۱½ انچ موٹا ہی اور ۲۰ فیٹ لمبا ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرلو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲۶ر۴ اونس ہی

(۴۵) ایک سیسے کے نل کا طول ۱۲ فیٹ ہی اور اوسکا سوراخ ۱¾ ہی اور اوسکی موٹائی ½۱ انچ اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسے کا وزن ۴۰ر۶ اونس ہی۔

(۴۶) ایک سیسے کا نل ہی اوسکا سوراخ ۲ انچ ہی اور نصف انچ موٹا ہی اور ۱۲ گز لمبا ہی اور قیمت اوس کی ۲½ پنس فی پونڈ ہی اور ایک مکعب فٹ سیسے کا وزن ۱۱۴۱۲ اونس ہی تو اوس نل کی قیمت دریافت کرو۔

(۴۷) ایک سلاخ لوہے کی بشکل مربع ہے اور اوسکی ضخامت ایک انچ ہی اور ۱۰½ پونڈ وزن میں ہی اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنادی جاے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک مثلثی منشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ انچ طول میں ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منتظم ہی اور ہر ایک کنارہ منشور کا ۱½ انچ ہی منشور کی جسامت دریافت کرو

(۵۰) ایک سیسے کے نل کا اندرونی قطر ۱½ انچ ہی اور بیرونی قطر ۱۹/۱۶ انچ ہی اگر نل گلایا جاے اور نل کے طول کی برابر ٹھوس نل بنایا جاے تو اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۵۱) ایک درخت کا تنہ بشکل اسطوانہ قائم ۳ فیٹ قطر کا ہی اور ۲۰ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اگر اس تنہ کو چیل کر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جسکا قاعدہ مربع ہو بنایا جاے تو جتنی لکڑی اوسمیں باقی رہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

ذیل کی مثالوں میں جذر المکعب نکالا جائیگا۔

(۵۲) قاعدہ منشور ثلثی کے اضلاع ۲ و ۱۵ و ۱۵ انچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع ۱۰ انچ ہی تو اوسکی برابر حجم کے مکعب کا

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ۹ انچ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۱ فیٹ ۳ انچ ہے تو اوسکی برابر مکعب کا طول دریافت کرو۔

(۵۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر ⅝ انچ ہی اور ½۱۶ انچ موٹائی ہی اگر ..... اسورن گلائین

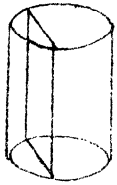
اور اوسکا مکعب بنائین تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ گنا قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اوسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہی اوسکا نصف قطر دریافت کرو۔

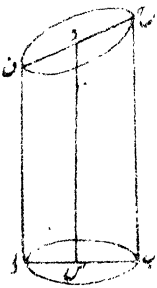
(۵۶) ایک ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکا ارتفاع آدہا اوسکے قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اسطوانہ مین ایک گیلن پانی سماتا ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو۔

چوبیسوین فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان مین

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اس طرح کے ہوتے ہین کہ اونکا حجم بہت سیدہے سادے قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہے اب اس بات کو ہم دکھاوینگے اور بتلاوینگے



(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصون مین ایک سطح سے جو توازی محور کی ہو قطع کیا جاے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائرہ ہوگا اسلیے ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم سو جب قاعدہ و فصل ۲۴۶ کے دریافت ہوگا



(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ اسطوانہ سے نہ ملتی ہو قطع کرے اور فرض کرو کہ ایک مجسم پیدا ہوا و خط مستقیم س د مرکز قاعدہ سے زاوے قائمے بناتا ہوا قاعدہ پر نکالا جاے اور سطح سے ملے اوسکا نام ارتفاع مجسم ہوتو ایسے مجسم کی جسامت دریافت کرنے کا وہی قاعدہ ہے جو فصل ۲۴۶ مین بیان ہوا اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتے ہین کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہی جو دو سرون کے درمیان واقع ہے۔

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یون صحیح ثابت ہوسکتا ہی کہ اگر ایک سطح نقطہ دے توازی قاعدہ اسطوانہ کے نکالین تو اوس سے ایک ناقص کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اس طرح سے باقیماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب پاسکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بنجائے گا جسکا ارتفاع س د ہو۔

(۲۵۸) دفعہ (۲۵۶) کی شکل مین آسانی سے اس بات کو دیکھ سکتے ہین کہ س د نصف مجموعہ

اح اور ح ب کا ہو یعنی ارتفاع برابر نصف مجموعہ اوس بڑے سے بڑے خط مستقیم اور چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم کے ہی جو توازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتے ہین دفعہ (۱۶۳) دیکھو

(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحون سے قطع کیا جاے اور یہ سطحین محور پر مائل ہون اور آپسمین ملتے ہون تو جو مجسم پیدا ہوگا اوسکی جسامت اس طرح دریافت ہوتی ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم مین ضرب دو یہان ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستدیر کے اوس حصہ سے ہے جو کہ مجسم کے دونون سرون کے درمیان ہے یہ قاعدہ اس طرح استخراج ہوتا ہی کہ مجسم جو اس طرح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسمون کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جسکا ذکر دفعہ (۲۵۶) مین ہوا ہے۔

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ (۲۵۶) کی شکل جس جسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہان تک موڑا جاے کہ ف اور ا ملجائین تو ایک مجسم متشابہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اسطرح بیان کر سکتے ہین کہ وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اسطرح موڑنے سے پیدا ہوتا ہے کہ اوسکے دونون سرے ملجائین یہ بالکل ٹھیک نہین ہی مگر اس سے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے۔

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ مین ضرب دو (تراش کی جگہہ فصل کے لفظ کو لکھہ سکتے ہین) بعض اوقات تراش مدور سے ترچھی تراش مراد ہوتی ہے۔

حلقہ کے طول سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہے جسمین مرکز تمام ترچھی تراشون کے واقع ہون اور وہ حلقہ کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ (۲۵۹) دیکھو۔

(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہی حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ $\frac{22}{7} \times 1 \times 1$ یا $3\frac{1}{7}$ مربع انچ ہے اسی واسطے جسامت حلقہ کی مکعب انچون مین $10 \times 3\frac{1}{7}$ یعنی $31\frac{1}{7}$ ہے

(۲) حلقہ کے دائرہ اندرونی کا قطر ۱ انچ اور بیرونی کا ۳ انچ ہے۔

ان قطرون کا فرق تراش مدور کے قطر سے دوچند ہے اسواسطے تراش مدور کا نصف قطر ۱½ انچ ہی اور حلقہ کی حد بیرونی ۱۴۱۶×۷ ، ۳ انچ ہی اور حد اندرونی ۱۴۱۶×۸ ، ۳ انچ ہی اور ان عددون کا نصف مجموعہ ۵۶۲ ، ۲۳ انچ ہے اسی واسطے یہی حلقہ کا طول ہے۔

پس حجم حلقہ کا مکعب انچون مین = ۱۹۶۳۵ ، ۵۶۲ × ۲۳ = ۶۲۶۴ ، ۴ تقریباً

چوبیسوین فصل کی مثالین

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حاصل تفریق حد بیرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہی مجموعہ حد اندرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے۔

جن حلقون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب انچ مین دریافت کرو

(۳) طول ۲۰½ انچ ہی ترچھی تراش کا نصف قطر ¾ انچ ہی

(۴) طول ۱۶ انچ ہے ترچھی تراش کا قطر ۱ ، ۱ انچ ہے۔

(۵) قطر بیرونی ۸ ، ۴ انچ ہے اور قطر اندرونی ۲ ، ۴ انچ

(۶) قطر اندرونی ۳ ، ۱۲ انچ ہے اور قطر ترچھی تراش کا ۲ ، ۳ انچ ہے

(۷) قطر بیرونی ۱۹ انچ ہے اور ترچھی تراش کا قطر ۳½ انچ ہے

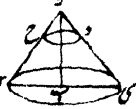
(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ ہے اور ترچھی تراش کا محیط ۶ ، ۱ انچ ہے۔

(۹) حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ ہی اور ترچھی تراش کا نصف قطر ۱ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو۔

(۱۰) ایک حلقہ کا حجم ۱۰ مکعب انچ ہے اور طول ۲۰ انچ ہی اوسکا نصف قطر اندرونی دریافت کرو۔

پچیسوین فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان مین

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو



قاعدہ قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو۔

حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا۔

(۲۶۴) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے۔

۳ فیٹ ۶ انچ = ۳ ½ فیٹ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ¾ فیٹ

$$۳\frac{۱}{۲} \times ۳\frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲} \times \frac{۷}{۲} = \frac{۴۹}{۴}$$

$$\frac{۴۹}{۴} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۵}{۴} = \frac{۷ \times ۴۹}{۴ \times ۴} = \frac{۲۴۵}{۱۶} = ۱۵\frac{۵}{۱۶}$$

پس حجم ۱۵ ۵/۱۶ مکعب فیٹ ہے۔

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے۔

$$۱۰ \times ۱۰ \times ۱۸ \times ۳۱۴/۱۰۰ = ۳۱۴/۱۰ \times ۱۸ = ۳۱۴/۱۲ \times ۲۶ = ۳۱۴/۱۲ \times ۹۶ = ۱۰۰۴۸$$

پس حجم ۱۰۰۴۸ مکعب فیٹ ہے۔

(۲۶۵) اگر ہمکو مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو۔ اوس کے سہ چند کو اوس عدد پر جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جائے گا اور علی ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اوس سے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا۔

(۲۶۶) مثالیں

(۱) مخروط مضلع کا حجم ایک گز ہے اور قاعدہ کا رقبہ ۱ مربع فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

ایک مکعب گز = ۲۷ مکعب فیٹ $= \frac{۲۷ \times ۳}{۱۸} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

پس ارتفاع ۴ ½ فیٹ ہے۔

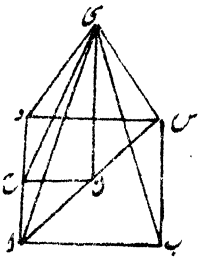
(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۲۷ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

نصف مکعب فیٹ = ۸۶۴ مکعب انچ $= \frac{۸۶۴ \times ۳}{۲۷} = ۹۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب بطور مشق کے ہم چند مثالین حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور جو راس پر چارون کنارے ملتے ہین اونمین سے ہر ایک کنارہ کا طول ۱۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔



اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہین فرض کرو کہ اب س د قاعدہ ہی اور مخروط کا راس ی ہی اور مخروط کا ارتفاع ی ف ہے

یعنی نقطہ ی سے عمود قاعدہ پر ہے تو نقطہ وسط ف ہوگا

اب بموجب دفعہ (۵۵) کے اس مین فٹون کی تعداد ۱۰۰ ہی پس اف مین فٹونکی تعداد ۵۰ ہی

مثلث قائم الزاویہ ای ف مین وتر ای ۱۲ فیٹ ہی اور فٹونکی تعداد اف مین ۵۰ ہے۔

اسی واسطے بموجب دفعہ (۶۰) کے فٹون کی تعداد ی ف مین ۳۲۴۰۰ کا جذر ہی یعنی ۱۸۰ کا جذر ہے یعنی ۱۶۰۵۵۲۹۴۵۴ ہے

پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 160552945454 = 5351764848$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوس خط کا طول جو قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین ملایا جاے ۱۳ فیٹ ہی حجم دریافت کرو۔

اول مخروط کا ارتفاع تحقیق کرنا چاہئے دفعہ گذشتہ کی شکل مین فرض کرو کہ ضلع اد کا نقطہ وسط ح ہی تو ی ح ۱۳ فیٹ ہوگا اور ح ف برابر ہے ۵ فیٹ کے

اسی واسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے ی ف مین فٹون کی تعداد ۱۶۹ - ۲۵ کا جذر ہے

یعنی ۱۴۴ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 12 = 400$

ی ح کو کبھی مخروط کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین۔

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہی اور وہ کناروں کے نقطہ مشترک سے ۳ و ۴ و ۵ انچ کے فاصلون پر کناروں سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو۔

جو حصہ قطعہ ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہی اور اوسکا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہی جسکے زاویہ قائمہ کے اطلاع ۳ و ۴ انچ ہین تو مخروط کا ارتفاع ۵ انچ ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انچون مین $= \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 3}{2} \times 5 = 10$

پچیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مضلع مین استاد نے تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم فٹون اور انچون مین دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۴ مربع انچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ

(۲) قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ ہی ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ انچ

جن مخروطات مضلع مین استاد نے تفصیل ذیل معلوم ہون اونکا حجم مکعب فٹون اور اوسکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۷ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۹ و ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵ و ۱۹ و ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳ و ۲۷ و ۳۰ فیٹ ارتفاع ۲۴ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کی استاد نے تفصیل ذیل ہین اونکا حجم مکعب فٹون اور مکعب فٹ کی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ۔

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲٫۴ فیٹ ارتفاع ۵٫۳ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کے حجم اور قاعدے معلوم ہوں انکے ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳) حجم ۱ مکعب فیٹ ۳۶۳ مکعب انچ ہے قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۴۴ مربع انچ

(۱۴) حجم ۳۳ مکعب فیٹ ۳۰۹ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۳ مربع انچ

(۱۵) حجم ۹۱ مکعب فیٹ ۹۳۷ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۱۴ مکعب فیٹ ۱۱۵۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ

جن مخروطات مستدیر کے حجم اور ارتفاع تفصیل ذیل معلوم ہوں انکے قاعدوں کی نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۴۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۳ فیٹ

(۱۸) حجم ۴ مکعب انچ ارتفاع ۳ ر ۵ فیٹ

(۱۹) حجم ۶۰ ر ۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ ر ۴ ، ۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۱۲ مکعب فیٹ ارتفاع ۲ ر ۴ ، ۶ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کے مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہے اور راس پر جو کنارے ملتے ہیں اونمیں سے ہر ایک ۱۵۰ فیٹ ہے

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا رقبہ ۲۵ ر ۲۰ مربع فیٹ ہی اور راس پر جو کنارے ملتے ہیں اونمیں سے ہر ایک ۳۰ ½ ۳ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہی اور ہر ایک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۳۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکے ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط میں ایک خط مستقیم وصل کیا گیا ہے ۸ ر ۲۱ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر یک ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط ملایا گیا طول مین ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۲ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کے بڑے ضلعون مین کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا گیا ۳ و ۲۳ فیٹ ہی اوس کا مجسم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہی اور قاعدہ کے اضلاع حزون مین سے کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا جائے تو اوسکا طول ۲۴ فیٹ ہی مخروط حجم دریافت کرو۔

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی مخروط کا حجسم دریافت کرو۔

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متقاصل اوس سے قاعدہ پر عمود ہو کر تراشتی ہی اور اس تراش سے مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہی جسکا ہر یک ضلع ۱۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۰ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک ظرف ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہی تو بتاؤ اسمین کیلن پائی آئیگا۔

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۲ انچ چوڑا ہی اور ۳ انچ گہرا ہی تو بتاؤ کہ کتنے انچ شراب اوسمین آئیگی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۱۶ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۶) مخروط مستدیر ۳ فیٹ اونچا ہی اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکو زمین پر رکھا اور اوسپر ریت ڈالنے شروع کی یہان تک کہ ایک مخروطی ڈھیر ۲ فیٹ اونچا ۳ فیٹ محیط کا بنگیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب ریت ڈالی گئی۔

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲½ مکعب فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

(۳۸) ایک مسدس کمرہ ہی جسکا ہر ضلع طول مین ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکی دیوارین ۴۰ فیٹ اونچی ہین اور ہر اون دیوارون پر ایک گنبد سدسی مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچا بنا ہوا ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہین۔

(۳۹) ایک مکعب ہے اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکے تین متصل کے ضلعونکو ایک سطح تنصیف کرتی ہی تو انقطاع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۱۴ انچ ہی اور ایک مکعب کا کنارہ سطح کترا گیا ہی کہ جو مکعب سے حصہ قطع ہوا اوسی ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جسکا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہی اور طول مین ۶ انچ ہی تو جو مجسم باقی رہا اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۴۱) مصر کا منارہ اعظم ۴۸۱ فیٹ بلند تھا اور اوسکا قاعدہ مربع تھا اور مربع کا ہر ایک ضلع ۷۶۴ فیٹ تھا تو اوسکے حجم کو مکعب گزون تک دریافت کرو

(۴۲) ایک مسجد کا مینار تہہ کا بنا ہوا ہی اور قاعدہ اوسکا مسدس منتظم ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اسکا ارتفاع ۸۰ فیٹ ہی اور اوس مینار کے اندر جتنی خالی جگہ ہی وہ بھی مخروط کی شکل ہی اور مسدس منتظم پر قائم ہی اور ۴۵ فیٹ اونچی ہی اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فیٹ ہی تو منار مین دریافت کرو کہ کتنے مکعب فیٹ پتھر لگا ہوا ہی۔

چھبیسوین فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مخروط ناقص کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ مخروط ناقص کے دونو سرونکے رقبونکو جمع کرو اور حاصل جمع برابر کے حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو اور حاصل ضرب کی تہائی لو تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی۔

(۲۶۹) مثالین۔

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے۔

۱۸×۹۸ کا جذر ۴۲ ہے اور ۱۸+۹۸+۴۲=۱۵۸

$\frac{1}{3}$×۱۵×۱۵۸=۷۹۰ پس حجم ۷۹۰ مکعب انچ ہوا

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۸ فیٹ ہے

ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲۵×۳٫۱۴۱۶

دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۹×۳٫۱۴۱۶

اوران عددون کے حاصل ضرب کا جذر ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵×۹ کے جذر مین ہے یعنے ۱۵×۳٫۱۴۱۶ ہے

ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۹ اور ۱۵ مین یعنی ۴۹×۳٫۱۴۱۶ حاصل ہوگا تو

$\frac{1}{3}$×۸×۴۹×۳٫۱۴۱۶=۴۱۰٫۵۰۲۴ حاصل ہوگا۔

پس حجم ۴۱۰٫۵۰۲۴ مکعب انچ ہوا

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہئے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہے کہ اوسمین ضرب دینے کی مشقت نہین اوٹھانی پڑی طالب علم کو لازم ہے کہ جہان مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہان اسی طریقہ سے عمل کو برتا کرے ایسی صورت مین فی الحقیقت دفعہ (۲۶۸) کے قاعدہ کی جگہ اس قاعدہ کو کام مین لاؤ کہ سرون کے نصف قطرون کے مربعونکو اونکی حاصل ضرب پر جمع کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو پس ماحصل کی تہائی حجم مطلوب ہوگا یہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ دونو نفس الامر مین ایک ہی ہین فقط اس دوسرے قاعدہ کے موافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(۲۷۱) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور اوسکا ارتفاع مائل ۵ انچ ہی جسامت دریافت کرو



اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہئے

فرضکرو کہ شکل ایک ذی شکل مخروط ناقص کی ہی

جو ایک سطح کے قطع کرنیسے کہ جسمین محور مخروط داخل ہی پیدا ہوئی ہی اب ہم دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہی جسکا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرونکا فرق ہے۔

اس صورت مین ارتفاع مائل ۵ انچ ہی اور سرون کے نصف قطرونکا فرق ۳ انچ ہے

اسواسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔

$۷ \times ۷ = ۴۹$ اور $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$ اور $۷ \times ۱۰ = ۷۰$

$۴۹ + ۱۰۰ + ۷۰ = ۲۱۹$ اور $\frac{۱}{۳} \times ۴ \times ۲۱۹ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۹۱٫۳۴۷۲$

پس حجم ۹۱٫۳۴۷۲ مکعب انچ ہی

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اضلاع اونکے ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اور ارتفاع ۹ فیٹ ہی

بموجب دفعہ ۲۰۶ کے رقبہ کا ایک سرے کا مربع فیٹ مین $= ۹ \times ۴٫۳۳$

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین $= ۱۶ \times ۴٫۳۳$

ان عددون کے حاصل ضرب کا جذر $= ۱۲ \times ۴٫۳۳$

ان تینون حاصلون کو جمع کرو تو $۳ \times ۴٫۳۳$ حاصل ہونگے

پس $\frac{۱}{۳} \times ۹ \times ۳۷ \times ۴٫۳۳ = ۴۸٫۰۶۳$

پس حجم ذرا زیادہ ۴۸ مکعب فیٹ سے ہی

چھبیسوین فصل کی مثالین

جن ناقص مخروطات مضلع کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب فٹونمین دریافت کرو

(۱) سرونکے رقبے ۵ و ۴ مربع فیٹ اور ۵ و ۱۲ مربع فیٹ ارتفاع ۵ و ۱ فیٹ

(۲) سرونکے رقبے ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۳) سرونکے رقبے ۹۰۰ مربع انچ اور ۵ و ۶ مربع فیٹ اور ارتفاع ۶ فیٹ

(۴) سرونکے رقبے ۵ و ۷ مربع فیٹ اور ۵ و ۸۲ مربع فیٹ ارتفاع ۵ و ۱۲ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۵) سرونکے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵ ½ فیٹ

(۶) سرونکے قطر ۵ و ۴ فیٹ اور ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۵ و ۶ فیٹ

(۷) سرونکے نصف قطر ۸ و ۴ فیٹ اور ۴ و ۶ فیٹ اور ارتفاع ۲ و ۷ فیٹ

(۸) سرونکے نصف قطر ۵ و ۳ و ۶ فیٹ اور ۱ و ۵ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اونکا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہی جسکے بڑے سرکا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹے سرکا قطر ۱½ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہی اور قیمت اوسکی ۱۲ روپیہ فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی۔

(۱۱) ایک ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اونکے اضلاع کے طول جدا جدا ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مربعے ہین اور طول ضلعون کے جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ ہین اور ان مربعون کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط مین جو خط مستقیم ملائین تو اوسکا طول ۱۳ فیٹ ہی حجم اوسکا دریافت کرو۔

(۱۳) ملک مصر مین اسکندریہ کی قریب پومپی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ ابری کا بنا ہوا ہی ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہی اور ایک سرے کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۸ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

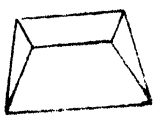
(۱۴) ایک جہاز کا مستول ۵۰ فیٹ اونچا ہی اور ایک سرے کا محیط ۶۰ انچ ہی اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین تعداد لکڑی کی مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسمین سے یہ مخروط قطع ہوا ہی۔

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہی اور اس مخروط ناقص کے عین وسط مین سے ایک سطح قاعدونکی متوازی گذرتی ہی اور اوسکو دو حصون مین منقسم کرتی ہے تو ان دونو حصون کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہی اور مخروط ناقص تین حصونمین قاعدونکی متوازی سطحونسے اسطرح منقسم ہوا ہی کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہی تو ہر ایک حصہ مین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کی قاعدے منتظم مسدس ہین اور اضلاع کے طول جدا جدا ۱۰ فیٹ ۸ فیٹ ہین اور مخروط کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی اور ایک سطح عین وسط مین متوازی قاعدون کے گذر کر دو حصونمین اوسکو منقسم کرتی ہی تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو



ستائیسوین فصل فانہ

(۲۷۲) فانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کے عرض مین ضرب دو اور حاصلضرب کو فانہ کی ارتفاع مین ضرب دو تو حاصلضرب کا چھٹا حصہ فانہ کا حجم ہوگا

(۲۷۳) شالین۔

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ

$۱۲+۱۶+۱۶=۴۴$ و $۲۴\times۷\times۴۴\times\frac{۱}{۶}=۱۲۳۲$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہی

(۲) فانہ کا کنارہ $۵\frac{۱}{۲}$ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہی

$۵\frac{۱}{۲}+۳+۳=۱۱=\frac{۲۳}{۲}$ اور $۴\times۲\times\frac{۲۳}{۲}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۴۶}{۳}=۱۵\frac{۱}{۳}$

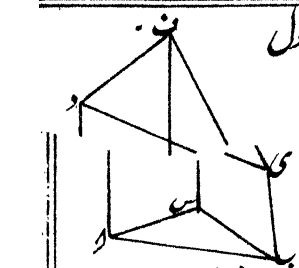
پس فانہ کا حجم $۱۵\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ ہی۔

(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول میں برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ کے قاعدہ سے ہمکو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کی جسامت دریافت کرنیکا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ (۲۴۶) میں جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہیں ہیں کیونکہ اوس قاعدہ اور اس قاعدہ میں مقادیر مختلف ہیں اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھہ سکتے ہیں کہ دونو قاعدے ایک ہی ہیں۔

(۲۷۵) اگر فانہ کی کنارہ کا طول اوسکے قاعدہ کے طول سے چھوٹا ہو تو فانہ ایسے دو حصوں میں کہ ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جسکا قاعدہ مستطیل ہو سطح تقسیم ہو سکتا ہی کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی طرف مثلثی کے جو دوسرے پر گذرتی ہو کھینچیں اسیطرح سے اگر کنارہ زیادہ لمبا قاعدہ کے طول سے ہو تو فانہ برابر ہوگا اوس ازدیاد کے جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جسکا قاعدہ مستطیل ہے رکھتا ہی اسی سبب سے دفعہ (۲۷۲) کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہی۔

(۲۷۶) اب ہم فانہ کے معنی کو وسعت دیتے ہیں اور اوس مجسم کو بھی فانہ کہتے ہیں جسکا قاعدہ بجائے مستطیل کے متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ ہو ایسے مجسمات کی جسامت دریافت کرنے کے لئے قاعدہ مذکور صحیح رہیگا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کے معنی نصف مجموعۂ اضلاع متوازی اور عرض قاعدہ کے معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھیں

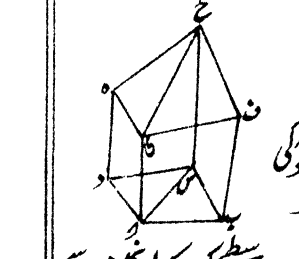
(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور ثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور سے ایک پہلو پر کتی ہی قطع کرکے ایک مجسمہ پیدا کیا ہے اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی بھی نہین تو ایسے مجسم کا بھی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہوسکتا ہے۔



قاعدہ منشور کے قاعدہ کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کنارونکے مجموعہ کی تہائی مین ضرب دین

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۰ مین جو فائنہ کی معنی وسیع بیان کئے جائین اوسکے موافق دفعہ گذشتہ مین بھی مجسم ایک فائنہ ہے اوسکی جسامت دریافت کرنیکا قاعدہ اوسی ترکیب سے ثابت ہوسکتا ہی جو دفعہ ۲۷۵ مین مذکور ہوا ہے اسواسطے کہ اگر سی جو تینون کنارون مین سب سے چھوٹے کنارہ کا اوپر کا سرا ہی ایک سطح متوازی قاعدہ (بس کی کنالین تو مجسم منشور قائم اور مخروط مین تقسیم ہوگا اور ان مجسمات کی جسامت معلوم قاعدے کے موافق دریافت کرکے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۰ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہوگا۔

(۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم مین سے جسکا قاعدہ متوازی الاضلاع ہی ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ پہلو رکھے اور قاعدہ منشور سے کہین پہلے قطع کرکے ایک مجسم پیدا کرے تو ایسے مجسم کا حجم اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہے



قاعدہ منشور کے قاعدہ کے رقبہ کو مجسم کے چارون متوازی کنارونکے مجموعہ کی ایک چوتہائی مین ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت مطلوب ہوگی۔

(۲۸۰) اس بات کا دیکھ لینا آسان ہے کہ ای + س ح = ب ف + د ہ اسواسطے کہ ہر ایک دونمین سے برابر ہی دو چند اوس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع اس اور ب د اور نقطہ تقاطع ی ح اور ف ہ کے واقع ہی پس اسلئے قاعدہ مذکور کو اس صورت مین بیان کرسکتے ہین کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چارون متوازی کنارونمین سے دو مقابل کے کنارونکے نصف مجموعہ مین ضرب دو۔

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا فائدہ دفعہ ۲۷۰ کی قاعدہ استخراج ہوتا ہی اسواسطے کہ اگر مجسم دو حصون مین سطح سے منقسم ہو کہ ایک سطح ای اور س ج مین گذرے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۰

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرسکتے ہین اور مجموعہ ان حجموں کا بالکل دفعہ ۱۸ کی قاعدہ کے موافق نکلیگا۔

(۲۸۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرینگے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۸ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہی اوسے جو فانہ کی تراش پیدا ہوتی ہی اوسکا رقبہ ۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو

کنارہ پر جو سطح عمود ہی اوس سے جو تراش پیدا ہوتی ہی وہ مثلث ہی اس واسطے اس مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع کا حاصل ضرب ۵۰×۲ یعنی ۱۰۰ ہی اور یہ وہی حاصل ضرب ہی جو عرض فانہ کو ارتفاع فانہ مین ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہی۔

۱۸+۲۰+۲۰=۵۸ و ½×۵۸×۱۰۰=۳۹۰۰

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے

یہی نتیجہ دفعہ ۱۷۰ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسان سے نکل آتا ہی

۱۸+۳۰+۲۰=۵۸ اور ½×۵۸×۱۰۰=۲۹۰۰

فانہ کا کنارہ ۱۶ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۴ انچ اور عرض ۶ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہی اور ایک کنارے کے شلثی سر سے دوسرے شلثی سر کے متوازی ایک سطح گذرتی ہے اور فانہ کو منشور اور مخروط مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴-۱۶ انچ ہی یعنی ۸ انچ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۲۶۳ کے مکعب انچون مین مخروط کا حجم = ⅓×۸×۶×۱۰=۱۶۰

منشور کے تین متوازی کنارے ہین ہر ایک اونمین سے ۱۶ انچ لنبا ہی اور بموجب دفعہ ۲۰۴ کے مکعب انچون مین

حجم = ½×۱۶×۶×۱۰=۴۸۰

شائیسوین فصل مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۳ فیٹ ۳ انچ اور عرض ۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) فانہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہی قاعدہ کا طول ۶ فیٹ ہی اور عرض ۳ فیٹ فانہ کا ارتفاع ۲ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳) فانہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ضلع ۱۵ انچ ہے کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فانہ ۲۴ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۲ انچ اوس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور میں سے ایسا قطع کیا جاے کہ اوسکے تینون متوازی کنارون کا مجموعہ ۱۵ انچ ہو

(۵) منشور کا قاعدہ مستطیل ہے اوسکا طول عرض ۱۰ انچ ۸ انچ ہی اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور میں سے ایسا قطع کیا جائے کہ چارون متوازی کنارون کا مجموعہ ۴۲ انچ ہو

(۶) فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۲ انچ اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہی اوس جو سطح متفاصل پیدا ہوئی ہی اوسکا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہی فانہ کا حجم دریافت کرو

(۷) فانہ کا کنارہ ۲۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہے اور ایک سطح کنارہ پر عمود ہی اوس جو سطح متفاصل مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہی اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہی فانہ کا حجم دریافت کرو۔

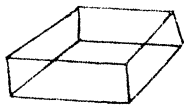
(۸) فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہی اور عرض ۱۰ انچ ارتفاع ۲۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کے ایک سرے سے دوسرے شلشی سرے کے متوازی گذری ہی اور فانہ کو مخروط اور منشور میں تقسیم کرتی ہی تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو۔

(۹) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۸ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سے ۱۸ انچ کے فاصلہ پر گذرتی ہی اور اوس کنارہ کے اس سرے پر جو طرف مثلثی ہے اوسکی متوازی ہے اور فانہ کو دو حصون مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۳۰ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور عرض ۱۵ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ اور فانہ ایک سطح سے ایسے دو حصون مین منقسم ہوتا ہی کہ مجموعہ تینون متوازی کنارون کا ۴۲ انچ ہے

ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

اٹھائیسوین فصل مجسم ذوزنقہ



(۲۸۳) مجسم ذوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ — دونو سرونکے رقبون کو جمع کرو۔

اور اس سطح متفاصل کا جو عین وسط مین سرونکی متوازی ہی جو چنیدہ رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو۔

اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو حاصلضرب کا چھٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین۔

(۱) ایک سر یکا رقبہ ۴ مربع فیٹ اور دوسرے سر یکا ۹ مربع فیٹ ہی اور سطح متفاصل متوسط کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی۔

$$۴ + ۲۴ + ۹ = ۳۷ \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۶} \times ۳۷ \times ۲ = \frac{۳۷}{۳} = ۱۲\frac{۱}{۳}$$

پس حجم $۱۲\frac{۱}{۳}$ مکعب فیٹ ہی

(۲) ایک سر یکا رقبہ ۲۲۴ مربع انچ ہی اور دوسرے سر یکا ۲۱۶ مربع انچ اور سطح متفاصل متوسط کا رقبہ ۲۲۱ مربع انچ ارتفاع ۱۸ انچ

$$۲۲۴ + ۸۸۴ + ۲۱۶ = ۱۳۲۴ \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۶} \times ۱۳۲۴ \times ۱۸ = ۳۹۷۲$$

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہی

(۲۸۵) دفعہ (۲۸۳) کے قاعدہ کا اثبات اس بات پر موقوف ہی کہ مجسم ذوزنقہ منشورون اور فانون مین تقسیم ہوتا ہی اونمین سے بعض کے قاعدے مجسم ذوزنقہ کے ایک سرے پر ہوتے ہین اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتے ہین اور سب کی ارتفاع وہی ہوتی ہین جو مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ہوتا ہی۔

(۲۸۶) سطح متفاصل متوسط کا ہر یک ضلع سرونکے اضلاع نظیرہ کے نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہی

پس اگر سرے مستطیل ہون اور اونکی امتداد معلوم ہون تو رقبہ سطح متفاصل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہوسکتا ہی پس متفاصل متوسط کا چوچند برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہے جسکا ہر ایک امتداد مجموعہ سرونکے امتداد نظیرہ کا ہی۔

اور سطح متفاصل متوسط اور سرونکے زاویے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

(۲۸۷) اگر مجسم ذوزنقہ کے سرے متشابہ شکلین ہون اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط ناقص ہوگا اسواسطے حجم اوسکا دفعہ ۲۶۹ کی قاعدہ کے موافق دریافت ہوسکتا ہی ان دونو قاعدونکو مقابلہ کرکے دیکھین تو معلوم ہوگا کہ اس حالت مین چوچند رقبہ سطح متفاصل متوسط کا برابر ہے اوس مجموعہ کے جو سرونکے دو چند رقبون اور اونکے حاصلضرب کے دو چند جذر کے جمع کرنیسے حاصل ہوتا ہی۔

(۲۸۸) اب ہم مجسم ذوزنقہ کے معنی یہانتک بڑہاتے ہین کہ اون مجسمات کو بہی کہ جنکے سرے اشکال مستقیمۃ الاضلاع نہون مجسم ذوزنقہ کہتے ہین اور اونکی تعریف یہ کرتے ہین کہ مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جنکے سرے متوازی ہون اور اور اطراف اونکی مستقیم ہون اور اطراف مستقیم سے مراد ہماری یہ ہی کہ اوسکی حدود کے کسی نقطہ پر خط مستقیم رکہین تو وہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک سطح پر منطبق ہوجاے۔ اس تعریف مین مخروط مستدیر یا ناقص بہی آجائیگا اور مخروط مستدیر ناقص کا ہر ایک حصہ بہی شامل ہوجائیگا جو اوس سطح سے کہ دونو سرونسے ملتی ہی قطع ہوتا ہے۔

جب ذوزنقہ کو ایسی وسیع معنی لئی جائین تو اس حالت مین بہی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوسپر حاوی ہوگا

(۲۸۹) مجسمات ذوزنقہ کی جسامت دریافت کرنیکا قاعدہ جو ہی اوس سے بہت سے اور مجسمات کا بہی حجم دریافت ہوسکتا ہی مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ مین مشکل ہے جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میرے ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۹۲ کو دیکھو۔

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے ذوزنقہ ہین اور چار کنارے متوازی ہین اور ایک سرے کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فیٹ اور ۳۲ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۰ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی بہی امتداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہین اور سرونکے درمیان فاصلہ

۱۱۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

متفاصل متوسط ذوزنقہ ہی اوسکی اضلاع متوازیہ مین سے ایک ضلع ۱۰۰ + ۸۰ فیٹ کا نصف یعنے ۹۰ فیٹ ہی اور دوسرا ضلع ۳۲ + ۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۳۱ فیٹ ہی اور فاصلہ ان اضلاع متوازیہ کے درمیان نصف مجموعہ سرونکے اضلاع مناظرہ کا

یعنی ۲۸ + ۲۶ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ

ہر ایک سر یکا رقبہ مربع فٹون مین = $۲۸ \times \frac{۱۳۲}{۲} = ۱۸۴۸$

اور دوسرے سر یکا رقبہ مربع فٹون مین = $۲۶ \times \frac{۱۱۰}{۲} = ۱۴۳۰$

اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فٹون مین = $۲۷ \times \frac{۱۲۱}{۲} = ۱۶۳۳$

جوچند رقبہ = ۶۵۳۴

۱۸۴۸ + ۱۴۳۰ + ۶۵۳۴ = ۹۸۱۲ اور $\frac{۱}{۶} \times ۹۸۱۲ \times ۱۱۲ = ۱۸۳۱۵۷$

پس ۱۸۳۱۵۷ مکعب فیٹ حجم ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۶ انچ قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہی اور ان تینون حصونکی ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہان حصے دو مجسم ذوزنقہ ہین اور ایک فانہ ہی اور ارتفاع ہر یکا ۲ انچ ہی اور مجسم ذوزنقہ کا ایک سر استطیل ہی جسکا طول و عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ اور بموجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے دوسرے مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے اور طول و عرض اوس کا ۱۹ انچ اور ۳ انچ ہین حجم بموجب دفعہ ۲۸۲ کے ۱۶۱ مکعب انچ ہی۔

فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہی تو بموجب دفعہ ۲۷۲ کے ۵۹ مکعب انچ حجم ہی

تینون حجمون کا مجموعہ مکعب انچون مین ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ یعنی ۴۵۹ ہے اور یہ برابر اصل فلز کے حجم کے ہے اور یہ برابر ہونا ہی چاہئے تھا۔

اٹھائیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کھودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سر مستطیل ہو اور اونکی امتداد متناظرہ ۴۰ فیٹ سے ۱۸۰ فیٹ اور ۲۵ فیٹ سے ۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کھودین۔

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کھودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور اوپر نیچے کے سر مستطیل ہون اور امتداد متناظرہ اونکی ۴۰ فیٹ سے ۱۸۰ فیٹ اور ۲۵ فیٹ سے ۳۵ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کھودین۔

(۳) ایک چبکڑا ہے جو ۴ انچ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کے سر مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۱ سے ۵۴ انچ اور ۴۲ سے ۱۳۰ انچ ہین اور اوسمین کوئلہ بھرا ہے تو بتاؤ کوئلہ کا حجم کیا ہے۔

(۴) ایک نہر ۱½ فیٹ گہری ہے اور اطراف ماتحت اور مافوق اوسکی مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۲۵۰ فیٹ سے ۱۶ اور ۴۰ فیٹ سے ۱۴ ہین تو بتاؤ اوسمین کتنے گیلن پانی آتا ہے۔

(۵) ریل کے واسطے سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور ہے سر سے اوسکے ذوزنقہ ہین اور چارون کنارے ایک دوسرے کے متوازی ہین اضلاع متوازیہ ۱۴۴ فیٹ اور ۳۶ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۳۶ فیٹ ہے اور دو سر سے کی امتداد متناظرہ ۱۰۸ فیٹ اور ۳۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان فاصلہ ۱۳½ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ کھدائی ہوگی۔

(۶) ایک مجسم ذوزنقہ کے سر مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فیٹ سے ۱۰ اور ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور سطح متوازی سرون کی عین وسط مین اونکی متوازی ایک سطح گذرتی ہے اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۷) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ اوسکی ۱۶ فیٹ سی ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۸ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی سرونکی متوازی سطوح سے یہ مجسم تین حصون مین تقسیم ہوا ہی اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) مجسم ذوزنقہ کے دو سرے مستطیل ہین امتداد متناظرہ ۲۰٫۵ فیٹ سی ۱۶ فیٹ اور ۱۴ فیٹ سے ۱۲ ہین اور ذوزنقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور ایک سرے کے مقابل اضلاع کلان مین سے ہر ایک مین سطح گذرتی ہی اور اوسے مجسم دو فانون مین تقسیم ہوتا ہی تو ہر ایک فانہ کا حجم دریافت کرو۔

(۹) فانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۱۸ انچ اور عرض ۷ انچ ارتفاع فانہ ۶ انچ ہے عین وسط مین سے ہوکر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہے اوسے فانہ دو حصون مین منقسم ہوتا ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۲۰٫۲ انچ ہی قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہی اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع فانہ کا ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصونکے آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظر ۱۸ فیٹ سے ۱۰ اور ۱۲ فیٹ سی ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی بڑے سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی سے اوسکے دو حصے ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح متفاصل مربع ہے۔

(۱۲) مثال گذشتہ مین دونو حصون کی جسامت دریافت کرو۔

اونتیسوین فصل کرہ کے بیان مین

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو۔

قاعدہ۔ قطر کے مکعب کو ۱۶/۹ کے چھٹے حصہ مین یعنی ۵۲۳۶ مین ضرب دو۔

(۲۹۲) مثالین۔

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے۔

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶ء × ۱۰۰۰ = ۵۲۳۶ء مکعب انچ

پس کرہ کی جسامت تقریبًا ۵۲۳۶ء مکعب انچ ہی

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہی

۳½ کا مکعب ۴۲۸۷۵ء ہی اور ۴۲۸۷۵ء × ۵۲۳۶ء = ۲۲۴۴۹۳۵ء

پس کرہ کا حجم تقریبًا ۲۲۴۵ء مکعب فیٹ ہی۔

(۲۹۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہوجائیگی کہ اوس کرہ کے حجم مین سے جسکا قطر برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کے برابر ہی اوس کرہ کا حجم تفریق کرین جسکا قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجوف کے ہوا سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جو نیچے لکھا جاتا ہی

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ قطر بیرونی کی مکعب مین سے قطر اندرونی کا مکعب کو تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۵۲۳۶ء مین ضرب دو

(۲۹۵) مثالین۔

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ

یہان قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹، اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہی ۷۲۹ - ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۵۲۳۶ء × ۳۸۶ = ۲۰۲۱۰۹۶

پس کرہ مجوف کا حجم تقریبًا ۲۰۲۱۱ مکعب انچ ہی

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۱½ انچ ہی

پس یہان قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۲۱۹۷ - ۱۰۰۰ = ۱۱۹۷ اور ۵۲۳۶ء × ۱۱۹۷ = ۶۲۶۷۴۹۲ء

پس کرہ مجوف کا حجم ۶۲۶٫۵ مکعب انچ ہی

(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۴ کے قاعدہ سے اوس جسم کا حجم جو دونو کردن کی سطحون کے درمیان واقع ہی دریافت ہو جائیگا اور یہ حجم اوس صورت مین بہی معلوم ہو جائیگا کہ دونو کرونکے مرکز ایک نہ ہون۔

(۲۹۷) بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین۔

(۱) کرہ کے دائرہ اعظم کا محیط ۲۸ انچ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کرین تو موجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸٫۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا۔

اور پہر موجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۳۶۹٫۱۲ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا۔

(۲) ایک سیسہ کی گولی کا قطر ۵ انچ ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۳٫۳ چھٹانک ہی۔

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہی ۱۲۵ × ۵٫۲۳۶ = ۶۵٫۴۵ پس گولی کا حجم ۶۵٫۴۵ مکعب انچ ہے

اسلئے اوسکا وزن ۶۵٫۴۵ × ۳٫۳ = ۲۱۵٫۹۷۵ چھٹانک

(۳) ایک مکعب انچ سونیکا وزن ۵۹٫۵ چھٹانک ہوتا ہی تو اوس سونیکے گولہ کا وزن دریافت کرو جسکا وزن ۵۰۰ چھٹانک ہی

مکعب انچونکی تعداد گولہ مین $\frac{۵۰۰}{۵۹٫۵}$ یعنی قریب قریب ۸۹٫۳۳۴ کے ہی یہ عدد برابر قطر کے مکعب ۱٫۵۲۳۶ کے حاصل ضرب کے ہوگا۔

پس قطر کا مکعب حاصل کرنیکے واسطے ۸۹٫۳۳۴ کو ۱٫۵۲۳۶ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۵۸٫۶۱۵ ہوگا

پس جذر المکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہی کہ جذر المکعب ۵۸٫۶۱۵ ہی

پس گولہ کا قطر ۵٫۵ انچ کے قریب قریب ہی

اوسنتیسوین فصل کی مثالین

جن کردن کے قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو۔

(۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۳۲۷۵ فیٹ

جن کروں کی دوائر عظیمہ کے قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے حجم مکعب فٹ کے دسویں حصہ تک دریافت کرو

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن مجوف کروں کی استادہ بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے حجم مکعب انچ دریافت کرو۔

(۹) قطر بیرونی ۵ انچ اور اندرونی ۴ انچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۷ انچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۶ انچ اور اندرونی ۱۲ انچ

(۱۳) ایک نصف کرہ کی شکل کا کاسہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا ہے اوسمین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سمائیگا

(۱۴) ایک نصف کرہ کی شکل کا ایک تالاب ہے اور اوسکا قطر ۱۰ فیٹ ہے اوسمین ایک ہانہ ایسا لگا ہوا ہے کہ ۹ گیلن پانی ایک منٹ مین اوسے پُر ہوتا ہے تو بتاؤ کتنی دیر مین یہ تالاب پر ہوگا۔

(۱۵) ایک سطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اوسکا انتہا کے درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہے اور قطر ۳ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک سطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا مجسم ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اوسکا طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس مجسم کی برابر پانی کے حجم کا کیا وزن ہوگا۔

(۱۷) ۴½ انچ قطر کا کرہ ایک لکڑی کے مکعب مین سے جسکا کنارہ ۴½ انچ ہے قطع ہوا ہے تو بتاؤ کتنی لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی۔

(۱۸) لوہے کے گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲۷۱ چھٹانک ہے۔

(۱۹) سیسہ کے کرہ کا ۴ انچ قطر ہے اور اوسکا وزن ۳ ۲۲۱ اونس ہے تو اوس سیسہ کے کرہ کا وزن دریافت کرو جسکا قطر ۵ انچ ہو۔

(۲۰) اگر ۳ مکعب انچ بارود کا وزن آدھ سیر ہو تو ۷ انچ قطر کرہ مجوف مین وہ کس قدر سمائینگے۔

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ مین کتنی بارود آئیگی -

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہی اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہی اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہی جسکا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲۱۶ پونڈ ہی تو اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱½ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہے کا بنا ہوا ہی اور لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴ ہنڈریڈ ویٹ ہوتا ہی اوس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو -

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۸،۴ انچ ہی اور قطر اندرونی ۷،۲ انچ ہی تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہوگا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ جسکے ایک مکعب فٹ کا وزن ۸۸۶،۰ اونس ہو -

(۲۵) ۱⅛ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہی اور ایسی دہات کا بنا ہوا ہی جسکے ایک مکعب انچ کا وزن ۴،۴ اونس ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۶) ۳½ انچ دل کی مجوف گولی ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۵½ انچ ہی اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہی جسکی ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہی اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۴ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۲ انچ موٹی جسکا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رہیگی -

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہین اور وزن اوسکا ۸½ پونڈ ہے اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جسکے قطر بیرونی ۴½ انچ اور ۴ انچ ہون بنائین تو اوسکا کیا وزن ہوگا -

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ایک مخروط مستدیر ۴ انچ بلند اور قاعدہ جسکا نصف قطر ۲ انچ ہو بنائین اور ایک اندر سے خالی گولہ کہ ۴ انچ اور ۴ انچ قطر بیرونی کا بنائین تو ان دونو کا حجم آپسمین برابر ہوگا -

(۳۰) لوہے کا مخروط مصنع ایسا ہی کہ ارتفاع اوسکا ۸ انچ ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہی اور ہر ایک ضلع اوسکا ۲ انچ ہی اور ۴ انچ کے قطر کی گولی کا وزن

۹ پونڈ ہی تو اس مخروط مصنع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہی تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا کہین کہ حجم اوسکا برابر اوس کرہ کے ہو کہ جسکا قطر ۴ انچ ہو۔

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اوسکے قاعدہ کا وہ نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو۔

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۲۲ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ جس سے مخروط اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جسکا قطر ۱ فیٹ ہو۔

(۳۴) ایک مجسم اس طرح بنا ہی کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہی اور دوسری طرف نصف کرہ ہی اوس قاعدہ کا قطر ۶ فیٹ ہی اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہی تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ہی

ان مثالون مین جذر المکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہی

(۳۶) اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس کرہ کے ہو جسکا قطر ۲۰ انچ ہی

(۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس مکعب کے حجم کے ہی جس کا کنارہ ۲۰ انچ ہے۔

(۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس اسطوانہ کے ہو جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو۔

(۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جسمین ۱۵ پونڈ بارود سمائی ہو۔

(۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی $\frac{3}{14}$ پونڈ وزن مین ہی تو جو سیسہ کا گولہ وزن مین ۵۸۸ پونڈ ہو تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا۔

(۴۱) ایک دھات ایسا ہی جسکا ایک مکعب انچ وزن مین ۷۵۷ء۶ اونس ہی تو جو کرہ اس دھات کا وزن مین ۱۶ء۲۲۰ اونس کا بنایا جائے اوسکا قطر بتاؤ

(۴۲) ایک پیتر کی چکتی سطوانہ کی شکل کی ہی ۱۴ انچ اونچی اور ۸ انچ قطر مین ہی اور ۱۲ سیر وزن مین ہی اور ایک اور اوسی چکتی گولہ کی شکل کی ہی اور وزن مین ۹ سیر ہی تو اوسکا قطر دریافت کرو۔

تیسوین فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان مین

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو۔

قاعدہ دونو سرونکے نصف قطرونکے مربعونکے مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ء مین قسمت دو حاصل خارج قسمت حجم ہوگا۔

(۲۹۹) مثالین۔

(۱) سرونکے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہین اور ارتفاع ۲ انچ ہے

۶۴ + ۱۲۱ = ۱۸۵ اور ۳ × ۱۸۵ = ۵۵۵ اور ۵۵۵ + ۴ = ۵۵۹

۵۲۳۶ء × ۲ × ۵۵۹ = ۵۸۵۳۸۴۸ء

پس ۵۸۵ مکعب انچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۴۰۰ + ۴۰۰ = ۸۰۰ اور ۳ × ۸۰۰ = ۲۴۰۰ اور ۲۴۰۰ + ۸۱ = ۲۴۸۱

۵۲۳۶ء × ۹ × ۲۴۸۱ = ۱۱۶۹۱۵۴۴۴ء

پس حجم تقریبًا ۱۱۶۹۱۵ مکعب انچ ہوا۔

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھین کہ قطعہ کرہ کا ایک سر کھپہ نہین ہی تو دفعہ ۲۹۸ مین جو قاعدہ بیان کیا گیا ہی اوسی قطعہ کرہ کا حجم بھی دریافت ہوسکتا ہی مگر اس امر کے واسطے جدہی قاعدہ بیان کرنا مناسب ہی اور اوسمین بڑی آسانی ہے۔

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ سہ چند مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ مین پس حاصل حجم ہوگا

(۳۰۲) مثالین۔

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی اور ارتفاع ۳۰ انچ ہی

۳۰ × ۲۵ = ۷۵۰ اور ۷۵۰ + ۹ = ۸۴۹ اور ۸۴۹ × ۳ × ۵۲۳۶ = ۱۳۱۶۹۴۷۲

پس حجم تقریبًا ۱۳۲ مکعب انچ ہی

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳½ فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ

۹ انچ = ۳/۴ فیٹ اور ۳/۴ کا مربع = ۹/۱۶

قاعدہ کا نصف قطر = ۷/۴ فیٹ اور ۷/۴ کا مربع = ۴۹/۱۶

۳ × ۴۹/۱۶ = ۱۴۷/۱۶ اور ۹/۱۶ + ۱۴۷/۱۶ = ۱۵۶/۱۶ = ۳۹/۴

۳/۴ × ۳۹/۴ × ۵۲۳۶ = ۳۶۸۲۸۲۵ پس حجم تقریبًا ۳۶۸۳ مکعب فیٹ ہی

(۳۰۳) مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہی اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہی قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہی دفعہ (۷۸) کی شکل کا یہان ہی استعمال کرو

تو ی د = ۳ انچ اور ی ف = ۱۴ انچ بموجب دفعہ (۸۹) کے ہمکو مربع ا د = ۳۳ دریافت ہوگا

۳ × ۳۳ = ۹۹ اور ۹۹ + ۹ = ۱۰۸ اور ۱۰۸ × ۳ × ۵۲۳۶ = ۱۶۹۶۴۶۴

پس قریب ۱۷۰ مکعب انچ کے حجم ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۴ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ (۷۸) کی شکل کو استعمال مین لاؤ تو

ا د = ۲۴ انچ اور ا س = ۲۵ انچ بموجب دفعہ (۶۲) کی ہمکو دریافت ہوگا کہ س د = ۷ انچ

اسیواسطے دی = ۱۸ انچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۵۷۶ × ۳ = ۱۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۴ = ۲۰۵۲

۲۰۵۲ × ۱۸ × ۵۲۳۶ = ۱۹۳۳۹ ۶۸۹۶

پس تقریباً ۱۹۳۴۰ مکعب انچ حجم ہے

تیسوین فصل کی شالین

(۱) منطقہ کرہ کی سروں کے نصف قطر ۱۰ انچ اور ۸ انچ ہین اور ارتفاع ۳ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور ارتفاع ۶ انچ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہی اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہی مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے وہ دو قطعون مین منقسم ہوتا ہی اون دونومین سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہی اور وہ دو قطعون مین منقسم ہوا ہی اور ایک قطعہ کا ارتفاع بہ نسبت دوسرے قطعہ کے دوچند ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲½ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۱۶ انچ لمبی اور ۲ انچ قطر کی ہی اور اوسکے سرون پر دو گولے لگے ہوئے ہین ہر ایک کا قطر ۴½ انچ ہی یہ سب لوہے کے ہین اور لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ پونڈ وزن مین ہوتی ہے تو بتاؤ

اوس سلاخ اور گردن کا سب وزن ملکر کیا ہے۔

(۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہی اور وہ دو متوازی سطحون سے حصونمین منقسم ہوا ہی اور ان حصون کے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۴) کرہ ۱۶ انچ قطر ہین ہی اور چار حصون مین متوازی سطحون سے منقسم ہوا ہی اور اونکے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۵) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکے دونو سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی۔

(۱۶) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکا ہر ایک سرا مرکز کے مقابل جانبون مین واقع ہی اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی۔

(۱۷) ایک قطعہ کرہ کی شکل کا پیالہ ہی اور اوسکا عمق ۹ انچ اور قطر اوسکا ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ پینٹ کے کتنے قریب پانی اوسمین سمائیگا۔

(۱۸) اس دعوی کو مختلف صورتون سے حساب لگاکر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع کرہ کی نصف قطر کی چوتھائی ہی تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اوس کرہ کے حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہی۔

اکتیسوین فصل مجسمات غیر منتظم

(۳۰۴) اب وہ ترکیبین ہم بیان کرتے ہین جس سے بعض صورتونمین ہم کو اون مجسمات کے حجم دریافت ہوجائین جو اون قاعدونکے اندر داخل نہین ہین جنکا بیان ہمنے ابتک کیا ہی۔

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہی کہ پانی مین ڈوب جاتا ہی اور پانی مین ڈوبنے سے اوسکا کچھ نقصان نہین ہوتا ایک مکعب کی شکل کا یا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویا اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا طرف لو جس مین آسانی ہو اور اوسمین اوس مجسم کو رکھدو اور اوسمین پانی بھر یہانتک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جائے اور جہانتک پانی طرف مین ہو وہان نشان کرلو

اب مجسم کو پانی مین سے نکال لو اور جہان پانی ٹھہرے وہان طرف مین نشان کرو ظاہر ہی کہ مجسم کا حجم برابر اوس پانی کے حجم کے ہوگا جو اون دو نشانون کے درمیان طرف مین سماتا ہی اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے۔

یا اس طرح عمل کرو کہ طرف کو بالکل پانی سے لبالب بھر دو اور اوسمین سے مجسم کو رکھہ دو اور جتنا پانی طرف سے نکلجاے اوسے ناپ لو۔

(۳۰۶) اگر مجسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکے حجم کا اندازہ اوسکے وزن سے استخراج کر سکتے ہین یعنی کہ اوس مجسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہی اوسکے ایک مکعب انچ کا وزن دریافت کرین اور مجسم کے وزن کو اس وزن مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت حجم مجسم کے مکعب انچونکی تعداد ہوگا اگر بجاے ایک انچ مکعب کے ہمکو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو تناسب کے حساب سے اوس مجسم کا حجم دریافت کر سکتے ہین اونسیوین فصل کے آخر مین مثالین اس اصول کی لکھی ہین کہ اگر مجسمات کا مادّہ ایک ہی ہو تو اونکے وزنون مین وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے حجمون مین نسبت ہوتی ہی۔

(۳۰۷) اٹھارہوین فصل مین جو قاعدہ لکھا ہی اوسی کے متشابہ ایک قاعدہ مجسمات کے واسطے بھی ہی اوسی بعض مجسمات کے حجم تقریباً دریافت ہو جاتے ہین۔

مجسم کے طول کو برابر حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطوح طول مجسم پر عمود نکالو سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرو اور اول و آخر رقبونکو اور باقی طاق رقبون اور حصت رقبون کے چوچند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کی سطوح متفاصل کے فاصلہ مشترک مین ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔

(۳۰۷) قاعدہ مذکور عموماً اوس حالت مین کہ حجم بہت سی سطوح متفاصل سے منقسم ہوگا زیادہ تر صحیح ہوگا مگر جہان مجسم بہت ہی غیر منتظم ہو وہان قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہین چاہیے سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتون کے نہایت مشکل ہوتا ہی اس لئے قاعدہ

مذکور عملاً گچھہ کا کام نہین۔

اکتیسوین فصل کی مثالین

(۱) سطوانہ کی شکل کا ظرف ہی اور اوسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ ہے ایک پتہر کا ٹکڑا ظرف مین رکھا گیا اور ظرف مین پانی اتنا بڑا گیا کہ پتہر ڈبک گیا اور جب پتہر کو نکال لیا پانی ۶ انچ اوتر گیا اوس پتہر کا حجم دریافت کرو۔

(۲) ایک مکعب فٹ سنگ مرمر کا وزن ۲،۱۶ اونس ہے تو جس سنگ مرمر کا وزن ۴ ٹن ۸ ہنڈریڈویٹ ہوگا اوسکا کیا حجم ہوگا۔

(۳) پانی سے بھرا ہوا پیپہ ۳ ہنڈریڈویٹ وزن مین ہی اور جب پیپہ خالی ہوگیا تو اوسکا وزن ۴۰ پونڈ رہ گیا تو ظرف مین تقریباً بتاؤ کتنے گیلن پانی تھا۔

(۴) پانچ برابر فاصلون پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کھینچی گئی ہین اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہے اور رقبے ان سطوح متفاصل کے ۲،۷،۳ اور ۵،۲۸ اور ۶،۹۶ اور ۷،۵ اور ۱۰،۷،۲ ہین تو انجام کے سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۵) پانچ برابر فاصلے پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کھینچی گئین اور فاصلہ مشترک ۶ انچ اور سب سطوح متفاصل دوائر ہین اور اونکے محیط جداجدا ۵،۱ انچ و ۶،۳ انچ و ۶،۹ انچ و ۷،۶ انچ و ۸،۳ انچ ہین تو انجام کی سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

بتیسوین فصل مجسمات متشابہ کے بیان مین

(۳۰۹) مجسمات متشابہ وہ کہلاتے ہین جنکی صورت ایک سی ہو گو اونکے حجم مختلف ہون اکثر روزمرہ کی بول چال مین جو مجسمات متشابہ ہوتے ہین اونمین ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہین۔

(۳۱۰) تمام مکعب متشابہ ہوتے ہین تمام کرے متشابہ ہوتے ہین۔

(۳۱۱) بہت سی صورتون مین ایسا ہوتا ہی کہ وہان آسانی سے یہ بات دریافت ہوجاتی ہی کہ مجسم متشابہ ہین مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے تینون کنارے جو ایک کونہ پر

ملتے ہین دوگنی تگنی یا کچھ اور گنی ایک دوسرے مجسم کی ایسی ہی کنارون سے ہون تو ہم کہینگے کہ دونو مجسم متشابہ ہین اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دوگنا یا تگنا یا کچھ اور گنا دوسرے مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم متشابہ کہینگے۔

اور علی ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانہ کے متشابہ ہونے کا ہی۔

ان بیانات کو اختصاراً اسطرح بیان کیا کرتے ہین۔

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے متناسب ہون تو وہ مجسم متشابہ ہونگے اگر قاعدون کے قطر اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب ہون تو وہ دونو متشابہ ہونگے۔

(۳۱۲) متشابہ مجسمات کے باب مین یہ مقدمہ اصل اصول ہی کہ

مجسمات متشابہ کے حجمونمین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے متناظرہ طولون کے مکعبون مین

مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطر ۱ انچ ہی اور دوسرے کرہ کا قطر ۲ انچ ہی تو پہلے کرہ کے حجم کو دوسرے کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ۱ کے مکعب کو نسبت ہی ۲ کے مکعب سے یعنی جو ۱ کو ۸ کو نسبت ہی

۴ سے اس سے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چھوٹے مکعب سے قریب دوچند کے ہی

جو لوگ اس اصول مین توجہ نہین کرتے اونکو یہ حال نہین معلوم ہوتا ہی کہ مجسمات کی بعض امتداد کے بڑہنے سے حجم کس نسبت سے بڑہ جاتے ہین اور اوسکے اندر وہ بڑی مشکل مین پڑجاتے ہین اور دھوکہ کہاتے ہین۔

(۳۱۳) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے لکھتے ہین۔

(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہی تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دوچند ہو اوسکے کنارہ مین تعداد فٹون کی دریافت کرو۔

تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک کے مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۲ کو ہی ایک سے پس اس سے معلوم ہوا کہ تعداد مطلوب ۲ کا جذر المکعب ہے اور اوسکو نکالو تو ۱٫۲۵۹۹۲۶ نکلے گا۔

اس سے ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ مکعب کا کنارہ ۲۶ء۱ فیٹ ہی وہ اوس مکعب سے کہ جسکا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھہ ہی دوچند سے زیادہ حجم مین ہوتا ہی۔

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوسمین سے ایک مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک مخروط مفروض کی چوتھائی ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتھائی ہی تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسیواسطے جو مخروط باقی رہا ہی اوسکی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۱۲۸ کی $\frac{3}{4}$ کو نسبت ہی ۱۲۹۶ سے پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنے کے رہا ہی ۱۲۹۶ کا جذر المکعب ہے اور وہ ۱۰٫۹۰۲۰ نکلتا ہی۔

پس اس سے معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲ − ۱۰٫۹۰۲۷ یعنے ۱٫۰۹۷۳ ہے

(۳) ناقص مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر ۶ فیٹ اور ۱ فیٹ ہین اور اوسکا ارتفاع ۳ فیٹ ہی قاعدہ کے متوازی ایک سطح ایسی کھینچو کہ اوسکے دو برابر حصے ہوجائین دفعہ ۲۱ کی شکل مین اب اور س د دائرون کے قطر ہین اور بموجب اوس دفعہ کے

ک ل = ۴٫۵ اور ہ م = ۰٫۵ فرض کرو کہ سرے سطح مطلوب کا عمودی فاصلہ ک ل سے تعبیر ہوتا ہے تو ہمکو یہ دریافت ہوگا کہ ل ا کا مکعب ابر نصف مجموعہ ک ا اور ہ م کے مکعبون کے ہے

اور مکعب ۴٫۵ = ۹۱٫۱۲۵ اور مکعب ۰٫۵ = ۴۲۱٫۸۷۵

پس مکعب ک ل = ۵۱۳ کے $\frac{1}{2}$ = ۲۵۶٫۵

اور اسیواسطے ک ل مین فٹون کی تعداد = ۲۵۶٫۵ کے جذر المکعب کے یعنی ۶٫۳۵۳۷ کے

پس اس سے معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چھوٹے سرے سے

= ۶٫۳۵۳۷ − ۴٫۵ = ۱٫۸۵۳۷

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم سب طرح سے کتنا کتنا چاہا جائے کہ ایک مخروط مضلع ایسا بنجائے

کہ اوسکے قاعدے مربعے ہون اگرچہ مثال ٹھیک ٹھیک متشابہ مجسمات کے باب سے علاقہ نہین رکھتی مگر وہ آسانی سے بیان ہوسکتی ہی اسلئے لکھدی ہی۔

فرض کرو کہ سر کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کے مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ مین

$= \frac{1}{2} \times 19 \times 14 \frac{16}{19} \times 12 = 3 \frac{7}{19} \times 38 \frac{16}{19}$ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چارون طرف سے چپلا گیا اور اوسکے سرے مربعے بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین تو بموجب دفعہ ۲۶۸

مخروط مستدیر کا حجم مکعب فٹ مین $= \frac{1}{3} \times 38 \times 12 = 152$

اسواسطے جو جسم کہ چپلا کرنے سے رہا ہی $86 \frac{16}{19}$ مکعب فیٹ ہی اور اصل حجم کا $\frac{86 \frac{16}{19}}{238 \frac{16}{19}}$ حصہ یعنی ۳۶ حجم مخروط مستدیر کا ہی یعنے قریب قریب $\frac{9}{25}$ اصل حجم کے اس عمل کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے جواب حاصل ہوا ہی استحان کرنے سے یہ بھی واضح ہوگا کہ سرون کے نصف قطر خواہ کچھ ہی ہون یہی عمل کا حاصل ہوگا جواب ہوا ہی۔

پس اس سے ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہی۔

بتیسوین فصل کی مثالین

(۱) توپ کا گولہ ۳ $\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ۱۰ پونڈ وزن مین ہی تو بتاؤ اوسی دہات کے گولہ کا وزن جسکا قطر ۵ $\frac{1}{2}$ انچ ہی کیا ہوگا۔

(۲) اگر دخانی کل کا نمونہ وزن مین ۱۰ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی دہات سے بنائی جائے جسکا کہ نمونہ بنا ہی اور اوسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادون سے نو گنی ہون تو اوس کل کا وزن دریافت کرو۔

(۳) دو اسطوانے مستدیر قائم متشابہ ہین اور اونکی ارتفاع ۱۰ انچ اور ۱۱ انچ ہین تو ثابت کرو کہ اونکی متشابہ رو اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۱۰۳ انچ ہو جسم مین دونو اسطوانون کے

مجموعہ کے مجموعہ سے کم ہی اور وسطوانہ جسکا ارتفاع ۴، ۱۱ انچ ہو اونکے نوسطوانونکے مجموعہ سے بڑا ہی۔

(۴) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۶ انچ اور اوسکا حجم ۴۰۰ مکعب انچ ہے قاعدہ سے ۴ انچ کے فاصلہ پر قاعدہ کی متوازی ایک سطح کھینچی گئی ہی اس سطح سے مخروط کے جو دو حصے ہون اونکے حجم دریافت کرو

نیچے کی چار مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا

(۵) توپ کا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۳ سیر وزن مین ہے تو جو گولہ اوسی دھات کا ۱۰ سیر وزن مین ہو اوسکا قطر کیا ہوگا

(۶) اسطوانہ مستدیر قایم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی تو اوس سے حجم مین جو نوگنا اسطوانہ متشابہ ہو اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷) مخروط ناقص کے سرون کے قطر ۲ فیٹ اور ۱۶ انچ ہین اور ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور وہ دو برابر حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کے متوازی ہی تقسیم ہوا ہی تو چھوٹے سرے سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور مین مخروط ناقص تین برابر حصون مین دو سطحون سے کہ قاعدہ کی متوازی ہون منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو۔

(۹) مسدس منتظم پر ایک مخروط مضلع قائم ہی اوسکو خراد پر چڑہا کر مخروط مستدیر بنایا ہی تو ثابت کرو کہ ایک دسوین حصہ سے اوسکا کچھ ہی زائد خیراد پر چھیلا گیا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکے حجم کو چار وںطرف سے چھیل کر ایسا اوتارا ہی کہ وہ مخروط مستدیر بنگیا ہی تو ثابت کرو کہ کچھ ہی زیادہ اصل حجم کا ½ حصہ چھیل کر اوتارا گیا ہی۔

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ہر ایک کنارہ ۵ فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم $\frac{25}{6}$ ایک مکعب فٹ کا ہی اور مخروط مضلع کا حجم جسکا قاعدہ مربع ہو اسطرح دریافت ہوگا کہ کنارہ کو مکعب کو $\frac{25}{6}$ مین ضرب دین۔

(۱۲) ستطیل پر مخروط مضلع بنایا ہی اور اوسکا ہر ایک کنارہ ۵ ایک فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم $\frac{25}{12}$ مکعب فٹ ہی اور جو مثلث پر مخروط بنایا جاے اور اوسکا ہر ایک کنارہ برابر ہو تو اوسکا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{25}{12}$ مین ضرب دینے سے دریافت ہوگا۔

پانچوان باب سطوح مجسمات کے رقبے

تینتیسوین فصل سطوح مستوے

(۳۱۴) جن سطوح سے کہ مجسمات احاطہ ہوتی ہین اونکے رقبے دریافت کرنیکا حال لکھتے ہین اگرچہ یہ مضمون باب سوم سے متعلق تہا اور وہان بیان کرنا مناسب تہا مگر مبتدیون کے واسطے اس بات مین آسانی ہی کہ اول وہ مجسمات کی جسامت دریافت کرنیکا بیان سیکہین اور بعدازان اونکی سطوح کے رقبونکے معلوم کرنے کی کیفیت جانین۔

(۳۱۵) سی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اونہین قاعدون سے دریافت ہوسکتا ہے جو ہمنے باب سوم مین بیان کئے ہین اب ہم مختلف صورتین ان سطوح کی بیان کرتے ہین مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہین اور مجسم متوازی السطوح کی اطراف متوازیہ متوازی الاضلاعین ہوتی ہین دو یا چار اونمین سی قائم الزاویہ بہی ہوسکتی ہین منشور کے سرے مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین منشور قائم مین اطراف قائم الزاویہ اور منشور مائل مین اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین مخروط مصلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہی اور اور اطراف مثلث ہوتی ہین مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط مصلع ناقص کے سرے مثلث اور مستقیمۃ الاضلاع ہوتے ہین اور اور اطراف ذوزنقہ ہوتی ہین۔ فانہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفون مین سے ہر ایک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہی غرض سب صورتون مین مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین جنکے رقبے اون قواعد سی دریافت ہوتے ہین جو اوپر بیان ہوئے ہین دائرہ کے رقبے دریافت کرنیکا قاعدہ بہی بیان ہوا ہی اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتون مین ہوگا کہ سطوانہ مستدیر کے سرے دائرے ہوتے ہین مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی۔ ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے دائرے ہوتے ہین۔ قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی منطقہ کرہ کے سرے دائرے ہوتے ہین ان سب صورتون مین دائرہ کے رقبے دریافت کرنیکا قاعدہ کام مین آئیگا۔

باب سوم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونمین سے ہر ایک قاعدہ اس باب مین کام آئیگا مثلاً قطعہ دائرہ کے

رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہی وہ سطوانہ کی اون قطعات کی سطوح کے رقبے دریافت کرنے مین کام آئیگا جو دفعہ ۲۵۵ مین بیان ہوئی

(۳۱۶) مثالین۔

(۱) ایک مکعب ۸ انچ لمبا ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

مکعب کے ہر ایک طرف مربع ہی اور اوسکا رقبہ ۶۴ مربع انچ ہی اور اوسکی چھہ طرفین ہین اسلئے کل سطح ۶ × ۶۴ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہی

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۱۰ انچ لمبا ہی اور باقی چار اطراف جو اس پر ملتے ہین مثلث متساوی الاضلاع ہین مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۶ کے ۴۳٫۳ مربع انچ کے قریب ہے اسواسطے چارون مثلثی طرفون کا رقبہ ۱۷۳٫۲ مربع انچ ہی پس مخروط مضلع کی کل سطح ۲۷۳٫۲ مربع انچ ہی

(۳) ایک طرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنے کے بنایا گیا ہی بیرونی طول اوسکا ۱۰ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو۔

اب سطح بیرونی مین مستطیل ایسے ہین کہ جو ۱۰ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور دو مستطیل ایسے ہین کہ ۳ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور ایک مستطیل ۱۰ فیٹ سے ۳ فیٹ ہی کل رقبہ ۸۰ مربع فیٹ ہی

فرضکرو کہ یہ طرف ایک نصف انچ موٹا دلدار بنایا جائے تو جواب عملاً یہ ہوگا کہ اس ضخامت معینہ کے ایک چادر اوس دھات کی ۸۰ مربع فیٹ اوس طرف کے بنانے کے واسطے لین اس طرح سے ہر ایک سوال جسمین ضخامت فلزات کی مقابلہ طرف کی امتداد کے نہایت چھوٹی ہو حل ہو سکتا ہی۔

دفعہ ۲۴۵ مین ٹھیک ٹھیک کیب حل کرنے کی بیان ہوئی ہی اوسمین بیان کیا گیا ہی کہ بالکل صحیح نتیجہ ۲۸۱۴½ مکعب انچ ہی اب اگر دھات کا ۸۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

موٹائی مین تو اوسکا حجم ۲۸۸۰ مکعب انچ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہی کہ تقریبی حجم جو نکالا ہے وہ اصل حجم سے کچھ زائد ہے جس قدر مادہ کی ضخامت پتلی اور بارہ یک ہوگی اوسی قدر حجم تقریبی اور حجم اصلی مین کم فرق ہوگا

(۴) ایک طرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہی اور اوسکا ڈھکنا نہین ہی اور اوسکا قاعدہ مربع ہی اور اوسمین ایک مکعب فٹ کی سمائی ہی اور اوسکا ارتفاع اوسکے طول سے نصف ہی تو اوسکی اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

ایک طرف اوسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جسمین ۲ مکعب فٹ سمائینگے یعنی ۳۴۵۶ مکعب انچ اوسی سے معلوم ہوگا کہ قاعدہ کے ضلع کا طول ۳۴۵۶ کا جذر المکعب ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵٫۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہی تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف مین سے ہر ایک سے ہوگا اس واسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچون مین سہ چند ۱۵٫۱۱۹ کے مربع سے وہ ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۸۵٫۷۵ ہی

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ مین دہات کا ظرف بنایا جاے اور اوسکی ہات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۶۸۶ مربع انچ ظرف کے بنانے مین صرف ہوگی۔

(۳۱۷) اوپر کی دو مثالون مین جس اصول کی توضیح ہوئی ہی وہ اسطرح بیان مین آتا ہی کہ ہم ظرف کو کسی فلزات یا دہات کا بنانا چاہین اور اوسکی بارہ یک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلز کی چادر ظرف کی سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دلچسپ صورتین بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہین مثلاً ۳۱ باب کے آخر مین جو مثالین ۳۰ سے ۳۴ تک لکھی ہین اونکے نتائج کا مقابلہ کرین اور اسی قبیل کی مثالونکے دیکھنے سے ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتے ہین کہ ایک ظرف جسکا سماؤ معلوم ہی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جاے اور اوسکا قاعدہ مربع ہو اور اوسکا ڈھکنا نہ ہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اوس کی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس ظرف بنانے مین جب یہ منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۴۲ سے ۴۶ تک وراوسی قبیل کی مثالون کے نتائج کو دیکھکر ہم کو معلوم ہوتا ہی کہ اگر ڈبکنا ہی ہو تو مکعب بنانے مین بہت کم صرف ہوگا

فرض کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ظرف مربع قاعدہ پیتل بنانا چاہتے ہین اور اوسکی مصالح کی مقدار ہمکو معلوم ہی پس اگر ڈبکنا نہو گا تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑی سی بڑا ہوگا کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈبکنا ہی ہو تو ظرف کا سماؤ اوسحالت مین بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف مکعب ہو۔

تینتیسوین فصل کی مثالین

اون مکعبون کی سطحون کے کل رقبے دریافت کرو جنکے طول بتفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱) ۲ فینٹ ۶ انچ (۲) ۳ فینٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فینٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فینٹ ۷ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطح کے رقبے دریافت کرو

(۵) ۲ فینٹ ۶ انچ و ۳ فینٹ و ۵ فینٹ

(۶) ۲ فینٹ ۴ انچ و ۳ فینٹ ۶ انچ و ۴ فینٹ

(۷) ۲ فینٹ ۸ انچ و ۳ فینٹ ۲ انچ و ۴ فینٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فینٹ ۱۱ انچ و ۳ فینٹ ۱۰ انچ و ۵ فینٹ ۲ انچ

جن مشور شلثی کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطوح کے رقبے دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فینٹ ارتفاع ۸ فینٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۵ و ۷ فینٹ ارتفاع ۱۰ فینٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۱ فٹ ۴ انچ و ۲ فینٹ ۱ انچ و ۳ فینٹ ۳ انچ ارتفاع ۷ فینٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کی اضلاع ۲ فیٹ ۱ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ و ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروط ضلع کا قاعدہ مربع ہی اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ، انچ ہی اور اوس خط کا طول جو راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جائے ۳ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور اوس خط مستقیم کا طول کہ راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جاے ۵ فیٹ ۸ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ہر ایک کنارہ ۸ فیٹ ۵ انچ ہی اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۲۸ فیٹ ہی اور ہر ایک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے اوس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۱ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۱ فیٹ ۴ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اوسکے آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳۹ فیٹ ۲ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین اور اضلاع اونکے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور اوسکے اطراف ذوزنقہ ہین اور اونکے متوازی اضلاع کے درمیان ۶ انچ کا فاصلہ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین اور اونکے اضلاع ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۹ انچ ہین اور ہر ایک طرف ذوزنقہ ہے اور اونکے اضلاع متوازیہ کے درمیان فاصلہ ۱۰ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر ایک کنارہ ۱۵ انچ ہی اوسکی سطح کے کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہین اور باقی کنارونمین سے ہر ایک کنارہ ۱۳ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۳) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور ایک اونمین سے ۷ فیٹ ہی اور اوسکی متناظرہ مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کنارون مین ہر ایک کنارہ ۱۲ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مثلثی کے چارون اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کنارہ ۱۰ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہی اور باقی ہر ایک کنارہ ۶ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۷) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۳ و، و ۹ فیٹ ہین تو جس مکعب کی سطح اس مجسم کی سطح کے برابر ہو اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۱۲ انچ اور اوسکے ذوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۱۳ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۹) فانہ کا کنارہ ۱۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۱۲ انچ اور ذوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۱۹ انچ کل اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کے سرے مسدس منتظم ہین اوسکا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۱) مخروط کا قاعدہ مثمن منتظم ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہی اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲ فیٹ

ایک انچ ہی قاعدہ سمیت اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۸ انچ اور ۱۲ انچ اور ۶ انچ ہین تو جو مکعب اوس مجسم کی برابر ہو اوسکی کل سطح کا کل رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ و ۱۸ و ۲۱ انچ ہین اوسکی سطح دریافت کرو اور اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جسکا ارتفاع وہی ہو جو پہلے مجسم کا تھا اور قاعدہ مربع ہو۔

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جنکا ارتفاع اور مجسم ایک ہی ہو اور اونمین سے ایک مجسم کا قاعدہ مربع ہی تو اوسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطوح کا اور مجسمات کی سطوح سے جنکا ارتفاع اور حجم پہلے مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکے مربعے ہون مقابلہ کرکے ثابت کرو۔

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۷ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثالون مین جذر المکعب نکلے گا

ایک طرف بغیر ڈیکنے کی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہو اور قاعدہ اوسکا مربع ہی اور اوسمین .... مکعب انچ کا سماؤ ہی تو اوسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ صورتمفصلہ ذیل مین دریافت کرو۔

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دوچند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر سہ چند طول کے (۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے۔

ایک طرف ڈیکنے سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسکا سماؤ .... مکعب انچ

ہی تو اوسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۴۲) ارتفاع برابر طول کے

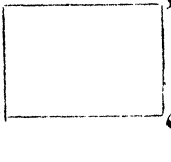
(۴۳) ارتفاع برابر دوچند طول کے (۴۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۵) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۴۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونتیسوین فصل اسطوانہ مستدیر قائم کے بیان مین

(۳۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مین دو سرے مدور ہوتے ہین اور ایک وہ حصہ سطح ہوتا ہی جسکو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہین۔



(۳۱۹) فرض کرو کہ اب س د ایک مستطیل ہے

اوسکو ایک کاغذ نا وصلی کا کتر کر بنالو اور ہر اوسکو موڑ دو

یہانتک کہ کنارہ اب کنارہ د س سے ملجائے

تو ظاہر ہی کہ موڑ توڑ کر کاغذ ایک اسطوانہ مجوف کی صورت کا بنجائیگا اسطوانہ کا ارتفاع اب ہوگا اور قاعدہ کا محیط ب س ہوگا اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہی جسکا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ کے ہو پس اس سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جو نیچے بیان ہوتا ہی

(۳۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ محیط قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۳۲۱) مثالین۔

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۲×۳×۲ = ۳۷۱۴۱۶ = ۱۸۶۸۴۹۶ فیٹ

۱۸۶۸۴۹۶ × $\frac{۵}{۲}$ = ۴۶۷۱۲۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۴۶۷۱۲۴ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۱۶×۳۷۱۴۱۶ = ۵۰۲۶۵۶ مربع انچ

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶۶۴ مربع انچ کے ہے

دو مدور سروں کا رقبہ مربع انچوں میں = ۲×۶۴×۳۷۱۴۱۶ = ۴۰۲۱۲۴۸

۱۲۵۶۶۴ + ۴۰۲۱۲۴۸ = ۱۶۵۸۷۶۴۸

اسواسطے کل سطح کا رقبہ ۱۶۵۸۷۶۴۸ مربع انچ ہے

(۳۲۲) دفعہ (۳۲۰) کے قاعدہ سے بہ نتائج بآسانی استخراج ہوتے ہیں

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہے اسطوانہ کے دونو سروں کے رقبوں کے اور اگر ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سروں کے رقبہ سے دوچند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سروں کے رقبہ سے سہ چند ہوگا اور علی ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف قطر سے نصف ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سروں کے رقبہ سے نصف ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سروں کے رقبے سے ثلث ہوگا اور علی ہذا القیاس

پس اس سے ہم یہ نتیجہ مستنبط کرتے ہیں کہ اسطوانہ مستدیر قائم کے ارتفاع کو دہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبے کو دونوں سروں کے رقبے سے نسبت ہے۔

(۳۲۳) دفعہ (۳۱۹) کی عمل سے ہم اور طرح کی بھی مجوف اسطوانے قائم بنا سکتے ہیں جنکے قاعدے دائرے نہوں بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہوں پس ہم دیکھتے ہیں کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ سطح در یافت ہوتا ہی کہ قاعدہ کے مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین
(۳۳۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین
اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے ہی تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
بموجب دفعہ ۳۲۲ کی سطح منحنی کا رقبہ ایک سرے کے برابر ہی پس ایک سرے کا سہ چند رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی
اسواسطے ایک سر کا رقبہ $\frac{۲۰}{۳}$ مربع فیٹ = ۹۶ مربع انچ کے اب بموجب دفعہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
۹۶۰ کو ۱۴۱۶ و ۳ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۵۸ نکلے گا اور اوسکا جذر ۱۷۴۸ ہی۔
پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷۵ انچ کے قریب قریب ہی
(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو۔
حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہے اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہی
پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = ۱۲۰ ÷ ۳۰ = ۴ لیکن بموجب دفعہ ۱۷۶ کے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف ۴ فیٹ ہی اسیواسطے نصف قطر ۸ فیٹ ہی
اس سے معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = ۱۶ × ۱۴۱۶ و ۳ = ۵۰ و ۲۶۵۶ فیٹ
اسیواسطے اسطوانہ کا ارتفاع = ۳۰ ÷ ۵۰ و ۲۶۵۶ = ۵۹۶۷ و فیٹ
(۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ظرف بنا ہوا ہی اور اوسکا سماؤ ایک مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہی تو اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو
اسطوانہ کا حجم ۱۲۸ مکعب انچ دفعہ ۲۵۳ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا اور ارتفاع انچون مین $\frac{۱۲۸}{۱۴۱۶ و ۳}$ کا جذر المکعب ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ ارتفاع ۱۹۳۴ و ۵ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا قریب قریب سیکے رقبہ سے ہوا پس مربع بخمین اوسکا قریب قریب چند اوس حاصلضرب کے ہی جو ۱۴۱۶ و ۳ کا ۱۹۳۴ و ۸ کے مربع مین سے ضرب دینے سے حاصلضرب ہوتا ہی عمل کرنیسے معلوم ہوگا کہ ۶۰۷۲۳۲ ہے اس نتیجہ سے اور آخر نتائج سے جو دفعہ ۳۱۶ مین حاصل ہوئے ہین اونسے معلوم ہوتا ہی کہ اس شکل کے ظرف بنانے کے واسطے مصالح بہ لحاظ نسبت اوس ظرف کے جسکا ذکر دفعہ مذکور مین ہوا ہی کم چاہیئے

(۳۲۵) اس باب کے آخر مین مثالین ۱ سے ۳ تک جو لکھی ہین اونسے اور اوسی قسم کی مثالون مین نتائج کو ہالیسمین مقابلہ کرنیسے ہمکو یہ معلوم ہوتا ہی کہ ظرف کو بغیر ڈھکنے کے اوس اسطوانہ کی شکل کے بنانے مین فائدہ ہی کہ جسمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہوا ور اگر ڈھکنا بھی ہو تو اوس صورت مین فائدہ ہی کہ ارتفاع دوچند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکلون کے سطحون مین اصول مذکور کو ملاکر ہم تھوڑے سے مصالح سے ایک ظرف جسکا سماؤ معلوم ہو بنا سکتے ہین اور اگر مصالح دیدیا جائے تو اوس سے ظرف بڑے سے بڑے سماؤ کا بنا سکتے ہین۔

چونتیسوین فصل کی مثالین

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین سطح منحنی کا کل رقبہ دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۹ انچ

(۳) ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۴۰ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا کل رقبہ دریافت کرو۔

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ

(۸) ارتفاع ۱ فٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵۲/۳ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۱۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی مثل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دو چند نصف قطر قاعدہ کے ہے اور قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ ۱/۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۳ ۱/۴ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۵ مکعب فیٹ ہے ایک سرے کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ ۱/۲ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۲ و ۳۱۴ مربع انچ ہے اور حجم ۶ و ۳۱۴ مکعب انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

امثلہ مفصلہ ذیل میں جذر المکعب نکالا جائے گا

ایک طرف بغیر ڈھکنے کے ہو اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہو اور اوسمین ۱۴۱۶ و ۳ مکعب انچ کا سماؤ ہو صورت مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دوچند (۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سہ چند (۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک طرف ڈھکنے سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۴۱۶ و ۳ مکعب انچ کا سماؤ ہے بس صورمفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا قاعدہ دریافت کرو۔

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

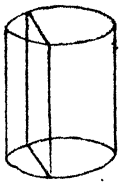
(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انچ اوسکے حجم کی برابر حجم مین ایک اسطوانہ مستدیر ہی جسکا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو ایک اور اسطوانہ مین سے ہر ایک کی کل سطح اندرونی دریافت کرو۔

(۳۲) ایک طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈھکنے کے ہے اور اوسمین .... گیلن سماتے ہین تو کل سطح اندرونی طرف کی اوس حالت مین دریافت کرو کہ وہ کم ازکم مصالح مین ظرف تیار ہو جائے۔

پینتیسوین فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کے بیان مین

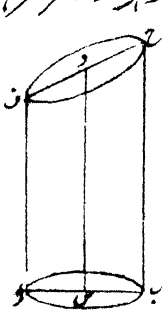
(۳۲۹) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطوح منحنی کے رقبے آسان قاعدون سے دریافت ہو سکتی ہین اب ہم اونکو بتلاتے ہین۔

(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے متوازی کسی سطح سے دو حصونمیں منقسم ہوا ہی اب ہر حصہ کی سطح مین قطعات دائرہ کی ہین اور ایک مستطیل ہے اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہی



اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ دفعہ (۱۸۵) سے دریافت ہوسکتا ہی اور مستطیل کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہی کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دو یا رقبہ مستطیل اور سطح منحنی دونو ساتھہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کرین یعنی قاعدہ کے احاطہ کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین۔

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ سے نہ ملے قطع کرکے ایک مجسم بنائین تو اس مجسم کی سطح مین دو حصے ہین ایک حصہ مین قاعدہ ہی جو دائرہ ہی اور دوسرا سرا ہے وہ بھی ایک سطح منحنی مستوی ہی اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۹۱ کے دریافت ہوسکتا ہی اور دوسرے کے رقبہ دریافت کرنیکا کوئی قاعدہ بالکل صحیح صحیح ابتک نہین بیان ہوا لیکن بموجب دفعہ ۱۹۳ کے اوسکا رقبہ تقریبًا دریافت ہوسکتا ہی اس منحنی مستوی کو بیضوی کہتے ہین اور تحقیقات ریاضیہ مین وہ بڑے مطلب کا ہوتا ہی



سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہی کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین۔

(۳۲۹) دفعہ ۲۵۶ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہئے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۷ سے ہوا کرتی ہے

(۳۳۰) فرضکرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحین قطع کرتی ہین اور وہ محور پر مائل ہین اور قاعدہ سے نہین ملتین اور اوسی ایک مجسم پیدا ہوتا ہی۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ اسطوانہ کی محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۷ کے سمجھو اس قاعدہ کا استخراج اس امر واقعی پر موقوف ہی کہ مجسم کو ہم تفاوت اون دو مجسمون کا سمجھتے ہین جنکا ذکر

دفعہ ۲۵۶ یا ۳۲۸ مین ہوا ہے۔

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح مقابل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول مین ضرب دو

طول حلقہ کے معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو۔

(۳۳۲) مثالین۔

(۱) حلقہ کی تفاصل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہی۔

محیط تفاصل مدور حلقہ کا ۲ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہے سیواسطے حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۰ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶

یعنی ۶۲٫۸۳۲ پس سطح کا رقبہ ۶۳ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۸ انچ اور قطر بیرونی ۸ انچ ہی۔

بموجب دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فصل مدور کا ۱ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳٫۵۶۲ انچ ہے

اسیواسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۱/۲ × ۳٫۱۴۱۶ × ۲۳٫۵۶۲ = ۳۷٫۶۰۱

پینتیسوین فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۳۰ کی شکل مین دو حصونکے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے۔

(۲) دفعہ ۳۳۰ کی شکل مین دو حصونکے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ مجسم کا ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور مرکز دائرہ پر زاویہ قائمہ

کا محاذی وتر ہے۔

(۳) سطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہی اور محور سطوانہ پر دو سطوح مائل ہین اور قاعدہ سے

نہین ملتین وہ سطوانہ سے ایک مجسم قطع کرکے پیدا کرتے ہین ان دو سطحون کے درمیان

جو حصہ محور کا آتا ہی اوسکا طول ۳۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

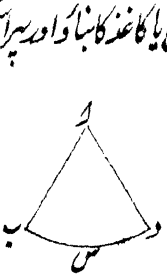
جن حلقون مین ابتدا و ذیل معلوم ہین اونکی سطوح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو۔

(۴) طول ۳۰ انچ اور سطح متفاصل کا محیط ۴ انچ ہے۔
(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۲½ انچ
(۶) قطر بیرونی ۷، ۴ انچ اور قطر اندرونی ۱، ۴ انچ
(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۲ انچ
(۸) قطر بیرونی ۲۶ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۴ انچ
(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۰ انچ
(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ سطح متفاصل مدور کا محیط ۱۲ انچ
(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱ انچ ہی حلقہ کا طول دریافت کرو
(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہے اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسوین فصل مخروط مستدیر قائم کے بیان مین

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر مین دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہی اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے۔

(۳۳۴) فرضکرو کہ اب س د ایک قطاع دائرہ ہے اوسکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ اور پھر اوسکو موڑ دیہانتک کہ کنارہ اب کنارہ اد کے ساتھہ متصل ہو جائے۔



اب یہ بادی النظر مین معلوم ہوتا ہی کہ پتلی اور اندر سے خالی یعنی مجوف جو چیز بنے گی اوسکی باہر کی سطح بالکل مخروط مستدیر کی سطح منحنی سے مماثلت رکھے گی۔

تو مخروط مستدیر کا راس ہوگا اور اب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل امر ب س د قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط اس سے یہ استخراج ہوتا ہی کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اوس قطاع کے ہوتی ہی جسکا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل استنباط ہوتا ہے۔

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر میں ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۳۶) مثالیں۔

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ انچوں میں = ۳ × ۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳٫۱۴۱۶ × ۲۴ = ۵۰٫۲۶۵۶

$\frac{1}{2}$ × ۱۴ × ۵۰٫۲۶۵۶ = ۳۵۱٫۵۹۲ پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوسکا ۳ فیٹ کل کا رقبہ دریافت کرو۔

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہیئے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۱۶ + ۹ کا جذر یعنی ۲۵ کا جذر یعنی ۵ ہے۔

$\frac{1}{2}$ × ۵ × ۲ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۶۲٫۸۳۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ ہے

قاعدہ کا رقبہ = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع فیٹ

اسواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۶۲٫۸۳۲ + ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۱۳٫۰۹۷۶

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ بآسانی مستنبط ہوتا ہے۔

اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دو چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا سہ چند نصف قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سہ چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور علی ہذا القیاس۔

پس اس نتیجہ کو یوں بیان کر سکتے کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کے رقبہ سے نسبت رکھتا ہے۔

(۳۳۸) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین -

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو -

بموجب فعہ ۳۳۷ کی سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی قاعدہ کے دوچند رقبہ کے اسواسطے قاعدہ کا سہ چند رقبہ برابر ۲۴ مربع فیٹ کے ہی اسلئے قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع فیٹ پس قاعدہ کا نصف قطر سوافق دفعہ ۱۴۱ کے اسطرح دریافت ہوجائیگا کہ ۸ کو ۳ ۱۴۱۶ ۳ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲ ۵۴۶۴ نکلے گا اور اسکا جذر ۵۹۵۸ ۱ کے قریب ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۵۹۵۸ ۱ فیٹ کے قریب ہے -

(۲) مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہے ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہی تو کل سطح مخروط کا رقبہ دریافت کرو -

بموجب فعہ ۲۶۳ کے قطر قاعدہ کے مکعب اور ۳ ۱۴۱۶ ۳ کی ۱/۴ کا حاصل ضرب برابر ۲۰ کے پس نصف قطر قاعدہ کا مکعب -

$$= \frac{۶۰}{۲ \times ۳ ۱۴۱۶ ۳} = \frac{۳}{۳ ۱۴۱۶} = ۶ ۵۴۹$$

اسواسطے قاعدہ کا نصف قطر فٹون مین ۶ ۵۴۹ ۹ کا جذر المکعب ہی اور یہ برابر ۲ ۱۲۱۵ کے ہے اسواسطے رقبہ قاعدہ مربع فٹون مین ۳ ۱۴۱۶ ۳ اور ۲ ۱۲۱ ۲ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور یہ برابر ہے ۱۴۰ ۱۴ کے -

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل ۵ فیٹ بموجب فعہ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۵ گنا نصف قطر قاعدہ کا ہوگا

پس اس صورت مین ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی اسلئے ارتفاع مائل ۵ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲ ۲۳۶ ۲ گنا نصف قاعدہ سے ہی اس سے بموجب دفعہ ۳۳۷ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی مربع فیٹ مین ۲ ۲۳۶ ۲ اور ۱۴۰ ۱۴ انجم کا حاصل ضرب ہی یعنی ۱۷ ۶۱ ۳۱

اسیوا سطی سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۴۰ء۴ + ۶۱۷ء۳۱ = ۷۵۷ء۴۵

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہوتا ہی اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع $\frac{8}{11}$ فیٹ

بموجب فقرہ ۶۰ کے ہوتا یعنی ارتفاع $\frac{8}{11}$ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت مین ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی تو ارتفاع $\frac{8}{11}$ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا۔

پس موافق مثال گذشتہ کے عمل کرنیسے ہمکو معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب = $\frac{20 \times 3}{3 \cdot 1416 \times \frac{8}{11}}$

اور یہ برابر ۲۵۷ء۶ کی ہی اسیوا سطی قاعدہ کا نصف قطر جذر الکعب عدد مذکور کا ہے یعنی ۸۹۰ء۱ ہے

بموجب فقرہ ۳۳ کے کل سطح کا رقبہ ۴ گنا رقبہ قاعدہ سے ہی پس ۴ مربع فیٹ مین ۴ گنا حاصلضرب

۱۴۱۶ء۳ اور مربع ۸۹۰ء۱ کا ہی اور یہ حاصل ضرب ۸۸۸ء۴۴ ہی

اس مثال مین کل سطح مقدار مین بہ نسبت مثال گذشتہ کے کم ہی اور اس بات کے آخر مین جو مثالین لکھی ہین اونمین ۳۱ سی ۴۰ تک مثالونکی اور اسی قبیل کی اور مثالونکی نتایج کو مقابلہ کرنے سے نفس الامر مین یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اوسکا جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اوسکی جب نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا۔

چھتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر قائم مین امتداد ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچونمین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۷ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۹ انچ

(۴) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۲۸۳۲ء۶ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیرہ قائم میں استدا دبہ تفصیل ذیل معلوم ہوں انکی کل سطح رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ء۵ فیٹ نصف قطر ۳ء۲ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴ء۶ فیٹ محیط قاعدہ ۹ء۷ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ۱ فٹ نصف قطر قاعدہ ۱۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۱۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۵۰ء۷ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۱۶۴ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ امربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۵ ۰ فیٹ ہی ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ ۲ فیٹ مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵۰ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۸ امربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۳½ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۵ امربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ امربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۱۰ فیٹ اونچا بنانا ہی تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسمین کتنا لگے گا۔

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۶ گز قطر کا ۱۰ فیٹ بلند بنانا ہی اوسمین دوتہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہو گا۔

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ امربع فیٹ ہی تو صورفصلہ ذیل مین اونکا حجم دریافت کرو۔

(۳۱) ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل پچگنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چھہ گنا نصف قطر قاعدہ سے

ان مثالون مین جذر الکعب نکالنا پڑتا ہی

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۳۱۴۱۶ مکعب انچ ہی صورت مفصلہ ذیل کے اندر کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو۔

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۳۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

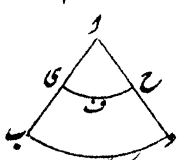
(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسوین فصل مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۳۴۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح کے دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ مین دو مدور سرون کی سطح اور دوسرے حصہ مین سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو اب س ق قطاع دائرہ ہی اے کے مرکز اور اب سے کم کسی نصف قطر پر تو ی ف ح کیجیو ب س و ح ف ی کو



کاغذ یا وصلی کا کتر بنالو اور اوسکو موڑ دو یہانتک کہ کنارہ ی ب کنارہ ح د کے ساتھہ وصل ہو جائے

اب بادی النظر مین یہ معلوم ہوتا ہی کہ ایسی پتلی مجوف شی بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی سے بالکل مماثلت رکھتی ہی اور ایک سرے کا محیط ی ف ح ہی اور دوسرے سرے کا محیط ب س د ہی اور ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ی ب ہے

پس اس سے ثابت ہوا کہ مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی برابر اون دو قطاع دائرہ کی

تفاوت کی ہوتی ہی جسکا زاویہ مشترک ہوتا ہی اور قوسین قطاع کی مخروطات ناقص کے سر یکے محیط ہوتے ہین اور اونکے نصف قطر ونکا فرق مخروط ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہی پس دفعہ ۱۸۳ کے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جسکا نیچے بیان ہوتا ہی۔

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے محیطون کے مجموعہ کو ارتفاع مائل مخروط ناقص مین ضرب دو نصف حاصلضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا۔

(۳۴۲) مثالین۔

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

انچون مین محیطون کا مجموعہ حاصل ضرب ۲۰ اور ۳۰ کے مجموعہ یعنی ۵۰ اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہی

پس محیطون کا مجموعہ ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہی۔

$\frac{1}{2} \times 16 \times 50 \times 3{,}1416 = 3{,}1416 \times 50 \times 8 = 3{,}1416 \times 400 = 1256{,}64$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ ہے

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۱۳ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہی

$= 3{,}1416 \times 8 \times 13 = 3{,}1416 \times 104 = 326{,}7264$

رقبہ ایک سرے کا مربع فیٹ مین $= 3{,}1416 \times 25$

اور رقبہ دوسرے سرے کا مربع فیٹ مین $= 3{,}1416 \times 64$ پس اس سے معلوم ہوا کہ ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۱۰۴ و ۲۵ اور ۶۴ یعنی ۱۹۳ کا حاصل ضرب کل سطح کا رقبہ ہی

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین $= 3{,}1416 \times 193 = 606{,}3288$

(۳۴۳) دفعہ ۳۴۱ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہی کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سرون کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہی جو سطح منحنی کا رقبہ سرون کے رقبون کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہی۔

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین۔

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے نصف قطر ۴ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ شکل مخروط مستدیر ناقص کی ایک تراش ہی جو ایک سطح سے جسمین محور بھی ہی بنتی ہی اب یہان دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہی جسکا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہی اور دوسرا ضلع سرونکے نصف قطرون کا تفاوت ہی

اس صورت مین مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی



اور نصف قطرونکا تفاوت ۳ انچ ہی

اسواسطے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہی

اسیواسطے سطح منحنی کا رقبہ کا انچ مربعہ مین $= ۵ \times ۱۷ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۲۶۷٫۰۳۶$

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے قطر ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہی اوس خارج قسمت کے جو ان قطرونکی حاصلضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی سطح منحنی کا رقبہ اور دونو سرونکا رقبہ دریافت کرو۔

ارتفاع مخروط ناقص فیٹ مین $= \frac{۲۴ \times ۱۶}{۴۰} = \frac{۲۴ \times ۴}{۱۰} = ۹٫۶$

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہی ۹٫۶ کا مربع $= ۹۲٫۱۶$

اور سرونکے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہی اور ۴ کا مربع $= ۱۶$

$۹۲٫۱۶ + ۱۶ = ۱۰۸٫۱۶$ اور $۱۰۸٫۱۶$ کا جذر $= ۱۰٫۴$ پس ارتفاع مائل ۱۰٫۴ فیٹ ہی

پس کل سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹ مین $= ۱۰٫۴ \times ۲۰ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۳٫۱۴۱۶ \times ۲۰۵ = ۶۵۴٫۴۵۲۸$

۱۴۱۶ و ۳ اور مربعات ۸ اور ۱۲ کے مجموعہ کا حاصلضرب دونوسرون کا رقبہ ہی یعنی
۱۴۱۶ و ۳ اور مجموعہ ۶۴ اور ۱۴۴ کا حاصلضرب ہی یعنی ۱۴۱۶ و ۳ اور ۲۰۸ کا حاصلضرب اس سے
معلوم ہوا کہ دونوسرونکا رقبہ برابر سطح منحنی کے ہی یہ امر امتحان سے معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ صورت
ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے حاصلضرب
کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی۔

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہون اور ارتفاع مائل ۶ انچ
اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصون مین تقسیم کیجائے تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو
اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہین۔

دفعہ ۷۰ کی چوتھی مثال مین جس ترکیب کو استعمال مین لائے ہی اگر اوسی بیان استعمال مین لائین
تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اسیواسطے ارتفاع مائل چھوٹے مخروط کا ۲۴ انچ
اب دفعہ ۲۱ کی طرح عمل کرکے فاصلہ مائل اوس سطح کی اوس سے جو سطح منحنی مخروط کو دو حصون مین تقسیم
کرتی ہی دریافت کرتے ہین ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہی اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہی اور ان مربعونکا نصف مجموعہ ۷۳۸
ہے اور ۷۳۸ کا جذر ۲۷ و ۱۶۶ کے قریب ہے ۲۴ کو اوس سے تفریق کرو تو باقی
۳ و ۱۶۶ ہے۔

پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳ و ۱۶۶ انچ کے قریب ہی اور اسیواسطے دوسرے حصہ کا
ارتفاع مائل ۲ و ۸۳۴ انچ سے کچھ کم ہے

سینتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر ناقص مین حسب تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی کی قیمت دریافت کرو

(۱) سرونکے محیط ۱۵ انچ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سرونکے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ

(۳) سرونکے نصف قطر ۷ انچ اور ۹ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرونکے نصف قطر ۶، ۲ فیٹ اور ۴، ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرونکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سرونکے نصف قطر ۵ ½ فیٹ اور ۶ ¼ فیٹ ارتفاع ۲ ½ فیٹ

جن مخروطات متدیر ناقص کی امتداد بہ تفصیل معلوم ہون اونکی کل رقبے دریافت کرو۔

(۹) سرونکے محیط ۱۴ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سرونکے محیط ۱۷ اور ۲۱ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سرونکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ ½ فیٹ

(۱۲) سرونکے نصف قطر ۴، ۳ و ۳، ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۱۸ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطون مین ارتفاع برابر اوس خارج قسمت کی ہی جو سرونکے قطرونکے حاصلضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی اور اون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی اور دونو سرونکے رقبے جداجدا دریافت کرو۔

(۱۵) سرونکے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سرونکے قطر ۱۳ فیٹ اور ۷ فیٹ

(۱۷) سرون کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۱۸) سرون کے قطر ۲۵ فیٹ اور ۴۰ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سرونکے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص کی سطح منحنی دو برابر حصون مین تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۰) اگر شبیہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا بنایا گیا ہو اور پہر اوسپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہو اور مخروط ناقص کے سرونکے قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہو اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہو تو بتاؤ اوسمین ٹاٹ کتنے مربع گز لگے گا۔

اڑتیسوین فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کرہ کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

$$۹ \times ۹ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۲۵۴٫۴۶۹۶$$

پس کرہ کی سطح ۲۵۴٫۴۶۹۶ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے۔

$$۳٫۵ \times ۳٫۵ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۳۸٫۴۸۴۶$$

پس سطح کا رقبہ ۳۸٫۴۸۴۶ مربع فیٹ کے قریب ہے۔

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرحسے بھی بیان ہوسکتا ہی۔

قطر کرہ کو اوسکے محیط مین ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جس سے دفعہ ۲۲۳ مین کرہ پیدا ہوتا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۴۸) دفعہ ۳۲۰ اور ۳۴۵ سے یہ استخراج ہوتا ہی کہ سطح کرہ کا رقبہ اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کے رقبہ کے برابر ہی جسکا ارتفاع اور اوسکے سرونکے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہون۔

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سے ہم یہ استنباط عظیم کرتے ہین کہ سطح کرہ اور نصف قطر کرہ کے حاصل ضرب کی تہائی کی برابر کرہ کا حجم ہوتا ہے۔

(۳۵۰) مخروط مستدیر اور مخروط مضلع کے حجم دریافت کرنیکے ساتھ اس قاعدہ کو بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہی فرض کرو کہ کرہ کا مرکز تو ہی سطح کرہ پر تین نقطے ب ت ج قریب قریب ع اور ق اور ر فرض کرین اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کرین کہ جسکو سطوح ع ق اور ق ر ا اور ر ع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو انکے درمیان آتا ہی گھیرتی ہین تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ہم کو بہت جلد یقین ہوگا کہ اس ٹکڑے کا حجم برابر ہے ایک تہائی حاصلضرب نصف قطر اور کرہ کے اوس حصہ سطح کے جو ان سطحون کے درمیان واقع ہوا ہے۔ پس کرہ کو ایسے بیشمار حصون مین تقسیم ہوا ہوا خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئیگا ان مین اور دفعہ ۳۵۰ کے بیانمین طالب علم کو مشابہت تامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہی کہ تمام مجسمات مین جو حجم سعینہ رکھتے ہون اوسکی سطح کا رقبہ نہایت کم ہوتا ہی اور تمام مجسمات مین جو سطح سعینہ رکھتے ہون کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس باب کے اخیر مین جو مثالین ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی اونسے طالب علم اس خاصیت کو ثابت کرسکتا ہے۔

(۳۵۲) اب بطور مشق کے چند مثالین ہم حل کرتے ہین

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہی کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو

قطر کی مربع اور ۳۱۴۱۶ و ۳ کا حاصلضرب برابر ۲۰۰ کے ہی

اسیواسطے قطر کا مربع $= \frac{200}{3\cdot14159} = 63\cdot66198$ اور اس عدد کا جذر ۷۹۷۸۹ و ۷ ہی۔

پس قطر ۹۹۸۹ و ۷ انچ کے قریب ہی۔

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ مین

$= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 7\cdot97899 = 2\cdot65966$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہی اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب $= \frac{1000}{5\cdot23599} = 191\cdot085$

اسیواسطے کرہ کا قطر انچون مین اس عدد کا جذر المکعب ہے اور وہ ۵۷۴۰۷ و ۱۲ ہی

پس بموجب قضیہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۶ × ۳۸۳ = ۴۸۳ مربع انچ کے قریب حاصل ہوگا

اڑتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون مین استدعا بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطحونکے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲ و ۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴ و ۶ فیٹ

جن کرون کی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع فیٹ (۹) ۵، مربع فیٹ

اون کرون کے حجم دریافت کرو جنکی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ اوس قبہ دائرہ کے برابر ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو۔

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبے کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہو۔

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لنبا اور ۲ فیٹ قطر کا ہی اور نصف کرے اوسکے بڑے سرے پر لگائی ہوئی ہین تو کل سطح دریافت کرو۔

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ ہے اور ارتفاع ۱ انچ ہی اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہی ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کی سطح کے ہی جسکا طول ایک فٹ ہی ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح کے ہی جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع دو فیٹ ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

ان نیچے کی مثالون مین جذر المکعب نکالا جائے گا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم اوس مکعب کے برابر ہی جسکا طول ایک فٹ ہی تو ہر ایک کی سطح دریافت کرو
(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ
ہر ایک کی سطح دریافت کرو۔

اونتالیسوین فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح مین دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہی
جسکو سطح منحنی کہتے ہین۔
قطعہ کرہ کی سطح مین قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین۔

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع مین ضرب دو۔

(۳۵۵) مثالین۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

$$= ۳٫۱۴۱۶ \times ۱۸ \times ۶ = ۳٫۱۴۱۶ \times ۱۰۸ = ۳۳۹٫۲۹۲۸$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹٫۳ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کا فاصلہ مرکز سے ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ ہی اور دونون سرے مرکز کے ایک ہی جانب
مین واقع ہین اور کرہ کا قطر ۱۴ فیٹ ہی منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ

$$= ۳٫۱۴۱۶ \times ۱۴ \times ۲ = ۳٫۱۴۱۶ \times ۲۸ = ۳٫۱۴۱۶$$

بموجب دفعہ ۸۹ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع

$$= ۹ \times ۵ = ۴۵$$

اور دوسرے سرے کے نصف قطر کا مربع $= ۳ \times ۱۱ = ۳۳$
اور دونو سرون کا رقبہ مربع فیٹ مین $= ۳٫۱۴۱۶ \times ۷۸$

اسیواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

$$= ۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰} \times ۱۰۶ = ۳۳۳\frac{۰۰۹۶}{۱۰۰۰}$$

(۳۹۶) دفعات ۳۲۰ اور ۳۵۴ سے ظاہر ہوتا ہی کہ منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی برابر ہوتی ہی جسکا ارتفاع برابر قطعہ یا منطقہ کرہ کے ارتفاع کے ہو اور اوسکے سرونکا قطر کرہ کے قطر کی برابر ہو۔

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہی اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مراد لین دفعہ ۳۴۸ دیکھو۔

(۳۹۷) اب چند مثالین حل کرتے ہین۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷ انچ ہو اور کرہ کا محیط ۴۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

$$= ۷ \times ۶۴ = ۴۴۸$$

اور کرہ کا قطر $\frac{۴۴}{۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}}$ انچ ہی اسیواسطے بموجب دفعہ ۷۹ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یون حاصل ہوگا کہ ۷ مین سے $\frac{۴۴}{۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}}$ کو تفریق کرین۔

اور حاصلتفریق کو ۷ مین ضرب دین تو $\frac{۶۴ \times ۷}{۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}}$ - ۴۹ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ ماحصل اور $۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}$ کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

اسیواسطے وہ $\frac{۶۴ \times ۷}{۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}} - ۴۹ \times ۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}$ یعنی $۴۴۸ - ۴۹ \times ۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}$

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

$$۸۹۶ - ۴۹ \times ۳\frac{۱۴۱۶}{۱۰۰۰}$$

یعنی $۸۹۶ - ۱۵۳\frac{۹۳۸۴}{۱۰۰۰}$

یعنی $۷۴۲\frac{۰۶۱۶}{۱۰۰۰}$

جس ترکیب سے ہمنے یہ سوال حل کیا ہی اوسمین ایسا تکلف ہی کہ مبتدی کو مشکل معلوم ہوگا مگر طالب علم کو اوسپر توجہ کرنی چاہیے۔ غور کرنیسے اوس سے یہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے اس

قاعدہ کو قائم کیا ہی کہ قطعہ کی سطح منحنی اوس دائرہ سے جسکا نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو جسقدر زیادہ ہوتی ہی اوس زیادتی کا دوچند برابر ہوتا ہی قطعہ کرہ کی کل سطح کے

(۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کی برابر ہی جنکا ارتفاع ۱۳ انچ اور ۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کی کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

$$= ۸۲ \times ۴ = ۳۲۸$$

بموجب فقہ ۸۹ کے منطقہ کی ایک سر کے نصف قطر کا مربع $\frac{۸۲}{۳ \text{ و } ۱۴۱۶}$ مین سے ۹ کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہی پس وہ $\frac{۸۲ \times ۹}{۳ \text{ و } ۱۴۱۶}$ - ۸۱ اس منطقہ کے سر کے کا رقبہ انچ مربعون مین حاصل ضرب اس حاصل اور ۱۴۱۶ و ۳ کا ہے

اسیواسطے وہ $۸۲ \times ۹ - ۸۱ \times ۱۴۱۶ \text{ و } ۳$ ہی

اسیطرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچون مین $۸۲ \times ۱۳ - ۱۶۹ \times ۱۴۱۶ \text{ و } ۳$ ہوگا

اس سے معلوم ہوتا ہی کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

۸۲×۴ و ۸۲×۹ اور ۸۲×۱۳ کے مجموعہ منفی $۸۱ \times ۱۴۱۶ \text{ و } ۳$ اور $۱۶۹ \times ۱۴۱۶ \text{ و } ۳$ کے مجموعہ کے

یعنی $۲ \times ۱۳ \times ۸۲ - ۲۵۰ \times ۱۴۱۶ \text{ و } ۳$ کے

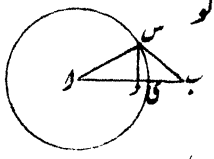
پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۶۰ مربع انچ کے قریب ہی

اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہمنے یہ قاعدہ قائم کیا ہی کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا تفاوت نیال کرکے اوسکی کل سطح کا رقبہ اسطرح دریافت کیا ہی کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دوچند رقبہ مین سے اون دو دائرون کے رقبے تفریق کیے ہین جنکی قطر قطعات کے ارتفاع معلوم ہین -

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک ایک نقطہ لیکر اوسی کرہ کی مماس خطوط مستقیم کھینچی ہین پس اس طرح سے جو قطعہ کرہ مشخص ہو اوسکی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز ا ہی اور ب وہ نقطہ ہی جس سے خطوط مستقیم کرہ کو مس کرتے ہوئے کھینچے ہین ا ور ب س خطوطین سے ایک خط مستقیم ہی جو کرہ سے نقطہ س پر ملتا ہی س د عمود ا ب پر نکالو



اور ی وہ نقطہ ہی جہان ا ب کرہ کو قطع کرتا ہی تو

جس قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ ہمکو دریافت کرنا ہی

وہ وہ قطعہ ہے جسکا ارتفاع د ی ہی اب ہم د ی کا طول دریافت کرتے ہین سب طولون کو فٹ مین تعبیر کرو

ا ب = ۱۵ اور ا س = ا ی = ۱۲

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۶۰ کے ب س = ۹ اور بموجب دفعہ ۱۵ کے ا د = $\frac{۳۶}{۵}$ = ۷٫۲

بموجب دفعہ ۶۰ کے ۱۴۴ - ۸۴٫۱ کا جذر ۷٫۲ کا جذر ہی

یعنی ۱۶٫۹۲ کا جذر ہے اور جذر ۶٫۹ نکلتا ہے

ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثون سے بآسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳۰ کے

ب ا : ا س :: ا س : ا د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ا د

اسیواسطے ا د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵}$ = $\frac{۴۱}{۵}$ = ۹٫۶

پس د ی = ۱۲ - ۹٫۶ = ۲٫۴

اسیواسطے قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہین = ۳٫۱۴۱۴ × ۱۲ × ۲ × ۲٫۴ = ۱۹۰٫۹۵۶۱۶

اگر آنکھہ کو ب پر رکھو تو ہمکو اتنا ہی قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جسکا رقبہ ہمنے دریافت کیا ہے دیکھو

پس اگر ہمکو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آنکھہ رکھین تو کس قدر کرہ کا حصہ ہمکو دکھائی تو د ی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بنا کر کسر بنائین تو اس کسر کے موافق دکھا دیگا۔

مثال مذکور مین کسر $\frac{۲۴}{۲۴}$ یعنی ۱ ہوگی

اونتالیسوین فصل کی مثالین

جن قطعات کرہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی سطح سخنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۱۸۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ ۱/۴ فیٹ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۶ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۲٫۴ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۳٫۲۵ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو۔

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۷ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۸ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی تفاوت سے جو سطحی پیدا ہوتے ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو۔

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۶ انچ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵۰ انچ اور ارتفاع ۳ انچ اور ۷ انچ

جن منطقون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحونکے رقبے دریافت کرو

(۱۳) کرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ اور مرکز سے منطقہ کی سر سنکا فاصلہ مقابل جانب نمین ۶ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۴) کرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ اور منطقہ کی سر سنکا فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب مین ۱۵ انچ اور ۹ انچ

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اور منطقہ کرہ کے سرونکے فاصلے مرکز سے مقابل جانبون مین ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ
(۱۶) کرہ کا محیط ۹۰ انچ ہی اور منطقہ کے سرونکے فاصلے مرکز سے ایک ہی جانب مین ۶ اور ۱۰ انچ ہین۔
(۱۷) کرہ کا قطر ۸۰ فیٹ اگر مرکز سے ۴۱ فیٹ کے فاصلہ پر آنکھہ لگاکر دیکھین تو کرہ کی سطح کا کونسا حصہ دکھاوینگا۔
(۱۸) کرہ کا قطر ۹۰ فیٹ ہی اگر سطح کرہ سے ۹ فیٹ کے فاصلہ پر آنکھہ لگاکر دیکھین تو بتاؤ کرہ کا کونسا حصہ دکھائی دیگا۔
(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر آنکھہ لگائین کہ کرہ کا ایک سولھوان حصہ دکھائی دے۔
(۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آنکھہ لگائین کہ کرہ کا ایک آٹھوان حصہ دکھائی دے۔

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسوین فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار مین جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہی اوسکا ذکر کیا ہوین فصل مین ہمنے کیا ہی کہ مکانونکے فرشونکا حساب کس طرح کرتے ہین دیوارونپر جو کاغذ لگاتے ہین اونکا اندازہ کیونکر ہوتا ہے اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کیونکر نسبت ہوتی ہے غرض ایسے حسابون مین علم حساب اور اصول مساحت سے واقفیت ضرور ہی۔

اس باب کے آخر مین ہم اور مثالین اسی قبیل کی لکھینگے

(۳۵۹) سوا اسکے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کے بعض ضروری کامون مین کام آتے ہین اونکا جاننا کاریگرونکی اصطلاحات جاننے پر موقوف ہی اور اونکے قاعدے جدا ہوتے ہین اور تخمینی قواعد کا رواج ایسا پڑگیا ہے کہ وہ بدل نہین سکتا اور قواعد کے موافق حساب کرنا ایک دستور ٹہر گیا ہے ہم ان تین بابون مین اونہین باتون کا ذکر کرینگے +

چالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہی اگر ڈیڑھ آنہ فی فٹ رنگوائی مین اوسکے صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگے گی۔

(۲) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۴ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ بلند ہی اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی مین ڈیڑھ روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت لگے گی۔

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۱۹ فیٹ ۸ انچ عرض مین اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا ہو گی۔

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۰ انچ طول مین ۱۲ فیٹ عرض مین اور ۱۲ فیٹ ۴ انچ ارتفاع مین ہی تو ۹ مربع فٹ کے حساب سے چارون دیوارونکی رنگوائی کیا ہو گی۔

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۱۶ انچ ہی تو اوسکی دیوارونپر گز بھر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگے گا۔

(۶) ایک صندوق مکعب ہے اور سیسہ کی چادرون سے منڈھا ہوا ہی اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر سیسہ لگا ہی اور اس حساب سے کل صندوق مین ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہی تو صندوق کا طول و عرض دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۱۲ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۶ فیٹ ۱۶ انچ گہرا ہی اوسکے اطراف اور تہ مین سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہین اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیر سیسہ خرید کیا ہی اور وہ ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگتا ہی تو بتاؤ اس ظرف مین کیا لاگت لگے گی۔

(۸) ایک ظرف اوپر کی طرف سے کھلا ہوا ہی اور وہ سیسہ کی چادرون سے بنایا گیا ہی اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۳ سیر ہی اور وہ ظرف ۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۲ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور ۴۲ مکعب فٹ کی اوسمین سمائی ہی تو سیسہ کا وزن دریافت کرو۔

(۹) ایک صندوق ڈھکنے سمیت ۱½ انچ موٹے تختے کا بنایا گیا ہی اگر استعداد بیرونی اوسکی ۳ فیٹ ۶ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہون تو بتاؤ اوسکے بنانے مین کتنے مربع فٹ تختے لگینگے۔

(۱۰) ایک ہموار چھت ۱۰ فیٹ ۴ انچ لنبی اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہی اگر اور سیسہ کی چادرین ایک سولھوین انچ کے برابر موٹی بچھائین اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۱۰ ۱/۲ اونس اور ایک پونڈ کی قیمت ۳ ۱/۲ پنس ہو تو بتاؤ اس چھت مین کیا لاگت لگیگی۔

(۱۱) ایک گول کمرہ ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۸ فیٹ قطر کا ہی تو اوسکی دیوارون کی رنگوائی بحساب ۲ ۱/۲ آنہ گز کے کیا ہوگی۔

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہی اوسکے قاعدہ کا محیط ۶۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۸۰ فیٹ ہی تو اوسکی رنگوائی مین ۲ ۱/۲ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگے گی۔

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہی تو اوسکی گلٹ کرائی ۱ ۱/۲ آنہ مربع انچ کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۱۴) ایک گول کمرہ ہی اور اوسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہین اور کمرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہی تو ۹ فی مربع فیٹ کے حساب سے اوس کی استرکاری مین کیا لگے گا۔

(۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہان وہ دیوارون سے ملتا ہی ۲ آنہ فٹ کی لگائین تو اوس نجیر کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک صحن مستطیل ہے اور ۱۰۰ فیٹ لنبا اور ۹۰ فیٹ چوڑا ہی اور اوسکے طول مین ستہ ۶ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہی اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہی اور سین ہر روپیہ ۱ ہر ایک مربع گز پر لاگت لگی ہی اور باقی جگہ کے فرش مین ۱ ہر گز تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی۔

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہی اور ہر منزل مین تین دروازے ہین اور سب سے نیچے کی منزل کے دروازے کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور بیچ کی منزل کے دروازہ کا ارتفاع ۹ فیٹ اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور عرض سب کا ۴ فیٹ ہی اگر ان دروازون مین شیشے لگائین اور ۱ مربع فیٹ خرچ کرین تو کیا لاگت لگے گی۔

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہی ۵۸ فیٹ سی ۴۴ فیٹ دیوارونکے درمیان واقع ہے اور ۱۵ فیٹ

۳ انچ سے ۸ فیٹ جگہ پر پیٹر ہیان لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنی مربع فیٹ فرش اوسکے واسطے درکار ہوگا
(۱۱) ایک کمرہ ۲۲ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہی اوسکی دیوار و پر ۳۰ انچ چوڑا ۱۱ آنے
گز کا کاغذ کتنے کا لگے گا ان دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہی
اور ایک آتشدان ۷ فیٹ سے ۶ انچ سے ۶ فیٹ ہی اور ایک دروازہ ۱۲ فیٹ سے ۵ فیٹ ۷ انچ ہے
ان سب کو منہا کر کے حساب لگاؤ۔

(۲۰) ایک صحن مربع ۳۶ فیٹ لمبا ہی اور اوسکے وسط مین ایک چمن مدور ۱۲ فیٹ قطر کا ہی اور
تین طرف اوسکے ۴ فیٹ چوڑی کیاری پھولون کی ہے تو بتاؤ اگر باقی جگہ مین ۴ روپیہ گز کا
فرش کرائین تو کیا لاگت لگے گی۔

اکتالیسوین فصل کاریگرون کا کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جداہی طرح سے کرتے ہین ایک گز یا فٹ سرکاری اونکے پاس
ہوتا ہی اور اسیواسطے مربع فٹ اور مربع گز رقبہ کے واسطے پیمانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز
جسامتون کے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہی۔

(۳۶۱) فرش بنانیکا اور استرکاری اور پلاستر اور کمپریل اور چھپر کا کام اور رنگوائی کا کام مربعون کی
تعداد پر موقوف ہوتا ہی اور مربع مین ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتے ہین مثلاً معمار کہے گا کہ
۱۰۰ روپیہ گز استرکاری کے لونگا تو اوسسے مراد یہ ہوتی ہی کہ سو مربع گز کی استرکاری کی اجرت ۱۰۰ روپیہ
ہونگے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہین کہ یہ سب حساب فی سیکڑہ ہوتے ہین
اور بول چال مین فی گز و فی فٹ بولتے ہین۔

(۳۶۲) چھتین دو طرحکی ہوتی ہین ایک چھتین تو ایسی ہوتی ہین جیسے کہ ہمارے مکانون کی
بنی ہوئی ہین دوسری چھتین قینچی دار ہوتی ہین جیسے کہ تنے ریل کے اسٹیشنون پر دیکھی ہون
اور کمپریل کی چھتین اکثر قینچی دار ہوتی ہین اب یہ قینچیان تین طرحکی ہوتی ہین اور اونکے
تین ہی طرحسے حساب ہوتے ہین۔

اول طول نیچی کے بازو کا تین چوتھائی عرض مکان سی ہوتا ہی اسی نیچی کا اندازہ اسطرح ہوتا ہی کہ عرض مکان کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین وہی اندازہ چھت کا ہوتا ہی۔

دوم مکان کے عرض کی برابر نیچی کے بازون کا طول ہوتا ہی اسلئے چھت کا اندازہ مکان کے دوچند عرض سے ہوتا ہی۔

سوم ارتفاع نیچی کا عرض مکان کے $\frac{1}{4}$ حصہ کی برابر ہوتا ہی اس صورت مین طول نیچے کی لکڑی کا $\frac{1}{2}$ عرض مکان کا ہوتا ہی اسلئے چھت کا اندازہ $\frac{1}{2}$ عرض مکان سے ہوگا۔

(۳۶۳) ہر قسم کے کاریگرونکے واسطے جدا جدا دستور حساب کے بندہ گئے اونکے موافق حساب عملاً ہوتا ہی اونمین کچھ مسامحت کے اصول کام مین نہین آتے اسلئے تفصیل اونکے بیان فضول ہی بطور مثنے نمونہ از خروارے ہم دروازون کا حساب جسطرح کیا کرتے ہین اور اوسکے موافق مزدوری لیتے ہین اوسکو لکھتے ہین۔

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دونو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہین اور جو اس ازدیاد سے طول اور عرض کی مقدارین ہوجاتی ہین انکو ہم ضرب دیتے ہین اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا سمجھتے ہین اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین اور اگر دونو طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو دوچند کر لیتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۷ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۴ انچ بنائینگے تو رقبہ مربع فیٹ مین۔

$7\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{3}$ یعنی $\frac{15}{2} \times \frac{13}{3}$ یعنی $\frac{195}{6}$ یعنی $32\frac{1}{2}$ مربع فیٹ ہی۔

اب اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہو تو ۸ $\frac{3}{4}$ مربع فیٹ کی مزدوری دیجائیگی اور اگر دونو طرف دلہ دار ہو تو ۶۵ مربع فیٹ کی اجرت دیجاے گی۔

(۳۶۴) انجنیر ہمیشہ اینٹونکا حساب مکعب گز سے کرتے ہین مگر یہ جو روزمرہ کی عمارت مین اینٹ کا کام ہوتا ہی اوسکا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اوسکا بیان کرتے ہین

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار جسکا آثار ڈیڑہ اینٹ کا ہو اوسکو آثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہین پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کے مربع گزون سے کرتے ہین جو اینٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہی یا روڈ کے مربعون سے حساب لگاتے ہین اور ہر ایک روڈ مربع مین ۳۰¼ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۷۲ مربع فیٹ۔

پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہی جسکی سطح ایک روڈ مربع اور آثار اوسکا ڈیڑہ اینٹ ہو اور اس روڈ کو پیمانہ معینہ سرکاری کہتے ہین جہان ہم روڈ پیمانہ لکھین وہان یہی روڈ سمجھنا چاہیے۔

(۳۶۶) ایک دیوار مین تعداد روڈ کے پیمانون کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ پر تقسیم کرو۔

خارج قسمت روڈ پیمانون کی تعداد ہوگی بشرطیکہ دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری رکھتا ہو اور اگر اندازہ سرکاری نہو تو خارج قسمت کو آثار کی نصف اینٹون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرو عمل مین اکثر ۲۷۲ کی جگہ ۲۷ ہی کام مین لاتے ہین

(۳۶۷) مثالین۔

(۱) ایک اینٹ کی دیوار ۱۵ فیٹ لمبی اور ۸½ فیٹ بلند اور ۲½ اینٹ آثار کی ہو اوسمین روڈ پیمانے دریافت کرو $\frac{\frac{1}{2}\times 8\frac{1}{2}\times 15}{272} = \frac{5}{3}\times\frac{85}{272} = \frac{17\times 5\times 35}{544} = 5.46$

پس تعداد روڈ پیمانون کی ۵½ تخمیناً ہوئی

(۲) ایک چھت سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فیٹ ہی اور آثار دو اینٹ کا ہی۔

$$\frac{15\times 20}{9\times 2} = \frac{50}{3} \text{ اور } \frac{4}{3}\times\frac{50}{3} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$$

پس تعداد معینہ گزون کی ۲۲⅔ ہی

(۳۶۸) اکثر اینٹین ۹½ انچ لمبی اور ۴ انچ چوڑی اور ۲½ انچ موٹی ہوتی ہین مگر جب ونمین چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام مین ایک انچ طول اور عرض اور دل مین بڑہا

لیتے ہین پس اسلئے اینٹ کے طول اور عرض اور دل ۹ انچ اور ۴½ انچ اور ۳ انچ خیال کرتے ہین اور ایک روڈ پیمانہ مین ۴۵۰۰ اینٹین بعد کردہ کے سنہائی کی لگتی ہین۔

اکتالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک دیوار ۶۲ فیٹ ۷ انچ لمبی اور ۴۱ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲½ اینٹ آثار کی ہی اوسمین کی روڈ پیمانون کی تعداد دریافت کرو۔

(۲) ایک محراب دار شلشی دیوار بنی ہوئی ہی اور اوسکا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲۲ فیٹ لمبی اور ۲۰ فیٹ اولتی تک ہی اور ۳۶ فیٹ زمین سے چھت کی کگر تک بلند ہے اوس مین تعداد روڈ پیمانون کی دریافت کرو۔

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ ۷ انچی منڈیر شلشی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۳۶ فیٹ بلند ہے اور عرض اوسکا ۲۴ فیٹ آثار ۲½ اینٹ کا تو، اروپیہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اوس پر لگے گی۔

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳۰ فیٹ لمبی اور ۴۰ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک شلشی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہے اور ۲۰ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲½ اینٹ آثار کی ہے اور ۲۰ فیٹ سے ۴۰ تک ہے اوسکا ۱۲ فیٹ کا آثار اور شلشی دیوار ۱½ اینٹ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پیمانے گزاوسمین ہین۔

(۵) فرض کرو کہ ڈہائی روپیہ ہزار اینٹین ہین اور ایک روڈ مین ۴۵۰۰ اینٹین لگتی ہین اور مصالح چونہ وغیرہ مین فی روڈ عہ لگتا ہے اور مزدوری ڈہائی روپیہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۳۶ فیٹ لمبی ۱۰ فیٹ بلند اور ۲ اینٹ کے آثار کی دیوار مین کیا لاگت لگے گی۔

(۶) ایک مکان کا طول ۴۰ فیٹ اور ۲۵ فیٹ عرض ہے اوسپر قبچی دار چھت قسم اول

کی ۱۲½ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے ہین بینگے۔

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فیٹ اور عرض ۴۰ فیٹ ہی اوسپر قسم دوم کی قیچی دار چھت ۱۲½ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے بینگی۔

(۸) ایک مکان ۴۰ فیٹ طول مین اور ۲۰ فیٹ عرض مین سیسے کی چادرون سے پٹا ہوا ہی اور چھت قیچی دار ہے اور اوسکا ایک پلڑا گیارہ بار ہوین عرض مکان سے ہی اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہی اور قیمت ۲۱ شلنگ فی ہنڈرڈ ویٹ ہی تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگے گی۔

(۹) ایک اوٹ ۴۵ فیٹ ۵ انچ سے ۸ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکی قیمت ۷ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۴ فیٹ سی ۲۴ فیٹ ہی اوسکے فرش کی لاگت ۱ پونڈ ۸ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی اور اوسمین دو آتشدان ہین اور ہر ایک ۴ فیٹ سے ۴ فیٹ ہی اونکو فرش کے حساب سے مین نہ لگاؤ۔

(۱۱) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ بلند ہی اوسکے گچ کرنے ہین ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگے گی۔

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فیٹ اور طول اوس رسی کا جو اولتی سے اولتی تک لگائی جائے ۶۰ فیٹ ہی تو قیمت چھت کی ۲۳ روپیہ ۱۲ آنہ کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۱۸ فیٹ لنبی اور ۶ فیٹ بلند ہی اور ایک اینٹ کا آثار ہی اور ۸ ستون ہین ہر ایک ستون ۱½ فیٹ چوڑا ہی آثار اوسکا ½ اینٹ کا ہی اوسمین پیمانے گزون کے تعداد کے دریافت کرو۔

(۱۴) ایک کمرہ ۳۶ فیٹ طول اور ۱۸ فیٹ عرض اور ۱۲ فیٹ بلند ہے ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی گچ کرائی اور ۱۲ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی چھت کی بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ۶ انچ ہو اوسکے فرش مین بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ بلند ہی اور دیوار پر تہ زار رنگ پھرا ہی اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع رنگوائی کا دیا گیا ہی تو بتاؤ کیا لاگت اسمین لگے گی۔

بیالیسوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل اون مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتھے باب مین کیا گیا ہے تو اوسکی پیمائش اوس قاعدہ سے کہ مخصوص اوس مجسم سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہ ہو تو دفعہ ۳۰۷ کے موافق مساوی الاضلاع تراشون کی وساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت کر سکتے ہین وصورتین ایسی کثیر الوقوع ہین اونکے واسطے قاعدے مقرر کئے گئے ہین گو وہ صحیح نہین مگر ایسی آسان اور سادہ ہین کہ محاسبون نے اونکے برتنے کو پسند کیا ہی اور وہ قاعدہ ذیل مین لکھے جاتے ہین

(۳۷۰) چوکھوٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول مین ضرب دو تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی۔

اوسط عرض کا سطح دریافت ہوتا ہی کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کے عرض حقیقی کو ناپو اور ان سب عرضون کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو ماحصل اوسط عرض ہوگا اور سطح اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے۔

(۳۷۱) مثالین۔

(۱) ایک لکڑی کا طول ۲۴ فیٹ ہی اور اوسط عرض ۱ فٹ ۹ انچ اور اوسط موٹائی کا فٹ ۶ انچ

$$۶۳ = \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۴} \times ۲۴ = \frac{۱}{۲} ۱ \times \frac{۳}{۴} \times ۲۴$$

پس ہمکو حجم ۶۳ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک لکڑی کا طول $۱۶\frac{۱}{۲}$ فیٹ ہی اور موٹائی اوسکی سرے پر ۱ فٹ ہے اور دوسرے

سرے پر انچ اور عرض ۲ فیٹ ہی

اب موٹائی متوسط مین ۱ اور ۱½ کا نصف مجموعہ یعنی ۱¼ ہوگا

$$۱۶ \times ۲ \times ۱\frac{۱}{۴} = \frac{۶۴}{۴} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۳۳}{۲} = ۴۴$$

پس حجم ۴۴ مکعب فیٹ ہی۔

(۳۷۲) اگر لکڑی گاؤدم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہو تو اکثر اوسکے وسط کا عرض اوسط عرض کی جگہہ لیتے ہین کیونکہ جو عرض بیچ بیچ مین ہوگا وہ وہی ہوگا جو سرونکے عرضونکا اوسط نکالنے سے ہوتا اور سطح موٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہی لیکن اس صورت مین لکڑی مجسم ذوزنقہ ہوتا ہے تو بموجب قاعدہ ۲۸۳ کے ہم اوسکا حجم ٹھیک ٹھیک دریافت کرسکتے ہین مگر قاعدہ جس سے کہ حجم تخمیناً نکلتا ہی اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے +

اگر دوسری مثال مین دفعہ ۳۷۱ کی موٹائی گاؤدم ہوتی جائے اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت مین لکڑی منشور کی صورت ہوگی اور سرے اوسکے ذوزنقہ ہونگے اور منشور کا ارتفاع لکڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت مین ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہے مگر عرض برابر گاؤدم ہوتا جائے۔

(۳۷۳) ایک گول لکڑی یا ایسی لکڑی کا جو کہوٹی نہو حجم دریافت کرو۔

قاعدہ اوسط گردہ کی چوتھائی کے مجذور کو طول مین ضرب دو تو حاصلضرب حجم ہوگا۔

(۳۷۴) مثالین۔

(۱) ایک لکڑی جو چوکہوٹی نہین ہی اوسکا گردہ ۹ فیٹ ہی اور اوسکا طول ۳۲ فیٹ ہی گردہ کی چوتھائی ۲¼ فیٹ ہے اور ۲¼ کا مجذور ۵¼ ہے اور $\frac{۹}{۴} \times ۳۲ = ۲$ پس حجم ۲ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک لکڑی جو چوکہوٹی نہین ہے اوسکا گردہ ایک سرے پر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے پر ۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہی۔

اب یہان اوسط گردہ کا ۵+۶/۸ اور سیوا اسطے اوسط گردہ کی چوتھائی ۱۱/۸ ہوگا اور

اور ۱۱/۸ کا مربع ۱۲۱/۶۴ ہی

$$\frac{121}{64} \times 24 = \frac{121}{8} \times 3 = \frac{363}{8} = 45\frac{3}{8}$$

پس ۴۵ ۳/۸ مکعب فیٹ حجم مطلوب ہی۔

(۳۷۵) اگر کڑکی ہیئت بعینہ اسطوانہ ہو تو اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریافت کر سکتے ہین۔ ہمکو یہ معلوم ہی کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۰۳ کے قاعدہ سے اوسکے حجم دریافت کرنے مین اصل حجم سے اوسکی پوری تین چوتھائی سے کچھ زیادہ نتیجہ نکلتا ہی شاید یہ قاعدہ اس سبب سے بنایا گیا ہی کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہین تو بہت سے چھیلنے مین ضائع جاتی ہی اوسکو بھی حساب مین لگا لیا ہی دفعہ ۳۱۳ کی آخر مثال دیکھو اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے نکلتا ہی۔

(۳۷۶) ڈاکٹر ہٹن صاحب نے دفعہ ۳۰۳ کے قاعدہ کی جگہہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہی کہ اوسط گردہ کی ایک پانچوین کو دو چند طول مین ضرب دو ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم ۳۲/۲۵ گنا زیادہ اصل حجم سے بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہی مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہی۔

(۳۷۷) اگر کڑی چوکونی نہو مگر برابر گاؤدم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہوتی جائے تو وسط کی گردہ کو اوسط گردہ کا شمار کرتے ہین اور یہ ظاہر ہی کہ اوسط گردہ برابر دونو سرونکے گردہ کے نصف مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اگر سرے بعینہ دائرے ہی ہون اور کڑی برابر گاؤدم ہوتی جائے تو وہ حقیقت مین مخروط مستدیر ہے اسلئے اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۸ کے ٹھیک ٹھیک دریافت ہو سکتا ہے تخمیناً حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہی۔

بیالیسوین فصل کی مثالین

جن لکڑیون کی استدارہ بتفصیل ذیل معلوم ہین اونمین مکعب فٹ دریافت کرو۔

(۱) طول ۲۲½ فیٹ عرض ایک سرے پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سرے پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی ایک سرے پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سرے پر ۱ فٹ ۹ انچ

(۲) طول ۲۷ فیٹ اوسط عرض ۳½ فٹ اوسط موٹائی ۱½ فٹ

(۳) طول ۳۲ فیٹ اوسط عرض ۲½ فٹ اوسط موٹائی ۱¾ فٹ

(۴) طول ۵۶ فیٹ اوسط گردہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۳۲ فیٹ گردہ ایک سرے پر ۲۵ انچ اور دوسرے سرے پر ۱۳ انچ

(۶) طول ۲۴ فیٹ اوسط گردہ ۴۰ انچ

(۷) ایک لکڑی ۳۰ فیٹ لنبی ہے اور برابر گاؤدم ہوتی ہے اور اوسکے عرض اور موٹائی ایک سرے پر ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سرے پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ لکڑی مین مکعب فٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۳۷ کے دریافت کرو۔

(۸) اوپر کے سوال کی لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کے دریافت کرو

(۹) ایک لکڑی ۴۰ فیٹ لنبی برابر گاؤدم ہوتی ہے ایک سرا دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۶ فیٹ ہے اور دوسرا سرا بھی دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۴ فیٹ ہے اوسمین مکعب فیٹ موجب فعہ ۳۰۳ کے دریافت کرو۔

(۱۰) اوپر کی لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب فعہ ۳۸۰ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب فعہ ۲۶۸ کے دریافت کرو

(۱۲) مثال مین لکڑی چوکھوٹی بنائی جائے اور سرے اوسکے اتنے بڑے ہون جتنے بڑے ہوسکتے ممکن ہون تو یہ لکڑی جو چیل چھلا کرنیمین ہے اوسمین مکعب فیٹ دریافت کرو سولھوین باب کی مثال ۱۵۱ و ۱۵۲ دیکھو۔

تینتالیسوین فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہی کہ ہم پیپون کے ظروف دریافت کرین یعنی یہ دریافت کرین کہ اون ظروف مین مایعات کی سمائی کسقدر ہوگی۔
پیپے مختلف شکل کے بنائے جاتے ہین اور اونکے ظروف کی تخمینہ کرنیکے مختلف قاعدے موافق اونکے ہئیت کے بیان ہوے ہین بعض قاعدے سے ٹھیک ٹھیک ظرف اونکے دریافت ہوتے ہین اور بعض سے تخمیناً معلوم ہوتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک پیپہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدون کے ملانے سے بنتا ہی تو اوسکا حجم بالکل ٹھیک ٹھیک بموجب فقرہ ۲۶۸ کے دریافت کرسکتے ہین اور اگر کسی پیپہ کی شکل اس شکل مذکور سے ملتی ہو مگر بالکل ایسی نہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سے ہمکو تخمیناً حجم اوسکا ہی معلوم ہوجائیگا گو بالکل ٹھیک معلوم ہو۔
(۳۷۹) مگر ایک خاص قاعدہ ہی جس سے ہر قسم کے پیپون کے حجم یا ظرف معلوم ہوسکتے ہین خواہ اونکی کچھ ہی ہئیت ہو اور اوس قاعدہ کے عمل مین بہت فائدہ ہوتا ہی اسکے اندہم کو پیپہ کے اندر تین چیزین معلوم ہونی چاہئین ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جسکو قطر راس کہتے ہین اور اوسکے وسط قطر جسکو قطر متوسط کہتے ہین
(۳۸۰) یہ پیپہ کی ابتدا ہمیشہ انچون مین بیان ہوتی ہین۔
(۳۸۱) ایک پیپہ کا حجم دریافت کرو۔
قاعدہ قطر متوسط کے مربع کا ۳۹ گنا اور قطر راس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطرونکے حاصلضرب کا ۲۶ گنا لو اور ان سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳۱۴۲ ..... مین ضرب دو تو حاصل ضرب کے موافق گیلن اوس پیپہ مین ہونگے۔
(۳۸۲) مثالین۔
(۱) پیپہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر راس ۲۴ ہی۔

$$۳۲ \times ۳۲ \times ۳۹ = ۳۹۹۳۶$$

$$۲۴ \times ۲۴ \times ۲۵ = ۱۴۴۰۰$$

$$۱۹۹۶۸ = ۲۴ \times ۳۲ \times ۲۶$$

$$۷۴۳۰۴ = ۱۹۹۶۸ + ۱۴۴۰۰ + ۳۹۹۳۶$$

$$۹۳۶۵۴۲۷۹ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۷۳ \times ۴۰ \times ۷۴۳۰۴$$

پس پیپہ کا حجم ۹۳ ۶/۱ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ ہے

$$۹۹۸۴ = ۱۶ \times ۱۶ \times ۳۹$$

$$۳۶۰۰ = ۱۲ \times ۱۲ \times ۲۵$$

$$۴۹۹۲ = ۱۶ \times ۱۲ \times ۳۶$$

$$۱۸۵۷۶ = ۴۹۹۲ + ۳۶۰۰ + ۹۹۸۴$$

$$۱۱۶۶۹۲۸ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۷۳ \times ۲۰ \times ۱۸۵۷۶$$

پس پیپہ کا حجم ۱۱۶ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ مائعات سے جسقدر ایک ظرف بھرا ہوا ہو اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے۔ جو حصہ بھرا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہیں اور جو خالی حصہ ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ صورتیں واقع ہوسکتی ہیں ایک یہ کہ پیپہ کھڑا ہوا ہو دوسرے یہ کہ لیٹا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہیں جو مائع ہوا اوسکے عمق کو تر انچ کہتے ہیں اور جو تر انچوں اور طول پیپوں کے انچوں میں فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہیں

(۳۸۵) ایک کھڑے ہوئے پیپے کے حصہ تر کا جو نصف پیپے سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچوں کے مربع کو قطر متوسط اور قطر راس کے انچوں کے فرق میں ضرب دو حاصلضرب کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پیپے کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کرسکتے ہیں۔

پس اب قاعدہ وہ ہر تو جو سطوانہ کی حجم دریافت کرنے مین برتا کرتی ہو اوسط قطر کے مربع کو ترانچون مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۰٫۲۸۳۲۶ مین اور حاصلضرب کو گیلن کی تعداد شمار کرو

(۳۸۶) اب کہتے ہو پیپہ کے اوس حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہی دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا استعمال کرو اور ترانچونکی جگہ خشک انچونکو کام مین لاؤ تو اسے ہمکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپہ کے حجم مین سے تفریق کرو تو باقی ترحصہ ہیگا۔

(۳۸۷) مثالین۔

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہی اور قطر متوسط ۳۲ ہی اور قطر راس ۲۴ اور ترانچون کی تعداد ۱۰ ہے حصہ تر کو دریافت کرو۔

خشک انچونکی تعداد ۳۰ ہی اور فرق قطر متوسط اور قطر راس کا ۸ ہی

$$\frac{۸\times۳۰\times۳۰}{۴۰\times۴۰}=\frac{۹}{۸}\text{ اور }۳۲-\frac{۹}{۲}=\frac{۵۵}{۲}$$

پس اوسط قطر $\frac{۵۵}{۲}$ حاصل ہوا

$$\frac{۵۵}{۲}\times\frac{۵۵}{۲}\times۱۰\times۰٫۲۸۳۲۶=۲۱۶۴۲۱۵$$

پس تر حصہ قریب ۲۱۶۴ گیلن کے ہی

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ اور ترانچونکی تعداد ۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو۔

اب اول اُن خشک حصہ دریافت کرتے ہین

$$\frac{۴\times۱۵\times۱۵}{۲۰\times۲۰}=\frac{۹}{۴}\text{ اور }۱۶-\frac{۹}{۴}=\frac{۵۵}{۴}$$

$$\frac{۵۵}{۴}\times\frac{۵۵}{۴}\times۵\times۰٫۲۸۳۲۶=۲۶۷۷۷۰۰\text{ کے قریب}$$

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپہ کا ۱۱۶۶۹۲۸ ہی اسمین سے ۲۶۷۷۷۰۰ کو تفریق کرو تو باقی ۹۰۱۵۱۰۰ ہی پس حصہ ۹ گیلن کے قریب

(۳۸۸) جو لیٹا ہوا پیپہ ہو اوسکے حصہ تر دریافت کرنیکا قاعدہ قابل اطمینان کے نہین بیان ہوسکتا

جو قاعدہ مٹن صاحب نے بیان کیا ہی اوسمین پیپہ کو اسطوانہ مانا ہی اصل قاعدہ یہ ہی کہ اول دس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپہ پر ایک سطح عمودی سے ترحصہ مین سے تراشی جاے اور اس رقبہ کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۴، ۲، ۲، ۲ پر تقسیم کرو تو حاصل ضرب بتعداد گیلن کے حصہ مین ہوگی۔

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اسطرح پیپوں کا کرتے ہین وہ آبکاری کے ملازم بذریعہ آلات کے کرتے ہین جنکو گاجنگ وڈ یا ڈائی اونیل رڈ کہتے ہین اور اونکے واسطے جدا قاعدے ہوتے ہین ان آلات سے گو صحیح صحیح حال نہین دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور سطلب آسانی سے بھی نہین حاصل ہو سکتا اسلئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب نے بہتر جانا ہی بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہین ہوتا جیسا کہ اونکے معائنہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہی۔

تینتالیسوین فصل کی مثالین

جن پیپوں کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو۔

(۱) طول ۲، ۵۰ قطر متوسط ۵، ۳۱ قطر راس ۷، ۲۲

(۲) طول ۵، ۴۰ قطر متوسط ۵، ۲۸ قطر راس ۴، ۲۱

(۳) طول ۵، ۲۲ قطر متوسط ۵، ۳۲ قطر راس ۵، ۲۶

(۴) طول ۵، ۳۰ قطر متوسط ۵، ۲۶ قطر راس ۲۳

(۵) طول ۸، ۴۶ قطر متوسط ۵، ۳۰ قطر راس ۲۶

(۶) طول ۵، ۴۴ قطر متوسط ۳، ۳۲ قطر راس ۶، ۲۷

(۷) طول ۵، ۴۶ قطر متوسط ۲، ۳۱ قطر راس ۱، ۳۶

کٹے ہوئے پیپون مین ترحصونکے حجم دریافت کرو اونکی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر راس ۳۰ تر انچ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۲۲ قطر راس ۲۷ ترانچ ۱۰

(۱۰) طول ۳۰ قطر متوسط ۲۷ قطر راس ۲۳ ترانچ ۹

(۱۱) طول پیپہ کا پہلی مثال مین ۱ انچ زیادہ ہوا ہی تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ گیلن زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ مین قطر راس ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۳۱ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ مین ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۴۳ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ایک استداد مثال اول کا بقدر ۱ انچ کے زیادہ ہو جائے تو ثابت کرو کہ حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

ساتوان باب سرویئنگ یعنی زمین کی پیمائش

چوالیسوین فصل جریب کا کام مین لانا

(۱۹۰) زمین کی پیمائش مین بعض قواعد مساحت کے بہت بکار آمد ہین انکا بیان اب ہم کرتے ہین

(۱۹۱) زمین کی پیمائش جریب سے ہوتی ہی اور یہ جریبین مختلف طرح کی ہوتی ہین کمپنیونکی پیمائش مین انگلستان کے اندر گنٹر صاحب کی جریب کام مین آتی ہی اور وہ ۴ پول یعنی ۲۲ گز لمبی ہوتی ہی اور ۱۰ اکڑیان اوسمین ہوتی ہین اور ہر ایک کڑی ۲۲/۱۰ گز یعنے ۹۲ء۲ انچ لمبی ہوتی ہی اور ہندوستان مین اکثر ۱۰۰ فیٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہی اور اوسمین ۱۰۰ اکڑیان ہوتی ہین اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہی اور بہاڑونیزہ ہی فیٹ جریب ہلکے ہونیکے سبب سے استعمال مین لاتے ہین اور کمپنیونکی ہندوستانی پیمائش مین ۱۰ گز لمبی جریب ہوتی ہی اور ۶ گز کے بیس حصے ہوتے ہین اور ہر حصہ کو گٹھہ کہتے ہین اور ہر گٹھہ مین تین گز ہوتے ہین۔

(۳۹۲) جنڈری اوس نشان کو کہتے ہین جو زمین مین کسی مقام بتلانیکے واسطے گاڑین۔

(۳۹۳) فیلڈ بک ایک کتاب ہوتی ہی جسمین پیمائش کے تمام کیفیتین اور نتائج لکھے جاتے ہین اسی قسم کا ہندوستان مین کمپنیونکی پیمائش کیواسطے خسرہ ہوتا ہے۔

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے ہین کہ خط مستقیم کو کسطرح جریب سے پیمائش کرتے ہین

اول ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم جسکو پیمائش کرتے ہین وہ اون دو نقطونکے درمیان کا فاصلہ ہی جنمین سے ہر ایک پر ایک جھنڈی لگی ہوئی ہی۔

دس سوئے سو زمین مین گاڑنیکے لئے لیتے ہین۔ دو آدمی ایک جریب سے پیمائش کرتے ہین ایک شخص جو جریب کو آگے کھینچتا ہی اوسکو اگلا جریب کش کہتے ہین اور دوسرے کو پچھلا۔ یہ دونو آدمی ایک جھنڈی پر کھڑے ہوتے ہین اور اگلا جریب کش دس سوئون کو ہاتھ مین لیکر اور جریب کے ایک سرے کو پکڑکر دوسری جھنڈی کی طرف چلتا ہی اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سرے کو اول جھنڈی پر پکڑے بیٹھا رہتا ہے اور جب جریب خوب تنکر بالکل پھیل جاتی ہی وہان جریب کش ایک سوا گاڑ دیتا ہے تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہانتک وہ پھیلی ہی اور پھر یہ شخص وہانسے بھی جریب کا سرا لیکر اوسیطرح چلتا ہی جسطرح پہلے چلا تھا اور پچھلا آدمی بھی اوس سوئی کے پاس آتا ہی اور دوسرا سرا جریب کا پکڑے رہتا ہے جب دوسرا آدمی پوری جریب کو تانکر پھیلاتا ہی اور وہان پھر دوسرا سرا گاڑتا ہی اور پھر پچھلا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ مین لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہی اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہی جبتک کہ طول مطلوب کی پیمائش ہوتی ہے۔

جب دسون سوئے پچھلے آدمی کے ہاتھ نہین آجائین تو وہ فیلڈ بک مین لکھتا ہی کہ طول دس جریب کا ناپا گیا ہی اور دسون سوئے دہ پھر اگلے جریب کش کو دیدیتا ہی اور پھر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہی اور جب دوسری جھنڈی پر جریب کش پہنچتا ہی تو فیلڈ بک سے معلوم ہوتا ہی کہ کتنی دہائی جریب کی پیمائش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلے آدمی کے ہاتھ مین ہوتی ہین اوس سے معلوم ہوتا ہی کہ کتنی جریبین دہائیون کے سوا پیمائش ہوئی ہین اور جھنڈی اور آخر سوئے کے درمیان جو کڑیان ہون اونکی تعداد گن لی جاتی ہی پس اسطرح طول معلوم ہو جاتا ہی۔

(۳۹۵) جریب سے پیمائش کرنے مین بڑی احتیاط اور ہوشیاری اس بات مین چاہئے کہ جریب سیدہی کھینچے اور سمت نہ بدلے پیمائش ایک شیدہ مین چلی جائے احتیاط صحت کے واسطے دوبارہ پیمائش کیا کرتے ہین۔ جب اگلا جریب کش سوا گاڑتا ہی تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھتا ہی کہ سوئے اور جنڈی کے درمیان خط مستقیم پچھلے جریب کش کے سوئے پر سے گذرتا ہی اور ایسے ہی پچھلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہی کہ اوسکے سوئے اور دوسرے جنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھینچا جائے وہ اگلے جریب کش کے سوئے پر گذرتا ہی

(۳۹۶) اگر کھیت یا قطعہ مین شکل مستقیم الاضلاع کی صورت ہو تو خاص خطوط کا طول دریافت کرکے بموجب قواعد باب سوم اوسکا رقبہ ہم دریافت کرلیتے ہین۔

(۳۹۷) مثالین۔

(۱) مستطیل کھیت ۸ جریب ۹۵ کڑی لمبا اور ۳ جریب ۲۶ کڑی چوڑا ہی

۸ جریب ۹۵ کڑی = ۸٫۹۵ اور ۳ جریب ۲۶ کڑی = ۳٫۲۶ جریب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴

۸٫۹۵	۳٫۹۱۷۷
۳٫۲۶	۴
۵۳۷۰	۳٫۶۷۰۸
۱۷۹۰	۴۰
۲۶٫۸۵	۲۶٫۸۳۲۰
۲۹٫۱۷۷	

کھیت کا رقبہ ۲۹٫۱۷۷ مربع کڑی یعنی ۲٫۹۱۷۷ ایکڑ ہی اور اعشاریہ ایکڑ کو روڈ پول کسطرف تحویل کرین تو ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۷ پول کے قریب قبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو

(۲) اضلاع ایک ترکون کھیت کے ۵٫۲ جریب اور ۵٫۶ جریب اور ۶ جریب ہین بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

۵٫۲ + ۵٫۶ + ۶ = ۱۶٫۸۲ اور ۱۶٫۸ کا ½ = ۸٫۴

۸٫۴ − ۵٫۲ = ۳٫۲ اور ۸٫۴ − ۵٫۶ = ۲٫۸ اور ۸٫۴ − ۶ = ۲٫۴

۸٫۴ × ۳٫۲ × ۲٫۸ × ۲٫۴ = ۱۸۰٫۶۳۳۶ اور ۱۸۰٫۶۳۳۶ کا جذر ۱۳٫۴۴ ہے

پس قبہ ۱۳٫۴۴ مربع جریب یعنی ۱٫۳۴۴ ایکڑ یعنے ایک ایکڑ ایک روڈ ۳۸ پول ہے

(۳) ایک گلاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہے اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اوسکا نصف قطر ہے۔ دفعہ ۱۶۸ کے قاعدہ کو کام مین لاتے ہین

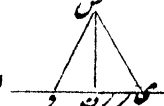
۲٫۵ × ۲٫۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹٫۶۳۵

پس قبہ ۱۹٫۶۳۵ مربع جریب یعنی ۱۹٫۶۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۳ روڈ ۱۶٫۳۴ پول ہے

پینتالیسوین فصل عمود

(۳۹۸) اشکال مستقیمۃ الاضلاع رقبہ دریافت کرنے مین ہمکو ضرورت اسبات کی پڑتی ہے بعض عمودونکے طول جو خاص نقطون سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئے جائین معلوم کرین اور جب مقام ایسے عمودونکا معلوم ہوجاتا تو طول اونکے موافق دفعہ ۳۹۴ کی نپ سکینگے اب ہم اونکے مقامات کے تعین کرنیکا طریقہ لکھتے ہین۔

(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم ہو اوس سے عمود جو اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور س اُس سے باہر ایک نقطہ ہے ایک سمتی دو برابر حصونمین موڑو اور اوسکے بیچ کی مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کھڑا ہو اور دو آدمی اوسکو سرونکو پکڑ کر دو ٹوٹکڑونکو تانین یہانتک کہ خط مستقیم اب کے نقاط د اور ی پر دوسرے آجائین اور دی کا نقطہ وسط ف دریافت کرکے س ف ملاؤ پس س ف عمود مطلوب ہوگا۔

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ مین ضرور ہے کہ خط مستقیم اب کا نشان صاف زمین پر کسی نہ کسی طرح بنایا جائے اور یہ اسطرح ہوسکتا ہے کہ کوئی رسی یا جریب آر اور ب کے درمیان خوب تانکر پھیلائی جائے یا جھنڈیان تھوڑے تھوڑے فاصلہ پر ب اب پر لگائی جائین لیکن اگر خط مستقیم اب کا اسطرح نشان نہ کیا جائے تو ایک شخص آ سے پرے ہٹ کر دیکھ لے کہ د سیدھ مین آ کے ٹھیک ہے اور اسیطرح ب سے پرے ہٹ کر دیکھ لے کہ ی سیدھ مین ب کے ہے

(۴۰۱) خط مستقیم معلوم ہین نقطہ معلوم ہی اس سے جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو۔



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور ف نقطہ معلوم اوس پر ہے اب پر نقاط د اور ی ایسے مقرر کرو کہ ف د اور ف ی اوسمین برابر ہون اور ایک سی دی سی بڑی لو اور اوسکے سرونکو د اور ی پر قائم کرو اور ایک شخص اوی سی کو بیچمین سے پکڑ کر تانے اور فرضکرو کہ جب سی تمنو تو اوسکا وسط س پر پہنچے تو ف س زاوئی قائمی اب پر بنائیگا اور اسیواسطے یہ خط مستقیم مطلوب ہوگا۔

(۴۰۲) پس اوپر کے بیان سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ سی یا دو کے ذریعہ سے عمود مطلوب کا مقام دریافت ہوسکتا ہی مگر ایک آلہ ہوتا ہی اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین کے سرویر اوس آلہ سے عمودونکے مقام کو دریافت کیا کرتے ہین۔

(۴۰۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہی اور ۶ انچ اوسکا قطر ہوتا ہی اور اوسپر دو خط بہت صاف ایک دوسرے پر زاوئے قائمے بناتی ہوئی کھدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے اوپر جڑا ہوتا ہی اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہی جس سے کہ وہ سیدھا زمین مین گڑ سکتا ہی غرض اوسکی بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہی۔

(۴۰۴) ایک خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سے جو عمود اوس خط پر قائم ہو اوسکا مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو۔



فرضکرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور س نقطہ معلوم اوس سے باہر ہے اور اب اور س پر چند مڈیان کھڑی کرو اور فقط نظر سے کوئی نقطہ مقام اب پر ایسا بجو تیز کرو کہ عمود مطلوب ا و اب کی نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو۔

فرض کرو کہ یہ نقطہ د کا ہو اب د پر کراس کی لکڑی کو گاڑ دو اور کراس کو اسطرح رکھو کہ ایک نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت مین دیکھین۔

تو جنڈی ت دکھائی دے اور اوسی نشان پر دوسری سمت مین دیکھین تو جنڈی ب دکھائی دے
اب دوسرے نشان کی سیدھ مین جنڈی کو دیکھو اگر جنڈی س کی اس نشان کی سیدھ مین
دکھائی دے تو ر ب اور اوس عمود کا جس سے قائم ہو نقطہ د محل تقاطع ہوگا اور اگر سیدھ مین مقام
س نہ دکھائی دے تو کراس کو دائین یا بائین طرف ایسا سرکاؤ کہ جنڈی کی سیدھ مین وہ نشان
آجائے ذری سی آزمائش مین ایک مناسب مقام کراس کا ایسا دریافت ہوجائیگا کہ جسکے ایک خط
کی سیدھ مین ر اور ب جنڈیان نظر آئینگی اور دوسرے خط کی سیدھ مین جنڈی س دکھائی دیگی اور
اس مقام کراس سے مقام عمود کا جو س سے ر ب پر نکالا جائے دریافت ہوگا

(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم ہین نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سے اوسپر زاویہ قائمہ بناتا ہوا خط
بذریعہ کراس کے قائم کرو۔

فرض کرو کہ ر ب خط مستقیم معلوم ہی اور د نقطہ معلوم ہی
کراس کے پایہ کو د پر قائم کرو اور کراس کے ایک خط کو متوازی ر ب کی رکھو تو دوسرا نشان کراس کا
مقام اوس خط کا معین کریگا جو زاویہ قائمہ ر ب کے ساتھ بناتا ہی

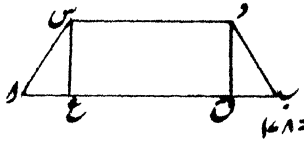
(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب مین ہمنے اعمال مساحت کا بیان کیا ہی اوس سے اون طولون کا
حساب ہوتا ہی جو کھیتون اور قطعات زمین کے رقبونکے دریافت کرنیمین مطلوب ہوتی ہین
اب ہم اوسکی بعض مثالین لکھتے ہین

(۴۰۷) مثالین۔

(۱) مثلث کا قاعدہ ۱۳٫۲ جریب اور ارتفاع ۸٫۳ جریب ہی

$$\frac{1}{2} \times ۱۳٫۲ \times ۸٫۳ = ۵۴٫۷۸$$

پس کھیت کا رقبہ ۵۴٫۷۸ مربع جریب یعنی ۱۵ ایکر ۱ رود ۳۶٫۴۸ پرچ ہے
(۲) ر ب س د جو کون کھیت ہی اور س ع اور د ق عمود ر ب پر ہین اور کراؤن
مین یہ خطوط پیمائش ہوئے ہین۔



ا ح = ۱۱۲ اور ا ق = ۴۴۸ اور ا ب = ۶۲۶

س ع = ۲۲۳ اور د ق = ۲۹۵

پس اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

تو کمیت کے حصونکے رقبے مربع گریون مین بہ تفصیل ہونگے

مثلث ا ع س = $\frac{1}{2}$ × ۱۱۲ × ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸

ذوزنقہ ع ق د س = $\frac{1}{2}$ × ۳۳۶ × ۵۱۸ = ۸۷۰۴

مثلث د ق ب = $\frac{1}{2}$ × ۱۷۸ × ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵

ان تینون عددونکا مجموعہ ۱۵۷۶۷ ہی پس کمیت کا رقبہ ۱ ایکر ۲۵۷۶۷ ہی یعنے قریب ایک ایکر اور ڈاک ایک پول کے۔

چھیالیسوین فصل فیلڈ بک اور جنرہ

(۴۰۸) بہت سے کمیتون کی پیمائش اسطرح سے ہوجاتی ہی کہ ایک کونے سے دوسرے کونے تک ایک خط مستقیم کو پیمائش کرین اور کونونسے جو عمود اوسپر واقع ہون اونکو ناپ لین اول خط کو قاعدہ کا خط یا جریبی خط کہتے ہین اور عمودونکو اوفسٹ کہتی ہین اکثر قطعہ زمین پر جو بڑے سے بڑا خط کھینچ سکتا ہو اوسکو قاعدہ کا خط ٹھہراتے ہین اسسے بہت فائدے حاصل ہوتے ہین اور بعض اوقات قطعات زمین مین ایک ضلع ہی قاعدہ کا خط ہوتا ہی جیسا کہ دفعہ ۴۰۷ کی دوسری مثال مین تمنے دیکھا ہوگا خطوط کی طول پیمائش ہموار جسطرح فیلڈ بک مین مندرج ہوتی ہین اوسکا حال بیان کرتے ہین۔

(۴۰۹) **فیلڈ بک** ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانون مین منقسم ہوتا ہی اور سرورق یعنی مساح صفحہ کے نیچے سے اوپر کی طرف لکھتا ہی۔

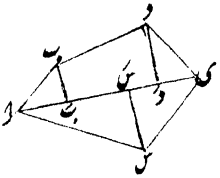
خانہ وسط مین جو قاعدے خط پر طولونکی پیمائشین ہوتی ہین وہ لکھی جاتی ہین اور دائین خانہ مین اون اوفسٹونکی طول لکھی جاتے ہین جو قاعدے کے خط کی دائین طرف واقع ہوتے ہین اور بائین

بائین خانہ مین اون اونسٹون کے طول لکھی جاتے ہین جو قاعدہ کے خط کے بائین طرف واقع ہوتی ہین اور قاعدہ کے جن نقطونپر اونسٹ پیمائش ہوتی ہین اونہین نقطونکے فاصلے کے محاذی لکھی جاتے ہین فیلڈ بک مین فقط پیمائش ہی طولونکی نہین لکھی جاتی بلکہ اور مخصوص باتین بھی لکھی جاتی ہین جس سے نقشہ بنانے مین سرویر کو بہت فائدہ پہنچتا ہی جس مقام پر کوئی جھیل خندق دریا ندی آبادی وغیرہا آجاتی ہین اوسکی تحریر بھی فیلڈ بک مین کرتے جاتے ہین اگر کوئی بڑا درخت یا عمارت آجاتی ہی تو اوسکو بھی لکھ لیتے ہین اور اگر جریب کسی ایسی سرحد پر گذرتی ہی کہ وہان کی حد نہایت غیر منتظم ہوتی ہی تو اوس سرحد کو بھی کیچ لیتے ہین۔

(۴۱۰) مثالین

(۱)

	ی باٹ		
	۱۱۲۵		
	۷۵۰	۲۶۰ دکیطرف	
س کی طرف ۲۵۰	۶۲۵		
	۳۰۰	۲۳۰ ب کیطرف	
	اوسے		



سرویر یعنی مساح اوسے ی کیطرف پیمائش شروع کرتا ہی اور ب پر ۳۰۰ کڑی اور ب پر ایک اونسٹ ب ب بائین طرف ۲۳۰ کڑی کا ہی اور اوس ۶۲۵ کڑی کا ہے اور س پر ایک اونسٹ س س دائین طرف ۲۵۰ کڑی کا ہی اور ا د ۷۵۰ کڑی کا ہے اور د پر ایک اونسٹ د د بائین طرف ۲۶۰ کڑی کا ہی اور ا ی ۱۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کے رقبونکا حساب کرتے ہین اور سب نتائج مربع کڑی مین لکھتے ہین۔

مثلث ا ب ب = $\frac{1}{2}$ × ۳۰۰ × ۲۳۰ = ۳۴۵۰۰

ذوزنقہ ب د ر ب = $\frac{1}{2}$ × ۴۵۰ × ۴۹۰ = ۱۱۰۲۵۰

مثلث د ی د = $\frac{1}{2}$ × ۳۶۵ × ۲۶۰ = ۴۸۷۵۰

مثلث ا ی س = $\frac{1}{2}$ × ۱۱۲۵ × ۲۵۰ = ۱۴۰۶۲۵

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی ہی یعنی ۳ ایکر ۳ رود ۱۴ پرچ

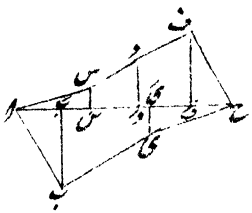
(۲)

	ح تک
	۱۰۲۰
	۹۹۰
ی کیطرف ۵۰	۶۱۰
	۵۸۵
	۴۴۰
	۳۱۵
ب کی طرف ۳۵۰	۱ سے

۴۷۰ ف کیطرف

۳۲۰ و کیطرف

۷۰ س کیطرف



پیمایش کڑیون مین لکھین تو قطعات کے رقبے یہ حاصل ہونگے۔

مثلث ا ب ب = ½ × ۳۱۵ × ۳۵۰ = ۵۵۱۲۵

ذوزنقہ ب ی ی ب = ½ × ۲۹۵ × ۴۰۰ = ۵۹۰۰۰

مثلث ی ح ی = ½ × ۴۱۰ × ۵۰ = ۱۰۲۵۰

مثلث ح ف ف = ½ × ۳۰ × ۴۷۰ = ۷۰۵۰

ذوزنقہ ف ک ک و ف = ½ × ۴۰۵۸ × ۹۰ = ۱۵۹۹۷۵

ذوزنقہ ک س س د = ½ × ۱۴۵ × ۳۹۰ = ۲۸۲۷۵

مثلث س ل س = ½ × ۴۴۰ × ۷۰ = ۱۵۴۰۰

پس کل رقبہ ۳۳۵۰۷۵ مربع کڑی یعنی ۳ ایکر ۳ رود ۱۴ پرچ ۱۶ پول رقبہ ہوا

(۴۱۱) جریبی خط کے سروں کو مثام کہتے ہین اور اکثر فیلڈ بک مین نشان ① ② ③ کا کر دیتے ہین خطوط جریبی کے مقامات بلحاظ جنوب مشرق مغرب شمال کے لکھے جاتے ہین مثلاً ① مشرق سے مراد یہ ہے کہ خط جریبی شروع ہوکر مشرق کیطرف جاتا ہے اور ایسی ہی ② شمال ③ مغرب سے یہ طلب ہے کہ جریبی خط دوسرے مقام سے شروع ہوکر اوس سمت مین جاتا ہے کہ ۵۰ درجہ کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہے بعض اوقات متواتر جریبی خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ راست کا لکھدینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھین کہ ② سے چپ پر تو اسسے یہ مراد ہے کہ جب مساح دوسرے مثام پر پہونچا تو

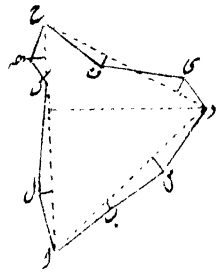
تو وہانسے بائین ہاتھہ کی طرف مڑکر چلا گیا

اگر اونٹ کے خانہ مین صفر ہو تو وہان یہ سمجھنا چاہیے کہ خط جریبی ٹھیک اوسی مقام پر جریب کی حد کے پہونچتا ہے جسکو پیمائش کرنا منظور ہی۔

(۴۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کرسکے کبھی کبھی خطوط زائد کے طولون کی پیمائش کرتا ہی اور اونکی ضرورت کچھہ رقبونکے حساب سے لگانے مین نہین پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک کیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اوسکے رقبے کے دریافت کرنیکے لئے فقط چارون خطونکا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلئے کہ وہ مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہین اونکے رقبونکا حساب ان خطونسے بخوبی ہوجائیگا مگر سہ دیگر دو سرے قطر کو بھی ضرور ناپیگا وہ شکل کا نقشہ چارون مثلثون اور قطر کے طولون سے جو اوس نے معلوم کئے ہین بنائیگا اور دوسرا قطر کھینچے گا اور جس پیمانہ کے موافق اوسنے نقشہ اس شکل کا بنایا ہی اوسی سے وہ دوسرے قطر کو ناپیگا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے ہی یا نہین جو اوسنے پیمائش کیا ہی اگر یہ دونو طول مطابق آپسمین ہوئے تو مساح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے مین ہوگی یا جریب سے پیمائش کرنے مین پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہیئے کہ کہان رہی اور پھر اوسکو دریافت کرکے نقشہ درست کرنا چاہیئے۔

اگر قطعہ زمین جسکی پیمائش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسکے ناپنے چاہئین جسسے رقبہ اوسکا دریافت ہوجائے اور نقشہ بنجائے اب اس کام کی صحت دریافت کرنیکے لئے بھی ضرور ہی کہ اوس عمود کا طول بھی ناپین جو ایک زاویہ سے مقابل کے ضلع پر نکالین یا اوس خط کا طول دریافت کرین جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک کھینچا جائے اور پھر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہیے جو نقشہ مین دریافت کیا جاے وہ طول جو فقط کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اوسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہین

(۳ ا ۴) ایک کمیت یا بہت سی کمیتون کی پیمائش مین بہت سی عمل وسیطرح کرین جسطرح دفعہ ۴۱۰ مین عمل کیا ہی یعنی ہر ایک جریبی خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کمیت کی مثال لیتے ہین اوسکی صورت مثلث کی قریب قریب ہی اس مین خط جریبی پیمائش مین کھینچے جائینگے۔



	⊙ ا	
	۱۶۵۰	
ل	۳۰ ۱۳۰۰	
	۷۲۶ و	۱۲۳۲ د
ک	۵۰۰	
ھ کیطرف	۲۰ ۲۶۰	
	⊙ ح	

بائین طرف پہرا

	⊙ ا	
	۱۴۰	
	۸۲۰	۱۰ ف
	۶۰۰	
ی	۴۰ ۲۷۰	
	⊙ د	

بائین طرف پہرا صفائی کے واسطے اوفسٹونکو بہت بڑھاکر شکل مین بنایا ہی

	⊙ د	
	۱۵۴۰	
س	۳۰ ۹۶۰	
ب	۱۰ ۳۰۰	
	⊙ ا سے شمال مشرق کی طرف چلو	

اضلاع مثلث ا د ح ۱۵۴۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیان ہین پس اس مثلث کا رقبہ بموجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہی

اب ہم اون چھوٹے چھوٹے حصونکے رقبہ کا حساب لگاتے ہین کہ مثلث کے اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کے درمیان واقع ہین

اگر پر اوفسٹ ب اور س پر ہین پس ہمکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ دریافت کرنا چاہیے پس اونکے رقبے مربع کڑیون مین بتفصیل ذیل ہین

اول مثلث = $\frac{1}{2} \times ۳۰۰ \times ۱۰ = ۱۵۰۰$

ذوزنقہ = $\frac{1}{2} \times ۶۶۰ \times ۴۰ = ۱۳۲۰۰$

دوسرا مثلث = $\frac{1}{2} \times ۵۸۰ \times ۳۰ = ۸۷۰۰$

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب ح پر ایک اوفسٹ ی پر ہے اور اندر کی طرف اوفسٹ ق پر ہے تو دو مثلثونمین سے دوسرا مثلث تفریق ہونا چاہیے

اول مثلث = $\frac{1}{2} \times ۶۰۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰۰$

دوسرا مثلث = $\frac{1}{2} \times ۸۲۰ \times ۱۰ = ۴۱۵۰$

اب میزان ۷۸۵۰ زیادہ ہونی چاہیئے

اب ح پر ھ اور ل پر اوفسٹ ہین اور خط جریبی سے نقطہ ک پر ملتے ہین پس یہان دو مثلث ہوئے

اول مثلث = $\frac{1}{2} \times ۵۰۰ \times ۲۰ = ۵۰۰۰$

دوسرا مثلث = $\frac{1}{2} \times ۱۱۵۰ \times ۳۰ = ۱۷۲۵۰$

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

$۱۰۱۶۴۰۰ + ۲۳۴۰۰ + ۷۸۵۰ + ۲۲۲۵۰ = ۱۰۶۹۹۰۰$

پس کل کھیت کا رقبہ ۱۰۶۹۹ ایکڑ ہے

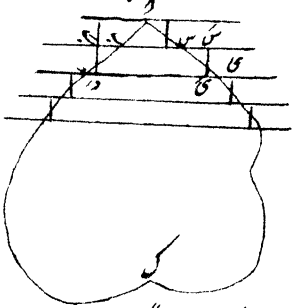
عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۳۳۲ کڑی ہے اور ح و ۶۲۶ کڑیان

(۴۱۴) ایک اور ترکیب بھی سوا رفیلڈ بک کے ہے جسکو مساح اختیار کرتے ہین

کہ ایک نقشہ اوس کیت کا بناتے ہین جسکو پیمائش کرتے ہین اور جن طولونکو ناپتے جاتے ہین اونکے مطابق نقشہ مین خطونپر اوس طول کو لکھتے ہین یہ اکثر دستور بندوبست مین پٹواریونکا اس ملک مین ہے۔

(۴۱۵) ابتک ہمنے جس کیت کی پیمائش کی ہے اوسکی سرحدین خطوط مستقیم کی تعداد اعتدال اور ضبط کے ساتھہ فرض کی ہے لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منتظم ہو کہ وہان کام اوپر کے فرض سے نہ چل سکتا ہو تو وہان دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام مین لانا چاہیے کیت کا نقشہ بناؤ اور حد کو ایسا بدلو کہ مستقیمۃ الاضلاع حد بنجائے اور اوسکے اندر رقبہ اتنا ہی ہو جتنا کہ پہلی ترکیب مین تھا اب آسان اس اصول کے برتنے کی بیان کرتے ہین۔

(۴۱۶) فرض کرو کہ اب د ی س ایک کیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خط ا ب متوازی مساوی الابعاد کھینچو تو اسی کیت کے حصے متساوی العرض ہوجائینگے اب ان حصونمین سے ایک حصہ ب د ی س کو خیال کرو اور خط مستقیم ب د عمود خطوط متوازیہ پر اسطرح سے کھینچو کہ رقبہ اس حصہ کا وہی رہے خواہ اوسکی حد ب د ہو



خواہ ب د ہو اگر ب د کو خط مستقیم سمجھو تو یہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم نہ ہو تو مقام ب د کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوسمین شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی س س دوسرے سرے سے اس حصہ کے کھینچو تو رقبہ ب د ی س کا برابر مستطیل ب د ی س کے ہے پس اس طرح سے ایک سلسلہ مستطیلونکا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہوگا اور ان مستطیلونکا رقبہ آسانی سے دریافت ہوسکتا ہے اسلئے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہوجائیگا

مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کھینچے گئے ہین اور مجموعہ تمام مستطیل کے طولونکا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

اگر کمیت کی نقشہ مین پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کے واسطے بنا تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کو تعبیر کرے گا
اسیواسطے کمیت کا رقبہ ۹ × ۲۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہی
عمل مساحت مین طول مستطیلونکا ایک آلہ سے پیمائش ہوتا ہی اوسکو کنپوٹیشن اسکیل کہتے ہین

چھیالیسوین فصل کی مثالین

ان کمیتونکا نقشہ کھینچو اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولونکی فیلڈ بک مین اسطرح لکھی ہے

(۳)

	ی تک
	۳۰۰
د تک ۱۸۰	۲۴۳
	۱۶۲ ۱۳۶ س تک
ب تک ۱۲۲	۶۶
	اسے

(۴)

	ی تک
د تک ۱۴۰	۵۰۰
	۲۲۰ ۵۰ س تک
	۱۰۰ ۱۶۰ ب تک
	اسے

(۵)

	ف تک
	۸۰۰
	۶۵۰ ۱۲۰ ی تک
	۴۰۰ ۷۰ د تک
س تک ۱۱۰	۳۵۰
	۱۸۰ ۱۵۰ ب تک
	اسے

(۶)

	ح تک
	۶۰۰
	۵۶۰ ۱۴۰ ف تک
	۴۸۰ ۱۵۰ ی تک
د تک ۱۷۰	۴۷۰
	۳۸۰ ۵۰ س تک
ب تک ۱۵۰	۱۰۰
	اسے

(۷)

	۷۸
۴	۷۳ ۸
۸	۳۶ ۱۳
۵	۲۱ ۴
	⊙

(۸)

	۱۰۲	
۸	۷۵	۹
۱۲	۴۰	۴
۷	۱۲	۱۷
	⊙	

(۹)

۱۲۰	
۱۰۰	۱۹
۸۰	۲۶
۶۰	۲۷
۴۰	۲۵
۲۰	۱۸
⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
۲۲	۱۱۰	
	۹۰	۲۶
۴۰	۵۰	
	۳۰	۲۸
	⊙	

(۱۱)

۲۰	۳۸۰	۶۰
۱۰۰	۲۶۰	۴
۷۶	۱۸۰	۴
۱۰	۱۰۰	۶۰
۶۰	۸۰	۲۰
۵۰	۰	۰
	⊙	

(۱۲)

	۱۳۹۴	
	۱۱۱۲	۲۸۰
	۹۳۰	۲۳۰
	۶۱۴	۱۸۴
۲۳۵	۳۶۸	
۶۲	۱۶۰	
۴۲	۳۸	
	○	

(۱۳) فیلڈ بک مین کہیت ا ب س کا حال بتفصیل ذیل لکھا ہوا ہی اور خطوط جریبی تمام کہیت کے اندر ہین اوسکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

ا ۲۵۰	۱۰
۲۰۰	۵۰
۰	
س ⊙	

س ۳۹۰	۰
۲۰۰	۴۰
۱۰۰	۳۰
۰	۱۰
ب ⊙	

ب ۵۶۰	۰
۱۰۰	۳۰
۰	
شمال ۲° مغرب	
ا ⊙	

(۱۴) کہیت ا ب س کا حال فیلڈ بک مین بتفصیل ذیل لکھا ہی اوسکا نقشہ بناؤ اور اوسکے رقبہ کا حساب لگاؤ اور ضلع ا د کی پیمائش نہین ہوئی وہ خط مستقیم بغیر اوفسٹ کے تہا۔

د ۵۰۰	۰
۴۰۰	۶۰
۰	
شمال ۱° مشرق	
س ⊙	

ا ۱۰۰۰	س
۸۶۰	
۶۶۰	۰
۶۰۰	۲۰
۴۲۰	۸۰
۲۴۰	۰
۲۰۰	۱۰
	۴۰
جنوب ۴° مشرق	
ب ⊙	

ب ۱۰۰۰
۸۰ ۶۰۰
۰
جنوب ۳۰° مغرب
ا ⊙

(۱۵) کمیت اور ب س دی فتح کی امداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور سکا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ

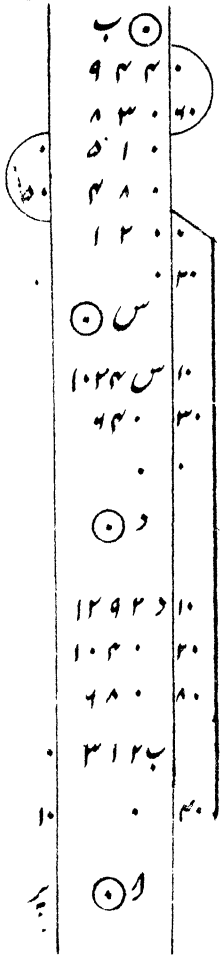
د ⊙ تک
۱۵۶۰
ی ۲۰ ۸۶۴
۶۱۸ ۶۹۰ ح
ف ⊙ سے

ح ⊙ تک
۱۳۰۵
۳۶۳ ۶۹۰ د
س ⊙ سے

س ⊙ تک
۱۶۵۰
۱۲۳۰ ۳۶۲ ب
ح ۳۹۰ ۴۰۵

مشرقی کی سمت ا ⊙ مین شروع

(۱۶) اس کمیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بنائین اور کل کمیت کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرین پھر شلث ب س د مین ۴۱۶۷۳۲ مربع کڑی ہین اور ایک قطعہ زمین کا جس پر حدود اور اوسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پھیلے جائین ۳۰۰ مربع کڑی ہے

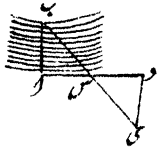


سینتالیسوین فصل سوالات

(۱۴۷) زمین کی مساحت مین ہمنے صرف جریب کی پیمایش اور کراس کا ذکر توضیح کے ساتھہ بیان کیا مگر جہان وسیع اور صحیح پیمائش کرنی ہوتی ہی وہان زاویونکی پیمائش مین آلات استعمال کرتے ہین اور پھر اسکا حساب علم مثلث کی وساطت سے لگاتے ہین اور انمین پیمانون کے ساتھہ ایسی پیمائشونکا بھی ذکر کرتے ہین جہان ہماری رسائی نہین ہوتی اور اون

اشیاء کا فاصلہ جہان ہم نہین پہنچ سکتے دریافت کرتے ہین باوجودیکہ ایسے سوالات کی حل کرنے مین علم مثلث کا کام پڑتا ہی مگر بعض سوال نہایت سیدہے سادے طور سے حل ہوجاتے ہین اسلئے ہم اونکا بیان کرتے ہین

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو



فرض کرو کہ دریا کے نزدیک ایک چیز آ ہی اور ٹھیک اوسکے مقابل پر ایک اور چیز ب دریا کے متصل ہے ایک خط اس زاوئے قائمے بناتا ہوا اب پر کھینچو اور اتنا طول اوسکا کہو کہ جسمین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو دکھاتا ایسا کھینچو کہ س د برابر اس کے ہو د سے ایک خط مستقیم زاوئے قائمے بناتا ہوا د ب پر کھینچو اور اوسمین نقطہ ی ایسا دریافت کرو کہ ب س ی ایک خط مستقیم ہو پس مثلث س اب اور س د ی سب طرحسے برابر ہین اور د ی برابر ہی اب کے اب د ی کو پیمایش کرلو تو اوسے طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہوجائیگا۔

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ مین ضرورت اسبات کی پڑتی ہی کہ ایک خط مستقیم زاوئے قائمے بناتا ہوا دو خط مستقیم پر کھینچین اور اوسکی ترکیب ہم پینتالیسوین فصل مین بیان کرآئے ہین اب ہم ایک اور ترکیب سے سوال کو حل کرتے ہین اوسمین کچھہ ضرورت زاوے قائمے بنانے کی نہین ہوتی

(۴۲۰) اون دو مقامونکی درمیان فاصلہ دریافت کرو جنمین ایک مقام ایسا ہی کہ جہان ہم نہین پہنچ سکتے فرضکرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور ب پر دریا کے حائل ہونیکے سبب سے یا کسی اور روک کے سبب سے ہم نہین جاسکتے۔



اوسے کوئی خط اس کھینچکر ناپ لو اور کسی نقطہ د پر ایک جھنڈی ب س کی سمت مین قائم کرو اور س آ کو ف تک ایسا بڑھاؤ کہ آ ف برابر اس کے ہو اور د آ کو ی تک ایسا خارج کرو کہ د ی برابر د آ کے ہو اور ف د ی پر جھنڈیان گاڑدو پس ح کا نقطہ دریافت کرو

جسپر ب آ اور ف ی کی سمتین قطع ہوتی ہین یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے آ اور ب
ایک خط مستقیم مین اور ی اور ف ایک اور مستقیم مین معلوم ہون
اب مثلث د آ ب اور ی د ح آپسمین سب طرح سے برابر ہین اور ح ر برابر ہے آ ب کے
پس ح ر کو ناپ لین اوس سے آ ب کا طول دریافت ہو جائیگا
(۴۲۱) دفعہ ۴۱۸ اور ۴۲۰ مین ہمنے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب ہمارے پاس موجود
ہین کہ جس سے ایک خط برابر اوس خط کے جسکو ناپنا چاہتے ہین مرسوم کر سکتے ہین اکثر مقامات جہان
ہم نہین پہونچ سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہونگے وہان ان ترکیبون کا استعمال نہین ہو سکتا
اسلئے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سے کہتے ہین جو ایسی صورتون مین ہی بکار آمد ہو سکتا ہے
(۴۲۲) دو مقامونکے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اونمین سے ایسا ہے کہ وہان ہم
پہونچ نہین سکتے اور بہت دور ہے۔
فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور اونمین ب پر پہونچ نہین سکتے اور وہ بہت دور ہے ب کی
سمت مین کوئی طول رس ناپ لو اور س سے کسی ایسی سمت مین
کہ جسمین آسانی ہو برابر اوس کے ناپ لو اور دو ستیان لو جنمین سے
ہر ایک س کے برابر ہو اور ایک کا سرا آ پر باندھو اور دوسرا سرا ب پر
اور رسیونکو تانکر پہلے اونکے خطوط مستقیم پیدا ہون اور اونکے دوسرے ایک نقطہ پر ملین اور
فرض کرو کہ یہ نقطہ ی ہو پس شکل آ ی ب مین معین ہوگی ایک جھنڈی نقطہ ف پر گاڑ دو جہان ہمتین آ ی
اور ب کی تقاطع کرتے ہین۔
مثلثات ف آ ب اور ف ی د مشابہ ہین اسلئے ی ف کو ی د سے وہ نسبت ہے جو آ ف کو ہے
ب سے پس اگر ی ف اور ف آ کو ناپ لین تو اس تناسب سے آ ب کو معلوم کرینگے۔

اڑتالیسوین فصل ضرب اثنا عشری

(۴۲۳) مسطحات اور مجسمات کے پیمانونسے جو سوالات متعلق ہوتے ہین وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بھی حل ہوتے ہین اس ترکیب کا نام ضرب چلیپا یا اثنا عشری ہی وہ علم اور عمل دونو مین بکار آمد ہی عمل مین آسانی ہوتی ہی اور علم مین اوس سے عمدہ تعلیم ہوتی ہی اسلئے جو کچھ ہم اوسکا بیان کرین وہ لائق توجہ کے ہی اول ہم مربعے پیمانون کا ذکر کرتے ہین۔

(۴۲۴) طالب علم خوب طرحسے اس بات کو جانتے ہین کہ مربع فٹ سے کیا مراد ہوتی ہی اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے۔

اب ہم رقبون کے ناپنے کے لئے ایک اور قسم بناتے ہین اور وہ یہ ہی کہ اگر مستطیل ۱۲ انچ لمبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام مسطح اولے رکھتے ہین۔

بس جو جدول مربع پیمانون کی ہی اوسمین یہ پیمانے اور بڑھاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک مسطح اولی ہوتا ہے

۱۲ مسطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہی

(۴۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچون کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مسطح اولی اور مربع انچون مین تحویل ہوسکتی ہے

مثلاً ۱۷ مربع انچ = ۱ مسطح اولی ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ مسطح اولی ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = ۴ مسطح اولی ۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی تعداد مسطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور مسطح اولی مین تحویل ہوسکتی

۹ مسطح اولی = ۱ مربع فٹ ۹ مسطح اولے

۴۵ مسطح اولی = ۳ مربع فیٹ ۹ مسطح اولے

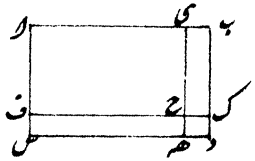
۵۴ مسطح اولے = ۴ مربع فیٹ ۶ مسطح اولے

(۴۲۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہو وہ مسطح اولے ہی اس سے

معلوم ہوتا ہی کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہی وہ ۲ مسطح اولی ہی اور ایسی ہی مستطیل ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض کہتی ہی وہ ۳ مسطح اولی ہی اور علی ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۱ فیٹ اور ایک انچ عرض رکہتی ہے اوسمین ۱ مسطح اولی ہین اوس سے معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۱ فیٹ اور ۲ انچ طول عرض کہتی ہی اوسمین ۱۴ مسطح اولی ہین اور جو مستطیل ۱ فیٹ اور ۳ انچ طول عرض کہتی ہی اوسمین ۱۱ مسطح اولی ہین اور علی ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج ہوتا ہے جسکا بیان مختصر یہ ہی کہ فیٹ اور انچون کا حاصلضرب مسطح اولی ہوتا ہی۔

(۴۲۷) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہو۔

فرض کرو کہ شکل ا ب س د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہی اور ا ب طول اور ا س عرض ہے اور فرضکرو کہ ا ی ۸ فیٹ ہی اور ا ف ۵ فیٹ اور ی ب ۹ انچ



اور ف س ۶ انچ ہی نقطہ ی سے ھہ متوازی ا س کا اور نقطہ ف سے ف ک متوازی ا ب کا نکالو

اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہی

پس کل مستطیل ا ب د س چار حصونمین تقسیم ہوا ہی یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ح ہے جو ۵ فیٹ طول مین اور ۹ انچ عرض مین ہی

اسیواسطے ۵ مسطح اولی اوسمین ہین یعنی ۳ مربع فیٹ اور ۹ مسطح اولی

دوسرا حصہ مستطیل ا ف ح ی ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۵ فیٹ عرض مین ہی

اسیواسطے اوسمین ۴۰ مربع فیٹ ہین۔

تیسرا حصہ مستطیل ح ک ھہ د جو ۹ انچ طول مین اور ۶ انچ عرض مین ہی

اسیواسطے اوسمین ۵۴ مربع انچ ہین یعنی ۳ مسطح اولی ۶ مربع انچ

چوتھا حصہ مستطیل ف ح ھہ س ہی ۸ فیٹ طول مین ۶ انچ عرض مین

اسیواسطے اوسمین ۴۸ مسطح اولی ہین یعنی ۴ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلونکے رقبہ کا ۴۳ مربع فیٹ و سطح اولی ہی اور باقی دو مستطیلونکا ۴ مربع فیٹ ۴ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے اسیواسطے چاردن مستطیلونکے رقبہ کا مجموعہ ۴۸ مربع فیٹ ۴ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے۔

(۴۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اسطرح لکھتے ہین

		۹	۸
		۶	۵
۴	۳	۹	
	۴	۴	۶
۴	۸	۱	۶

طول کو ایک سطر مین لکھو اور عرض کو دوسری سطر مین اسطرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ اور انچ کے نیچے انچ ہون اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہہ مین ضرب دیتے ہین تو پانچ نم ۴۵ ہوئے پس ۴۵ سطح اولی ہوئی یعنی ۳ مربع فیٹ و سطح اولی ہوئے اب ۹ کو لکھدو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ اٹھی ۴۰ ہوئے اور ۴۰ اور ۳ ملکر ۴۳ ہوئے اوسکو سطح اولے کے مقام سے بائین طرف لکھدو۔

اب ہم ۶ مین ضرب دیتے ہین جو انچون کی جگہہ ہی ۶ نم ۴۵ ہوئے ۴۵ مربع انچون مین ۴ سطح اولے اور ۶ مربع انچ ہین اوسکو دائین طرف اوس خانہ کی لکھدو جسمین سطح اولے لکھے ہین اور ۴ کو حاصل مانو اور ۶ اٹھے ۴۸ ہوئے اور ۴۸ اور چار ۵۲ ہوئے اور ۵۲ سطح اولے ۴ مربع فیٹ ۴ سطح اولے ہوئے اونکو اپنے اپنے خانون مین لکھو

اب ان دونو سطرون کے جو حاصل ہوئے ہین جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۹ اور ۴ تیرہ سطح اولے ہوئے جنکا ایک مربع فٹ اور ایک سطح اولی ہوا اکو لکھدو اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اور ۴ اور ۴ ملکر ۴۸ ہوئے۔

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱ سطح اولی ۶ مربع انچ ہوئے

(۴۲۹) اب اس نتیجہ کو اور صورتون مین لکھتے ہین

ایک سطح اولی اور ۶ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اسیواسطے حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور مسطح اولی $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہی اور ۶ مربع انچ $\frac{6}{144}$ مربع فیٹ ہی
اسیواسطے ماحصل مربع فیٹ ہین ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{6}{144}$ یعنی ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{1}{24}$ یعنے ۴۸ $\frac{3}{24}$
یعنی ۴۸ $\frac{1}{8}$ ہے۔

یہ صورتین نتیجہ کی بالکل مطابق اون صورتون کے ہین جو بغیر اعانت ضرب جدولیہ کے نکلین
پس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

۶۶ × ۱۰۵۰ = ۶۹۳۰

۶۹۰ مربع انچ = ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ
یا اسطرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = ۸ $\frac{3}{4}$ فیٹ = $\frac{35}{4}$ فیٹ
۵ فیٹ ۶ انچ = ۵ $\frac{1}{2}$ فیٹ = $\frac{11}{2}$ فیٹ

$\frac{35}{4} \times \frac{11}{2} = \frac{385}{8} = 48\frac{1}{8}$

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھہ اس بات کا بیان کرتے ہین کہ ترکیب مذکور مجسمات پیمانون کے بیانون مین کسطرح توسیع پاتی ہی اور اب ہم دو اصطلاحین بیان کرتے ہین مجسم اولی اور مجسم ثانیہ اور اونکے معنی یہ مقرر ہین کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانیہ ہوتا ہی
۱۲ مجسم ثانیہ کا ایک مجسم اولے
۱۲ مجسم اولی کا ایک مکعب فٹ

(۴۳۱) دفعہ ۴۲۶ کی طرح عمل کرنیسے ہم بآسانی تمام اون نتایج کو حاصل کرتے ہین جنکو اون دو نتیجونکی ساتھہ جو بالفعل معلوم ہین ملانیسے توسار اسطلب اون مختصر بیان ہوتا ہی

حاصل ضرب فیٹ کا مسطح فیٹ مین مجسم فیٹ ہوتا ہی
حاصل ضرب فیٹ کا مسطح اولے مین مجسم اولی ہوتا ہی
حاصل ضرب دو ٹکڑا مربع انچونکا مین مجسم ثانیہ ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا مسطح فٹون مین مجسم اولی ہوتا ہے
حاصل ضرب انچون کا مسطح اولی مین مجسم ثانیہ ہوتا ہے
حاصل ضرب انچون کا مسطح انچون مین مجسم انچ ہوتا ہے

(۴۳۲) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اوسکا طول ۹ فیٹ ۱ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ۔

دفعہ ۳۲۰ مین قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ مسطح اول ہے مربع دریافت ہوا ہی اب ہم باقی عمل لکھتے ہین

۴ ۸ ۱ ۶
۴ ۳ ۰
۱ ۹ ۲ ۶ ۰
۱ ۲ ۰ ۴ ۶
۲ ۰ ۴ ۶ ۴ ۶

اب ہم اول ۴ مین جو بجاے فیٹ کے ہین ضرب دیتے ہین ۴ چھک ۲۴ ہوے ۴ مجسم ثانیہ یعنی ۲ مجسم اولی پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن ۴ اور ۴ اور ۲ چھ ہوے پس ۶ کو لکھدیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہے پس ۱۹۲ کو لکھدیا۔

اب ہم ۳ مین بجاے انچ کے ہے ضرب دیتے ہین ۳ چھک ۱۸ ہوے اور ۱ مجسم انچ ایک مجسم ثانیہ ۶ مجسم انچ ہوے پس ۶ کو اوس خانہ کے دائین طرف لکھو جسمین مجسم ثانیہ لکھے ہین اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اکن ۳ ہوے اور ۳ اور ملکر ۴ ہوے ۴ کو لکھو۔

۳ گنے ۴۸ برابر ۱۴۴ کے ہوے ۴ مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فیٹ ہوے پس ۰ کو خانہ مجسم اولی مین لکھو اور خانہ مجسم فیٹ مین ۴ کو لکھو۔

پس وسطرین جو حاصل ہوئی ہین اونکو جمع کرو پس ماحصل ۲۰۴۶۴ مجسم فیٹ ۶ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوے۔

(۴۳۳) دفعہ ۴۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین بیان کرتے ہین اور ثابت کرتے ہین کہ اگر ہم اوسکو بغیر اس ترکیب ضرب چلیپا کے نکالتے تو ہی نتیجے مطابق انہین نتیجون کے نکلتے ہین

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فیٹ کے رقبون مین بیان کرین تو یہ حاصل ہوگا۔

$$۲۰۴ + \frac{۶}{۱۲} + \frac{۴}{۱۴۴} + \frac{۶}{۱۷۲۸}$$

یعنے $۲۰۴ + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۲۸۸}$ یعنی $۲۰۴\frac{۱۵۳}{۲۸۸}$ ہوے

(۲۳۴) بڑہی جو رول اپنے پاس رکہتے ہین وہ بارہوین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اسلئے رقبون اور مجسمات سے جو سوال عمل مین واقع ہوتے ہین اونمین انچ کے بارہوین حصے ہی داخل ہوتے ہین یہ مثال اور اوپر کی مثالین ایک ہی اصول پر مبنی ہین اب ہم نئی اصطلاحین بیان کرتے ہین جنکے سبب سے تمام رقبے اس جدول کے پیمانون سے بیان ہوا کرین گے۔

مسطح اولی ایک بارہوین مربع فیٹ کا ہوتا ہے

مسطح ثانیہ ایک مربع انچ کا ہوتا ہے یعنی وہی ہوتا ہے جو ایک بارہوان مسطح اولی کا

مسطح ثالثہ ایک بارہوان حصہ مسطح ثانیہ کا ہوتا ہے

مسطح رابعہ ایک بارہوان حصہ مسطح ثالثہ کا ہوتا ہے

(۲۳۵) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہوین اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۷ بارہوین ہے۔

		۸	۹	۱۰
		۵	۶	۷
	۴	۴	۱	۲
		۴	۴	۱۱
		۵	۱	۸ ۱۰
	۴	۸	۱۱	۲ ۱۰

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ مسطح اولی ۲ مسطح ثانیہ ۸ مسطح ثالثہ ۱۰ مسطح رابعہ ہے۔

اڑتالیسوین فصل کی مثالین

جن مستطیلون کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ضرب اثنا عشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۸ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارہوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہوین ۲ فیٹ ۷ انچ ۲ بارہوین

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارہوین ۳ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہوین

جن مجسمات ستوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم بذریعہ ضرب اثناعشری کے دریافت کرو۔

(۱۱) ۳ فیٹ و ۳ فیٹ و ۱ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ و ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ و ۳ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ و ۴ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۳ انچ و ۵ فیٹ ۲ انچ و ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ و ۶ فیٹ ۷ انچ و ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچاسوین فصل میٹر

(۴۳۶) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اوسکا کام ہی کبھی کبھی تحقیقات علمی مین آجاتا ہے اس لئے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے۔

(۴۳۷) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ فرانس کی طرف سے معین ہوا ہے میٹر ہے اور وہ

۳۹٫۳۷۰۷۹ انگریزی انچ کے برابر ہے

سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہے اوسکے ایک دس لاکھوین حصہ کا نام میٹر رکھا گیا تھا حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ وہ قریب $\frac{1}{32}$ ایک انچ کے ہوتا ہے یعنی جس نسبت سے کہ پیمانہ مقرر کیا گیا تھا اوس سے کچھ چھوٹا ہے۔

رقبہ کا پیمانہ معینہ ایر ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے۔

اور مجسمات کے واسطے پیمانہ معینہ میٹر ہے اور وہ ایک مکعب میٹر کا ہوتا ہے۔

تمام تقسیمین اصعاف اور حصون کی عشری ہین ذیل مین اونکی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = $\frac{1}{10}$ میٹر

سینٹی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر

ملی میٹر = $\frac{1}{1000}$ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹائر = $\frac{1}{100}$ ایر

دی کیسیٹر = ۱۰ سیٹر اور ڈی سیسیٹر = $\frac{1}{10}$ سیٹر

اور مایعات کے ناپنے کے واسطے ایک پیمانہ لٹر ہوتا ہے اور وہ ایک مکعب ڈیسی میٹر کے برابر ہوتا ہے اور انکے واسطے ایک پیمانہ گریم ہے وہ ایک مکعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہے۔

اور اونمین ۴۳۲ء۱۵ انگریزی گرین ہوتے ہین۔

اونچاسوین فصل کی مثالین

(۱) دائرہ کا قطر ۱ میٹر ہے محیط اوسکا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا طول ۷۵ر۰ میٹر اور عرض ۴۰ر۰ میٹر ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۳) ایک ذوزنقہ کے خطوط متوازیہ ۷۶ر۰ اور ۵۴ر۰ میٹر ہین اور اونکا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۵ر۰ میٹر ہے رقبہ دریافت کرو۔

(۴) ایک دیوار ۴۸ میٹر لمبی ۳ر۴ میٹر بلند اور ۴۵ر۰ میٹر آثار کی ہے اوسکا حجم مکعب میٹر مین دریافت کرو۔

(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۲ر۴ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ر۰ میٹر ہے اوسکے حجم مین مکعب ڈسی سی میٹر دریافت کرو۔

(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہے تو ۷ر۶ کیلوگریم کا تلتا ہے اور جب پانی سے پر ہوتا ہے تو اوسکا وزن ۹ر۶ کیلوگریم ہوتا ہے تو ظرف کا سماو مکعب ڈیسی میٹر مین دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۸ر۰ میٹر لمبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۲ر۹ میٹر عمق مین ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے ہیکٹولٹر پانی سمائین گے۔

(۸) ایک اسطوانہ مین ۳۶ گیلوگریم پانی آتا ہے اور اسطوانہ کا نصف قطر ۵ سینٹی میٹر ہے اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر کے قریب تک دریافت کرو۔

(۹) ایک تار برقی ۳۵ کیلومیٹر لمبا ہے اور اوسکا قطر ۲½ ملی میٹر ہے تو اوسکا حجم مکعب ڈیسی میٹر مین دریافت کرو۔

(۱۰) ایک لوہے کی گولی کا قطر ۲ر۰ میٹر ہے اوسکا وزن کیلوگریم مین دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۱۵ر۰ گنا اوس پانی سے ہی جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو۔

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع مائل ۵ میٹر ہے۔

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہے اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو

(۱۳) ثابت کرو کہ ایکر مین ۴۰۴۷ر۴ مربع ہوتے ہین

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گز مین ۵ ر ۴۶ ۷ مکعب ڈیسی میٹر ہوتے ہین۔
(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴۵ ر ۴ کے قریب لٹر ہوتے ہین۔
ان نتیجے کی مثالون مین خذ الکعب نکالا جاتا ہے
(۱۶) ایک مجوف کرہ کا ظرف ایک لٹر ہے کرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔
(۱۷) ایک ظرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اوسکا ارتفاع برابر ہے قطر قاعدہ کے اور اوسکا ظرف ایک لٹر کا ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو
(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اوسکا حجم ایک مکعب ڈیسی میٹر ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے سرے سے ٹوٹ کر زمین سے آلگی اور ایسی جگہہ لگی کہ وہ ۵ فیٹ کے فاصلہ پر بلی کی جڑ سے تھی اگر ٹوٹا ہوا ٹکڑا ۲۹ ۱ فیٹ ہو تو بتاؤ اوس بلی کا کل طول کیا ہے۔
(۲) ۱۲۰۰ مربع انچون مین کتنے مربع فیٹ ہونگے۔
(۳) دو مربعون کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہین اور ایک مربع کا ضلع سے چند دوسرے مربع کے ضلع سے طول مین ہے تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو
(۴) ایک مربع مین ۲۵۳۳ فیٹ ۶۴ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو
(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۴۴ گز ہے اور طول سے چند عرض سے ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو
(۶) ایک کمرہ ۲۱ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہے ۲۷ انچ عرض کا فرش ۲ ر پائی گز کا کتنے روپیہ کا لگیگا۔
(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۲ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳ ½ انچ چوڑا ہے اور ۱۳ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۹ انچ عرض کا کاغذ ۲ ½ آنہ گز کا کتنے روپیہ کا لگے گا۔
(۸) ایک مکان مین ۲۳ کھڑکیان ہین اور اونمین ۴۰ کے اندر کالے شیشہ کے لگے ہوئے ہین

اوران مین سے ہر ایک پرکالہ ۲۰ انچ لنبا اور ۱۲ انچ چوڑا ہے اور باقی مین ۹ پرکالے لگے ہوئے ہین اور اونمین سے ہر ایک پرکالہ ۱۶ انچ مربع ہے اور ایک روپیہ ۴ فی فیٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا۔

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۹۹۰ اور ۱۰۰۰ اکڑی ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ذوذنقہ کا رقبہ ۷۵ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۹ فیٹ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور اونمین فرق ۴ فیٹ ہے۔

(۱۱) دو سڑکین ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتے ہین دو آدمی اوس مقام سے چلے جہان سڑکین ایک دوسرے سے ملتی ہین ایک آدمی سڑک پر ۴ میل فی گھنٹہ کی چال چلتا ہے اور دوسرا آدمی دوسری سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ ۱۰ منٹ چلنے کے بعد اونمین کیا فاصلہ ہوگا۔

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے $\frac{1}{16}$ حصہ مین کتنے مربع گز ہوتے ہین۔

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸ انچ ہی اور دوسرے کا ۳۶ انچ ہی تو جو مربع ان دونون مربعون کے برابر رقبہ مین ہی اوسکا مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۱۴) ایک مربع ہین ۳۶۹۰ فیٹ ۱۸ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کیت ۱۳ ایکڑ ۰۸۹ گز کا ہے اگر ایک شخص ۲½ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوسکے گرد پھرے تو کتنی دیر مین اوسکے گرد پھر آئے گا۔

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۸ انچ لنبا اور ۱۴ فیٹ چوڑا ہے اوسمین ایک گز عرض کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کتنے کا صرف ہوگا۔

(۱۷) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۳ انچ بلند ہے اوران دیوارون مین ۴ دروازے ہین اور ہر دروازہ ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہی اور ۲ بڑے دروازے ہین جنمین سے ہر ایک ۱۰ فیٹ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہی اور ایک نشان ۶ فیٹ ۱۶ انچ سے ۴ فیٹ ہی ان سبکو

سنہا دیکر بتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱½ آنہ گز کا کتنا اس کمرہ مین صرف ہوگا۔

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہے اور اوسکی چھت کی رنگوائی مین ۴½ آنہ گز کے حساب سے ۳۹ روپیہ صرف ہوے اور دیوارون کی رنگوائی مین ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵ روپیے صرف ہوے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک مثلث کے اضلاع ۸۴۸ اور ۹۰۰ و ۹۸۸ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ گز ۱ فٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۰ گز ۱۰ انچ عرض مین ہے تو بتاؤ کتنے دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ مین اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہان لوکہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{۲۲۵}{۱۱۲}$ مربع انچ ہے۔

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اوسکے استعمال کے طریقہ کو بیان کرو اور بناؤ پرکار کی ساقین کن نقطون پر رکھی جائین کہ ۳۷ واطول پیمایش ہو۔

(۲۲) بتاؤ ۵ افیٹ مربع کسقدر ۵ مربع فیٹ سے زیادہ ہے۔

(۲۳) دو مستطیل کھیت ہین اور رقبے اونکے آپسمین برابر ہین اور اضلاع ایک کھیت کے ۹۴۵ گز اور ۴۴۳ گز طول مین ہین اور دوسرے کھیت کا بڑا ضلع ۱۳۲ گز ہے تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کھیت کے رقبہ کو ایکڑ روڈ پول مربع گز مین بیان کرو۔

(۲۴) ایک مربع مین ۷۳۶۷ مربع فیٹ ۵۲ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل کھیت کا رقبہ ۶ ایکڑ ۹۶ گز ہی اور اوسکا طول عرض سے سہ چند ہی تو مجموعہ اضلاع اوسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی بتلاؤ۔

(۲۶) ایک کمرہ ۱۸ افیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۷ افیٹ ۹ انچ چوڑا ہی تو ۲۷ انچ عرض کا ڈرش ۳ر۳ بائی گز کا کتنے کا اوسمین صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۱۵ افیٹ طول مین ۱۰ افیٹ عرض مین اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکی چھت اور دیوارون کی رنگوائی ۴½ آنہ گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول مین بہ نسبت عرض کے سہ چند ہے اور ۴ شلنگ ۶ پنس گز کا فرش اوسمین بچھایا گیا ہے اور ۹ پنس گز کے حساب سے دیوارون پر رنگوائی ہوئی ہے اور فرش مین ۸ پونڈ ۵ شلنگ ۴½ پنس اور رنگوائی مین ۴ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۲۹) کسی مثلث متساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰۰۶ فیٹ ہے اور ہر ایک ضلع اضلاع متساویہ مین سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھوان حصہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۰) اب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہے اور زاوئے ب اور س پر قائمے ہین اگر اب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د ی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور ا ی کا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک پل کی محراب قوس کی شکل کی ہے اوسکا وتر ۹۶ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہے۔

(۳۲) ایک مربع گز ۶۰۷۵ برابر مربعون مین تقسیم ہوا ہے ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ مین بتاؤ کتنی ایکڑ مین ۲۵ فصل کی ۴۱ شال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر اوس مستطیل کے ہے جو ۸۱ فیٹ لنبا اور ۶۰ ۳/۴ انچ چوڑا ہے۔

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کمیت ۳۰۰ گز لنبا اور ۴۰ گز چوڑا ہے اوسمین ایک گز کونہ سے دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوسکے اندر ۳۰ گز چوڑا گیرا روشوں کے لئے بنایا جاے تو کتنی جگہہ باقی رہیگی

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۶ فیٹ لنبا اور ۴۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسمین ۴ کیاریان گھاس کی ہین اور ہر کیاری ۲۲½ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہے تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸½ گز کے حساب سے کتنے روپے مین ہوگا

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۴½ فیٹ عرض کا اندر ۴½ آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگیگا۔

اور اوس کمرہ مین بہی خرچ کا غذ منڈہنے کا بتاؤ جسکا طول عرض ارتفاع پہلے کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دوچند ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت مین بہ نسبت پہلے کاغذ کے عرض اور قیمت کے نصف ہے

(۳۸) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہی اور طول عرض سے دوچند ہی اوسمین ۱۶۵ گز کا غذ ۲ فیٹ عرض کا چارون دیوارونمین لگا ہو تو بتاؤ اوسمین فرش کتنا لگیگا۔

(۳۹) شلث کے اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۵۶ فیٹ ہین اوسکے ایک زاویہ سے سب سے بڑے ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جودو شلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہین اونکے رقبے دریافت کرو۔

(۴۰) کیت اب س د کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اسکے اندر بتفصیل ذیل طول پیمایش کڑیون مین ہوئی ہین۔

ب سے عمود ب م کا اس پر = ۴۰۷

د سے عمود د ن کا اس پر = ۸۱۶

اس = ۱۲۲۰ اور ام = ۵۳۲ اور ان = ۴۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوسکا طول دریافت کرو۔

(۴۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لنبا ہی اوسکا کیا عرض رکہین کہ اوسکا رقبہ ۲۱ مربع گز ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۲۰۷ فیٹ ۳۲ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ ½ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۴۴) ایک مستطیل ۲۰۹ گز لنبا اور ۳۰۶ گز چوڑا ہی اوسکے رقبہ کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۳۰۷ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۵۰۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوسکی ۱۴۷ روپیہ ۱۰ ار ۶ ½ پائی ہے تو بتاؤ اوس کے مشابہ قطعہ ۲۰۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۵۷ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۴۶) ایک بازار نصف میل لنبا اور ۴۷ فیٹ چوڑا ہے اوس کے فرش کی لاگت ۷ ½ آنہ

مربع کے حساب سے دریافت کرو۔

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۶ انچ لنبا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۶ فیٹ بلند ہے اوسکی دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۸ فیٹ سے ۳ فیٹ ۹ انچ ہی اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سی ۷ فیٹ ہے اور دو اور دروازے ہین ہر ایک ۵ فیٹ سی ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ کا ایک آتشدان ہے تو ان سب کو دیوارون مین سے منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۷½ گز کا اوسکی دیوارون مین کتنا لگیگا۔

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہے اور ۵ گز کا فرش اوسمین ۷ روپیہ ۱۰ر۶ پائی کا لگا اور اوسکی دیوارون کی سفیدی مین ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ر۶ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۴۹) اب س د چار ضلع کی شکل ہی اور اد کا متوازی ب س ہے

اور اب = ب س = س د = ۳۲۵ فیٹ اور اد = ۴۳۷ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی اوسکے اندر جو مربع بنایا جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۱) ایک مخروط ضلع ناقص کے ایک سرے سے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین اور دوسرے سرے کا بڑا ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سرے کے اضلاع دریافت کرو۔

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۸ فیٹ سی ۴۲ فیٹ ہی اوسکے فرش کا خرچ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۶۰ فیٹ سے ۳۲ فیٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰۷۵ مربع فیٹ ۷۰ مربع انچ ہے اور ایک ضلع ۱۸ فیٹ ۹½ انچ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین ہیکٹر ہین ۳۵۸۸۱ مربع گز ہین اور ایک ہیکٹر ہین ۱۰۰۰۰ مربع میٹر تو طول میٹر کا گزون کی رقمون مین دریافت کرو

(۵۵) ۱۴½ فیٹ طول اور ۱۰ انچ عرض کے تختے ۴۵ گز لنبے اور ۱۲ گز چوڑے چبوترہ پر کتنے بچھین گے

اور اگرہ ۱/۲ آنہ مربع گز فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا روپیہ اوسمین خرچ ہوگا۔

(۵۶) ایک کمرہ ۷ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین ہے ایک فرش اوسکا ۳/۴ گز عرض کے ٹاٹ کا اور ۶/۴ پائی گز کا بنایا جاے اور دوسرا فرش ۷/۸ گز عرض اور ۶/۳ پائی گز کا ہے کا بنایا جاے تو بتاؤ دونون فرشون کی قیمت مین کیا فرق ہوگا۔

(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہے اوسمین دو دروازے ۵ فیٹ سی ۴ فیٹ ہین اور ۳ کھڑکیان ہین اور ہر ایک ۶ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ ہے تو اوسکی دیوارون پر ۱۲/۱۲ انچ لنبے اور ۳/۴ انچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے لگین گے دروازے مستثنی ہین۔

(۵۸) ایک شخص پاس تکھونٹا باغ ہی اور اوسکے قاعدے مین ۲۰۰ گز ہین وہ قاعدہ کے متوازی جھاڑی لگاکر اوسکے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہے تو جھاڑیکا طول دریافت کرو۔

(۵۹) اس دعوی کہ مثالون سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحد المرکز ہون تو اونکے درمیانی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہوتا ہے جسکا قطر برابر اوس وتر بیرونی کے ہی جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہے

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہی اور اوسکا فرش ۲/۳ پائی فیٹ کے حساب سے کیا گیا مگر مرکز پر اوسکے ایک مسدس منتظم کی جگہ چھوڑدی گئی ہے اور اس مسدس کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہی تو بتاؤ فرش مین کیا لاگت لگیگی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لنبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۲ اینٹ آنار کی ہی تو بتاؤ اوسمین کتنی اینٹین لگینگی

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱/۲ گز اور حسامت ایک مکعب گز ۶ مکعب فیٹ ۲۹۶ مکعب انچ ہے اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اوسمین بارش کے سبب سے ۲ فیٹ گہرا پانی چڑھ گیا تو بتاؤ یہ پانی وزن مین کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن ۱۳۱ ۱/۲ سیر ہے۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹا جائے کہ ایک گرین سونے کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجائے تو کتنے ایسے ورق اور پر تلے رکھین کہ ایک انچ کا دل بنجائے اور ایک مکعب فیٹ سونیکا وزن ۱۰ ہنڈریڈویٹ ۵۰ پونڈ ہے۔

(۶۵) ایک مکعب ہین ۷، ۳، ۲ مکعب گز ہین تو بتاؤ اوسکے کنارہ ہین کتنی طولانی فیٹ ہین۔

(۶۶) ایک ظرف چارون طرف سے بند ایک انچ موٹی دھات کا بنا ہوا ہی اور اوسکی اندرونی، فیٹ ۳ انچ اور ۶ فیٹ ۵ انچ اور ۴ فیٹ ۳ انچ ہین اور وزن ۲ ہنڈریڈویٹ ۲ کوارٹر ۷ پونڈ ہے تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹھوس ہوتا اور اندر سے خالی نہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متقاطع کا اوسط ۱۳ مربع فیٹ ہی اگر اوسکا ایک چوکھوٹہ مینار بناوین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضایع ہوتا ہے اور اوسکا وزن ۶۳۹ ٹن کا ہوجاتا ہی تو ایسے مینار کے حجم مین مکعب فیٹ اور ایک مکعب فیٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ۔

(۶۸) ایک گول مینر کے تختہ کا ۶ فیٹ قطر ہے اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ لکڑی اوسمین ہے اور اوسکی خراد کرائی ۶ فی فیٹ کے حساب سے کتنے روپیہ مین ہوگی۔

(۶۹) ایک نالچہ مٹے کا ۴۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہے تو بتاؤ اوس مین کتنے گیلن پانی سمائیگا۔

(۷۰) ناقص مخروط مضلع کے سرے قائم الزاویہ ہین اور ایک سرے مین زاویہ قائمہ کے اضلاع محیط ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور دوسرے ضلع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۷ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو۔

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹا ۹ و ۴½ و ۳ انچ ہے تو بتاؤ کہ

۷۲ و ۸ ۱½ فیٹ کے طول عرض آثار کی دیوار مین کتنی اینٹین لگینگی

(۷۳) ایک مجسم کا دل ایک فیٹ ہے اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے اوس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۴) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ایک فیٹ ۶ انچ عمق مین ہے

اور اوسمین ۲۵۲ کتابین رکھی گئی ہین اور ہر ایک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہے تو بتاؤ ۲ انچ لمبی اور ۳ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی کتابین اوس صندوق مین کتنی اور سمائین گی۔

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مین ۹۵ فیٹ ۲۱۸ انچ ہین اور اوسکا قاعدہ ۲۵ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷۵) مکعب کی جسامت ۰۹۷۰۶۴۵۰۴۸ مکعب انچ ہے اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کی سطح مین ۳۹۳۶۶ مربع فیٹ ہین تو اوسکے کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو۔

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۷۸) پیلن لوہی کا ہے اور ایک انچ موٹا ہی اور طول اوسکا ۳۰ انچ ہے اور اندر کی سطح کا قطر ۲۰ انچ ہے وزن اوسکا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴/۵۶۲ اونس ہے۔

(۷۹) ایک برج کے ہر ایک طرف ۲۱ فیٹ ہی اور اوسکی چھت چپٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوسپر بچھائی گئی ہے جسکی قیمت ۶ پنس مربع فیٹ ہے اور ایک مخروطی چھت ہی جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور سلیٹون سے پٹی ہی اور ۱۸ شلنگ ۹ پنس فیصد سلیٹ کی قیمت ہی اور اوسمین سے ہر ایک کی سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت مین چھت کی قیمت دریافت کرو۔

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہین اور اونمین سے ہر ایک کی سطح سے چند دوسرے کی سطح سے ہی تو اونکے حجمون مین نسبت دریافت کرو۔

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متصل کے کنارے ۳۶ و ۵۷ و ۸۰ انچ ہین تو اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اس مجسم کے ہو۔

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عریض ہے اوسمین ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پانی چلتا ہے تو بتاؤ اوسکا پانی کتنے ٹن سمندر مین ایک منٹ کے اندر گرتا ہے۔

(۸۳) مکعب کی حساست مین ۳۵۹۳۷۵ر۰ مکعب فیٹ ہین اوسکے کنارہ مین تعداد انچون کی دریافت کرو۔

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہی کہ اوسکا حجم برابر اون مکعبون کے حجم کے ہی جنکے کنارے ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور اوسکے قاعدہ کا رقبہ برابر اون دو مربعون کے تفاوت کے ہی جنکے اضلاع ۱۲ و ۱۲½ فیٹ ہین ظرف کا عمق دریافت کرو۔

(۸۵) ظرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہے ½ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اوسکی گلٹ کرانی کیا ہوگی۔

(۸۶) اگر سونا کو ٹکر ایسا پتلا بنایا جاے کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ملکر موٹائی مین برابر اوس کاغذ کے ہونگے جسکے ۴۰۰ تختون کی کتاب ایک انچ موٹی ضخامت مین ہی اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فیٹ ہی

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہی اور اوسکا قطر ۱۵ فیٹ ہی اور اوسکا ظرف ۱۲۰ گنا ایک اور برتن ہے جسکی صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اوسکا عمق ۱۰ فیٹ ۶ انچ ہے اس ظرف کا قطر دریافت کرو۔

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ اور ۴ انچ طول مین ہین وہ بڑے ضلع کے گرد حرکت کرکے جو مخروط مستدیر پیدا کریگا اوسکا حجم اور اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۸۹) مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سرا مستطیل ہے اور ۹۹ انچ سے ۱۲ انچ ہی اور اوپر کا سرا مستطیل ہے جسکا بڑا ضلع ۸ انچ ہی اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو۔

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی کرہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک لٹھہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اور ۱ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہی اور ۱ فیٹ ۷ انچ موٹا ہی تو بتاؤ ۱ انچ موٹے تختے کتنے پیلاؤ کے کٹینگے۔

(۹۲) کسی حمام کا حوض ۷ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱ فیٹ ۹ انچ گہرا ہی اوسمین کس قدر پانی فرن مین سماتا ہوگا۔

(۹۳) مکعب کا حجم ۲۹۷۰۱۲۴۳۲۴۳۴۳۴ مکعب انچ ہی اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہے اوسمین ۴½ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سمائین گے۔

(۹۵) ایک مکان ۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہے اور اوسمین تختون کا فرش بچھا ہوا ہے اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہے اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا ہی اور ۰ فیٹ لنبا ہی تو ایسے تختے کتنے فرش مین لگے ہوئے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختون کا وزن کیا ہوگا۔

(۹۶) ایک کمرہ مکعب کی شکل کا ہی اور اوسمین ۴۶۶۵۶ مکعب فیٹ کا سماؤ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۲۷ انچ عرض اور ۶½ پائی گز کا فرش کتنا لگیگا۔

(۹۷) ایک مخروطی چیت ۱۶ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا مربع ہے اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۴ فیٹ ہی اور اوسپر ½۱ انچ موٹی چادرین سیسہ کی لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنا سیسہ اوسمین لگا ہوا ہی اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ اونس ہے

اگر سیسہ کو اوتارین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائین کہ اوسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ۱½ انچ لنبا اور ½۱ انچ قطر ہو اور ایک سرے پر اوسکے اسی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور ½۳ انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیان اوسکی ایسی بنین گی۔

(۹۸) ایک توپ کا گول گولا ۹ انچ قطر کا گلایا گیا اور مخروط مستدیر کے قالب مین ڈھالا گیا اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہے مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۹۹) ایک اسطوانہ ۴½ فیٹ لنبا ہے اوسکا قطر ۴ فیٹ ہے اور اوسکے سرون پر نصف کرہ چسپان کئے گئے ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۰۰) ٹین کی ایک کیف ہی اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہے اور ارتفاع اسکا ۶ انچ ہی اور ایک سرے کا محیط ۱۲۰ انچ ہی اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہی جسکا محیط ۱۱½ انچ ہے

اور طول ۸ انچ ہی تو بتاؤ کتنے مربع انچ مین اس کیف مین لگا ہوگا۔

(۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ انچ ہے اوسمین سے ۲۲/۳ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے

(۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکے طول سے ہی اور تین نصف اوسکا ارتفاع سے ہی اور ظرف کمرہ کا ۵۰۴۳۲ مکعب فیٹ ہی تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۳۲۷۵۳۸۵۹ مکعب انچ ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ ۳/۴ مکعب فیٹ ہی اور دوسرے مجسم کی ۴ ۱/۲ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلے مجسم کا ہے۔

(۱۰۵) ایک پل ۱۰ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور دریا اوسکی نیچے سے ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ گہری جاتی ہی اور اوس کے رفتار ۴ میل فی گھنٹہ ہی تو بتاؤ اس پل کے نیچے سے ۱۰ منٹ مین کتنا پانی جائیگا

(۱۰۶) ایک مکعب انچ دھات کا اتنا بڑھایا گیا ہے کہ ہر ایک رخ اوسکا ۲۰۱ رقبہ مین بڑھ گیا ہے تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑھا۔

(۱۰۷) کرہ اور مکعب کی سطحین آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۱۳۸۲ گنا مکعب کے حجم سے ہی۔

(۱۰۸) کرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحین آپس مین برابر ہین اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۲۲۴۷ گنا اسطوانہ کے حجم سے ہے۔

(۱۰۹) ایک کرہ اور مکعب کا ایکہی حجم ہی ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۲۴۰۷ کرہ کی سطح سے ہے۔

(۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱۴۴۷ گنی کرہ کی سطح سے ہے۔

(۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱ فیٹ ۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسمین پانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کے قریب تک نکالو۔

(۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکڑ ۳ روڈ ہے اوسپر ۲ فیٹ ۶ انچ اونچی بجری بچھی ہوئی ہے تو بتاؤ بجری ۲ مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بچھی ہوگی

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعب فیٹ ۲۶۱ مکعب انچ ہے اوسکی قطر کا طول دریافت کرو۔

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی ہے اور ۵ سیر اوسکا وزن ہے تو بتاؤ جو چبوترہ اینٹوں کا ۱۰ فیٹ بلند ۶ فیٹ چوڑا اور ۳ فیٹ آثار کا بنا ہوا ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اوسکے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہے اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر کی طرف اور ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے تہ پر ہے اگر اوسمین آدھا پانی بھرا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا۔

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۸ انچ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۱۹) اگر لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کے وزن مین ۹ پونڈ ہی تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۷ انچ اور ۳ انچ ہے۔

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سے چند نصف قطر قاعدہ سے ہے اوس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۱) ایک مجسم متوازی السطوح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہی اور ارتفاع ۲½ فیٹ ۴ انچ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۲) قطعہ زمین ۱۲ ایکڑ کا ہی اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تہین کوئلہ کی جمی ہوئی ہین اور ایک ٹن کوئلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہی اور ایک مکعب گز کوئلہ وزن مین ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام کوئلہ کی قیمت دریافت کرو۔

(۱۲۳) ایک طباق پیتل کا ۵ فیٹ لنبا ۴ فیٹ ۴ انچ چوڑا ½۱ انچ موٹا ہی اوسمین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو۔

(۱۲۴) جنوبی ویلز مین کوئلہ کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور بحساب اوسط کوئلہ کی موٹائی

۹۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن مین صرف کوئلہ کا سالیانہ ۔۔۔۔۔۔۔ ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا کوئلہ کتنے برسون کے واسطے کافی ہوگا۔

(۱۲۵) ایک مخروط مضلع کے دو ٹکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے ہوئی ہین اور یہ سطح قاعدے اور راس کے درمیان عین وسط مین گذرتی ہی تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ سے ہی۔

(۱۲۶) ایک اسطوانہ کا قطر ۵ فیٹ ہی اور اوسکا حجم ۸۵ء۴ مکعب فیٹ تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا ہوگا۔

(۱۲۷) مجسم ذوذنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد ۸ فیٹ سے ۷ فیٹ اور ۲ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۸) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۷ فیٹ ہی اور دونون سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور مخروط ناقص دو حصون مین قاعدہ کے متواری سطح سے تقسیم ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے ۸۴ء۳ فیٹ ہے تو ثابت کرو کہ دونون حصون کے حجم آپس مین برابر ہین۔

(۱۲۹) ایک ٹھوس گولی ۴ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اوسکا وزن ۸ پونڈ ہے تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر اندرونی ۸ انچ ہی اور بیرونی ۱۰ انچ۔

(۱۳۰) ایک گولی کے دائرۂ عظیم کا محیط ۸۰ء۱۵ فیٹ ہی کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۳۱) ایک پتھر کی دیوار ۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ آنار کی چٹان سے پتھر نکالکر اس دیوار مین لگائے گئے ہین وہان غار ۳۰ فیٹ لنبا ۲۰ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا طول دریافت کرو۔

(۱۳۲) ایک ظرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس ظرف مین پانی بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑھ گھنٹہ مین خالی ہوگیا تو بتاؤ اس نل مین

ایک منٹ مین کتنا پانی گذرتا ہے۔

(۱۳۳) ۱۰۰ تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۱۵ فیٹ لمبا اور ۱۰ انچ چوڑا اور ۱½ انچ موٹا ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہے

(۱۳۴) ۴ ایکر کا تالاب ہی اوسپر برابر ۶ انچ موٹی برف جم گئی ہے اگر ایک مکعب فیٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن مین دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن مین صرف ہوتا ہے اوسکا ایک مینار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینار مصر کے قاعدہ کے برابر ہو تو اوسکا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵۰ فصل کی ۱۴ مثال اور اشکالہ متفرقہ کی ۱۲۴ مثال دیکھو۔

(۱۳۶) ایک خندق ۶ فیٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۰ فیٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی اور مٹی نکالکر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اوس سے ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھ بناتا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جسکا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۸ فیٹ ہی۔

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکی تہ کا قطر ۱ فیٹ ہی اور اوپر کا قطر ۱ فیٹ ۳ انچ ہی اور عمق ۱ فیٹ ۶ انچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بھرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن مین کتنے پونڈ کے قریب ہوگا

(۱۳۹) ۱ گز ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ مین ۱۱ پونڈ بارود سماتی ہو اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک مخروطہ کرہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ اور قطر کرہ ۶½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴۱) ایک کھیت مین ایک ایکر ۲ روڈ ۱۶ پول ہین اگر اس کھیت کی زمین کو ۱۸ انچ اونچا اوٹھانا چاہین تو کتنے مکعب فیٹ مٹی اوسپر ڈالین۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے ورق کوٹ کر ایسے بناے کہ وہ ۱ مربع فیٹ پر چسپان ہو سکتے ہین تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہے تو اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہوا سمائیگی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۴۰ فیٹ لنبی ۳۰ فیٹ چوڑی گہری کھودی گئی ہے اور نصف ایکڑ زمین پر مٹی کھود کر یکسان پھیلا دی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہو جائے گی اور یہ مان لو کہ مٹی کھودنے سے حجم مین ۱/۴ انچ بڑھجاتی ہے۔

(۱۴۵) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب ۱۰ انچ ذات ہے اوسکا تارہ ۱۰ انچ قطر کا کھینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا کتنا طول ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہے اوسکے لنبے کنارون کو جوڑ کر ایک میزاب بنایا گیا ہے اور اوس میزاب کا عرض زیادہ سے زیادہ ۸ انچ ہی پس اگر وہ ۴ گز لنبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوسمین آئین گے۔

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہین اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴/۳ انچ ہوا اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۳/۲ انچ ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۴۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کہیت ۴۰ گز لنبا اور ۱۵ گز چوڑا ہی اوسکا رقبہ ایکڑ مین دریافت کرو اور اوسکے اون حصون کے رقبے بھی دریافت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ مین

ملانے سے پیدا ہون

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیوارین ۱۲ فیٹ لبنی اور ۱۰ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند ہین اور ۹ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کے اوسپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے چھت کی رنگوائی مین اور کیا خرچ ہوگا۔

(۱۵۳) ایک ستوازی الاضلاع کے دو ضلعون مین ہر ایک ۵ فیٹ ۹ انچ لنبا اور باقی دو ضلعون مین ہر ایک ۷ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لنبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ ستوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہین۔

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زاوئے قائمے بناتی ہوئی کھینچی گئی ہین اور اونکے طول ۱۳ اور ۱۷ انچ ہین دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵۵) یورک شیر کے کوئلہ کی کان کا رقبہ ۹۳۰ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۶۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان مین ۷ ٹن کوئلہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنے برس تک اگر اسی طرح کوئلہ خرچ ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جائیگا۔

(۱۵۶) انگلستان مین جتنا کوئلہ ایک سال مین صرف ہوتا ہے اگر اوسکا چبوترہ ۱۰ ایکر کے مستطیل پر لگایا جاے تو بتاؤ اسکا ارتفاع کتنے گز کے قریب ہوگا۔

(۱۵۷) ایک مکعب فیٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۶ ایکر پر پھیلتے ہین تو موٹائی ورق کی انچ کے اعشاریہ مین دریافت کرو اور وہان تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمین دو ہندسے ایسے ہون کہ اونسے کچھ مفہوم ہوتا ہو۔

(۱۵۸) ایک مکعب فٹ مین تعداد گیلن کی تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۱۵۹) ایک انچ پیتل کا تار کھینچا گیا ہے اور ½ انچ قطر اوسکا ہی تو بتاؤ تار کتنے انچ کے قریب ہوگا

(۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہین اگر وتر کے گرد یہ مثلث چکر کھاے

توجو دو مخروط پیدا ہونگے اونکا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۱) ایک ظرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اوسپر کچھ ڈھکنا نہین ہے اور ظرف کی قیمت ۱۵ روپیہ ۱۰ر ۷½ روپیہ مربع گز کے حساب سے ہے تو بتاؤ کتنے گیلن اوس ظرف مین پانی آئیگا۔

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فیٹ پیتل کا وزن ۵۰۰ ۸ اونس ہوتا ہی تو اسکے ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ½ انچ ہے کیا ہوگا۔

(۱۶۳) شلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول مین ہین وتر پر وہ حرکت کرکے جو دو مخروط پیدا کرین اونکا حجم اور سطح دریافت کرو۔

(۱۶۴) دو کرون کے وزنون مین نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہین اونکے وزنون مین نسبت ۱۱ اور ۹ کی ہے تو بتاؤ اونکے قطرون مین کیا نسبت ہے۔

(۱۶۵) ایک تار سونے کا ۰۱ر انچ موٹا ہے اوسکا چھلا بنایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہی اب اس چھلے کے اندر جو سطح واقع ہے اوسپر اوس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چھلا وزن مین ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے۔

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پاکر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہی اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائمہ ہے اب اس مجسم کو پانی سے بھری ہوئی اسطوانہ مین ڈبویا اور اس اسطوانہ کی بہی تراش مدور کا قطر ۲ فیٹ ہے اب جس مجسم کو ڈبویا ہے اوسکی یہ کیفیت ہے کہ اوسمین راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح آب سے ملا ہوا ہی تو بتاؤ اسطوانہ مین کس قدر پانی رہا۔

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۶ فیٹ قطر کا کچہ زمین مین گڑا ہے اور اوس کا منہہ نیچے کی طرف ہے اور افقی المقام ہے اور زمین کے اوپر اوسکا ایک تہائی حصہ دکہائی

دیتا ہے تو بتاؤ کتنی زمین کھودین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجائے۔

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کینچین کہ وہ دو برابر حصون مین تقسیم ہوجائے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکے غلاف مین کتنے انچ کے قریب چمڑہ لگیگا

(۱۷۰) پیپہ کا حجم گیلن مین دریافت کرو طول اوسکا ۴۷٫۵ انچ اور قطر متوسط ۲۸٫۶ اور قطر راس ۲۶٫۵ انچ۔

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہی اوسکا فرش ۹ پائی فیٹ کے حساب سے ہوا ہی اور اوسکے گرد مینڈبندی ۵ فیٹ کے حساب سے ہوئی ہے تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈبندی کی لاگت سے وہ نسبت ہی جو ۳۸۰ کو ضلع کے سہ چند فٹون کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکے فرش مین ۹ پائی فٹ کے حساب سے اوتنا ہی خرچ ہوا ہو جتنا ۵ فٹ کے حساب سے اوسکے اضلاع مینڈبندی مین ہوا ہے۔

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰۲ انچ لمبی زیادہ اور ۲ انچ چوڑی کم ہے مگر رقبہ دونون مین ایک ہی ہے تو شکل کینچکر ثابت کرو کہ مربع کے ضلع مین تعداد انچون کی برابر اوس خارج قسمت کے ہے جو ۲۰۲ ، اور ۲ کے حاصل ضرب کو اونکے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کنارون کے ناپنے مین غلطی سے ۰٫۲ ایک انچ طول مین بڑھ گئے اور عرض مین ۰٫۲ انچ گھٹ گئے اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کرکے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر تھا تو صندوق کا حجم مکعب انچون مین دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲٫۱ انچ ہے اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھینچے گئے ہین تو ان خطوط کے درمیان جو حصہ دائرہ کا آئے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷۶) ۲ انچ چوڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ مین جسکا نصف قطر ۲ انچ ہے اسطرح کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو بتاؤ برادہ اوسمین سے کتنا نکالا گیا ہے۔

(۱۷۷) ایک برتن لوہے کا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور ایک اور برتن اسی ظرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے اور ان برتنون کے ڈھکنے نہین ہین اور اونکی شکلین ایسی بنائی گئی ہین کہ اونمین ذرا بھی لوہا بیکار نہین گیا غرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے برتن کا لوہا ۹۲ رحصے دوسرے برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کی مثال مین اگر ڈھکنے بھی ہوتے تو بھی یہی نتیجہ نکلتا۔

(۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہے اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لمبا ہے اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر مخروط کے ہو۔

(۱۸۰) اس دعوی کو مختلف نمونون سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصون مین تقسیم ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چیل چیل کر اسطوانہ مستدیر کی شکل کا بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو تو اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے حجم کے چار نوین حصے کے برابر ہوگا۔

جوابات

جہان جواب پورے صحیح صحیح نہین نکلتے وہان تقریبی جواب لکھے گئے ہین وہ اصلی جوابون سے کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہین۔

پانچوین فصل (۱) ۵۵۰۷ فیٹ (۲) ۸۵۴۵ فیٹ (۳) ۴۸۲۳ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) ۵۴۹ گز ۱ فیٹ (۵) ۹۲ر۴۵۵ (۶) ۶۶ر۵۸۵۸

(۷) ۶۹ر۳۳۸ (۸) ۷۸ر۴۰ر۱۸ (۹) ۳۳۳ فیٹ (۱۰) ۲۲۵۸ فیٹ

(۱۱) ۸۹ فیٹ ۹ انچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۵۴ر۸۰۲۴

(۱۴) ۳۱ر۷۰ر۳۲ (۱۵) ۷۷ر۲۱ر۳ (۱۶) ۱۴ر۲۴ر۱۸

(۱۷) ۸۸۴۱۹ + ۷۸۶ فیٹ (۱۸) ۴۷۶۴۱۲ و ۱۲۰۱۲ فیٹ (۱۹) ۷ فیٹ

(۲۰) ۳۲ + ۲۴ (۲۱) ۱۴ + ۳۰ فیٹ (۲۲) ۲۴۶۲۵۶۱۳۴۲۱۴۱ر۱ انچ

(۲۳) ۵۶ر۵۵ فیٹ (۲۴) ۳۲ر۴۸ فیٹ (۲۵) ۹۸ گز

(۲۶) ۶۴ر۹ فیٹ (۲۷) ۶۶ر۵ فیٹ (۲۸) ۴۸۵ر۸ فیٹ

(۲۹) ۴۷ر۵ فیٹ (۳۰) ۹۱ر۲۱ انچ

(۳۱) ۳۲ر۸۱۱ و ۴۳۱ر۱۱ و ۹۲۳ر۱۰ و ۴۹۸ر۸ و ۳۶۳۶ر۶ (۳۲) ۷۵ر۹ فیٹ

چھٹی فصل

(۱) ۶ر۵ انچ (۲) ۹۸ر۲۵ انچ (۳) ۴۰ فیٹ

(۴) ۶۷½ فیٹ (۵) ۵ فیٹ ۲½ انچ (۶) ایک چوتھائی انچ کو ایک میل سے۔

(۷) ۶۸ میل (۸) ۳۰ انچ (۹) ۹⅝ انچ (۱۰) ۴⅝ انچ

(۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ۔

ساتویں فصل

(۱) ۱۶½ فیٹ (۲) ۴۲ر۲۲ فیٹ (۳) ۵½ انچ

(۴) ۴۷ر۱ فیٹ (۵) ۳ فیٹ ۹ انچ (۶) ۶۵ر۹ فیٹ (۷) ۲۹ فیٹ

(۸) ۳۰ر۲۵ فیٹ (۹) ۲۳ر۸ فیٹ (۱۰) ۷۲ر۴۴ انچ (۱۱) ۴ فیٹ

(۱۲) ۷۵ر۴ فیٹ (۱۳) ۷ر۵۰ فیٹ (۱۴) ۶۳ر۱۲۵ فیٹ

آٹھویں فصل

(۱) ۴۴ فیٹ (۲) ۱۷۴ گز ۱ فیٹ (۳) ۶۷۲ گز ۸ انچ

(۴) ۴ فرلانگ (۵) ۳۲ر۸۲ر۴ فیٹ (۶) ۱۹۶ر۱ر۵۸ فیٹ

(۷) ۶۴ر۷۴ر۵۲۳۵ فیٹ (۸) ۴۸ر۲۴۹ گز (۹) ۱۲۱ گز

(۱۰) ۷۰ گز (۱۱) ۲۳۸ گز (۱۲) ۵۶۰ گز

(۱۳) ۳۱۸۳ رفیٹ (۱۴) ۷۷۹۵ رفیٹ (۱۵) ۵۰۵۴ر۱۰۳ فیٹ

(۱۶) ۸۰۲۸ر۷۰ گز (۱۷) ۳۰ر۶ (۱۸) ۳۶۰

(۱۹) ۸۵۰۹ر۷۰ فیٹ (۲۰) ۷۶۷ر۴ فیٹ۔

نویں فصل

(۱) ۴۶۶۵ر۱۲ انچ (۲) ۴۲۶۵۶ (۳) ۳۵ر۸۱

(۴) ۳ر۷۵ (۵) ۳۰ ۱/۲ انچ (۶) ۱۹ر۵۶ انچ

(۷) ۱۱۷ر۶ انچ (۸) ۸۴ر۱۷ انچ (۹) ۴۷ر۷۶۰۲ انچ

(۱۰) ۱۶ ۱۴ر۵ انچ (۱۱) ۴۵ر۱۹ انچ (۱۲) ۱۴ر۱۸۹۷ انچ

گیارہویں فصل

(۱) ۱۹۶ (۲) ۵۷۶ (۳) ۷۵۶ ۱/۲ (۴) ۹۱۵ ۱/۱۹

(۵) ۱۱۳ گز ۷ فیٹ (۶) ۵۲ گز ۱ فیٹ (۷) ۳۴۸ گز ۴ فیٹ

(۸) ۱۳۴ گز ۴ فیٹ (۹) ۴ گز ۲ فیٹ ۶۴ انچ

(۱۰) ۳۴ گز ۶ فیٹ ۱۶ انچ (۱۱) ۳۷ گز ۶ فیٹ ۹ انچ

(۱۲) ۱۳۲ گز ۴ فیٹ ۵۲ انچ (۱۳) ۲ ایکر ۴ پول

(۱۴) ۵ ایکر ۱ روڈ ۱ پول (۱۵) ۱۵ ایکر ۲ روڈ ۱۰۴ پول

(۱۶) ۷۰ ایکر ۲ روڈ ۶۹۳۷۶ پول (۱۷) ۵۱۱۲۵ مربع فیٹ

(۱۸) ۳۹۳۸ م گز ۲ فیٹ ۵ر۷۶ انچ (۱۹) ۷ ایکر ۲ روڈ ۱۵ پول

(۲۰) ۱۶ ایکر ۳ روڈ ۱۶۸ر۱۶ پول (۲۱) ۴۲ گز (۲۲) ۸۵ گز

(۲۳) ۲۷۳ گز (۲۴) ۴۴۰ گز (۲۵) ۸۸۰ گز

(۲۶) ۱۱۰ گز (۲۷) ۸ر۰۰۴ فیٹ (۲۸) ۱۲۷ گز

(۲۹) ۱۰ر۹۵۴ (۳۰) ۱۶ر۹۴۱ (۳۱) ۶۵ر۵۹۷

(۳۲) ۳ ۶۸ر۸۲ (۳۳) ۱۵۵۶ر۱۶۹ (۳۴) ۳۴۶ر۶ر۱۰۷

(۳۵) ۴۲۷۳ انچ (۳۶) ۱۱½ انچ (۳۷) ۲۸۰

(۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۲۷۹ (۴۰) ۳۷۴½

(۴۱) ۳۴ گز (۴۲) ۶۳ گز ۵ فیٹ (۴۳) ۱۲۷ گز ۴ فیٹ

(۴۴) ۱۸۰ گز ۹۶ انچ (۴۵) ۷ گز ۸ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۶) ۱۶ گز ۹۶ انچ (۴۷) ۲۴ گز ۱ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۸) ۵۹ گز ۱۸۷ انچ (۴۹) ۳ ایکر ۳۴ پول

(۵۰) ۵ ایکر ۲ روڈ ۳۶۸۶ ۳۴ پول (۵۱) ۹ ایکر ۲ روڈ ۲۲۴۶ ۱۱ پول

(۵۲) ۳ ایکر ۱ روڈ ۲۷۲۲ پول (۵۳) ۳۲ فیٹ (۵۴) ۴۴ فیٹ

(۵۵) ۳۵۲ گز (۵۶) ۱۱۰۰ گز (۵۷) ۱۱۰ گز (۵۸) ۳۶ ۳/۴ گز

(۵۹) ۷۸ گز ۱ فیٹ (۶۰) ۲ گز (۶۱) ۱۲۵

(۶۲) ۵/۸ (۶۳) ۶۲۰ (۶۴) ۳ جریب

(۶۵) ۳۰۴۰۵ مربع فیٹ (۶۶) ۱۱ فیٹ (۶۷) ۴۸۸ ۱۰ فیٹ

(۶۸) ۴۹ (۶۹) ۴۳۲۰ (۷۰) ۳۲۴ (۷۱) ۸۱۶

(۷۲) ۴۸ (۷۳) ۱۲/۱۹ ۸۰ (۷۴) ۴۰ (۷۵) ۸۴ (۷۶) ۶۹۶۹۶۰

(۷۷) ۳۲۰۰ (۷۸) ۳۱۸۴ (۷۹) ۲۰ (۸۰) ۳۰۷۸۰ (۸۱) ۳۴۵۶ (۸۲) ۱۶۲

(۸۳) ۲ کو نسبت ۵ سے (۸۴) ۲۸۰ فیٹ (۸۵) ۱۵۱۰ ۵/۸ (۸۶) ۴۴۴۴ فیٹ (۸۷) ۲۱ و ۶۳ فیٹ

(۸۸) ۱ ۵/۸ تولہ (۹۱) ۹۷ روپیہ ۱۱½ پائی (۹۲) ۱۱۰۲ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹۳) ۵۶ روپیہ ۱۰ ۶/۸ پائی (۹۴) ۲۵ روپیہ (۹۵) ۲۳ روپیہ ۶ ۵/۸ پائی

(۹۶) ۳۶۵۹ روپیہ ۳ ۳/۴ آنہ (۹۷) ۳۸۰ روپیہ ۶ ر (۹۸) ۷۷ روپیہ ۹ ر ۴ پائی

(۹۹) ۴۳ فیٹ (۱۰۰) ۱۷ گز (۱۰۱) ۱۴۱ روپیہ ۴ ر (۱۰۲) ۳۲ (۱۰۳) ۴۴

(۱۰۴) ۴۶ گز ۲ فیٹ (۱۰۵) ۲۴ گز ۳۳ انچ (۱۰۶) ۸۸ گز ۲ فیٹ

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲۴ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ ۱/۲ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹/۳ پائی

(۱۱۰) ۷ روپیہ ۵/۱۱ ۵/۸ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷/۹ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳/۹ ۳/۱۶ پائی

(۱۱۳) ۵ روپیہ ۶/۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۶/۹ ۱/۲ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳/۱۰ ۲/۳ پائی

(۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲/۹ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴/۴ ۳/۴ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ

(۱۱۹) ۲۸ ۱/۲ مربع گز ۱۰ روپیہ ۸/۹ پائی و ۲۰ ۲۵/۳۶ م گز (۱۲۰) ۱۰۹ گز ۱ فیٹ (۱۲۱) ۸۰ گز ۱ فیٹ ۴ انچ

(۱۲۲) ۱۳ روپیہ ۲/ (۱۲۳) ۱۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱/۱۰ ۱/۲ پائی

بارہویں فصل

(۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۷۷ مربع گز ۵ فیٹ (۳) ۲۴۹ مربع گز ۲ فیٹ ۷۲ انچ

(۴) ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۸۸۸۷/۲۷ پول (۵) ۲۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ

(۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ و ۴ فیٹ ۶ انچ

(۱۱) ۸/۸۹۴ مربع فیٹ (۱۲) ۸/۸۸۶ مربع فیٹ۔

تیرہویں فصل

(۱) ۲۷ مربع فیٹ (۲) ۵/۲۱۲ م فیٹ (۳) ۴۰ مربع گز ۱ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ

(۴) ۱۸ ایکڑ ۲ روڈ ۵۶۰/۲۵ پول (۵) ۶۰۹۰ (۶) ۵ ۴۲۶۴ (۷) ۲۴/۹۹۵

(۸) ۴۲/۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸ (۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰

(۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰ (۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۶۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰

(۱۸) ۶۶۹۹۰ (۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰

(۲۱) ۲/۹۰۵ (۲۲) ۲۰/۹۷۶ (۲۳) ۲۴/۲۴۹۱

(۲۴) ۱۰۹/۹۸۲ (۲۵) ۳۷۹/۴۷۳ (۲۶) ۴۶۳/۷۷۵

(۲۷) ۱۷۳۲/۵۷۷۵ و (۳۰) ۱۰۲۶ ۲/۳ و ۳۰۸۰۰ و ۱۳۳۵ ۱/۳

(۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۴۵ فیٹ و ۵۴۰ و ۶۳۰ مربع فیٹ

(۳۳) ۲۴۰۰ و ۲۶۰۰ و ۱۸۰۲ و ۳۲۰۰ مربع فیٹ

(۳۴) ب د = $\frac{۶۵}{۱۲}$ فیٹ و اب = $\frac{۱۶۹}{۱۲}$ و دس = $\frac{۵۲}{۳}$ و اس = $\frac{۶۵}{۳}$

رقبہ ۱۴۷$\frac{۱}{۲}$ مربع فیٹ (۳۵) ۱۵ روپیہ ۹ آنہ ۳ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸ آنہ

(۳۷) ۲۱۱۶ (۳۸) ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۸۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۷۵۰ مربع فیٹ (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیٹ (۴۱) ۱۲ روپیہ ۱۲ آنہ ۹ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) ۱۴۱$\frac{۲}{۳}$ (۴۴) ۱۲۵٫۰۵ (۴۵) ۲۷٫۴۵

چودھویں فصل (۱) ۴۶۳٫۷۰۸۴ (۲) ۱۱۳۴ مربع فیٹ۔

(۳) ۱۳۱۶۵٫۷۲ مربع جریب (۴) ۶۰۳۷۶۵ مربع جریب (۵) ۱۳۷۲ مربع فیٹ

(۶) ۲۹٫۸۸ جریب (۷) ۴۰ مربع فیٹ (۸) ۴۴ مربع فیٹ

(۹) ۲۰۴ مربع گز (۱۰) ۵ م جریب (۱۱) ۱۴۷٫۷ م جریب

(۱۲) ۱۵۲٫۰۷۵ م جریب (۱۳) ۱۲۵ گز (۱۴) ۲۸۰ $\frac{۱}{۲}$ گز

(۱۵) ۱۷$\frac{۱}{۲}$ و ۲۲$\frac{۱}{۲}$ م فیٹ (۱۶) ۶۰ و ۶۸ و ۷۶ م گز

(۱۷) ۳۱۲ م فیٹ (۱۸) ایک ایکڑ (۱۹) ۱۱۵۲ م گز و ۲۷۵ روپیہ ۸ آنہ

(۲۰) ۲۴۱ فیٹ (۲۱) ۱۸۰۰ فیٹ (۲۲) ۱۲۶۰ م جریب

(۲۳) ۸۳۹٫۵۵۳ م فیٹ (۲۴) ۱۶٫۸۲۵ م فیٹ (۲۵) ۲۸۸ م فیٹ

(۲۶) ۵۰۶۴۳۰ م فیٹ (۲۷) ۷۲۰۰ و ۲۰۰۰ م فیٹ

(۲۸) ۱۰۲۹۶ م فیٹ و ۱۲۵ و ۳۶۸٫۸۲ فیٹ (۲۹) ۴ و ۱۰۵ و ۶۲۵ و ۶۳۰۴ و ۵۶۶٫۶ فیٹ

پندرھویں فصل (۱) ۱۳۴ م فیٹ (۲) ۱۱۰٫۸۶۵ م فیٹ (۳) ۱۵۰٫۶ م فیٹ

(۴) ۶۸۱۳٫۵۲ م فیٹ (۵) ۱۴۲٫۵۵۷ م فیٹ (۶) ۱۰۳۹٫۲۳ م فیٹ

(۷) ۶۴۹٫۲ م فیٹ (۸) ۲۵۹٫۸۱ م جریب

(۹) ۲۶۲ م فیٹ (۱۰) ۶ × ۴۷۶۴٫۵ مربع فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

سولھویں فصل

(۱) ۱۳۸۶ (۲) ۷۸۵۷½ (۳) ۱۳۶۹۰۲۸½

(۴) ۱۹۶۳/۵ (۵) ۳۰۹۱۵۳۵ر۴۶ (۶) ۵۴۷۳۹۲۳ر۸۴

(۷) ۵ر۶۴ (۸) ۵۸ر۸۶ (۹) ۲۸۳۵۳ (۱۰) ۱۲ر۶۱۶

(۱۱) ۳۰۱ر۷۹ (۱۲) ۲۹۷۸ر۹ (۱۳) ۱۸۸ر۴۹۶م فیٹ

(۱۴) ۳۷۶۹ر۹۲م فیٹ (۱۵) ۲۳۶ر۲۴۸۲۲م فیٹ (۱۶) ۱۵ر۰۹۴ انچ

(۱۷) ۱۵ر۱۱۶ فیٹ (۱۸) ۹۵۶ر۸ فیٹ (۱۹) ۳۸۹۳م فیٹ

(۲۰) ۵۵۴۶۲۲م فیٹ (۲۱) ۵۲۳ر۱۶م فیٹ (۲۲) ۱۱۳ر۴۴ فیٹ

(۲۳) ۵ر۶۵۷ فیٹ (۲۴) ۸ر۰۵ انچ (۲۵) ۱۶ر۵ر۷۷ انچ

(۲۶) ۵۳۹ر۳۰۵۷م فیٹ (۲۷) ۱۳۶ (۲۸) ۴۴ر۸ر۱۷۶ روپیہ

(۲۹) ۴۰۷ر۱۰۴ (۳۰) ۷ر۵۸۶۶ روپیہ (۳۱) ۲۸۵ روپیہ ۱۱ر۶۰۳۲ آنہ

(۳۲) ۵۸۵۷م فیٹ (۳۳) ۱۴ر۸ فیٹ (۳۴) ۵ر۱م فیٹ

(۳۵) ۵م ۹۳۷۶ر۴ فیٹ (۳۶) ۱۸۴ر۹۳۹۲ (۳۷) ۲۰۲۴ر۸م فیٹ (۳۸) ۱۰ر۴ر۲ فیٹ

(۳۹) ۴۲۶ر۸م فیٹ (۴۰) ۲۹۶۸۸ر۳۸۶۶م فیٹ (۴۱) ۷۱ر۶۲

(۴۲) ۴۰ر۳۷۴م فیٹ (۵۱) ۱۹۱۲ ۱۰۵ر۸م فیٹ (۵۲) ۲ر۴۸ فیٹ

سترھویں فصل

(۱) ۱۲۵ر۶۶۴ (۲) ۱۵۰ر۷۹۶۸ (۳) ۵۶۲ر۹۷۴۷

(۴) ۶۳ر۴۳۴م فیٹ (۵) ۹۷ر۴۷م فیٹ (۶) ۱۸ر۵۴ فیٹ (۷) ۶۹ر۲۶ فیٹ

(۸) ۸۰ر۵۷° (۹) ۱۱ر۷۵م فیٹ (۱۰) ۴۳۷۵ر۷ فیٹ

(۱۱) ۱۲ر۵° (۱۲) ۱۵ر۴۱ فیٹ (۱۳) ۲۹۴۲م انچہ دفعہ ۱۲۲ دیکھو

(۱۴) ۲۷ر۵۳م انچ (۱۵) ۱۰۸ر۱م فیٹ دفعہ ۱۶۷ دیکھو (۱۶) ۶۱ر۴۲م انچہ دفعہ ۹۹ دیکھو

(۱۷) ۲۹۶ر۴۰۴م فیٹ (۱۸) ۲۸ر۰۵م فیٹ (۱۹) ۳۹۸ر۲۵م فیٹ

(۲۰) ۳۸۵ر۲۰ و ۷۸۴ر۶۸۶م فیٹ (۲۱) ۴۶۴ر۶۱ (۲۲) ۵۴۶ر۲۸

(۲۳) ۹ر۰۵۹ (۲۴) ۱ر۱۸۰ (۲۵) ۴۸۹م فیٹ

اٹھارہویں فصل

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۹۰۷ر۶۶ (۶) ۴۰۳ر۸۸ (۷) ۲۶۳ر۹

(۸) ۳۰۷ر۵۹ (۹) ۶۴۱ر۷۰ (۱۰) ۹۵۷ر۲۲ (۱۱) ۱۷۸ر۷ (۱۲) ۶۹۳۱ر

اُنیسویں فصل

(۱) ۳۲۴ (۲) ۴۶۵۳م انچ (۳) ۱ انچ کو ۳۶ سے (۴) ۱ انچ کو ۶۶۰ سے

(۵) ۲ر۷ انچ (۶) ۳۳۶ر۶ انچ کو ایک میل سے (۷) ۸۳۲ر۱۱ و ۴۸۷ر۷ فیٹ۔

(۸) ۲۲۱ و ۲۳۸ و ۲۵۵ (۹) ۹۶ر۲۵۵۰ر۲۰۹ و ۶۰۹ر۱۴۵

(۱۰) مربع ۲۹۹ر۲ اگنا شلٹ سے ہے

(۱۱) مسدس ۱۵۴۷ر۱ اگنا مربع سے

(۱۲) دائرہ ۲۷۳۲ر۲ اگنا مربع سے (۱۳) دائرہ ۱۰۲۶ر۱ اگنا مسدس سے

(۱۴) ۱۵ر۱۹۷ فیٹ (۱۵) ۲۳۷ر۶۱ فیٹ (۱۶) ۲۳۶ر۱۳ فیٹ

(۱۷) ۶ر۸۰۲ و ۴۸۶۶ر۹۰۶۱۹ر۱۱ و ۴۱۶۴ر۱۳ فیٹ

(۱۸) شلٹ کا مجموعہ اضلاع ۱۴ر۱ اگنا مربع کے مجموعہ اضلاع سے

(۱۹) ۶۳۸ر۲ فیٹ (۲۰) ۱۱۴ر۳ فیٹ۔

بائیسویں فصل

(۱) ۱۸ فیٹ ۱۶۶۴ انچ (۲) ۲۱۶ فیٹ (۳) ۱۰۷ فیٹ ۲۹۷ انچ

(۴) ۴۴۹۲ فیٹ ۲۱۶ انچ (۵) ۳۸ فیٹ ۱۹۲ انچ (۶) ۷۸ فیٹ ۸۱۰ انچ

(۷) ۲۰۰ فیٹ ۲۰۰ انچ (۸) ۳۳۹۹ فیٹ ۱۰۰۸ انچ (۹) ۶۸ فیٹ

(۱۰) ۲۰ فیٹ ۴۰ ۱۴۴ انچ (۱۱) ۳۲ فیٹ ۵۲۷ انچ

(۱۲) ۶۶ فیٹ ۱۲۹۶ انچ (۱۳) ۹ انچ (۱۴) ۳۲/۴ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ
(۱۷) ۲۰ م فیٹ (۱۸) ۴ م ۴۸ فیٹ ۸ انچ (۱۹) ۱۷ م فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۳۴ م ۱۲۰ فیٹ ۱۲ انچ
(۲۱) ۴۶ ۱۳ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۱۴ ۲۳ (۲۴) ۶۰۵ ۳
(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵
(۳۰) ۵۷۵ ۲۵۵ ۳۱/۲ (۳۱) ۲۴ فیٹ (۳۲) ۶۰ ۳۵۱ (۳۳) ۴۸۴
(۳۴) ۴۰۰۰۰۰ رایک انچ کا (۳۵) ۳۱۴/۲۵ (۳۶) ۱۴ پونڈ
(۳۷) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۹) ۳۱۴ ½ (۴۰) ۳/۸ انچ
(۴۱) ۲۹۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۷) ۶۸۱۰ ½ (۴۸) ½ پونڈ و ½ پونڈ
(۴۹) ۹ مکعب فیٹ (۵۰) ۳ فیٹ ۶ انچ (۵۲) ۲۶ فیٹ (۵۳) ۴۲/۱۴ فیٹ
(۵۴) ۱۵۱/۱۰۳ انچ (۵۵) ۲۹۷/۳ فیٹ (۵۶) ۲۰ انچ

تینتیسویں فصل

(۱) ۱۵ فیٹ ۱۰۵۰ انچ (۲) ۶۲ فیٹ ۷۲۹ انچ
(۳) ۱۰۹ فیٹ ۱۳۳ انچ (۴) ۱۹۴ فیٹ ۳۶۳ انچ (۵) ۱ فیٹ ۱۶۲ انچ
(۶) ۳ فیٹ ۱۰۵۶ انچ (۷) ۵ فیٹ ۴۰۸ انچ (۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ انچ
(۹) ۴۳/۹۸۲۴ (۱۰) ۸۳/۴۴۷۵ (۱۱) ۲۲۱/۲۸۶۴۵
(۱۲) ۵۶۹/۶۷۶۸ (۱۳) ۳۳ انچ (۱۴) ۴۴ انچ (۱۵) ۴۷ انچ
(۱۶) ۵۳ انچ (۱۷) ۷۹۷/۹ انچ (۱۸) ۱۷۳۲/۱ فیٹ
(۱۹) ۷۲۰۸/۱ فیٹ (۲۰) ۳۳۶/۲ فیٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۴۰۹
(۲۳) ۳۹۱۶ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فیٹ۔
(۲۶) ۳۳۳۳ ۳۳۳۳ ۱۱۷۳۳ ½ (۲۷) ۱۴۴۰۰۰ (۲۸) ۱۳ ۴۶۱
(۲۹) ۱۵/۶۲۵ فیٹ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲/۱۰۶ (۳۲) ۵۵/۴
(۳۳) ۱۷۴۵/۳ (۳۴) ۴۸۹ (۳۵) ۹ روپیہ ۸/۹ پائی

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱ آنہ (۳۷) ۸ روپیہ ۵ روپیہ ۶ پائی (۳۸) ۱۰٫۶۱ انچ

(۳۹) ۸۸۰۰۶۱ فیٹ (۴۰) ۴۴۰۲۳۵ فیٹ (۴۱) ۱٫۶۸ مکعب فیٹ

(۴۲) ۷٫۰۶۸۶ فیٹ (۴۳) ۱۷۶۱۵٫۷ مکعب فیٹ (۴۴) ۳۷۳ پونڈ

(۴۵) ۶۵۴ پونڈ (۴۶) ۴ پونڈ ۷ اشلنگ ۳ پنس (۴۷) ۸٫۲۴۶۷ پونڈ

(۴۸) ۴۳۴ مکعب انچ (۴۹) ۲٫۵۹۸ مکعب فیٹ (۵۰) $\frac{۱}{۱۲۸}$ مکعب انچ کا

(۵۱) ۹۰ مکعب فیٹ (۵۲) ۳۳٫۴۵ انچ (۵۳) ۶٫۴۴ فیٹ

(۵۴) ۱۵٫۵۵ انچ (۵۵) ۷۲۷٫ فیٹ (۵۶) ۵٫۱۶ انچ

چوبیسویں فصل

(۳) ۴۹٫۳ (۴) ۱۵٫۲ (۵) قریب ایک کے

(۶) ۳۹۱٫۶ (۷) ۴۱۰٫۵ (۸) ۲٫۷ (۹) ۶۳٫۷ (۱۰) ۳٫۸۴ انچ

پچیسویں فصل

(۱) ۶ فیٹ ۳۶۲ انچ (۲) ۱۷ فیٹ ۸۹۶ انچ

(۳) ۳۲ فیٹ ۷۰۴ انچ (۴) ۴۵ فیٹ ۱۱۲۱ انچ (۵) ۱۹٫۵۹۶

(۶) ۸۳٫۷۸۵ (۷) ۹۸۷٫۶۹۸ (۸) ۲۳۷۸٫۵۷۱

(۹) ۱۶٫۷۵۵ (۱۰) ۶۴٫۱۴۱ (۱۱) ۹۷٫۹۰۵ (۱۲) ۱۰۴۷٫۲ (۱۳) ۷ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۲۱ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۳۰ فیٹ (۱۶) ۳۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۷) ۷٫۹۷۹ انچ (۱۸) ۲۷۶۸۴۶ فیٹ (۱۹) ۳٫۲۶۱۲ فیٹ

(۲۰) ۲۸۵۳٫۴۸ فیٹ (۲۱) ۴۰۷۲۹۳٫۵ فیٹ (۲۲) ۶۶۶۶۶۶ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فیٹ

(۲۳) ۲۰۶٫۴۸۴۸ مکعب (۲۴) ۱۹۲۰۰۰ مکعب فیٹ (۲۵) ۳۴۹۴٫۴ مکعب فیٹ

(۲۶) ۱۱۶۴۸٫۹ مکعب فیٹ (۲۷) ۳۶۴۰ مکعب فیٹ (۲۸) ۳۱۴۷٫۱۸ مکعب فیٹ

(۲۹) ۱۲۳۱٫۵ مکعب فیٹ (۳۰) ۳۹۱٫۸ مکعب فیٹ (۳۱) ۳۳۹۲٫۹۲۸ مکعب فیٹ

(۳۲) ۱۲۳۱٫۵ مکعب فیٹ (۳۳) ۶۲۶۵٫۲ (۳۴) ۳٫۱۴۱۶

(۳۵) ۱۰۱٫۸۸۶ مکعب فیٹ (۳۶) ۱۶۴۴۴٫۲ مکعب فیٹ (۳۷) ۱۰٫۴۷۲ فیٹ

(۳۸) ۳۶۳۷۳/۰۷ (۳۹) ۱۶۶½ مکعب فیٹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب انچ

(۴۱) ۳۴۶۶۱۴۵ (۴۲) ۴۶۷۳/۱۱ مکعب فیٹ

چھبیسوین فصل (۱) ۱۲/۲۵ (۲) ۲۲۷/۱۱ (۳) ۲۴۷۵/۳۸

(۴) ۴۰/۲۱۶ (۵) ۴۱۸۶/۲۰۳ (۶) ۷۲۹۲/۵۰۱ (۷) ۱۷۳۶/۱۴۷

(۸) ۴۳۶۶/۱۰۳۸ (۹) ۳۴۷۲/۹۱۷ (۱۰) ۶۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۳۳/۳۷۳ مکعب فیٹ (۱۲) ۶۰۰۷ مکعب (۱۳) ۴۸۲۴/۳۲ مکعب فیٹ

(۱۴) ۶۵ (۱۵) ۱۶۰۸/۵ مکعب فیٹ (۱۶) ۲۰۳/۱۷۲۴۷/۸ مکعب فیٹ

(۱۷) ۳۳۳۱۶۰/۴۹ و ۳۰۵۴۱۲۷۸۸۷۳/۵

(۱۸) ۱۴۰۸/۲ و ۱۱۲۷/۶ مکعب فیٹ

ستائیسوین فصل (۱) ۱۲۲۰ مکعب انچ (۲) ۱۲ مکعب فیٹ

(۳) ۳۲۴۰ مکعب انچ (۴) ۳۴۱۶۴ مکعب انچ (۵) ۵۸۸ مکعب انچ

(۶) ۴۰۰۰ مکعب انچ (۷) ۹۹۵/۹ مکعب انچ (۸) ۱۱۵۵/۴۶۲ مکعب انچ

(۹) ۱۰۰۸ و ۲۸۷ مکعب انچ (۱۰) ۴۲۰ و ۴۸۰ مکعب انچ

اٹھائیسوین فصل (۱) ۴۴۷۰۰۰ مکعب (۲) ۳۲۰۰۰ ۸ مکعب انچ

(۳) ۱۲۵۰۶۷ مکعب انچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۵) ۶۶۰۰ ۳۳

(۶) ۱۲۶½ و ۱۹۸½ مکعب فیٹ (۷) ۴۷۳ و ۳۷۱ و ۲۸۱ مکعب فیٹ

(۸) ۴۸۰ و ۷۲۰ مکعب فیٹ (۹) ۲۶۱½ و ۴۸۵½ مکعب انچ

(۱۰) ۲۵۰ و ۷۰۶ و ۹۷۰ مکعب انچ (۱۲) ۱۴۴ و ۵۸۴ مکعب فیٹ

انتیسوین فصل (۱) ۹۶۹/۹ مکعب انچ (۲) ۲۶۸۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲۳۸۲۷ مکعب فیٹ (۴) ۱۷۹۷۴/۲ مکعب فیٹ (۵) ۳۵/۶۵

(۶) ۸/۶۵ (۷) ۱۶/۸۹ (۸) ۲۹/۱۸ (۹) ۳۱/۹۴

(۱۰) ۱۵۴۹۹/۱۰۰ (۱۱) ۳۴۴/۱۰۰ (۱۲) ۱۲۳۹/۸۸ (۱۳) ۲۰/۷۳ (۱۴) ۲۷۲ منٹ

(۱۵) ۱۹۷/۹۲۰۸ مکعب فیٹ (۱۶) ۶۴۹۴ پونڈ

(۱۷) ۴۱۲/۴۳ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳ چھٹانک (۱۹) ۴۳۲/۲۲۷ اونس

(۲۰) ۲/۹۹۳ سیر (۲۱) ۶/۳۶۲۱ سیر

(۲۲) ۳۱/۹۴ پونڈ (۲۳) ۱۸/۱۱۱ پونڈ (۲۴) ۵۲۲/۶۷ اونس

(۲۵) ۲۹۲۶/۲ اونس (۲۶) ۶۱۱/۱۲ پونڈ (۲۷) ۵۴۹ پونڈ

(۲۸) ۲۸/۶۸۷۵ پونڈ (۲۹) ۱/۲۴ پونڈ (۳۱) ۲ انچ (۳۲) ۳ انچ

(۳۳) ۱۹/۲۸ انچ (۳۴) ۵۴۵/۹۵ مکعب انچ (۳۵) ۹ گنے کے قریب

(۳۶) ۱۶/۱۲ انچ (۳۷) ۲۴/۸۱۴ انچ (۳۸) ۱۶/۶۴ انچ

(۳۹) ۶/۵۰۷۶ انچ (۴۰) ۱۴ انچ (۴۱) ۴ انچ کے قریب (۴۲) ۱۰/۰۳ انچ

تیسویں فصل (۱) ۶۳۸۴/۶۴۲۵ مکعب انچ (۲) ۲۰۷۳/۵۶۴ مکعب فیٹ

(۳) ۲۶۳/۸۹۴۴ مکعب فیٹ (۴) ۷۶/۹۵ مکعب فیٹ

(۵) ۲۳۴/۵۷ مکعب فیٹ (۶) ۴۵۸/۱۵ مکعب فیٹ

(۷) ۲۰۷۷/۶۴ مکعب فیٹ (۸) ۲۰۵/۲۵ مکعب فیٹ

(۹) ۳۴۳/۳۶۵/۴ مکعب فیٹ (۱۰) ۲۲۶۱/۹۵۲/۷۹۱/۶۸۳۲ مکعب فیٹ

(۱۱) ۳۷۵/ مکعب انچ (۱۲) ۳۰/۵

(۱۳) ۱۸۳/۷۸ مکعب فیٹ کے ایک ۹۸/۹۶۰ مکعب فیٹ کے

(۱۴) ۳۷۳/۲ مکعب انچ کے دو ۳۴۵/۱ مکعب انچ کے

(۱۵) ۳۷۶/۱ مکعب انچ (۱۶) ۲۶۸۳۴/۵ مکعب انچ (۱۷) ۱۴۳

اکتیسویں فصل (۱) ۱۸۸۴/۶۶ مکعب انچ (۲) ۵۸/۰۶ مکعب فیٹ (۳) ۳۰

(۴) ۸۴/۵۶ مکعب فیٹ (۵) ۹۳۳۳ مکعب انچ

بتیسویں فصل (۱) ۲۰ر۲۵ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ

(۳) ۱۶۸ر۷۵ و ۲۳۱ر۲۵ مکعب انچ (۵) ۲۲۸ر۵ انچ (۶) ۳۲۰ر۸ فیٹ

(۷) ۴۴۷۷ر۲ فیٹ (۸) ۱۹۲۶۵ و ۳۵۶۳ر۵ فیٹ

تینتیسویں فصل (۱) ۳۷۰م فیٹ ۷۲ انچ (۲) ۸۰م فیٹ ۹۶ انچ

(۳) ۲۰۴م فیٹ ۲۴ انچ (۴) ۲۶۰م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰م فیٹ

(۶) ۶۳م فیٹ (۷) ۷۳م فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۸۸م فیٹ ۱۰ انچ

(۹) ۱۰۸م فیٹ (۱۰) ۵۲۰م فیٹ (۱۱) ۵۱م فیٹ ۹۶م انچ

(۱۲) ۷۷م فیٹ ۱۳۲ انچ (۱۳) ۲۴م فیٹ ۴۷ انچ

(۱۴) ۴۸م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۵) ۶۶م فیٹ ۱۶ انچ

(۱۶) ۱۲۲۷م فیٹ ۴۸ انچ (۱۷) ۹۸۵م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۱۸) ۲۴۸۸م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۹) ۱۸م فیٹ

(۲۰) ۴۸م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۲) ۴۰م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۱۰۴م فیٹ ۴۸ انچ

(۲۴) ۲۷۳۲م فیٹ (۲۵) ۲۸۸۸ر۸۸م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ مکعب انچ

(۲۷) ۶۰۸۳ر۰م فیٹ (۲۸) ۵۲ر۲۱۹ مکعب انچ (۲۹) ۱۳ر۱۹۱م انچ

(۳۰) ۴۶۸۷ر۴۴م فیٹ (۳۱) ۱۹۰م فیٹ ۹۶ انچ (۳۲) ۶م فیٹ۔

(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۶م انچ (۳۴) ۵۰۰ (۳۵) ۹۶ر۵۶۶

(۳۶) ۴۷۶ر۲۲ (۳۷) ۶۲۴ر۹۷ (۳۸) ۴۸۵ر۳۵ (۳۹) ۶۰۰

(۴۰) ۶۲۹ر۹۶ (۴۱) ۶۳۴ر۹۶ (۴۲) ۶۷۳ر۰۵ (۴۳) ۶۹۳ر۴۶

چونتیسویں فصل (۱) ۱۲۴۸م انچ (۲) ۱۶۵۴م انچ

(۳) ۲۳۴۹ر۹۲م انچ (۴) ۵۲۷۷ر۸۹م انچ (۵) ۲۰۱۰ر۶۲۴م فیٹ

(۶) ۶۲٫۸۳۲ م فیٹ (۷) ۱۸۶٫۹۲۵۲ م فیٹ (۸) ۱۱۰۵٫۸۴ م انچ
(۹) ۱۷۳٫۶۶۲ م فیٹ (۱۰) ۲۴۱٫۶۷۳ م فیٹ (۱۱) ۱۹٫۲ انچ
(۱۲) ۴۱٫۷۷۵ انچ (۱۳) ۱۲٫۶۶۶ انچ (۱۴) ۱۳٫۵۴۱ انچ
(۱۵) ۱۲۱٫۴۰۹ انچ (۱۶) ۲٫۶ (۱۷) ۱۹٫۶۳۵ م فیٹ
(۱۸) ۳٫۸۲ انچ (۱۹) ۶۲۸٫۳۲ م انچ (۲۰) ۹۶۸٫۵۴ م انچ
(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۶۳۰ (۲۴) ۴۹۰۷
(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۳۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۶۹۴۴
(۲۹) ۵۶۰۸ (۳۰) ۸۰۸۸ (۳۱) ۵۸۶۹٫۶۰۰ م فیٹ (۳۲) ۱۸۶۸۳ م انچ

پینتیسویں فصل

(۱) ۷۵۳٫۹۸ م انچ (۲) ۶۲۸٫۳۲ م انچ
(۳) ۳۵۱۸٫۵۹ م انچ (۴) ۸۰ (۵) ۱۱۷٫۸۱ (۶) ۱۳٫۰۳
(۷) ۲۵۶٫۱۶۱ (۸) ۸۶۸٫۵۳ (۹) ۶۸۵٫۴
(۱۰) ۸۹۷٫۹۸ (۱۱) ۱۵٫۹۲ انچ (۱۲) ۴٫۴۶ انچ

چھتیسویں فصل

(۱) ۷۱۵٫۵ (۲) ۱۲۷۳ (۳) ۱۵۸۳٫۳۷
(۴) ۳۴۱۸٫۰۶ (۵) ۲۰۳۵٫۷۶ (۶) ۵۴۹٫۷۸ (۷) ۱۱۵۹٫۲۵
(۸) ۱۷۰۹٫۰۳ (۹) ۲۱۰۸٫۰۱ (۱۰) ۶۷۳۸٫۷۳ (۱۱) ۲۳۰۶٫۷۴
(۱۲) ۸۷۱۵٫۷ (۱۳) ۳۷٫۶۶۶ (۱۴) ۸۵٫۴۵۲ (۱۵) ۲۹۷۰۹۳
(۱۶) ۳۸٫۵۲۷ (۱۷) ۱٫۹۶۳۳ (۱۸) ۲۱۲۳۸۰۳ (۱۹) ۲٫۱۳۷۸
(۲۰) ۲۴٫۴۳۲ (۲۱) ۱۳۰ انچ (۲۲) ۲۲٫۸۳۱ (۲۳) ۲٫۵۴۶۵ فیٹ
(۲۴) ۲۹٫۷۲۹ فیٹ (۲۵) ۵۲ انچ (۲۶) ۱٫۸۳۳۵ فیٹ
(۲۷) ۱٫۰۹۲۵ فیٹ (۲۸) ۰٫۹۹۸ فیٹ (۲۹) ۲۸ گز کے قریب
(۳۰) ۲۲۰ گز کے قریب (۳۱) ۶۲٫۶۸۸ (۳۲) ۶۳٫۴۹۰

(۳۳) ۱۴۷ر۶۵ (۳۴) ۶۸۸ر۶۲ (۳۵) ۴ر۶۰۷

(۳۶) ۹۰۹ر۳۳ (۳۷) ۱۰۷ر۲۸ (۳۸) ۲۸۱۷۲

(۳۹) ۳۵ر۴۷۳ (۴۰) ۴ر۶۰۱۵

سینتیسویں فصل

(۱) ۱۷۶م انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۲۸ر۳۲۱۵م انچ (۴) ۲۴۰ر۹۴م فیٹ (۵) ۷۰ر۱۱۰۲م فیٹ

(۶) ۰۹ر۴۷۹۶م انچ (۷) ۱۴ر۸۹م فیٹ (۸) ۳۵ر۹۶م فیٹ

(۹) ۷ر۱۸۵م فیٹ (۱۰) ۰۹ر۲۲۹م انچ (۱۱) ۱۱ر۸۰م فیٹ

(۱۲) ۴۹ر۱۳۹م فیٹ (۱۳) ۷۵ر۱۲۴۴م انچ (۱۴) ۰۶ر۱۰۳۴م انچ

(۱۵) ۴ر۴۰۸۴ (۱۶) ۲۲ر۱۷۱ (۱۷) ۲۶ر۲۷۴

(۱۸) ۵۱۵ر۷۴۷ (۱۹) ۲۲۸ر۲۰۲۷۷ر۱ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

اڑتیسویں فصل

(۱) ۱۶ر۱۴۳م انچ (۲) ۴۴ر۲۷۴۲۸م انچ

(۳) ۱۲۱ر۸۰۴م فیٹ (۴) ۳۲ر۱۲۷م انچ (۵) ۰۹۳ر۵م فیٹ

(۶) ۳۸ر۰۳۱م فیٹ (۷) ۲۸۴ر۱۱ انچ (۸) ۳۵ر۵ر۴ فیٹ

(۹) ۸۸۶ر۴ فیٹ (۱۰) ۱۰۴۱ر۸ مکعب فیٹ (۱۱) ۲۴۵ر۳۳ مکعب فیٹ

(۱۲) ۳۱۵ر۴۷۹ مکعب فیٹ (۱۳) ۱۰۰۸۱۴ مکعب فیٹ

(۱۴) ۱۳ر۷۷۴ مکعب فیٹ (۱۵) ۴ر۳۹۸۴ر۷۵م فیٹ

(۱۶) اسطوانہ ۶ر۱۴۱۳۱ مکعب انچ کرہ ۸ر۱۸۸۴ مکعب انچ

(۱۷) مکعب ایک مکعب فیٹ کرہ ۲ر۳۰۳۱ مکعب فیٹ

(۱۸) اسطوانہ ۲ر۲۸۲۶ مکعب کرہ ۶۹۵ر۷ مکعب فیٹ

(۱۹) مکعب ۶م فیٹ کرہ ۸۳۶ر۴م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۹۶ر۸۴۸ر۱۸م فیٹ کرہ ۶۶۴ر۱۶م فیٹ

اوناليسوين فصل

(۱) ۸۵۰م انچ (۲) ۵۴م فیٹ
(۳) ۸۷۰۴م۹۰ انچ (۴) ۹۰۰۹م۹۴ فیٹ (۵) ۳۶۳۲م۱۶۳ فیٹ
(۶) ۲۲م۱۲م۲۳ انچ (۷) ۲۵۶م۱۳۳م فیٹ (۸) ۸۷م۱۹۹۹م انچ
(۹) ۸۶۹۶م۱۰۳۹م فیٹ (۱۰) ۸۹۷م۱۳۲۸م انچ
(۱۱) ۸۹۳۶م۳۰۸م فیٹ (۱۲) ۹۷م۸۶۷م فیٹ
(۱۳) ۸۴۲۴م۷۵۰م فیٹ (۱۴) ۴۴م۶۱م۷۷۶م انچ
(۱۵) ۴۳۴۳م۳۰۸م فیٹ (۱۶) ۸۹۴م۲۲۱م انچ (۱۷) $\frac{1}{82}$
(۱۸) $\frac{44}{53}$ (۱۹) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا (۲۰) $\frac{1}{4}$ نصف قطر کا۔

چالیسوین فصل

(۱) ۷۷ روپیہ ۱۰ر (۲) ۶۵۶ روپیہ (۳) ۱۸۳۶ روپیہ ۲ر ۸ پائی
(۴) ۵۶۶ روپیہ ۹ر (۵) ۶۲ روپیہ ۸ر (۶) ۳$\frac{1}{2}$ فیٹ لنبا
(۷) ۳۷۸ روپیہ ۳ر (۸) ۱۸۶ سیر (۹) ۳۴ چٹانک ۳$\frac{3}{4}$
(۱۰) ۱۲ پونڈ ۶ شلنگ ۵ پنس (۱۱) ۴۷ روپیہ ۲ر کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ
(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸ر (۱۴) ۴۳۴ روپیہ ۱۵ر (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸ر
(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰
(۱۹) ۹۶ روپیہ ۶ر (۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸ر

اکتالیسوین فصل

(۱) ۵ر۶۲ (۲) ۳ر۴ (۳) ۱۰۲ روپیہ ۸ر (۴) ۲۱۶ $\frac{2}{3}$
(۵) ۸۱ روپیہ ۸ر (۶) ۵۷ روپیہ ۸ر (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶ پونڈ ۱۰ شلنگ
(۹) ۲۵ پونڈ ۸ پنس (۱۰) ۶۲ پونڈ ۱ شلنگ (۱۱) ۱۲۶ روپیہ (۱۲) ۱۲۷ روپیہ ۸ر
(۱۳) ۱۰۰ $\frac{1}{2}$ (۱۴) ۱۲۶ روپیہ (۱۵) ۱۴ روپیہ (۱۶) ۱۶۲ روپیہ

بیالیسوین فصل

(۱) ۹۳ $\frac{3}{4}$ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) ۸۷ $\frac{1}{2}$
(۵) ۱۲ $\frac{1}{2}$ (۶) ۱۶ $\frac{2}{3}$ (۷) ۱۲۸ $\frac{1}{4}$ (۸) ۱۲۸ $\frac{1}{2}$ (۹) ۷۵ $\frac{2}{3}$

(۱۰) ۹۶ ۵/۶ (۱۱) ۹۸۷۶۷۶ (۱۲) ۶۲۷۸

تینتالیسوین فصل

(۱) ۱۱۰۷۸۷ (۲) ۸۸۷۱۸ (۳) ۱۰۸۷۵۴

(۴) ۵۴۷۶۲ (۵) ۱۰۸۷۶۷ (۶) ۹۰۷۰۳ (۷) ۱۱۲۷۴۳

(۸) ۳۵۷۱۵ (۹) ۲۳۷۴۹ (۱۰) ۱۵۷۹۸

چوالیسوین فصل

(۱) ۵۷۹۷۷ ایکر (۲) ۶۲۶۷ ایکر

(۳) ۵۶۲۸۳۷ ایکر (۴) ۷۱۶۵۷ ایکر (۵) ۱۷۱۴۴۵ ایکر

(۶) ۱۱۶۵۱۷ ایکر (۷) ۶۶۷ مربع کڑی (۸) ۱۵۱۱ مربع کڑی

(۹) ۲۳۰۰ کڑی (۱۰) ۵۶۴۰ کڑی (۱۱) ۳۱۱۷ ایکر

(۱۲) ۳۷۶۱۱۳۵ ایکر (۱۳) ۶۶۲۷ ایکر

(۱۴) ۸۷۶۶۱۲۷ ایکر اور زاویہ ب س د ۹۰° کا معلوم ہوگا اور ا س د ۹۰° کا

(۱۵) ۱۶۷۲۴۴۲۵ ایکر (۱۶) ۵۷۰۲۹۲۲ ایکر

اڑتالیسوین فصل

(۱) ۹م فیٹ (۲) ۱۶م فیٹ مسطح اولے (۳) ۹م فیٹ مسطح اولے

(۴) ۱۶م فیٹ مسطح اولے ۹ انچ (۵) ۲۶م فیٹ ۱۱ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۶) ۲۷م فیٹ ۱ مسطح اولے ۵ انچ (۷) ۱۳م فیٹ ۱۰ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۸) ۱۵م فیٹ ۸ مسطح اولے ۸ انچ (۹) ۱۴م فیٹ ۱۰ مسطح اولے ۴ انچ ۱۰ وان

(۱۰) ۲۲م فیٹ ۷ مسطح اولے ۱۴ انچ بارہوں ۱۱ (۱۱) ۱۳ مکعب فیٹ ۶ مجسم اولے

(۱۲) ۳۳ مکعب فیٹ ۹ مجسم اولے (۱۳) ۴۳ مکعب فیٹ ۴ مجسم اولے

(۱۴) ۳۷ مکعب فیٹ ۱۰ مجسم اولے ۸ مجسم ثانی (۱۵) ۱۲۳ مکعب فیٹ ۶ مجسم ثانی ۹ انچ

(۱۶) ۱۸۷ مکعب فیٹ ۲ مجسم اولی ۲ انچ

اونچاسوین فصل

(۱) ۱۲۴۷۴۷ میٹر (۲) ۱۲ ہیکٹر ۵۶۷۳۹ ایر

(۳) ۱۹۰۵۷۶ ایر (۴) ۷۳۴۴ (۵) ۴۰۲۷ (۶) ۵۲۳۷ (۷) ۴۶۹۲

(۸) ۵۱ (۹) ۱۷۲ (۱۰) ۳۱۶۴۱۶ (۱۱) ۱۰۴ (۱۲) ۲۵۴ (۱۳) ۲۰۶۲ میٹر
(۱۷) ۱۰۸۶ میٹر (۱۸) ۹۸۰ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۹۷ فیٹ (۲) ۸ ½ (۳) ۱۰ ایکر ۹۰ ایکر (۴) ۵۰ فیٹ ۴ انچ (۵) ۹۷۲ م گز
(۶) ۱۷ روپیہ ۸ر (۷) ۵۲ روپیہ ۸ر (۸) ۱۶۱۴ روپیہ (۹) ۳۶۹۶ ایکر
(۱۰) ۲۳ فیٹ ۲۷ فیٹ (۱۱) ۲/۹ میل (۱۲) ۱۹۳۶۰۰ (۱۳) ۲۰ انچ
(۱۴) ۶۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۱۳۶۸ منٹ (۱۶) ۸ روپیہ ۵ر ۴ پائی
(۱۷) ۸۰ روپیہ ۱۰ر (۱۸) ۶ گز (۱۹) ۳۵۵۶۸ ایکر (۲۰) ۱۷۵۶۰۲
(۲۱) ۲۱۰ م فیٹ (۲۲) ۱۱۲۰ گز ۲۶۲ ایکر ۱ روڈ ۲۶ پول ۳ م گز
(۲۳) ۸۵ فیٹ ۱۰ انچ (۲۴) ۸۰۰ گز و ۳۱۶۲۲۸ گز (۲۵) ۱۵ روپیہ ۱۵ر ۲ ½ پائی
(۲۶) ۱۶۱ روپیہ ۱۵ر ۶ پائی (۲۷) طول ۱۰ ½ گز عرض ۳ ½ ارتفاع ۴ گز
(۲۸) ۳۴۶۸ م فیٹ (۲۹) ۵۴۶ م فیٹ ۱۳ فیٹ (۳۰) ۱۰۲ فیٹ
(۳۱) ۱ ½ انچ (۳۲) کچھ زیادہ ۱۳ ۳/۸ سے (۳۳) ۲۴۳ انچ
(۳۴) ۳۶۰۵۵۵ گز و ۳۳۶۰۰ م گز (۳۵) ۳۸۰ روپیہ ۶ر
(۳۶) ۲۸ روپیہ ۱۲ر اور چوگنا اسے (۳۷) ۵۰ م گز
(۳۸) ۱۵۰ م فیٹ ۲۷۰ م فیٹ (۳۹) ۱۶۴۶۹ ایکر (۴۰) ۲۶ ۳/۴ فیٹ
(۴۱) ۱۲ فیٹ (۴۲) ۱۸ فیٹ ۲ ½ انچ (۴۳) ۵۹۴ گز
(۴۴) ۲۲۷ روپیہ ۱۴ر ۱۱ ۳/۱۴ پائی (۴۵) ۶۴۶۲ روپیہ (۴۶) ۶۲ روپیہ ۱۱ر
(۴۷) ۲۱ فیٹ طول ۱۰ ½ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۸) ۱۳۳۸۳۷ م فیٹ
(۴۹) ۲۷ م فیٹ (۵۰) ۱۵ انچ ۱۸ ۳/۴ انچ (۵۱) ۷۸ روپیہ (۵۲) ۳۷ فیٹ ۷ ½ انچ
(۵۳) ۹۳۶-۱۶ گز (۵۴) ۳۵۰۸۹۸۶۴ روپیہ ۱ر (۵۵) ۳ روپیہ ۱ر ۳ ۲/۳ پائی

(۵۶) ۸۱۹۲۰ (۵۷) ۱۴۱۴۴۲ گز (۵۸) ۹۷ روپیہ ۱۵ر

(۶۱) ۳۶۰۰ (۶۲) ۵ انچ (۶۳) ۱۳۰۲ ۱/۳ سیر

(۶۴) ۲۷۵۶۲۵ (۶۵) ۴ فیٹ (۶۶) ۳۳۴۹ ۱/۲ پونڈ

(۶۷) ۳۲۰ ۱۰/۱۸۱ و ۱۶۵۹ (۶۸) ۲۰۷۵ و ۳ و ۱۴ روپیہ ۷ر (۶۹) ۵۴۴

(۷۰) ۱۴۷ مکعب فیٹ (۷۱) ۱۲۲۸ (۷۲) ۲۵ انچ

(۷۳) ۴۸۰ (۷۴) ۲۵ فیٹ ۴ انچ

(۷۵) ۲۲ و ۲۲ انچ (۷۶) ۱۰۸ فیٹ ۱۴۴۱ و ۵۳۱ مکعب فیٹ

(۷۷) ۱۴۱۶ و ۳ مکعب فیٹ (۷۸) ۳۷۵۴۴ پونڈ (۷۹) ۱۱ پونڈ ۶ پنس اور ۱ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پنس

(۸۰) ۳۶۰۳ اور اکی (۸۱) ۵ فیٹ (۸۲) ۱۷۶۷۸۶ (۸۳) ۲۱

(۸۴) ۲۷ انچ (۸۵) ۱۲ شلنگ ۳ پنس (۸۶) ۶۸۹ (۸۷) ۲ فیٹ ۶ انچ

(۸۸) ۶۹۹۲ و ۳۷ مکعب انچ ۴۳۹۸۴ و ۵۷ م انچ (۸۹) ۳۰۴ مکعب انچ

(۹۰) ۵۷۴ و ۱۱ مکعب انچ (۹۱) ۱۷۶ (۹۲) ۱۹۶۹ پونڈ

(۹۳) ۷۰۰۹ انچ (۹۴) ۶۴۸ (۹۵) ۲۸ ۱/۲ و ۴۲۷ ۱/۲ پونڈ

(۹۶) ۵۲ روپیہ (۹۷) ۳۷۸۰ پونڈ ۵۹۱۵۹ (۹۸) ۴ ۱/۲ انچ

(۹۹) ۲۵۹۲ و ۳۵ م فیٹ (۱۰۰) ۳ ۳/۴ (۱۰۱) ۵۱۲

(۱۰۲) ۲۷ و ۲۸ و ۱۲ فیٹ (۱۰۳) ۹۰۱۹ انچ (۱۰۴) چوگنا

(۱۰۵) ۴۲۳۰۷۹۱ (۱۰۶) ۱۳۰۳۰۱ و ۱ پہلے حجم کے (۱۱۱) ۸۰۵ ۱/۲

(۱۱۲) ۲۰۹۰۲ روپیہ ۶ر (۱۱۳) ۳۶۰۲۱ انچ (۱۱۴) ۱۲۸۰۰ سیر

(۱۱۵) ۶ و ۱۸۵ مکعب فیٹ (۱۱۶) ۴۸۸ و ۵۶۵ مکعب فیٹ (۱۱۷) ۱۴۲ و ۲ فیٹ

(۱۱۸) ۲۷۲ و ۴۴ و ۱۰۷ مکعب فیٹ (۱۱۹) ۴۴ پونڈ ۷ اونس (۱۲۰) ۳۶ و ۱۲ مکعب فیٹ

(۱۲۱) ۲۲ ۱/۲ مکعب فیٹ (۱۲۲) ۵۸۰۸۰۰ پونڈ (۱۲۳) ۹۰۰

	ذخیرہ کافی اسپین ہندوستان کی تمام یونیورسٹیون کے سوالات امتحانی علم حساب انٹرنس		
۱۰	کلاس کے مع تشریح و سوالات انتخابیہ و بعض اصول و قواعد مولفہ مولوی احمد سعید صاحب مدرس ریاضی ڈسٹرکٹ اسکول دہلی	۲	۱
۱۱	انتخاب منتہی الحساب حصہ دوم	۰۲	۰
۱۲	رسالہ کسور عادی اعشاریہ وجذر و جذر المکعب حسین جذر المکعب نکالنے کی ترکیب کچھ نہیں ہے	۰۲	۰
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۰۳	۰
۱۴	معراج الحساب حصہ سوم	۰۳	۰
۵	زبانی حساب	۰۱	۰
۱۶	پینسٹھ کاغذات امتحان جسمین پانچسو سوالات مع جواب ہین	۰۲	۰
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کا جبر مقابلہ خرد	۱۲	۱
۲	" کلان	عہ ۱۲	۳
۳	شرح "	عہ	۱
۴	رسالہ معادلات	عہ	۱
۵	برنارڈ مسمتھ کا جبر مقابلہ	عہ ۴	۱
۶	ہمبلن مسمتھ کا جبر مقابلہ چھپ رہا ہے	۱۲	۱
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالے مع شرح و نتائج	عہ	۱
۲	" اقلیدس مقالہ اول و دوم	۰۲	۰
۳	شرح ایضاً مع سوالات و نتائج	۰۳	۰
۴	نتائج مقالہ اول و دوم	۰۶	۰
۵	ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم	۰۲	۰
۶	نتائج مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عہ	۱
۷	رسالہ تراشہائے مخروطی مع شرح و سوالات - جو شخص تحریر اقلیدس جانتا ہے وہ اس کتاب کو سمجھ سکتا ہے	عہ	۱
	علم مساحت		
۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈ ہنٹر کا	۱۲	۱
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈ ہنٹر در دو حصہ ہر حصہ قیمت ۴	۸	۱
۳	رسالہ مساحت خرد ٹوڈ ہنٹر برائے ہند	۶	۱

	ذخیرہ کانی ایمین ہندوستان کی تمام یونیورسٹیوں کے سوالات امتحانی علم حساب انٹرنس		
۱۰	کلاس کے مع تشریح و سوالات امتحانیہ و بعض اصول و قواعد مولفہ مولوی احمد سعید صاحب	۲	۱
	مدرس ریاضی ڈسٹرکٹ اسکول دہلی		
۱۱	انتخاب منتہی الحساب حصہ دوم	۲	۰
۱۲	رسالہ کسور عشاریہ و جذر و جذر المکعب حسین جذر المکعب نکالنے کی ترکیب کچھ نئی ہے۔	۲	۰
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۳	۰
۱۴	معراج الحساب حصہ سوم ۱	۳	۰
۱۵	زبانی حساب	۱	۰
۱۶	پینشنہ کاغذات امتحان جسمین پانچ سو سوالات مع جواب ہین	۲	۰
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کا جبر مقابلہ حزد	۱۲	۱
۲	〃 کلان	عہ ۱۲	۳
۳	شرح 〃	عہ	۱
۴	رسالہ معادلات	عہ	۱
۵	برنارڈ سمتھ کا جبر مقابلہ	عہ ۴	۱
۶	ہبلن سمتھ کا جبر مقابلہ چھپ رہا ہے	۱۲	۱
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالے مع شرح و نتائج	عہ	۱
۲	〃 اقلیدس مقالہ اول و دوم	۲	۰
۳	شرح ایضاً مع سوالات و نتائج	۳	۰
۴	نتائج مقالہ اول و دوم	۶	۱
۵	ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم	۲	۰
۶	نتائج مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عہ	۱
۷	رسالہ تراشہائے مخروطی مع شرح و سوالات۔ جو شخص تحریر اقلیدس جانتا ہے	علحدہ	۱
	وہ اس کتاب کو سمجھ سکتا ہے		
	علم مساحت		
۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈ ہنٹر	۱۲	۱
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈ ہنٹر دو حصہ ہر حصہ قیمت ۴	۸	۱
۳	رسالہ مساحت حزد ٹوڈ ہنٹر ہر اسے ہند	۶	۱

۴	شرح ایضاً	۱۴ر	۰
۵	رسالہ مساحت مور صاحب	۳ر	۰
۶	رسالہ سوالات مساحت آئین ۱۲۲ سوال مع حل ہین	۲ر	۰

علم مثلث

۱	رسالہ علم مثلثی مستوی ٹوڈ ہنٹر	عہ۴	۱۱
۲	ایضاً گروی	۱۲ر	۰
۳	ہاٹن گلبرتھ	۱۲ر	۰
۴	رسالہ استعمال جداول علم مثلثی	۴ر	۰

ملتفرقات

۱	رسالہ علم ہندسہ تا بالجبر	عہ۸	۱۰
۲	رسالہ علم حساب اجزئیات ٹوڈ ہنٹر	عہ۲	۰
۳	رسالہ علم حساب الکلیات ایضاً	عہ۱	۰

علوم طبیعیہ

۱	رسالہ علم سکون - اس علم کی بہت معتبر انگریزی کتابونسے انتخاب کرکے لکھا ہے	عہ۱	۰
۲	رسالہ چار عنصر علم کیمیا - ابتداے اصول علم کیمیا کے لکھے ہین اور اوسکے ساتھ تمہید مین علم کیمیا کی تاریخ کا مجمل بیان ہے	۳ر	۰
۳	صحیفہ نظرت کی تمہید و مقالہ اول	۲ر	۱
۴	علوم طبیعیہ کی الف بے تے سوالات وجوابات کے طور پر	۲ر	۱
۵	جغرافیہ ریاضیہ و رسالہ کرہ اور نقشون کے بنانے اور سمجھنے کے باب مین	۸ر	۱
۶	جغرافیہ طبیعی و سوالات سوا راسکے آئین ہوا - بادل مینہہ - اوس برف		
۷	کے باب مین سوال وجواب بسطر لکھے ہین کہ کیونکر اوستاد ونکو پوچھنے چاہین اور شاگردونکو بتلانے	۱۰ر	۰

کتب ریاضیہ ہندی

۱	ٹوڈ ہنٹر تحریر اقلیدس - مقالہ اول مع شرح و نتایج -	۵ر	۰
۲	جبر مقابلہ ٹوڈ ہنٹر تا مساوات دو مجہول	۱۰ر	۰

محمد ذکاء اللہ پروفیسر میتھ میٹک کالج الہ آباد