

UNIVERSAL  
LIBRARY

**OU-234417**

UNIVERSAL  
LIBRARY







# حل علم ثلث

۱۹۲

ترجمہ صاحب مطبوعہ مطبع سرکاری

محلہ

مولوی غلام مصطفیٰ صاحب (مولوی فاضل و زبیر الحکماء) پچ۔ پی۔ ای  
دویم مدرس ریاضی و لکچرار طب یونانی کالج علوم شرقی لاہور و ممبر  
انجمن پنجاب و مصنف کتاب تاریخ تنقید میں شرح جبر مقابلہ و  
رسالہ تشریح جسم انسانی و قرابادین مصطفائی وغیرہ

حسب الحکم

جناب معنی القاب ڈاکٹر جی ڈبلیو لیٹنر صاحب بہادر ایل ایل ڈی  
بیرسٹریٹ جسٹس راولپنڈی و بانی مہتابی بیت العلوم پنجاب  
برائے استفادہ

طلباء پریشانی پریشانی کے

مطبع انجمن پنجاب لاہور میں باہتمام کارپردازان مطبع مذکورہ طبع ہوا

۱۹۲۲ء





# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

## حامداً ومصلياً

یہ رسالہ جس کے بنی تمام صاحبانِ ریاضی و ان کے خدمت میں گذارش ہے کہ اس احقر نے حسبِ حکم جناب  
 سلعے القاب اکرمی ڈبلیو لیٹر صاحب اور جن علمِ مشائخ کا تیار کیا۔ جب جناب فیض مآب ابو یوسف  
 صاحب اسٹنٹ جرنلر و سٹیٹنٹ کالج علوم مشرقی لاہور کے ملاحظہ میں آیا تو انہوں نے نہایت  
 دلچسپی سے دیکھا اور یہ بات اس کے چھپنے کا حکم صادر فرمایا۔ اسلئے بحسبِ فرمانِ واجبِ الزمان کے یہ رسالہ  
 روئی الطبع لایا۔ لیکن ہر چند میں اس کتاب کی ترتیب و تحلیل میں محنت اور جانفشانی کی ہے اور  
 ان تمام نہایت عرق ریزی اور جفاکشی سے کوشش کی ہے اور چونکہ ایک بڑا بہاری کام ہے اس لئے  
 ہرگز نہیں خواہی و بہدرومی ویسی طلباء و پنجاب یونیورسٹی کالج کے اپنے دوش پر ادھما کر انجام کو پہنچا  
 ہے اور حتی المقدور اسکو تصحیح و تصحیح پر اپنے وقت گزارنا یہ کو صرف کیا ہے مگر کچھ ہی احتمال ہے  
 کہ کہیں کچھ غلطی باقی رہ گئی ہو۔ اسلئے یہ ناچیز صاحبانِ اہل تمیز کی خدمت میں ملتی ہے کہ اگر  
 کوئی کچھ سہو و خطا (جو کہ انسان کی شرت میں بموجب الانسان مرکب من الخطا والنسیان کے  
 ملحوظ ہے) سہرو پاوین تو اسکو درست فرما کر طبع ثانی کے لئے بندہ کو مہربان منت اور مشکو  
 بہت فرماوین۔ ہر کریرہ مان کار ہاوشوار نیست۔

التمنہ  
 غلام مصطفیٰ دویم مدرس ریاضی و لکچرار طب یونانی کالج علوم مشرقی لاہور مورخہ

ہم۔ التبریر ششم

# حل سوالات علم مشکت مستومی نمبر (۱)

س

چونکہ بموجب دفعہ (۸) کے ستم ۱ = ۹۰ - ۱۱ اور یہاں  
 ۱ = ۱۵ - ۳۷ - ۲۰ = ۹۰ - {۳۷ - ۲۰} = ۹۰ - ۱۷ = ۷۳  
 جواب کے +

پہلے سوال کے دوسری جزو اسطرح ہونی چاہئے لیکن  
 ۷۳ - ۳۷ - ۲۰ = ۱۶ جبکہ زاویہ مثبت قرار دیا جاوے  
 :: بموجب دفعہ (۸) کے ۹۰ - {۳۷ - ۲۰} = ۷۳ - ۱۷ = ۵۶ = جواب کے

اور اصل سوال کا جواب = ۹۰ - {۳۷ - ۱۵} = ۶۸ - {۲۹ - ۱۵} = ۵۴

اور تیسرے جزو یہی کتاب میں غلط ہے اسطرح ہونی  
 چاہئے بموجب دفعہ (۸) کے یہاں ۱ = ۱ - ۱ - ۲ و ستم  
 ۹۰ - {۱ - ۱ - ۲} = ۹۰ - ۰ = ۹۰ = ۵۸ - ۳۲ = جواب  
 کتاب +

س

چونکہ بموجب دفعہ (۸) کے ضمیمہ ۱ = ۱۸۰ - ۱ اور یہاں  
 ۱ = ۱۵ - ۳۰ - ۱۸۰ = ۱۸۰ - {۳۰ - ۱} = ۱۵۰ = ۲۰ - ۲۰  
 ۳۳ - ۳۳ - ۳۰ = جواب +

اور دوسرے جزو ۱ = {۳۷ - ۲۰} = ۱۷ بموجب دفعہ

$$(۵) \text{ کے } ۱۸۰۰۰ - \{ (۶۰ - ۱۰ - ۲۰) \} = ۱۰۰ - ۱۰ - ۲۰ = ۷۰$$

جواب کے •

چونکہ مثلث کی تین زاویہ ملکر مساوی دو قانوں کے

ہوتی ہیں مگر جو ہونے کے ایک قایمہ ہے تو باقی دو ملکر برابر

ایک قایمہ کے ہونگے لیکن اوہین سے ایک  $۹۰ - ۹۰ - ۹۰$

کے تو اسکو دوسرا مساوی ہوگا۔  $۹۰ - ۹۰ - ۹۰ = ۹۰$

$$۹۰ - ۹۰ - ۹۰ = ۹۰ \text{ جواب کے}$$

چونکہ دو عددوں کے فرق اور حاصل جمع کے مجموعہ کا نصف

مساوی ہرے عدد کے ہوتا ہے اور اونکی حاصلتقریب

کا نصف مساوی چھوٹے عدد کے تو اسکو  $۹۰ + (۲۳ - ۲۳) = ۹۰$

$$۱۱۳ - ۲۳ = ۹۰ = ۱۲ - ۵۰ = ۱۲ - ۵۰ \text{ بڑے زاویہ کی اور}$$

$$۹۰ - (۲۳ - ۲۳) = ۹۰ = \frac{۳۴ - ۹۰}{۲} = ۳۴ - ۳۲ = ۲ = ۸ - ۶ = ۲ \text{ چھوٹے}$$

زاویہ کے •

چونکہ مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ پر زاویہ باہم برابر

ہیں اسلئے دو نوزاویوں کا مجموعہ  $۲(۹۰ - ۹۰ - ۹۰) = ۱۱۹ - ۹۰ - ۹۰ = ۳۹$

اور چونکہ اوہی اس باقی دو زاویوں کا نصف ہوتا ہے۔  $۳۹ = ۲ \times \text{زاویہ}$

$$= ۱۸۰ - (۱۱۹ - ۹۰ - ۹۰) = ۱۸۰ - ۲۹ = ۱۵۱ \text{ جواب کے}$$

۳۳

۳۴

۳۵

ہمیں بیان شمار کنندہ میں علامت نفی کی نہیں سمجھنی چاہئے بلکہ اس سے خط فاصلہ ہونا

س

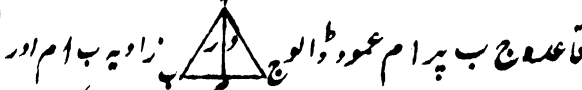
فرض کرو کہ قاعدہ پر کا زاویہ ۳۰ ہے تو زاویہ راس ۱۰۰ ہوگا اور ظاہر ہے کہ زاویہ راس باقی دو زاویوں کا ضمیمہ ہوتا ہے +

۱۸۰ - ۱۰۰ = ۸۰ = ۳۰ + ۵۰ = ۱۸۰ = ۱۰۰ + ۸۰ اور ۱۸۰ = ۶۰ + ۱۲۰ = ۱۸۰ اور ۱۸۰ = ۳۰ + ۱۵۰ = ۱۸۰ اور ۱۸۰ = ۲۰ + ۱۶۰ = ۱۸۰ اور ۱۸۰ = ۱۰ + ۱۷۰ = ۱۸۰ اور ۱۸۰ = ۰ + ۱۸۰ = ۱۸۰

س

اس سوال میں کتاب کی عبارت عین غلطی واقع ہوئی ہے یعنی (دو چند ہے متمم تیسرے زاویہ سے) ہونی چاہئے +

فرض کرو کہ ا ب ج ایک مثلث ہے ا ب ج کی زاویہ راس سے



قاعدہ ج ب پر ا م عمود و الوج چونکہ مثلث ا ب م کا ایک زاویہ

قائمہ ہے اور ایک کا نام رہے تو اسلئے دوسرے کا نام (ق۔ م)

ہوگا اور اسلئے سے مثلث ا م ج کی ج زاویہ کا نام (ق۔ م)

اور مثلث ا ب ج کے زاویہ راس کا (ر + م) ہوگا اور چونکہ

ضمیمہ (ر + م) زاویہ کا مجموعہ باقی دو زاویوں کا ہے

۱۸۰ = (ق۔ م) + (ق۔ م) = (ق۔ م) + (ق۔ م) = ۲(ق۔ م) = ۲(۱۸۰ - ر) = ۳۶۰ - ۲ر

اور (ق۔ م) + (ق۔ م) = ۱۸۰ - ر = ۲(ق۔ م) = ۳۶۰ - ۲ر

یعنی ۲(ق۔ م) = ۳۶۰ - ۲ر اور ۲(ق۔ م) = ۳۶۰ - ۲ر

۱۸۰ = ۲(ق۔ م) = ۳۶۰ - ۲ر

تو ہا ق = ا ر : ر =  $\frac{7}{11}$  ق اور د =  $\frac{5}{11}$  ق اور (د + ر) زاویہ =  
 $\frac{12}{11}$  ق =  $\frac{90 + 10}{11} = \frac{100}{11}$  ا ہ : ہ = (ق - ر) = (ق -  $\frac{5}{11}$  ق) =  $\frac{6}{11}$  ق  
 ق =  $\frac{90 \times 11}{100} = 9.9$  نم +

اور (ق - د) = (ق -  $\frac{7}{11}$  ق) =  $\frac{4}{11}$  ق =  $\frac{9.9 \times 4}{11} = 3.6$  ، یعنی  
 (۱۰۰ - ۹.۹) = ۹۰.۱ نم و (۱۰۰ - ۳.۶) = ۹۶.۴ زاویہ مثلث مفروض کے

## حل سوالات علم مثلث مستوی نمبر (۲)

بوجب ۹ حد کے یہ مساوات حاصل ہوئی ہیں =  $\frac{5}{11}$  لیکن  
 سے - مراد ہے اسلیو  $\frac{5}{11}$  =  $\frac{5}{11}$  جب طرفین مساوات  
 کہ وہیں ضرب دیا تو  $\frac{5}{11}$  = جواب کے بلطریق دیگر  
 یہ کہ اگر الٹا پ ایک قایہ =  $\frac{5}{11}$  :  $\frac{9}{11}$  ::  $90$  :  $h$  ::  $h$  :  $\frac{9}{11}$   
 ہیں =  $\frac{5}{11}$  ہیں سلام ہوا کہ  $\frac{9}{11}$  =  $\frac{5}{11}$  بعد المطلب +

چونکہ اگر الٹا پ زاویہ مرکزی بوجب وفد م =  $\frac{9}{11}$  :  $\frac{9}{11}$  ::  $90$  :  $h$   
 اور چونکہ زاویہ غیر متغیب کے درجوں کی تعداد =  $\frac{90}{11}$  :  $\frac{90}{11}$  ::  $90$  :  $h$   
 ::  $90$  :  $h$  ::  $90$  :  $h$  = جواب کے +

اور  $\frac{9}{11}$  ::  $90$  :  $h$  ::  $90$  :  $h$  =  $\frac{9}{11}$  +  $\frac{9}{11}$  = جواب اول کے  
 اور ان  $\frac{9}{11}$  ::  $90$  :  $h$  ::  $90$  :  $h$  =  $\frac{9 \times 90}{11}$  =  $\frac{810}{11}$  =  $73.6$  =  $73.6$

س

س

س

س

دوم کے +

فرض کرو کہ سب سے چھوٹا زاویہ = ۱ اور دوسرا ۲ + اور تیسرا  
یعنی سب سے بڑا - ۱ + ۲ = ۳۔ جب شرطا سوال کے مطابق  
مندرجہ ذیل حاصل ہوئیں :

(۱) ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰۰

(۲) ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰۰

سادات اول سے ۳ + ۴ = ۸۰ یعنی ۲ + ۳ = ۴۰

اور مساوات (۲) سے ۳ + ۴ = ۱۰۰ کی جگہ ۲ کو رکھنا تو

۲ + ۳ + ۴ = ۱۰۰ یعنی ۳ + ۴ = ۹۰ یعنی ۲ = ۱۰

اور ۱۰ : ۲ = ۵ : ۱ سب سے چھوٹا زاویہ = ۱ اور دوسرا زاویہ = ۲ اور

سب سے بڑا = ۳ اور گول نامی = ۱۸۰ - ۱۰ - ۲ = ۱۶۸

$\frac{168}{180} = \frac{14}{15}$  یعنی ۱۶۸ : ۱۸۰ = ۱۴ : ۱۵

$\frac{14}{15} = \frac{28}{30}$  یعنی ۱۶۸ : ۱۸۰ = ۲۸ : ۳۰

$\frac{28}{30} = \frac{14}{15}$  یعنی ۱۶۸ : ۱۸۰ = ۱۴ : ۱۵

$\frac{14}{15} = \frac{28}{30}$  یعنی ۱۶۸ : ۱۸۰ = ۲۸ : ۳۰

فرض کرو کہ تینوں زاویوں میں سے ایک = ۱ اور دوسرے میں سے

چھوٹا اور سب سے بڑا ہے چونکہ ۱ : ۲ = ۱ : ۲ ہے اس لیے

س

گول ناپ  $\frac{3}{1}$  ہونے سے  $\frac{3}{1}$  :: ۶۰ : ۳۳

۳۳ کس =  $\frac{3}{3}$  :: ۳۳ = ۳ ع :: ۳۳ کس = ۳ ع

پس مساواتیں مندرجہ ذیل حاصل ہوئیں +

(۱) س + ک + ع = ۱۸۰

(۲) ۳ کس = ۳ ع

(۳) ۲ ک = س + ع

مساوات ۳ میں ع کی جگہ ۳ س رکھنے سے ۲ ک = ۳ س

۲ ک = ۳ س :: مساوات (۱) میں س + ۳ س + ۳ س = ۱۸۰

۴ س = ۱۸۰ :: س = ۴۵ اور ک = ۶۰ اور ع = ۷۵ پس برسرِ زیادتی

۳۰ و ۴۰ و ۹۰ =

چونکہ لبنائی قوس = گول ناپ زاویہ مرکزی :: لبنائی قوس = گول ناپ زاویہ

ایک درجہ کے :: لبنائی قوس = ۹ × گول ناپ زاویہ ایک درجہ

۹ ×  $\frac{3}{2}$  =  $\frac{3}{2}$  =  $\frac{3 \times 159}{2}$  = ۱۵۶ :: ۱۵۶ = جواب

### ابطال و تکرار

اس سوال اگر نصف قطر کسی دائرہ کا کہ ہو تو اس کا محیط ۲۲ ک ہوگا

ہو تب دفعہ ۲ کے استقامت محیط اس کا ۲ × ۲۲ ہوگا یعنی ۴۴ × ۱۸ لیکن

س

$$\pi = 3.14159 \times 18 \text{ غیر } 3.14159 = 56.54662$$

یعنی اس قدر اس کا محیط ہو گا لیکن بننے ایک در کچھ ناپی  
 معلوم کرنی ہے اس لئے اس کو ۳۰۰ پر تقسیم کیا تو مساوی جز

$$\text{کے ہو گا } = \frac{56.54662}{300} = 0.1884887$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ گز} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = 1.5 \text{ فٹ} \therefore \text{گول ناپ این اوہ}$$

مرکزی کی جو ۳۰ فٹ کی قوس کے مقابل ہے  $\frac{2}{3} = \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.5}$

$$= \frac{1}{1.5} = 0.6666667$$

اور گول ناپ ۳۰ درجہ =  $\frac{\pi}{180} \times 30 = \frac{\pi}{6}$  جواب جز دوم

اس سوال میں تنہ سے مراد لپیٹ سے یعنی محیط و ایرہ اور موٹائی  
 سے مراد قطر ہے یعنی اس کا محیط معلوم سے صرف قطر ادا سکا دیا

کرنا ہے +

$$3.14159 \times 1.8 = 5.654662 \text{ فٹ کی مثالی} = \frac{1.8}{\pi} = \frac{1.8}{3.14159} = 0.573$$

$$5.654662 \text{ تقریباً } 5.7 \text{ فٹ } 9 \text{ انچ} = \text{جواب} +$$

بمیزین کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے تو بتاؤ کہ اس کا قطر کتنا ہے

$$\text{اس کے } = \frac{25000}{\pi} = \frac{25000}{3.14159} = 7957.75 \text{ تقریباً } 7958 \text{ میل} = \text{جواب}$$

موجب شرط سوال کے اسکے معنی بحد بین اگر زمین کی حرکت ہوگی  
 باعث سے کوئی مقام خط استوا کا ۲ گنٹھ میں ۲۵۰۰۰ میل طے کریگا

ش

س

س

ش





= ۱ - ۱ = فوجو المطلوب +

مساواتھماؤ ذیل کو دریافت کرو

س

+ جب ۰ = ۳/۲ جسم چونکہ بموجب وضع ۲۹ جب ۱ = ۱ - جسم ۲

∴ ۱ - جسم ۲ = ۳/۲ جسم ∴ جسم ۲ = ۳/۲ جسم = ایکسین مجدد سے

جسم ۲ + ۳/۲ جسم = ۹/۱۴ = جذریا +

تو جسم + ۳/۲ = ۵/۲ ∴ جسم = ۱/۲

چونکہ جسم ۹ = ۱/۲ ∴ ۹۰ = ۱۸۰ مگر ایک درجہ کی گول ناپ =

۱۸۰ ∴ ۹۰ = ۱۸۰ ∴ π = جواب +

س

جب ۰ + جسم = ۱ ∴ جسم = ۱ - جب ۰

∴ ۱ - جب ۰ = ۱ - جب طنسین کا مال لیا تو

۱ - جب ۲ = ۱ + جب ۱ - ۲ جب ۰ عمل انتقال سے

۲ جب ۰ - ۲ جب ۰ = ∴ ۲ جب ۲ = ۲ جب

∴ جب ۰ = یا مگر نصف یا جب مستوی سفر درجہ ۹۰

کی ہے ∴ ۰ = π/۱۸۰ × ۰ = ۰ یا ۰ = π/۱۸۰ × ۹۰ = π/۲

یعنی ۰ = π/۲ +

م ۰ = ۲ جسم ۰ لیکن بموجب وضع ۰ م ۰ = جسم ۰ / جسم ۰

س

جیم ۰ = ۲ جم مال لیا تو

جیم ۱ = ۴ جم اخراج کسرت

جم ۲ = ۳ جم ۲ جب لیکن جیا = ۱ - جم ۲

جم ۲ = ۳ جم ۲ (۱ - جم ۲) طرین کو جم ۲ تقسیم کیا تو

۱ = ۳ - ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

جم ۰ = ۳ جم ۲ لیکن جم ۱ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

جب ۰ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

لیکن ۱ - جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

مساوات بالکو و جہ و یوم کو فریہ حل کیا

تو جم ۰ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

جم ۰ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲ = ۳ جم ۲

س

س

∴ ۵ = ۳۰ : ۳ : گول ناپ =  $\frac{۳۰ \times ۳}{۱۸}$  =  $\frac{۳}{۲}$  = جواب دوم کے +

معلوم ہے کہ جب (۱ - ب) =  $\frac{۱}{۲}$  لاگرتھم جیب مستوی . ۳۰

درجہ کی ہوتی ہے ∴ ۱ - ب = ۳۰ اور جم (ب + ۱) =  $\frac{۱}{۲}$

لاگرتھم جم ۶۰ درجہ کی ہوتی ہے ∴ ۱ + ب = ۶۰ اب وہ نو

مساواتوں کو جمع کیا تو ۱۲ = ۹۰ ∴ ۱ = ۵۰ اور تفریق کیا تو

۲ ب = ۳۰ ∴ ب = ۱۵

## حل سوالات نمبر ۴

۵۸۵ - ۳۶۰ = ۲۲۵ پس جو نسبتیں ۲۲۵ کی ہونگی وہی

۵۸۵ کی ہونگی +

چونکہ تقسیم مختصراً قاعدہ تفریق کا ہے اس واسطے ۶۹۰ کو

۶۹۰ پر تقسیم کیا جو باقی رہا اسکی نسبتیں موافق ۶۹۰ کے

نسبتوں کے ہونگی علیٰ ہذا القیاس ۳ و ۴ سوال +

مس ۵ نم = ۱۱ اور مس ۴ = مس (۱۸۰ + ۳۵)

مس ۲۲۵ اور ۲۲۵ = مس (۲۲۵ + ۱۸۰) = مس ۴۰۵ عدداً

اور مس ۵ نم = مس (۱۸۰ + ۳۵) = مس ۲۱۵ عدداً علیٰ ہذا القیاس

۸۰ اور جمع کرتے جاؤں گے کہ ۶۹۰ سے کم رہیں اور سب کے

مس برابر ایک کے رہیگی +

جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  : جم =  $\frac{1}{2}$  اور جم = ۱۔ جب پس جب =  $\frac{1}{2}$  یعنی جب =  $\frac{1}{4}$   
 اور جم یا جب ۵ =  $\frac{1}{2}$  پس پہلا زاویہ ۵ = اور چوکھٹے کے جم (۹۰ + ۴۵)  
 - جم ۵ = ۱ پس دوسرا زاویہ ۵ = اعلیٰ ہذا القیاسن و کو جمع کرتے جاؤ  
 جب تک ۹۰ سے کم رہیں +

س  
 جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  اول فرض کرو کہ ن = ۱۔ پس ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$   
 ۱۔ جم<sup>۲</sup> = ۱۔ ۱۔ = ۱۔ پہر فرض کرو کہ ن = ۱۔ تو ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$   
 ۱۔ جم<sup>۲</sup> = ۵ لیکن جم = ۴ =  $\frac{1}{4}$  پس ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  پہر فرض کرو  
 کہ ن = ۲ = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  لیکن جم = ۹ = ۱۔  
 پس = ۱ کے پھر فرض کرو کہ ن = ۳ کی ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$   
 ۱۔ جم<sup>۲</sup> = ۵ لیکن جم = ۵ = ۱۔ پس ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  + ۱ =  $\frac{1}{4}$   
 چھارم فرض کرو کہ ن = ۴ = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جم<sup>۲</sup> =  $\frac{1}{4}$  لیکن جم = ۱۰ = ۱۔  
 ۱۔ (۱) = ۲ = ۱ اول فرض کرو کہ ن = ۱ کی جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  }  
 = جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  } = جب =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جب =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ پہر فرض کرو  
 کہ ن = ۱ کی جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  } = جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  } =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔  
 جب =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ جب =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔ پہر فرض کرو  
 کہ ن = ۲ = ۱ تو جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  } = جب {  $\frac{1}{4}$  (۱) +  $\frac{1}{4}$  } =  $\frac{1}{4}$  = ۱۔

## حل سوالات نمبر ۵

مس = ۵ = ۱ چونکہ مس = ۵ = ۱ : ۵ = ۵ اسکی عام صورت یہ ہے

$$ن = \frac{۲۲۵}{۱۸۰} + ۳ = \frac{۳}{۴} + ۳ = \text{جواب کے} +$$

جب ۵ = ۱ لیکن جب ۹۰ = ۱ : ۵ = ۹۰ اسکی عام صورت یہ ہے

۲ن +  $\frac{۳}{۴}$  یعنی اون زاویوں کے ۲ن + ۳ شامل

$$\text{کرنے سے بنتی ہیں : جواب} = (۲ن + \frac{۳}{۴}) + ۳ +$$

جم ۵ = ۱ لیکن جم = ۱ : ۵ = ۵ : ۰ عام صورت یہ ہے ۲ن + ۳ = ۰

$$۲ن + ۳ \text{ یعنی اول} +$$

جم ۵ = ۱ لیکن جم = ۱۲۰ = ۱ : ۱ : ۱ : ۱ اسکی عام صورت ۲ن + ۳ = ۱۲۰

$$۳۳۳ \text{ ہو سکی} +$$

جب ۵ = ۱ جب ۱ جذر لیا تو جب ۵ = ۱ اسلئے جن زاویوں کے

جب (۱) زاویہ کی جب کے برابر ہوگی اونچی جب ۵ زاویہ کی جب

کے بھی مساوی ہوگی +

مق ۵ = ۱ جذر لیا تو مق = ۵ = ۱ لیکن  $\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳}$  مق ۹۰ پس

۵ = ۱ : چونکہ عام صورت مق کی وہی ہے جو عام صورت جب کے

ہے اور عام صورت جب کی ن = ۳ + ۱ ہے پس جواب = ن =  $\frac{۳۳۳}{۱۸۰} + ۳$

س

س

س

س

س

س



س

چونکہ جب اور جم و دونوں تیسری راج میں منفی ہوتے ہیں پس  $\frac{1}{4}$  ہوگا ۵ زاویہ تیسری راج میں ہے اور وہ زاویہ جسکی جیب =  $\frac{1}{4}$  اور جم =  $\frac{1}{4}$  کو جو ۷۱۰ کا ہے پس ۵ =  $\frac{1}{4}$  =  $\frac{1}{180}$  =  $\frac{1}{4}$  = ۰.۲۶ عام صورت =  $2\pi + \frac{\pi}{4}$  کیونکہ بوجب دفعہ ۹ آلات مثلث کسی زاویہ کے خواہ مثبت خواہ منفی پچاس قاعمی یا چار قاعمی کی کسی منصف کمانے سے متفرق نہیں ہوتی +

### حل سوالات نمبر ۴

س

جم ۱ + جیب ۱ = مس ۱۲ ق ۱۲ کسر اور منجھ کو شمار کنندہ میں ضرب  
 کیا:  $\frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱} = \frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱} = \frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱}$   
 $\frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱} = \frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱}$   
 $\frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱} = \frac{جم ۱ + جیب ۱}{جم ۱ - جیب ۱}$

س

جیب ۱ جیب ۲ + جم ۲ جم ۱۲ جم ۲ ب = ۱ + جم ۱۲ جم ۲ ب بوجب  
 قواعد (۱ - جم ۱۲) (۱ - جم ۲) + (۱ + جم ۱۲) (۱ + جم ۲) =  
 $\frac{۲ + ۲ جم ۱۲ جم ۲ ب - ۱ - ۱ جم ۱۲ جم ۲ ب}{۲} = ۱ + جم ۱۲ جم ۲ ب$

س

مس (۱ + جم ۱) - مس (۱ - جم ۱) = ۲ مس ۱۲  
 $\frac{۱ + جم ۱}{۱ - جم ۱} - \frac{۱ - جم ۱}{۱ + جم ۱} = ۲$   
 $\frac{(۱ + جم ۱)^۲ - (۱ - جم ۱)^۲}{(۱ - جم ۱)(۱ + جم ۱)} = ۲$

$$۱۲ \text{ مس } ۱ = \frac{۱۲ \text{ مس } ۲}{۱ \text{ سن } ۱} = \frac{۱۲ \text{ مس } ۲}{۱ \text{ سن } ۱}$$

جب ۱۲ سن ۱ - جم ۱۳ قس ۱ = حاصل بوجوب دفعہ ۲، ۰۰۰۲

$$\left\{ \frac{۱۲ \text{ مس } ۱}{۱ \text{ جب } ۱} - \frac{۱۳ \text{ جم } ۱}{۱ \text{ جم } ۱} \right\} = \frac{۱۲ \text{ مس } ۱ - ۱۳ \text{ جم } ۱}{۱ \text{ جب } ۱}$$

۱۲ جم ۱ - ۱۳ جم ۱ = ۱ جم ۱  
 ۴ - ۴ = ۰  
 ۱۱ جم ۱ + ۱ جم ۱ = ۱۲ جم ۱  
 لیکن بوجوب دفعہ ۲ کے = ۱۱ - ۱۲ = -۱

۳ جب ۱ - جب ۱۳ = ۲ جب ۱ (۱ - جم ۱۲) جملہ اول بوجوب دفعہ ۲

$$\left\{ ۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ \right\} = \left\{ ۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ \right\} = ۲ \text{ جب } ۱$$

۲ جب ۱ (۲ جب ۱) لیکن یہ بوجوب دفعہ ۱ = ۲ جب ۱  
 (۱ - جم ۱۲) \*

$$\frac{۱ \text{ جب } ۱ + ۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱} = \frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱}$$

$$\frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱} = \frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱}$$

$$\frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱} = \frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱}$$

$$\frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱} = \frac{۱۳ \text{ جب } ۱ + ۱۵ \text{ جب } ۱}{۱۰ \text{ جب } ۱}$$

جملہ ثانی کو حاصل کیا تو

$$\frac{۱۲ \text{ جم } ۱ + ۱۳ \text{ جم } ۱ + ۱۵ \text{ جم } ۱}{۱ \text{ جب } ۱} = \frac{۱۲ \text{ جم } ۱ + ۱۳ \text{ جم } ۱ + ۱۵ \text{ جم } ۱}{۱ \text{ جب } ۱}$$

$$۱۲ \text{ جب } ۱ = ۱۲ \text{ جب } ۱$$

س  
س  
س  
س

اور ۲ جب ۱ = ۱ - جم ۱۲  
 (۲ جب ۱ جم ۱۹ قوت + ۲ جم ۱۲ جب ۱ - (۲ جب ۱ جم ۱۲) جب ۱

= جب ۱ - جب ۱

جب ۱۴ = ۴ جب ۱ جم ۱ - ۴ جم ۱ جب ۱

جب ۱۴ = جب (۱ + ۱۳) = جب ۱۳ جم ۱ + جم ۱۳ جب ۱

بوجب دفعہ ۸۰ +

(۳ جب ۱ - ۴ جب ۱) جم ۱ + (۴ جم ۱۳ - ۳ جم ۱) جب ۱

= ۴ جب ۱ جم ۱ - ۴ جم ۱ جب ۱ +

جم ۱ - ۱ جم ۱۳ = س ۱۲ بوجب دفعہ ۱، جملہ اولیٰ =

جم ۱ + ۱ جب ۱ =  $\frac{1-1^3}{1-1}$  =  $\frac{1-1^3}{1-1}$  =  $\frac{1-1^3}{1-1}$

+ س ۱۲ =

جم ۱۲ - ۱ جم ۱۲ = س ۱۳ بوجب دفعہ ۲، جملہ اولیٰ =

جم ۲ + ۱ جب ۱۲ =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$

= س ۱۳ - ۱ جم ۱۳

س ۱۲ + ۱ جم ۱۲ = س ۱۳ - ۱ جم ۱۳

جم ۱۲ + ۱ جب ۱۲ =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$

جم ۱۲ + ۱ جب ۱۲ =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$  =  $\frac{1^2-1^2}{1-1}$

س

س

س

س



$(1 + 2(س) - 1(س)) \times 2$	$1 - (1 + 1(س))$	
$2(1 + 1(س)) + 1(1 + 1(س))$	$2(1 + 1(س)) + 1$	
$12(س) = 6(س) + 6(س) = 12(س)$	$\frac{2(1 + 1(س)) + 1}{2(1 + 1(س))} = 1$	
$1(س) = 1(س)$	$\frac{1(س) - 1(س)}{2(1 + 1(س))} = 0$	<p>س</p>
$\frac{1(س) - 1(س)}{2(1 + 1(س))} = 0$	$\frac{1(س) - 1(س)}{2(1 + 1(س))} = 0$	
$2(س) = 12(س) + 1(س)$	$2(س) = 12(س) + 1(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	<p>س</p>
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	<p>س</p>
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	
$1(س) + 1(س) = 2(س)$	$1(س) + 1(س) = 2(س)$	

= جب ۱۲ (جم ۱ - جب ۱) + جب ۱۲ (جم ۱ - جب ۱) + (جم ۱ - جب ۱) +  
 جلد (جم ۱ - جب ۱) کے سر کو جمع کر کے اس میں ضرب دینا چاہئے +  
 = (۱ + جب ۱۲) (جم ۱ - جب ۱) اس کو بعد ہی عمل نسب نامہ پر کیا جاوے  
 تو اس طور پر اس کا حاصل ہی ہوگا لیکن علامت مختلف ہوگے  
 یعنی اس طور پر (۱ - جب ۱۲) (جم ۱ + جب ۱) +

یعنی دونوں سے یہ حاصل ہوگا  $\frac{1 - 12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} - 1} + \frac{12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1} = \frac{1 - 12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1} + \frac{12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1}$   
 لیکن اخیر کی جزو مساوی مس (۱ - ۱۲۵) کیونکہ مس (۱ - ۱۲۵)

کا =  $\frac{1 - 12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1} = \frac{1 - 12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1} = \frac{1 - 12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1}$   
 یہ رقم بالا =  $\frac{12 \text{ جب} + 1}{12 \text{ جب} + 1} \times \text{مس (۱ - ۱۲۵)}$

جم ۱ + جم (۱ - ۱۲۰) + جم (۱ + ۱۲۰) = جو جب وند ۲

۰ جم ۱ + جم (۱ - ۱۲۰) + جم (۱ + ۱۲۰) = جم ۲ + جم ۱۲۰ جم ۱

= جم ۱ + ۲ ×  $\frac{1}{4}$  × جم ۱ کیونکہ جم ۱۲۰ =  $\frac{1}{4}$

۰ جم ۱ - جم ۱ = ۰

۱۳ جب ۱ جب (۱ - ۶) جب (۱ + ۶) = جب ۱۳

= ۱۳ جب ۱ (جب ۹۰ جم ۱ - جم ۹۰ جب ۱) (جب ۹۰ جم ۱ + جم ۹۰ جب ۱)

= ۱۳ جب ۱ (جب ۹۰ جم ۱ - جم ۹۰ جب ۱) لیکن جب ۹۰ =  $\frac{1}{4}$  اور

جم ۹۰ =  $\frac{1}{4}$

س

س

$$\therefore ۴ \text{ جب } ۱ \left( \frac{۳}{۴} \times ۱ \text{ جم} - \frac{۱}{۴} \times ۱ \text{ جب} \right) = ۴ \text{ جب } ۱ \left( \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} \right) \text{ جب } ۱$$

$$+ \frac{۱}{۴} \text{ جب } ۱$$

$$= ۴ \text{ جب } ۱ \left( \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} \right) \text{ جب } ۱ - \frac{۱}{۴} \text{ جب } ۱$$

$$= ۴ \text{ جب } ۱ \left( \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} \right) \text{ جب } ۱ = ۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ \text{ لیکن یہ } ۱$$

$$\text{بموجب دفعہ } ۸۰ = ۱ \text{ جب } ۱$$

$$۴ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱ - ۱۲۰) = ۱ \text{ جم } (۱ + ۱۲۰) = ۱۲۱ \text{ جم}$$

جل اولے +

$$= ۴ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱۲۰ + ۱ \text{ جب } ۱) + ۲۰ \text{ جب } ۱ (۱ \text{ جب } ۱) \text{ (جم } ۱۲۰ \text{ جب } ۱۲۰ \text{ جب } ۱)$$

$$= ۴ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱۲۰ + ۱ \text{ جب } ۱) \text{ لیکن جم } ۱ = \frac{۱}{۴} \text{ اور جب } ۱$$

$$= \frac{۳۱}{۴}$$

$$\text{نو } ۴ \text{ جم } ۱ \text{ جم } ۱ \left( \frac{۳}{۴} \text{ جب } ۱ \right) = ۴ \text{ جم } ۱ \left( \frac{۳}{۴} \text{ جب } ۱ - \frac{۱}{۴} \text{ جم } ۱ \right) \text{ (جم } ۱)$$

$$= ۴ \text{ جم } ۱ \left( \frac{۳}{۴} \text{ جب } ۱ - \frac{۱}{۴} \text{ جم } ۱ \right) = ۳ \text{ جم } ۱ + ۱ \text{ جم } ۱ \left( \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} \right)$$

$$= ۳ \text{ جم } ۱ - ۱ \text{ جم } ۱ \text{ لیکن یہ بموجب دفعہ } ۸۰ = ۱ \text{ جم } ۱$$

$$\text{جب } ۱ \text{ جب } ۱ + ۱ \text{ جم } ۱ + ۱ \text{ جم } ۱ = ۱ \text{ جم } ۱ \text{ جم } ۱ \text{ بموجب دفعہ } ۸۰$$

$$= (۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱) \text{ جب } ۱ + ۱ \text{ جب } ۱ + (۳ \text{ جم } ۱ - ۱ \text{ جم } ۱) \text{ جم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ + ۱ \text{ جب } ۱ + ۳ \text{ جم } ۱ + ۱ \text{ جم } ۱ - ۱ \text{ جم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ + ۱ \text{ جب } ۱ + ۳ \text{ جم } ۱ + ۱ \text{ جم } ۱ - ۱ \text{ جم } ۱$$

س

س

$$= ۳ \text{ جب } ۱ - ۳ \text{ جب } ۱ (۱ - ۳) - \text{جب } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ (۱ - ۳) + \text{جسم } ۱ - ۳$$

$$= ۳ \text{ جب } ۱ - ۳ \text{ جب } ۱ + ۳ \text{ جب } ۱ - ۳ \text{ جب } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳$$

$$\text{جسم } ۱ - ۳$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳$$

$$= (۳ \text{ جسم } ۱) \text{ کچھ موجب دفعہ } ۱ = ۳ \text{ جسم } ۱ \text{ کبھی مطلوب تھا۔}$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ = ۳ \text{ جسم } ۱ \text{ موجب دفعہ } ۱ \text{ جلائے}$$

$$\text{جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ + ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= \frac{۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱}{۳}$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ \text{ اور یہی مطلوب تھا۔}$$

$$\text{جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$+ ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

$$= ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱ - ۳ \text{ جسم } ۱$$

اور دوسری رقم = - جم ۱ جم ۱ - جب ۱ ن جب ۱ + ۲ جم ۱ جم  
 ۱ جب ۱ ن جب ۱ + جب ۱ ن جب ۱ - (۱ - جب ۱ ن) جب ۱ - جب ۱  
 ن جب ۱ - = نیچے جب ۱ - جب ۱ + جب ۱ ن جب ۱ - جب ۱ ن جب ۱ =  
 یہی مطلوب تھا +

۲۳  
 س =  $\frac{1 \text{ جب } 1 \text{ جب } 1 + 1 \text{ جب } (1 - 1 - 1)}{1 \text{ جم } 1 + 1 \text{ جم } (1 - 1)}$   
 ذرا ۲ کے رقم اول دسیوم کو جمع کیا +

۲ جب  $\frac{1 + 1(1 - 1)}{1 - 1(1 - 1)} = 1$  جب ۱ ن  
 ۲ جم  $\frac{1 + 1(1 - 1)}{1 - 1(1 - 1)} = 1$  جم ۱ ن

۲ جب ۱ ن ۱ جم ۱ (۱ - ۱) = ۱ جب ۱ ن  
 ۲ جم ۱ ن ۱ جم ۱ (۱ - ۱) = ۱ جم ۱ ن  
 جس ۱ ن +

۲۵  
 جب ۱ ن ۱ مق ۱ مق ۱ - جم ۱ ن ۱ مق ۱ مق ۱ = ۱ مق ۱ ن ۱ مق ۱ ن  
 =  $\frac{1 \text{ جب } 1 \text{ جم } 1}{1 \text{ جم } 1 \text{ جب } 1} - \frac{1 \text{ جب } 1 \text{ مق } 1}{1 \text{ مق } 1 \text{ جب } 1}$  اخراج کسرت

ص ۱ جم ۱ جب ۱ - جم ۱ جب ۱ جم ۱  
 جب ۱ جم ۱ جب ۱ جم ۱  
 جم ۱ جب ۱ جب ۱ جم ۱ - جم ۱ جب ۱  
 جم ۱ جب ۱ (جب ۱ جم ۱)  
 در دو ٹوکوں میں ضرب کیا +

$$= \frac{۲۴ \text{ جب (ن) - ۱ (ا)}}{۱۲ \text{ جب ۱}} \text{ لیکن } ۳ \text{ جب ۱ جم ۱}$$

$$= (۲ \text{ جب ۱ جم ۱}) \text{ بوجب دفعہ ۱}$$

$$= (۲ \text{ جب ۱}) - ۲ \text{ جب ۱}$$

$$= ۲۴ \text{ جب (ن) - ۱ (ا)} \times \frac{۱}{۱۲ \text{ جب ۱}}$$

$$= ۲۴ \text{ جب (ن) - ۱ (ا) مستحق ۱۲}$$

$$= ۱۳ \text{ جم ۱} + ۱۸ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۲ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$\text{بوجب دفعہ ۲، جلد اولے} =$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۲ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$= ۱۳ \text{ جم ۱} + ۱۳ \text{ جم ۲} + ۱۳ \text{ جم ۳} + ۱۳ \text{ جم ۴} + ۱۳ \text{ جم ۵} + ۱۳ \text{ جم ۶}$$

$$\text{جلد اولے} =$$

$$= \frac{۱۳ \text{ جم ۱}}{۱۳ \text{ جب ۱}} + \frac{۱۳ \text{ جم ۲}}{۱۳ \text{ جب ۲}} + \frac{۱۳ \text{ جم ۳}}{۱۳ \text{ جب ۳}}$$

$$= ۲ \text{ جب ۱} + ۱۲ \text{ جم ۱} + ۱۲ \text{ جم ۲} + ۱۲ \text{ جم ۳} + ۱۲ \text{ جم ۴} + ۱۲ \text{ جم ۵} + ۱۲ \text{ جم ۶}$$

۲۷

۲۷

پہی مطلوب ہوتا

نس

$$۱۶م - جب۱ = جم ۱۲ (۱ - \frac{1}{۱۶} جب۱۲) \text{ جلا اوٹے}$$

$$= (جم ۱۲ - جب۱۲) (جم ۱۲ + جب۱۲ + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (جم ۱۲ + (۱ - جب۱) + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱) = جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (۱ - جب۱) + جب۱$$

$$= جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱ - جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (۱ - جب۱) + جب۱ \text{ لیکن جب۱ جم ۱۲ کو گنت سے ضرب کیا تو}$$

$$\text{تو جم ۱۲ (۱ - جب۱) = جم ۱۲ (۱ - \frac{1}{۱۶} جب۱۲)}$$

$$= جم ۱۲ (۱ - \frac{1}{۱۶} جب۱۲)$$

مسادات یا مؤذیل کو حل کرو



پہی مطلوب ہوتا

س

$$۱۶م - جب۱ = جم ۱۲ (۱ - \frac{1}{۱۲} جب۱۲) \text{ جملہ اوسے}$$

$$= (جم ۱۲ - جب۱) (جم ۱۲ + جم ۱۲ جب۱ + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ [جم ۱۲ + (۱ - جب۱) + جب۱] =$$

$$= جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱) = جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱ + جب۱ + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (۱ - جب۱) (جم ۱۲ + جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (جم ۱۲ + جب۱ - جب۱ - جب۱) =$$

$$= جم ۱۲ (۱ - جب۱) (جم ۱۲) \text{ لیکن جب۱ جم ۱۲ کو } \frac{1}{۱۲} \text{ سے ضرب کیا تو}$$

$$\text{تو جم ۱۲ (۱ - } \frac{1}{۱۲} \text{ جب۱) = جم ۱۲ (۱ - } \frac{1}{۱۲} \text{ جب۱)}$$

$$= جم ۱۲ (۱ - \frac{1}{۱۲} جب۱)$$

مسادات با محو ذیل کو حل کرو



$$+ \text{جواب} = \pi \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

جب ۵ = جب ۵ = جب ۵ یعنی ۵ جم ۵ جب ۵ جب ۵ جب ۵ =

∴ جب ۵ (جم ۵ - ۱) = ۰ پس جب ۵ = ۰ یا ۲ جم ۵ = ۰

یعنی جم ۵ =  $\frac{1}{4}$  لیکن جب ۵ = ۱۰ اور جم ۹ =  $\frac{1}{4}$  پس ۵ = ۰

$$= \pi \text{ اور } \pi = ۹۰ = ۹۰ \neq \pi \neq \pi$$

جب ۵ + جم ۵ =  $\frac{1}{4}$  طرفین مساوات میں  $\frac{1}{4}$  کو ضرب دے

∴  $\frac{1}{4}$  جم ۵ + جب ۵ =  $\frac{1}{4}$  لیکن جم  $\frac{5}{4}$  =  $\frac{1}{4}$  اور جب

$$\frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$$

جم  $\frac{5}{4}$  جم ۵ + جب  $\frac{5}{4}$  جب ۵ =  $\frac{1}{4}$  یعنی جم (۵ -  $\frac{5}{4}$ ) =  $\frac{1}{4}$

لیکن جم ۹ =  $\frac{1}{4}$  ∴ (۵ -  $\frac{5}{4}$ ) = ۹۰ =  $\pi \neq \pi$  = جب ۵

جب ۵ = ۵ = ۱۶ جب ۵ یعنی جب (۵ + ۵) = ۱۶ جب ۵

یا جب ۵ جم ۵ + جم ۵ جب ۵ = ۱۶ جب ۵

= (۱ - ۲ جب ۵) (۵ جب ۵ - ۵ جب ۵) + ۲ جب ۵ جم ۵ (۵ جب ۵)

$$= (۵ - ۳ جم ۵) = ۱۶ جب ۵$$

= ۳ جب ۵ - ۱۰ جب ۵ + ۸ جب ۵ + ۲ جب ۵ (۱ - جب ۵)

$$(۱ - ۴ جب ۵) = ۱۶ جب ۵$$

جب ۵ - ۲۰ جب ۵ + ۱۶ جب ۵ = ۱۶ جب ۵ یعنی جب ۵ - ۳ جب ۵

۳۳

۳۴

۳۵

یعنی  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  (یا  $\theta = \pi$ ) یعنی  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$  اور

۱-  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  لیکن جب  $\theta = \pi$  نہیں ہے۔

اور جب  $\theta = \pi$  نہیں ہے  $\theta = 0$  عام صورت میں بیان کیا تو

$$\theta = \pi \neq \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

جب  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  یعنی  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = \pi$

پس جب  $\theta = 0$  (یا  $\theta = \pi$ ) یعنی  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$

یا جب  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  یعنی  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$

پس  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  عام صورت میں ہے اور

$$\theta = \pi \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

جب  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  یعنی  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$

پس جب  $\theta = 0$  (یا  $\theta = \pi$ ) یعنی  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$

جب  $\theta = 0$  جب  $\theta = 0$  یعنی  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pi$

اور  $\theta = 0$  اور  $\theta = \pi$  عام صورت میں ہے اور

$$\theta = \pi \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$r = \theta + \left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ کس } r = \theta + \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$r = \frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{\theta} = \frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{\theta}$$

$$r = \frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{\theta} = \frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{\theta}$$

۳۴

۳۵

۳۶

$$۲ = \frac{۵۴ + ۵۴}{۵۴} + \frac{۵۴}{۵۴}$$

$$= ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$= \frac{\pi}{4} (1 - \pi) + \pi$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$= \frac{\pi}{4} (1 - \pi) + \pi$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

$$۵۴ = ۵۴ + ۵۴ - ۵۴ = ۵۴$$

۳۹

۳۹

$$(۱+مس)² = ۳(۱-مس)² \text{ یا } (۱+مس)² = ۳(۱-مس)²$$

طرفین کا جذر لیا +

$$\frac{۱+مس}{۱-مس} = \sqrt{۳}$$

یعنی مس  $(\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲})$  = ۹۰  
لیکن مس = ۹۰

∴  $(\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}) = ۹۰ = ۹۰$  ن =  $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$  = جواب کے +

### حل سوالات نمبر (۶)

بیان کرو کہ جب  $\frac{۱}{۲} = ۱۱ + جب ۱ - ۱۱ - جب ۱$  واقع ہو  
درمیان ۵۰ اور ۱۰۰ نہ ہوگی

پس ظاہر ہے کہ  $\frac{۱}{۲}$  واقع ہوگا مابین ۲۲۵ اور ۳۱۵ کی اور جزاؤ  
درمیان ۲۲۵ اور ۳۱۵ کی واقع ہو اسکی جب مقدار منفی ہوگی اور  
عدد ابری ہی ہی جم سے ہوگی +

جب  $\frac{۱}{۲} + جم = \frac{۱}{۲} = ۱۱ + جب ۱$  ..... (۱)

جب  $\frac{۱}{۲} - جم = \frac{۱}{۲} = ۱۱ - جب ۱$  ..... (۲)

مسادات (۱) میں بائیں رکن مقدار منفی ہوگا اور نیز مساوات  
نمبر (۲) میں بائیں رکن مقدار منفی ہوگا ∴ دونوں کا جمع کرنے سے

جب  $\frac{۱}{۲} = ۱۱ + جب ۱ - ۱۱ - جب ۱$  +

س

س

موجب و فہم ۸ جب  $\frac{1}{4}$  + جم  $\frac{1}{4}$  = ۱۱ جب ۱۰۰۰۰ (۱)

جب  $\frac{1}{4}$  - جم  $\frac{1}{4}$  = ۱۱ جب ۱۰۰۰۰ (۲)

ظاہر ہے کہ جب زاویہ  $\frac{1}{4}$  واقع ہو درمیان ۵ م اور ۵ م کے  
تو اسکی جب کے مقدار نسبت ہوگی اور بڑھی ہی ہوگی جم سے پس  
اسوقت میں بائیں رکن مساوات (۱) کا مقدار نسبت ہوگا  
دو نون مساوات کو تفریق کرنے سے مساوات ذیل حاصل ہوگی

$$۲ جم \frac{1}{4} = ۱۱ جب ۱ - ۱۱ جب ۱ = ۰$$

موافق و فہم ۸ جب  $\frac{1}{4}$  + جم  $\frac{1}{4}$  = ۱۱ جب ۱۰۰۰۰ (۱)

جب  $\frac{1}{4}$  - جم  $\frac{1}{4}$  = ۱۱ جب ۱۰۰۰۰ (۲)

جبکہ  $\frac{1}{4}$  واقع ہے درمیان - ۵ م اور - ۱۳ م تو جب اسکی ہمیشہ  
مقدار منفی ہوگی اور عدد اکلان ہوگی جم سے پس اس حالت میں

بائیں رکن (۱) و (۲) کا مقدار منفی ہوگا دونوں کو جمع کرنے سے یہ مساوات حاصل ہوگی  $\frac{1}{4}$  = ۱۱ جب ۱ - ۱۱ جب ۱

ایسے دو عدد بتلاؤ جسکی اندر ۱ واقع جبکہ ۲ جب ۱ =

$$۱۱ جب ۱۲ + ۱۱ جب ۱۲ حسب و فہم (۸۶) جب ۱ + جم ۱ =$$

۱۱ جب ۱۲ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ (۱)

جب ۱ - جم ۱ = ۱۱ جب ۱۲ ۱۰۰۰۰۰۰ (۲)

یہ ظاہر ہے کہ مساوات (۱) و (۲) کو جمع کرنے سے مساوات

س

س

منفومہ اوس صورت میں حاصل ہوگی جبکہ مساوات (۱) کا بائیان  
 لکن مقدار منفی ہو اور (۲) کا بائیان رکن مثبت اور یہ صورت اور  
 وقت واقع ہوتی ہے جبکہ ہم ۱ مقدار منفی ہو اور بڑے ہو  
 جب ۱ سے اور یہ اس وقت میں ہوتی ہے جبکہ ۱ واقع درمیان  
 ۱۳۵ اور ۲۵ کے ہو اور عام صورت اسکی یہ ہوگی

$$\frac{\pi}{\pi} + \pi \text{ اور } \frac{\pi}{\pi} + \pi$$

بتلاؤ کہ ۱ کن عددوں میں واقع ہے جبکہ ۲ جم ۱ - ۱۱ + جب ۱۲  
 + ۱۱ - جب ۱۲ +

یہ ظاہر ہے کہ (۳) سوال میں مساوات اول کو مساوات (۲)  
 سے تفریق کرنے سے یہ مساوات اس وقت حاصل ہوتی ہے  
 جبکہ مساوات (۱) کا بائیان لکن مقدار منفی اور یہ صورت اور  
 حالت میں واقع ہوتی ہے جبکہ ۱ مقدار منفی ہو اور بڑے  
 ہو جم ۱ سے اور یہ صورت اس وقت میں ہوتی ہے جبکہ ۱  
 واقع درمیان ۲۵ اور ۱۵۵ کی ہو:۔ عام صورت یہ

$$\frac{\pi}{\pi} + \pi \text{ اور } \frac{\pi}{\pi} + \pi$$

بتلاؤ کہ ۱ کن عددوں میں واقع ہو

$$\text{کہ } ۲ \text{ جب } ۱ - ۱۱ + \text{ جب } ۱۲ - ۱۱ - \text{ جب } ۱۲$$

س

س

موجب قاعدہ بالا کے یہ دو مساواتیں حاصل ہوتے ہیں +

$$\text{جب } 1 + \text{جم} = 1 + \text{لا} + \text{جب } 12 \dots (1)$$

$$\text{جب } 1 - \text{جم} = 1 - \text{لا} - \text{جب } 12 \dots (2)$$

مساوات اول سے ظاہر ہوتا ہے کہ ۱ درمیان ۲ ن - ۲ اور ۳ اور

۲ ن + ۳ کی واقع ہو۔ اور دوسرے مساوات سے معلوم

ہوتا ہے کہ ۱ درمیان ۲ م + ۳ اور ۲ م + ۳ اور ۳ اور ۳ کی واقع

ہو جو کہ مساوی ۲ (م + ۵) - ۳ اور ۲ (م + ۱) + ۳

کی ہے اسلئے نتائج بالا سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ ۱ ضرور واقع ہونا چاہیے

$$\text{درمیان } 2 \text{ ن} - 3 \text{ اور } 2 \text{ ن} + 3 \text{ کے +}$$

فرض کرو کہ زاویہ معلوم ۱ اور نسبت مفروضہ م بہت لا اگر ایک حصہ

کو تعبیر کرے تو ۱ - لا دوسرے حصہ کو تعبیر کریگا اسلئے جب لا

$$= \text{م جب } (1 - لا) +$$

اسی طرح جب لا = م جب ۱ جم لا - جم ۱ جب لا تقسیم کرو م سے

$$\text{تو اس لئے م لا = م جب } 1 - \text{جم} 1 \text{ م لا اسلئے م لا} = \frac{1}{1 + \text{جم}}$$

پس جبکہ م لا دریافت ہو گیا ہو تو اسی طرح پہلا یہی معلوم ہو سکتا ہے

فرض کرو کہ زاویہ معلوم ۱ ہے اور نسبت معلوم م : ا سے ہے اور لا

اگر حصہ زاویہ ۱ کا ہو تو ۱ - لا دوسرا حصہ ہو گا اسلئے جم لا = م جم

س

س

۹

اسکو جسم لا = م (جہم ۱ جم لا + جب ۱ جب لا) تقسیم کرو ہم لا سے

$$= م (جہم ۱ + جب ۱ مس لا) اسکو مس لا = م (جہم ۱ + جب ۱) م$$

کہ مس لا معلوم ہوا ہے اسطرح پر لا ہی معلوم ہو سکتا ہے +

فرض کرو کہ ۱ ظاہر کرتا ہے ایک زاویہ مفروضہ کو اور م ظاہر کرتا ہے

نسبت مفروضہ کو اگر لازوہ کو ایک حصہ کو تعبیر کریں تو ۱ - لا دوسرے

$$\text{حصہ کو تعبیر کریگا اسطرح پر مس لا} = \frac{م (مس ۱ - مس لا)}{۱ + مس ۱ - مس لا}$$

اسی اسطرح مس لا (۱ + مس لا) = م (مس ۱ - مس لا) اسطرح پر ہم

کہتے ہیں ایک مساوات درجہ دوم کی جس سے قیمت مس لا کی دریافت

ہو سکتی ہے یا ہم اسطرح پر ہی معلوم کر سکتے ہیں +

$$\text{مس لا} = م (مس ۱ - لا) \text{ اسطرح سے } لا = \frac{م (مس ۱ - لا)}{م (مس ۱ - لا) + م (مس ۱ - لا)}$$

$$= م (مس ۱ - لا) \text{ ہم لا اسطرح پر } ۱ + جب (۱ - لا) = م (جب ۱ + جب)$$

$$(۱ - لا) \{ ۱ + م (مس ۱ - لا) \} = م (جب ۱ + جب)$$

$$\text{جب } (۱ - لا) = م (۱ - جب) \text{ جب } (۱ - لا) = م (۱ - جب)$$

پہنچے (۱ - لا) معلوم ہو گیا ہے تو اسطرح پر ۱ - لا ہی معلوم ہو سکتا ہے اور یہی معلوم ہو سکتا ہے

$$\text{دریافت اگر قیمت جب ۱ کی جبکہ مس } \frac{۱}{۱} = ۲ - ۲ \text{ کہ ہو چو کہ } \frac{۱}{۱} = ۲ + ۲$$

$$\text{مس } \frac{۱}{۱} + م \frac{۱}{۱} = م (۱ + م) = م (۱ + م) + م \frac{۱}{۱} = م \frac{۱}{۱}$$

$$\text{جب } \frac{۱}{۱} + م \frac{۱}{۱} = م (۱ + م) = م (۱ + م) + م \frac{۱}{۱} = م \frac{۱}{۱}$$

۱۰

س ۱۱

بر یافت کریم ۵۰ کی جبکہ ۲۱۰ = ۱۰۰ تو ۱۰۰ = ۱۰۰

چونکہ ۲ جم ۱ = ۱۰۰ جب ۱۰۰ = ۱۰۰

یعنی ۲ جم ۱ = ۱۰۰ - ۱۰۰ = ۱۰۰

جواب کے +

س ۱۲

بتلایا گیا ہے مس ۱۰۰ = ۱۰۰

موجب دفعہ ۱ مس ۱ = ۱۰۰

۱۰۰ = ۱۰۰

یا ۱۰۰ = ۱۰۰

۱۰۰ = ۱۰۰

پس جب ۱ = ۱۰۰

قیمت مس ۱۰۰ کی معلوم ہے تو مس ۱۰۰ کا دریافت کر

مس ۱۰۰ = ۱۰۰

۱۰۰ = ۱۰۰

مس ۱۰۰ = ۱۰۰

۱۰۰ = ۱۰۰

۱۰۰

مس ۱ = ۱۰۰

س ۱۳

موجب دفعہ ۹۱

$$\frac{2}{\sqrt{12}} \neq 1 = \frac{\sqrt{12}}{12} \neq 1 = \frac{\sqrt{12} + 12}{12} = 1.95$$

۱۹۵ =  $\frac{31}{1} \neq 2$  لیکن ۱۹۵ کا ایک منفی مقدار ہوتا ہے اسلئے  $1 - 195 =$

$$\text{مس } \frac{1}{2} = \frac{1 \text{ جب } 2 - 1 \text{ جب } 1}{1 \text{ جب } 2 + 1 \text{ جب } 1}$$

مس  $\frac{1}{4} = \frac{1 \text{ جب } 1 - 1 \text{ جب } 1}{1 \text{ جب } 1 + 1 \text{ جب } 1}$  موجب دفعہ ۱، شمار کنندہ اور نسبت نماکو

جب ۱ سے خدب دیا

$$\frac{1 \text{ جب } 2 - 1 \text{ جب } 1}{1 \text{ جب } 2 + 1 \text{ جب } 1} = \frac{1 \text{ جب } 1 - 1 \text{ جب } 1}{1 \text{ جب } 1 + 1 \text{ جب } 1} = \frac{1 \text{ جب } 1 - 1 \text{ جب } 1}{1 \text{ جب } 1 + 1 \text{ جب } 1}$$

یا جملہ تالی کو حاصل کر کے مساوی مس  $\frac{1}{4}$  کی بنا دیا +

$$\text{جم } (1 - 100) = 2 \text{ جب } \frac{1}{4} (1 + 100) \text{ جم } \frac{1}{4} (1 - 100) \text{ جملہ او}$$

$$1 - \text{جم } (1 - 100) = 1 \text{ جب } 100 \text{ موجب دفعہ } 100 = 1 + \text{جم } 100 \text{ موجب دفعہ } 100$$

$$2 = \text{جم } \frac{1}{4} = 2 - 1 \text{ جب } \frac{1}{4} = 1 \text{ موجب دفعہ } 100 = 1 + \text{جم } \frac{1}{4} \times$$

$$1 - \text{جم } \frac{1}{4} \text{ لیکن } 1 + \text{جم } \frac{1}{4} = 1 - \text{جم } (1 + 90) \text{ اور}$$

$$1 - \text{جم } \frac{1}{4} = 1 - \text{جم } (1 - 90) \text{ اگر } 1 - \text{جم } (1 + 90) \text{ اور } 1 - \text{جم}$$

$$(1 - 90) = 1 \text{ جم } (1 + 90) \text{ اور جم } (1 - 90) \text{ اسلئے}$$

$$1 + \text{جم } \frac{1}{4} = 1 - \text{جم } \frac{1}{4} = 1 \text{ جم } (1 + 100) \text{ جم } (1 - 100)$$

$$(1 \text{ جم } + 1 \text{ جم } 1) + (1 \text{ جب } 1 + 1 \text{ جب } 1) = 1 \text{ جم } \frac{1}{4} (1 - 1) \text{ موجب}$$

$$1 = 1$$

س ۱۴

س ۱۵

س ۱۶

$$\begin{aligned} & (ج ۲ جم + ۱ جم - ۱ ب) + (ج ۱ جم - ۱ ب) \\ & = ۳ جم (۱ - \frac{1}{۲}) = \{جم ۲ + ۱\} \frac{1}{۲} = ۳ جم \frac{1}{۲} \\ & (۱ - ب) = ۳ جم \frac{1}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (جم ۱ - جم ب) + (ج ۱ - ج ب) = ۳ ج \frac{1}{۲} (۱ - ب) \text{ بموجب دفعه ۱} \\ & (ج ۱ + ۱ ج - ۱ ب) + (ج ۲ + ۱ ج - ۱ ب) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (۳ ج ۱ + ۱ ج - ۱ ب) + (۳ جم ۲ + ۱ ج - ۱ ب) \\ & = ۳ ج ۱ - ۱ ب = \{جم ۲ + ۱\} \frac{1}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = ۳ ج ۱ - ۱ ب = ۳ ج ۱ \frac{1}{۲} (۱ - ب) = ۳ ج ۱ \frac{1}{۲} \text{ یہی ثابت کرنا تھا} \\ & ج ۱ \frac{1}{۲} = ۳ ج ۱ \frac{1}{۲} \text{ اور جم } \frac{1}{۲} = \frac{۳۲ + ۱۱}{۲} \text{ اور مس } \frac{1}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = ۳۲ - ۱۱ = ۲۱ \text{ چونکہ بموجب دفعہ ۸ ج ۱} \\ & \therefore ج ۱ \frac{1}{۲} = ۲۲ = \frac{۳۵ جم + ۱}{۲} = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ اسکی نسب نما اور شمار کنندہ کو ۲۱ میں ضرب دیا} \\ & ۲۱ = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ چونکہ بموجب دفعہ ۱۱ مس } \frac{1}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \therefore جم \frac{1}{۲} = ۲۲ = \frac{۳۵ جم + ۱}{۲} = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ اسکو بھی ۲۱} \\ & \text{ میں ضرب دیا تو } = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ چونکہ بموجب دفعہ ۱۱ مس } \frac{1}{۲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ جس میں کس = مس ۱ : مس } \frac{1}{۲} = ۳۵ \\ & = \frac{۳۵ + ۱}{۲} \text{ لیکن مس } ۳۵ = ۳۵ \text{ اسکی} \end{aligned}$$

س

س

$$1 - \frac{1}{m} = \frac{1 - \frac{1}{m}}{1} = \frac{1 - \frac{1}{m}}{1} = \frac{1 - \frac{1}{m}}{1}$$

$$2 \left( \frac{1}{m} + 1 \right) = \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \frac{1}{m} + 2 \left( \frac{1}{m} + 1 \right)$$

بجواب دفعہ ۹۱ و ۹۲،

$$\left( \frac{1}{m} + 1 \right) \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{m} \right\} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$= \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$2 \left( \frac{1}{m} + 1 \right) = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} + 1 + 1 = \frac{2}{m} + 2$$

مس  $\left( \frac{1}{m} + \frac{1}{m} \right) = \frac{2}{m}$  چونکہ بجواب دفعہ ۹۲،

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = (m+1) \frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

تقسیم کیا کسر اور خارج کو جم ۱ پر تو

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

۱۹

۲۰

تبع 1 مسا 1  
مخ 1 مسا 1

س ۱

$$\frac{جب ۰}{باجم ۱} = (جب \frac{۰}{۲} - جم \frac{۰}{۲}) + (جب \frac{۰}{۲} - جم \frac{۰}{۲})$$

$$= جب ۰ جم ۰ - جب ۰ جم ۰$$

$$+ جم ۰ جم ۰ + جب ۰ جب ۰$$

$$= \frac{۰}{۲} جم \frac{۰}{۲} - \frac{۰}{۲} جب \frac{۰}{۲} + \frac{۰}{۲} جم \frac{۰}{۲} + \frac{۰}{۲} جب \frac{۰}{۲}$$

$$= \frac{۰}{۲} جم ۲ \times \frac{۰}{۲} - \frac{۰}{۲} جب ۲ \times \frac{۰}{۲}$$

$$= \frac{۰}{۲} جم ۰ کسر اور مخارج کو جب ۰ سے ضرب کیا تو$$

$$= \frac{۰}{۲} جم ۰ جب ۰ - \frac{۰}{۲} جب ۰ جم ۰ - \frac{۰}{۲} جب ۰ جم ۰ - \frac{۰}{۲} جب ۰ جم ۰$$

$$\frac{جب ۰}{باجم ۰}$$

$$۰ جب ۰ (۰ - جب ۰)$$

س ۲

$$= ۰ جب ۰ (جب ۰ + جم ۰ - ۰ جب ۰ جم ۰)$$

$$= ۰ جب ۰ (جب ۰ - جم ۰)$$

$$= (۰ جب ۰ - ۰ جب ۰ جم ۰)$$

$$= (۰ جم ۰ - ۰ جب ۰)$$

$$\text{اور } ۰ + جب ۰ = (۰ جب ۰ + جم ۰ + ۰ جب ۰ جم ۰)$$

$$= جب ۰ + جم ۰$$

$$\text{اسنو } (۰ + جب ۰) = (۰ جب ۰ - جم ۰)$$

س ۳۳

$$۲ \text{ جرم } \frac{0}{۲} = ۱ + \text{جرم ۵ پس اسوا سے}$$

$$۳ \text{ جرم } \frac{0}{۲} = (۱ + \text{جرم } ۵) = ۱ + ۲ \text{ جرم } ۵ + \text{جرم } ۵$$

$$۱ + ۲ \text{ جرم } ۵ + ۱ = \frac{۵ \text{ جرم } ۲ + ۱}{۲} = \frac{۱}{۲} (۳ + ۴ \text{ جرم } ۵ + \text{جرم } ۵)$$

$$\text{اسوا سے جرم } \frac{0}{۲} = \frac{۱}{۲} (۳ + ۴ \text{ جرم } ۵ + \text{جرم } ۵)$$

اس قاعدہ کو واسطے ہر ایک سوال کے استعمال کرو جیسا کہ

$$\text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲}$$

$$= \frac{۱}{۲} (\text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲}) + \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} (\text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲} + \text{جرم } \frac{\pi}{۲}) = \frac{۱}{۲} \text{ جرم } ۵ \text{ وند (۳۵)}$$

$$\text{س } \frac{1}{۲} = \frac{\frac{1-\pi}{2} + ۱}{\frac{1+\pi}{2} + ۱} = \frac{۱۰}{۱۰ \text{ جرم } ۵ + ۱}$$

س ۳۴

$$\frac{\pi ۲ + ۴ - \pi ۲ - \pi ۲}{\pi ۲ + ۴} = \frac{(1-\pi)(1+\pi)}{(\pi-1+\pi)(1+\pi+\pi)}$$

$$\frac{\pi ۲ + ۲ - \pi ۲ - \pi ۲}{\pi ۲ + ۳}$$

شمار کنندہ اور نسبت نما کو ۳ - ۲ میں ضرب دیا +

تو ۲ - ۱ + ۳ - ۲ حاصل ہوا جو کہ = ۲ بجائے

$$\frac{۱۰}{۱۰ \text{ جرم } ۵ + ۱} = \frac{۱۰}{۱۰ \text{ جرم } ۵} = \frac{۲۰}{۲۰ \text{ جرم } ۵ + ۱}$$

س ۳۵

$$\frac{1+\pi}{\pi ۲} = \frac{1-\pi}{\pi ۲} + ۱$$

$$\frac{(۳۳-۱-۳۲)(۱+۳۲)}{(۳۳-۱-۳۲)(۳۲+۱-۳۲)}$$

$$\frac{۳۱-۳۱-۳۳+۲}{۳۲-۲-۳} = \frac{۳۳-۲-۳۲+۳}{۳۲-۲-۳}$$

اسی جگہ ہی نسبت نما اور شمار کنندہ کو  $۳۲ + ۳$  میں ضرب دیا  
تو  $۲ + ۳۱ - ۳۲ - ۳۱ + ۳ =$  حاصل ہوا جو کہ = جواب کے ہے

$$\frac{۳ \text{ مس } ۳ - ۳ \text{ مس } ۳}{۳ \text{ مس } ۳ - ۱} = \frac{۳ \text{ مس } ۳}{۳ \text{ مس } ۳ - ۱}$$

۳۳

$$\text{اور اس کے لیے} = (۳۳ + ۲) \text{ مس } \frac{۳}{۳}$$

$$\text{اور یہ} = \frac{۳ \text{ مس } ۳ - ۳}{۳ \text{ مس } ۳ - ۱} = \frac{۳}{۳}$$

$$\text{اس کے لیے} = \frac{۳ \text{ مس } ۳ - ۳}{۳ \text{ مس } ۳ - ۱} = (۳ + ۲) \text{ مس } \frac{۳}{۳}$$

$$\text{اس کے لیے} = (۳ + ۲) \text{ مس } \frac{۳}{۳} = ۳ - ۳ + ۲ = ۲$$

$$\frac{(۳۳-۵)(۱-۳۳)}{(۳۳-۵)(۳۳+۵)} = \frac{۱-۳۳}{۳۳+۵} = \frac{۳}{۳۳+۵}$$

$$۳ - ۳ = \frac{۱ - ۳۳}{۳۳ + ۵} =$$

$$\text{اس کے لیے} = (۳۳ - ۲) = (۳۳ - ۳) = \frac{۳}{۳}$$

$$\text{اس کے لیے} = (۳۳ - ۲)(۳۳ + ۲) = ۱$$

۲۶

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$2 = \frac{1}{1} \div 1 = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

کیونکہ  $1 + 1 = 2$  اور اسلئے  $1 + 1 = 2$

تبع  $(1 + 1) + (1 - 1) = 2$  تعی اس واسطے

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

۲۷

۲۸

$$\frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \text{اسواسطہ جرمی}$$

$$= 1 + 1 = 2 = 1^2$$

$$\text{اسواسطہ جرمی} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \text{اسواسطہ}$$

س

$$\frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1}$$

$$\frac{(1 - 1) - (1 + 1)}{(1 - 1) + (1 + 1)} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1}$$

اسنو موجب دفعہ ۶ کے

$$\frac{(1 - 1) - (1 + 1)}{(1 - 1) + (1 + 1)} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1}$$

$$+ \frac{1^2 - 1}{1 - 1} =$$

## آنکھوان باب

### بموجب دفعہ ۱۰۲ کے

جم (۱ + ب + س) = جم ۱ جم ب جم س - جم ۱ جب ب  
 جب س - جم ب جب س جب ۱ - جم س جب ۱ جب ب  
 تقسیم کیا طرفین کو جم ۱ جم ب جم س پر +  
 تو جم (۱ + ب + س) = ۱ - س ب مس س - س س س  
 جم ۱ جم ب جم س  
 مس ۱ - مس ۱ مس ب +

س

### بموجب دفعہ ۱۰۲ کے

جب (۱ + ب + س) = جب ۱ جم ب جم س + جب ب  
 جم س جم ۱ + جب س جم ۱ جم ب - جب ۱ جب ب جب  
 س طرفین کو تقسیم کرو جم ۱ جم ب جم س پر +  
 تو: جب (۱ + ب + س) = مس ۱ + مس ب + مس س  
 جم ۱ جم ب جم س  
 - مس ۱ مس ب مس س +

س

جب (۱ - ب) + جب (ب - س) = ۲ جب ۱ - ۲ جم

س

$$\frac{1-2+3}{1} = \frac{1-2+3}{1} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ جم } 1-2+3$$

اور جب (س-۱) = ۲ جب ۱-۲ جم ۱-۲ س-۱ :: جب

(۱-ب) + (جب زب-س) + (جب رس-۱)

$$= \frac{1-2+3}{1} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ جم } 1-2+3$$

$$+ \frac{1-2+3}{2} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ س-۱}$$

$$= \frac{1-2+3}{2} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ س-۱}$$

:: جب (۱-ب) + (س-ب)

$$\text{جب (س-۱)} + \frac{1-2+3}{2} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ س-۱} = \frac{1-2+3}{2} \text{ جب } \frac{1-2+3}{2} \text{ س-۱}$$

۳ ب (۱ ۰) جب (م-۱) جم (۰ م-۰) = ۲ جم

{ (۰ م-۰) جم (۰ م-۰) - جم (۰ م+۰) } (۱۲-۰ م+۰)

موجودہ دفعہ ۲ کے = ۲ جم (۰ م-۰) - ۲ جم (۰ م-۰)

جم (۰ م+۰) = ۱۲-۰ م+۰ + جم (۰ م-۰)

- { جم (۰ م-۰) + جم (۰ م+۰) } = ۱ + ۲

(۰ م-۰) جم (۰ م-۰) - جم (۰ م+۰) (۱۲-۰ م+۰)

جب (۱+ب) جم ب = جب (۱+ب-س-س) جم ب

= { جب (۱+ب+س) جم س - جم (۱+ب+س) }

س

س

جب س { جم ب

جب (۱ + س) جم س = جب (۱ + ب + س - ب) جم س

= { جب (۱ + ب + س) جم ب - جم (۱ + ب + س) جب }

ب { جم س } \*

∴ جب (۱ + ب) جم ب - جب (۱ + س) جم س =

جم (۱ + ب + س) { جب ب جم س - جب س جم ب } جم

= جم (۱ + ب + س) جب (ب - س)

جم (۱ + ب + س) + جم (۱ + ب - س) =

۲ جم (۱ + ب) جم س اور جم (۱ - ب + س) + جم (ب -

+ س - ۱) = ۲ جم (۱ + ب) جم س

ان دونوں رقموں کی حاصل جمع = ۲ جم س { جم (۱ + ب) +

جم (۱ - ب) }

= ۲ جم ۱ جم ب جم س \*

جم ۱۲ + جم ۲ ب = ۲ جم (۱ + ب) جم (۱ - ب)

جم ۲ س + جم ۲ (۱ + ب + س)

= ۲ جم (۲ س + ۱ + ب) جم (۱ + ب)

ان دونوں حاصل جمع کی = ۲ جم (۱ + ب) { جم (۱ - ب) +

س

س

$$+ \text{جم } (۲س + ۱ + ب) \{$$

$$= ۲ \text{جم } (۱ + ب) \text{ } ۲ \text{جم } (۱ + س) \text{ } \text{جم } (ب + س)$$

$$= ۴ \text{جم } (۱ + ب) \text{ } \text{جم } (ب + س) \text{ } \text{جم } (س + ۱)$$

$$\text{جب } (۱ - ب) \text{ } \text{جب } (ب - س) \text{ } \text{جب } (س - ۱) =$$

ذو اصناف اقل کے: کسر کل کے مساوی ہے اسکے

$$= - \text{جب } ۱ \text{ } \text{جب } (ب - س) \text{ } - \text{جب } ب \text{ } \text{جب } (س - ۱)$$

$$- \text{جب } س \text{ } \text{جب } (ب - ۱)$$

$$= - \frac{1}{۴} \{ \text{جم } (۱ - ب + س) - \text{جم } (۱ + ب - س) \} -$$

$$\frac{1}{۴} \{ \text{جم } (ب + ۱ - س) - \text{جم } (ب + س - ۱) \} -$$

$$\frac{1}{۴} \{ \text{جم } (س - ۱ + ب) - \text{جم } (س + ۱ + ب) \} =$$

$$\text{جم } (۱ + ب) \text{ } \text{جب } ب - \text{جم } (۱ + س) \text{ } \text{جب } س$$

$$= \frac{1}{۴} \{ \text{جب } (۱ + ب + ب) - \text{جب } (۱ + ب - ب) \} -$$

$$- \frac{1}{۴} \{ \text{جب } (۱ + س + س) - \text{جب } (۱ + س - س) \} -$$

$$= \frac{1}{۴} \text{جب } (۱ + ۲ب) - \frac{1}{۴} \text{جب } (۱ + ۲س)$$

$$\text{جب } (۱ + ب) \text{ } \text{جم } ب - \text{جب } (۱ + س) \text{ } \text{جم } س$$

$$= \frac{1}{۴} \{ \text{جب } (۱ + ب + ب) + \text{جب } (۱ - ب - ب) \} -$$

س

س

$\frac{1}{2} = \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $= \frac{1}{2} \text{ جب } (1 + 2) - \frac{1}{2} \text{ جب } (1 + 2 + 3) \text{ چونکہ دونوں}$   
 رقمیں باہم برابر ہیں اسلئے اول رقم ہی دوسری سے برابر ہے  
 $\text{جب } (1 + 2 + 3) \text{ جب } (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \text{ جب } (1 + 2 + 3)$   
 $= \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \{ (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $\text{جب } (1 + 2 + 3) \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \text{جب } (1 + 2 + 3) \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $= \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $= \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $+ \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 اسلئے یہ دونوں رقمیں باہم برابر ہیں +  
 $\text{جب } (1 + 2 + 3) \text{ جب } (1 + 2 + 3) = \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $\{ (1 + 2 + 3) + \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$   
 $\text{جب } (1 + 2 + 3) \text{ جب } (1 + 2 + 3) = \frac{1}{2} \{ \text{جب } (1 + 2 + 3) - \text{جب } (1 + 2 + 3) \}$

ش

س

جب ۱ بی س =  $\frac{1}{2}$  {جم (۱-س) - جم (۱+س)}

جب (۱+ب) جب (ب+س) - جب ۱ جب س

=  $\frac{1}{2}$  {جم (۱+س) - جم (۱+ب+س)}

= جب (۱+ب+س) جب ب

جب ۱ جب ب جب (ب-۱) =  $\frac{1}{2}$  {جم (۱-ب)}

- جم (۱+ب) {جب (ب-۱) =  $\frac{1}{2}$  جم (ب-۱) جب

(ب-۱) -  $\frac{1}{2}$  {جب ۲ ب - جب ۱ ۲}

=  $\frac{1}{2}$  جب ۲ (ب-۱) -  $\frac{1}{2}$  جب ۲ ب +  $\frac{1}{2}$  جب ۱ ۲

جب ب جب س یہ (س-ب) اور جب س جب ۱ جب

(۱-س) اسے طرح تیسری مثال کے بموجب

جب (ب-۱) جب (س-ب) جب (۱-س) =  $\frac{1}{2}$  {جب

(۱-ب) + جب ۲ (ب-س) + جب ۲ (س-۱)}

پس ان چاروں کی حاصل جمع = صفر کے ہے +

جم (۱+ب) جب (ب-۱) =  $\frac{1}{2}$  {جب ۱ ۲ - جب ۲ ب}

جم (ب+س) جب (ب-س) =  $\frac{1}{2}$  {جب ۲ ب - جب ۲ س}

جم (س+ص) جب (س-ص) =  $\frac{1}{2}$  {جب ۲ ص - جب ۲ س}

جم (ص+۱) جب (ص-۱) =  $\frac{1}{2}$  {جب ۲ ص - جب ۱ ۲}

س

س

سوال

جب (ص - ب) جب (۱ - س) =  $\frac{1}{۲}$  {جم (۱ + ب + س)}

(ص - جم (۱ - ب - س + ص))

جب (ب - س) جب (۱ - ص) =  $\frac{1}{۲}$  {جم (۱ - ب + س + ص)}

- جم (۱ + ب - س - ص)

جب (س - ص) جب (۱ - ب) =  $\frac{1}{۲}$  {جم (۱ - ب + س + ص)}

- جم (۱ - ب + س - ص)

اور ان تینوں کا حاصل جمع = صفر کے ہے +

$$\frac{1}{۲}م + \frac{1}{۲}م = \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم = \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$= \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم = \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$\frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم = \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$= \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$\frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم = \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$= \frac{1}{۲}جم + \frac{1}{۲}جم$$

$$جم + ۱ = ۲ جب (ب + ۱) = \frac{1}{۲} جم (ب + ۱) - ۱$$

$$۲ جم = ۲ جب (ب - ۱)$$

$$جب س = ۲ جب (ب - ۱) جم = ۲ جم (ب + ۱) = ۲ جب (ب + ۱)$$

$$: جب ۱ + جب ب + جب س = ۲ جم (ب - ۱) = ۲ جب (ب - ۱)$$

س

۱۷



۲ جم ۲ کس جم ۲ (۱-ب)

جم ۳ س - ۲ جم ۲ س = ۲ جم ۲ کس جم ۲ (۱+ب) - ۱

∴ جم ۳ + ۱ جم ۲ + جم ۲ ب + جم ۳ س = ۲ جم ۲ س {جم ۲ (۱-ب)}

+ جم ۲ (۱+ب) - ۱

= ۲ جم ۲ س ۲۰ جم ۲ ب - ۱ = ۳ جم ۱ جم ۲ ب

جم ۲ کس - ۱

∴ جم ۳ + ۱ جم ۲ + جم ۲ ب + جم ۲ کس + ۱ = ۳ جم ۱ جم ۲ ب

جم ۲ س

فرض کرو کہ  $\frac{1}{4} = (1-\pi)$  اور  $\frac{1}{4} = (\pi - \text{ب})$  اور

س =  $\frac{1}{4} (\pi - \text{س})$

∴  $1 + \text{ب} + \text{کس} = \frac{1}{4} (\pi - 1 - \text{ب} - \text{س}) = \frac{1}{4} \pi - \frac{1}{4}$

• π

### اسجگہ ۶ امثال کے بموجب

ب + ۱ + جب ب + جب س = ۳ جم  $\frac{1}{4}$  جم  $\frac{1}{4}$  جم  $\frac{1}{4}$  جم  $\frac{1}{4}$  س

یعنی جم  $\frac{1}{4}$  + جم  $\frac{1}{4}$  + جم  $\frac{1}{4}$  + جم  $\frac{1}{4}$  = ۳ جم  $\frac{1-\pi}{4}$  جم  $\frac{1-\pi}{4}$  ب

جم  $\frac{\pi}{4}$  س

سن

س ۲۱

فرض کر دو کہ  $\frac{1}{p} = (1 - \pi)$  اور  $b = \frac{1}{p} (\pi - b)$  اور

$$s = \frac{1}{p} (\pi - s)$$

$$\therefore 1 + b + s = \frac{1}{p} (\pi - s + \pi - b + \pi - s)$$

$$\pi = \pi^2$$

### انجکھ ۱۰ امثال کے بموجب

$$1 - \text{جب } b + \text{جب } s =$$

$$1 - \text{جب } \frac{1}{p} + \text{جب } \frac{1}{p} =$$

$$\frac{1 - \pi}{\pi} = \text{جب } \frac{1}{p} + \text{جب } \frac{1}{p} =$$

$$\frac{\pi - \pi}{\pi} = \text{جب } \frac{\pi - \pi}{\pi} =$$

فرض کر دو کہ  $\frac{1}{p} = (1 - \pi)$  اور  $b = \frac{1}{p} (\pi - b)$

$$s = \frac{1}{p} (\pi - s)$$

$$\therefore 1 + b + s = \frac{1}{p} (\pi - s + \pi - b + \pi - s)$$

$$\pi = \pi^2 \times \frac{1}{p}$$

### انجکھ ۱۱ اوفوہ کے بموجب

$$1 - \text{جب } a + \text{جب } b + \text{جب } s =$$

س ۲۲

$$= \text{جب } \frac{1}{2} \text{ جب } \frac{2}{3} \text{ جب } \frac{3}{4}$$

یعنی جب  $\frac{1}{2} + \text{جب } \frac{2}{3} + \text{جب } \frac{3}{4} = 1 - \text{جب } \frac{3}{4} = 1 - \text{جب } \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$   
 جب  $\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$

جب  $1 + \text{جب } 2 + \text{جب } 3 = \frac{1}{4} = \{1 - \text{جم } 1 + 1 + 2 - \text{جم } 1\}$   
 $+ \{2 - 1 + \text{جم } 2 - 1\}$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \{1 - \text{جم } 1 + 2 - \text{جم } 2 + \text{جم } 3 - 1\}$   
 $= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \{1 + 2 - \text{جم } 1 + \text{جم } 2 - \text{جم } 3\}$

اسی طرح ۸ مثال کے بموجب

$2 + 2 = \text{جم } 1 + \text{جم } 2 = 2$   
 $\therefore \text{جب } 1 + \text{جب } 2 + \text{جب } 3 - \text{جم } 1 - \text{جم } 2 = 2 - 2 = 0$   
 $\text{جب } 1 + \text{جب } 2 + 1 - \text{جم } 2 = 2$

$= \frac{1}{4} = \{2 - \text{جم } 1 - \text{جم } 2 - 1 - \text{جم } 3 + \text{جم } 3\}$   
 $= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \{2 - \text{جم } 1 + \text{جم } 2 - \text{جم } 3 - 1\}$

یہاں ۹ مثال کے بموجب

$2 - 2 = 2 - \text{جم } 1 + \text{جم } 2 - \text{جم } 3 = 0$

۳

۳

$$\therefore \text{جیٹا ۱} + \text{جیٹا ۲} + \text{جیٹا ۳} + \text{جیٹا ۴} + \text{جیٹا ۵} + \text{جیٹا ۶} + \text{جیٹا ۷} + \text{جیٹا ۸} + \text{جیٹا ۹} + \text{جیٹا ۱۰} + \text{جیٹا ۱۱} + \text{جیٹا ۱۲} = ۲$$

$$\text{جیٹا ۲} = ۲$$

$$\frac{1}{۲} \text{ مس} + \frac{1}{۳} \text{ مس} + \frac{1}{۴} \text{ مس} + \frac{1}{۵} \text{ مس} + \frac{1}{۶} \text{ مس} + \frac{1}{۷} \text{ مس} + \frac{1}{۸} \text{ مس} + \frac{1}{۹} \text{ مس} + \frac{1}{۱۰} \text{ مس} + \frac{1}{۱۱} \text{ مس} + \frac{1}{۱۲} \text{ مس} = ۲$$

$$= \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$= \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} = ۱$$

۵ امثال کے بموجب

$$\text{جیٹا ۱} + \text{جیٹا ۲} + \text{جیٹا ۳} = ۱$$

$$= ۲ \text{ جیٹا ۱} + \frac{1}{۲} \text{ جیٹا ۲} + \frac{1}{۳} \text{ جیٹا ۳}$$

بموجب مثال ۱ کے

$$\text{جیٹا ۱} + \text{جیٹا ۲} + \text{جیٹا ۳} = ۲ \text{ جیٹا ۱} + \frac{1}{۲} \text{ جیٹا ۲} + \frac{1}{۳} \text{ جیٹا ۳}$$

بموجب مثال ۲ کے

$$\text{تقسیم سے جیٹا ۱} + \text{جیٹا ۲} + \text{جیٹا ۳} = \frac{۱}{۲} \text{ جیٹا ۱} + \frac{۱}{۳} \text{ جیٹا ۲} + \frac{۱}{۴} \text{ جیٹا ۳}$$

$$= \frac{1}{۲} \text{ مس} + \frac{1}{۳} \text{ مس} + \frac{1}{۴} \text{ مس}$$

۲۵

۲۶



$$= \frac{+1 جم 1 (جم + ب) + جب ب مس س}{+1 جم 1 جم ب جم س} = \frac{+1 جم 1 جب ب جب س}{+1 جم 1 جب ب جب س}$$

ابگہ میں ایک جملہ ہے جس میں ۱ و ب و س باذکارہ مرتبہ میں اور ہم اسی طریقہ سے اس کی نتیجہ حاصل کریں گے اگر اصلی مثالین ۱ و ب و س میں کسی دو متعلقہ کو یکدوسری کی جگہ پر

$$مس 1 + مس ب + مس س = مس 1 مس ب مس س$$

$$جب 1 + جب ب + جب س = ۴ جم ۱/۲ جم ۱/۲ جم ۱/۲ جم ۱/۲$$

$$= \frac{مس 1 مس ب مس س}{مس 1 مس ب مس س} = \frac{مس 1 مس ب مس س}{مس 1 مس ب مس س}$$

$$\frac{مس 1 مس ۲ مس ۳}{۲ جم 1 جم ب جم س}$$

$$جب 1 + جب ۲ = ۲ جب ۳ (ب + ۱) جم ۳ (ب - ۱)$$

$$= ۲ جب ۳ (ب - ۱) جم ۳ (ب - ۱)$$

$$= ۲ \{ جب ۳ جم ۳ جم ۳ جم ۳ \} جب ۳ (ب - ۱) جم ۳ (ب - ۱)$$

$$= ۲ جب ۳ جم ۳ جم ۳ جم ۳ (ب - ۱) جم ۳ (ب - ۱) = ۰$$

$$نیز جب ۳ = ۲ جب ۳ جم ۳$$

$$= ۲ جب ۳ (ب - ۱ - ۳) جم ۳$$

$$= ۲ \{ جب ۳ جم ۳ (ب + ۱) - جم ۳ \} جب ۳$$

$$(ب + ۱) \{ جم ۳ \}$$

اس

س

$$= ۲ \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} (۱ + ب) \text{ جم } \frac{\pi}{۲}$$

$$: \text{ جب } ۱ + \text{ جب } ب + \text{ جب } ن \text{ کس}$$

$$= ۲ \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \{ \text{جم } \frac{\pi}{۲} (ب - ۱) + \text{جم } \frac{\pi}{۲} (ب + ۱) \}$$

$$= ۴ \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{۱}{۲} \text{ جم } \frac{۱}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲}$$

## ۳۳ مثال کے بموجب

$$\text{جب } ۱ + \text{ جب } ن ب = ۲ \{ \text{جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} - \text{جم } \frac{\pi}{۲} \}$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \{ \text{جم } \frac{\pi}{۲} (ب - ۱)$$

$$= ۲ - \text{جم } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} (ب - ۱) \text{ چونکہ جب } \frac{\pi}{۲} =$$

$$\text{نیز جب } ن س = ۲ \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲}$$

$$= ۲ \text{ جم } \frac{\pi}{۲} (ب - ۱ - \pi) \text{ جب } \frac{\pi}{۲}$$

$$= ۲ \{ \text{جم } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} (ب + ۱) + \text{جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جب } \frac{\pi}{۲} (ب + ۱) \}$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{۲}$$

$$= ۲ \text{ جم } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ جم } \frac{\pi}{۲} (ب + ۱) : \text{ جب } ۱ +$$

$$\text{جب } ن ب + \text{ جب } ن س$$

$$= ۲ - \text{جم } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \{ \text{جم } \frac{\pi}{۲} (ب - ۱) - \text{جم } \frac{\pi}{۲} (ب + ۱) \}$$

$$= ۴ - \text{جم } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \text{ جب } \frac{\pi}{۲} \text{ کس } \text{ جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{\pi}{۲}$$

۳۳  
س

## ۲۰ مثال کے بموجب

$$\text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2} = \text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2} = \text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}$$

$$= \text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2} = \text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{مس}}{1} + \frac{\text{مس}}{1} = \frac{1}{\text{مس}} \left( \frac{\text{مس}}{1} + \frac{\text{مس}}{1} \right) = \frac{\text{مس} + \text{مس}}{\text{مس}}$$

$$= \frac{\text{مس} + \text{مس}}{\text{مس}} = \frac{2\text{مس}}{\text{مس}}$$

$$= \frac{\text{مس}}{\text{مس}} = 1 \text{ جم } \frac{1}{\text{مس}} = \text{اسطرح ہم دیکھ سکتے ہیں}$$

$$\text{کہ اوپر کی مثال} = \frac{\text{جم } \frac{1}{4}}{\text{جم } \frac{1}{4}} + \frac{\text{جم } \frac{3}{4}}{\text{جم } \frac{3}{4}} + \frac{\text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{4} + \text{جم } \frac{3}{4} + \text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 + 3 + 2}{1 + 3 + 2} = \frac{6}{6} = 1 \text{ جم } \frac{1}{6} = \text{مس } \frac{1}{6} \text{ کے بموجب}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ جم } \frac{1}{2} = \text{مس } \frac{1}{2} \text{ کے بموجب}$$

$$\text{فرض کرو کہ } 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 10 \text{ اسی د}$$

$$\therefore \text{مس } (1 + 1) = \text{مس } (2) \text{ بموجب فرض } 10$$

$$\therefore \frac{\text{مس } (1 + 1)}{1} = \frac{\text{مس } (2)}{1} = \frac{\text{مس } (2)}{1}$$

$$\therefore (\text{مس } 1 + \text{مس } 1) = (\text{مس } 2)$$

$$= (\text{مس } 1 + \text{مس } 1) = (\text{مس } 2)$$

$$\therefore \text{مس } 1 + \text{مس } 1 + \text{مس } 1 + \text{مس } 1 = \text{مس } 4$$

مس

مس

مس

$$= (مس + 1 + مس ب) + مس ب مس و + (مس ب + مس و) + مس ب مس و$$

$$= مس ب مس ب مس و + مس ب مس ب مس و$$

$$+ مس ب مس ب مس و + مس ب مس ب مس و$$

$$\frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$\therefore مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$\therefore مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و$$

$$\frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$\therefore مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و = مس ب مس ب مس و$$

$$\frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

$$= \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و} = \frac{مس ب مس ب مس و}{مس ب مس ب مس و}$$

مس ب مس و

مس ب مس و

$$\frac{(1-جمرب)(1-جمرب)}{(1+جمرب)(1+جمرب)}$$

∴ سن ۲ = سن ۱  $\frac{1}{2}$  سن ۱ بوجوب دفعہ ۸۲

$$\frac{سن ۵}{سن ۵} = \frac{سن ۱}{سن ۱} = ۱ \text{ لیکن سن ۵} = \frac{1-جمرب ۵۲}{1+جمرب ۵۲}$$

$$= \frac{جمرب-جمرب ۱}{جمرب ۱}$$

$$\text{اور سن ۵} = \frac{1-جمرب ۵۲}{1+جمرب ۵۲} = \frac{جمرب-جمرب ۱}{جمرب ۱}$$

$$\frac{جمرب-جمرب ۱}{جمرب-جمرب ۱} = \frac{جمرب ۱}{جمرب ۱} = \frac{سن ۱}{سن ۱}$$

$$\therefore \frac{جمرب-جمرب ۱}{جمرب-جمرب ۱} = \frac{جمرب ۱}{جمرب ۱} \therefore جمرب =$$

$$\frac{جمرب ۱ - ۱}{جمرب ۱ - ۱} = \frac{جمرب ۱}{جمرب ۱}$$

$$= \frac{(1-جمرب ۱) - ۱}{(1+جمرب ۱) - ۱} = \frac{جمرب ۱ - ۱}{جمرب ۱ + ۱}$$

$$= \frac{جمرب ۱ - ۱}{جمرب ۱ + ۱} = \frac{جمرب ۱ - ۱}{جمرب ۱ + ۱}$$

$$\frac{1-جمرب}{1+جمرب} = \frac{جمرب ۱ - ۱}{جمرب ۱ + ۱}$$

$$= \frac{(1-جمرب)(1-جمرب)}{(1+جمرب)(1+جمرب)} \therefore سن ۱ = سن ۲$$

$$\text{جمرب ۱} = \frac{جمرب ۱}{جمرب ۱} \text{ اور جمرب ۱} = \frac{جمرب ۱}{جمرب ۱}$$

سن

سن

$$۱۵-۱۰ = ۵ \text{ جمی} = \frac{۱۰-۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲} \text{ جمی} = \frac{۱}{۲} \text{ جمی} = \frac{۱}{۲} \text{ جمی}$$

$$۲۰-۱۰ = ۱۰ \text{ جمی} = \frac{۱۰-۱۰}{۱۰} = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$۳۰-۱۰ = ۲۰ \text{ جمی} = \frac{۲۰-۱۰}{۲۰} = \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲} \text{ جمی} = \frac{۱}{۲} \text{ جمی}$$

$$\frac{۱۰-۱۰}{۱۰} = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$۱۰-۱۰ = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$۱۰-۱۰ = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$۱۰-۱۰ = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$۱۰-۱۰ = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

$$\frac{۱۰-۱۰}{۱۰} = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

ذیل کا نتیجہ ٹھیک ہے اگر تم ب - سم (۱ + ۰) = ۰ + ۰ = ۰

(۱ - ۰)

$$\frac{۱۰-۱۰}{۱۰} = ۰ \text{ جمی} = ۰ \text{ جمی}$$

اس

$$\text{یعنی } \frac{\text{جب } 0 \text{ جب } (0+1) - \text{جب } 1 \text{ جب } (0+1)}{\text{جب } 0 \text{ جب } (0+1)} =$$

$$\frac{\text{جب } (1-1) \text{ جب } 0 + \text{جب } 0 \text{ جب } (1-1)}{\text{جب } 0 \text{ جب } (1-1)}$$

$$\text{یعنی اگر } \frac{\text{جب } (1-0+1)}{\text{جب } 0 \text{ جب } (0+1)} = \frac{\text{جب } (1-1+0)}{\text{جب } 0 \text{ جب } (1-1)}$$

اور یعنی اگر جب 0 جب (1-1) = جب 0 جب (0+1)  
اور یہ فرضاً درست ہے۔

$$\therefore \frac{(\text{مس } 1 - \text{جب } 0 \text{ مس } 0)}{\text{جب } 0} = \text{مس } 1 - \text{مس } 0$$

مس

$$(\text{مس } 1 - \text{جب } 0 \text{ مس } 0) = (1 - \text{جب } 0) (\text{مس } 1 - \text{مس } 0)$$

$$\therefore \text{مس } 1 - 1 = \text{جب } 0 \text{ مس } 1 + \text{جب } 0 \text{ مس } 0$$

$$(1 - \text{جب } 0) (\text{مس } 1 - \text{مس } 0)$$

$$\therefore \text{مس } 1 - \text{جب } 0 = \text{مس } 1 + \text{جب } 0$$

$$\text{یعنی } (\text{مس } 1 - \text{جب } 0) = 1$$

$$\therefore \text{مس } 1 - \text{جب } 0 = 1$$

$$\therefore \text{جب } 0 = \frac{\text{مس } 1}{1}$$



$$= \{-جم 1 + جم (ب - س)\} \{-جم 1 - جم (ب + س)\}$$

$\frac{1-س+ب}{2} = \frac{1+س+ب}{2}$  جب  $1-س+ب = 1+س+ب$  اور  $س=ب$  ہے  
 پس اگر مجوزہ جملہ صفر قرار دیا جاوے تو ہم جیسوں مندرجہ بالا میں سے  
 ایک صفر ہونا چاہئے اور اسلئے ہم زاویوں میں سے ایک زاویہ صفر ہونا چاہئے یا دو  
 زاویوں کا مجموعہ صفر ہو۔

فرض کریں  $\frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$  ہے، ہر ایک میں مفروض کے توہستہ دریافت کرو عام قیمت تین کسروں کی

$$\text{پس } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب} \text{ اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب} \text{ اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب} \text{ اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$$

$$\text{اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب} \text{ اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب} \text{ اور } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$$

$$= \frac{س(1+س) + س(ب+س)}{س(1+س) - س(ب+س)} \text{ جب } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$$

$$= \frac{س(1+س) + س(ب+س)}{س(1+س) - س(ب+س)} \text{ جب } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$$

$$= \frac{س(1+س) + س(ب+س)}{س(1+س) - س(ب+س)} \text{ جب } \frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$$

جب  $\frac{1}{2} = \frac{س}{ب}$

$$= \frac{1}{2} \{-جم (ب+س) - جم (ب+س)\} \{-جم (ب+س) - جم (ب+س)\}$$

$$\frac{1}{2} \{-جم (ب+س) - جم (ب+س)\} \{-جم (ب+س) - جم (ب+س)\}$$

$$+ \{-جم (ب+س) - جم (ب+س)\}$$

س

اور  $\frac{6}{5} + \frac{7}{5}$  جب (س-1)

$$= \frac{1}{2} \{ \text{جم } (12 + 52) - \text{جم } (2 + 52) \}$$

اسی طرح سے تینوں رقموں کی جمع صفر ہے +

$$\text{دویم درجہ کی مساوات کے بموجب جب 5 می} = \frac{\text{جب 5 جب 5}}{\text{جب 12}}$$

$$\text{اسکو مس 5 می} = \frac{\text{جب 5 جب 5}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}}$$

$$= \frac{\text{اول مساوات سے مس 5}}{\text{مس 12}} + \frac{\text{جم 2 جب 5}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}}$$

$$\frac{\text{مس 52}}{\text{مس 12}} - \frac{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}} - \frac{\text{جم 5 جب 5}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}}$$

$$\frac{\text{جب 12 - جب 52}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}} \div \frac{\text{جب 52}}{\text{جب 12 - جب 52}}$$

$$\frac{\text{جب 12 - جب 5}}{\text{جب 12 - جب 5 جب 5}}$$

$$\therefore \text{جب 5 جم 12 (جب 1 - جب 5 جب 5)} = (\text{جب 1 - جب 5 جب 5})$$

$$+ (\text{جب 5 جب 5})$$

$$\therefore \text{جب 52 (جب 5 + جم 12 جب 5)} - \text{جب 5 (جم 12)}$$

$$\text{جب 12} + \text{جب 1} + \text{جب 1} = \text{جب 1}$$

$$\therefore \text{جب 5 (1 - جم 12 جب 5)} - \text{جب 5 جب 5 جب 1} = \text{جب 1}$$

اس حل کو حل کرنے سے جبکہ کہ مطلوب ہے وہ حاصل ہو سکتا ہے

سج

$$\frac{1^2}{\text{جیب } \theta} = \frac{1 + \text{جم } 1}{\text{جیب } \theta} - \frac{1}{\text{جم } 1} = \frac{1 + \text{جم } 1}{\text{جم } 1} - \frac{1}{\text{جم } 1}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جیب } \theta - (1 - \text{جم } 1)}{\text{جم } \theta}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جیب } \theta - (1 - \text{جم } 1)}{\text{جم } \theta} = \frac{\text{جیب } \theta - 1 + \text{جم } 1}{\text{جم } \theta}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جم } (1 - \text{جیب } \theta) - \text{جم } (1 - \text{جم } \theta)}{\text{جم } \theta}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جم } \theta - \text{جم } (1 - \text{جیب } \theta)}{\text{جم } \theta}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جم } \theta - \text{جم } (1 - \text{جیب } \theta) + \text{جم } (1 - \text{جیب } \theta)}{\text{جم } \theta}$$

$$\frac{1}{\text{جیب } \theta} = \frac{\text{جم } (1 - \text{جیب } \theta) + \text{جم } (1 - \text{جم } \theta)}{\text{جم } \theta}$$

اسی طرح جیب (1 - جیب) جم (1 - جم) مس (1 - جیب)

$$\left\{ \text{جم } (1 - \text{جیب}) - \frac{1}{\text{جیب}} \right\} \left\{ \frac{1}{\text{جیب}} - \text{جم } (1 - \text{جم}) \right\} =$$

$$\text{جیب } (1 - \text{جم}) = \frac{1}{\text{جیب}} + \left( \frac{1}{\text{جیب}} + \frac{1}{\text{جم}} \right) \text{جم}$$

$$(1 - \text{جم}) - \text{جم} = (1 - \text{جم})$$

$$\text{جم } (1 - \text{جم}) = \frac{1}{\text{جیب}} + \left( \frac{1}{\text{جیب}} + \frac{1}{\text{جم}} \right) \text{جم}$$

$$\text{جم } (1 - \text{جم}) = \frac{1}{\text{جیب}} + \frac{1}{\text{جم}} - \frac{1}{\text{جیب}}$$

س

$$\text{مس } \frac{1}{2} = \frac{\text{مس } \frac{1}{2}}{1 - \text{مس } \frac{1}{2}} \text{ اسطرح } \frac{\text{مس } \frac{1}{2}}{1 - \text{مس } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جب } \theta \text{ جم } \theta}{\text{جب } \theta + \text{جم } \theta}$$

$$\therefore \text{مس } \frac{1}{2} (\text{جب } \theta + \text{جم } \theta) = (1 - \text{مس } \frac{1}{2}) \text{ جب } \theta \text{ جم } \theta$$

$$\therefore \text{جب } \theta \text{ جم } \theta \text{ مس } \frac{1}{2} + \text{مس } \frac{1}{2} (\text{جب } \theta + \text{جم } \theta) = \text{جب } \theta \text{ جم } \theta +$$

$$\text{مس } \frac{1}{2} = \frac{(\text{جب } \theta + \text{جم } \theta) + (1 + \text{جب } \theta \text{ جم } \theta)}{\text{جب } \theta \text{ جم } \theta}$$

اوپر کے مثال کو دیکھو اسطرح

$$\text{مس } \frac{1}{2} = \frac{(1 - \text{جب } \theta) (\text{جم } \theta)}{\text{جب } \theta \text{ جم } \theta}$$

$$\text{اب } 1 - \text{جم } \theta = \frac{\text{جب } \theta}{\text{جم } \theta} = \text{مس } \frac{\theta}{2} \text{ اور اسطرح}$$

$$1 - \text{جب } \theta = \frac{\text{جم } \theta (1 - \frac{\pi}{2})}{\text{جب } \theta (1 - \frac{\pi}{2})} = \text{مس } (\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{اسی طرح مس } \frac{1}{2} = \text{مس } \frac{\theta}{2} \text{ مس } (\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2}) \text{ اسطرح سے}$$

پہلی رقم سے ہم اسکو دریافت کر سکتے ہیں +

$$\text{مس } \frac{1}{2} = \text{جم } \frac{\theta}{2} \text{ جم } (\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2}) \text{ حاصل جمع } 2 \text{ قیمتوں کا}$$

$$س \frac{۵}{۲} = -۱ +$$

$$جم ۰ = جم ۱ جم ب \therefore \frac{جم ۰ - ۱}{جم ۰ + ۱} = \frac{جم ۱ - ۱}{جم ۱ + ۱}$$

$$\therefore مس \frac{۵}{۲} = \frac{جم ۱ - ۱}{جم ۱ + ۱} \therefore اسطرح سے مس \frac{۵}{۲} = -$$

$$+ \frac{جم ۱ جم ب - ۱}{جم ۱ جم ب + ۱}$$

$$\frac{جم ۱ جم ب - ۱}{جم ۱ جم ب + ۱} = مس \frac{۵}{۲} = \frac{جم ۱ جم ب - ۱}{جم ۱ جم ب + ۱}$$

$$\therefore \frac{جم ۱ جم ب - ۱}{جم ۱ جم ب + ۱} = \frac{جم ۱ جم ب + ۱}{جم ۱ جم ب + ۱}$$

$$\therefore \frac{جم ۱ جم ب - ۱}{جم ۱ جم ب + ۱} = جم ب$$

$$\therefore جم ۱ + جم ۱ = جم ۱ جم ب - ۱ (جم ۱ جم ب)$$

$$\therefore جم ۱ جم ب - ۱ = جم ۱ - ۱ + جم ۱ + جم ۱ جم ب$$

$$= (جم ۱ جم ب - ۱) (جم ۱) \therefore جم ۱ جم ب = (جم ۱ - ۱) (جم ۱ - ۱)$$

$$= (جم ۱ - ۱) (جم ۱ - ۱) +$$

$$جم (س + ۱ - ب) - جم (ب + ۱ - س) = جم$$

$$(جم + ۱ - ب) - جم (س + ۱ - ب)$$

$$\therefore جم (ب - ۱) + جم (س - ب) = جم (س - ب) + جم ۱$$

س

س

∴ (جب ۱ جم ب - جم ۱ جب ب) جم س = (جب جب جم س  
 - جم ب جب س) جم ۱ تقسیم کرو جم ۱ جم ب جم س پر  
 اسی طرح مس ۱ - مس ب = مس ب - مس س ∴ مس ۱  
 اور مس ب اور مس س ہی سلسلہ حسابیہ میں ہیں +

فرض کرو جب ۱ اور جب ب اور جب س سلسلہ جمع و تفریق میں ہیں  
 پس جب ب - جب ۱ = جب س - جب ب

اسی طرح جب ۲ جب ۱ - ۱ = جم ۱ + ۱ = ۲ جب س - جب  
 جم س + ۲

∴ جب ۱ - ۱ = جب ۲ = جب س - ۱ = جب ۱

∴ (جب ۲ جم ۱ - جم ۲ جب ۱) جب س

= (جب ۲ جم ۱ - جم ۲ جب ۱) جب ۱

تقسیم کرو اسکو جب ۱ جب ۲ جب ۱ پر

اسی طرح مم ۱ - مم ۲ = مم ۲ - مم ۳

اسی طرح مم ۳ اور مم ۲ اور مم ۱ سلسلہ جمع و تفریق میں ہیں

فرض کرو جم ۱ + جم ۲ ب + جم ۳ س = ۱

∴ ۳ - جب ۱ - جب ۲ ب - جب ۳ س = ۱

∴ جب ۱ + جب ۲ ب + جب ۳ س = ۲

۵۱

۵۲

مثلاً جب جسم ۱ اور جسم ۲ سے ۹۰ ڈیگری زاویوں سے  
 ایک زاویہ قائمہ ہے اور یہ تمام زاویوں سے  
 بڑا ہو گا \*

فرض کر دو کہ یہ زاویہ ۱ ہو گا  $90 = 1$

$\therefore$  جب  $+س = 90 = 1 \therefore 1 - س = جب$  \*

جب  $(1 + \frac{س}{۲}) = جب (1 + \frac{۱-س}{۲})$

$= جب (1 - \frac{س}{۲}) = جسم \frac{1-س}{۲}$

اور جب  $\frac{س}{۲} = جسم \frac{1+س}{۲}$

اسی طرح جسم  $\frac{1-س}{۲} = ن جسم \frac{س+1}{۲}$

$\therefore$  جسم  $\frac{1}{۲} جسم \frac{س}{۲} + جب \frac{1}{۲} جب \frac{س}{۲} = ن (جسم \frac{1}{۲})$

جسم  $\frac{س}{۲} - جب \frac{1}{۲} جب \frac{س}{۲}$

$\therefore (1+ن) جب \frac{1}{۲} جب \frac{س}{۲} = (1-ن) جسم \frac{1}{۲} جسم \frac{س}{۲}$

$\therefore$  جب  $\frac{1}{۲} جب \frac{س}{۲} = \frac{1-ن}{1+ن} جسم \frac{1}{۲} جسم \frac{س}{۲}$

$\frac{1-ن}{1+ن}$

فرض کر دو کہ  $\frac{1}{۲}$  قیمت ظاہر کرتا ہے جب  $\frac{1}{۲}$  اور

جب  $\frac{س}{۲}$  اور جب  $\frac{س}{۲}$  کے \*

۵۳

۵۴

پہرہ = ک جب 1 اور سی = ک جب ب اور لا =

ک جب س

۱۰ (و۔ سی) مم  $\frac{1}{4}$  = ک (ب۔ 1) جب ب (مم  $\frac{1}{4}$  سی

= ک جب  $\frac{1}{4}$  (ب۔ 1) جم  $\frac{1}{4}$  (ب + 1) مم  $\frac{1}{4}$  سی

= ک جب  $\frac{1}{4}$  (ب۔ 1) جب  $\frac{1}{4}$  مم  $\frac{1}{4}$  سی

= ک جب  $\frac{1}{4}$  (ب۔ 1) جم  $\frac{1}{4}$  سی

= ک جب  $\frac{1}{4}$  (ب۔ 1) جب  $\frac{1}{4}$  (ب + 1)

= ک {جٹا  $\frac{1}{4}$  - 1 جب  $\frac{1}{4}$  ب} {بہو جب دفعہ ۲،

اسی طرح (سی۔ لا) جم  $\frac{1}{4}$  = ک {جٹا  $\frac{1}{4}$  ب۔ جٹا

$\frac{1}{4}$  س}

اور {لا۔ و} مم  $\frac{1}{4}$  = ک {جٹا  $\frac{1}{4}$  س۔ جٹا  $\frac{1}{4}$  ۱}

اور اصل جمع ان تینوں کا صفر ہے \*

مس (۱ + ب + س) = مس م = ۰ اور اس لئے

۱۰۲ دفعہ کے بہو جب \*

مس ۱ + مس ب + مس س - مس ۱ مس ب مس س = ۰

جب (۱۲ + د) + جب (۲ + د) = ۲ جب

(۱ + ب + د) جم (ب۔ 1)

۵۵

۵۶

جب ۲ ص + د - جب (۱۲ + ۲ ب + ۲ ص + ۳ د)

= ۲ جب (۱ + ب + د) جم (۱ + ب + ۲ ص +

+ ۲ د) ہے \*

۲ جب (۱ + ب + د) {جم (۱ - ب) - جم (۱ + ب +

۲ ص + د)}

= ۲ جب (۱ + ب + د) ۲ جب (ب + ص + د)

جب (۱ + ص + د)

= ۴ جب (۱ + ب + د) جب (ب + ص + د)

جب (ص + ۱ + د)

اگر د = ۲ جب ۱۲ + ۲ جب ب + ۲ جب س - جب

(۱۲ + ۲ ب + ۲ ص)

= ۴ جب (۱ + ب) جب (ب + ص + س) جب

(۱ + س)

اگر کچھ ۱ + ب + س = ۳ اور جب (۱۲ + ۲ ب

+ ۲ ص) =

پہر جب (۱ + ب) = جب س اور جب (ب + س)

= جب ۱ اور جب (س + ۱) = جب ب

۵۶

پس جب 12 + جب 2 ب + جب 2 س = 3 جب

س جب 1 جب ب

$$\frac{\pi}{4} = \text{اگر د}$$

تو جم 12 + جم 2 ب + جم 2 س + جم (12 + 12) ب  
= (س +

3 جم (1 + ب) جم (ب + س) جم (س + 1)

اگر 1 + ب + س =  $\frac{\pi}{4}$  اور جم (12 + 12 + س)

1 =

تو پھر جم (1 + ب) = جب س اور جم (ب + س)

= جب 1 اور جم (س + 1) = جب ب

پس جم 12 + جم 2 ب + جم 2 س =

3 جب 1 جب ب جب س +

3 جم  $\frac{1}{4}$  جم  $\frac{3}{4}$  جم  $\frac{3}{4}$  = 2 جم  $\frac{3}{4}$  {جم  $\frac{1}{4}$  (ب - 1)}

+ جم  $\frac{1}{4}$  (ب + 1)

= جم  $\frac{1}{4}$  (س + 1 - ب) + جم  $\frac{1}{4}$  (س + 1 - ب)

جم  $\frac{1}{4}$  (1 + ب + س) + جم  $\frac{1}{4}$  (1 + ب - س)

ش 5

$$= \text{جب } 1 + \text{جب } \beta + \text{جب } \alpha - \text{جم } \frac{1}{\beta} (1 + \beta + \alpha) \\ - \text{جم } \frac{1}{\beta} (\beta + \alpha - 1)$$

$$- \text{جم } \frac{1}{\beta} (\beta + \alpha - 1) - \text{جم } \frac{1}{\beta} (\beta - \alpha + 1)$$

$$\text{پھر جب } \frac{\alpha + \beta + 1}{\beta} - \text{جم } \frac{\alpha - \beta - 1}{\beta} = \text{جب } 1$$

$$+ \text{جب } \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta}$$

$$= \text{جب } 1 - \text{جم } \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta}$$

$$\text{پس جب } \frac{\alpha + \beta + 1}{\beta} - \text{جم } \frac{\alpha - \beta - 1}{\beta} + \text{جم } \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta}$$

$$= \text{جب } \beta - \text{جم } \frac{1 + \alpha - \beta}{\beta}$$

$$\text{اور جب } \frac{\alpha + \beta + 1}{\beta} - \text{جم } \frac{\alpha - \beta - 1}{\beta} + \text{جم } \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta}$$

$$= \text{جب } \frac{\alpha + \beta + 1}{\beta}$$

$$= \text{جم } \frac{1 + \alpha + \beta}{\beta}$$

$$\text{جم } 00 = \text{جم } (02 + 03)$$

$$= \text{جم } 03, 02, 01 \text{ جب } 02 \text{ جب } 01 + 02$$

۵۹  
س

$(۳م جیم ۵ - ۳ جیم ۵) (۲ جیم ۵ - ۱) =$   
 $(۳ جیب ۵ - ۳ جیب ۵) (۲ جیب ۵ - ۵ جیم ۵)$   
 $= (۴ جیب ۵ - ۲ جیم ۵) (۲ جیم ۵ - ۱) - ۲ جیب ۵$   
 $(۳ - ۳ جیب ۵) جیم ۵$   
 $= (۴ جیم ۵ - ۳ جیم ۵) (۲ جیم ۵ - ۱) - ۲$   
 $(۱ - ۳ جیم ۵) (۲ جیم ۵ - ۱) جیم ۵$   
 $= ۱ جیم ۵ - ۱ جیم ۵ + ۳ جیم ۵ - ۳ جیم ۵ + ۵ جیم ۵ - ۱۰ جیم ۵$   
 $= ۵ جیم ۵ - ۲ جیم ۵ + ۵ جیم ۵ - ۵ جیم ۵$   
 $جیب ۵ = ۲ جیب ۵ - ۳ جیم ۵ = ۲ (۳ جیب ۵ - ۳ جیب ۵)$   
 $(۴ جیم ۵ - ۳ جیم ۵)$   
 $= ۲ جیب ۵ (۳ - ۲ جیب ۵) (۳ جیم ۵ - ۳ جیم ۵)$   
 $= ۲ جیب ۵ (۳ جیم ۵ - ۱) (۲ جیم ۵ - ۳ جیم ۵)$   
 $جیب ۵ (۱۶ جیم ۵) + ۳ جیم ۵$

ش

## حل سوالات باب نهم

فرض کرد که پ س ب = ۱ پس ب پ م =  $1\frac{1}{۲}$   
 اور پ ۱ م =  $1\frac{1}{۲}$

پ پ م ب = مس  $1\frac{1}{۲}$  اور پ م = مس  $1\frac{1}{۲}$

پس مس  $1\frac{1}{۲}$  = پ م . پ م =  $\frac{۱}{۱}$  م =  $\frac{۱}{۱}$  م

$\frac{۱}{۱}$  م ب =  $\frac{س - س م}{س + ۱ س م}$

$\frac{۱ - ۱ م ب}{۱ + ۱ م ب} = \frac{س - س م}{س + ۱ س م} = \frac{س - س م}{س + ۱ س م}$

م ب = ۰ =  $\frac{۱ - ۱ م ب}{۱ - ۱ م ب}$  :: است

$\frac{۱ - ۱ م ب}{۱ + ۱ م ب} = \frac{۱ - ۱ م ب}{۱ - ۱ م ب} = \frac{۱ - ۱ م ب}{۱ - ۱ م ب}$

$\frac{(۱ + ۱) (۱ - ۱ م ب)}{(۱ - ۱) (۱ + ۱ م ب)}$

:: مس  $\frac{۱}{۲}$  =  $\frac{۱ + ۱}{۱ - ۱}$  مس  $\frac{۱}{۲}$

مس  $\frac{۱}{۲}$  =  $\frac{۱}{۱ - ۱}$  مس  $\frac{۱}{۲}$

س

س

س

$$\text{جم } ۵۲ = ۱ + \text{مس } ۵ = \frac{۱}{۱ + \text{مس } ۵} = \frac{۱}{۱ + ۵۲} = \frac{۱}{۵۳}$$

$$= \frac{۱}{۵۳} \text{ جم } ۵۲ \text{ اور } ۱ = \frac{۱}{۵۳} \times ۵۲ = ۱ - \frac{۱}{۵۳} = \frac{۵۲}{۵۳}$$

جبار:

$$\therefore \text{جم } ۵۲ + \text{جبار} = ۱$$

س

$$\text{ق } ۵۲ = ۲ \text{ ق } ۵ \text{ تم } ۵ = \frac{۲}{۵} \text{ جم } ۵۲ = \frac{۲}{۵} \times \frac{۵۲}{۵۳} = \frac{۲ \times ۵۲}{۵ \times ۵۳}$$

$$\therefore \frac{۲ \times ۵۲}{۵ \times ۵۳} = ۱$$

$$\therefore \frac{۱}{۵۲} = \frac{۲ \times ۵۲}{۵ \times ۵۳} = \frac{۲}{۵} \text{ جم } ۵۲$$

$$= \frac{\text{جم } ۵۲ - \text{جبار}}{\text{جم } ۵۲} = \frac{۱}{۵۲} \text{ جم } ۵۲$$

$$\text{اسی طرح قسم } ۵۲ = \text{ق } ۵ - \text{ق } ۵ +$$

س

$$\text{مس } ۵ = \frac{\text{مس } ۵ - \text{مس } ۵}{\text{مس } ۵ + \text{مس } ۵} = \frac{۰}{۱۰} = ۰$$

$$= \frac{۱ - ۱}{۱ + ۱} = ۰$$

$$\text{مس } ۵ = \frac{\text{مس } ۵ - \text{مس } ۵}{\text{مس } ۵ + \text{مس } ۵} = \frac{۰}{۱۰} = ۰$$

س

بب + ۵ جب ۵ - جم ۴ جب (۵ + ۵)

= ۲ جب ۱ (۵ + ۵) جم ۱ (۵ - ۴) - ۸ جم ۵ جب ۱

(۵ + ۵) جم ۱ (۵ + ۵)

= ۲ جب ۱ (۵ + ۵) جم ۱ (۵ - ۵) - جم ۵ جب ۱ (۵ + ۵)

= ۲ جب ۱ (۵ + ۵) جم ۱ (۵ - ۵) - جم ۵

x جم ۱ (۵ + ۵) = ۲ جب ۱ (۵ + ۵) جب ۵ جب ۱

+ (۵ + ۵) جب ۵ جب ۱

جب ب جم ۱ (مس ا + مس ب) ص ب جم ۱

- جم (۱ + ب) جب ۱ (۱ + ب)

س

$$\left\{ \frac{ص ا}{جم ا} + \frac{ص ب}{جم ب} \right\}$$

$$= \frac{جب ب جم ۱ ص (۱ + ب)}{جم ۱ (۱ + ب) جم ا جم ب}$$

$$= \frac{جب ب x ص (۱ + ب) جم ۱ (۱ + ب)}{جم ۱ (۱ + ب) جم ب}$$

$$\frac{جب ب جم ۱ (۱ + ب)}{جم ۱ (۱ + ب) جم ب}$$

$$\frac{ص ب (۱ - ب)}{جم ۱ (۱ + ب) جم ب} + \frac{ص ا جم ۱ (۱ + ب)}{جم ۱ (۱ + ب) جم ب}$$

$$\frac{\text{جب } \frac{1}{2} - (ب+1) + \text{جب } \frac{1}{2} (ب+1)}{\text{جب } \frac{1}{2} (ب+1) \text{ جم } ب}$$

$$1 = \frac{\text{جب } \frac{1}{2} (ب+1) \text{ جم } ب}{\text{جب } \frac{1}{2} (ب+1) \text{ جم } ب}$$

فرض کرو د = ارتفاع گزردن کے پھر  $\frac{1}{2} = \text{مس } 1$   
 $\therefore د = 40$ ، اس میں تقریباً قیمت مس = پیمائش

دائرہ کی آئینے کے  $\frac{1}{40 \times 180}$

$$\therefore د = 40 \times 180 \times \frac{1}{40} \text{ تقریباً}$$

فرض کر دو = فاصلہ انچوں کے اسلٹو  $\frac{3}{2} = \text{مس } \frac{1}{2}$

$$\frac{180 \times 12}{\pi} = د = \frac{3}{2} = 40 \times 180$$

۳ جب ۱ - ۴ جب ۱ = ۱ جب ۱ جیسا کہ ہم خیال کرتے

ہیں کہ ۱ نہ تو صفر ہے اور نہ دو زاویہ قائمہ میں ضرب

کہا یا ہوا ہے ہم اسکو جب ۱ پر تقسیم کرتے ہیں اس طرح

$$۳ - ۴ جب ۱ = ۱ \text{ پچھ } 1 = \frac{۳-۴}{۳} \text{ اور یہ اور}$$

عدو اور صفر کے درمیان واقع ہے اور ۱ واقع ہے اور

۱ کے درمیان اگر ۲ کے ہو تو جب ۱ =  $\frac{1}{2}$  = جیسا

$$\frac{1}{2} = 1 \text{ م } = 180 \times \frac{1}{2} \text{ جہاں م صفر یا کوئی دوسرا عدد}$$

ہے

ش

س

س

مس

$$\text{مس } 1 - \text{مس } 1 = \text{مس } (1 - 1) = 1 + \text{مس } 1 - \text{مس } 1$$

$$\begin{aligned} & \text{مس } 1 - \frac{\text{ن جب } 1 \text{ جم } 1}{1} \\ & = \frac{1 - \text{ن جب } 1}{1} \\ & = \frac{1 + \text{مس } 1 - \text{ن جب } 1}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{جب } 1 (1 - \text{ن جب } 1) - \text{ن جب } 1 \text{ جم } 1}{\text{جم } 1 (1 - \text{ن جب } 1) + \text{ن جب } 1 \text{ جم } 1}$$

$$= \frac{\text{جب } 1 - \text{ن جب } 1}{\text{جم } 1} = \frac{1 - \text{ن جب } 1}{\text{جم } 1} = \text{مس } 1$$

نہاں اور جو بچا ایک سا ہی جب ہوتا ہے جیسا کہ ۵۳ اس قاعدوں  $\pi + (1 - 2) 53$  میں  
 نشان میں اسکو کوئی مثال کسی مس کی قیمت جب ۵۳ کی صورت میں دیا جاتا ہے  
 دیکھا سکتی ہے کہ ہر ایک نادرے کے مس کی قیمت قاعدوں میں  $\pi + (1 - 2) 53$  کے متعلق  
 ۶ م اور ۶ م + ۱ اور ۶ م + ۲ اور ۶ م + ۳ اور ۶ م + ۴  
 اور ۶ م + ۵ اسی قیمت مس  $\pi + (1 - 2) 53$  کے  
 بموجب دفعہ ۴۵ +

مس ۵ اور مس  $(5 - \frac{\pi}{2})$  اور مس  $(5 + \frac{\pi}{2})$  اور  
 مس  $(5 - \pi)$  اور مس  $(5 + \frac{\pi}{2} + \pi)$  اور مس  
 $(5 - \frac{\pi}{2} + \pi)$  ہکو اسی طرح ہم چھین قیمتیں دریافت  
 کر سکتے ہیں بموجب دفعہ ۴۸ ۵۰۰ اسی طرح پر

مس

$$\# \text{ مس } 5 \text{ اور } \# \text{ مس } (5 + \frac{11}{12})$$

$$\text{اور } \# \text{ مس } (5 + \frac{11}{12})$$

$$\text{جرم } 12 = \frac{1}{4} (12 \text{ جرم} + 1) \text{ اسکو}$$

$$\text{جرم } 12 = \frac{1}{8} (12 \text{ جرم} + 12 \text{ جرم} + 1) \text{ اسکو}$$

$$= \frac{1}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} + 12 \text{ جرم}$$

$$= \frac{5}{8} + \frac{1}{4} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 12 \text{ جرم}$$

$$\text{جب } 1 = \frac{1}{4} (12 \text{ جرم} + 1)$$

$$\therefore \text{جب } 1 = \frac{1}{8} (12 \text{ جرم} + 12 \text{ جرم} + 1)$$

$$= \frac{5}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 12 \text{ جرم}$$

$$\therefore \text{جرم } 12 = 1$$

$$= \frac{5}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 24 \text{ جرم}$$

$$= \frac{5}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 24 \text{ جرم}$$

$$= \frac{9}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 24 \text{ جرم}$$

$$\frac{9}{8} + \frac{1}{8} + (12 \text{ جرم} + 1) + \frac{1}{4} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} + 12 \text{ جرم} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 24 \text{ جرم}$$

$$= \frac{1}{4} \{ 35 + 12 \text{ جرم} + 12 \text{ جرم} + 12 \text{ جرم} \} = \frac{3}{4} + 24 \text{ جرم}$$

$$\text{جرم } 5 \text{ جرم} = 4 - \text{چونکہ جرم کسی زیادہ کا شمارین کافی سے کہیں زیادہ نہیں}$$

مس

مس

ہوتا اسکو ضروری ہے کہ جم ۱۵ اور جم ۲۰ دونوں شمارین کال کے برابر ہوں اور ایک اور تین سے مثبت  
 اور دوسرا منفی اسلئے اور ن زاویوں تین سے ایک زاویہ منفی ہونا چاہیے یا مثبت صنف کا اور دوسرا  
 طاق صنف کا

مس ۱

جب ۱ + جب ۲ - جب ۳ جب ۴ - جب ۵

= جب ۱ { جب ۱ - جب ۲ جم ۱ - ب } + جب ۲

{ جب ۲ - جب ۱ جم ۱ - ب }

= جب ۱ { جب ۱ - ب + ب } جب ۲ جم ۱ - ب {

+ جب ۲ { جب ۱ - ۱ - ۱ - ب } - جب ۱ جم ۱ - ب {

= جب ۱ جب ۲ - جب ۱ جم ۲ - جب ۱ - ب {

= جب ۱ - ب { جب ۱ جم ۲ - جب ۲ جم ۱ } = جب ۱ - ب {

اسی طرح جب ۱ - ب = ن جب ۱ + ب

∴ جب ۱ - ب = ن جب ۱ + ب

∴ جب ۱ جم ۲ - جب ۱ جم ۱ جب ۲ = ن { جب ۱ جم ۲

+ جب ۱ جب ۲ }

تقسیم کیا گیا جم ۱ جم ۲ سے اسی طرح مس ۱ - مس ۲

= ن { مس ۱ + مس ۲ }

∴ { ن } مس ۱ = { ن } مس ۲ +

$$\therefore \text{مس} = 1 = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\pi}} + 1} \text{ مس ب} +$$

$$\frac{\text{جب } ۵۲ \text{ مم } ۵ = \text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲}{\text{جب } ۵۲ \text{ مم } ۵۲ = (\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲)}$$

$$\frac{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ = \text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲}{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲} = \frac{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲}{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۲}$$

اگر ۵ = ۰ تو اسکی قیمت ۸ ہے +

$$\text{جب } ۵ + ۵ = ۵ \therefore \frac{۵}{\pi} = \frac{۵}{\pi} + \frac{۵}{\pi} = 1$$

$$\therefore \text{جب } (۵ - \frac{\pi}{\pi}) = 1 \therefore ۵ - \frac{\pi}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

$$\frac{\text{جب } ۵ - ۵ = ۵}{\frac{۵}{\pi}} = \frac{۵}{\pi} \therefore \frac{۵}{\pi} = \frac{۵}{\pi} - \frac{۵}{\pi} = \frac{۵}{\pi}$$

$$\frac{۵}{\pi} = \frac{۵}{\pi} \text{ جب } ۵ = \frac{۵}{\pi}$$

$$\therefore \text{جب } (۵ - \frac{\pi}{\pi}) = \frac{۵}{\pi} \therefore \frac{۵}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} + ۵ = \frac{\pi}{\pi} + ۵$$

$$+ \frac{\pi}{\pi}$$

$$\text{جب } ۵۲ = ۵ \text{ جب } (۵۲ - \frac{\pi}{\pi}) = ۵ \text{ جب } ۵ = ۵$$

$۵۲ - \frac{\pi}{\pi}$  اور ۵ زاوے میں وہی جہر کہتے ہیں اسلئے

تمام زاوی شامل میں  $۵۲ - \frac{\pi}{\pi} = ۵۲ = \pi$  ن ۲ = ۵

$$\text{جب } ۵ - ۵ = ۵ \text{ جب } ۵ = ۵ \text{ جب } ۵ = ۵ \text{ جب } ۵ = ۵$$

$$= \text{جب } ۵ = \frac{۵}{\pi} \text{ جب } ۵ = \frac{۵}{\pi}$$

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

∴ جب  $\frac{\theta^3}{2} = 10$  اور جب  $\frac{\theta}{2} = \text{جم}$   $\frac{\theta^3}{2}$   
 اگر جب  $\frac{\theta^3}{2} = 10$  اور پھر  $\frac{3}{2} = \pi$  ن  
 اگر جب  $\frac{\theta}{2} = \text{جم}$  اور پھر  $\text{جم} = (\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2})$   
 $\frac{\theta^3}{2}$

اس لئے  $\frac{\theta^3}{2} = \pi$  ن  $2 = \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2}$   
 $(\pi - 2) = (\text{تغ} + \text{تم} + 0)$   
 $(\pi - 2) = \text{جم} + \text{مس} + 0$   
 ∴  $(\pi - 2) = (\frac{1}{\text{جم}} + \frac{1}{\text{جب}})$   
 $\pi = (\frac{\pi}{\text{جم}} + \frac{\pi}{\text{جب}})$

∴  $(\pi - 2) = (\text{جب} + 0) = (\text{جم} + 0)$   
 $\pi = (\text{جب} + 0) = (\text{جم} + 0)$   
 ∴ یا  $\text{جب} + 0 = \text{جم}$  یا  $(\pi - 2) = \pi = (\text{جب} + 0)$   
 اگر جب  $0 + \text{جم} = 6 = 10$  اور پھر جب  $0 = -\text{جم} + 0$  ∴  $\pi = 10$   
 $\frac{\pi^3}{2} + \pi = 0$

اگر  $\pi - 2 = \pi = \pi = (\text{جب} + 0)$  اور پھر  
 $\pi = \pi = \pi = (\text{جب} + 0)$

س



۲۳

$$\begin{aligned} \therefore 0 &= \pi n + \frac{\pi}{4} \\ \text{مس } 0 + \text{مس } 0 &= \text{جب } 0 \quad (1 + \text{مس } 0 \text{ مس } 0) \\ \text{جب } 0 &= \frac{\text{جب } 0}{2} + \frac{\text{جب } 0}{2} \\ \text{جب } 0 &= \frac{\text{جب } 0}{2} + \frac{\text{جب } 0}{2} \\ \text{جب } 0 &= \frac{\text{جب } 0}{2} + \frac{\text{جب } 0}{2} \\ \therefore \text{جب } 0 + \text{جب } 0 &= \text{جب } 0 \text{ اس واسطے کہ } 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 0 = \pi n + \frac{\pi}{4}$$

۲۴

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{4} &= \frac{\pi}{4} \text{ جب } 0 = \text{جب } 0 \\ \therefore \text{مس جب } 0 - \text{جب } 0 &= \text{جب } 0 - \text{جب } 0 \\ \therefore \text{مس جب } 0 - \text{جب } 0 &= \text{جب } 0 - \text{جب } 0 \\ \therefore \text{مس جب } 0 - \text{جب } 0 &= \text{جب } 0 - \text{جب } 0 \\ \text{کرنے سے جب } 0 &= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \\ \text{جب } 0 &= \text{جب } 0 \end{aligned}$$

اور اس لئے  $0 = \pi n + \frac{\pi}{4}$  دوسری طرف: یہی

$$\text{جب } 0 = \text{جب } 0 \quad \therefore 0 = \pi n + \frac{\pi}{4}$$

$$\text{تم } 0 = \text{تم } 0 \quad \therefore \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ جب } 0 = \text{جب } 0$$

$$\therefore \text{جب } 0 = \text{جب } 0 \quad \therefore \text{جب } 0 = \text{جب } 0$$

$$+ \text{جب } 0 \text{ جب } 0$$

۲۵





اس  
س

جم ۵۲ - جب ۱ =

∴ جم ۵۲ = ۱ : ۵۲ = π ن ۲ +

جب ۵ + جب ۵۲ + جب ۵۳ + جب ۵۴ =

∴ جب ۵ + جب ۵۴ + جب ۵۳ + جب ۵۲ =

∴ ۲ جب ۵۵ / ۲ جم ۵۳ + ۲ جب ۵۵ / ۲ جم ۵۴ =

∴ ۲ جب ۵۵ / ۲ (جم ۵۳ - جم ۵۴) =

∴ ۳ جب ۵۴ جم ۵۳ جم ۵۴ =

اسی طرح یہاں تین حالتیں ہیں اگر جب ۵۵ =

تو ۵۵ / ۲ = π ن

اگر جم ۵۴ = ۵۵ / ۲ = تو ۵۵ / ۲ = π ن + π

اگر جم ۵ = ۵۵ / ۲ = تو ۵۵ / ۲ = π ن + π

جب ۵ - جم ۵ = جم ۵ = جب ۵ جم ۵

∴ جب ۵ - جم ۵ = جب ۵ (۱ - جب ۵) = جم ۵

∴ جم ۵ - جب ۵ = جم ۵ = جم ۵

∴ جم ۵ = - جب ۵ = جم ۵ (۳ + π / ۲)

∴ ۵ ± π ن ۲ = π / ۲ + ۵۳

(جم ۵ - س ۵) (س ۵ - ۲) = (س ۵ + ۲) (س ۵ - ۲)

س  
س

س  
س

$$\therefore \left( \frac{\text{جیب } \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = \frac{\sin(\theta + \pi)}{\sin \theta - \pi}$$

$$= \frac{\sin \theta + \pi}{\sin \theta - \pi} = \frac{\sin(\theta + \pi) - \cos \theta}{\sin \theta - \pi}$$

$$\frac{\sin(\theta + \pi)}{(\sin \theta + \pi)(\sin \theta - \pi)}$$

$$\therefore \sin(\theta + \pi) = \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta - \pi}$$

$$\sin \theta = \frac{\pi}{2} = \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\pi}{2} \neq \pi = \cos \theta$$

$$\sin \theta + \cos \theta = (\sin \theta + \pi)(\sin \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$\sin \theta + \cos \theta = (\sin \theta + \pi)(\sin \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$= (\sin \theta - \pi)$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \sin \theta - \pi$$

جیب  $\theta$

$$\text{اگر } \sin \theta + \cos \theta = \sin \theta - \pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} (1 - \pi) + \pi = \sin \theta$$

چونکہ یہ ظاہراً برابر ہے  $(\sin \theta + \cos \theta)$

$$\text{اگر } \sin \theta - \cos \theta = (\sin \theta - \pi)$$

۳۳

تو ۵ (۱/۲) جم ۵ + ۱/۲ جب ۵ = ۱ - جب ۵

∴ ۲ جب ۵ = ۱ - جم ۵

∴ ۳ جب ۵/۲ جم ۵/۲ = ۲ جب ۵/۲ ∴ یا جب

۲ = ۵/۲ یا مس ۵/۲

اگر جب ۵/۲ = ۰ تو ۵/۲ = ن اگر مس ۵/۲ = ۲

تو ۵/۲ = ۱ + ن

جہاں کو ایسا ۱ ہے کہ مس ۱ = ۲

جب ۵۹ + جب ۵۵ + ۲ جب ۵ = ۱

∴ جب ۵۷ جم ۵۲ = ۱ - ۲ جب ۵ = جم ۵۲

∴ یا جم ۵۲ = ۰ یا جب ۵۷ = ۱/۲

اگر جم ۵۲ = ۰ تو ۵۲ = ن + ۲

اگر جب ۵۷ = ۱/۲ تو ۵۷ = ن + ۲ (۱ -) + ۲

۳۵  
س



لوگ -

$$\therefore (4 - 3) \text{ لوگ} = (3 + 3) \text{ لوگ}$$

$$\therefore (3 - 4) \text{ لوگ} = (1 - \text{لوگ}) = (3 + 3) \text{ لوگ}$$

$$\therefore (3 - 3) \text{ لوگ} = (3 - 4) \text{ لوگ} = 9 - 4 = 5 \text{ لوگ} = \frac{9 - 4}{3 - 3} \text{ لوگ}$$

$$16.4 = \frac{3629.63}{35.9791}$$

اسی جگہ فرض کرو کہ 1 = 322 لوگ = لوگ  $\frac{322}{1000}$

$$= \text{لوگ} \frac{322}{1000}$$

$$= \text{لوگ} 4 + 5 \text{ لوگ} 3 - 2$$

$$\text{اور } 1 = 125 \text{ لوگ} = \text{لوگ} \frac{125}{1000}$$

$$= 3 - 3 \text{ لوگ} 2$$

دوسرے درجے کی مساوات سے لوگ  $\frac{1}{10} = (3 - 3) \text{ لوگ}$

پہلے درجے کی مساوات سے

$$\text{لوگ} 4 = 1 + 3 - 3 = \frac{5}{3} (3 - 3)$$

225 واقع ہے درمیان 4 اور 4 کے اور اس لئے

نوکارشم 225 کتنا عدہ 4 اور 3 ہے تب لوگ

$$\frac{225}{1000} = \frac{1}{4} \text{ لوگ} = 10.625 = \frac{1}{5} \text{ لوگ} \frac{425}{1000}$$

۵

۵

اور  $\frac{۲۵}{۱۰۰۰۰}$  اور  $\frac{۱}{۳۶}$  کے درمیان واقع ہے +

یعنی درمیان تھا اور تھا

اور  $\frac{۱}{۵}$  لوگ  $\frac{۲۵}{۱۰۰۰۰}$  اسکا قاعدہ ۶ واقع ہے

درمیان  $\frac{۱}{۵}$  اور  $\frac{۲}{۵}$  کے اور اسطرح سے جزایح صحیح  
- ہوگا اور فرض کرنے سے کسٹرشاریہ لوکارٹھم کا ساڈ

ہوگا +

لوگ  $۳.۵ =$  لوگ  $(۵ \times ۸۱) =$  لوگ  $(۸۱ \times \frac{۱}{۲})$

$=$  لوگ  $\frac{۱.۵ \times ۳}{۲}$

$=$  لوگ  $۳ + ۱ - ۲$

$\therefore$  لوگ  $۳ =$  لوگ  $۳.۵ +$  لوگ  $۲ - ۱ =$

۸۱۶۰۸۳۸۵

$\therefore$  لوگ  $۳ =$  لوگ  $۶۶۱۲۱$

لوگ  $۹۸ =$  لوگ  $(۲ \times ۴۹) =$  لوگ  $۲ +$  لوگ  $۲$

$۱۵۹۹۱۲۲۶ = ۱۵۶۹۰۱۹۶ + ۳۰۱۰۳۰ =$

لوگ  $(\frac{۳}{۳۳}) = \frac{۱}{۳} =$  لوگ  $\frac{۳}{۳۳} = \frac{۱}{۳}$  لوگ

$\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳} (۳ - ۲)$  لوگ  $۳ - ۲$  لوگ  $۳$

س

س



س

$$\text{جم } (۲-۱) = \text{و جب } ۱ - ۱ \text{ جب } ۱$$

$$\therefore \text{جم } ۲ = (۲-۱) = \text{و جب } ۱ - ۱ \text{ و } ۲$$

$$\text{جب } ۱ + ۱ \text{ جب } ۲$$

$$\therefore \text{و } ۲ - ۱ \text{ و } ۲ \text{ جب } ۱ = ۱ \text{ جم } ۲ - ۱$$

$$\text{جب } ۱$$

$$\therefore (۱-۱) \text{ جب } ۱ = ۱ \text{ جم } ۲ - ۱ \text{ جب } ۱$$

$$۱ + ۱ \text{ جب } ۱ = ۱ \text{ جم } ۲ - ۱ \text{ جب } ۲$$

$$\text{جم } ۲ = ۱ \text{ جم } ۲$$

$$\therefore ۱ - ۱ \text{ جب } ۱ = ۱ \text{ جم } ۲$$

$$\therefore ۱ = ۱ \text{ (جب } ۱ + ۱ \text{ جم } ۲) = ۱ \text{ جم } (۱+۲)$$

$$\text{یا } ۱ - ۱ \text{ جم } (۱+۲)$$

$$\text{جب } ۱ + \text{جب } (۱-۱) + \text{جب } (۱+۲) = \text{جب}$$

$$(۱+۲) + \text{جب } (۱-۱)$$

$$\therefore \text{جب } ۱ = \text{جب } (۱+۲) - \text{جب } (۱-۱) + \text{جب}$$

$$(۱-۱) - \text{جب } (۱+۲)$$

$$= ۲ \text{ جب } ۱ \text{ جم } ۲ - ۲ \text{ جب } ۱ \text{ جم } ۲$$

$$\therefore ۱ = ۲ \text{ جم } ۲ - ۲ \text{ جم } ۲ = ۲ \text{ جم } ۲ - (۲ \text{ جم } ۲ - ۱)$$

س

∴ ۳ جب ۲ د - ۲ جم د - ۱ = ۰ عام طریقہ پر حل کرنے

$$\frac{3\pi + 2}{\pi} = 2 \text{ جم د} = 1 \text{ جم د}$$

اوپر علامت لیکر یعنی جم د = جم  $\frac{\pi}{2}$  اور اسلئے  $\pi = 2 \text{ جم د} = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi$

اور نیچے کی علامت لینو سے جم د = جم  $\frac{\pi}{2}$  اور اسلئے  $\pi = 2 \text{ جم د} = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi$

$$2\pi = \frac{\pi}{2} + \pi$$

جم  $(\frac{\pi}{2} + 1)$  + جم  $(\frac{\pi}{2} + 1)$  جب ۱

∴ ۲ جم  $(1 + 1)$  جم  $\frac{1}{2}$  = جب ۱ = ۲ جب  $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \text{ جم}$$

∴ جم  $(1 + 1)$  = جب  $\frac{1}{2}$  = جم  $(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2})$

انگلہ تمام مثالیں شامل رکھتے ہیں خطوط وحدانی  $(1 + 1)$

$$= (\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}) + \pi = 2\pi$$

۲ جم ۱ جم  $(1 - \frac{\pi}{2})$  + ۲ جم  $(1 - 1)$  = ۲ جم  $\frac{\pi}{2}$

$$\frac{2 \text{ جم } (1 - 1) + 2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}{2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})} = \frac{2 \text{ جم } (1 - 1) + 2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}{2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}$$

$$+ \frac{2 \text{ جم } (1 - 1) + 2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}{2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})} = \frac{2 \text{ جم } (1 - 1) + 2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}{2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}$$

$$\frac{2 \text{ جم } (1 - 1) + 2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}{2 \text{ جم } (1 - \frac{\pi}{2})}$$

۱۵

۱۶

$$= \frac{\text{جم } ۲ (ب-۱) + \text{جم } ۱ \text{ جم } ۲ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})}{\text{جم } ۱ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} =$$

$$= \frac{\text{جم } ۲ (ب-۱) + \text{جم } ۱ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})}{\text{جم } ۱ \text{ جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} =$$

$$= \frac{\text{جم } (ب-۱) + ۲ \text{ جم } ۱}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} =$$

$$\therefore \text{دو} + \frac{\text{جم } (ب-۱)}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} = \frac{\text{جم } ۲ + (ب-۱) \text{ جم } ۱}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})}$$

$$\text{ادھر کے مطابق} = \frac{۱ \text{ جم } ۲}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} = \text{تغ } (۱-\frac{۳}{۴})$$

$$\text{اور نیچے کی علامت لینے سے} = \frac{\text{جم } ۱ \text{ جم } (ب-۱)}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})}$$

$$= \frac{۲ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴}) \text{ جم } ۲}{\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴})} = ۲ \text{ جم } ۲ \text{ تغ } ۱ \text{ مساوات سے}$$

حل کرنے سے +

$$\text{جم } ۱ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴}) - ۱ + ۲ \text{ جم } (۱-\frac{۳}{۴}) - ۱ = \text{جم } ۳$$

اور یہ واضح ہے کہ دونوں قیمتیں دکی ظاہر ہیں +

$$\text{مم } ۱ - ۱ = \text{مم } ۲ = \text{قم } ۱ \text{ اور فرض کرو کہ}$$

$$\text{سی} = ۱ - ۱ \text{ اور سطح مم سی} = \text{مم } ۲ \text{ سی} = \text{قم } ۱$$

س

$$\therefore \text{جب } ۲ \text{ کی} - \text{جب } ۲ \text{ کی} = \text{تم } ۱۳$$

$$\therefore \text{جب } ۲ \text{ کی} - \text{جب } ۲ \text{ کی} = \text{تم } ۱۳ = \frac{۱}{\text{جب } ۱۳}$$

$$\therefore \text{جب } ۲ \text{ کی} = \text{جب } ۱۳ \text{ یعنی جب } ۱۲ = \text{جب } ۱۳$$

$$\text{عموماً } ۱۲ = ۱۳(۱ - ) + \pi$$

$$\text{م } \pi = ۵ = \text{ن } (۱ - ۵)$$

$$\therefore \text{م } (۱ - ۵) = \text{ن } (۱ - ۵)$$

$$\therefore \text{م } ۲ = \text{جب } \frac{۵}{۲} = \text{ن } \text{جب } \frac{۵}{۲}$$

$$\therefore \text{جب } \frac{۵}{۲} = \left\{ \frac{\text{م}}{\text{ن}} \right\} \text{جب } \frac{۵}{۲}$$

$$\therefore \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جم } \frac{۵}{۲} - \text{جم } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۵}{۲} = \left( \frac{\text{م}}{\text{ن}} \right) \text{ جب } \frac{۵}{۲} \text{ تقسیم}$$

کرد جم  $\frac{۵}{۲}$  پر تو اسلئے مساوات سادہ سے مس  $\frac{۵}{۲}$  کے برابر

ہم حاصل کرتے ہیں +

$$\text{جم } \text{ن} + ۵ = \text{جم } (۲ - \text{ن}) = ۵ = \text{جم } ۵$$

$$\therefore ۲ \text{ جم } (۱ - \text{ن}) = ۵ \text{ جم } = ۵ \text{ جم} \therefore \text{یا جم } ۵ = ۵$$

$$\frac{۱}{۲} = ۵(۱ - \text{ن})$$

$$\text{اگر جم } ۵ = ۵ \text{ نو } ۵ = \text{م } \pi + \frac{\pi}{۲}$$

$$\text{اگر جم } (۱ - \text{ن}) = ۵ \text{ نو } (۱ - \text{ن}) = \frac{\pi}{۲} = \pi$$

۱۸

۱۹

سن

$$\text{جب } 5 + \text{جب } 53 = \text{جب } 52 + \text{جب } 52$$

$$\therefore 2 \text{ جب } 52 \text{ جم } 5 = 2 \text{ جب } 5 \text{ جم } 5 \therefore \text{یا جم } 5 = 5$$

$$\text{یا جب } 52 = \text{جب } 53$$

$$\text{اگر جم } 5 = 5 \text{ تو } 5 = \pi + \frac{\pi}{4} \text{ اگر جب } 52 = \text{جب } 53$$

$$\text{اور جب } 52 - \text{جب } 53 = 5$$

$$\therefore 2 \text{ جب } \frac{5}{2} \text{ جم } \frac{5}{2} = 0 \therefore \text{جب } \frac{5}{4} = \text{یا جم } \frac{55}{2} = 5$$

$$\text{اگر جب } \frac{5}{4} = 5 \text{ تو } 5 = \pi \text{ اگر جم } \frac{55}{4} = 5 \text{ تو}$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{55}{4}$$

سات قیمتیں جو کہ صفر سے بڑی ہیں اور  $\pi$  سے

کم ہیں وہ یہ ہیں +

$$\frac{\pi}{5} \text{ اور } \frac{\pi}{8} \text{ اور } \frac{\pi}{5} \text{ اور } \frac{\pi}{5} \text{ اور } \frac{\pi}{5} \text{ اور } \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ اور } \frac{\pi}{2}$$

$$\text{مس } 1 = \text{مس } 1 + \text{مس } 1 = (1 + 1) = 2 \text{ مس } 1$$

$$\therefore \text{مس } 2 = (\text{مس } 1) = \text{مس } 1 + \text{مس } 1 = 2 \text{ مس } 1$$

$$\therefore \text{مس } 3 = \text{مس } 1 + (\text{مس } 1) = \text{مس } 1 + \text{مس } 1 + \text{مس } 1 = 3 \text{ مس } 1$$

$$(\text{مس } 1) - 1 = \text{مس } 1 - 1 = 0$$

سن

اور (مس ب - ا) - (مس ب + ا) = مس ب - مس ب = ص ۰

مس ب - مس ب = ص ۰

$$= \{ \text{مس ب} + \text{مس ب} + ۱ \} + ۱ - (۱ + \text{مس ب})$$

$$= \left\{ \text{مس ب} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} \right\} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱}$$

$$\left\{ \text{مس ب} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} \right\} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱}$$

$$\times \left\{ \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} + \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} \right\}$$

$$= \left\{ \text{مس ب} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} \right\} \left\{ \text{مس ب} - \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} \right\}$$

اس کا جواب = ص ۰ ہے

اور اس کو مس ب + مس ب (۱ + مس ب) اور

$$\frac{۱ + \text{مس ب}}{۱} + \frac{۱ + \text{مس ب}}{۱}$$

$$\text{مس} \left( \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۱} \right) + \text{مس} \left( \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۱} \right)$$

مس

$$\frac{\text{جب } (\theta + \frac{\pi}{n})}{\text{جم } (\theta + \frac{\pi}{n})} + \frac{\text{جب } (\theta - \frac{\pi}{n})}{\text{جم } (\theta - \frac{\pi}{n})} =$$

$$\frac{\text{جب } (\theta - \frac{\pi}{n}) (\theta + \frac{\pi}{n}) + \text{جب } (\theta + \frac{\pi}{n}) (\theta - \frac{\pi}{n})}{\text{جم } (\theta - \frac{\pi}{n}) \text{ جم } (\theta + \frac{\pi}{n})} =$$

$$\frac{1}{\text{جم } (\theta + \frac{\pi}{n}) (\theta + \frac{\pi}{n})} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\text{جم } (\theta - \frac{\pi}{n}) (\theta - \frac{\pi}{n})} =$$

$$\frac{1}{\theta^2} = \frac{\text{جب } (\theta + \frac{\pi}{n})}{\text{جم } (\theta + \frac{\pi}{n})} =$$

$$\frac{1}{\left(\frac{\pi}{n} + 1\right)} = \frac{\text{اسی طرح } \frac{1}{\theta^2} =$$

$$\frac{1}{\left(\frac{\pi}{n} + 1\right)} = \frac{\text{جم } \theta^2}{2} \therefore$$

$$\frac{\pi + 1}{\pi^2} = \theta^2 \text{ جم } \therefore$$

$$\frac{1}{\pi^2} = 1 - \frac{\pi + 1}{\pi^2} = 1 - \theta^2 \text{ جم } \therefore$$

$$\frac{\pi}{\pi^2} = \frac{1}{\pi} = \theta^2 \text{ جم } \therefore$$

$$\frac{\pi}{\pi} = \theta^2 \text{ کی اخیر قیمت دیکھیں اس لئے } \theta^2 = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\text{جب } (\theta + 1) = \theta + \text{جب } (\theta - 1) = \theta$$

$$\therefore \text{جب } (\theta + 1) = \theta - \text{جب } (\theta - 1) = \theta$$

$$\therefore \text{جب } (\theta + 1) = \theta \text{ جب } (\theta - 1) = \theta \text{ ہو جب } \theta = 1$$

۳۳

$$\pi = 0 \cdot n + 0(1+n) + 0(1+n) \cdot$$

$$\therefore \pi = 0 \text{ اور } n = 0 \text{ جب } \pi = 0 \text{ جب } \pi = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} = \text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} \text{ اس طرح } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ اور } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\pi \text{ لیکن } n = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\therefore \text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\therefore \text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\therefore \text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\therefore \text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

$$\text{جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0 \text{ جب } \frac{\pi}{\pi} = 0$$

س

$$2-3 = (1+02) - (1+01)$$

$$2-3 = 02 - 01$$

$$\therefore 3 - 02 = 3 - (1+0) - (1+03)$$

$$= 12$$

$$\therefore 3 \text{ جب } \frac{1+03}{2} \text{ جب } \frac{0-1}{2} \text{ جب } \frac{1+03}{2}$$

$$\text{جب } \frac{13-03}{2}$$

$$\therefore \text{جب } \frac{1+03}{2} \left\{ \text{جب } \frac{1-0}{2} - 3 \text{ جب } \frac{1-0}{2} \right\}$$

$$\therefore 3 \text{ جب } \frac{1+03}{2} \text{ جب } \frac{1-0}{2}$$

$$\text{اس جگہ یا جب } \frac{1+03}{2} = 1 \text{ یا جب } \frac{1-0}{2}$$

$$\text{پہلے دیا ہوا } \frac{1+03}{2} = \pi \text{ اور دوسرا دیا ہوا}$$

$$\pi = \frac{1-0}{2}$$

ظاہر کرتا ہے اس زاویہ کو جسے نشان 1 کا ہے

پس جب  $0 = 1$  اس طرح  $(\frac{\pi}{2} - 0)$

$= (\frac{\pi}{2} - 1)$  : تمام متالین

مقابلہ کی گئی ہیں  $0 - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 1$

نشان ظاہر کرتا ہے اس زاویہ کو جسے نشان

۲۵

۲۶

۱ کا ہے

پس  $جم = ۵ = ۱$  اسطرح جب  $(۵ - \frac{\pi}{۳}) = ۳$  جب  
 $(1 - \frac{\pi}{۳})$  اسطرح سے تمام رقمیں مقابلہ کی گئی ہیں  
 $۵ - \frac{\pi}{۳} = ۳ + (1 - \frac{\pi}{۳})$

۳۷

۱۰۱ دفعہ کے بموجب ظاہر کرتا ہے کہ اوپر کے حالات یعنی جاہ

اگر  $\frac{1}{۳}$  واقع ہو درمیان  $۳۶۰ + ۱۲۲۵$  اور

$۳۶۰ + ۵۰۰$  اس حالت میں  $1$  واقع ہے

درمیان  $۲$   $۳۶۰ + ۳۵۰$  اور  $۳۶۰ + ۳۸۱$  اور

$۱ + ۲۶۰$  واقع ہے درمیان  $۲$   $۳۶۰ + ۶۰$

اور  $۲$   $۳۶۰ + ۱۰۸۰$  اور اسلئے  $\frac{۳۶۰ + 1}{۳۶۰}$

واقع ہیں درمیان  $۲$   $۲ + ۱۲$  اور  $۳ + ۳$  کے

اسلئے معلوم ہوا کہ اگر کسی کا صحیح حصہ صرف تعداد ہی ہے پس اسکی قیمت متقرر

فرض کر دو کہ  $1$  من  $\frac{1}{۳}$  درجن کی ہے وہ واقع ہو درمیان  $۲$

$۳۶۰$  اور  $۳۶۰ + ۹۰$  تو  $۱$  اور  $\frac{1}{۳}$

دونوں مثبت ہیں اور اسلئے اوپر کی علامت کی دونوں

حالتیں ہو سکتی ہیں \*

۳۸

نیز اس حالت میں  $\frac{۹۰ + 1}{۱۸۰}$  واقع ہے درمیان  $\frac{۹۰ + ۳۶۰}{۱۸۰}$

م کو کس سے ہجو بہ شکل حاصل ہوتی (۱-)

بعینہ اسی طریق سے ہم معلوم کرتے ہیں کہ یہ مثال دفعہ ۱۰۱ سولتی ہجو کا تعین کہ م طاق ہ



جو کہ بنانا ہے جب ۲ و ۲ ہی بہ نسبت ایک عدد واحد کے

$$۲ \text{ حجم } ۱ = \frac{1}{۲} + ۱$$

$$\therefore ۳ \text{ حجم } ۲ = \frac{1}{۳} + ۲ + ۱$$

$$\therefore ۴ \text{ حجم } ۳ = \frac{1}{۴} + ۳ + ۲ + ۱$$

$$\therefore ۵ \text{ حجم } ۴ = \frac{1}{۵} + ۴ + ۳ + ۲ + ۱$$

$$\therefore ۶ \text{ حجم } ۵ = \frac{1}{۶} + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱$$

$$\therefore ۲ \text{ حجم } ۱ = \frac{1}{۲} + ۱ = \frac{1}{۲} + ۱ + ۰$$

$$\therefore ۳ \text{ حجم } ۲ = \frac{1}{۳} + ۲ + ۱ = \frac{1}{۳} + ۲ + ۱ + ۰$$

و کو اسکو ساتھ بدلو  $\frac{\pi}{۳}$  - دائرہ  $\frac{\pi}{۳}$  + واسطیہ پر

$$\text{حجم } (د - \frac{\pi}{۳}) = \frac{1}{۳} + \{۱ + \text{حجم } (د - \frac{\pi}{۳})\} = \frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳}$$

$$= \frac{1}{۳} + \{۱ + \text{حجم } (\frac{\pi}{۳} + د)\} = \frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳}$$

$$\frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳}$$

تب حجم  $(د - \frac{\pi}{۳})$  اور حجم  $(د + \frac{\pi}{۳})$  ان کی قیمت برابر

ہے  $\frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳}$  جب د

$$= \frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳} + \dots + (۱)$$

$$\text{اور } \frac{1}{۳} + ۱ + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳} + \dots + (۲)$$

یہاں تغیر کرنے سے ہم قیوم مطلوب ہیں و اگر لہذا معلوم کر سکتے ہیں +

سن

اس

پہلی مساوات میں اوپر کی یا نیچے کی علامت جو یا مثبت یا منفی  
ہے بطور جم (د- $\frac{\pi}{2}$ ) لی گئی ہے +

یعنی یہ برابر ہے و- $\frac{\pi}{2}$  کی جو واقع ہے درمیان  $\pi$

$$+ \pi - \frac{1}{2} \pi \text{ اور } \pi + \frac{1}{2} \pi \text{ کے}$$

یا درمیان  $\pi$  اور  $\frac{3}{2} \pi$  اور  $\frac{1}{2} \pi$  اور  $\frac{3}{2} \pi$  کے

اسی طرح ہم علامت دوسرے مساوات کی ظاہر کر سکتے

ہیں +

فرض کر دو کہ ظاہر کرتا ہے قیمت اور تمام عددوں

کے جو ہ کے برابر ہیں +

$$\begin{aligned} & 1 \text{ جم } (1+5) + ب \text{ جب } (5+5) = ک \text{ تو} \\ & 1 \text{ جب } (1+5) + ب \text{ جم } (5+5) \end{aligned}$$

$$= (1 \text{ جسم } (1+5) + ب \text{ جب } (5+5)) =$$

$$= ک \text{ (} 1 \text{ جب } (1+5) + ب \text{ جم } (5+5) \text{)}$$

$$= 5 \text{ جم } (1 \text{ جم } 1 + ب \text{ جب } 5) + ب \text{ جب } 5 \text{ (ب جب } 5)$$

$$= 1 \text{ جب } 1 =$$

$$= ک \text{ جو } 5 \text{ (} 1 \text{ جب } 1 + ب \text{ جم } 5) + ک \text{ جب } 5$$

۳۳

(۱ جم ۱ - ب جب ب)

۱۰ جم ۵ { ۱ جم ۱ + ب جب ب - ک (۱ جب ۱ + ب

بسم ب) {

+ جب ۵ { ب جم ب - ۱ جب ۱ - ک (۱ جم ۱ -  
ب جب ب) { =

اب یہ تمام قیمت = ۵ کے صحیح ہے

۵ کو یکاے صفا اور ۱۰ کے فرض کرو

اسکو ہم ذیل میں دو نتیجے نکال لیتے ہیں۔

۱ جم ۱ + ب جب ب = ک (۱ جب ۱ + ب جم ب)

ب جم ب - ۱ جب ۱ = ک (۱ جم ۱ - ب جب ب)

اور یہ ظاہر ہے کہ اگر یہ دو قیمتیں وہی قیمت ظاہر کریں تو

مذب کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں (۱ جم ۱ + ب جب ب)

(۱ جم ۱ - ب جب ب)

= (۱ جب ۱ + ب جم ب) (ب جم ب - ۱ جب ۱)

۱۱۰ جم ۱ - ب جب ب +

+ (ب - ۱) جم ۱ جب ب

= ب جب ب - ۱ جم ۱ + (ب - ۱) جب ۱ جم ب

اور مم ب ممس اور ممس - مم ۱  
 تمام مناہو جائیں اور تب قیمت اسکی ایک اکائی کے  
 برابر ہوگی

مم ب + ممس - مم ۱ = مم ب + ممس - مم ۱

مم ب (ب + س) = مم ب (ب + س) - مم ۱

مم ب (ب + س) = مم ب (ب + س) - مم ۱

اسجگہ اسطرح حل کرنے سے ہم پاتے ہیں کہ ان دو دہائی ہوئی  
 مثالوں کا فرق برابر ہے ایک کسر کے جسکا مخارج +

جب ا جب ب جب س ہو اور شمار کنندہ  
 جب ۱ + جب ۲ + جب ۳ - جب ب جب س

- جب س جب ۱ - جب ا جب ب ہو  
 یعنی ۱ (جب ۱ - جب ب) + ۲ (جب ب - جب س)

+ ۳ (جب س - جب ۱)  
 یہ مثال منسفی کیجئے نہیں ہوگی +

فرض کرو کہ ۱ اور ب اور س تین زاویہ حادہ ہیں  
 اسطرح سے کہ

۳۳  
 س

۳۳  
 س

$\text{جم}^2 = 1 + \text{جم}^2 + \text{جم}^2 = 1$   
 تب  $\text{جم}^2 = 1 - \text{جم}^2 - \text{جم}^2 = \text{جم}^2$   
 -  $\text{جم}^2$

= -  $\text{جم}^2$  (س - ب)  $\text{جم}^2$  (س + ب)

یہ ظاہر کرتا ہے کہ س +  $\text{جم}^2$  زاویہ تاہم سے بڑا ہے  
 اب اگر ہم فرض کریں کہ  $1 = \text{جم}^2 - \text{جم}^2 = \text{جم}^2$

$\text{جم}^2$  (س + ب) اور اسلئے کم ہو گا کم نسبت  $\text{جم}^2$  (س + ب)

$\text{جم}^2$  (س + ب) کے لئے کہ  $\text{جم}^2$  کرتے ہیں کہ س + ب سے چھوٹا

ہیں سے اس لئے ب کم ہے  $1 = \text{جم}^2 - \text{جم}^2$  سے

اب  $\text{جم}^2$  اور  $\text{جم}^2$  سے اور کم ہے نسبت  $1$  کے

اور اس لئے  $1 + \text{جم}^2 + \text{جم}^2 = 1$  سے

بوجوب وقفہ  $1 + \text{جم}^2 + \text{جم}^2 + \text{جم}^2$  -

$\text{جم}^2 (1 + \text{جم}^2 + \text{جم}^2) = \text{جم}^2 (1 - \text{جم}^2 - \text{جم}^2)$

+  $\text{جم}^2 (1 - \text{جم}^2 - \text{جم}^2) + \text{جم}^2 (1 - \text{جم}^2 - \text{جم}^2)$

+  $\text{جم}^2 (1 - \text{جم}^2 - \text{جم}^2)$

اور چونکہ اور ب اور س زاویہ  $90^\circ$  سے ہیں تو یہ مثل منفرقت ہے

س

۳۹  
منفرض کرو کہ سی = (جم  $\frac{1}{n}$ )  $n^2$ ∴ لوگ سی =  $n$  لوگ جم  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$  لوگ (۱- جب  $\frac{1}{n}$ )=  $\frac{1}{n} - \left\{ \text{جب } \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots \right\}$ اب  $n$  جب  $\frac{1}{n} = 1$  جب  $\frac{1}{n}$  اور یہ برابر ہے

ل کے جبکہ فی محمد بڑائی جادو

اور اسلوان جب  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ تو  $n$  جب  $\frac{1}{n} = n$  جب  $\frac{1}{n} \times$  جب  $\frac{1}{n}$  اور یہ مفروضہ سہمی

جبکہ فی محمد بڑائی جادو اسطر ج در سری مثالوں

میں لوگ سی میں مفروضہ جاتے ہیں اور جیسا کہ

۱۰۲ اور ف کے بموجب ایک قیمت مفروضے اور اسطر لوگ

سی =  $\frac{1}{n}$ ∴ سی =  $\frac{1}{n}$ فرض کرو کہ سی = (جم  $\frac{1}{n}$ )  $n^2$ ∴ لوگ سی =  $n$  لوگ جم  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$  لوگ (۱- جب  $\frac{1}{n}$ )=  $\frac{1}{n} - \left\{ \text{جب } \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots \right\}$ 

پہلی مثال کے حل کرنے میں بننے ظاہر کیا ہو کہ

 $n$  جب  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$ ۳۹  
من

اس جگہ  $n$  جب  $\frac{1}{n} = n$  اور اس طرح لانا انتہا ہو جائیگی  
اس طرح لوکار تم ولانا انتہا بننے ہے اور اس کے وصف  
ہوگا

$$\text{جب } 0 - 0 \text{ (مس } 0 - \frac{1}{4} \text{ مس } 0) = \text{جب } 0 -$$

$$\text{مس } 0 + \frac{1}{4} \text{ مس } 0$$

$$= \text{جب } 0 - 0 = \frac{0^3}{0^3} + \frac{0^3}{0^3} + \frac{0^3}{0^3} =$$

$$\left\{ \text{جم } 0^2 - \text{جم } 0^2 + \frac{1}{2} \text{ جب } 0 \right\}$$

$$= \frac{0^3}{0^3} \left\{ \text{جم } 2 - 0^3 \text{ جم } 2 - 1 + \text{جم } 2 - 0^2 \text{ جم } 0 \right\}$$

$$= \frac{0^3 (1 - 0^2)}{0^3 \text{ جم } 2} \left\{ 0^2 \text{ جم } 2 - 0^2 + 1 \right\}$$

$$= \frac{0^3 (1 - 0^2) (1 - 0^2) (0^2 \text{ جم } 2 + 1)}{0^3 \text{ جم } 2}$$

$$= \frac{0^3 (1 - 0^2) (1 + 0^2 \text{ جم } 2)}{0^3 \text{ جم } 2}$$

$$\text{فرم کر دو} = \frac{(1-0)}{0}$$

$$\text{تب لوگ } 0 = \text{لوگ } \frac{1}{0} = \text{لوگ } (1 - \frac{1}{0})$$

$$= - \left( \frac{1}{0} + \frac{1}{0} + \frac{1}{0} + \dots \right)$$

اس

س



س

۵۰۰۰۰ = ۵

۵۰۲۸۸۳۵۵ = ۱۱۰۹۹۵ لوگ

۴۱۳۶۰۲۶۲۵

۴۱۳۶۰۲۵۴۰

---

۵۰۰۰۰۱۸۵

- ۱۸۵ | ۱
- ۳۶۰ | ۲
- ۵۵۵ | ۳
- ۶۴۰ | ۴
- ۹۲۵ | ۵
- ۱۱۱۰ | ۶
- ۱۲۹۵ | ۷
- ۱۴۸۰ | ۸
- ۱۶۶۵ | ۹

لوگ ۲۳۴۵۶ = ۴۱۳۶۰۲۵۴۰

جمع کردیم ۵۵۵

۱۴۸۰

---

۴۱۳۶۰۲۶۶۰۳

جواب سات درج کسر افشاریتک بخالو +

لوگ ۴۱۳۶۰۲۶۱۰ = ۲۳۴۵۶۱۳۸

اور لوگ ۴۱۳۶۰۲۶۱۰ = ۱۲۳۴۵۶۳۸

۱۱۲۴۹۹۸ = (۱۱۰۶۵۳۱۴۵) ۱۲۳۴۹۸۵۵

۱۱۲۴۹۹۸

۱۱۲۴۹۹۶

---

۵۰۰۰۰۱۸۳      ۵۰۰۰۰۳۳۴

س

$$2:3 \dots 1:5 :: 5 \dots 183:5 \dots 324$$

$$5 \dots 54 = 2:3$$

$$1:234855 = 15:332554 \text{ لوگ}$$

$$\frac{1}{4} 1:234855 = 5:1332554 \text{ لوگ}$$

$$2:5 \dots 114:5 \dots 4:50001 \quad 5 \ 5 \ 8 \ 4 \cdot 3 \ 5 \ 4$$

$$1 \ 5 \ 8 \ 4 \cdot 2 \ 3 \ 3$$

$$1 \dots 125 = 2:3 \quad \frac{1 \dots 114}{5 \dots 114}$$

$$1 \ 5 \ 8 \ 4 \cdot 2 \ 8 \ 9 = 3:5855 \cdot 3 \text{ لوگ}$$

$$\frac{1}{5} 1:584 \cdot 2 \ 8 \ 9 = 5 \dots 3855 \cdot 3 \text{ لوگ}$$

$$= (\frac{1}{5} 584 \cdot 2 \ 8 \ 9) \frac{1}{3} = \frac{1}{15} (1 \dots 3855 \cdot 3) \text{ لوگ}$$

$$\frac{1}{15} 1:3945 \cdot 6 \ 2 = (1:584 \cdot 2 \ 8 \ 9 + 3) \frac{1}{15}$$

$$1 \ 4 \ 9 \cdot 1 \cdot 0 \ 5 \ 4 = 23 \text{ لوگ} \frac{1}{15} = \frac{1}{15} (23) \text{ لوگ}$$

$$1 \ 7 \ 9 \cdot 1 \cdot 0 \ 5 \ 4 \quad 1 \ 4 \ 9 \cdot 1 \cdot 0 \ 6 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4 \quad 1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4$$

$$\frac{1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4}{1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4} \quad \frac{1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4}{1 \ 7 \ 9 \cdot 0 \cdot 9 \ 8 \ 4}$$

$$2:5 \dots 1:5 :: 5 \dots 6:5 :: 5 \dots 88$$

$$5 \dots 69 = 2:3$$

۵

۶

۶۹۰۱۰۵۶ = ۳۶۸۹۸۹۶۹ :: لوگ

$۳۶۸۹۸۹۶۹ = \sqrt[3]{(۶۳)}$  ::

$۶۳.۶۶۶۹۲ = (۲۱۵۳۳۵۳۳) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (۱۳۶۳۶۳۶۳)$  :: لوگ

ش

۶۳.۶۶۶۹۲ ۶۳.۶۶۹۵۳ { ۳۰۶۶۶۹۲ ۶۳.۶۶۶۹۲ } ::

$۶۳۳ = ۲ :: \frac{۶۳.۶۶۶۹۲}{۶۳.۶۶۶۹۲} \frac{۶۳.۶۶۶۹۲}{۶۳.۶۶۶۹۲}$

$۳۶۳.۶۶۶۹۲ = ۲ \cdot ۳۱۳۶۳۶۳$  :: لوگ

$۶۳.۶۶۶۹۲ = ۲۶۰۳۱۳۶۳$  :: لوگ

$۶۳.۳۱۳۶۳ = \frac{1}{2} (۱۳۶۳۶۳۶۳)$  :: لوگ

$(۶۱۸۳۵۰۸۸۰) \frac{1}{8} = ۷۷۲۵۰ :: \frac{1}{8} (۷۷۲۵۰) = \frac{1}{8} (۷۷۲۵۰)$  :: لوگ

ش

$۷۷۲۵۰ = (۳۶۸۳۵۰۴۸۰ + ۵) \frac{1}{8}$

۷۷۲۵۰ ۷۷۲۵۰

۷۷۲۵۰ ۷۷۲۵۰

۷۷۲۵۰ ۷۷۲۵۰

۷۷۲۵۰ :: ۷۷۲۵۰ ::

۱۵۸ = ۲ ::

$۳۶۸۳۵۰۴۸۰ = ۵۸۶۵۱۵۸$  :: لوگ

$۷۷۲۵۰ = ۱۵۸۶۵۱۵۸$  :: لوگ



$$۱۶۴۴۰۹۴۲ = ۱۵۸۶۱۲۸ = ۱۲۸۴۲ =$$

$$۱۶۴۴۰۹۴۲ = (۱۱۰۳) \therefore$$

$$= ۱۰۲۱۱۸۹۴۲ = (۱۲۰۵) \text{ لوگ}$$

س ۱

$$۱۳۶۴۸۹ = ۱۱۵۶۴۱۴ = ۱۴۲۳۶۸۴ =$$

$$۱۳۶۴۸۹ = (۱۲۰۵) \therefore$$

$$(۱۳۶۴۸۹ - ۱) ۴۴ = (۱۲۰۵) - ۱ \} ۴۴ \therefore$$

$$۳۹۱۸۶۹۰۴ = ۱۴۲۳۱۱۴۴ =$$

اس کو ہی فرض کرو تو لوگ می = ۵ لوگ ۵ = ۵ لوگ ۵

س ۱

$$\therefore \text{ لوگ } \times \text{ لوگ می} = \text{ لوگ } ۲ + \text{ لوگ } ۶ + \text{ لوگ } (۵) \text{ لوگ}$$

$$\text{اب لوگ } (۵) = \frac{۱}{۲} \text{ لوگ } ۵ = \frac{۱}{۲} \text{ لوگ } ۱۰ = \frac{۱}{۲} (۱ - \text{ لوگ } ۲)$$

$$۳۳۹۳۸۵ = (۱۴۹۸۹۰) \frac{۱}{۲} = (۱۳۰۱۳۰ - ۱) \frac{۱}{۲} =$$

$$\text{لوگ } (۵) = ۱۳۳۹۳۸۵ = (۱۵۴۳۰۰۴)$$

$$\therefore \text{ لوگ } (۵) = ۱۳۳۹۳۸۵ + ۱۳۰۱۳۰ =$$

$$۱۱۹۳۹۴۴ = ۱۱۵۴۳۲۸$$

$$۱۱۵۴۳۲۸ = \text{ لوگ می}$$

$$۱۵۴۳۰۰۴ \quad ۱۵۴۳۰۰۴$$

$$\frac{۱۵۴۳۰۰۴}{۱۰۰۰۰۰۵۶} \quad \frac{۱۵۴۳۰۰۴}{۱۰۰۰۰۰۱۱۹}$$

۱۱۹ : ۱۰۰ : ۹۰ : ۸۰ : ۷۰ : ۶۰ : ۵۰ : ۴۰ : ۳۰ : ۲۰ : ۱۰ : ۰

۳۴۵۵۴۸ = ۱۰۰۰۰۰ : ۱۰۰ : ۱۰ : ۱

لوگ ۳۴۵۵۴۸ = لوگ (۱۰۰۰۰۰) + لوگ ۳۴۵۵۴۸ = ۶ + لوگ ۳۴۵۵۴۸

لوگ (۳۴۵۵۴۸) = ۶ + لوگ ۳۴۵۵۴۸ = ۶ + ۴.۵۳۷۷۳۹۵ = ۱۰.۵۳۷۷۳۹۵

۱۱۹ : ۱۰۰ : ۹۰ : ۸۰ : ۷۰ : ۶۰ : ۵۰ : ۴۰ : ۳۰ : ۲۰ : ۱۰ : ۰

۱۱۹ : ۱۰۰ : ۹۰ : ۸۰ : ۷۰ : ۶۰ : ۵۰ : ۴۰ : ۳۰ : ۲۰ : ۱۰ : ۰

لوگ (۱۱۹) = ۱ + لوگ ۱۱۹ = ۱ + ۱.۰۷۶۲۵۸۹ = ۲.۰۷۶۲۵۸۹

۱۱۹ : ۱۰۰ : ۹۰ : ۸۰ : ۷۰ : ۶۰ : ۵۰ : ۴۰ : ۳۰ : ۲۰ : ۱۰ : ۰

۱۱۹ : ۱۰۰ : ۹۰ : ۸۰ : ۷۰ : ۶۰ : ۵۰ : ۴۰ : ۳۰ : ۲۰ : ۱۰ : ۰

۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۱۰۰۰۰۰ : ۱۰۰ : ۱۰ : ۱

لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵ = لوگ (۱۰۰۰۰۰) + لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۶ + لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵

۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۱۰۰۰۰۰ : ۱۰۰ : ۱۰ : ۱

لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۶ + لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۶ + ۶.۰۴۱۷۷۳۹ = ۱۲.۰۴۱۷۷۳۹

لوگ (۱۰۹۹۵۶۶۵) = ۱۲ + لوگ ۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۱۲ + ۶.۰۴۱۷۷۳۹ = ۱۸.۰۴۱۷۷۳۹

۱۰۹۹۵۶۶۵ = ۱۰۰۰۰۰ : ۱۰۰ : ۱۰ : ۱

۱۵

۱۴

$$5364889M = 150642M =$$

$$\therefore 5364889M = \frac{1}{M(15.0)}$$

$$503.321M \} M = \left\{ \frac{1}{10 \cdot (15.0)} \frac{1}{13 \cdot (15.0)} \right\} \frac{1}{5.5} \therefore$$

$$\{ (5364889M -$$

$$35.484M = \{ 5103232 \} M =$$

$$\therefore 5.114911 : 4 : 1$$

$$\frac{5364889M}{563456M}$$

---


$$5.114911$$

اس واسطے دے 5...1945

$$\therefore 5 \dots 1945 + 563456M = 1^0$$

$$52455.2$$

$$\therefore 5 \dots 2885 : 4 : 5$$

$$51246641$$

$$51246641$$

---


$$5 \dots 2885$$

اس واسطے دے 5...1212

$$\therefore 5 \dots 1212 + 51246641 = 2^0 - 1^0$$

$$5124897M =$$

۱۶

۱۸







۲۶  
س

$$958823059$$

$$40: 214 \text{ م } :: 1998 : 6000$$

$$30 = 139 \dots 6 \dots 5 \dots 4 \dots 3 \dots 2 \dots 1 \text{ ل ج ب م ش ک ح ط ز س د پ ف ق گ ی ع ه و ز } 1000$$

$$1000 \dots 110 + 954268266 =$$

$$814269094 =$$

$$40: 254 \text{ م } :: 699 : 1000$$

$$30 = 328 \dots 6 \dots 5 \dots 4 \dots 3 \dots 2 \dots 1 \text{ ل ج ب م ش ک ح ط ز س د پ ف ق گ ی ع ه و ز } 1000$$

$$4000 \dots 328 - 419249913 =$$

$$1919249585 =$$

$$10 = 254 \text{ م } \text{ ل ج ب م ش ک ح ط ز س د پ ف ق گ ی ع ه و ز } 1000$$

$$+ \text{ ل ج ب م ش ک ح ط ز س د پ ف ق گ ی ع ه و ز } 1000 - 254 \text{ م } \text{ ل ج ب م ش ک ح ط ز س د پ ف ق گ ی ع ه و ز } 1000$$

$$958009511 =$$

# حل سوالات بابی از دهم

بڑا زادیہ بڑے ضلع کے ساتھ ہوتا ہے اس طرح سے

س

$$\frac{3(1+2+3) - 2(1+2) + (1-2)}{2(1-2)(1+2)} = \text{جم}$$

$$\frac{3(1+2+3+4+5) - 2(1+2+3+4) + (1-2-3+4)}{2(1-2)(1+2)} =$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1+2+3-4}{2(1-2-3+4)} =$$

اسو اسطے زاویہ ۲۰ درجہ کا ہے

۲ جب س جم ب = جب ل = جب (ب ۴ کس)

= جب ب جم کس + جم ب جب کس

∴ جب کس ب = جب ب جم س ∴ جب (س ۳ ب)

= ∴ ب = کس ∴

جم ل =  $\frac{1}{2}$  اور جب ل =  $\frac{1}{2}$

∴  $\frac{1+جم ل}{جب ل} = \frac{س+ب}{1} = \frac{جم ل}{2} = \frac{س+ب}{1}$

اور س ل + ب مس ب = ل + ب مس  $\frac{1}{2}$  ب

∴ ل (کس ل - مس ل) = ب (مس ل) -

مس ب

س

س

س

$$\therefore \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} - \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} - \frac{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}} = \frac{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} - \frac{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} - \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}} = \frac{\text{جم } 1 + \frac{1}{2} - \text{جم } 1 + \frac{1}{3}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{6}}$$

$$\text{مس } 1 = \text{مس } 2$$

$$\therefore 1 = 2$$

فرض کرو کہ ۱۲ چھوٹے زاویے کو ظاہر کرتے ہیں تب دوسرے زاوے جداگانہ ۱۴ اور ۱۸ ہیں

$$\therefore \pi = 1 + 14 + 18 = 33$$

اسکے ۱۸ اوٹوں کے بموجب اندازہ سب سے بڑے ضلع کا محیط تک

$$\frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\text{جم } 1 + \frac{1}{6}}$$

۵

$$\frac{\text{جب ۲۱ جم ۱۰}}{\text{جب ۳۱ جم ۱ + جب ۲۱ جم ۳ + جب ۱۰ جم ۳}}$$

لیکن ۲۱ + ۱۰ =  $\frac{31}{3}$  ∴ جم ۲۱ = جب ۳۱ اور اس کے بعد  
یہ پیمانہ مساوی ہے

$$\frac{\text{جب ۱۰ جم ۱}}{\text{جم ۱}} = \frac{\text{جب ۲۱ جم ۱۰}}{\text{جم ۱ + جم ۲۱ جم ۱۰}} = \frac{\text{جب ۳۱ جم ۱}}{\text{جم ۱ + جم ۳۱ جم ۱}}$$

$$= \text{جب ۲۱}$$

$$\text{ب ۲ ب س حق ۱} + \text{س ۲ ب حق ۱} + \text{ب ۲ ب حق س}$$

$$= \text{ب ۲ ب س (۱ - جم ۱)} + \text{س ۲ ب (۱ - جسم ب)}$$

$$+ \text{ب ۲ ب (۱ - جم س)}$$

$$= \text{ب ۲ ب س (۱ + جم ۱)} + \text{س ۲ ب (۱ + جسم ب)}$$

$$+ \text{ب ۲ ب (۱ + جم س)}$$

$$= \text{ب ۲ ب س جم ۱} + \frac{1}{2} \text{س ۲ ب جم ۲} + \text{ب ۲ ب جم ۳}$$

$$= \text{ص ص (ص - ۱)} + \text{ص ص (ص - ب)} + \text{ص ص}$$

$$\text{(ص - کس)}$$

$$= \text{ص ص (ص - ۱ - ب ص)} = \text{ص ص} = \text{ص ص (ص - ۱)}$$

۶

(ک + ب + س) ۲

فرض کرو کہ ک د = پ اور فرض کرو کہ زاویہ ب اور زاویہ س

زاوی حادہ ہیں

جیسا کہ دفعہ ۱۶ کے بائیں طرف کی شکل میں

تہا سی = پ جم (ب - ۹۰) = پ جب ب

اور د سی = پ جب (ب - ۹۰) = پ جم ب

اور سی ب = د سی مم ب = پ جم ب مم ب

: : اسی سی ب = پ جم ب

ایسی طح ا ف . ف س = پ جم س :

: : اسی سی ب جم س = ا ف . ف س جم ب

پہر فرض کرو کہ زاویوں ب اور س میں سے ایک منفرجہ ہے

تو زاویہ س متبلاً جیسا کہ دفعہ ۱۶ کے دائیں طرف کی

شکل میں

تہا سی سی ب = پ جم ب جیسا کہ پیشتر ثابت ہو چکا ہے

ا ف = پ جم (س - ۹۰) = پ جب س

د ف = پ جب (س - ۹۰) = پ جم س

ف س = د ف مم (س - ۹۰) = د ف مم س

= پ جم کس مم کس

∴ کف ∙ فس = پ جم اس جیسا کہ پیشتر ثابت ہو چکا ہے

$$\frac{\text{جب } ۵۲ + \text{جب } ۵۲}{\text{جب } ۵۲} = \frac{\text{کس } ۱۰۱}{\text{پ } ۵۲} = \text{جم } ۲۰۰$$

$$\frac{\text{کس } ۱۰۱}{\text{پ } ۵۲} = \text{جم } ۵ = \frac{\text{کس } ۱۰۱}{\text{پ } ۲۰}$$

$$\text{پس } ۵ = \frac{۱}{\text{جم } ۵} - ۱ = \left( \frac{۲}{۱۰۱ + \text{پس } ۱} \right) - ۱$$

جب س زاویہ منفرج ہو تو (۱ + ب) ∙ ۹۰ درجہ سے کم

ہے اسلئے جم (۱ + ب) بنت ہے

∴ ۱ جم ب جب ۱ جب بنت ہے ۸ جب ۱ جب ب

کم ہے جم ۱ جم ب

جب ۱ جب ب = ۱ جم ۱ جب ب = ایک اکال سے کم ہے یعنی اس کا مربع

اکال سے کم ہے

چونکہ اور پ اور س سلسلے تفریق میں ہیں اسلئے جب ۱

اور جب ب اور جب س ہی ایسے ہیں

انگہ جب ۱ + جب س = ۲ جب ب

$$\text{جب } ۱ + \text{کس } ۱ = \text{جم } ۱ - \text{کس } ۱ = \text{جب } ۲ - \text{جم } ۲$$

س

س

س

$$= ۲ جب ۳ جب ۱ پر$$

$$∴ جم ۱ کیں = ۲ جب ۳$$

$$پر ۱ جم ۲ = ۳ + س جم ۱ = ۱ (۱ + جم س) +$$

$$۳ (۱ + جم ۱)$$

$$= ۱ (۱ + س) + ۱ (۱ جم س + س جم ۱)$$

$$۱ (۱ + س) + ۳ بوجب دفعہ ۱$$

$$= ب + ۳ اور اندازہ ہے = ۳$$

اب و مثلث سے ہم رکھتے ہیں  $\frac{صا ۱ و ب}{صا ۱ و د} =$

$\frac{۱ و ۲}{ب و ۳}$

پ کو بجایو ب اور د کے فرض کرو اس طرح پر

$$\frac{جب (ب + ۳) = ۲ صا ۱}{جب ۱} = \frac{۲ صا ۱}{صا ۱ و ب}$$

$$∴ \frac{جب ب + جم ب + جم ب جب ب}{جب ۱} = \frac{۲ جب س}{صا ۱ و ب}$$

$$∴ \frac{جم ب + مم ب}{صا ۱ و ب} = \frac{۲ جب س}{صا ۱ و ب} = \frac{صا ۱ و ب}{صا ۱ و ب} (۱ + ب)$$

$$= ۲ مم ۱ + ۲ مم ب ∴ مم ب - مم ۱ = ۲ مم ۱$$

فرض کرو کہ مثلث کا زاویہ ۱ ایک خط مستقیم اور د سے

س

س

دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے  
 ب لگو پ سے اور س لگو م سے فرض کرو  
 اور فرض کرو کہ  $\frac{س}{ب} = \frac{پ}{م}$

$$\text{اسطرح حسب (۱-۲) } = \frac{س}{ب} = \frac{پ}{م} = \frac{س}{ب}$$

$$\therefore \text{جب ۱ مم م - مم ۱ = مم ۱} \therefore \frac{س}{ب} = \frac{پ}{م} = \frac{س}{ب}$$

$$+ \frac{س}{ب} = \frac{س}{ب} + \frac{پ}{م} = \frac{س}{ب} + \frac{پ}{م}$$

$$\text{اسطرح مم پ = مم ۱ + مم س}$$

$$\therefore \text{مم م - مم پ = مم ب - مم س}$$

$$\text{فرض کرو کہ مم ۱ + مم س = مم ب}$$

$$\text{اسطرح مم ۱ + مم س = مم ب}$$

$$\therefore \frac{س}{ب} = \frac{س}{ب} + \frac{پ}{م} = \frac{س}{ب}$$

$$\therefore \frac{س}{ب} = \frac{س}{ب} + \frac{پ}{م} = \frac{س}{ب}$$

$$\therefore \frac{س}{ب} = \frac{س}{ب} + \frac{پ}{م}$$

س

اسطرح ۱۲ اور ۱۳ اور ۱۴ سلسلہ جمع و تفریق میں ہیں  
 فرض کر دو کہ جو ۱۲ اور ۱۳ کے قاعدہ ب س پر کھینچا گیا ہے  
 فرض کر دو کہ ۱۲ = پ اور ۱۳ = ت  
 فرض کر دو کہ قاعدہ ب س اور ۱۲ اور ۱۳ کی باہمی نسبت کو ظاہر  
 کرتا ہے +

تب دفعہ ۱۴ کی بائیں طرف کی شکل کی حالت میں  
 ہم رکھتے ہیں

$$\begin{aligned} \text{مس پ} &= \frac{۱۲}{۱۳} \text{ اور مس ت} = \frac{۱۳}{۱۲} \\ \text{ب مس پ} + \text{مس ت} &= \frac{۱۲ + ۱۳}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۲} = \text{م... (۱)} \\ \text{اور نیز پ} + \text{ت} &= ۱ \end{aligned}$$

$$\text{اسطرح مس ۱} = \text{مس (پ + ت)} = \frac{\text{مس پ} + \text{مس ت}}{۱} = \frac{۲۵}{۱۲} \text{ (۱)}$$

اولیٰ اور دوم سے ہم معلوم کر سکتے ہیں مس پ اور مس ت  
 اسطرح دفعہ ۱۴ کے دائیں طرف کی شکل

کی حالت میں ہم کہتے ہیں مس پ - مس ت = م اور مس ۱

$$= \text{مس (پ - ت)} = \frac{\text{مس پ} - \text{مس ت}}{۱} = \frac{\text{مس پ} - \text{مس ت}}{۱}$$

فرض کر دو کہ ایک مثلث کا قاعدہ ب س تقسیم کیا گیا ہے  
 دادرہی کے نقاط پر اسطرح کہ

ب د = د ی = ی کس

فرض کرو کہ زاویہ ب اور ظاہر کیا گیا ہے پ سے

اور زاویہ د اسی پ سے اور زاویہ ی کس پ سے

تب ا ب ی مثلث سے ہم کہتے ہیں

$$\frac{1}{س} \cdot \frac{2}{س} = \frac{\text{جب } (پ + پ) = ۲پ}{\text{جب } ا ب}$$

اور مثلث ا ی کس سے ہم کہتے ہیں  $\frac{\text{جب } پ}{\text{جب } ا ی س}$

$$= \frac{س}{کس} = \frac{1}{س} \cdot \frac{1}{پ}$$

$$\therefore \text{تقسیم سے } \frac{\text{جب } (پ + پ)}{\text{جب } پ} = \frac{۲پ}{س}$$

اس طریقہ میں ہم کہتے ہیں

$$\frac{\text{جب } (پ + پ)}{\text{جب } پ} = \frac{۲پ}{س}$$

$$\therefore \frac{\text{جب } (پ + پ) \cdot \text{جب } (پ + پ)}{\text{جب } پ \cdot \text{جب } پ} = \frac{۲پ \cdot ۲پ}{س}$$

$$۴ = ۴ \cdot \frac{۲پ \cdot ۲پ}{س}$$

$$\therefore \text{جسم } ۲پ + \text{جب } پ \cdot \text{جسم } ۲پ = \text{جب } پ \cdot \text{جسم } ۲پ$$

$$= ۳ (جیب ۲ پ + جرم ۲ پ)$$

$$\therefore (محم ۲ پ + محم ۱ پ) (محم ۲ پ + محم ۱ پ) = (۱ + محم ۲ پ)$$

فرض کرو کہ جیب ۱ + جیب ۲ = ۳ جیب ۲

$$\text{تو } ۲ \text{ جیب } \frac{۱+۲}{۲} = \frac{۳-۱}{۲} = ۳ \text{ جیب } \frac{۲}{۲} = \text{جرم } \frac{۲}{۲}$$

$$= ۳ \text{ جرم } \frac{۱+۲}{۲} = \text{جیب } \frac{۱+۲}{۲} \therefore \text{جرم } \frac{۱+۲}{۲} =$$

$$\text{جرم } \frac{۱+۲}{۲}$$

$$\therefore \text{جرم } \frac{۱}{۲} = \text{جرم } \frac{۱}{۲} + \text{جیب } \frac{۱}{۲} = \text{جیب } \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جرم } \frac{۱}{۲} = \text{جرم } \frac{۱}{۲} - ۲ \text{ جیب } \frac{۱}{۲} = \text{جیب } \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore ۳ \text{ جیب } \frac{۱}{۲} = \text{جیب } \frac{۱}{۲} = \text{جرم } \frac{۱}{۲} = \text{جرم } \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۲} \text{ مس } \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳}$$

فرض کرو کہ مثلث ۱ د ب = پ اور مثلث ۱ ب د سوم

رکھتے ہیں \*

$$\frac{\text{جیب } ۱ د}{\text{جیب } ۱ د ب} = \frac{\text{ب د}}{\text{ا ب}} = \frac{۱}{\text{مس } \frac{۱}{۳}}$$

$$\therefore \text{جیب } (پ + ب) = \frac{۱}{\text{مس } \frac{۱}{۳}}$$

۱۶

۱۷

$$\text{جم ب} + \text{جب ب نم پ} = \frac{1}{\text{س}}$$

$$\text{نم پ} = \frac{\frac{1}{\text{س}} - \text{جم ب}}{\text{جب ب}}$$

$$\text{س پ} = \frac{2 \text{س جب ب}}{(2 \text{س جم ب} - 1)}$$

$$\frac{2 \text{س جب ب}}{(2 \text{س جم ب} - 1)}$$

$$\frac{2 \text{س جب ب}}{\text{ب} - \text{س}} = \frac{2 \text{س جب ب}}{\text{ب} - \text{س}}$$

س

$$\text{یہاں نم } \frac{1}{2} + \text{س پ} = 2 \text{ نم } \frac{1}{2}$$

$$\text{جم } \frac{1}{2} + \text{جم } \frac{1}{2} = \text{جم } \frac{1}{2}$$

$$\frac{2 \text{س}}{\text{جم}} = \frac{2 \text{س}}{\text{جم}}$$

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2} + \text{س}}{\text{جم}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2} + \text{س}}{\text{جم}}$$

$$\text{جم } \frac{1}{2} = 2 \text{ جب } \frac{1}{2} \text{ جب س} : \text{جم } \frac{1}{2} \text{ جم س}$$

$$\text{جب } \frac{1}{2} \text{ جب س}$$

$$= \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲}$$

$$= \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲} = \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲}$$

$$= \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲} = \text{جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲}$$

$$= \frac{\text{اول فرسکر و ک جب دس اس}}{\text{جب دس اس}}$$

$$\text{اور جب دس اس} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{چونکہ ہم کہتے ہیں جب دس اس} = \frac{\text{جب دس اس}}{\text{دس}}$$

$$\text{اور جب دس اس} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جب دس اس} = \frac{\text{جب دس اس}}{\text{دس}} \cdot \frac{۱}{۲}$$

$$\text{اس طرح جب دس اس} = \frac{\text{جب دس اس}}{\text{دس}} \cdot \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جب دس اس} = \frac{\text{جب دس اس}}{\text{دس}} \cdot \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جب دس اس} = \frac{\text{جب دس اس}}{\text{دس}} \cdot \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جب دس اس} = 1$$

اضلاع سے نقاط دومی و ف سے ملتی ہوئے اسطرح پہنچ  
 کہ زاویہ ب ا د = زاویہ س ب می = ا س ف = ا  
 اور نہ مکرر کہ خطوط مستقیمہ سے ل م ن ایک مثلث ایسا بن گیا ہے کہ  
 نقطہ ا دل دم و د ایک خط مستقیم پر ہیں اور ب دم دن  
 د می د و س کے خط اور س دن دل و ف تیسرے  
 خط پر تب ل م ن مثلث ا ب س مثلث کے متشابہ  
 ہو گا کیونکہ

$$\begin{aligned} \text{زاویہ م ل ن} &= \text{زاویہ م ا س} + \text{زاویہ ل س ا} \\ \text{ا - ک + ا} &= \text{ا ا سیطرح سے زاویہ ن م ل} = \text{ب ا اور} \\ \text{زاویہ ل ن م} &= \text{م عکس} \end{aligned}$$

اسی طرح سے مثلث م ن متساوی الزوایا ہوئی اصلی مثلث  
 کے اور اسی واسطے اس کی متشابہ ہے

$$\begin{aligned} \frac{\text{ب ن}}{\text{ب س}} &= \frac{\text{ب ب س ن}}{\text{ب ب ن س}} = \frac{\text{ب ب س ن}}{\text{ب ب ن س}} \\ \frac{\text{ب س}}{\text{ب س}} &= \frac{\text{ب س ن ل}}{\text{ب ب ن س}} = \frac{\text{ب س ن ل}}{\text{ب ب ن س}} \end{aligned}$$

$$اورب آ = \frac{جب آ م}{جب م آ} = \frac{جب آ}{جب (ب - آ)}$$

$$\frac{جب آ}{جب ب}$$

ب ب م = س جب آ اس جگہ م ن =  $\frac{آ جب (س - آ)}{جب س}$

س ب آ = آ جم آ - آ م س جب آ  $\frac{آ جب س جب آ}{جب آ جب ب}$

= آ جم آ - آ م س جب آ -

-  $\frac{آ جب (آ + ب)}{جب آ جب ب}$  جب آ

= آ جم آ - آ جب آ (م م س + م ب + م آ) اسکی نسبت آ سے وہی ہے جو کہ نسبت جلد ذیل کے اکائی سے ہے جو

جم آ - جب آ (م م ل + م ب + م س)

آ ب ب م س - آ م س م ب =  $\frac{آ م م س م ب}{۲}$

آ م + م س - م ب =  $\frac{آ م م س م ب}{۲}$

آ م ب م ب م س + م ل = آ م ب م ب م س - م ب م س

س

س

= اُجیب ب جب س = چ جب و جب اُجیب ب جب س  
 اسی طرح ب (جم اُجم س + جم ب) = چ جب اُجیب ب جب س  
 اور کس (جم اُجم ب + جم س) = چ س جب اُجیب ب  
 جب ب جب س

اسی طرح تینوں مثالیں ۱۶۸ د فو کے بموجب برابر  
 ہیں +

$$(ب + س - ا) س = \frac{1}{2} (ص - ا) (س - ا) = \frac{(ص - ب)(ص - ا)(س - ا)}{(ص - ا)}$$

$$\frac{2(ص - ا)(ص - ب)(ص - س)}{ص}$$

اسی طرح عمل کر کے اور مثالیں بتائیں ہوئیں ہی جملہ بالا کے  
 برابر ہو سکتے ہیں +

$$ب جم ب + س جم س = \frac{اُجیب ب جب ب}{اُجیب ا} +$$

$$+ \frac{اُجیب س جم س}{اُجیب ا} = \frac{اُجیب ب + اُجیب س}{اُجیب ا}$$

۲۵

۲۶

$\frac{۲ \text{ (اُجب اب + س) جم (ب-س)}}{۲ \text{ جب (ب + س)}}$

= اُجم (ب-س)

۱۰۰ دفعہ کے بموجب س جم ب + ب جم س = اُ اور اُ

جم س + س جم ا = ب

اور ب جم ا + ا جم ب = س

انہی کے جمع کرنے سے س (جم ب + جم ا) + ب

(جم ا + جم س) + ا (جم س + جم ب) = ا + ب + س

ک کو بجائے ا اور ب اور جب س جنکو ہم جانتے ہیں

کہ باہم برابر ہیں فرض کرو

(ا - ب) مم س + (ب - س) مم ا + (س - ا) مم ب

مم ب = ک { (جم ا - جم ب) مم س + (جم ب - جم ا) مم س }

جم ب س، مم ا + (جم ب س - جم ا) مم ب {

= ک { جم (ا + ب) جب (ا - ب) مم س +

جم (ب + س) جب (ب - س) مم ا }

+ جم (س + ا) جب (س - ا) مم ب {

۳۷

۳۸

$$\begin{aligned}
 &= ک \{ \text{جب } (ا-ب) \text{ جم } س + \text{جب } (ب-س) \text{ جم } ا \\
 &+ \text{جب } (س-ا) \text{ جم } ب \} \\
 &= -ک \{ \text{جب } (ا-ب) \text{ جم } (ا+ب) + \text{جب } (ب-س) \} \\
 &+ \text{جم } (ب+س) + \text{جب } (س-ا) \text{ جم } (س+ا) \} \\
 &= -\frac{ک}{۲} \{ \text{جب } ا-۱ - \text{جب } ۲ب + \text{جب } ۲ب - \text{جب } ۲س \\
 &+ \text{جب } ۲س - \text{جب } ۲ا \} = ۰
 \end{aligned}$$

فرض کر دو کرک سے وہی مراد ہے جو ادپرک کے مثال میں تھے  
 $(ا-ب) \text{ مم } س + (س-ا) \text{ مم } س + (ب-س) \text{ مم } ا$

$$\begin{aligned}
 &= ک \{ \text{جب } (ا-ب) \text{ مم } س + \text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا \\
 &+ \text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا \} \\
 &+ ک \{ \text{جب } (ا-ب) \text{ مم } س + \text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا + ۱ \\
 &+ \text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا \} \\
 &= ک \{ \text{جب } (ا-ب) \text{ مم } س + \text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا + \\
 &\text{جب } (ب-س) \text{ مم } ا \} = ۰ \\
 &= ۱ - مس \frac{ک}{۲} مس = ۰
 \end{aligned}$$

۲۹

۳۱

$$\frac{(ص-ب)(ص-س)}{ص(ص-ب)} \times \frac{ص(ص-س)}{ص(ص-ب)}$$

$$= \frac{ص-س}{ص} = 1 - \frac{ب+س}{ص} = \frac{ص-ب-س}{ص}$$

$$= (ا+ب+س) (جم+س)$$

س

$$= اجم+بجم+سجم+ا+ب+س$$

$$+ اجم+بجم+سجم$$

$$= اجم+بجم+سجم+ا+ب+س$$

۰، ارفذہ کے بموجب

$$= (ا+جم) + (ب+جم) + (س+جم)$$

$$= اجم + بجم + سجم + ا + ب + س$$

ک کی قیمت وہی ہے جو کہ ۲۸ مثال کے حل میں ہے تو

س

$$= \frac{جم+جم}{ب+س} + \frac{جم+جم}{ا+س} + \frac{جم+جم}{ا+ب}$$

$$= \left\{ \frac{جم+جم}{ب+س} + \frac{جم+جم}{ا+س} + \frac{جم+جم}{ا+ب} \right\}$$

$$= \left\{ مم+مم + مم+مم + مم+مم \right\}$$

$$\frac{1}{س} = \frac{س + ب + س + س}{س} = \frac{س + ب + س + س}{س}$$

۴۸ دفعہ کے بموجب

$$\frac{س}{س} = \frac{س}{س}$$

$$س + ب + س + س = س + ب + س + س$$

$$\frac{س}{س} + \frac{ب}{س} + \frac{س}{س} + \frac{س}{س} = \frac{س + ب + س + س}{س}$$

$$س + ب + س + س = \frac{س + ب + س + س}{س} \times س$$

$$\frac{س + ب + س + س}{س} = \frac{س + ب + س + س}{س}$$

$$س + ب + س + س = س + ب + س + س$$

$$س + ب + س + س = س + ب + س + س$$

$$س + ب + س + س = س + ب + س + س$$

$$\frac{س + ب + س + س}{س} = \frac{س + ب + س + س}{س}$$

$$\frac{س + ب + س + س}{س}$$

$$\frac{س + ب + س + س}{س}$$

س

س

$$\frac{۲ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}{۲ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}} = \frac{۲ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}{۲ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}$$

بوجود مثال ۹ و ۱۰

$$۳ \text{ جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{۱}{۲} \text{ س} = ۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱$$

بوجود مثال ۱۰ و ۱۱

$$\frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱} = \frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}$$

بوجود مثال ۱۱ و ۱۲

$$\frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱} = \frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}$$

بوجود مثال ۱۲ و ۱۳

$$\frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س} + ۱} = \frac{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}{۳ \text{ جب } ۱ \text{ جب } ۱ \text{ س}}$$

بوجود مثال ۱۳ و ۱۴

۳۵

۳۶

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س} - \text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س} - \text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{\text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$\frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{2} - \text{س}}{\text{جم } \frac{1}{2}}$$

س

(جم  $\frac{1}{2}$  + جم  $\frac{3}{4}$  - جم  $\frac{5}{8}$ ) اب ان شاء اللہ کی جگہ ان نتائج کو کہو جو کہ ۸ و ۲۰ اور ۲۱ میں دہی گئی ہیں۔ اس طرح سے ہم حاصل کریں گے

$$\left\{ \text{جم } \frac{1-\pi}{3} \text{ جم } \frac{2-\pi}{3} \text{ جم } \frac{\pi-3}{3} \text{ جم } \frac{1+\pi}{3} \right\} \times$$

$$\left\{ \frac{\text{جم } \pi + \text{جم } \pi}{3} \right\}^2$$

یعنی  $\left\{ \text{جم } \frac{1-\pi}{3} \text{ جم } \frac{2-\pi}{3} \text{ جم } \frac{\pi-3}{3} \text{ جب } \frac{1-\pi}{3} \right\}$

جب  $\frac{\pi-3}{3}$

یعنی  $\left\{ \text{جب } \frac{1-\pi}{3} \text{ جب } \frac{2-\pi}{3} \text{ جب } \frac{\pi-3}{3} \right\}^2$

یعنی جم  $\frac{1}{2}$  جم  $\frac{3}{4}$  جم  $\frac{5}{8}$  کس

محیط =  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{15}{8}$  کس

$\frac{\text{س} (\text{جب } \frac{1}{2} + \text{جب } \frac{3}{4} + \text{جب } \frac{5}{8})}{\text{جب } \frac{1}{2} \text{ جم } \frac{3}{4} \text{ جم } \frac{5}{8}} = \frac{\text{س}}{\text{جب } \frac{15}{8}}$

بوجیب مثال ۸ و ۱۶

س

$$= \frac{\text{جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4}}{\text{جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4}} = \frac{\text{جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4}}{\text{جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4}}$$

$$\text{جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4} \text{ جم } \frac{1}{4}$$

فرض کرو کہ ح = می جبٹ ک + و جبٹ ب = ز جبٹ ب +

س

می جبٹ س

$$= \text{و جبٹ س} + \text{ز جبٹ ک اسطرح}$$

ح (جبٹ س - جبٹ ک) = و جبٹ ب جبٹ س - ز جبٹ ک جبٹ ب

اور ح = و جبٹ س + ز جبٹ ک : ح (جبٹ ک س

- جبٹ ک) + ح جبٹ ب = و جبٹ ب جبٹ س

: ح جب (س - ک) جب (س + ک) + ح جبٹ ب

$$= \text{و جبٹ ب جبٹ س}$$

$$: ح جب (س - ک) + ح جب (س + ک) =$$

و جبٹ ب جبٹ ک س : و جبٹ ب جبٹ س = ح جب س جم ک

$$: و = \frac{\text{ح جم ک}}{\text{جبٹ ب جبٹ س}} = \frac{\text{ح جب } \frac{1}{4}}{\text{جبٹ ک جبٹ ب جبٹ س}}$$

$$\text{ایسا ہی می} = \frac{\text{ح جب ب}}{\text{جبٹ ک جبٹ ب جبٹ س}}$$

اور ز = ج جب ۲ س  
۲ جب ۱ جب ۱ جب ۱ س

چونکہ ۱ + ب + س = ۳

س م

اس لئے ہم ظاہر کرتے ہیں کہ ۱ جب ۱ جب ۱ جب ۱ س  
اپنی جیسے بڑی قیمت رکھتا ہے جبکہ ۱ اور ۲ اور ۳ سب باہم  
برابر ہوں کیونکہ جب ۱ جب ۱ جب ۱ = جب ۱ + ۱ + ۱ + ۱ س

جب ۱ + ۱ + ۱ = جب ۱ + ۱ + ۱ س

جب ۱ - ۱ = ۰

اسی طرح ۳ کے کوئی سے قیمت ہو کہ جب ۱ جب ۱ جب ۱ اپنی  
سب سے بڑی قیمت رکھتا ہے جبکہ ۱ + ۱ + ۱

کیونکہ جب ۱ + ۱ + ۱ ہنہن بدلتا جبکہ ۱ اور ۲ اس طرح  
بدلتے ہیں جیسا کہ س متغیر نہ ہو +

اس طریقہ میں ہم دیکھتے ہیں کہ بڑی قیمت اس مثال کی اس  
وقت ہے جبکہ تمام زوا یا برابر ہوں اور تب قیمت ۱ جب ۱  
۱۱ یعنی ایک ہے +

کے وہی مراد ہے جو مثال ۱۱ کی حل میں ہے تو

س م

۱ جب ۱ - ۱ (س) = ۱ + ۱ - ۱ = ۱

ک جب ۱ جب (ب-س) جم (۱۸۰-۱۲) =  
 = ک جب (ب+س) جب (ب-س) جم ۱۲ =  
 = ک (جب ۱ ب- جب ۱ س) (جب ۱ ب- ۱) =  
 ۲ ک جب ۱ (جب ۱ ب- جب ۱ س) - ک (جب ۱ ب-  
 - جب ۱ س) اسطرح باقی کی دو مثالین عمل کرنے سے  
 صورت بدل سکتے ہیں: اور تب سب کی سب صفر ہو جائیگی  
 کیونکہ جب ۱ (جب ۱ ب- جب ۱ س) + جب ۱ ب (جب ۱ س  
 - جب ۱ ب) + جب ۱ س (جب ۱ ب- جب ۱ س) =  
 اور جب ۱ ب- جب ۱ س + جب ۱ س- جب ۱ ب +  
 جب ۱ ب- جب ۱ س = ۰

$$\frac{\text{جب ۱} + \text{جب ۱}}{\text{جم ۱}} = \frac{\text{جب ۱} + \text{جم ۱} + \text{جب ۱}}{\text{جم ۱} + \text{جم ۱}}$$

$$= \frac{\text{جب ۱} + \text{جم ۱} + \text{جب ۱}}{\text{جم ۱} + \text{جم ۱}}$$

$$= \frac{\text{جم ۱} + \text{جم ۱} + \text{جم ۱}}{\text{جم ۱} + \text{جم ۱}} = \frac{\text{جم ۱} + \text{جم ۱}}{\text{جم ۱} + \text{جم ۱}} \times \frac{\text{جم ۱}}{\text{جم ۱}}$$

(جم ۱ جم ۱ + جب ۱ جب ۱)

$$= \text{جم ۱} + \text{جم ۱} + \text{جم ۱} + \text{جم ۱} + \text{جم ۱} + \text{جم ۱}$$

س

$$\text{اسی طرح جب ب} + \frac{\text{جب س}}{\text{جم ب}} = \text{جب ا} + \frac{\text{جم ا}}{\text{جم س}}$$

$$\text{اور جب س} + \frac{\text{جب ا}}{\text{جم س}} = \text{جب ب} + \frac{\text{جم ب}}{\text{جم س}}$$

مس ب مس س

اسی جگہ نتیجہ مطلوب کو جمع کرنے سے ہم نتیجہ مطلوب حاصل کرتے ہیں \*

## سوال نمبر ۱۳۳

$$\text{جب ا} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \text{ جب ب} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = ۲۵ \text{ یا } ۲۰$$

$$۱۰۰ = ۱۰۰ \text{ یا } ۱۵۰$$

فرض کرو کہ س =  $\frac{۱}{۲}$  ب اور ا = ۲۰ تو بموجب دفعہ ۱۸۳

$$\text{مس} \frac{۱}{۲} (\text{ب} - \text{س}) = \frac{\text{ب} - \text{س}}{\text{ب} + \text{س}} \text{ مم} = \frac{۲ - ۱}{۲ + ۱} \text{ مم} = ۰$$

$$\frac{۱}{۲} \cdot ۱۰۰ = ۱۰۰$$

$$\therefore \frac{۱}{۲} (\text{ب} - \text{س}) = ۰ \text{ اور } \frac{۱}{۲} (\text{ب} + \text{س}) = ۲۰$$

$$\text{ب} = ۲۰ \text{ اور } \text{س} = ۰$$

فرض کرو کہ ا و ب دس ظاہر کرتے ہیں ضلعوں کو علی الترتیب

س

س

س

$$\frac{۳ - (۳۲ + ۱) + ۶}{۲(۳۲ + ۱)} = \frac{۲ - ۳ + ۲}{۲ ب س} = \text{تو جم ۱}$$

$$= \frac{۳۲ ۲ + ۶}{۲(۳۲ + ۱)}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{(۳۲ + ۱) ۳}{۲(۳۲ + ۱)} = ۳۵ = ۱ \therefore$$

$$\frac{۶ - (۳۲ + ۱) + ۳}{۳(۳۲ + ۱)} = \frac{۳ - ۳ + ۳}{۳ ب س} = \text{جم ب}$$

$$\frac{۲ + ۲}{۳(۳۲ + ۱)} = \frac{۱}{۳} \therefore \text{ب} = ۹۰$$

$$\frac{۲ - (۳۲ + ۱) - ۶ + ۳}{۳ ۳} = \frac{۲ - ۳ + ۲}{۳ ب} = \text{جم کس}$$

$$\frac{۳۲ - ۳}{۲ ۲} = \frac{۳۲ ۲ - ۶}{۳ ۳}$$

$$= \frac{۱ - ۳۲}{۳ ۳} \therefore \text{کس} = ۷۵$$

$$\text{جم ب} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۳}$$

لیکن یہ ناممکن ہے کیونکہ کوئی جب اکائی سے

زیادہ نہیں ہو سکتی

$$\text{جم ب} = \frac{۱}{۳} \text{ جب } ۱ = \frac{۳ + ۱}{۳} \text{ جب } ۱۸$$

$$= \{ ۱ + ۱ \} \text{ جب } ۱۸$$

س

س

$$90 = \frac{(1+a)(1-a)}{2} = 1 \Rightarrow a = 0$$

شیطیح س = ۲ اور س = ۲ - ۲ = ۰

$$14 = \{2 + 2a\} =$$

$$14 = 2 + 4a \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$\therefore \text{س} = 2 + 4 \times 3 = 14$$

جب  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  جب  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  جب  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$1 = \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow 1+a = 1-a \Rightarrow a = 0$$

$$\therefore \text{ب} = 5 \text{ یا } 5$$

اگر  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  تو  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1-a} \times 2 =$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow 1+a = 2(1-a) \Rightarrow 1+a = 2-2a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

اگر  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  تو  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  اور  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1-a} \times 2 =$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow 1+a = 2(1-a) \Rightarrow 1+a = 2-2a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

س

سک

دفعہ ۸۸ کی پہلے شکل میں ہم اس کو مساوی کہتے ہیں اور  
اور گس = ۱ بٹ

ایسی طرح سن = بٹ جم ۱ - اور جم سن بٹ اور گس

= بٹ جم ۱ + اور جم سن بٹ

سن + گس = ۲ بٹ جم ۱

اور سن سٹ = بٹ جم ۱ - اور جم سن بٹ

= بٹ جم ۱ - اور جم بٹ

= بٹ (جب ۱) - اور (۱ - جب بٹ)

= بٹ - اور

اسی جگہ (سن + سٹ) = ۳ بٹ جم ۱

۳ سن سن جم ۱ = ۳ (بٹ - اور) جم ۱ : سن + ۳ سن

+ سن - ۳ سن سن جم ۱ = ۳ اور جم ۱

یعنی سن - ۳ سن سن جم ۱ + سن = ۳ اور جم ۱

مثال بالاکسی صں کی طرف متوجہ ہونے سے چھوٹے مثلث

کا رقبہ سٹ بٹ جب ۱ ہے اور بڑے کا رقبہ سٹ بٹ جب ۱

اسی جگہ حامن مع رقبوں کی =  $\frac{1}{4}$  (سن + سٹ) بٹ جب ۱

= بٹ جب ۱ جم ۱

س

س ۹

دو اوپر کی مثالوں کے حل کی طرف متوجہ ہونے سے ہم کہتے

$$\text{بین جب س ۱} = \frac{\text{س}}{\text{ب}} \text{ اور جب س ۲} = \frac{\text{س}}{\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{ب}}$$

$$\therefore \text{جب س ۱} + \text{جب س ۲} = \frac{\text{س}}{\text{ب}} + \frac{\text{س}}{\text{ب}} = \frac{2\text{س}}{\text{ب}}$$

$$= \frac{2\text{جم ۱}}{\text{ب}} = 2\text{جم ۱}$$

آہوین مثال کے حل کرنے کے مانند ہم کہتے ہیں

س ۱

$$\frac{1}{2} \text{س} = \text{ب جب ۱} = \frac{1}{2} \text{س} = \text{ب جب ۱}$$

$$\therefore \text{س} = 2\text{ب}$$

اور س توین مثال کی طرح

$$\frac{\text{س} + \text{س}}{\text{س} - \text{س}} = \frac{2\text{ب} + 2\text{ب}}{2\text{ب} - 2\text{ب}} = \frac{4\text{ب}}{0}$$

$$\therefore \frac{2\text{س}}{0} = \frac{4\text{ب}}{0} \Rightarrow \frac{2\text{س}}{2} = \frac{4\text{ب}}{2} \Rightarrow \text{س} = 2\text{ب}$$

لیکن زاویہ س ب ب بڑا ہے بہ نسبت ۱ کے

$$\therefore \text{جب س ب ب کم ہے اکائی سے}$$

$$\text{بیان } \frac{2\text{س}}{2} \text{ کم ہے } \frac{4\text{ب}}{2} \text{ سے}$$

سہ

سب سے بڑا زاویہ ۶۶ والے ضلع کے سامنے ہے  
 فرض کرو کہ یہ زاویہ کس ہے

$$\text{تو } \frac{س}{۲} = \frac{ص(ص-س)}{(ص-ب)(ص-ج)}$$

یہاں ص = ۶۶ اور ص - ج = ۳۷ اور ص - ب = ۲۹

$$\frac{۲۰۶}{۱۰۷۳} = \frac{۳ \times ۶۶}{۲۹ \times ۳۷} = \frac{ص}{۲} \therefore ۳ = \frac{ص}{۲}$$

$$\therefore \text{ل } \frac{ص}{۲} = ۱۰ + \text{لوگ } \frac{۲۰۶}{۱۰۷۳}$$

$$۹۶۹۳۲۶۸۵۳ = (۱۰۷۳ - \text{لوگ } ۲۰۶) + ۱۰$$

$$\begin{array}{r} ۹۶۹۳۲۶۸۵۳ \\ ۹۶۹۳۲۳۳۳۲ \\ \hline ۶۰۰۰۲۵۱۱ \end{array} \therefore \text{و } = ۳$$

$$\therefore \frac{ص}{۲} = ۶۶ - ۳ = ۶۳ \Rightarrow ۱۷ = ۱۷$$

$$\therefore ۳ = ۳$$

$$\text{ص} = \frac{۱۵}{۲} \text{ اور ص} - \text{ج} = \frac{۷}{۲} \text{ اور ص} - \text{ب} = \frac{۵}{۲}$$

$$\text{اور ص} - \text{س} = \frac{۳}{۲}$$

$$\text{جم } \frac{۳}{۲} = \frac{ص(ص-ب)}{۱۲۳۸} = \frac{۵ \times ۱۵}{۱۲۳۸}$$

س

$$\frac{100}{(2)} = \frac{25}{32}$$

ل جم ۳ = + ۱۰ لوگ  $\frac{100}{(2)}$  = + ۱۰  $\frac{1}{4}$  (لوگ ۱۰۰ - لوگ ۲)

۹۶۹۴۶۳۹۵۰ = ۲ لوگ  $\frac{1}{4}$  - ۱ + ۱۰ =

۹۶۹۴۶۳۰۴۰	
۹۶۹۴۶۳۹۵۰	
۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸ = د ::

۱۶ ۴ ۵۵ = ۲ :: ۸ ۵ ۳ ۲ =  $\frac{1}{4}$  ::

۲ = کجگہڑ = ۴ اور ص = ۹ اور ص - ک = ۲

ش

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \frac{2 \times 9}{15 \times 5} = \frac{1}{2}$$

۱۶ ۴ ۵۵ = ۲ :: ۸ ۵ ۳ ۲ =  $\frac{1}{4}$  ::

$\frac{1}{4}$  (لوگ ۴ - لوگ ۱۰)

۹۶۸۸۹۰۴۵۶ =  $\frac{1}{4}$  - ۶ لوگ  $\frac{1}{4}$  + ۱۰ =

۹۶۸۸۹۰۴۵۶	
۹۶۸۸۹۰۶۳۴	
۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۶۶۵ = د ::

۶۶۵ = د :: ۶۰۰۰۰۰۱۱۲

$$\text{اسٹیلے } \frac{1}{4} = ۳۹ - ۱۸ = ۲۱ \quad ۳۹ - ۱۸ = ۲۱$$

$$\therefore ۳۹ - ۱۸ = ۲۱$$

موجب دفعہ ۱۹۲ کے

۱۸  
س

$$\text{مس } \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{س}) = \frac{۲ - ۱۸}{۲ + ۱۸} = \frac{۱۶}{۲۰} = \frac{۴}{۵}$$

$$\text{اسٹیلے ل مس } \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{س}) = \text{ل نم } ۲۰ - ۳۰$$

$$+ \text{لوگ } ۸ - \text{لوگ } ۱۰$$

$$= \text{ل نم } ۲۰ - ۳۰ + \text{لوگ } ۲ - ۱ = ۱۰۶۱۸۶۹۱۳۳$$

$$۱۰۶۱۸۶۹۱۳۳$$

$$۳: ۴۰ :: ۶۰۰۰۲۳۶۴ :: ۶۰۰۰۲۴۹۳$$

$$۱۰۶۱۸۶۳۷۹$$

$$۵۱ = ۳۰۰۰۲۳۶۴$$

$$\text{اسٹیلے } \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{س}) = ۵۶ - ۱۵۶$$

$$\text{اور } \frac{1}{4} (\text{ب} + \text{س}) = ۶۲ - ۳۰ = \text{اسٹیلوب } = ۱۱۹$$

$$۱۵۶ - ۳۰ = ۱۲۶$$

۱۹  
س

$$\text{مس } \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{س}) = \frac{۹ - ۶}{۶ + ۹} = \frac{۳}{۱۵} = \frac{۱}{۵}$$

$$\text{اسٹیلے ل مس } \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{س}) = \text{ل نم } ۲۰ - ۴ = \text{لوگ } ۸$$

$$= \text{ل مس } ۲۰ - ۴ = ۱۶$$

۹۶۲۹۹۴۳۵۵

۹۶۲۹۹۹۸۰۴

۹۶۲۹۹۳۲۱۶

۹۶۲۹۹۳۲۱۶

۶۰۰۰۱۱۳۹

۶۰۰۰۶۵۸۸

۱۰ : ۶۰ : ۶ : ۱۱۳۹ : ۶۰۰۰۶۵۸۸

اسٹے  $\frac{1}{6}$  (ب-س) = ۱۱ ۱۶ ۱۰

اور  $\frac{1}{6}$  (ب+س) = ۵ ۴ ۵ ۴ اسٹوب =

۹ ۶ ۱۰ ۱۱ اور کس = ۴ ۶ ۴ ۵

$$\frac{۳۵-۶۰}{۱۵+۶۰} = \frac{۳-۶}{۲} = \frac{۳-۶}{۲} = \frac{۳}{۲} \text{ (ب-س)}$$

۳ =  $\frac{۳}{۲}$  = ۱۸ ۲۶ ۶

اسٹے ل  $\frac{1}{6}$  (ب-س) = ل ۱۸ ۲۶ ۶ - لوگ =

اسٹے لوگ  $\frac{1}{6}$  (ب-س) =

اسٹے  $\frac{1}{6}$  (ب-س) = ۱ : ۱ : ۱ : ۱ = ۵

اور  $\frac{1}{6}$  (ب+س) = ۱ : ۱ : ۱ : ۱ = ۱۶

۴ ۴ ۵ ۴ اور ب = ۴ ۶ ۴ ۵

$$\frac{۳-۹}{۲} = \frac{۳-۹}{۲} = \frac{۳-۹}{۲} = \frac{۳}{۲} \text{ (ب-س)}$$

۲۰  
س

۲۱  
س



۵۹ = ۰ : ۴۰ : ۱۰۰۰۲۳۸۳ : ۶۰۰۰۲۵۲۴

۵۹ = (ب - ۱) = ۵۹

اور  $\frac{1}{۲} (ب + ۱) = ۴۹$  :  $۲۳۸۳ = ۱۲۸۳ + ۱۰۵۹$  اور  $۳۳ = ۱۱$

مس  $\frac{1}{۲} (ب - س) = \frac{ب - س}{۲} = \frac{۳ - ۱۱}{۲} = \frac{-۸}{۲} = -۴$

۳۳  
مس

$\frac{۳۳}{۲۵} =$

:  $\frac{1}{۲} (ب - س) = ۱۱ = ۱۱ + \frac{۳۳}{۲۵}$  لوگ  $+ ۱۰ =$

$\frac{۳۳}{۲۵}$  لوگ - ۳ لوگ

$= ۱۰ + \frac{۳۳}{۲۵}$  لوگ - ۳ لوگ  $= \frac{۳۳}{۲۵} + ۱۰ =$

$- ۲ + ۲$  لوگ

$۳۳ = ۱۱$

:  $\frac{1}{۲} (ب - س) = ۱۱ = ۱۱ + ۵۹$

اور  $\frac{1}{۲} (ب + س) = ۴۰$  :  $۱۱ = ۱۱ + ۲۹$

فرصت کرو کہ  $۱۱ = ۱۱$  اور  $ب = ۸$  اور  $س = ۹$  اور  $۱۳ = ۱۳$  اور  $۳ =$

۳۳  
مس

$= ۱۵$  اور  $س - ب = ۳ = ۳$

$$= \frac{۳ \times ۳}{۵ \times ۱۲۶} = \frac{ص - ب, (ص - س)}{ص (ص - ز)} = \frac{۱}{۲} \text{ مس}$$

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۵}{۵۰}$$

ل مس  $\frac{۱}{۴} = ۱۰ + \text{نوگ } \frac{۱۰}{۳۰} = ۱۰ + \frac{۱}{۳} (\text{نوگ } ۲ - \text{نوگ } ۱۰)$

$$۹۱۶۵۰۵۱۵۰ = \frac{۱}{۴} + ۱۰ = (\text{نوگ } ۲ - ۱)$$

۹۱۶۵۰۵۱۵۰      ۹۱۶۵۰۵۱۳۴

۹۱۶۵۰۵۰۶۹      ۹۱۶۵۰۵۰۶۹

۶۰۰۰۰۰۸۱      ۶۰۰۰۰۵۶۵

۱۵۵ = ۱۰ : ۱ : ۱۰ : ۱ : ۱۰۰۰۰۸۱ : ۱۰۰۰۰۵۶۵

ز س کے  $\frac{۱}{۴} = ۱۰ + ۵'۵۱۵۵ : ۱ = ۱۰ + ۸'۸۱۱۱$

$$\frac{۳ \times ۵}{۳ \times ۱۲۶} = \frac{ص - ب, (ص - س)}{ص (ص - ز)} = \frac{۳}{۴} \text{ مس}$$

$$\frac{۱۰}{۳۲} = \frac{۵}{۱۶} =$$

ل مس  $\frac{۳}{۴} = ۱۰ + \text{نوگ } \frac{۱۰}{۳۲} = ۱۰ + \frac{۱}{۴} (\text{نوگ } ۱۰)$

(نوگ ۳۲)

$$۹۱۷۴۷۸۵۰ = \frac{۵}{۴} - \frac{۱}{۴} + ۱۰ =$$

۹۱۶۴۶۴۲۵۰      ۹۱۶۴۶۴۲۶۶

۹۱۶۴۶۴۱۸۳      ۹۱۶۴۶۴۱۸۳

۶۰۰۰۰۰۶۶      ۶۰۰۰۰۰۲۹۳

۱۱۵ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۰ : ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۱۱۵ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۰ : ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۱۱۵ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۲۵

$$\left(\frac{3}{4953} - 1\right) \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3360}{4953} = \frac{4955}{4953} \times \frac{1}{2} =$$

۱۱۵ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۱۱۵ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

(۳۰۱۲۱۶۳)

۹۱۶۴۶۴۱۸۳ =

۹۱۶۴۶۴۱۸۳

۹۱۶۴۶۴۱۸۳ : ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

۵۰ = ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸ : ۹ : ۱۰ : ۱۱ : ۱۲ : ۱۳ : ۱۴ : ۱۵

$$۴۴۱۵۰ = \frac{۳}{۲} = ۴۴۱۵۰ \text{ اور } ۱۰۰ = \frac{۳}{۲} = ۴۴۱۵۰$$

$$۲۹۱ = ۲$$

فرصت کو کہ ب = ۱۰۰ اور کس = ۸۰

۳۴

$$\text{مس } \frac{۱}{۲} (ب - س) = \frac{ب - س}{۲} = \frac{۱}{۲} \text{ مم } = ۳۰$$

$$\frac{۳}{۲} = \frac{۳۳}{۲}$$

$$\text{بل مس } \frac{۱}{۲} (ب - س) = ۱۰ + \text{لوگ } (۳) = ۱۰$$

$$\frac{۳}{۲} \text{ لوگ } ۳ = ۳۲۳۲۸۶۹$$

$$\text{بل } \frac{۱}{۲} (ب - س) = ۱۰ + ۳۲۳۲۸۶۹ \text{ اور } \frac{۱}{۲} (ب + س)$$

$$۹۰ = ۹۰ : ب = ۶۰۳۵۳۲۸۶۹ \text{ اور } ۳ = ۳۲۳۲۸۶۹$$

فرصت کو کہ ب = ۱۰ اور س = ۳

۳۶

$$\text{مس } \frac{۱}{۲} (ب - س) = \frac{ب - س}{۲} = \frac{۱}{۲} \text{ مم } = ۴۰$$

$$\frac{۱}{۲۸۱۳} = \frac{۱}{۳۳۱۳} =$$

$$\text{بل مس } \frac{۱}{۲} (ب - س) = ۱۰ + \text{لوگ } \frac{۱}{۲۸۱۳} = ۱۰$$

$$\frac{۱}{۲} \text{ لوگ } ۳۸ = ۳۸ - ۱۰ = \frac{۱}{۲} (۱۱۴۸۱۲۳۱۲) = ۹۵۱۵۹۳۶۹$$





اسی طرح ل س ۹ ۹ = ۴۹ = ۳۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹  
 ۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹  
 ۳ ۵ = ۱۰ ۶ ۰ ۰ ۰ ۳ ۴ ۵ ۶

∴  $\frac{1}{4}$  (ک-ب) = ۹ ۹ = ۴۹ = ۳۰۳ اور  $\frac{1}{4}$  (ک+ب) = ۹۰

∴ ک = ۹۹ = ۴۹ = ۳۰۳ اور ب = ۱۰ = ۹۰

جب س =  $\frac{1}{4}$  جب ک اور ل جب س = ل جب ک +

لوگ س - لوگ ک

= ل جب ک + لوگ س - لوگ ک = ۲ = ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰

۲ = لوگ ک

= ۱۰ = لوگ ک ∴ لوگ جب س = - لوگ ک = ۲

لوگ  $\frac{1}{4}$

∴ جب س =  $\frac{1}{4}$  ∴ جب س = ۱۵ = ۳۰ اور ۱۵

فرض کر دیکہ کس ظاہر کرتا ہے قاعدہ کو - اور ج ارتفاع

معلوم کو بموجب دفعہ ۱۶۸ کے بائیں طرف کی شکل کو ہم

ر کہتے ہیں مم ب =  $\frac{1}{4}$  اور مم س =  $\frac{1}{4}$

∴ مم ب + مم س =

س

س

$$\frac{b + s}{c} = \frac{m}{c} \dots (1)$$

نیز ب = س فرماہین معلوم ہے

∴ مم (ب - س) یہی معلوم ہوگئی اس کو مم سے تعبیر

$$\text{کر دے} \quad \frac{مم ب - مم س}{ب + مم ب - مم س} = م \dots (2)$$

پہلی اور دوسری مساوات سے ہم مم اور مم ب معلوم  
کر سکتے ہیں +

فرض کر دے کہ ا اور ب اور س ضلعوں کو ظاہر کرتے ہیں

اور ل اور م اور ن جداگانہ مقابل کے زاویوں کے ان پر عمود

ہیں تو اول = ب م = س ن اس لئے کہ ہر ایک ان مثلثوں

میں سے مثلث کا دو گونہ رقبہ ظاہر کرتا ہے اس لئے اضلاع

ا اور ب اور س عمود ہائے ل اور م اور ن سے معکوساً

متناسب ہیں اس طرح اضلاع کی نسبتیں معلوم ہو گئیں

اور اس لئے مثلث کے زاویہ بھی دفعہ ، اسکے ذریعہ سے

معلوم ہو سکتے ہیں تب ضلعوں کے حقیقی طول دریافت

کر سکتے ہیں کیونکہ ل = س جب ب اور ل اور ب معلوم

س

پہن لپس سے معلوم ہو جائیگا  
تب اگر اور بت نتیجہ سے معلوم ہو سکتو ہیں جبکہ ضلعوں کے  
نسبتیں معلوم ہیں

## باب چھارم

دیکھو دفعہ ۹ کی شکل کو زاویہ پ ب س = ۶۰  
اور زاویہ ب ا س = ۴۰ : زاویہ پ ب س = ۴۰  
نیز زاویہ ب = ۴۰ فٹ چھو کر پ ا ب زاویہ = زاویہ پ ب س  
تو ہم رکھتے ہیں پ ب = ا ب = ۴۰ : زاویہ پ ب س  
س = پ ب ب = ۶۰ : زاویہ پ ب س = ۲۰ : زاویہ پ ب س  
اور ب س = ب پ ب = ۶۰ : زاویہ پ ب س = ۲۰

فرض کرو کہ اس جڑ ہانے سے س میں گذر کر اس افقے سطح  
سے جو کہ بت کو شامل ہے نقطہ و پرتا ہے تب زاویہ ا ب س  
= ۶۰ اور زاویہ س ب ا = ۴۰ : زاویہ ا ب س  
= ۴۰ اور ا ب س = ۴۰ : زاویہ ا ب س

س

س

$$۱۵ = ۱۲۵ - ۱۰۰ - ۱۰۰ = ۱۵$$

$$\frac{۱۲۵}{۱۵} = \frac{\text{جب اس ب}}{\text{بس جب اس}} = \frac{\text{جب اس ب}}{\text{بس جب اس}}$$

$$\frac{۱-۳۱}{۳۱} \div \frac{۱}{۳۱} =$$

$$= \frac{۲}{۱-۳۱} \therefore \text{جب اس} = \frac{۱۶۶۰ \times ۲}{۱-۳۱} \text{ گزوں کے}$$

اور پھار کی بلندی = جب اس = ۹۰ = جب اس

$$= \frac{۳۱ \times ۱۶۶۰}{۱-۳۱} =$$

$$\frac{(۱+۳۱) \times ۱۶۶۰}{۲} = \frac{۳۱(۱+۳۱) \times ۱۶۶۰}{(۱+۳۱)(۱-۳۱)}$$

$$= (۳+۳۱) \times ۸۸۰ =$$

فرض کرو کہ چ ظاہر کرتا ہے بلندی مینار کی گزوں میں تب

$$\frac{۱}{۳۱} = \text{مس} \therefore \frac{۱}{۳۱} = \text{ح} \therefore \frac{۱}{۳۱} = \text{ح}$$

فرض کرو کہ چ ظاہر کرتا ہے بلندی مینار کی اور اسے جڑہ

کے فاصلہ کو د ظاہر کرتا ہے اور سی ب سے جڑہ کے فاصلہ

کو + تو د = ح مم ۳۱ اور سی = ح مم ۱۵ لیکن سی - د

س

س

$$= \text{ج} \cdot \text{ع} (\text{م} - \text{م} - \text{م} \cdot \text{م})$$

$$= \text{ج} \cdot \text{ع} \left\{ \text{م} - \frac{\text{م} + \text{م}}{2(1 - \text{م})} \right\}$$

$$\therefore \text{ج} \cdot \text{ع} \left( \text{م} - \frac{\text{م} + \text{م}}{2(1 - \text{م})} \right) = \text{ج} \cdot \text{ع} (\text{م} - \text{م})$$

$$= \text{ج} \cdot \text{ع} (\text{م} - \text{م}) = \text{ج} \cdot \text{ع} \frac{\text{م} - \text{م}}{(1 - \text{م}) \text{م}} = \frac{(\text{م} + \text{م})(\text{م} - \text{م})}{(\text{م} + \text{م})(1 - \text{م}) \text{م}}$$

$$= \frac{\text{ج}}{\text{م} + \text{م}} = \frac{\text{ج} \text{ م}}{(\text{م} + \text{م}) \text{ م}}$$

فرض کرو کہ  $\text{ج}$  ظاہر کرتا ہے آنکھ دیکھنے والی آنکھ کو اور  
ب غبارہ کے وسط ظاہر کرتا ہے تو زاویہ ان خطوط مستقیم

سے بنایا گیا ہے جو کہ غبارہ کو مس کرتے ہوئے ایسے

عمومی سطح میں کھینچے گئے ہیں جو کہ  $\text{ب}$  کو شامل ہے

$$\therefore \text{ب} = \text{ج} \cdot \text{ع} \cdot \text{م}$$

$\therefore \text{ب} = \text{م} \cdot \text{ج} \cdot \text{ع}$  اور غبارہ کی مرکز کی بلندی

$\therefore \text{ب} = \text{ج} \cdot \text{ع} \cdot \text{م}$  اور بلندی وسط بین کی  $= \text{ج} \cdot \text{ع}$

$$\text{ب} = \text{ج} \cdot \text{ع} = \text{ج} \cdot \text{ع} \cdot \text{م}$$

فرض کرو کہ  $\text{ج}$  ظاہر کرتا ہے اس جگہ کو جو کہ اسی خط مستقیم

ہے جس میں  $\text{ب}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$

مستقیم میں ہے جس میں  $\text{ب}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$  اور  $\text{ج}$  اور  $\text{ع}$  اور  $\text{م}$

س

س

میں ہے جس میں ب و س ہیں تو وہ اور پ اور ق ایک  
ایسے خط مستقیم ہیں جو کہ ا ب سے زاویہ قائمہ بناتا ہے

اور فرض کرو کہ  $د پ = پ اور د ق = ق$

فرض کرو کہ  $ا پ = و = ا اور پ ق = و = ب$

تو  $ا و = پ مس ا اور و ب = ق مس ب$

اسی طرح  $ا ب = س ق مس ب - پ مس ا$

اور مثلث ا ب س کے زاویہ معلوم ہیں اس واسطے کہ

$ا ب ق = ق - ب اور و ا پ = پ - ا$

اس لئے اس اور ب س معلوم کر سکتے ہیں۔

اس زاویہ کی مس جسکو ا ب سے پر بناتا ہے =  $\frac{ا ب}{ا و}$  اور

مس اس زاویہ کے جسکو س د سے پر بناتا ہے =  $\frac{س د}{س و}$

$= \frac{س و}{س ا} :: \frac{ا ب}{ا و} = \frac{س د}{س و} = \frac{ا ب}{ا و} = \frac{س د}{س و}$

$\frac{ا ب}{ا و} = \frac{س د}{س و}$

(ا ب) (س و)

$:: (س و) (ا ب) = (ا و) (س د)$   
(ا ب) (س و)

مس

$$\frac{۱ ب ۱}{(س د) - (ا ب)} = \frac{۱ ب ۱}{۲}$$

لیکن (س د) = (ا ب) = ۱ ب ۱

$$\frac{۱ ب ۱}{۲} = \frac{۱ ب ۱}{۲}$$

اور جم ب ی کس = (۱ ب ۱) + (س د) - (ب س)

$$\frac{(س د) + (ا ب) + (د س) - (ا ب) + (د س)}{۲}$$

۲ ی ب د ی کس

$$\frac{(س د)}{۲}$$

۲ ی ب د ی کس

لیکن فکر سے جم ب ی کس = جم د ی کس

$$\frac{۱ ب ۱}{۲} = \frac{۱ ب ۱}{۲}$$

یعنی ۱ ب ۱ = ۱ ب ۱

$$\frac{۱ ب ۱}{۲} = \frac{۲ (د س)}{۲}$$

۲ ی ب د ی کس

درمکرو کہ علم کی چوٹی اوستے اور ب بینار کی چوٹی ہے اور  
س بینار کے جڑہ اور می آنکھ اور می سے می داس  
انستی پر جو کس مین سے گذرتی ہے عمود کہینچو

توز او یہ پت می کس = ب ی کس

اب جب ب ی کس = ب ی کس

س



$$= \frac{\text{ب} + \text{ا} + \text{پ} - \text{ح} \text{ ا}}{\text{ا} - \text{ب}}$$

$$\therefore \text{می س} = \text{ب} \left\{ \frac{\text{ا} + \text{پ} - \text{ح} \text{ ا}}{\text{ا} - \text{ب}} \right\}$$

فرض کر دو کپ ظاہر کرتا ہے مینار کی چوٹی کو اور پ سے زمین

پر پ ق عمود کینچ تو پ ق = ح

فرض کر دو کپ ظاہر کرتا ہے مینار کے قاعدہ سے ق کے

فاصلہ کو اور د + ق کا مشاہدہ کے ایک مقام سے

فاصلہ ہے اور اس سطح د + ب ق کا مشاہدہ کے دوسرے

مقام سے فاصلہ ہے سطح

$$\text{مم} \text{ ہ} = \frac{\text{د}}{\text{ح}}$$

$$\text{مم} \text{ ا} = \frac{\text{د} + \text{ق}}{\text{ح}}$$

$$\text{مم} \text{ ب} = \frac{\text{د} + \text{ق}}{\text{ح}} \therefore \text{ح} \text{ مم} \text{ ا} = \text{د} + \text{ق}$$

$$\text{ح} \text{ مم} \text{ ب} = \text{د} + \text{ب}$$

$$\therefore \text{ح} = \frac{\text{ب} - \text{ق}}{\text{مم} \text{ ا} - \text{مم} \text{ ب}}$$

اور د = ح مم ا - د =  $\frac{\text{ب} - \text{ق}}{\text{مم} \text{ ا} - \text{مم} \text{ ب}} (\text{ا} - \text{ب})$  -  $\frac{\text{ق} - \text{ب}}{\text{مم} \text{ ا} - \text{مم} \text{ ب}}$

$$= \frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{مم} \text{ ا} - \text{مم} \text{ ب}}$$

$$\text{مم} \text{ د} = \text{مم} \text{ ا} - \text{مم} \text{ ب}$$

س

سن

اسی طرح مس ۵ =  $\frac{ج}{د}$  =  $\frac{ب}{ا}$  -  $\frac{ا}{ب}$   
 فرض کرو کہ د ظاہر کرتا ہے اور آ  
 زاویہ ہے جو کہ بنا رہتا ہے  
 د = ب مس ۵

اور د + ۱ = ب مس { ۵ + ج }

د + ۱ =  $\frac{ب (مس + ۵ + مس ج)}{ا - مس ۵ مس ج}$

=  $\frac{د + ب مس ج}{ا - مس ج}$

اس طرح ہم مساوات چوتھے درجے کے ڈ کے معلوم

کرنیکے واسطے رکھتے ہیں +

فرض کرو کہ د ظاہر کرتا ہے وریاکی چوڑائی کو فونٹین فرض  
 کرو کہ ا ظاہر کرتا ہے اس زاویہ کو جو ستون سے بنتا ہے  
 اور ب وہ زاویہ ہے جو کہ ستون اور پتھر کی تصویر سے  
 بنتا ہے +

سن

اسی طرح مس ۱ =  $\frac{۲}{۳}$

اور مس پ =  $\frac{۲۳}{۲}$  = مس (پ - ا) =

$$\frac{\frac{200}{2} - \frac{230}{2}}{\frac{230 \times 200}{20} + 1} =$$

$$= \frac{230}{240000 + 20} \text{ لیکن یہ گیس (ب-ا) =}$$

$$\frac{230}{240000 + 20} = \frac{4}{2} \therefore \frac{4}{2}$$

$$\therefore 205 = 240000 + 20$$

$$\therefore 20 = 11500 = 115 \times 10$$

س ۱۲  
گہر کا وہ حصہ جو افقی مستقیم خط کے اوپر واقع ہے ایک زاویہ ۹۰° کا بناتا ہے اور اس سطح گہر کی چوٹی کی بلندی ویرچہ سے اوپر ۳۰ مس ۹۰ فٹ ہے اور گہر کا وہ حصہ جو کہ افقی مستقیم خط کے نیچے واقع ہے ایک زاویہ ۳۰° کا بناتا ہے اور اس سطح گہر کی بنیاد کا عمق ویرچہ سے ۳۰ مس ۰ فٹ ہے اسلئے

فاصلہ گہر کی بنیاد کا چوٹی سے فٹوں میں =

$$30 \text{ مس } 90 + 30 = 30 (\text{مسم} + \frac{1}{\text{مسم}})$$

$$= \frac{30}{\text{مسم}} = 30 \text{ مسم } \frac{1}{4}$$

س ۱۳  
ہر ایک آتشدان کی بلندی کو ۵ فٹ فرینٹ کر دو اور انہی ویر

فاصلہ کو ہی فرض کرو۔ مشاہدہ کے اول مقام کا قریب کے آئندہ ان سے فاصلہ دسٹن ہے اور اس لئے مشاہدہ کے

$$\begin{aligned} &\text{دوسرے مقام کا فاصلہ } [ (200 + 40) \times 40 ] \text{ ہے} \\ &\text{اس طرح } [ (200 + 40) \times 40 ] = 200 \times 40 = 8000 \\ & (200 \times 40) = 8000 \\ & 40 = 200 \times 40 \end{aligned}$$

دو دسٹن = ۴۰ × ۲۰۰ = مشاہدہ کے اول مقام کا دور کے آئندہ ان سے ۴۰ - دسٹن ہے اور اس لئے مشاہدہ کے

$$\begin{aligned} &\text{دوسرے مقام کا فاصلہ } [ (200 + 40) \times 40 ] \text{ اس طرح} \\ & [ (200 + 40) \times 40 ] = 200 \times 40 = 8000 \\ & 40 = 200 \times 40 \\ & 40 = 200 \times 40 \end{aligned}$$

فرض کرو کہ پ چیز ہے اور پ ق کپ سے اس علم افقی پر عمل دیکھنا ہوا فرض کرو جو کہ آ اودب اور سن کو مشتعل ہے

$$\text{فرض کرو پ ق = د اور س ق = می}$$

فرض کرو زاو پ پ لوق کوہ

$$\text{تو پ ب ق = ۵۲ اور پ س ق = ۵۳}$$

سج

$$\frac{د}{سی + ا + ب} = \text{اسی طرح مس ۵}$$

$$\text{اور مس ۵۲} = \frac{د}{سی + ب} \text{ اور مس ۵۳} = \frac{د}{سی}$$

$$\therefore سی + ا + ب = \text{دمم ۵}$$

$$\text{اور سی + ب} = \text{دمم ۵۲}$$

$$\text{اور سی} = \text{دمم ۵۳}$$

$$\therefore ا = د (\text{دمم ۵} - \text{دمم ۵۲})$$

$$\text{اور ب} = د (\text{دمم ۵۲} - \text{دمم ۵۳})$$

$$\therefore \frac{ا}{ب} = \frac{د (\text{دمم ۵} - \text{دمم ۵۲})}{د (\text{دمم ۵۲} - \text{دمم ۵۳})}$$

$$= \frac{د \text{ جب } (۵ - ۵۲)}{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵} =$$

$$\text{اور ب} = د \left( \frac{\text{دمم ۵۲}}{\text{جب } ۵۲} - \frac{\text{دمم ۵۳}}{\text{جب } ۵۳} \right) =$$

$$= \frac{\text{دمم } (۵۲ - ۵۳)}{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۳} =$$

$$= \frac{\text{دمم ۵}}{\text{جب } ۵۲ \text{ جب } ۵۳} = \frac{د}{\text{جب } ۵۲ (۳ - ۳ - ۳) \text{ جب } ۵}$$

$$\text{اسی طرح جب ۵۲} = \frac{د}{ا}$$

$$\text{اور ۳ - ۳ - ۳ جب ۵} = \frac{د}{ب \text{ جب } ۵} = \frac{ا}{ب}$$

$$\frac{3}{4} = 3 - 2 = (1 - \text{جم } 52) = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} = 52 - (1 - \frac{3}{4})$$

$$1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{4} - 1 = \frac{3}{4} - (1 - \frac{3}{4}) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} + 2 - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{(3 - \frac{3}{4})(\frac{3}{4} + 1)}{\frac{3}{4}} =$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \left[ \frac{3}{4} + 1 \right] (3 - \frac{3}{4})$$

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ تب جب } 52 = \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \left[ \frac{3}{4} + 1 \right] (3 - \frac{3}{4})$$

$$= 25 = \frac{3}{4} (3 - \frac{3}{4}) (\frac{3}{4} + 1)$$

$$25 = \frac{3}{4} (3 - \frac{3}{4}) (\frac{3}{4} + 1)$$

$$\therefore 39 = \frac{3}{4} + 50 - \frac{3}{4} = 25$$

$$\therefore (3 - \frac{3}{4}) (\frac{3}{4} + 1) = 25$$

۱۳۰ ب - ۱۵ = .

۱۵

فرض کرو کہ مینار کی بلندی  $W$  گز ہے تو  $W$  سے مینار کے پائون تک  $W$  اور اس کے مینار ہمیشہ اسی زاویہ پر کھڑا ہے مشابہہ کنندہ اس میں حرکت کرتا ہے کہ مینار ہمیشہ ایک ہی زاویہ بناتا ہے اس لئے ضرور ایک ایسے دائرہ کی قوس بنیگی جس کا مرکز مینار کے پاؤں میں ہے اور جبکہ مینار کی سطح شمال سے شمال مشرق کی طرف بدلتی ہے تو وہ محیط کے  $\frac{1}{4}$

حصہ کو ضرور طے کریگا +

اس لئے  $\frac{22.5}{360} \times 100 = 6.25$

۳۰۰ مس ۱۵ = ۹

فرض کرو کہ  $W$  ظاہر کرتا ہے چیز کو جو کہ سڑک سے دور ہے اور  $B$  ظاہر کرتا ہے اس چیز کو جو کہ سڑک کے پاس ہے +

اور  $S$  وہ نقطہ ہے جہاں کہ  $W$   $B$  پر زاویہ بناتا ہے اور

$W$  دیکھنے کی جگہ کا دوسرا مقام ہے یہ جاننا گیا ہے کہ نقطہ

$S$  ایسا کہ نقطوں  $W$  اور  $B$  اور  $S$  کے گرد جو دائرہ کھینچا جائے

تو  $S$  دیکھنے میں  $W$  کے اقلیدس پر تو پیشہ صاحب کے

نوٹوں کو صفحہ ۳۰۰ میں دیکھو +

۱۶

∴ زاویہ ب س و برابر ہے زاویہ ب ک س اور اس کو ہ سے  
تعبیر کرو

ہ سے ظاہر ہوتا ہے تو زاویہ ک ب س = ہ + ب

اور نیز =  $\pi - ہ - ک$

∴  $ہ + ب = \pi - ک - ب$

اب  $\frac{ب}{س} = \frac{ب}{ب + ہ}$

∴ ب س =  $\frac{ب^2}{ب + ہ}$

اور  $\frac{ک}{ب س} = \frac{ک}{ب + ہ}$

∴ ک ب =  $\frac{ک^2}{ب + ہ}$

$\frac{۲}{ب + ہ} = \frac{ک^2 + ب^2}{ب + ہ}$

$\frac{۲}{ب + ہ} = \frac{ک^2 + ب^2}{ب + ہ}$

$\frac{۲}{ب + ہ} = \frac{ک^2 + ب^2}{ب + ہ}$

فرض کرو کہ اقلد کو ظاہر کرتا ہے اور ب جہاز کے پہلے

حالت کو اور س دوسری حالت کو بڑاؤ ب س کو نقطہ س

۶۲ میں سے گذرتا ہو کسی نقطہ ہی تک تب زاویہ ک ب س =  $\frac{۱}{۲}$

اور زاویہ ک س ہ =  $\frac{۱}{۲}$

∴ زاویہ ب ک س =  $\frac{۱}{۲}$

ش

$$\frac{\text{جب } (96 \frac{1}{2} - 180)}{\text{جب } 95} = \frac{\text{جب } 180}{\text{جب } 180} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

$$= \frac{1}{96} \div \frac{180 + 180}{180} =$$

$$\frac{180 + 180}{180} = \frac{180 + 180}{180}$$

$$\text{ب: } \frac{180 + 180}{180} = \frac{180 + 180}{180} \text{ م} = \text{ب}$$

$$\frac{\text{جب } 180}{\text{جب } 95} = \frac{\text{جب } 180}{\text{جب } 180} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$$

$$= \frac{1}{95} \div \frac{180 - 180}{180} =$$

$$\frac{180 - 180}{180}$$

$$\text{ا: } \frac{180 - 180}{180} = \frac{180 - 180}{180} \text{ م} = \text{ا}$$

دیکھو مثال ۱۸۷

فرض کرو کہ جہاز کی پہلی حالت ب ہے اور آقریبی روٹنے گھر اور ب دور کا روشنی گھر اور ق دوسری حالت جہاز

کی +

تو زاویہ ب ق پ = ۹۵

اور ا ق پ = ۹۵

۱۸۷

∴ زاویہ ب س د برابر ہے زاویہ ب ک س اور اس کو ہ سے  
تعبیر کرو

$$ہ سے ظاہر ہوتا ہے تو زاویہ ک ب س = ہ + ہ$$

$$\text{اور نیز } ۱ - ہ - \pi = ۱$$

$$\therefore ۵ + ہ - \pi = ۱ - ۱ - \pi$$

$$\text{اب } \frac{۲}{۳} = \frac{\text{ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

$$\therefore \text{ب س} = \frac{\text{س ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

$$\text{اور } \frac{۱}{۵} = \frac{\text{ج ب ب}}{\text{ج ب ہ}}$$

$$\therefore \text{ک ب} = \frac{\text{س ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\text{س ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\text{س ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\text{س ج ب ب}}{\text{ج ب (ہ + ہ)}}$$

فرض کرو کہ اقلہ کو ظاہر کرتا ہے اور ب جہا ز کے پہلے

حالت کو اور س د دوسری حالت کو بڑاؤ ب س کو نقطہ س

۶۲ میں سے گذرتا ہو کسی نقطہ ہی تک تب زاویہ ک ب س = ۱

$$\text{اور زاویہ ک س ی} = ۱$$

$$\therefore \text{زاویہ ب ک س} = ۵$$

ش

$$\frac{\text{جب } (۱۸۰ - ۱۶۶\frac{1}{2})}{\text{جب } ۴۵} = \frac{\text{جب } ۱۸۰}{\text{جب } ۱۸۰} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

$$= \frac{1}{۴۵} \div \frac{۱۸۰ + ۲۱}{۲۱} =$$

$$\frac{۱۸۰ + ۲۱}{۲} = \frac{۱۸۰ + ۲۱}{۲۱}$$

$$\frac{۱۸۰ + ۱۶۶\frac{1}{2}}{۲۱} = \frac{۱۸۰ + ۲۱}{۲۱} = \text{ب} = \text{ب}$$

$$\frac{\text{جب } ۱۶۶\frac{1}{2}}{\text{جب } ۴۵} = \frac{\text{جب } ۱۸۰}{\text{جب } ۱۸۰} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$$

$$= \frac{1}{۴۵} \div \frac{۱۸۰ - ۲۱}{۲۱} =$$

$$\frac{۱۸۰ - ۲۱}{۲۱}$$

$$\frac{۱۸۰ - ۱۶۶\frac{1}{2}}{۲۱} = \frac{۱۸۰ - ۲۱}{۲۱} = \text{ا} = \text{ا}$$

دیکھو مثال ۱۸۰

فرض کرو کہ جہاز کی پہلی حالت ب ہے اور دوسری حالت  
گھر اور ب دور کا روشنی گھر اور ق دوسری حالت جہاز

کی +

تو زاویہ ب ق پ = ۴۵

اور ا ق پ = ۱۶۶ 1/2

۱۸

۹۰ زاویہ ق ک پ =  $\frac{1}{4}$

$$\frac{ب ق}{ب ا} = \frac{جیب ک ق}{جیب ب ق}$$

$$= \frac{جیب (۹۰ - ۱۸۰)}{جیب \frac{1}{4}} = \frac{جیب \frac{1}{4}}{جیب \frac{1}{4}}$$

$$جیب \frac{1}{4} = \frac{۲۲}{۲۲} = ۱$$

بموجب مثال ۱۸۰

$$\therefore ب ق = \{۱ + ۲۶\} ۸$$

$$اور پ ق = ب ق جب ۵ مم =$$

$$۲۶ مم + ۸ = \frac{(۱ + ۲۶) ۸}{۲۶}$$

فہمکرو کہ اظاہر کرتا ہے چوٹی روشن گھر کی اور پ  
مستول کی چوٹی جو کہ پہلے مشاہدہ میں معلوم ہوتے تھے  
اور س مرکز زمین کا ایک خط کہینچو پ سے ایک اور زمین  
کو ب پر مس کرے اور فہمکرو کہ زمین کا نصف قطر فٹون

$$میں ہے تو پ ب =$$

$$۲(پ س) - ۲(ب س) =$$

$$= ۲(۴۴) + ۴۴ \times ۲۶ = ۵ - ۲(۴۴ + ۲۶) =$$

۱۹

= ۶۴۲۲۲۱ بہت قریب کیونکہ رک (۶۴۲۲۱) کے ساتھ بہت سے مقابلہ کیا گیا ہے +

بھیک اسی طریقہ میں اگر قجھاز کے تختہ کو دو سر مشابہہ میں ظاہر کر دے تو

ق ب = ۱۶۲۲۲۱ اب چونکہ پ س ب

ایک بہت چھوٹا زاویہ ہے تو ہم اس سب سے کہ مس ہ بہت

ہی قریب ہ کے برابر ہے جبکہ بہت چھوٹا ہے خط مستقیم

پ ب کو اس قوس کے برابر خیال کرتے ہیں جو کہ پہلے مشابہہ

میں ب سے جھاز کے فاصلہ کو اندازہ کرتی ہے اور ایسا ہی

ہم خیال کرتے ہیں ق ب کو اس قوس کے برابر جو کہ دوسری

مشابہہ میں ب سے جھاز کے فاصلہ کو اندازہ کرتی ہے +

اسی طرح دونوں مشابہہوں کے درمیان جھاز اوپر چل گیا ہے +

۱۶۲۲۲۱ - ۶۴۲۲۲۱

یعنی ۲۱ یعنی آر ہے گھنٹہ میں وہ چل چکا ہے

۵۲۸۰۰۰۰۰۰ فیٹ

نسبت ۸ فیٹ ۵۲۸۰۰۰۰۰۰ فیٹ ایک گھنٹہ کے

واسطے +

$$\text{یعنی } \frac{5280 \times 2800}{5280} \text{ میس فی گھنٹہ}$$

$$\text{یعنی } \frac{800}{5280} \text{ میس فی گھنٹہ}$$

$$\text{یعنی } \frac{50}{32} \text{ میس فی گھنٹہ}$$

یہ بہت قریباً  $\frac{3}{4}$  میس فی گھنٹہ ہے

فرض کرو کہ اظاہر کرتا ہے پہاڑ کی چوٹی کو اور ب  
قاعدہ کو اور ب س راستہ کے پہلے حصہ کو اور س  
راستہ کے دوسرے حصہ کو

اسے ای ایک عمود افقی سطح پر کھینچو جو کہ ب کو شامل  
ہے اور مفسد ذیل زاوے ہیں \*

$$ب ا س = \frac{\pi}{4} - س$$

$$س ب س = ا$$

$$س ا س = \frac{\pi}{4} - ب$$

$$ب ب ا س = ب - س$$

$$ا ب س = س - ا$$

$$ا س ب = \pi + ا - ب$$

$$ا ب = \frac{ا س}{ب س} = \frac{ن}{ب س}$$

س

$$\frac{\text{ب س}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ج ب ا س}}{\text{ج ا س ب}} = \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$= \frac{\text{ا س}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ج ب ا س}}{\text{ج ب ا س ب}}$$

$$\frac{\text{ج ب ا س}}{\text{ج ب ا س}}$$

$$\frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$\frac{\text{ب س} + \text{ا س}}{\text{ج ب (ب-ا س)}} = \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$= \frac{\text{ا ب} + \text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$= \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$= \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

$$\frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}} \times \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}} = \frac{\text{ج ب (ب-ا س)}}{\text{ج ب (ب-ا س)}}$$

فرض کرو کہ وہ چیز کے پاؤں کو ظاہر کرتا ہے اور ا د ب س کا  
مشاہدہ کے تین مقاموں کو ظاہر کرتے ہیں اور وہ ظاہر  
کرتا ہے چیز کی بلندی کو۔ تو وہ

$$= \text{د م م ا} \text{ اور } \text{د ب} = \text{د م م ب}$$

$$\text{اور } \text{د س} = \text{د م م س}$$

ہم مثلاً ا د س سے رکھتے ہیں  $\text{د م م ا} = \text{د م م س}$

۲۱  
س

+ ۱-۲ اور ۱-۲ میں کس حجم اس د  
 اور مثبت ب دس سے رکھتے ہیں ڈم ب =  
 ڈم کس + بٹا - ۲ ب ڈم کس جم ب س د  
 پہلی مساوات کو جسے ضرب دو اور دوسرے کو اس سے  
 اور جمع کرو

اسی طرح ڈا ب مم ا + ڈم ب =  
 = ڈب (ا + ب) + ڈا (ا + ب) ڈم س

ڈب (ا + ب) جب ا جب ب جب کس

۲۰۲

ڈا (جم ب جب س - جم س جب ب) جب ا + ب (جم ا جب س جم ب جب س)

ڈب (ا + ب) جب ا جب ب جب کس ÷

ا (جب س - جب ب) جب ا + ب جب س جب ا جب ب

فرض کرو کہ نیچے پہاڑی کے چوٹا ہے اور اونچی پہاڑی کے

چوٹی ق اور فرض کرو کہ ا مشابہ ہ کی پہلی سگھ کو ظاہر

کرتا ہے اور ب دوسری کو اور س تیسری کو اور پ اور

ڈ سے پ م اور ق ن کہنچو جو کہ جدا گانہ اس افعی پر جو کہ

ا اور ب اور کس کو شامل ہے عمود ہوں +

فرض کرو کہ پ م صح اور ق ن = ح تو کم صح مم ا اور

۲۲

$$1م = 1ب + 1س + 1م =$$

$$س + 1 + 1م = 1ب$$

$$1ب = 1م + 1س + 1م = 1ب$$

$$1ب = 1م + 1س + 1م = 1ب$$

$$1 + 1س =$$

$$1ب = \frac{(1س + 1)ب}{1ب - 1م}$$

$$\frac{1ب}{1م} = \frac{1ق}{1پ} = \frac{1ج}{1ح}$$

$$\frac{1ق - 1ب}{1م - 1س} = \frac{1ق - 1ب}{1م - 1س}$$

اس طرح چونکہ ہر قسم کو ح معلوم ہو گیا ہے ہم ح کو معلوم

کر سکتے ہیں +

فرض کر دو کہ ح فیٹ مینار کے ارتفاع کو ظاہر کرتا ہے اور

اے سو بج کے سایہ کو دوپہر کے وقت اور فاصلہ

مینار کے تختہ و خندق کے کنارہ کے درمیان ح م ۶۰

ہے اس لئے مینار کے تہ اور سایہ کے نیچے کے درمیان

۲۳  
س

فاصلہ ح مم ۹۰ + ۵ نم دوپہر کے وقت ہے  
 ح مم ۹۰ + ۱۲۰ اس وقت ہے جبکہ سورج ٹھیک جنوب  
 کی طرف ہی سایہ کی سمتیں زاویہ قائمہ پیدا کرتے ہیں اسلئے

$$ح مم (۹۰ + ۵) + (ح مم ۹۰ + ۱۲۰) =$$

$$= (۳۷۵) + \frac{۲۲}{۳} + ۱۶۵ \times \frac{۲۲}{۳} + (۳۷۵)$$

$$(۱۲۰) = (۳۷۵)$$

$$۱۲۴۲۰۰ = ۱۶۵ \frac{۲۲}{۳} + \frac{۲۲}{۳}$$

اس مساوات درج درجہ کو عام طرح حل کرنے سے ح  
 = ۸۰ اسلئے

یا - ۳۵ ۳ ۳۵ ان دو قیمتوں میں سے صرف مثبت قیمت

کارآمد ہے: ح مم ۱ - ح مم ۹۰ = ۳۵

$$\therefore ح مم ۱ = ح مم ۹۰ + ۳۵ = \frac{۲۵}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲۵}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲۶}{۲} = ۱۳$$

$$= \frac{۵}{۳۳}$$

$$\therefore مس ۱ = \frac{۳۳}{۵}$$

فرض کر دو کہ پ ظاہر کرتا ہے مینار کی چوٹی کو قوت زاویہ ہے  
 درمیان پ ۱ اور س ۱ کے جو کہ زمین سے گذرتا ہے

۳۳  
 ۵

اسی طرح زاویہ کس پ کز = ت - ک اور زاویہ

و پ س = کز - پ

تب  $\frac{وکس}{س پ} = \frac{جب و پ کس}{جب س و پ} = \frac{جب (ک-پ)}{جب پ}$

اور  $\frac{س ک}{س پ} = \frac{جب س پ ک}{جب س ک پ} = \frac{پ (پ-ک)}{(پ-ک)}$

$\frac{جب (پ-ک)}{جب پ}$

∴  $\frac{جب (ک-پ)}{جب پ} = \frac{جب (پ-ک)}{جب پ}$

∴ جب ک مم ب - مم ک = جم ک - جب ک مم پ

∴ مم پ = ۲ مم ک - مم ب

اب فرض کرو کہ ک اور ب اور پ مقابل ہیں ان مشاہدوں کے

مقاموں سے جو کہ ایک اور خط استقیم کس و مین ہیں

تو مم پ = د مم ک - مم ب

لیکن بموجب فرض کرنے ۲ مس ب = مس ک

∴ مم پ = ۰

∴ پ =  $\frac{\pi}{۲}$

اسطرح سے اس و زاویہ قائمہ بناتا ہے ایک ساتھ

∴ اس و افقی خط مستقیم ہے

و سے دم عمود اور پریکنچو۔

اور م سے م ن اس افقی سطح پر جو کہ د کو شامل ہے عمود

کنچو اور پ کو کو مین سے گذرتی ہوئے یہاں تک

ٹراؤ کہ اسی سطح سے فقط ق پرے

تو جب ہ = م د م ن جب س = م د اور

جم پ = م ن = م د

∴ جم پ = جب ہ جب س

جب ب = م د جب ا =

س م ا جب ا = م م جب ا

اسی طرح اگر ا = م د تو ہم رکھتے ہیں جب ب = م م م د

∴ پ = م م م د

تسیر فرم کر د کہ ا = م د م م م د

م کے محیط کا اندازہ ہے

تو جب ب = م م م د جب (م د م م م د)

∴ م م م د { جب م م م د م م م د } تقریباً

۲۵

فرض کر دو کہ  $b = \frac{a}{\sin C}$  کہ

اور قریباً جب  $b = \frac{a}{\sin C}$  کہ  $\sin C = \frac{a}{b}$

ماہ { جب  $\frac{a}{b} > 1$  جم  $\frac{a}{b}$  }

∴  $\sin C = \frac{a}{b}$  جم  $\frac{a}{b} > 1$  ماہ جم  $\frac{a}{b}$

∴  $\sin C = \frac{a}{b}$  جم  $\frac{a}{b} > 1$  ماہ  $\frac{a}{b} = \sin C$

اس طریق سے اگر  $b = \frac{a}{\sin C}$  کہ

تو ہم معلوم کرتے ہیں کہ  $\sin C = \frac{a}{b}$  - اس طرح قریباً

غلطی ب میں ہا سیکنڈ ہے

فرض کر دو کہ  $a$  اور  $b$  دو چیزیں دریا کے مقابل کے کنارہ

پر واقع ہیں اور فرض کر دو کہ  $a$  اور  $b$  اس کنارہ پر دو

نشان ہیں جب ایسا ہے تو  $a = b \sin C$  اور فرض کر دو

کہ  $a > b$  کے مقابل ہے اور  $C$  کے لئے  $a = b \sin C$

کی متوازی اور مساوی ہے اور فرض کر دو کہ  $a > b$  اور

$a = b \sin C$  پر تقاطع کرتے ہیں تو  $a = b \sin C$  ناویہ  $a = b \sin C$

اور  $b = \frac{a}{\sin C}$  ناویہ  $a = b \sin C$

∴  $\frac{a}{\sin C} = \frac{a}{\sin C}$  جب  $a = b \sin C$

∴  $\frac{a}{\sin C} = \frac{a}{\sin C}$  جب  $a = b \sin C$

۳۳

لیکن (پ ق) = (پ س) + (ق س) =

- ۲ پ س ق س . جم پ س ق اور ق س = کس  
 : س = (پ ک) + جب ک - ۲ جب ک جم (ک + ب)  
 جب (ک + ب)

فرض کرو کہ دظاہر کرتا ہے چوڑائی دریا کی اس لئے مثلث  
 ک پ ب کا رقبہ

=  $\frac{1}{2}$  دس اور پھر رقبہ =  $\frac{1}{2}$  پ ک د

پ ب جب ک پ ب = پ ک . پ س جب ک

=  $\frac{\text{پ ک جب ک جب پ}}{\text{جب (ک + ب)}}$  =  $\frac{\text{س جب ک جب ب جب (ک + ب)}}{\text{جب ک + جب ک - ۲ جب ک جم (ک + ب)}}$

فرض کرو کہ ک ب دظاہر کرتا ہے قلعہ کے ایک ضلع کو اور س ایک  
 مقام ٹھیک ک کے جنوب کی جگہ ہے اور د دوسرے مقام کو  
 : س د = ک

اور زاویہ ک س د = ۹۰

اور ک اور ب اور س اور د دایرہ کے محیط پر واقع ہوں گے  
 فرض کرو کہ سی تیسرے جگہ ہے

پس سی س د پر واقع ہے جو کہ

د میں سے بڑا یا گیا ہے اور د سی = ب

س

اور زاویہ ب می دایک قائم ہے  
 فرض کر دو کہ پ زاویہ ہے درمیان ل کے جو کہ زمین سے  
 گذرتا ہے

اور سی کے جو کہ می میں سے گذرتا ہے تب ل + ب =  
 ل ب جم ب

∴ ل ب = (ل + ب) قع پ

اور ب می = می مس ب سی

اور = می مس ب می

∴ (ل + ب) مس (ل - ۹۰ - ل) = ب مس ب ل مس

= ب مس (ل - ۹۰ - ب) اقلیدس ۳۳ ش ۲۲

ل سے ل م اس نقطے سطح پر عمود ڈالو جو کہ ٹرک کو شامل ہے

اور ل ن سیدھی ٹرک پر کھینچو

∴ جب ل = ل م

اور جب ب = ل ن

ایسا ہی تو سے ل م خط عمود افقی سطح پر کھینچو اور ل م کے

سیدھی ٹرک پر

تو جب ل = ل م

۲۸

اور جب  $\frac{ا ب}{ا ب} = \frac{ا ب}{ا ب}$

سطح یہ ظاہر کرتے ہیں کہ  $\frac{ا ب}{ا ب} \times \frac{ا ب}{ا ب} = \frac{ا ب}{ا ب}$

$\frac{ا ب}{ا ب}$

یا کہ  $ا ب = ا ب \times ا ب$  یا یہ کہ  $\frac{ا ب}{ا ب} = \frac{ا ب}{ا ب}$

اب اگر ڈیٹیک  $ا$  سے ٹرک کے کسی نقطہ پر پوشیدہ ہے

تو خط مستقیم اگر ٹرک  $ا$  میں سے گزرے تو ٹرک کو تقاطع

کریگا اور تب  $ا$  اور ٹرک سطح پر واقع ہونگے افقی سطح

کے ساتھ اس سطح کے میلان کا جب ظاہر کیا گیا ہے  $\frac{ا ب}{ا ب}$

سے اور نیز  $\frac{ا ب}{ا ب}$  میں برابر ہیں \*

اس گجھ دو حالتیں ہیں - فرض کر دو کہ  $ا ب$   $ق$  اور  $ب$   $پ$  ر

جدا گانہ  $ا ب$  اور  $ب$   $پ$  کی ایک ہی اطراف میں ہیں تو زاویہ

$ق$   $پ$   $ر =$  زاویہ  $ا ب$   $پ = ا ب$

فرض کر دو کہ زاویہ  $ا ب$   $ق$  اور  $ب$   $پ$  ر جدا گانہ  $ا ب$  اور

$ب$   $پ$  کی ایک ہی طرف ہیں تو زاویہ  $ر$   $ب$   $ق = ا ب - ا ب$

دو لہوں ہالتوں میں  $ا ب =$  رق کیونکہ اس دائرہ کا نصف

قطر جو کہ پانچ نقطوں  $ا$  اور  $ب$  اور  $پ$   $ق$  اور  $ر$  کے گرد جاتا ہے

$\frac{ا ب}{ا ب} =$

۲۹

اور نیز =  $\frac{ر ق}{ج ب ر پ ق}$

پہلے حالت میں  $ا ب = ا (ا + ب + ۲) + ۲ - ا ب$  جم  $(ا)$

دوسری حالت میں  $ا ب = ا (ا + ب + ۲) + ۲ - ا ب$  جم  $(ا)$

فرض کرو کہ  $و$  نوخط  $و$  س زاویہ  $ا$  س  $ب$  کے اندر گزرتے

ہیں اور فرض کرو کہ  $ا$  س =  $ا$  اور  $ا$  س =  $و$  پ تو ہم

مثلثوں  $ا$  س  $و$  اور  $ب$  س  $و$  سے ہم پاتے ہیں

دس =  $\frac{ا ب (پ + ا)}{ج ب ا}$  اور دس =  $\frac{ا ب (پ - ا)}{ج ب ب}$

∴ دس جب  $ا$  =  $ا (ج ب پ جم ا + جم پ جب ا)$

دس جب  $ب$  =  $ا (جم پ جم ب + جب پ جب ب)$

∴  $ا جب ب = دس جب ا (جم پ جب ب)$

جم  $(ا + س)$

مختور کرو اور جمع کرو اس طرح سے

$ا جم (ا + ب) = دس {جب ا (جم ب جب ب) + جب ا (جم ا)}$

{ جب  $(ا)$  }

= دس { جب ا + جب ا - ۲ جب ا جب ب جب ا (ا + ب) }

اس طرح سے دس =  $\frac{ا جم (ا + ب)}{جب ا + جب ب - ۲ جب ا جب ب جب ا (ا + ب)}$

ایک ایسی ہی مثال  $و$  س کے واسطے  $ا$  اور  $ب$  کے اصطلاحوں

س

میں پائے جاویں گی تب  $وَسْءُ = وِسْءُ + وَا - اس سے$   
 کہ معلوم ہو جاتا ہے اور تب  $کُوب = کُومِا$  ایسا ہے  
 سوال خطوط وس اور وِسْ کے کسی اور حالت کے واسطے  
 حل کیا جائیگا۔

فرہن کرو کہ اظہر کرتا ہے سورج کا ارتفاع تو مس  $کُ =$

$$۲ = \frac{۱۵۰}{۷۵}$$

∴ دل مس  $کُ = ۱۰ + ۱۰$  لوگ ۲

$$۱۰۶۳۰۱۰۳۰۰ \quad ۱۰۶۳۰۱۳۱۵۳ \quad ۱۰۶۳۰۱۰۳۰۰$$

$$۱۰۶۳۰۰۹۹۹۴ \quad ۱۰۶۳۰۰۹۹۹۴$$

$$۶۰۰۰۰۳۰۶ \quad ۶۰۰۰۳۱۵۹$$

$$۶۰۰۰۳۱۵۹ : ۶۰۰۰۳۰۶ :: ۶۰ : ۶$$

$$∴ ۶ = ۶۰ : ۶ = ۱۰ : ۱$$

رفعت ۱۹۳ کے شکل نو

یہاں پ ب س = ۵۵

اور پ ک س = ۸۴

اور ک ب = ۳۰ فیٹ

$$\frac{۸۴}{۶} = \frac{۳۰}{۶} = \frac{۵۵}{۶}$$

س

س

∴ پ پ =  $\frac{۳۰ \text{ جب } ۸۴ \text{ جب } ۵۳}{\text{جب } ۲}$

ب س = ب پ جم پ ب س =

ب پ جم ۵۵ = ب پ جب ۵۳

=  $\frac{۳۰ \text{ جب } ۸۴ \text{ جب } ۳۵}{\text{جب } ۲}$

لوگ ب س = لوگ ۳۰ + ل جب ۸۴ - ۱۰ =

ل جب ۳۵ - ۱۰ - (ل جب ۲ - ۱۰) =

= ۹۶۶۵۸۵۹ + ۹۶۶۶۱۰۶ + ۱۶۳۶۶۱۲ =

= ۲۶۰۲۰۸۹ = ۱۰ - ۹۶۰۸۵۸۹ =

∴ ب س = ۱۰۳۶۹۳ =

ظاہر کرتا ہے میلان کو توجیب ل =  $\frac{۱۰۰}{۳۹۶۳} = \frac{۱۰۰}{۱۹۶}$

س ۳۳

∴ ل جب ل = ۱۰ + لوگ ۱۰۰ - لوگ (۳۹۶۳) =

= ۱۲ - ۲ لوگ ۲ - ۲ لوگ ۳ = ۹۶۶۰۶۶۳ =

۹۶۶۰۶۶۳                      ۹۶۶۵۶۸۲

۹۶۶۰۶۶۱                      ۹۶۶۵۶۶۱

---

۶۰۰۰۱۳                      ۶۰۰۰۲۱

۳ : ۴ : ۶ : ۱۳ : ۶ : ۰ : ۰ : ۰ : ۲۱

∴ ۳۶ =

∴ ۱ = ۳۰ م، ۴ م

فرمن کرو کہ ڈیٹلو کا نقطہ تقاطع ہے اور ب چوٹے پر  
مشاہدہ کا مقام ہے اور پت چنیر کی چوٹی اور س سے پ ب  
کو ب میں سے یہاں تک بڑا ہو کہ اس افقی خط سے جو کہ ر  
کو شامل ہے نقطہ پر ملے اور دو کو ا میں سے کسی نقطہ  
سی تک بڑا ہو تب کہ ب = ۶۴ فیٹ اور مفصلہ ذیل معلوم

زاویہ ہیں +

س کی = ۶۰

ب ا د = ۳۰ ب د ا = ۴۰ ب پ س = ۹۰ - ۴۰ = ۵۰

∴ ب ا س = ۸۰ اور ب س ا = ۲۰

پ ب س = ۳۰

$\frac{\text{پ س}}{\text{ب ا د}} = \frac{\text{ب س ا}}{\text{ب پ س}} = \frac{\text{ب ا س}}{\text{ب پ س}}$

$\frac{\text{پ س}}{\text{ب س}} = \frac{\text{ب س ا}}{\text{ب پ س}} = \frac{\text{ب ا س}}{\text{ب پ س}}$

∴  $\frac{\text{پ س}}{\text{ب ا د}} = \frac{\text{ب س ا}}{\text{ب پ س}} = \frac{\text{ب ا س}}{\text{ب پ س}}$

∴  $\frac{\text{پ س}}{\text{ب ا د}} = \frac{\text{ب س ا}}{\text{ب پ س}} = \frac{\text{ب ا س}}{\text{ب پ س}}$

$$\frac{۱۲۸ \text{ جم } \cdot \text{م}^۰}{۵۲۰ \text{ مس}} = \frac{۶۴ \text{ جب } \cdot \text{م}^۰ \text{ جسم } \cdot \text{م}^۰}{۲۰ \text{ جب}} =$$

$$۰.۹ \text{ لوگ پاس} = ۰.۷ \text{ لوگ ۲} + ۱ \text{ لجم } \cdot \text{م}^۰ - ۱ \text{ ل مس } \cdot \text{م}^۰$$

$$۰.۳۹۸۱ - ۰.۳۰۳۰ =$$

$$۰.۰۹۵۱ = ۳۰۰۰۰۰۰۰$$

فرض کرو کہ اور پتہ اور پتہ میں بہاڑ کے ایسے تین مقام ہیں کہ

بشمبے مشاہد سے لگے لگے ہیں اور فرض کرو کہ پتہ اور قی اور

۴ اور جہاز کے - تقابل کے مقام ہیں +

تو خط مستقیم اور خط مستقیم پتہ کے متوازی ہے نیز

$$ا ب = ب م \text{ اور } ا ق = ق ر$$

فرض کرو کہ شمال کی سمت اور جہاز کے چلنے کی سمت کا درمیان

کا زاویہ ۵۰ ہے۔

نقطہ سے ایک ایسا خط مستقیم ا پ کا متوازی کہنیچو جو کہ

پتہ سے اعظم ہوتے تو

$$\frac{ا ق م}{ب م} = \frac{ب ق م}{ب م} = \frac{ب ق م}{ب م} = \frac{ب ق م}{ب م}$$

پہر نقطہ سے ایک ایسا خط مستقیم ا پ کا متوازی کہنیچو جو کہ قی کو

۳۵

نقطہ ن پر ملے تب

$$\frac{رن}{سن} = \frac{جب رس ن}{جب س ر پ} = \frac{جب (س-ر)}{جب (س-ه)}$$

لیکن بام = سن اور رن = ۲ ق م کیونکہ رن تو

دو گنٹھ کے عرصہ میں جہاز کے دو نورا ستون کا فرق ہے

اور ق م ایک گنٹھ میں فرق ہے

$$\therefore \frac{۲ جب (ب-ر)}{جب (و-ب)} = \frac{جب (س-ر)}{جب (س-ه)}$$

∴ ۲ جب : ۵ = (س) جب (ب-ر) = جب (س-ر) جب

(۵-ب) ۲ : ۵ (جب ۵ جم س - جم ۵ جب س) جب (ب-ر)

= (جب ۵ جم ب - جم ۵ جب ب) جب (س-ر)

اس کو جم ۵ پر تقسیم کرنا اسطرح ہو گا جس سے ہم اس کی قیمت حاصل کر لیں گے +

اگر ۱ + ب + س = ۲۰ تو دہی = ۲۰ - ۲۰ = ۰ جب وہ = جب ہی : مس پ = ۱

ہم وفد ۱۵۵ کی مانند کہہ سکتے ہیں جب وہ = جب ہی = مس پ = ۲۰

یعنی ۲۰ : ۲۰ = ۱ : ۱ = ۲۰ : ۲۰ = مس پ = ۲۰ اس سے کم کسے کے

لیکن جبکہ اب جم ۲۰ دہی صفر ہے تو ہم دو نو شمار کنندہ اور پنج کو تقسیم نہیں

کر سکتے اور اسطرح ہم آگے نہیں بڑھ سکتے فی الحقیقت اس حالت میں ایک دائرہ

نقاط پ اور ر اور س اور ب کے گرد ہو گا اور پ اس فرس کا گوی ایک

نقطہ ہو گا جبکہ ر اور ب کے درمیان واقع ہے + قیمت تمام شد +

س









